

# ANALISIS DE ELEMENTOS PASIVOS DE MICROONDAS MEDIANTE EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Luis Nuño Fernández, Miguel Ferrando Bataller

Departamento de Comunicaciones, E.T.S.I. Telecomunicación de Valencia

Universidad Politécnica de Valencia

Camino de Vera s/n, 46071 Valencia

Tfno.: (96) 3877301

## ABSTRACT

The analysis of arbitrarily-shaped waveguides has been carried out by the Finite Element Method, using two types of elements: triangles with 3 degrees of freedom and triangles with four nodes and 10 degrees of freedom (4 for the unknown function and 6 for its gradient).

## INTRODUCCION

Se ha desarrollado un programa que implementa el Método de los Elementos Finitos aplicado a la resolución de problemas electromagnéticos bidimensionales y cerrados (líneas de transmisión, guías de onda, etc. de sección arbitraria), utilizando dos tipos distintos de interpolación: polinómica de 1er. grado y polinómica de 3er. grado con condiciones en la función incógnita y en su gradiente.

El mallado de la geometría se ha efectuado mediante el programa ANSYS.

## DESCRIPCION DEL METODO NUMERICO UTILIZADO

El método numérico utilizado ha sido el Método de los Elementos Finitos [1] aplicado a la resolución de la ecuación de Helmholtz inhomogénea:

$$\nabla \cdot (p \nabla u) + k^2 u = g \quad (1)$$

en un recinto  $\Omega$  y sujeta a condiciones de contorno tipo Dirichlet y/o tipo Neumann (problemas cerrados). Este método encuentra la solución discretizando el recinto  $\Omega$  donde se desea resolver en elementos geométricos sencillos y haciendo estacionaria la funcional:

$$F(U) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [p(\nabla U)^2 - k^2 U^2 + 2gU] d\Omega \quad (2)$$

condición que, tras discretizar la función incógnita  $U$ , se traduce en resolver un sistema de ecuaciones.

En nuestro caso, hemos aplicado este método a problemas bidimensionales con simetría de traslación (guíaondas, líneas de transmisión, etc. de sección arbitraria), utilizando triángulos para la discretización de  $\Omega$ .

Dentro de cada triángulo se han considerado dos posibles tipos de interpolación de la función incógnita  $U$ :

- Interpolación polinómica de 1er. grado o triángulos T3: 3 grados de libertad (valores de la función  $U$  en los vértices).
- Interpolación polinómica de 3er. grado o triángulos T4X: 10 grados de libertad (valores de la función  $U$  en los vértices, valor de  $U$  en el baricentro y valores de  $\nabla U$  en los vértices).

En ambos casos se asegura la continuidad de  $U$  en todo punto  $\Omega$ , pero los triángulos T4X tienen además las siguientes ventajas:

- 1) El  $\nabla U$  es continuo en los vértices de los triángulos, que son los puntos más críticos de discontinuidad de las derivadas en los T3.
- 2) La superficie de los T4X suele ser del orden de 9 veces la de los T3 para un mismo tamaño del sistema de ecuaciones resultante, lo que asegura la continuidad de  $\nabla U$  en zonas más amplias.
- 3) Dado que la interpolación cúbica es superior a la lineal y teniendo en cuenta los dos puntos anteriores, podemos decir que, en el caso de los T4X, la función  $U$  estará mejor conformada que en el caso de los T3.
- 4) Pueden imponerse condiciones de contorno exactas tanto en la función  $U$  como en  $\nabla U$ , mientras que en los T3 sólo pueden imponerse condiciones exactas en  $U$  (las condiciones en  $\nabla U$  las impone el método de forma aproximada).
- 5) La diferencia de tamaño de los sistemas de ecuaciones correspondientes a los modos TE y TM para un mismo mallado, es menor que en el caso de los T3.

## RESULTADOS

Para validar el programa elaborado y comparar la eficacia de los dos tipos de interpolación utilizados, se ha procedido al análisis de la guía rectangular y a la comparación de los resultados obtenidos mediante el programa con la solución exacta.

Las tablas 1 y 2 muestran los valores de  $k_c^2$  de una guía rectangular de dimensiones relativas  $2 \times 1$  calculados con triángulos T3 de lado  $L \approx 0,17$  y con T4X de lado  $L \approx 0,5$  (área aproximadamente 9 veces mayor que la de los T3), así como los valores exactos. En ellas puede apreciarse que la exactitud conseguida con los T4X es superior a la obtenida con los T3 para un número  $N$  de ecuaciones similar (modos TM) o incluso inferior (modos TE).

Nótese también que los autovalores  $k_c^2$  calculados son siempre algo mayores que los  $k_c^2$  exactos, lo cual es inherente al método utilizado.

Por último, se ha analizado una guía con reentrante en T, cuya forma y dimensiones se muestran en la figura 1. En las tablas 3 y 4 se presentan los resultados obtenidos con triángulos T3 de lado  $L \approx 0,5 mm$  y con triángulos T4X de lado  $L \approx 1,5 mm$  para cuya comparación hay que tener en cuenta que siempre es más exacto el menor de los dos, por la razón explicada anteriormente. En la tabla 3 (modos TE) se adjuntan, además, los valores obtenidos por otros autores mediante resonancia transversal generalizada [2], pudiendo observarse que los tres métodos dan cifras muy parecidas; sin embargo, el orden N del sistema de ecuaciones utilizado en el caso de los T3 es un 31% superior al utilizado con los T4X. La tabla 4 muestra los resultados para los modos TM, donde vuelve a apreciarse una mayor exactitud mediante triángulos T4X.

En ambos ejemplos - guía rectangular y guía con reentrante en T - puede comprobarse que, para un mismo mallado de la geometría, la diferencia en cuanto al número de ecuaciones a resolver para los modos TE y TM es menor utilizando triángulos T4X.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] P.P. Silvester, R.L. Ferrari, "Finite Elements for Electric Engineers", Cambridge University Press, 1990.
- [2] J. Esteban, J.M. Rebollar, "Caracterización de sistemas de transmisión mediante resonancia transversal generalizada", URSI-1989.

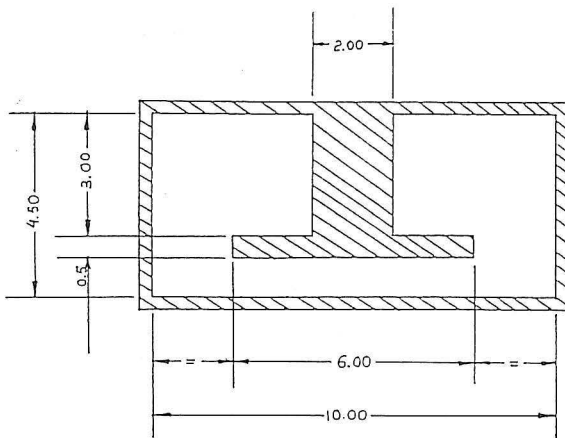


FIGURA 1. Guíaonda con reentrante en T.  
Dimensiones en mm.

T3, N = 91	T4X, N = 70	EXACTO
2,48	2,47	2,47
10,09	9,87	9,87
10,09	9,87	9,87
12,80	12,35	12,34
21,05	19,81	19,74
23,36	22,22	22,21
35,33	32,35	32,08
43,12	39,53	39,48
43,14	39,76	39,48
46,45	42,42	41,95
56,25	50,06	49,35
56,87	50,69	49,35
70,61	62,17	61,69
74,91	65,93	61,69
84,27	74,01	71,55

TABLA 1. Valores de  $k_c^2$  de una guíaonda rectangular de dimensiones relativas 2 x 1. Modos TE.

T3, N = 55	T4X, N = 58	EXACTO
12,81	12,35	12,34
21,10	19,81	19,74
35,48	32,35	32,08
46,61	42,75	41,95
56,65	49,97	49,35
57,07	50,56	49,35
75,12	65,24	61,69
85,32	73,49	71,55

TABLA 2. Valores de  $k_c^2$  de una guíaonda rectangular de dimensiones relativas 2 x 1. Modos TM.

T3, N = 189	T4X, N = 144	Otros Autores [2]
6,08	6,51	6,02
19,73	21,35	19,31
29,76	31,85	29,33
34,51	35,50	34,30
40,31	40,69	39,99
42,33	42,04	41,95
47,96	50,90	
57,68	58,01	
58,24	58,72	
63,71	64,17	
73,61	72,32	
74,46	72,76	

TABLA 3. Valores de la frecuencia de corte  $f_c$  en GHz de la guía con reentrante en T de la figura 1. Modos TE.

T3, N = 101	T4X, N = 114
61,63	61,27
61,87	63,08
88,00	85,82
88,75	86,18
100,71	97,67
102,20	98,60
116,53	111,60
118,75	116,24
131,83	124,42
132,29	125,59
137,46	126,50
138,15	131,27

TABLA 4. Valores de la frecuencia de corte  $f_c$  en GHz de la guía con reentrante en T de la figura 1. Modos TM.