

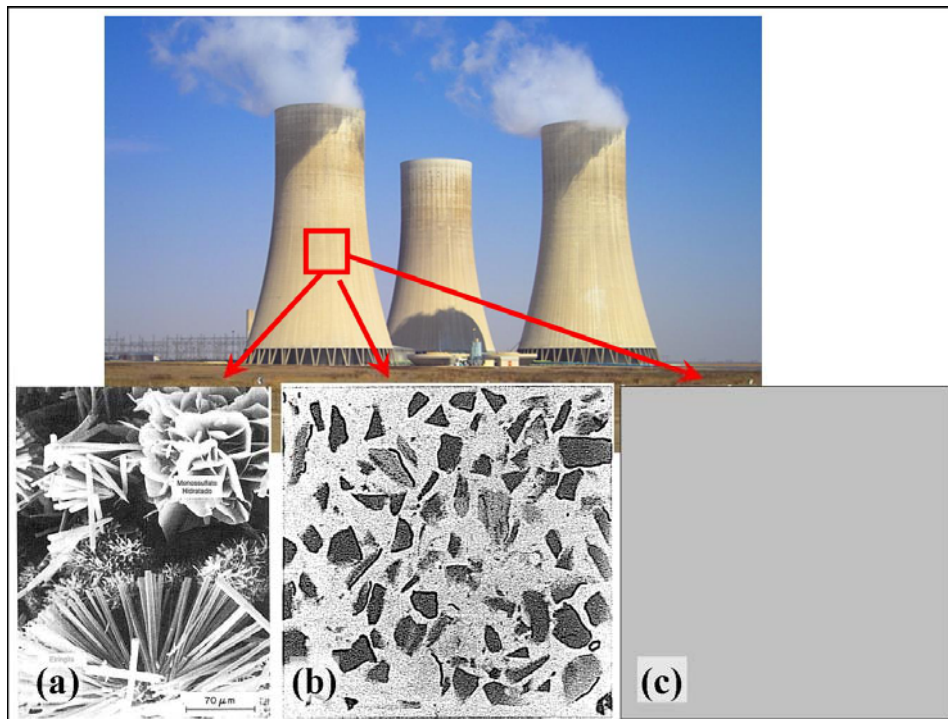
## 2. Modelación meso-estructural

### 2.1. Niveles de observación en el hormigón. Análisis multi-escala

Históricamente, el nivel de análisis del hormigón ha sido el macroscópico, en el que se considera al material como un continuo homogéneo. Esto ha dado lugar a numerosos modelos que han logrado capturar comportamientos fenomenológicos de complejidad variable. En el diseño de estructuras de hormigón, el material se considera continuo y homogéneo (propiedades idénticas en cada uno de los puntos del continuo), y en el caso de hormigón armado se consideran dos fases, siendo la 2<sup>da</sup> la armadura.

El otro extremo, también de gran relevancia en la tecnología del hormigón, es el nivel microscópico, en el que se representa la estructura interna de la pasta de cemento, de las interfases árido-mortero, etc. Este es el nivel de observación que se utiliza para analizar los procesos químicos que tienen lugar durante la hidratación de los compuestos, durante el secado del material, o durante el ataque de algún agente agresivo (p.e. sulfatos). Los avances en esta rama de la tecnología del hormigón han sido enormes y han permitido el desarrollo de hormigones cada vez más resistentes. Con la reciente aparición de la nanotecnología aplicada al hormigón, que tal vez podría considerarse un *cuarto nivel* de observación, cabe esperar que la evolución de las propiedades del material a nivel microscópico y nanoscópico continúe dando resultados importantes.

Ahora bien, el hormigón es en realidad un material heterogéneo, en el que están presentes diferentes fases. Convenientemente, Wittmann propuso dividir el análisis según tres niveles de observación (Wittmann, 1982): microscópico, mesoscópico y macroscópico. El nivel mesoscópico es varios órdenes de magnitud mayor que el usado para analizar la pasta de cemento pero también varios órdenes de magnitud menor que el usado en el diseño de estructuras, como se muestra en la figura 2.1.



**Figura 2.1.** Niveles de análisis según Wittmann (Wittmann, 1982). (a) Microscópico; (b) mesoscópico; (c) macroscópico.

En este nivel de observación, algunas características importantes son la ligazón entre árido y mortero (que tiene su propia microestructura), la relación volumétrica árido/mortero, el sistema de macro-poros, y la distribución de humedad, entre otras.

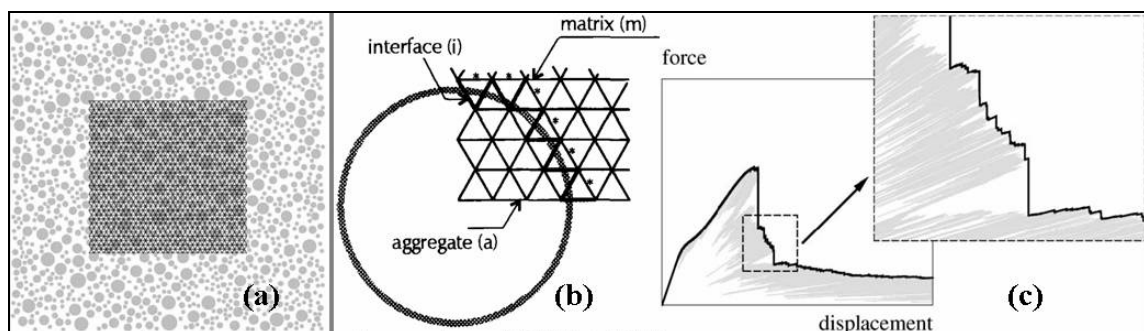
Los diferentes niveles están interrelacionados, ya que la información que se obtiene del estudio de un determinado nivel puede utilizarse para explicar la respuesta del material en un nivel de observación superior. Esto es lo que actualmente se denomina *análisis multi-escala (multi-scale analysis)*, en el que los resultados de un modelo micro-estructural sirven de entrada a un modelo meso-estructural y este a su vez a uno macro-estructural.

## 2.2. Antecedentes de modelos meso-estructurales

Hasta hace no muchos años, los grupos de investigación que utilizaban modelos meso-estructurales para simular el comportamiento del hormigón eran relativamente escasos. Pero actualmente, con el sustancial avance de la capacidad de cálculo, que permite tratar problemas con cientos de miles de grados de libertad, estos modelos están cobrando especial interés en la comunidad científica.

Se puede hacer una división dentro de este tipo de modelos que tienen en cuenta la meso-estructura del material en tres grandes grupos, que son los modelos *reticulados (lattice models)*, los modelos *de partículas* y los modelos *continuos*.

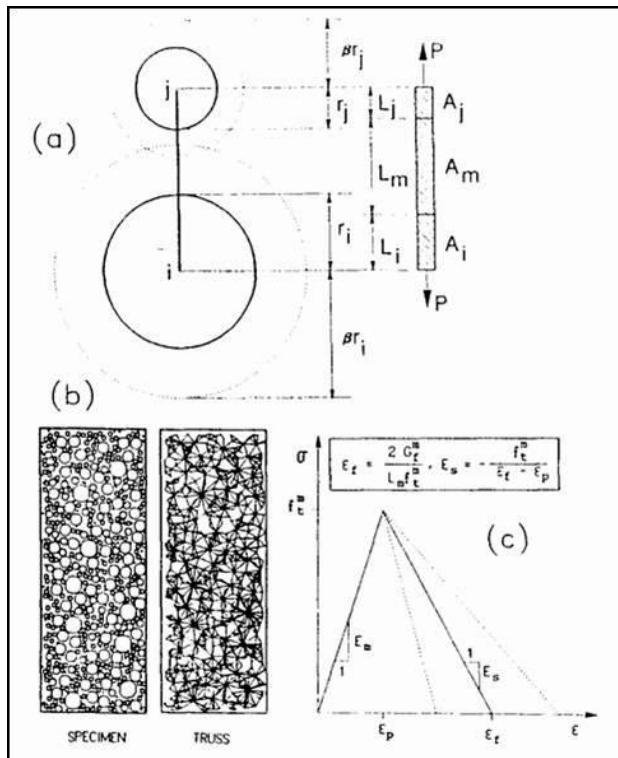
En el primer caso, el medio continuo se discretiza mediante una retícula o malla de elementos barra o viga (figura 2.2). Las propiedades de los distintos elementos (que representarán áridos, mortero e interfases), se obtienen superponiendo la geometría de la meso-estructura que se quiera estudiar con la retícula (figura 2.2b). La fractura se simula removiendo aquellos elementos que han alcanzado su máxima resistencia a tracción (rotura frágil a nivel local). Este tipo de modelos ha sido utilizado en análisis mecánicos en 2D (Schlangen y van Mier, 1992; Bazant *et al.*, 1990) y recientemente también en análisis higro-mecánicos (Sadouki y van Mier, 1997; Sadouki y Wittmann, 2001; Jankovic *et al.*, 2001; Bolander y Berton, 2004; Schlangen *et al.*, 2007), considerando efectos diferidos como la fluencia (Bolander *et al.*, 2001) y en análisis en 3D (Cusatis *et al.*, 2001; Lilliu y van Mier, 2003). Una de las ventajas de estos modelos es que se puede lograr una buena aproximación de una granulometría dada para los áridos (Walraven, 1980, figura 2.2a). La dificultad de obtener curvas tensión-deformación nítidas y bien definidas es una de sus principales desventajas (figura 2.2c).



**Figura 2.2.** (a) Generación de la geometría y superposición del reticulado (Lilliu y van Mier, 2003), 1985); (b) detalle de la discretización de una geometría (Sadouki y van Mier, 1997); (c) suavizado de la curva fuerza-desplazamiento (Lilliu y van Mier, 2003).

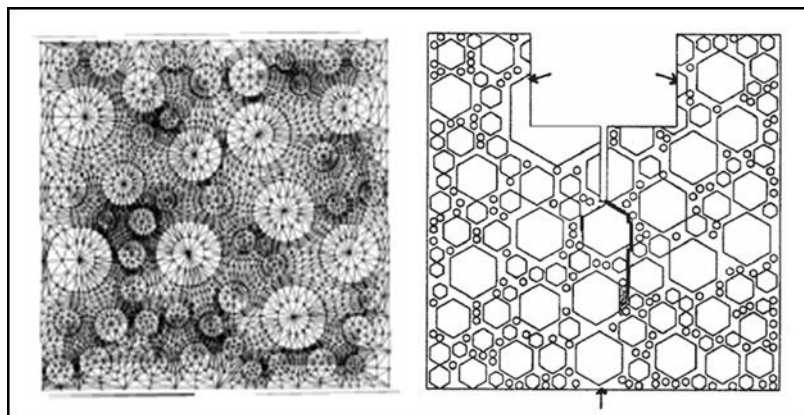
Los modelos de partículas (figura 2.3) se basan en el “*distinct element method*” (Cundall y Strack, 1979), propuesto para describir el comportamiento de materiales

granulares, especialmente geomateriales. En éstos, la heterogeneidad se representa mediante un arreglo de partículas rígidas separadas por interfases deformables caracterizadas por relaciones fuerzas-desplazamientos con un comportamiento perfectamente frágil (Jirasek y Bazant, 1995; Bazant *et al.*, 1990).

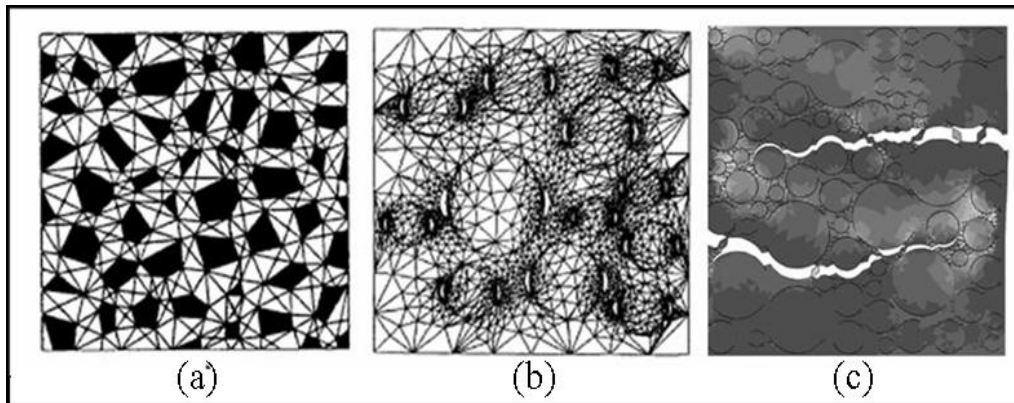


**Figura 2.3.** Modelo de partículas de Bazant (Bazant *et al.*, 1990): (a) Partículas circulares y su correspondiente barra (*truss member*); típica geometría generada de forma aleatoria y su correspondiente malla de elementos barra; (c) ley constitutiva para la matriz.

Por último, los modelos *continuos*, en los que se enmarca el modelo utilizado en este trabajo, representan mediante un medio continuo el material fuera de la zona de fisuración. Desde el trabajo realizado por Roelfstra y Wittmann con su modelo “*béton numérique*” (Roelfstra *et al.*, 1985, ver figura 2.4), varios modelos han sido propuestos dentro de este subgrupo. Entre ellos, y por orden de aparición, pueden citarse el de Stankowski (1990), el de Vonk (1992), el de Wang y Huet (1993) o el de Tijssens *et al.* (2001), entre otros. Para mayores detalles pueden consultarse las referencias dadas en algunas de las tesis del grupo (López, 1999; Caballero, 2005). En las figuras 2.4 y 2.5 pueden apreciarse algunas representaciones de estos modelos *continuos*.



**Figura 2.4.** *Béton numérique*, de Roelfstra y Wittmann. Geometría con distribución aleatoria de áridos circulares y típica malla fisurada utilizada en el ‘*wedge splitting test*’ con áridos hexagonales (Roelfstra *et al.*, 1985).



**Figura 2.5.** Modelos meso-estructurales continuos: (a) Vonk (1992); (b) Wang y Huet (1993); (c) Tijssens, Sluys y van der Huyesen (2001).

Para la obtención de las geometrías, que posteriormente serán malladas, existen diversos métodos, como el *take-and-place method* o el *divide-and-fill method* (de Schutter y Taerwe, 1993; Häfner *et al.*, 2003, Wriggers y Moftah, 2006), aunque la descripción de los mismos está fuera del alcance del presente trabajo. En éste se ha utilizado la teoría de *Voronoi/Delaunay*, por la que se obtienen geometrías aleatorias con polígonos representando a los áridos, rodeados por una matriz continua. El método utilizado se describe brevemente a continuación.

### 2.3. Generación de mallas meso-estructurales

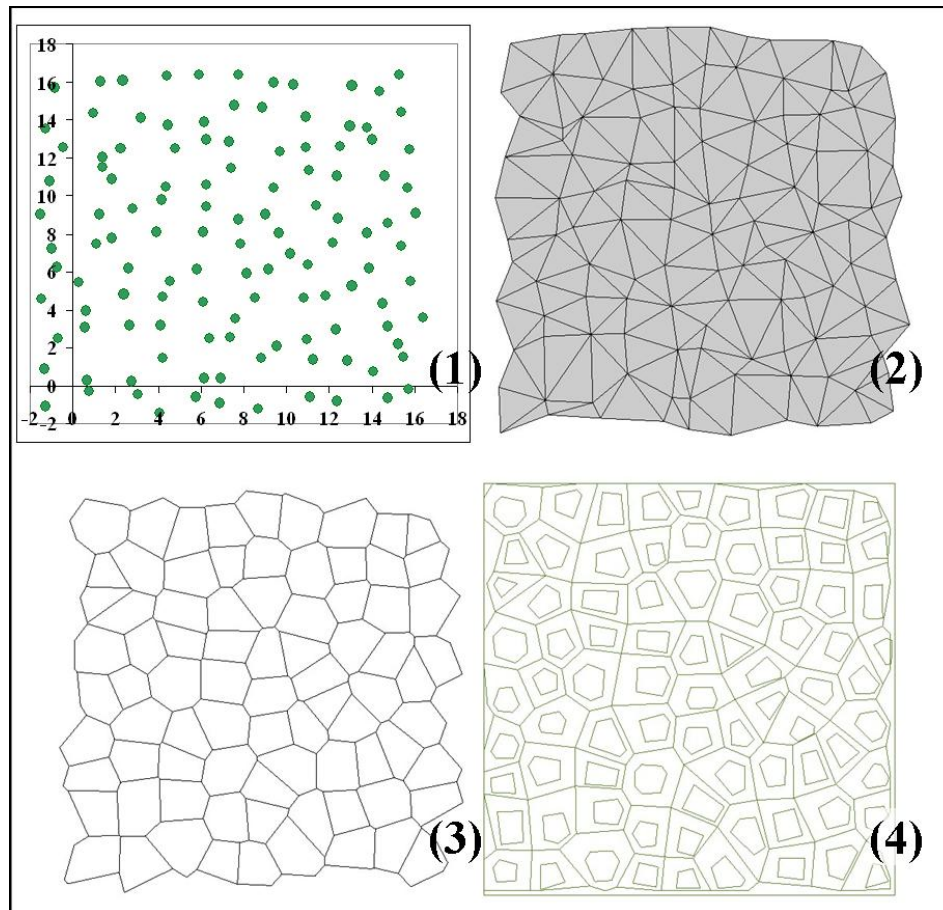
En este apartado se describe el procedimiento estocástico utilizado para generar las mallas **estructuradas** de elementos finitos que representan específicamente la microestructura del hormigón, partiendo de parámetros básicos de la dosificación del material tales como el porcentaje en volumen de áridos (o el número de áridos), el tamaño máximo o la forma de los mismos (angulosos o redondeados). La generación de mallas por este procedimiento ha sido extendida dentro del grupo también al análisis del hormigón en 3D (Caballero, 2005), al análisis del hueso trabecular en 2D (Roa, 2004) y al problema de la producción de arena en pozos de petróleo en 2D (Garolera *et al.*, 2005). Cabe mencionar que mediante este método sólo puede representarse explícitamente la fracción de mayor tamaño de la granulometría total (usualmente, el hormigón tiene aproximadamente 75% de áridos totales, por lo que un valor razonable del porcentaje en volumen es un 25% para los áridos de mayor tamaño). El procedimiento está basado en la teoría de la triangulación de Delaunay y la posterior poligonización de Voronoi (existe una dualidad entre los diagramas de Delaunay y los de Voronoi, en los que los vértices de los triángulos son los centros de los polígonos).

Recordamos que lo que se pretende simular son probetas de hormigón, de cualquier tamaño, rectangulares y con la esbeltez deseada. La microestructura del material se discretiza en dos fases. Una representa los áridos de mayor tamaño, aproximadamente el tercio mayor, y la segunda es una matriz que los rodea, en la que se representan el mortero más los áridos de menor tamaño como una matriz homogénea. Adicionalmente se introducen elementos junta, o de interfase, de espesor nulo en todos los contactos árido-matriz y también dentro de la misma matriz en algunas posiciones predeterminadas, con el fin de capturar todas las potenciales trayectorias de fisuración y los efectos de puenteo y ramificación de las fisuras presentes en el hormigón y otros materiales heterogéneos. La idea proviene, básicamente, del trabajo realizado por Hsu y colaboradores (Hsu *et al.*, 1963), quienes concluyeron que (1) la fisuración en el

hormigón comienza en las interfases árido-mortero debido a que la ligazón entre estos componentes es la zona más débil del material, y (2) que las trayectorias continuas de fisuración están formadas por fisuras en el mortero, que hacen de nexos o puentes entre las fisuras de interfase árido-mortero.

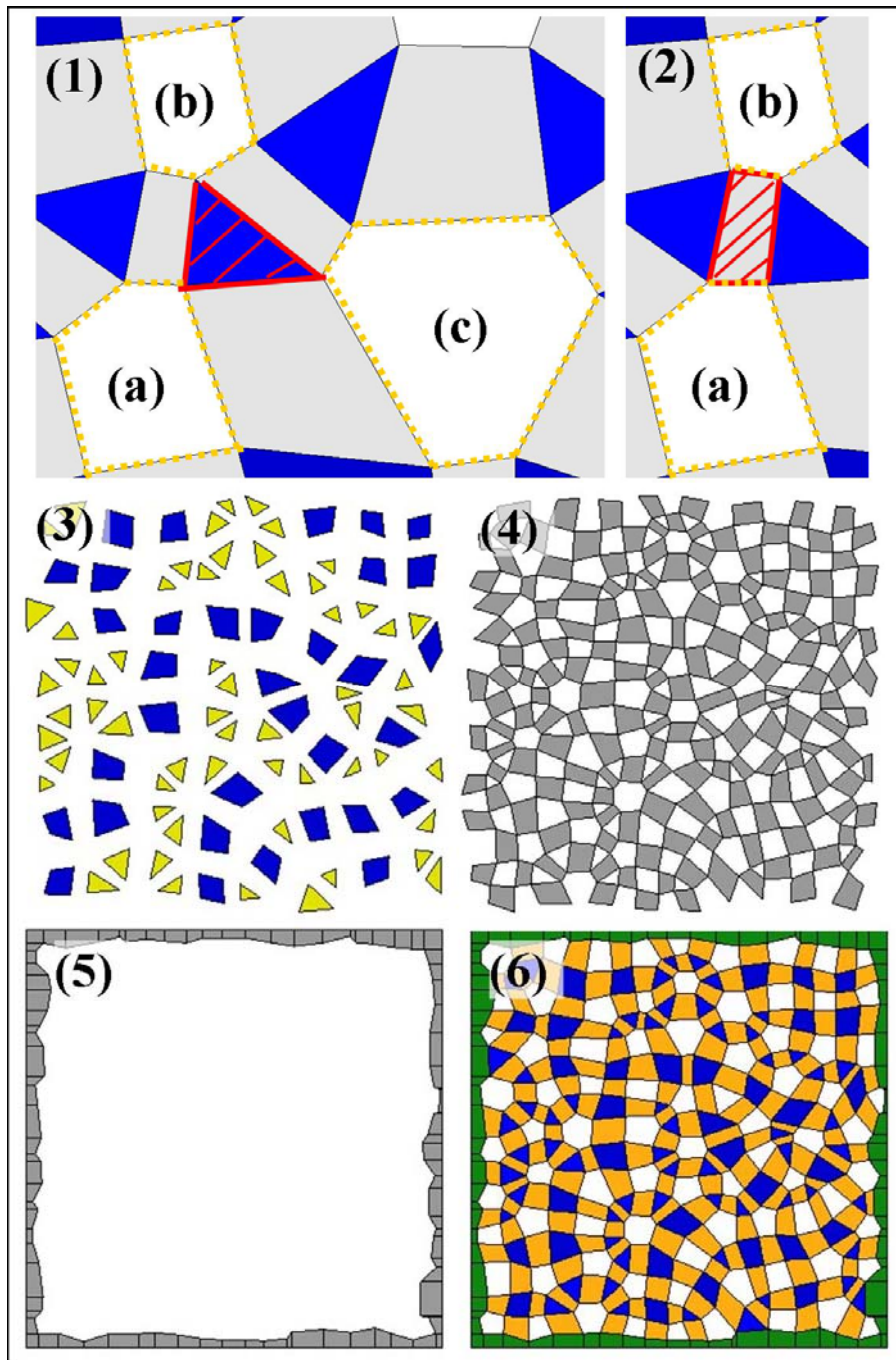
A partir de un arreglo regular de puntos predefinido, se obtienen los centros geométricos de los polígonos de Voronoi (o vértices de los triángulos de Delaunay) mediante una perturbación Monte Carlo de los mismos (ver por ejemplo George y Bouchakki, 1998). Cada polígono formado con este procedimiento contendrá luego una pieza de árido generada mediante la contracción, en general no homotética, de los segmentos que unen el centro geométrico del polígono con sus vértices (Stankowski, 1990; Vonk *et al.*, 1991; López, 1999). Esta contracción está gobernada por datos de entrada del problema, como son el porcentaje de áridos (calculado como área de polígonos encogidos en relación al área total dentro del marco), o bien el tamaño máximo de árido, su forma (si se eligen áridos redondeados la contracción se realizará de tal manera que los mismos queden inscritos en una circunferencia cuyo diámetro viene definido en función del parámetro de control que se adopte), y un factor de aleatoriedad en la contracción, que permite obtener un rango mayor de granulometría, generando áridos de tamaños más diversos.

Para definir el área total y las dimensiones de la malla, que también son datos de entrada del problema, se añade un marco rectangular (externo a los polígonos sin encoger y con las dimensiones de la malla final) de manera que todos los polígonos encogidos permanezcan en el interior del mismo. Esto permite que las mallas que se obtienen tengan un ‘recubrimiento de matriz’ en todo el contorno, o, en otras palabras, que el contorno de la malla no corte ningún árido. Esto tiene particular interés cuando se desea simular probetas fabricadas con moldes, en las que existe una primera capa de mortero o pasta de cemento por efectos de borde (Kreijgers, 1984), a diferencia de las probetas ‘testigo’, que se obtienen cortando piezas de mayor tamaño y que, en general, sí cortan los áridos. Si se deseara simular este tipo de probetas, el mallador también permite añadir un marco interno de corte (que sí corta áridos), deshaciéndose de la geometría que recae fuera de este último contorno. En la figura 2.6 se muestran los pasos a seguir para obtener los polígonos encogidos inscritos en el marco externo, para el caso de una malla de  $15 \times 15 \text{ cm}^2$ , con un 28% de áridos y tamaño máximo de 15,7mm.



**Figura 2.6.** Proceso de generación estocástica de la geometría: (1) perturbación Monte Carlo de un arreglo regular de puntos; (2) triángulos de Delaunay resultantes; (3) polígonos de Voronoï duales; (4) polígonos de Voronoï incluyendo polígonos encogidos y marco externo de la malla.

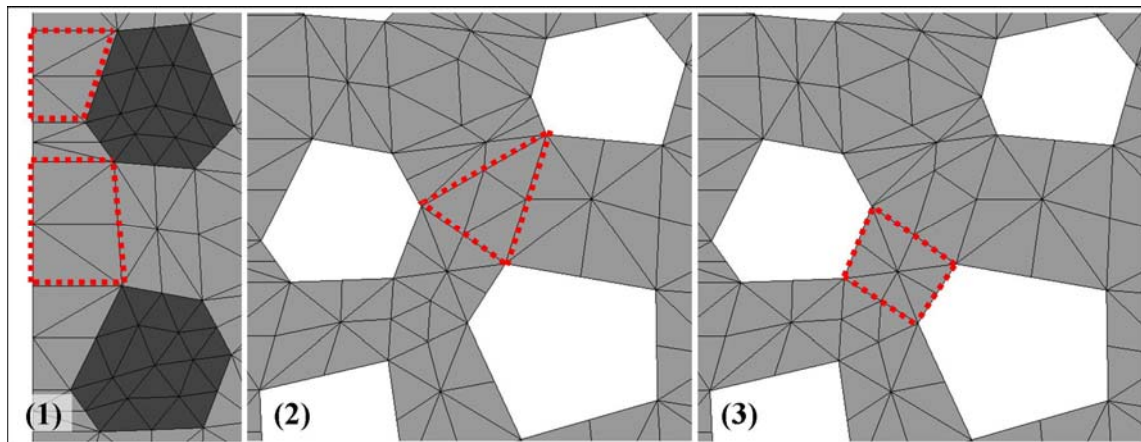
Seguidamente se procede a dividir la geometría obtenida en ‘macroelementos’ para su posterior discretización final en elementos finitos. Esta subdivisión previa permite simplificar de manera considerable el proceso de discretización, definiéndose una solución distinta de mallado para cada tipo de macroelemento. Se distinguen tres tipos de macroelementos: las ‘placas’ (macroelementos tipo 1) que se forman entre vértices de polígonos contiguos (según la casuística, se dan los casos de placas de tres y cuatro vértices de áridos, formando triángulos y polígonos de cuatro lados); los ‘puentes’ (macroelementos tipo 2) entre lados de áridos que antes de encoger compartían una arista; y los macroelementos de borde (tipo 3) que quedan definidos por el contorno formado por el marco externo y los áridos y macroelementos tipo 2 contiguos. En la figura 2.7 se aprecia en detalle esta discretización previa.



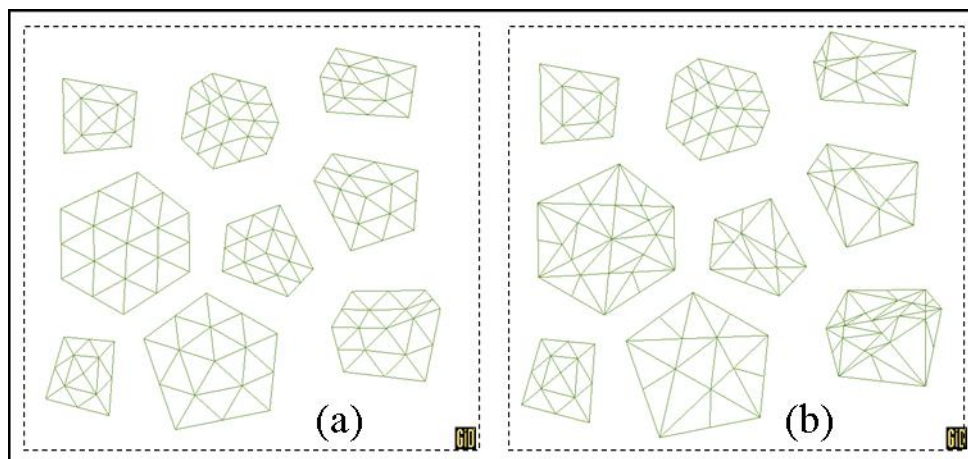
**Figura 2.7.** Discretización previa en ‘macroelementos’: (1) detalle macroelemento tipo 1 (triángulo rayado) entre vértices de áridos (a), (b) y (c); (2) detalle macroelemento tipo 2 (polígono rayado) entre lados de áridos (a) y (b); (3) disposición final de macroelementos tipo 1; (4) disposición final de macroelementos tipo 2; (5) disposición final de macroelementos tipo 3; (6) disposición final de macroelementos total (los huecos blancos representan los áridos todavía no discretizados).

El siguiente paso es discretizar los macroelementos y los polígonos encogidos en elementos finitos triangulares. Como ya fue comentado, a cada tipo de macroelemento se lo discretiza de manera diferente, al igual que con los áridos. Para estos últimos, la disposición final de elementos dentro del polígono dependerá de si se elige colocar elementos junta dentro del árido o no (para representar la fractura de los mismos). En las

figuras 2.8 y 2.9 se detallan las disposiciones finales adoptadas para los macroelementos y los áridos (disposiciones para áridos con y sin juntas), respectivamente.

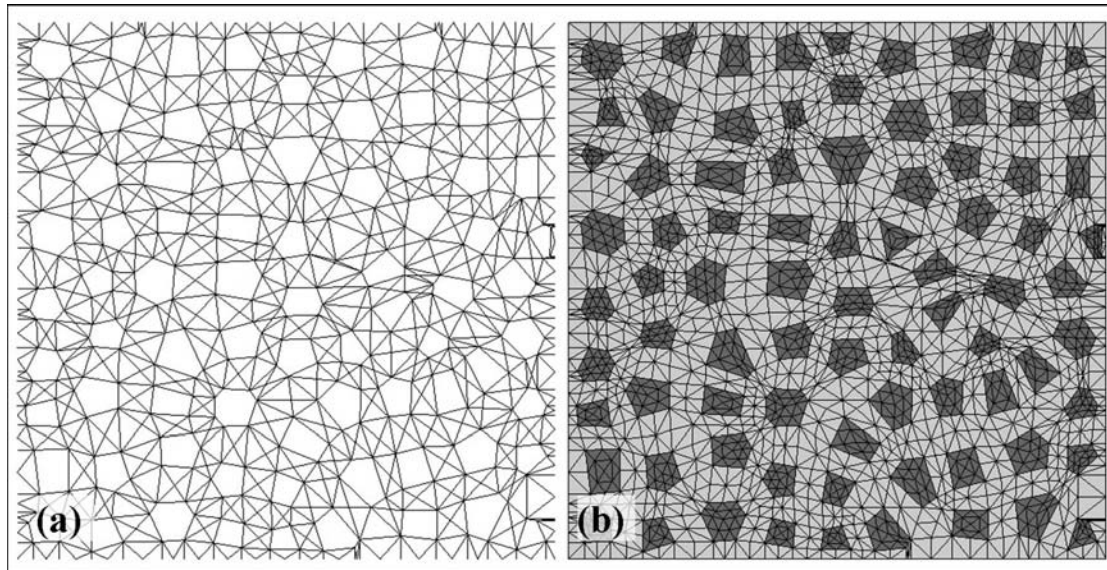


**Figura 2.8.** Discretización final de los ‘macroelementos’: (1) detalle macroelementos tipo 3 (polígonos punteados); (2) detalle macroelemento tipo 1 (triángulo punteado); (3) detalle macroelemento tipo 2 (polígono punteado).



**Figura 2.9.** Discretización final de los áridos: (a) arreglo de 3x3 áridos sin juntas y (b) con juntas. Nótese que en este último caso se plantea la unión con rectas de los vértices del árido, donde se introducirán los elementos junta, lo cual responde a la hipótesis de que los áridos se fracturarán por un camino que pasa por los vértices de árido.

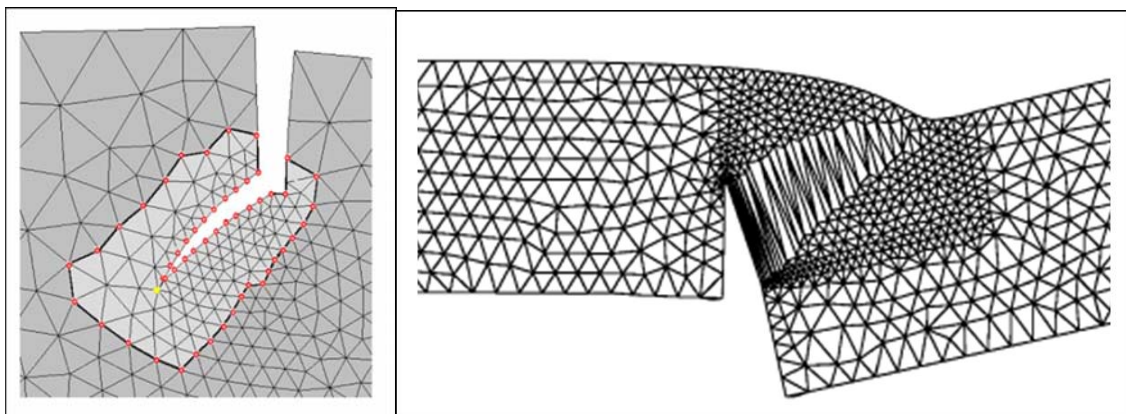
Por último, resta añadir los elementos junta en posiciones predeterminadas. Una familia de elementos junta se agrega alrededor de todos los contactos árido-matriz. La otra familia se añade dentro de la matriz, en todos los contactos entre macroelementos y en las diagonales de los macroelementos tipo 2 y 3 (y las de los macroelementos tipo 1 conformados por polígonos de cuatro lados). Opcionalmente pueden incorporarse elementos junta dentro de los áridos, uniendo sus vértices con líneas rectas (ver figura 2.9b). En la figura 2.10 se muestra la disposición final de los elementos junta, así como la malla final de elementos finitos triangulares.



**Figura 2.10.** (a) Disposición de los elementos junta (b) Malla final de elementos finitos.

## 2.4. Descripción del modelo mecánico

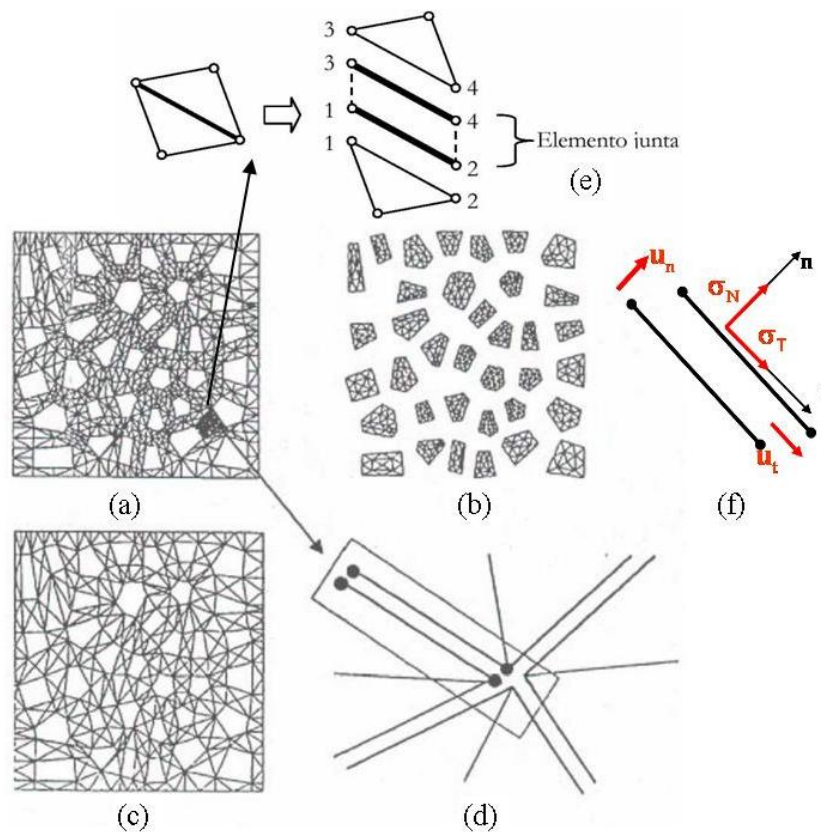
Existen dos grandes familias de modelos a la hora de simular la fisuración y los procesos de fractura en materiales cuasi-frágiles (figura 2.11). Por un lado se tienen los modelos de fisuración discreta o *discrete crack approach* (Ngo y Scordelis, 1967), en los que cada fisura es modelada explícitamente e incorpora una discontinuidad en la malla. La otra gran familia de modelos de fisuración es la de los modelos de fisuración distribuida o *smearred crack models* (Rashid, 1968), en los que la posibilidad de formación de fisuras es considerada mediante las propiedades de los elementos finitos, a través de los cuales se supone que se desarrolla la fisuración. Una interesante comparación entre los modelos de fisura discreta y de fisura distribuida puede consultarse en De Borst *et al.* (2004).



**Figura 2.11.** Configuraciones de fracturas en el caso de fisuración discreta (izquierda) y fisuración distribuida (fuente: .Secchi y Simone, 2003 y Sancho *et al.*, 2006).

El modelo utilizado en este trabajo, se enmarca dentro del primer grupo, en el que los procesos de fractura se representan explícitamente en la malla de elementos finitos. De esta manera, se representan probetas de hormigón en una malla de elementos finitos en 2D que tiene en cuenta la heterogeneidad del material. Se consideran dos fases bien

diferenciadas. Por un lado los áridos de mayor tamaño y por otro una matriz que los rodea, representando el mortero (pasta de cemento más arena) más los áridos pequeños. Ambas fases se discretizan mediante elementos finitos triangulares. A la fase áridos se le asigna un comportamiento elástico lineal mientras que la matriz, dependiendo del caso, presenta un comportamiento elástico lineal o bien viscoelástico lineal con envejecimiento, por medio del modelo de la cadena de Maxwell. Por lo tanto, para posibilitar un comportamiento no lineal y la representación de la fisuración y los mecanismos de rotura, se incluyen en el modelo *elementos finitos de interfase con espesor nulo (zero-thickness interface elements)*, tal como se muestra en la figura 2.12. Estos elementos se insertan *a priori* en todas las interfases árido-mortero de la malla y entre algunos de los contactos de elementos de mortero, de manera de capturar las diferentes potenciales trayectorias de fisuración. También pueden insertarse elementos junta dentro de los áridos si se desea simular la rotura de los mismos, hecho que es usual en el caso de hormigones de alta resistencia (donde la fase mortero es más resistente), o también en hormigones livianos o en un ensayo brasileño de hormigón convencional (López, Carol y Aguado, 2008b).



**Figura 2.12.** Malla mesoestructural utilizada en el estudio de propagación de fisuras en hormigón (López, 1999). (a) Discretización de la matriz, (b) Discretización de la fase áridos, (c) Esquema de los elementos junta insertados a priori, (d) Detalle de coordenada a la que convergen varias juntas, (e) Esquema de un elemento junta entre dos elementos continuos, y (f) Formulación de la ley en función de las tensiones normal y tangencial y sus correspondientes desplazamientos relativos.

Este ‘mapa’ de fisuración predeterminado es ciertamente una limitación del modelo, pero ha sido demostrado (Carol y López, 1999; Carol *et al.*, 2001) que la respuesta macroscópica no se ve afectada significativamente por la posición precisa de las fisuras,

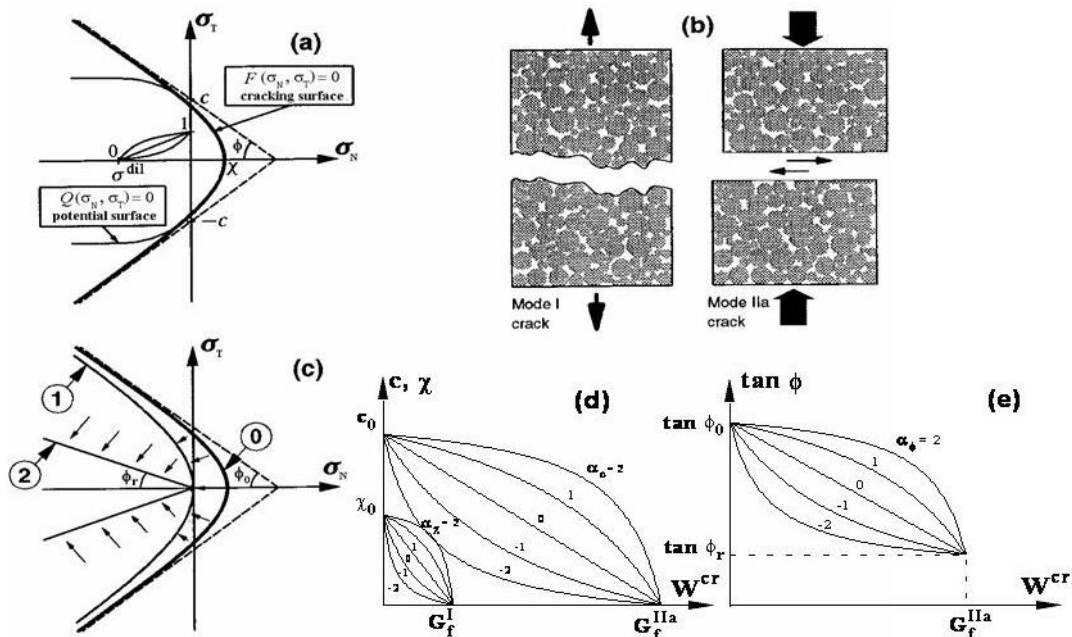
siempre que la disposición inicial de los elementos junta sea razonable (o sea, que contenga todas las principales trayectorias de fisuración, sin una tortuosidad excesiva).

Las ventajas principales de esta metodología consisten en que no se precisa realizar un remallado, aunque no se conozcan *a priori* las direcciones de fisuras, y que desde el punto de vista de la objetividad del refinamiento de la malla, el modelo se regulariza automáticamente. Esta regularización intrínseca se debe al uso de relaciones constitutivas de tipo cohesivo en términos de los desplazamientos relativos (en lugar de deformaciones), para representar la fractura.

Para los elementos junta se utiliza una ley constitutiva basada en la teoría de la elasto-plasticidad, incorporando conceptos de la mecánica de fractura (Carol y Prat, 1990; Carol *et al.*, 1997; López, 1999; López *et al.*, 2000). El comportamiento está formulado en términos de las componentes normal y tangencial de las tensiones en el plano de la junta, y los desplazamientos relativos correspondientes. La superficie de fractura se define como una hipérbola dada por (1) en el espacio de las tensiones ( $\sigma_N, \sigma_T$ ), y puede ser considerada como un criterio que define una transición suave entre los criterios de rotura de *Rankine* (tracción pura) y *Mohr-Coulomb* (figura 2.13a).

$$F = \sigma_T^2 - (c - \sigma_N \cdot \tan \phi)^2 + (c - \chi \cdot \tan \phi)^2 \tag{1}$$

En ésta,  $\chi$  es el vértice de la hipérbola y representa la resistencia a tracción, y  $c$  y  $\tan \phi$  son los parámetros de la asíntota y también tienen un claro significado físico:  $c$  es la cohesión aparente y  $\tan \phi$  el ángulo de fricción interna del material. Se utiliza un potencial plástico no asociado, tanto en tracción como en compresión, para permitir una dilatancia decreciente con el aumento del nivel de compresión (figura 2.13a). El trabajo disipado en procesos de fractura se emplea en la definición de las leyes de reblandecimiento y consiste en la única variable de historia del modelo (figura 2.13d y e). Los elementos junta representan el modo más natural de integrar el modelo de la fisura ficticia (*fictitious crack model*) de Hillerborg (Hillerborg *et al.*, 1976), en un análisis por elementos finitos.

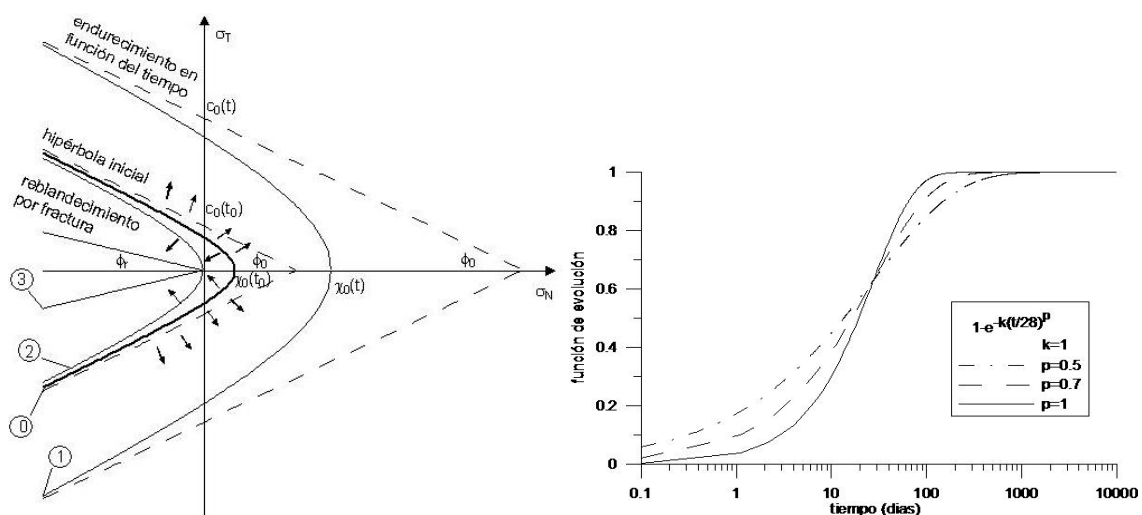


**Figura 2.13.** Modelo de junta: (a) Superficie de fractura y potencial plástico, (b) Modos básicos de fractura, (c) Evolución de la superficie de fractura, y (d) y (e) Leyes de reblandecimiento.

La integración del modelo se efectuaba originariamente mediante un algoritmo de punto medio (López, 1999) y no se incluía la/s variable/s de historia en el sistema de ecuaciones. Más recientemente, se ha implementado un algoritmo de integración implícito (*backward-Euler*) con subincrementación en 2D (Garolera, 2005), en el que se resuelve el sistema teniendo en cuenta tanto las tensiones como la/s variable/s de historia y el multiplicador plástico (Caballero, 2005), basado en el trabajo de Pérez-Foguet *et al.* (2001).

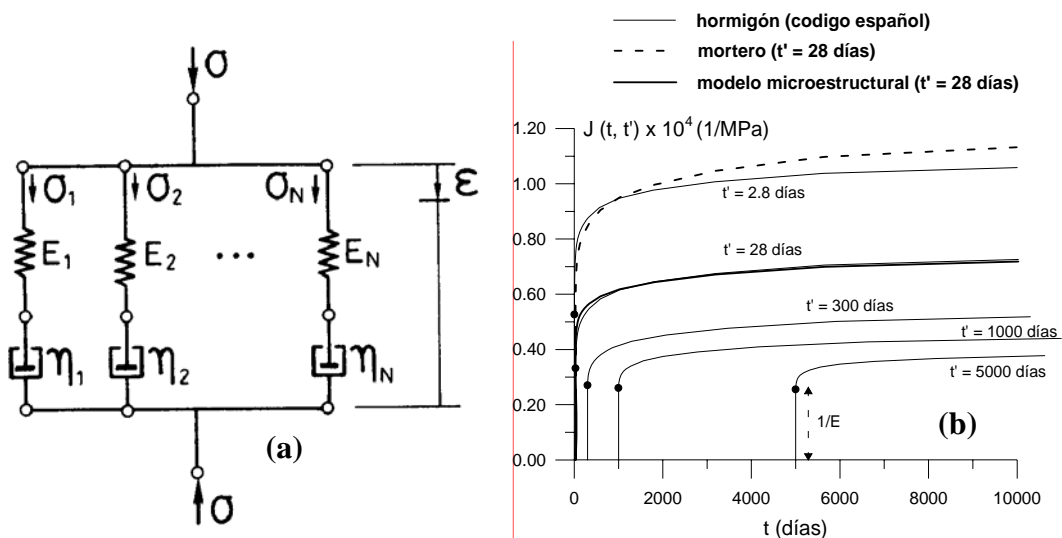
Este modelo de junta ha sido implementado en varios trabajos del grupo para simular la fractura del hormigón en dos y tres dimensiones bajo varios tipos de carga: tracción y compresión uniaxial, tracción biaxial, tracción-compresión, tracción por compresión diametral o ensayo brasileño, *etc* (López *et al.*, 2008a y b). En éstos, el comportamiento constitutivo de los elementos continuos tanto de la matriz como de las inclusiones se supuso elástico lineal. También se ha reproducido con éxito el problema de producción de arena en pozos de petróleo o *rock sanding problem* (Garolera *et al.*, 2005) y se han realizado simulaciones del análisis mecánico de probetas de hueso trabecular (Roa *et al.*, 2002).

En los últimos años, se ha extendido el alcance del modelo para abordar el análisis de efectos diferidos presentes en el hormigón, más precisamente del comportamiento en fluencia básica (Ciancio *et al.*, 2003; López *et al.*, 2002). Para esto se ha implementado una ley constitutiva de junta modificada con el fin de tener en cuenta el efecto denominado madurez o envejecimiento del hormigón, que produce el aumento de las propiedades mecánicas con el paso del tiempo (figura 2.14). Se propone un endurecimiento de la superficie de fractura con el paso del tiempo y se utiliza una variable de historia de tipo daño, para tener en cuenta el aumento de la energía de fractura en modo *I* y modo *IIa* (modo *II* asintótico con alta compresión). La evolución de los parámetros mecánicos de las juntas del mortero debería acompañar al envejecimiento de la matriz con tal de poder representar el aumento de resistencia de una probeta con el tiempo. En cuanto a las interfases árido-mortero, se espera también que sus propiedades mecánicas mejoren con el tiempo, como ya ha sido sugerido (Neville, 2002; pág. 300). Más detalles sobre la ley de junta con envejecimiento pueden consultarse en el anexo 9-A.



**Figura 2.14.** Evolución de la superficie de fractura, gobernada por dos efectos contrapuestos como son la disipación de energía en procesos de fractura y el aumento de resistencia por el fenómeno de envejecimiento (izquierda). Evolución de los parámetros de la superficie de fractura en función del tiempo (derecha).

La matriz presenta en este caso un comportamiento viscoelástico lineal con envejecimiento, a través del modelo de la cadena de Maxwell (figura 2.15). Este modelo resulta equivalente al desarrollo en serie de Dirichlet (que consiste en una serie de exponenciales reales) de la función de relajación  $R(t, t')$ , función de relación “dual” respecto a la habitualmente conocida función de fluencia  $J(t, t')$  (*compliance function o creep function*), siendo  $t'$  el instante de aplicación de la carga y  $t$  el instante en el que se desea conocer el valor de la función. La razón por la cual se escoge  $R(t, t')$  es que la formulación se obtiene de manera natural utilizando el modelo de la cadena de *Maxwell* y se obtiene una ecuación diferencial de primer orden (Bazant, 1988). Se trata de un modelo incremental (*rate-type model*), que tiene ventajas fundamentales para el análisis numérico, ya que no es necesario almacenar la historia de las deformaciones en cada punto de integración (Carol y Bazant, 1993). Nótese que tanto  $J(t, t')$  como  $R(t, t')$  son función de dos variables: el tiempo en el que se miden las deformaciones,  $t$ , y la edad de aplicación de carga,  $t'$ , y no sólo del tiempo transcurrido ( $t - t'$ ). Esto es debido al efecto del envejecimiento del material. Para la generación y el ajuste de los parámetros de la cadena de Maxwell se ha utilizado un programa desarrollado por Bazant e implementado dentro del grupo (Bazant, 1982) mediante el cual puede resolverse el problema inverso de asignar una cadena de Maxwell a la matriz para reproducir el efecto que tendrá sobre la microestructura como conjunto, es decir, para el hormigón (figura 2.15b).



**Figura 2.15.** (a) Modelo reológico de “cadena de Maxwell” y (b) función de fluencia asignada a la matriz ( $t_0=28$ días), obtenida mediante el ajuste entre el modelo mesoestructural, para hormigón, y el código español (EH-91, 1991).

## 2.5. Descripción del modelo de difusión

El análisis de la difusión de humedad a través del hormigón se realiza utilizando la misma malla de elementos finitos que en el caso del análisis mecánico. Esto ha sido posible gracias a la utilización de elementos de interfase de doble nodo (*double-noded interface elements*) también en el análisis de difusión (Segura y Carol, 2004). El análisis se basa en la conocida ecuación diferencial de primer orden, en función de la humedad relativa (Bazant y Najjar, 1972), que se utiliza para la difusión a través tanto del medio continuo como de los elementos junta (con algunas modificaciones) y viene dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ D_H \frac{\partial H}{\partial x_i} \right] = \frac{\partial H}{\partial t} \quad ; \quad D_H(H) = D_0 + (D_1 - D_0) f(\beta, H) \quad (2)$$

En (2), el coeficiente de difusividad  $D_H$  depende de la humedad relativa  $H$  a través de la función hiperbólica  $f(\beta, H)$ , donde  $\beta$  es un coeficiente de forma (figura 2.16a). Esta función tiene la siguiente expresión:

$$f(\beta, H) = \frac{e^{-\beta} \cdot H}{1 + (e^{-\beta} - 1) \cdot H} \quad (3)$$

El contenido de agua evaporable en los poros por unidad de volumen de hormigón (para diferenciarla del agua *no evaporable*, que es la que se consume en el proceso de hidratación),  $w_e$  [kg/m<sup>3</sup>], en cada punto del dominio se obtiene *a posteriori* de la resolución de la ecuación de difusión, mediante la utilización de la curva isoterma de *sorción/desorción*. Esta curva relaciona  $w_e$  con el contenido de humedad relativa. En este trabajo se utiliza la propuesta por Norling (1994), como se muestra en la figura 2.16b y dada por:

$$w_e / c(H) = x \cdot (1 - e^{(-z \cdot H)}) + y \cdot (e^{(z \cdot H)} - 1) \quad (4)$$

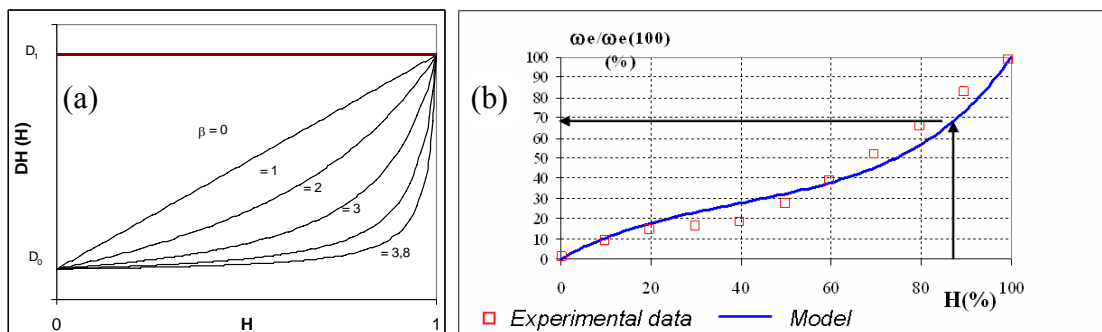
en la que  $x$ ,  $y$  y  $z$  son funciones del grado de hidratación ( $\alpha$ ) y de la relación inicial agua/cemento ( $w_0/c$ ), dependientes de dos factores de forma  $f_1$  y  $f_2$  (Roncero, 1999).

Finalmente, se deben relacionar las pérdidas de peso locales con la contracción volumétrica también local. Se ha adoptado una relación constante, extraída de la literatura, siendo este criterio la hipótesis más sencilla que se puede adoptar en primera instancia. Si bien este coeficiente puede resultar no lineal (ver capítulo 3), a los fines del análisis numérico realizado, es suficientemente aproximado, sobre todo en el rango usual de humedades relativas (digamos entre un 50 y un 90%).

Como ya se mencionó, la difusión de humedad a través de las juntas es tenida en cuenta en (2), en la que el coeficiente de difusividad es modificado ligeramente, como se muestra en la ecuación (5), en la que  $K_L$  representa la difusividad longitudinal:

$$K_L = K_0 + (K_1 - K_0) f(\beta_K, H); \quad K_0 = \alpha K_1; \quad K_1 = \frac{g}{12 \cdot \nu} \cdot w^3 \quad (5)$$

en la que  $w$  corresponde a la apertura de fisura,  $g$  a la aceleración de la gravedad, y  $\nu$  a la viscosidad cinemática del agua. De esta manera, cuando el secado provoca la retracción se inducen tensiones que a su vez provocarán microfisuras si la resistencia a tracción del material es superada. Estas microfisuras modificarán las propiedades difusivas del medio, hecho que se considera mediante la conocida ley cúbica (Snow, 1965). También se considera la difusividad transversal a la junta, para la que se adopta un valor elevado (no hay salto del campo de humedades a través de una junta).



**Figura 2.16.** (a) Relación entre la difusividad y la humedad relativa para diferentes valores del factor  $\beta$ ; (b) isoterma de desorción ajustada a resultados experimentales.

Por último, se supone que la difusión a través de los áridos es nula, ya que su difusividad es usualmente mucho más baja que la de la pasta (con la excepción de áridos livianos, los cuales tienen una elevada porosidad, aunque esto queda fuera del alcance de este estudio).

## 2.6. Acoplamiento

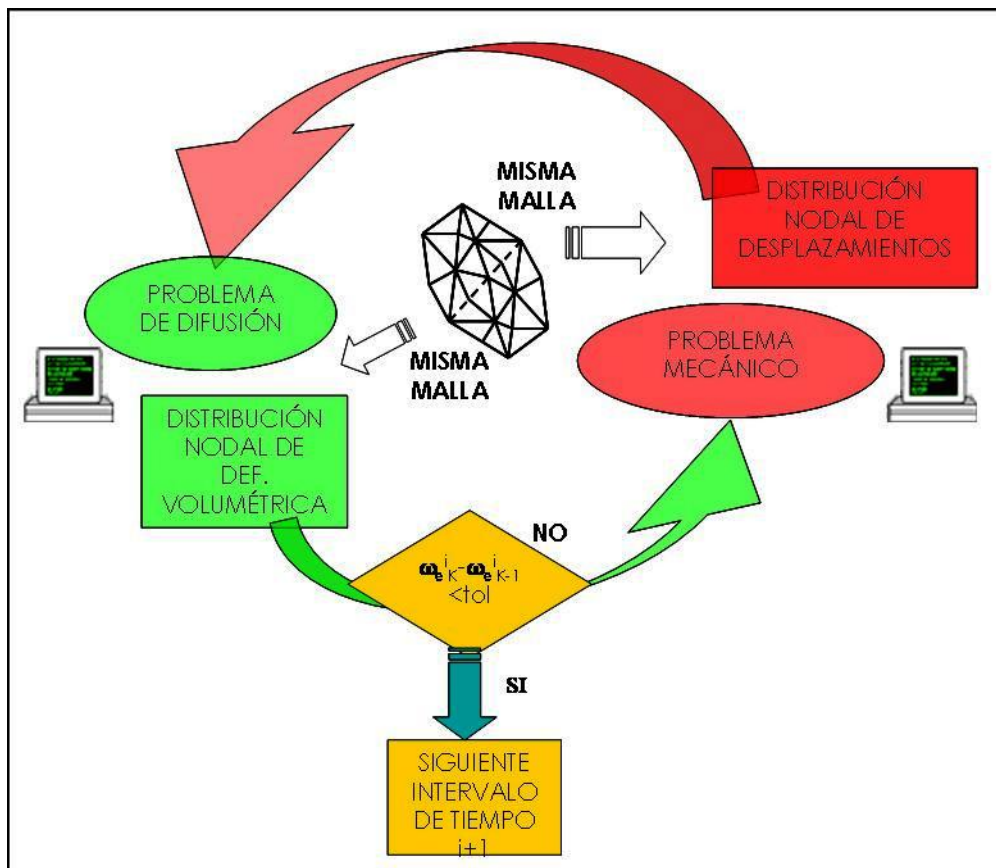
Efectuar un análisis acoplado implica la interacción mutua entre dos o más procesos, de manera que existe una interrelación entre cada uno de ellos (figura 2.17). En el caso del acoplamiento higo-mecánico, la deformación del medio (fisuración y cambio de porosidad) puede afectar las características del mecanismo de difusión del contenido de humedad del sistema, y la distribución de humedad dada por el problema de difusión afecta la distribución de deformaciones volumétricas en el problema mecánico, cerrando así el lazo de acoplamiento. El sistema de ecuaciones resultante suele ser como se aprecia en la ecuación (5) (para el caso de acoplamiento higo-mecánico), en el que  $u$  y  $H$  son, respectivamente, los vectores de desplazamientos y humedades relativas,  $F$  y  $Q$  juegan el papel de vectores exteriores de fuerzas y flujos de humedad impuestos respectivamente, y las submatrices  $K_{12}$  y  $K_{21}$  representan las fuentes de acoplamiento de ambos procesos, similarmente a la conocida formulación  $u-p$  ( $u$  = desplazamientos;  $p$  = presiones). Si bien es sabido que la estrategia de acoplamiento en *staggered* tiene problemas de convergencia en el caso de la formulación  $u-p$ , para el caso del análisis en función de  $u$  y  $H$  ( $H$  = humedad relativa) realizado en este trabajo, la estrategia funciona correctamente. Esto podría ser debido a dos motivos. Primero, que el nivel de acoplamiento, dado por los términos fuera de la diagonal de la matriz  $K$ , no ha sido significativo en los cálculos realizados hasta el momento (recordemos que estos términos son desestabilizadores, ya que acercan el valor del determinante de la matriz  $K$  a cero). Segundo, el análisis  $u-p$  calcula presiones en el problema hidráulico y éstas son pasadas al problema mecánico (como *fuerzas impuestas*), lo cual podría generar problemas de convergencia si éstas son elevadas; en cambio en el análisis que se realiza en este trabajo son *deformaciones impuestas* las acciones sobre el problema mecánico, lo cual redundo en una cierta estabilidad del sistema.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Q \end{bmatrix} \quad (5)$$

Existen dos procedimientos o estrategias distintas a la hora de plantear y resolver un sistema de ecuaciones no lineales acoplado como en el problema higo-mecánico. Estos son realizar un acoplamiento total (*fully coupled*) o bien un acoplamiento iterativo (*staggered strategy*). En el primero, el comportamiento higo-mecánico del sistema se describe mediante un único grupo de ecuaciones (generalmente un sistema de ecuaciones en derivadas parciales no-lineales y acopladas) que incorpora toda la física relevante del problema (planteamiento monolítico). En el caso del acoplamiento iterativo, la solución del análisis acoplado se alcanza, para cada intervalo de tiempo, mediante la resolución de cada problema por separado, pero en los que la información se pasa en ambas direcciones entre los dos códigos hasta satisfacer una tolerancia dada (los resultados de un análisis pasan a ser los datos de entrada para el otro). Además, se pueden utilizar métodos explícitos, implícitos o combinados para avanzar la solución en el tiempo (Boone e Ingraffea, 1990). En un esquema explícito en el tiempo la información es intercambiada entre los códigos una vez al final de cada paso en el tiempo, mientras que en un esquema implícito normalmente se hace necesario iterar

varias veces en cada paso temporal. El proceso en “*staggered*” presenta varias ventajas, como la utilización de dos códigos independientes que, aunque desarrollados para problemas desacoplados, suelen ser herramientas potentes para la resolución de cada uno de los análisis (mecánico y difusión de humedad, en este caso). También permite la separación de las escalas de tiempo del problema, hecho que puede ser vital en problemas acoplados en los que el problema hidráulico se sucede en un intervalo de tiempo muy distinto al problema térmico o mecánico. La solución monolítica no presenta esta ventaja, y por lo tanto la solución del problema acoplado estaría en este caso regida por la escala de tiempo más crítica. Un estudio más detallado, completo y sistemático de estos dos métodos de acoplamiento ha sido ya elaborado dentro del grupo, en el marco de la formulación *u-p* (Segura, 2007), donde entre otras cosas se concluye que ambos procedimientos convergen a una misma solución.

En el modelo propuesto, el análisis higro-mecánico (HM) acoplado se aborda mediante una estrategia “*staggered*” (figura 2.17). Un código (**DRACFLOW**) realiza el análisis de difusión no-lineal de humedad y sus resultados en términos de deformaciones volumétricas en puntos de *gauss* se utilizan como entrada en el segundo código (**DRAC**), para el análisis mecánico (Prat *et al.*, 1993). Este último obtiene un campo de desplazamientos actualizado del que derivan nuevas aperturas de fisuras que servirán de entrada al primer código, repitiéndose sucesivamente este proceso hasta alcanzar una tolerancia prefijada, para pasar entonces al siguiente incremento de tiempo.



**Figura 2.17.** Esquema general del acoplamiento higro-mecánico mediante estrategia *staggered*.