



Rapport de projet de fin d'études

Étude d'un émetteur-récepteur *faster-than-Nyquist* de faible complexité pour les communications par satellite

Estudi d'un emissor-receptor *faster-than-Nyquist* de
baixa complexitat per a les comunicacions per satèl·lit

Auteur :

Albert ABELLO BARBERAN

Encadrant :

Dr. Damien ROQUE

Co-encadré par Jean-Marie Freixe et Nghia Pham dans un partenariat avec
la société Eutelsat S.A.

Version 1.2 du
1^{er} octobre 2015

Table des matières

Remerciements	v
1 Introduction	1
1.1 Présentation de l'école et du partenariat avec Eutelsat S.A	1
1.2 Description du sujet de stage	2
1.3 Problématique et axes de travail	2
1.4 Transmission <i>faster-than-Nyquist</i>	3
2 État de l'art : canal à mémoire et turbo-égalisation	7
2.1 Modèle du système	7
2.2 Structure du turbo-égaliseur	8
2.3 Égalisation <i>Maximum a Posteriori</i>	11
2.4 Égalisation linéaire	17
2.5 Étude de la convergence du turbo-égaliseur : courbes <i>EXtrinsic Information Transfer</i> (EXIT)	23
3 Contribution : émetteur-récepteur FTN mono-porteuse	28
3.1 Performance du système avec turbo-égalisation MMSE-MAP.	28
3.2 Injection de l'information complète (non-extrinsèque)	31
3.3 Troncature du modèle de canal discret équivalent	33
3.4 Système FTN avec turbo-égalisation hybride.	35
3.5 Introduction de codage LDPC : vers la norme DVB-S2.	37
4 Conclusion et perspectives	40

Table des figures

1	Schéma de transmission pour signal en bande de base à travers un canal à BABG.	4
2	Schéma de l'émetteur-récepteur FTN mono-porteuse	7
3	Schéma du codeur convolutif avec polynômes générateurs $(7, 5)_8$	8
4	Diagramme en treillis du codeur convolutif.	8
5	Schéma du récepteur avec turbo-égalisation.	10
6	Schéma du canal de transmission à mémoire avec trois coefficients et BABG.	11
7	Diagramme en treillis du canal à mémoire avec trois coefficients.	11
8	Comparaison entre les performances de l'égaliseur BCJR implémenté et l'égaliseur de Viterbi présent sous Matlab.	14
9	Performances du turbo-égaliseur MAP-MAP sur canal Proakis B comparées aux performances du système orthogonal.	15
10	Impact de la taille d'entrelacement sur les performances du turbo-égaliseur MAP-MAP avec N la taille des blocs.	16
11	Impact de la taille des blocs sur les performances du turbo-égaliseur MAP-MAP.	17
12	Performances du turbo-égaliseur MAP-MAP sur canal Proakis C [Proakis 2001] comparées aux performances du système orthogonal.	18
13	Schéma de l'égaliseur linéaire en turbo-égalisation.	18
14	Performances du turbo-égaliseur MMSE-MAP sur canal Proakis B comparées aux performances du système orthogonal.	22
15	Performance du turbo-égaliseur ZF-MAP sur canal Proakis B comparée à la performance sur canal non-sélectif.	23
16	Schéma pratique pour tracer les courbes EXIT du turbo-égaliseur.	25
17	Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MAP-MAP pour $E_b/N_0 = 4$ dB.	26
18	Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MMSE-MAP pour $E_b/N_0 = 4$ dB.	26
19	Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur ZF-MAP pour $E_b/N_0 = 4$ dB.	27
20	Performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP avec $\rho = 1.4$ et $\alpha = 0, 15$	29

21	Performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP configuré à 5 itérations avec $\alpha = 0, 15$	29
22	Impact de τ sur les performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP à $E_b/N_0 = 5$ dB configuré à 5 itérations.	30
23	Impact de ρ sur les performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP à $E_b/N_0 = 5$ dB configuré à 5 itérations.	31
24	Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MMSE-MAP pour $E_b/N_0 = 6$ dB, canal FTN avec $\tau = 0, 62$	32
25	Performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP avec $\tau = 0, 62$ et $\alpha = 0, 15$	33
26	Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MAP tronqué pour $E_b/N_0 = 7$ dB et $\tau = 0, 62$	34
27	Performances du récepteur FTN MAP-MAP tronqué avec $\tau = 0, 62$ et $\alpha = 0, 15$	35
28	courbes EXIT du turbo-égaliseur hybride MMSE-MAP.	36
29	courbes EXIT du turbo-égaliseur MMSE-LDPC avec $E_b/N_0 = 6$ dB pour 2, 3, 4, 5 et 10 itérations du décodeur LDPC.	37
30	Performances du récepteur FTN MMSE-LDPC $\tau = 0, 62$, $\alpha = 0, 15$, et 10 itérations LDPC.	38
31	Performances du récepteur FTN MMSE-LDPC $\tau = 0, 62$, $\alpha = 0, 15$, et 5 itérations LDPC.	39

Liste des sigles et acronymes

BABG	Bruit Additif Blanc Gaussien
BCH	<i>Bose, Ray-Chaudhuri et Hocquenghem</i>
BCJR	<i>Bahl, Cocke, Jelinek, Raviv</i>
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
DEOS	Département d'Électronique, Optronique, Signal
DSP	Densité Spectrale de Puissance
DTH	<i>Direct-To-Home</i>
DVB-S2	<i>Digital Video Broadcast - Satellite 2nd generation</i>
EXIT	<i>EXtrinsic Information Transfer</i>
FTN	<i>Faster-Than-Nyquist</i>
IES	Interférence Entre Symboles
IID	Indépendants et Identiquement Distribués
ISAE	Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace
LDPC	<i>Low-Density Parity-Check</i>
LRV	Logarithme du Rapport de Vraisemblance
MAP	<i>Maximum A Posteriori</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>
MV	Maximum de Vraisemblance
SCAN	Signal, Communications, Antennes, Navigation
SISO	<i>Soft-Input Soft-Output</i>
SIHO	<i>Soft-Input Hard-Output</i>
SRRC	<i>Square-Root-Raised-Cosine</i>
TEB	Taux d'Erreur Binaire
ZF	<i>Zero-Forcing</i>

Remerciements

Je tiens à remercier vivement mon tuteur de stage, Damien Roque, enseignant-chercheur au département DEOS, pour son accueil, le temps passé ensemble et le partage de son expertise au quotidien. Sa confiance accordée m'a permis de m'accomplir totalement dans mes missions et de découvrir le monde de la recherche. Le travail effectué sous son encadrement m'a amené à acquérir des compétences scientifiques mais également des outils de travail que je saurai valoriser à l'avenir. Son encadrement m'a finalement permis de mieux comprendre mes points forts et mes faiblesses et d'être mieux préparé pour l'étape suivante de ma carrière professionnelle.

Je remercie également Jean-Marie Freixe et Nghia Pham pour leur soutien et pour m'avoir accordé leur confiance. Les divers échanges réalisés au cours de ce stage de fin d'études m'ont permis d'entrevoir de nouveaux axes de recherche et de mieux m'investir dans l'innovation scientifique autour des télécommunications par satellite.

1 Introduction

1.1 Présentation de l'école et du partenariat avec Eutelsat S.A

L'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE - SUPAERO) est un pôle mondial de la formation et de la recherche dans le domaine de l'aéronautique et du spatial. L'institut a pour vocation de délivrer des formations de haut niveau autour de l'aéronautique et l'espace, ce qui est complémenté par une politique de recherche active. Cet investissement dans l'enseignement et la recherche et d'ailleurs focalisé sur les besoins présents et futurs des industries aérospatiales ou de haute technologie, ce qui lui confère un équilibre entre sa visibilité au niveau académique et ses relations avec l'industrie. Concrètement, les principales missions de l'ISAE-SUPAERO se résument ainsi :

- former des ingénieurs hautement qualifiés dans les domaines aéronautique et spatial ;
- dispenser des enseignements de spécialisation, de perfectionnement et de mise à jour des connaissances ;
- dispenser des formations doctorales ;
- conduire des travaux de recherche scientifique et de développement technologique.

C'est dans cette dernière dimension que s'inscrit ce projet de fin d'études hébergé par le groupe Signal, Communication, Antennes, Navigation (SCAN) du Département d'Électronique, Optronique et Signal (DEOS). Le groupe SCAN dispose d'une expertise globale sur le traitement du signal, les architectures de récepteurs et les techniques de communication et de réseaux appliquées aux télécommunications et à la navigation par satellite.

Ce stage s'inscrit également dans un partenariat avec la société Eutelsat S.A. Créée en 1977 en tant qu'organisation intergouvernementale dans le but d'améliorer le réseau téléphonique européen, son activité principale consiste aujourd'hui à gérer la diffusion par satellite de chaînes de télévision et des services d'accès à internet ainsi que des stations de radio. Avec des ressources en orbite sur 38 satellites offrant une couverture sur toute l'Europe, le Moyen-Orient, l'Afrique, l'Inde, l'Asie et sur de larges zones du continent américain, Eutelsat est l'un des trois premiers opérateurs mondiaux de satellites. Eutelsat suit également une stratégie active de recherche pour l'innovation et la standardisation des systèmes de communications par satellite actuels et futurs. C'est dans ce contexte que s'inscrit ce partenariat qui vise l'augmentation de la capacité des systèmes de communication par satellite en utilisant la technique *faster-than-Nyquist*.

1.2 Description du sujet de stage

L'augmentation de la capacité des systèmes de transmission par satellite est au coeur des préoccupations actuelles. Afin d'augmenter l'efficacité spectrale de tels systèmes, un axe de recherche consiste à spécifier des modulations non-orthogonales dites *faster-than-Nyquist* (FTN). À l'aide de cette technique, la capacité des systèmes de transmission pourrait être augmentée au prix d'une plus grande complexité de décodage des données.

La conception d'un système FTN consiste à déterminer une stratégie de mise en forme et d'égalisation assurant un bon compromis entre efficacité spectrale, puissance des interférences et complexité de décodage. Dans un contexte de diffusion par satellite *Direct-To-Home* (DTH) ou dans le cas de terminaux mobiles, la contrainte de complexité est fondamentale pour garantir une intégration sur des terminaux utilisateurs à faible coût. Ainsi, l'étude de schémas d'émission-réception permettant une moindre complexité semble appropriée pour répondre à cette problématique.

1.3 Problématique et axes de travail

Les systèmes de communications numériques actuels s'inscrivent dans un souci constant d'innovation et développement de nouvelles techniques permettant l'amélioration de ces systèmes. Ces techniques sont toujours issues d'un compromis entre plusieurs paramètres listés ci-après.

1. Puissance : réduire la puissance moyenne de transmission a une conséquence directe sur la consommation des dispositifs. Elle est également limitée par la réglementation pour des raisons de maîtrise des interférences (compatibilité électromagnétique).
2. Taux d'erreur binaire : la qualité de service est liée au taux d'erreur binaire que le système est capable d'offrir sous certaines conditions du canal de propagation.
3. Débit binaire : les nouveaux services de télécommunications demandent un débit binaire vu par l'utilisateur de plus en plus important.
4. Bande : les ressources radio-électriques étant de moins en moins disponibles, l'objectif est de réduire la bande de fréquences occupée.
5. Complexité : les axes cités précédemment existent au prix d'une augmentation de la complexité algorithmique de ces systèmes (ex. modulation/démodulation, égalisation/codage).

Dans le cadre des systèmes de communications par satellite et en particulier dans des applications de diffusion par satellite *Direct-to-Home* ou dans le cas de terminaux mobiles, la contrainte de complexité joue un rôle très important dans les systèmes mis en place,

en termes de coût mais également en termes de taille et consommation des récepteurs utilisateur.

Pour caractériser l'ensemble des points 3 et 4, on introduit souvent la notion d'efficacité spectrale, définie comme le rapport entre le débit binaire D_b et la bande occupée par le signal modulé B

$$\eta = \frac{D_b}{B} = \frac{D_s \log_2 M}{B} \quad (1)$$

où M est la taille de l'alphabet utilisé lors de la Conversion Bits Symboles (CBS) et D_s est le débit symbole.

Compte tenu de ce résultat, l'approche qui a été menée classiquement consiste à augmenter la taille de l'alphabet de modulation M afin d'augmenter l'efficacité spectrale. En présence d'un canal à Bruit Additif Blanc Gaussien (BABG), par définition caractérisé uniquement par sa Densité Spectrale de Puissance (DSP), cette approche entraîne une réduction des performances à conditions de canal égales. L'absence de modèle paramétrique associé au BABG constitue une limitation et l'utilisation d'une modulation d'ordre supérieur est toujours contrainte à l'existence de meilleures conditions atmosphériques pour atteindre les mêmes performances. Dans le cadre de la norme *Digital Video Broadcast - Satellite 2nd generation* (DVB-S2), ces performances sont fixées en termes de E_b/N_0 , avec E_b l'énergie par bit et N_0 la densité spectrale de puissance bilatérale de bruit, dans la marge 5 – 12 dB.

C'est dans le coeur de cette problématique que s'inscrit un axe de recherche alternatif que l'on appelle transmission au-delà de la cadence de Nyquist, ou *faster-than-Nyquist*.

1.4 Transmission *faster-than-Nyquist*

Nous présentons dans cette deuxième partie les concepts de communications numériques sur lesquels s'appuie la technique *faster-than-Nyquist*. Le schéma de base d'un système de communications en bande de base avec modulation linéaire est présenté dans la figure 1. Nous considérons en émission une séquence $\{x_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ de symboles Indépendants et Identiquement Distribués (IID) qui est filtrée par un filtre de mise en forme $g(t)$. Le signal modulé en bande de base $s(t)$ est ensuite affecté d'un BABG.

Soit $h(t) = (g * \check{g}^H)(t)$ le filtre global d'émission-réception avec \check{g} le filtre dual en réception et $\{\cdot\}^H$ l'opérateur transposé et conjugué. On définit également $z(t) = (n * \check{g}^H)(t)$ le bruit filtré par le filtre dual en réception. Alors le signal filtré et échantillonné $y[m] = y(nT_s)$, où T_s est la période d'échantillonnage, s'écrit

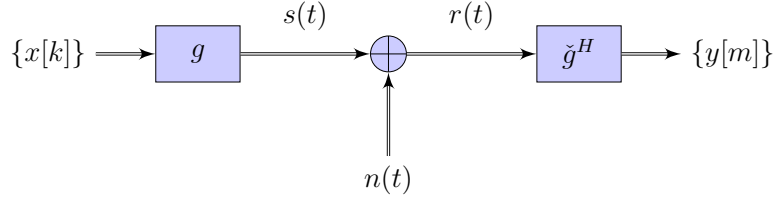


FIGURE 1 – Schéma de transmission pour signal en bande de base à travers un canal à BABG.

$$y[m] = \underbrace{x[m]h(0)}_{\text{terme utile}} + \underbrace{\sum_{n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} x[m-n]h(nT_s)}_{\text{terme d'interférence}} + \underbrace{z[m]}_{\text{terme de bruit}}$$

avec T l'espacement élémentaire entre symboles. Pour que l'échantillon $y[m]$ contienne exclusivement la contribution d'un seul symbole, c'est-à-dire, qu'il n'existe pas d'Interférence Entre Symboles (IES), il faut que seul le terme utile soit différent de zéro. Cette règle, dite critère de Nyquist, s'écrit dans le domaine temporel

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(nT_s) = \delta(t) h(0). \quad (2)$$

Lorsque le critère de Nyquist est rempli, nous retrouvons à la sortie du récepteur linéaire le symbole $x[m]$ pondéré et affecté d'un échantillon de bruit filtré [Proakis 2001]

$$y[m] = x[m] h(0) + z[m]. \quad (3)$$

Le système de transmission est alors dit orthogonal et transmet à une cadence inférieure ou égale à celle de Nyquist. En notant $H(f) = TF\{h(t)\}$, nous pouvons également écrire le critère de Nyquist dans le domaine fréquentiel

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} H(f - k/T_s) = T_s h(0). \quad (4)$$

Remarquons que si $H(f)$ est à support borné de largeur B alors le respect du critère de Nyquist impose

$$\frac{1}{T_s} \leq B. \quad (5)$$

Le critère de Nyquist annoncé précédemment est généralement respecté dans les systèmes de transmission actuels car la mise en oeuvre d'un émetteur-récepteur linéaire suffit à la reconstruction de la séquence de bits envoyés et facilite ainsi l'analyse du système de communication. Dans le cas de non-respect de ce critère, il faut avoir recours à des récepteurs non-linéaires utilisant des techniques qui ont été introduites dans les années 90s (ce document se centrera sur la technique appelée turbo-égalisation, introduite dans [Douillard 1995]) et qui entraînaient à l'époque une complexité algorithmique trop importante. L'évolution technologique permet donc actuellement d'envisager ces techniques pour augmenter l'efficacité spectrale.

Afin d'augmenter le débit binaire sans augmenter l'alphabet de modulation, tout en gardant une bande constante, la technique FTN consiste finalement à définir un nouvel espacement entre symboles réduit $T = \tau T_s$, avec $\tau \in \{0, 1\}$ le facteur d'accélération du système, de sorte que la condition (5) ne soit plus remplie [Mazo 1975], où l'on appelle τ le facteur d'accélération du système. De cette manière, la relation (2) n'est plus respectée et le canal discret équivalent du système s'écrit

$$h[l] = \begin{cases} h(l\tau T_s) & \tau \in \{0, 1\}, l \in \{0, L - 1\} \\ 0 & l \notin \{0, L - 1\} \end{cases}$$

avec L la longueur du canal discret équivalent (généralement tronqué). Nous remarquons que le canal dépend de deux paramètres connus : le filtre d'émission-réception $h(t)$ et le facteur d'accélération τ . Nous pouvons donc totalement caractériser l'IES produite en émission lorsque nous transmettons au-delà de la cadence de Nyquist en connaissant ces deux paramètres : on a alors un modèle paramétrique de l'interférence que nous utiliserons dans notre récepteur non-linéaire pour reconstruire la séquence émise.

Pour conclure cette partie, il faut remarquer que la notion du facteur d'accélération τ a été introduite en raison de son caractère intuitif, sa valeur indiquant à quel point les symboles sont rapprochés temporellement entre eux et donc à quel point on parvient à augmenter le débit symbole. Le facteur d'accélération a été initialement proposé pour caractériser les systèmes FTN et permet de les rapporter à un système orthogonal de référence. Néanmoins, nous constatons que dans une transmission FTN, l'orthogonalité n'est jamais assurée, quelle que soit la mise en forme, donc l'utilisation de filtres de mise en forme orthogonaux n'est plus pertinente. C'est dans ce dernier cas qu'il est pas judicieux de se ramener au système de référence orthogonal et qu'il est préférable de définir un nouveau paramètre appelé densité. La densité mesure le rapport entre le débit symbole D_s et la bande occupé par le signal modulé B .

Nous utilisons la valeur de la densité $\rho = 1/(BT_s)$ pour classifier les systèmes [Siclet 2014], sans imposer que le système soit T -orthogonal. Nous pouvons ainsi identifier trois cas de figure.

1. $\varrho < 1$: il existe un émetteur-récepteur linéaire sans interférence entre symboles avec excès de bande $\alpha = \frac{1}{\varrho} - 1$.
2. $\varrho = 1$: il existe un émetteur-récepteur linéaire sans interférence entre symboles. Le système de transmission utilise la bande minimale (par conséquent des filtres en sinus cardinal).
3. $\varrho > 1$: il n'existe pas d'émetteur-récepteur linéaire permettant de reconstruire parfaitement les symboles émis (système de transmission FTN).

La technique FTN vise donc à augmenter l'efficacité spectrale des systèmes de communication en se détachant de la limite énoncée par Nyquist. Il est donc nécessaire de faire appel à des structures non-linéaires permettant une reconstruction parfaite de l'information. Nous retrouvons ainsi un compromis entre le gain apporté en efficacité spectrale par cette technique et l'augmentation en complexité que nous allons démontrer par la suite.

2 État de l'art : canal à mémoire et turbo-égalisation

Nous avons présenté dans la partie 1 les concepts sur lesquels s'appuie la technique FTN ainsi que différents paramètres qui permettent de caractériser un système transmettant au-delà de la cadence de Nyquist. Nous avons vu, en particulier, que cette technique entraîne une interférence créée en émission et qui peut être caractérisée par un modèle de canal discret équivalent $h[l]$, $l \in \{0, L - 1\}$, comparable à celui produit par un canal multi-trajet. Dans ce cas, le symbole courant dépend généralement de symboles passés et l'on dit que l'on transmet à travers un canal à mémoire dans la mesure où un symbole reçu (avec un récepteur linéaire) dépend des $L - 1$ autres symboles. Dans cette partie est présentée la technique de la turbo-égalisation, permettant de compenser de manière itérative l'interférence entre symboles issue d'un canal à mémoire.

2.1 Modèle du système

Afin de compenser l'IES issue généralement d'un canal à mémoire et en particulier du canal discret équivalent qui caractérise notre système FTN, nous présentons différentes stratégies d'égalisation et décodage conjoints pour la reconstruction de l'information. Le schéma de l'émetteur-récepteur est présenté dans la figure 2.

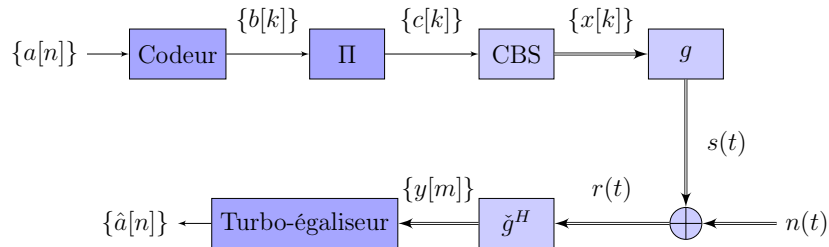


FIGURE 2 – Schéma de l'émetteur-récepteur FTN mono-porteuse

La séquence de bits $\{a[n]\}_{n \in \mathbb{Z}}$ est codée à travers un codeur convolutif de rendement $R = 1/2$ et polynômes générateurs $(7, 5)_8$ [Langton 1999]. Le schéma du codeur convolutif est présenté dans la figure 3. Le contenu ou mémoire de chacun des registres du codeur convolutif et les sorties correspondantes peuvent être représentées par un diagramme en treillis (figure 4). Dans ce diagramme, on note s_i , $i \in \{0, 3\}$ chacun des états possibles du codeur convolutif. En outre, les transitions possibles entre deux états consécutifs sont présentés par des flèches, où la notation sur la branche a_0/b_1b_2 dénote $a[n] = a_0$ l'entrée du premier registre et $b[2k - 1] = b_1$, $b[2k] = b_2$ les deux sorties.

La séquence de bits codés $\{b[k]\}$ est entrelacé en utilisant un entrelaceur aléatoire donnant la séquence $\{c[k]\}$, qui est utilisée par le convertisseur bits symboles et qui sert

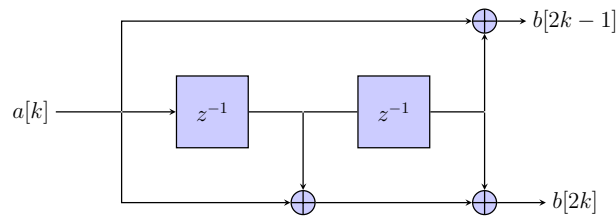
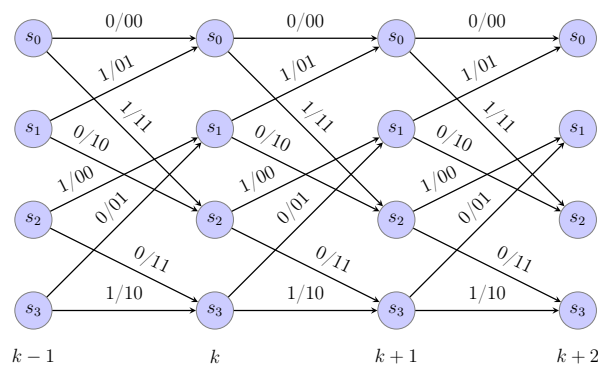
FIGURE 3 – Schéma du codeur convolutif avec polynômes générateurs $(7, 5)_8$.

FIGURE 4 – Diagramme en treillis du codeur convolutif.

comme entrée de l'émetteur déjà présenté dans la figure 1. En réception, le signal $y[m]$ contient de l'IES que l'on veut compenser.

2.2 Structure du turbo-égaliseur

L'égalisation et décodage séparés constituent une approche non-optimale au sens où le récepteur n'est pas capable d'atteindre les performances du système orthogonal. Pour cela, on introduit la notion de turbo-égalisation. La turbo-égalisation est basée sur des échanges itératifs entre l'égaliseur et le décodeur en réalisant un processus intermédiaire d'entrelacement-désentrelacement. La structure du turbo-égaliseur est présentée dans la figure 5. Dans cette figure, on identifie les deux blocs principaux du turbo-égaliseur.

1. Égaliseur : chargé de compenser l'interférence en utilisant le modèle de canal qui a été formalisé dans la partie 1.4.
2. Décodeur : il reçoit la séquence désentrelacée et en extrait deux séquences, une séquence correspondante à l'estimation des bits codés et la séquence de bits non-codés.

Dans le contexte de la turbo-égalisation, on appellera séquence *a priori* la séquence en entrée d'un bloc provenant de l'autre bloc du turbo-égaliseur et séquence *a posteriori*

la séquence codée en sortie de ces deux blocs principaux. Il ne faut pas confondre cette convention avec celle qui est prise lors du développement de l'égaliseur¹. De cette manière, l'égaliseur a deux entrées, d'une part la séquence *a priori* fournie par le décodeur, qui correspond à une estimation des symboles en entrée du canal, et d'autre part la séquence de symboles en sortie du canal de transmission, affectée d'IES et de BABG.

En outre, nous identifions deux conditions nécessaires de convergence pour cette structure itérative [Koetter 2004].

- Entrelacer la séquence *a posteriori* pour la décorréler entre l'égaliseur et le décodeur.
- La séquence *a priori* en entrée d'un bloc doit être soustraite en sortie pour éviter un retour direct entre détecteurs. De cette manière, on appelle information extrinsèque à la séquence issue de la soustraction entre la sortie d'un bloc égaliseur/décodeur est son entrée, pour chaque itération.

Par ailleurs, les blocs du turbo-égaliseur travaillent avec des séquences souples, c'est-à-dire, que l'estimation de chaque valeur de la séquence est accompagnée du degré de confiance que l'on a sur celle-ci. Cette valeur, appelée Logarithme du Rapport de Vraisemblance (LRV), est définie pour une séquence binaire quelconque à l'instant k

$$L(a[k]) = \ln \frac{\Pr(a[k] = 1)}{\Pr(a[k] = -1)}. \quad (6)$$

De cette manière, $L(a[k]) = 0$ implique que l'on a aucune information sur la valeur $a[k]$ et $L(a[k]) = \pm\infty$ implique un degré de confiance absolu sur la valeur $a[k] = \pm 1$.

Soit $\mathbf{y} = [y(1) \dots y(N-1)]$ un vecteur de symboles avec N la taille de la séquence de symboles en entrée du turbo-égaliseur. Alors nous définissons, en utilisant (6), $L(\hat{c}[k]|\mathbf{y})$ le LRV de la valeur estimée $\hat{c}[k]$ sachant l'observation \mathbf{y} , $L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{y})$ et $L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{y})$ les LRV extrinsèques des valeurs estimés $\hat{c}[k]$ et $\hat{b}[k]$ sachant \mathbf{y} . Soit $\mathbf{p} = [L_{ext}(\hat{b}[0]|\mathbf{y}) \dots L_{ext}(\hat{b}[N-1]|\mathbf{y})]$ la séquence de LRV extrinsèques après desentrelacement, sachant \mathbf{y} . Nous définissons ainsi $L(\hat{b}[k]|\mathbf{p})$ le LRV de la valeur estimée $\hat{b}[k]$ sachant \mathbf{p} , $L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{p})$ et $L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{p})$ les LRV extrinsèques des valeurs estimés $\hat{b}[k]$ et $\hat{c}[k]$ sachant \mathbf{p} .

Le fait que le logarithme du rapport de vraisemblance ne soit défini que pour des symboles binaires aura une importance lors de l'introduction de l'égaliseur. Pour des alphabets non-binaires, une conversion Soft-Input Soft-Output (SISO) de LRVs en symboles sera nécessaire en entrée de ce bloc du turbo-égaliseur. En particulier, l'égaliseur linéaire travaille avec des symboles et non pas avec des LRV et devra fournir des LRV à sa sortie.

Le processus itératif réalisé par le turbo-égaliseur est résumée dans l'algorithme 1.

1. Lors du développement de l'égaliseur non-linéaire, on appellera information *a priori* celle relative aux états passés du diagramme de treillis et information *a posteriori* celle relative aux états futurs du treillis.

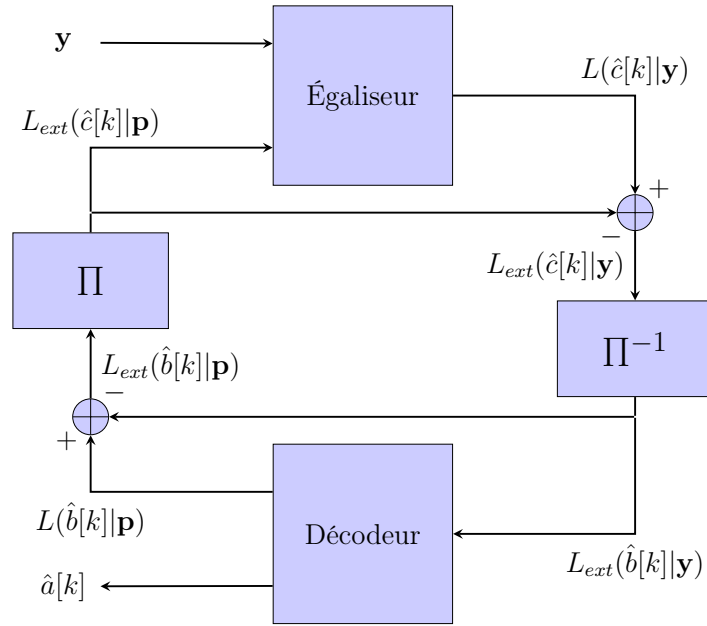


FIGURE 5 – Schéma du récepteur avec turbo-égalisation.

Dans ce rapport, trois stratégies d'égalisation sont introduites : l'égalisation non-linéaire *Maximum a Posteriori* (MAP) ainsi que les égalisations linéaires *Minimum Mean Square Error* (MMSE) et *Zero-Forcing* (ZF). Ces trois stratégies d'égalisation sont détaillées dans les parties suivantes. En ce qui concerne le décodage, le critère MAP sera utilisé systématiquement.

Algorithm 1 Turbo-égalisation

$$L(\hat{c}[k]|\mathbf{y}) = \text{egaliseur}(\mathbf{y})$$

$$L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{y}) = \text{desentrelaceur}(L(\hat{c}[k]|\mathbf{y}))$$
for each i in $iterations - 1$ **do**

$$L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{p}) = \text{decodeur}(L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{y})) - L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{y})$$

$$L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{p}) = \text{entrelaceur}(L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{p}))$$

$$L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{y}) = \text{egaliseur}(L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{p}), \mathbf{y}) - L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{p})$$

$$L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{y}) = \text{desentrelaceur}(L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{y}))$$
end for

$$\hat{a}[k] = \text{decodeur}(L_{ext}(\hat{b}[k]|\mathbf{y}))$$

2.3 Égalisation *Maximum a Posteriori*

Considérons un alphabet BPSK en émission. La séquence reçue après canal à mémoire de longueur L et $n[k] \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ s'écrit

$$y[k] = \sum_{l=0}^{L-1} h[l]x[k-l] + n[k], \quad x[k] \in \{-1, 1\}, \quad \forall k \in [1, N]. \quad (7)$$

avec $h[l], l \in \{0, L-1\}$ les coefficients du canal discret équivalent. Un exemple de canal avec trois coefficients $h[0] = 0,407$, $h[1] = 0,815$, $h[2] = 0,407$ issu du modèle de canal Proakis B [Proakis 2001] est présenté dans la figure 6.

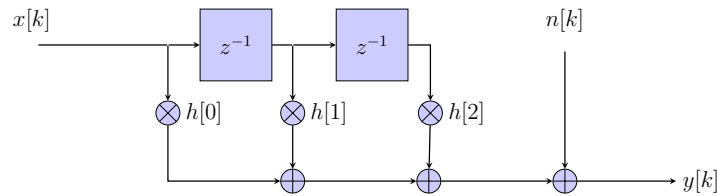


FIGURE 6 – Schéma du canal de transmission à mémoire avec trois coefficients et BABG.

De la même manière que nous l'avons fait pour la mémoire introduite par le codeur convolutif, la mémoire introduite par le canal discret équivalent peut être présentée comme une structure en treillis (figure 7). Nous notons que le nombre d'états du treillis est M^{L-1} dans le cas général d'un alphabet à M symboles. La notation sur chaque branche indique pour un instant k le symbole entrant $x[k]$ et le symbole sortant du canal $y[k]$. Par ailleurs, on notera S l'ensemble des états du treillis et Ω l'ensemble de possibles transitions entre ces états.

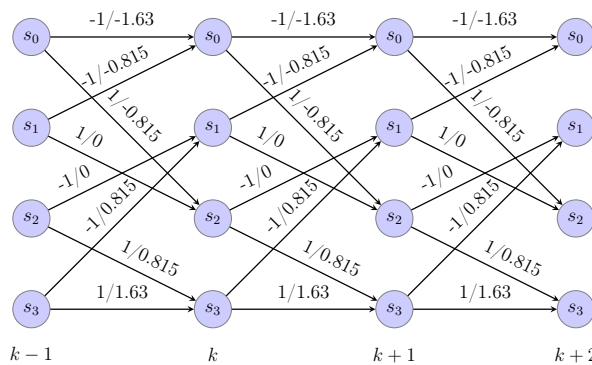


FIGURE 7 – Diagramme en treillis du canal à mémoire avec trois coefficients.

L'objectif est la maximisation de la probabilité *a posteriori* $\Pr\{\tilde{x}[k] = x | \mathbf{y}\}$ sachant

$x \in \{+1, -1\}$

$$\hat{x}[k] = \underset{\tilde{x}[k]}{\operatorname{argmax}} \Pr(\tilde{x}[k] = x | \mathbf{y}), \quad \mathbf{y} = [y[1] y[2] \dots y[N]], \quad x \in \{-1, 1\} \quad (8)$$

où $\hat{x}[k]$ est l'estimation du symbole à l'instant k . Cette opération peut être réalisée efficacement à l'aide de l'algorithme *Bahl, Cocke, Jelinek, Raviv* (BCJR) [Bahl 1974]. La probabilité *a posteriori* est proportionnelle à la probabilité de la transition correspondante entre deux états du treillis s_i et s_j sachant \mathbf{y} [Abrantes 2004] :

$$\Pr(\tilde{x}[k] = x | \mathbf{y}) \sim \Pr(s[k] = s_i, s[k+1] = s_j | \mathbf{y}). \quad (9)$$

Cette probabilité peut être découpée en trois facteurs : la probabilité sachant les observations passées, la probabilité sachant l'observation courante en k et la probabilité sachant les observations futures

$$\underbrace{\Pr(s[k] = s_i, \mathbf{y}_{<k})}_{\alpha_i[k]} \underbrace{\Pr(y[k], s[k+1] = s_j | s[k])}_{\gamma_{i,j}[k]} \underbrace{\Pr(\mathbf{y}_{>k} | s[k+1] = s_j)}_{\beta_j[k]}. \quad (10)$$

Pour calculer les coefficients $\gamma_{i,j}[k]$, on utilise la structure en treillis du canal : on connaît les sorties du canal non bruitées $v_{i,j}$ où les indices $\{i, j\}$ désignent que la sortie est associée au passage de l'état s_i à l'état s_j dans S . En considérant le canal BABG :

$$\gamma_{ij}[k] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(y[k]-v_{i,j})^2/2\sigma^2}. \quad (11)$$

Le facteur $\alpha_i[k]$ traduit la probabilité de l'état s_i à l'instant k avec la connaissance de la séquence reçue aux instants passés. On peut donc calculer la valeur $\alpha_i[k]$ récursivement pour chaque nouveau symbole reçu, d'où l'appellation *forward* de l'algorithme :

$$\alpha_i[k] = \sum_{s_j \in S} \alpha_j[k-1] \gamma_{i,j}[k-1]. \quad (12)$$

Le facteur $\beta_j[k]$ traduit la probabilité des observations futures sachant l'état s_j à l'instant k . De manière complémentaire, on peut calculer récursivement $\beta_j[k]$, d'où l'appellation *backward* de l'algorithme :

$$\beta_j[k] = \sum_{s_i \in S} \beta_i[k+1] \gamma_{i,j}[k+1]. \quad (13)$$

La probabilité *a posteriori* du symbole à l'instant k est calculée en pondérant la connaissance *a priori* à k ($\alpha_i[k]$) par les probabilités de transition $\gamma_{i,j}[k]$ et par la connaissance *a*

posteriori à k ($\beta_j[k]$) pour toutes les transitions possibles dans Ω :

$$\Pr(\tilde{x}[k] = x|\mathbf{y}) = \sum_{(i,j) \in \Omega; x_{i,j}=x} \alpha_i[k] \gamma_{i,j}[k] \beta_j[k]. \quad (14)$$

Cette probabilité est reformulée par le LRV, ce qui fournit une information souple sur la vraisemblance *a posteriori* du symbole $\tilde{x}[k]$ pour un alphabet binaire :

$$L(\tilde{x}[k]|\mathbf{y}) = \ln \frac{\Pr(\tilde{x}[k] = 1|\mathbf{y})}{\Pr(\tilde{x}[k] = -1|\mathbf{y})}. \quad (15)$$

Le logarithme du rapport de vraisemblance s'écrit finalement

$$L(\hat{c}[k]|\mathbf{y}) = \ln \frac{\sum_{(i,j) \in \Omega; x_{i,j}=+1} \alpha_i[k] \gamma_{i,j}[k] \beta_j[k]}{\sum_{(i,j) \in \Omega; x_{i,j}=-1} \alpha_i[k] \gamma_{i,j}[k] \beta_j[k]}. \quad (16)$$

L'algorithme décrit précédemment consiste à la première version de l'algorithme BCJR. Il existe aujourd'hui des versions à moindre complexité qui remplacent celui-ci. En particulier, une version sous-optimale de l'algorithme, appelée log-MAP et une version également optimale appelée max-log-MAP ont été proposées pour en réduire la complexité [Robertson 1995]. Ces algorithmes sont basés sur le remplacement des produits par des opérations d'addition en travaillant avec des métriques logarithmiques. Une autre version du BCJR basé sur une exploration partielle du treillis est proposée dans [Fertonani 2006]

L'algorithme BCJR est un algorithme de décodage basé sur les structures de treillis qui décode chaque bit ou symbole d'information (selon que l'on parle de détection de symbole optimale dans un canal avec mémoire ou décodage optimale d'un codeur convolutif respectivement) en utilisant le critère MAP sous la forme récursive. Cette approche contraste avec l'algorithme de Viterbi, qui effectue une décision par maximum de vraisemblance (MV) sur toute la séquence. L'algorithme de Viterbi classique ne permet donc pas d'être utilisé dans le cadre de la turbo-égalisation.

Dans la figure 8 sont présentées les performances de l'égaliseur MAP implémenté sous Matlab en utilisant la technique *forward-backward*, comparé aux performances obtenues en utilisant l'égaliseur de Viterbi de la librairie Matlab. On vérifie que les performances de ces deux égaliseurs sont équivalentes, la différence étant que le premier admet une utilisation dans le cadre de la turbo-égalisation, comme on l'a dit précédemment. De plus, il faut remarquer que ces deux approches fournissent des décisions optimales sur canal à mémoire et BABG.

En ce qui concerne la complexité de l'algorithme BCJR, celui-ci requiert une estimation du canal pour créer la structure de treillis utilisé par le processus *forward-backward*. Ce treillis est composé de M^{L-1} états où M correspond à la taille de l'alphabet et L correspond au nombre de coefficients du canal. La complexité est donc exponentielle avec la taille de

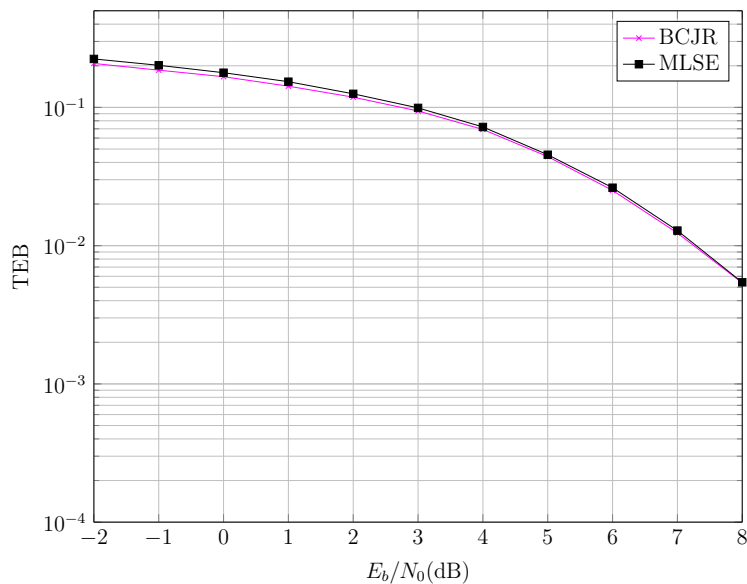


FIGURE 8 – Comparaison entre les performances de l'égaliseur BCJR implémenté et l'égaliseur de Viterbi présent sous Matlab.

l'alphabet et avec la longueur du canal. Dans le cadre du FTN, la complexité de l'algorithme sera donc caractérisé par le modèle de canal discret équivalent, dépendant de la mise en forme et du facteur d'accélération. La complexité de l'égaliseur BCJR motivera une étude sur la troncature du modèle de canal dans la partie 3.3. D'autre part, il faut noter que dans l'algorithme BCJR il faut parcourir le treillis une fois dans la direction *forward* et une fois dans la direction *backward*. La complexité de cet algorithme est donc deux fois la complexité que l'algorithme de Viterbi. D'autre côté, les coefficients α_i doivent être stockés dans le passage *forward*, donc le BCJR demande plus de mémoire. De l'autre côté, une évaluation de l'importance des coefficients β_i (mécanisme *backward*) s'avère intéressante, celle-ci diminuant lorsque le rapport E_b/N_0 augmente.

Au niveau de l'implémentation, il est important de considérer la phase transitoire de convolution de la séquence émise par le canal lorsque l'on construit les états initial et final de l'algorithme. Si cela n'est pas pris en compte, l'algorithme montre une diminution des performances pour des E_b/N_0 importants (au-delà de 20 dB). Concrètement, une incohérence entre le treillis du canal et les symboles reçus apparaît, ce qui entraîne des erreurs systématiques qui sont propagées tout au long du treillis. Il faut donc compenser cet effet transitoire de convolution pour de hautes E_b/N_0 en effectuant dans le récepteur une étape de mise en forme des premiers symboles en sortie du canal. Il faut tout de même remarquer que ce phénomène n'est pas observé dans la plage E_b/N_0 qui nous intéresse (0 dB jusqu'à 10 dB).

Il est à noter que le décodeur pour le code convolutif $(7, 5)_8$ présenté dans 3 utilise

également l'algorithme BCJR suivant un formalisme équivalent de celui qui a été présenté au cours de cette partie.

Ainsi, en combinant l'égaliseur MAP et le décodeur MAP tel que précisé dans la figure 5, on obtient le turbo-égaliseur MAP-MAP. La figure 9 montre les performances du turbo-égaliseur MAP-MAP (à égalisation MAP et décodage MAP) implémenté après 1 jusqu'à 4 itérations en supposant un canal Proakis B. On constate que ce récepteur converge après un nombre donné d'itérations vers les performances du système orthogonal codé, présentées en ligne pointillée. La complexité du récepteur est finalement fixée par l'égaliseur utilisé et par le nombre nécessaire d'itérations afin de converger vers un système équivalent codé mais sans IES.

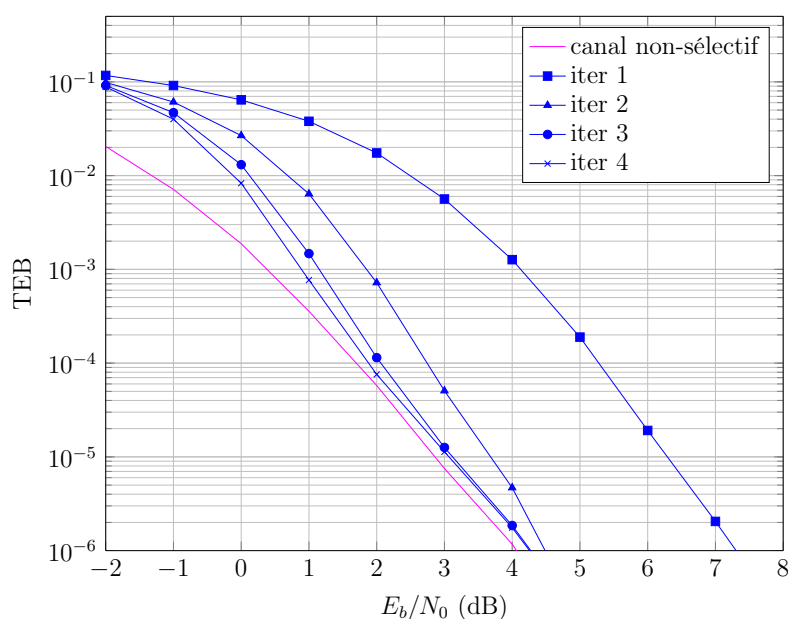


FIGURE 9 – Performances du turbo-égaliseur MAP-MAP sur canal Proakis B comparées aux performances du système orthogonal.

On observe dans la figure 10 que la performance du turbo-égaliseur augmente lorsque l'on augmente la taille des trames entrelacées. Cette caractéristique est en relation avec les conditions de convergence énoncées précédemment. Il faut remarquer le compromis existant entre la performance du turbo-égaliseur et le délai introduit par le bloc entrelaceur.

On constate dans la figure 11 que la performance du turbo-égaliseur augmente lorsque la taille des blocs en entrée augmente, ce qui est cohérent avec la théorie de l'information énoncée dans [Shannon 1948]. On note tout de même un compromis entre la performance apportée par l'augmentation de la taille des blocs et le délai introduit par le turbo-égaliseur.

Lorsque l'on veut généraliser le turbo-égaliseur aux alphabets non-binaires, il faut alors introduire un convertisseur M -aire binaire afin que le décodeur puisse interpréter l'infor-

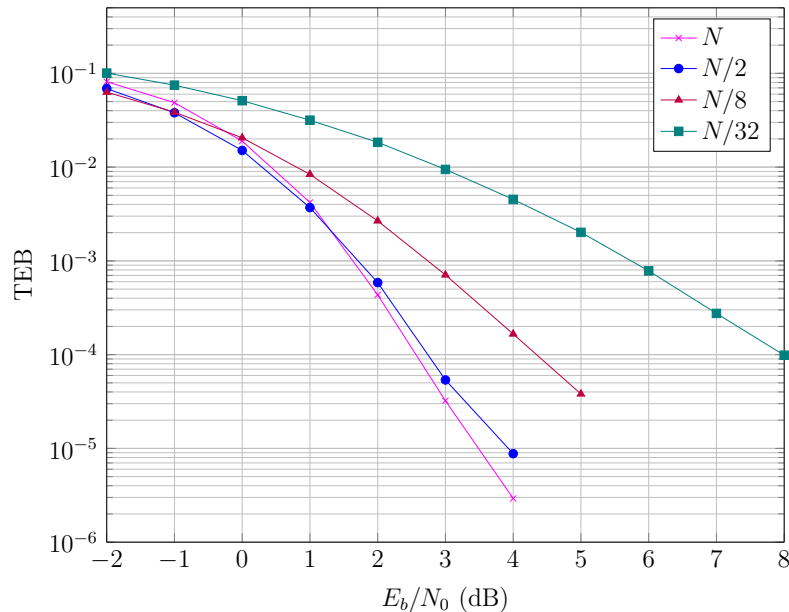


FIGURE 10 – Impact de la taille d'entrelacement sur les performances du turbo-égaliseur MAP-MAP avec N la taille des blocs.

mation à son entrée indépendamment de la modulation utilisée. Cette étape est d'ailleurs dépendante du type d'égaliseur utilisé (linéaire ou non-linéaire) [Laot 1997].

Le turbo-égaliseur à égalisation MAP est très coûteux en temps, notamment lorsque l'on utilise des modulations non-binaires ou lorsque la mémoire du canal est importante. En revanche, la complexité du décodeur MAP est indépendante du canal et croît exponentiellement avec le nombre de registres du codeur convolutif m . Nous constatons en faisant des simulations que la complexité de l'algorithme reste abordable pour un treillis à 128 états soit pour un canal à 7 coefficients avec alphabet binaire.

Pour faire face à cette limitation en terme de complexité de l'égaliseur MAP, nous nous intéressons dans la partie suivante à des mécanismes d'égalisation linéaire. Néanmoins, cette simplification entraînera une baisse des performances du turbo-égaliseur. Nous retrouverons ainsi un nouveau compromis entre performance et complexité, tel qu'introduit dans la partie 1.3.

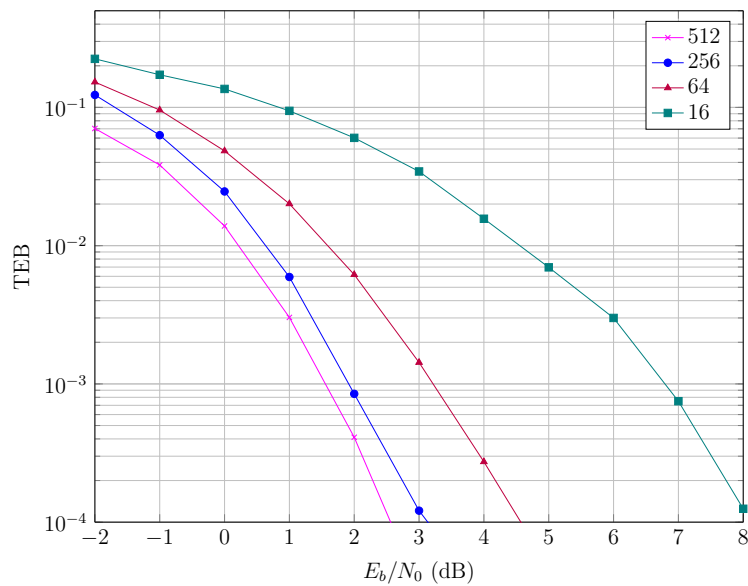


FIGURE 11 – Impact de la taille des blocs sur les performances du turbo-égaliseur MAP-MAP.

2.4 Égalisation linéaire

Le schéma du récepteur itératif étant celui de la figure 5, la spécificité de ce nouveau récepteur est la mise en œuvre de l'égaliseur. Dans un premier temps, nous nous intéressons à un égaliseur linéaire utilisant le critère du *Minimum Mean Square Error* (MMSE) pour l'égalisation d'un signal modulé à deux états.

L'égalisation linéaire en turbo-égalisation peut être décomposée en quatre étapes illustrées dans la figure 13.

1. Conversion SISO en entrée de LRV en symboles souples estimés *a priori*.
2. Suppression d'interférence avec les symboles estimés *a priori*.
3. Filtrage linéaire.
4. Conversion SISO de symboles estimés *a posteriori* en LRV en sortie.

Conversion SISO en entrée

Le convertisseur M -aire en entrée fait une estimation souple $\tilde{x}[k]$ du symbole envoyé à l'instant k en utilisant le LRV extrinsèque $L_{ext}(\hat{c}[k]|\mathbf{p})$ fourni par le décodeur après

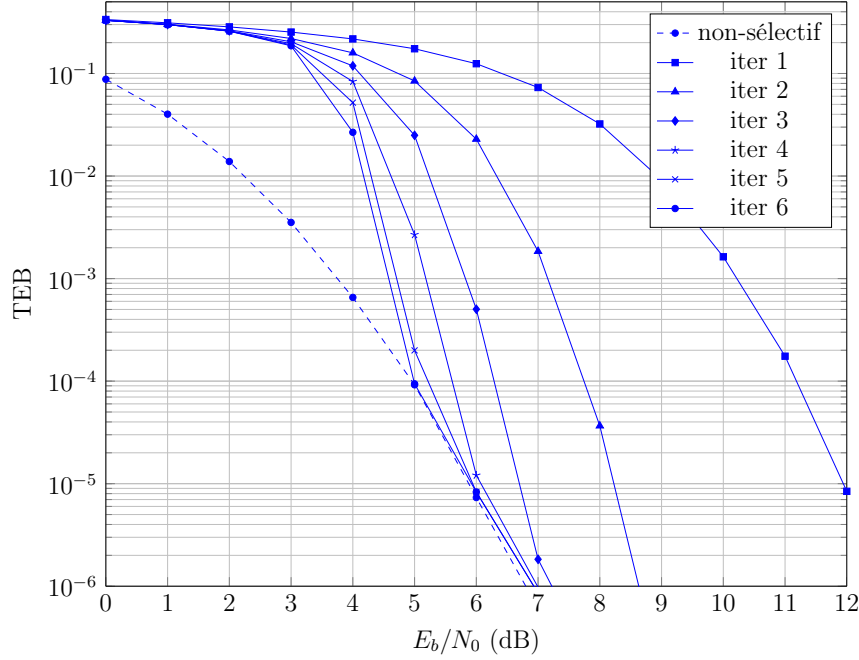


FIGURE 12 – Performances du turbo-égaliseur MAP-MAP sur canal Proakis C [Proakis 2001] comparées aux performances du système orthogonal.

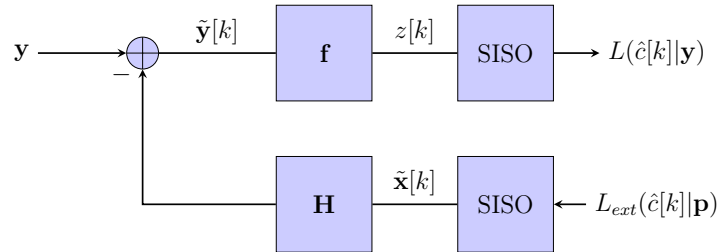


FIGURE 13 – Schéma de l'égaliseur linéaire en turbo-égalisation.

entrelacement. Cette estimation est faite en calculant l'espérance mathématique du symbole

$$\tilde{x}[k] = E\{x[k]\} = \sum_{l=0}^{M-1} x_l[k] \Pr_a(x_l[k]) \quad (17)$$

où $E\{\cdot\}$ est l'opérateur espérance et $\Pr_a(x_l[k])$ est la probabilité *a priori* du l -ième symbole de l'alphabet à l'instant k . En considérant que $x_l[k]$ est composé de m bits statistiquement indépendants avec $m = \log_2(M)$

$$\Pr_a(x_l[k]) = \prod_{q=0}^{m-1} \Pr_a(c_l[m \cdot k + q]) \quad (18)$$

où $c_l[m \cdot k + q]$ est le q -ième bit associé au l -ième symbole de l'alphabet à l'instant k . Ainsi, la probabilité de chacun des bits pour un symbole donné s'écrit [Berrou 2007] :

$$\Pr_a(c_l[m \cdot k + q]) = \frac{1}{2} \left(1 + (2c_l[m \cdot k + q] - 1) \tanh \left(\frac{L_{ext}(\hat{c}[m \cdot k + q]|\mathbf{p})}{2} \right) \right). \quad (19)$$

Suppression d'interférence

Les symboles $\tilde{x}[k]$, $k \in \{0, N - 1\}$ estimés *a priori* pour chaque itération du turbo-égaliseur sont alors utilisés pour effectuer une suppression partielle d'interférence :

$$\tilde{\mathbf{y}}[k] = \mathbf{y}[k] - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{x}}[k], \quad \forall k \in \{0, N - 1\} \quad (20)$$

où $\mathbf{y}[k] = [y[k] \ y[k - 1] \ \dots \ y[k - F + 1]]$ avec F la longueur du filtre MMSE et $\tilde{\mathbf{x}}[k] = [\tilde{x}[k] \ \tilde{x}[k - 1] \ \dots \ \tilde{x}[k - F - L + 1]]$ avec L la longueur du canal discret équivalent. En pratique, le coefficient en $k - \Delta$ du vecteur $\tilde{\mathbf{x}}[k]$ est mis à zéro pour annuler les termes d'interférence seulement et non le signal utile, avec Δ un délai de restitution assurant la causalité du système. Ci-dessous est présenté un exemple d'annulation d'interférences avec $F = 3$, $\Delta = 2$, $L = 3$ à l'instant discret $k = 7$:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{y}[7] \\ \tilde{y}[6] \\ \tilde{y}[5] \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{y}}[7]} = \underbrace{\begin{pmatrix} y[7] \\ y[6] \\ y[5] \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}[7]} - \underbrace{\begin{pmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & h_2 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{H}} \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{x}[7] \\ \tilde{x}[6] \\ 0 \\ \tilde{x}[4] \\ \tilde{x}[3] \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{x}}[7]}. \quad (21)$$

Filtrage linéaire

Après annulation partielle d'interférence, un filtrage MMSE est effectué :

$$z[k] = \mathbf{f}^T \tilde{\mathbf{y}}[k] \quad (22)$$

avec \mathbf{f} les F coefficients du filtre, calculés de manière à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre l'estimation $z[k]$ et le symbole $x[k - \Delta]$ envoyé à l'instant $k - \Delta$:

$$\mathbf{f} = \underset{\tilde{\mathbf{f}}}{\operatorname{argmax}} \operatorname{E}\{|z[k] - x[k - \Delta]|^2\}. \quad (23)$$

Par le théorème de projection :

$$\mathbb{E}\{(z[k] - x[k - \Delta]) \tilde{\mathbf{y}}[k]^H\} = 0. \quad (24)$$

En développant cette expression, les coefficients du filtre s'écrivent

$$\mathbf{f}^* = \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{y}}[k] \tilde{\mathbf{y}}[k]^H\}^{-1} \mathbb{E}\{x^*[k - \Delta] \tilde{\mathbf{y}}[k]\}. \quad (25)$$

avec $\{\cdot\}^*$ l'opérateur conjugué. En écrivant

$$\mathbb{E}\{x^*[k - \Delta] \tilde{\mathbf{y}}[k]\} = \mathbb{E}\{x^*[k - \Delta] \mathbf{H}(\mathbf{x}[k] - \tilde{\mathbf{x}}[k])\} = \mathbf{h}_\Delta \sigma_x^2 \quad (26)$$

où \mathbf{h}_Δ est la Δ -ième colonne de \mathbf{H} , et en développant

$$\mathbf{f}^* = \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{y}}[k] \tilde{\mathbf{y}}[k]^H\} \quad (27)$$

$$= \mathbf{H} \mathbb{E}\{(\mathbf{x}[k] - \tilde{\mathbf{x}}[k])(\mathbf{x}[k] - \tilde{\mathbf{x}}[k])^H\} \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I}_F \quad (28)$$

$$= (\sigma_x^2 - \sigma_{\tilde{x}}^2) \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_{\tilde{x}}^2 \mathbf{h}_\Delta \mathbf{h}_\Delta^H + \sigma_w^2 \mathbf{I}_F \quad (29)$$

on obtient l'expression des coefficients du filtre suivant le critère MMSE

$$\mathbf{f}^* = [(\sigma_x^2 - \sigma_{\tilde{x}}^2) \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_{\tilde{x}}^2 \mathbf{h}_\Delta \mathbf{h}_\Delta^H + \sigma_w^2 \mathbf{I}_F]^{-1} \mathbf{h}_\Delta \sigma_x^2. \quad (30)$$

avec \mathbf{I}_F la matrice identité de taille F .

Conversion SISO en sortie

Après filtrage linéaire, la dernière étape de l'égaliseur consiste à convertir les symboles estimés $z[k]$ en LRV *a posteriori* suivant l'expression

$$L(\hat{c}[k]|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\Pr(\hat{c}[k] = 1|z[k])}{\Pr(\hat{c}[k] = 0|z[k])} \right). \quad (31)$$

La probabilité d'avoir envoyé 0 ou 1 correspond à la somme des probabilités d'avoir envoyé les symboles $x_l[k]$ contenant 0 ou 1

$$L(\hat{c}[k]|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{x_l/x_{l,q}=1} \Pr(x[k] = x_l|z[k])}{\sum_{x_l/x_{l,q}=0} \Pr(x[k] = x_l|z[k])} \right). \quad (32)$$

où la notation $x_l/x_{l,q} = 1$ traduit le fait que le q -ième bit du symbole de $x_l[k]$ de l'alphabet est égal à 1. En utilisant le théorème de Bayes on peut écrire

$$L(\hat{c}[k]|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{x_l/x_{l,q}=1} \Pr(z[k] | x[k] = x_l) \Pr_a(x_l[k])}{\sum_{x_l/x_{l,q}=0} \Pr(z[k] | x[k] = x_l) \Pr_a(x_l[k])} \right). \quad (33)$$

D'autre part, le symbole estimé $z[k]$ peut être décomposé en la somme du signal utile pondéré et affecté d'un bruit $v[k] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$ [Berrou 2007]

$$z[k] = g_\Delta x[k - \Delta] + v[k], \quad g_\Delta = \mathbf{f}^T \mathbf{h}_\Delta. \quad (34)$$

En utilisant l'hypothèse $v[k] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$, on obtient l'expression de la variance du bruit résiduel en sortie de l'égaliseur [Laot 2005] :

$$\sigma_v^2 = \sigma_x^2 g_\Delta (1 - g_\Delta). \quad (35)$$

Le caractère gaussien du bruit en sortie de l'égaliseur serait à remettre en question, cette hypothèse étant seulement justifiée par la simplicité des développements et par le fait que les résultats sont satisfaisants. La probabilité *a posteriori* s'écrit

$$\Pr(z[k] | x[k] = x_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} e^{-\frac{|z[k]-g_\Delta x_l|^2}{\sigma_v^2}}. \quad (36)$$

Finalement, le LRV en sortie de l'égaliseur MMSE s'écrit

$$L(\hat{c}[k]|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{x_l/x_{l,q}=1} \Pr_a(x_l[k]) e^{-\frac{|z[k]-g_\Delta x_l|^2}{\sigma_v^2}}}{\sum_{x_l/x_{l,q}=0} \Pr_a(x_l[k]) e^{-\frac{|z[k]-g_\Delta x_l|^2}{\sigma_v^2}}} \right). \quad (37)$$

Les résultats de simulation du turbo-égaliseur MMSE-MAP sont présentés dans la figure 14. La simulation a été faite avec une longueur de filtre $F = 5$ et un retard de restitution $\Delta = 4$. Pour annuler l'interférence produite par le canal, la longueur du filtre doit être au moins égale à la longueur du canal $F \geq L$.

Si l'on veut réduire davantage la complexité du turbo-égaliseur linéaire et éviter l'estimation de σ_n^2 , on peut s'intéresser à effectuer le bloc égaliseur en utilisant la technique du *Zero-Forcing*. Le ZF est basé sur une inversion simple du canal de transmission. Il ne tient pas compte du bruit, ce qui deviendra très pénalisant pour des E_b/N_0 faibles.

On remarque que la technique du Zero-Forcing en turbo-égalisation prend une forme assez particulière du fait de travailler avec une information *a priori* à chaque itération du turbo-égaliseur. C'est pour cette raison qu'il faut distinguer deux cas de figure. Lorsque le bloc égaliseur effectue la première opération d'égalisation sans information *a priori*, il

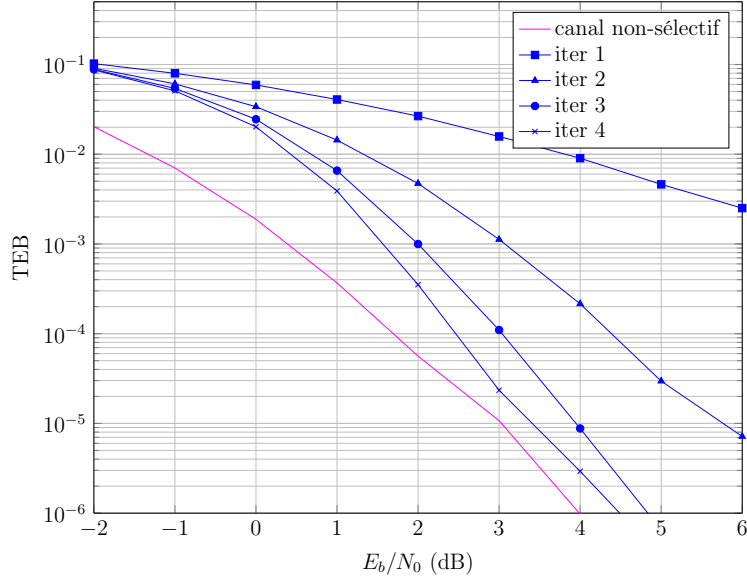


FIGURE 14 – Performances du turbo-égaliseur MMSE-MAP sur canal Proakis B comparées aux performances du système orthogonal.

effectue en effet une inversion classique du canal à partir de ses coefficients. À partir de la première itération du turbo-égaliseur, une information *a priori* sur les symboles en entrée du canal estimés est disponible.

En regardant de plus près l'expression en sortie de l'anneau d'interférence (20) utilisé dans l'approche MMSE, on s'aperçoit que $\tilde{\mathbf{y}}[k]$ est un vecteur de F coefficients avec L coefficients non nuls, avec

$$\tilde{y}_i[k] = \tilde{x}[k - \Delta]h[i], \quad i \in \{0, L - 1\}, \quad k \in \{0, N - 1\}. \quad (38)$$

L'opération d'inversion du canal à partir de l'anneau d'interférence peut s'écrire tout simplement

$$z[k] = \mathbf{f}^T \tilde{\mathbf{y}}[k], \quad \mathbf{f} = \frac{\mathbf{h}_\Delta}{\mathbf{h}_\Delta^T \mathbf{h}_\Delta} \quad (39)$$

où le filtre \mathbf{f} est le cas particulier du filtre MMSE lorsque l'on considère une estimation parfaite des symboles *a priori* et un rapport E_b/N_0 qui tend vers l'infini. Les résultats de simulation du turbo-égaliseur ZF-MAP sont présentés dans la figure 15.

Le turbo-égaliseur ZF-MAP présente une baisse notable en performance par rapport à MAP-MAP et MMSE-MAP. On remarque par exemple un écart de 2.2 dB entre celui-ci et la performance sur canal non-sélectif pour un $\text{TEB} = 10^{-6}$ et 10 itérations. En comparaison, le turbo-égaliseur MAP-MAP présente un écart de 0,2 dB pour ce même TEB au bout de 2 itérations seulement, alors que le MMSE-MAP a un écart de 0.9 dB pour ce

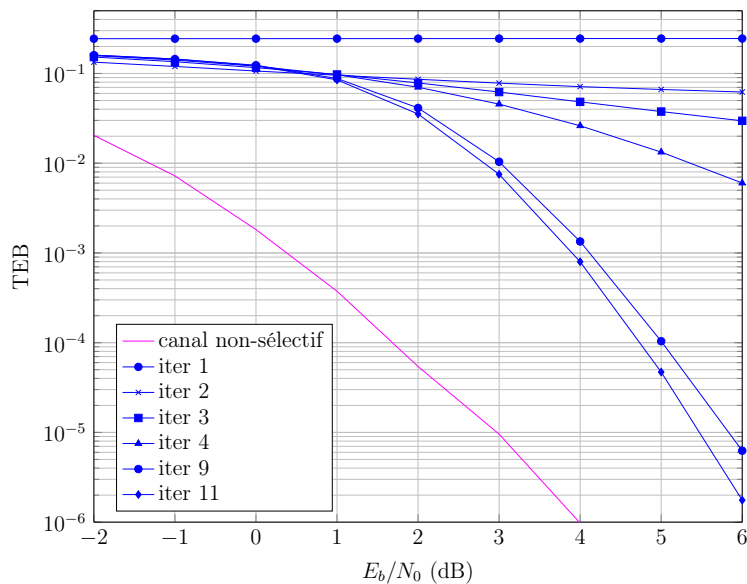


FIGURE 15 – Performance du turbo-égaliseur ZF-MAP sur canal Proakis B comparée à la performance sur canal non-sélectif.

même nombre d'itérations.

Compte tenu des résultats que l'on obtient par simulation et des considérations sur la complexité des différents récepteurs, le turbo-égaliseur MMSE-MAP présente un très bon compromis entre performance et complexité, notamment pour des canaux avec une mémoire importante et pour des alphabets non-binaires.

2.5 Étude de la convergence du turbo-égaliseur : courbes *EXtrinsic Information Transfer* (EXIT)

Nous avons présenté dans les parties précédentes la performance du turbo-égaliseur en termes de TEB en fonction E_b/N_0 . La convergence du turbo-égaliseur peut être caractérisée à l'aide des courbes *EXtrinsic Information Transfer* (EXIT). Ces courbes tracent la variation de l'information mutuelle moyenne entre le LRV en sortie d'un bloc décodeur ou égaliseur du turbo-égaliseur et les symboles en entrée du canal, pour un E_b/N_0 donné [Ten Brink 2001].

Pour le calcul de l'information mutuelle moyenne, on considère le signal en sortie du

canal ou du codeur convolutif, affecté d'un BABG selon l'expression

$$y = x + n, \quad n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2). \quad (40)$$

L'information mutuelle entre les variables x et y s'écrit

$$I(X; Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \log_2 \frac{f(x, y)}{f(x)f(y)} dy dx. \quad (41)$$

où f désigne la fonction densité de probabilité. En utilisant le théorème de Bayes et $x \in \{+1, -1\}$, avec les symboles indépendants, identiquement distribués

$$I(X; Y) = \frac{1}{2} \sum_{x=+1, -1} \int_{-\infty}^{\infty} f(y|x) \log_2 \frac{f(y|x)}{f(y)} dy. \quad (42)$$

avec la somme comprenant seulement les termes $x = 1$ et $x = -1$. D'autre part, le LRV de x conditionné par l'observation s'écrit

$$L(x|y) = \ln \frac{\Pr(x = +1|y)}{\Pr(x = -1|y)} = L_c y + L(x), \quad L_c = \frac{2}{\sigma^2}. \quad (43)$$

On observe que le signal y a les propriétés d'un LLR. En utilisant les trois relations suivantes

$$f(-y|x) = e^{-L_c y x} f(y|x), \quad (44)$$

$$f(y) = \frac{1}{2}(f(y|x = +1) + f(y|x = -1)), \quad (45)$$

$$f(y|x = -1) = f(-y|x = +1). \quad (46)$$

L'information mutuelle moyenne entre la séquence de symboles \mathbf{x} de taille N et les LRV correspondants après égalisation ou décodage, s'écrit finalement [Hagenauer 2004]

$$I(L; x) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f(L|x = +1) \log_2(1 + e^{-L}) dL = 1 - E\{\log_2(1 + e^{-L})\}. \quad (47)$$

En pratique, l'opérateur espérance mathématique est remplacé par une moyenne dans le temps en faisant l'hypothèse d'ergodicité. En considérant (47), on peut représenter la fonction de transfert d'information mutuelle pour le bloc égaliseur ainsi que pour le bloc décodeur du turbo-égaliseur. La figure 16 présente le dispositif de mesure utilisé pour tracer les courbes EXIT de l'égaliseur. Dans un premier temps, on génère un bloc de données $\mathbf{x} \in \{+1, -1\}$ que l'on affecte du canal à mémoire et d'un BABG, avec un E_b/N_0 fixé, caractérisant la courbe EXIT. L'information *a priori* L_A est modélisée comme le signal transmis x affecté d'un BABG de variance σ_a^2 . L'information mutuelle *a priori* ainsi que

l'information mutuelle *a posteriori* sont alors calculées suivant l'équation (47). En faisant varier σ_a^2 , on peut ainsi représenter l'évolution de $I(L_E; x)$ en fonction de $I(L_A; x)$, ce qui constitue la courbe EXIT de l'égaliseur.

Pour calculer la courbe EXIT du décodeur, on introduit le décodeur en transmission et on supprime la branche du canal, en remplaçant le bloc égaliseur par le bloc décodeur. Une fois que les deux caractéristiques ont été calculées séparément, le diagramme EXIT du turbo-égaliseur complet est tracé en interchangeant les axes du décodeur pour permettre une interprétation simple du processus itératif. En effet, lorsque l'égaliseur produit une information extrinsèque en sortie, celle-ci devient une information *a priori* vis-à-vis du décodeur. De même, l'information extrinsèque en sortie du décodeur devient information *a priori* vis-à-vis de l'égaliseur. Ainsi, l'évolution du gain en information mutuelle à chaque demi-itération peut être représentée par une ligne reliant les deux courbes.

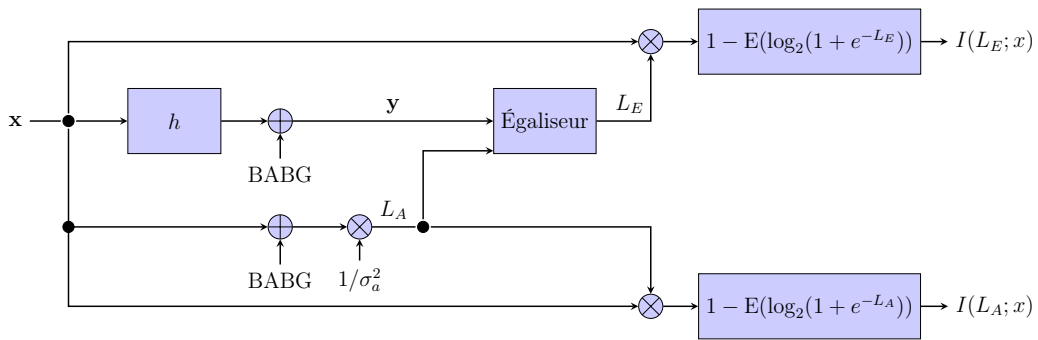


FIGURE 16 – Schéma pratique pour tracer les courbes EXIT du turbo-égaliseur.

Les courbes EXIT permettent d'une part d'établir le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre un certain niveau d'information mutuelle moyenne en sortie du décodeur, ce qui peut être traduit en un taux d'erreur binaire donné. D'autre part, on note dans les courbes EXIT la possibilité que les deux courbes présentent une intersection différente de celle en (1, 1). Lorsque les courbes se croisent, une limite d'information est atteinte et réaliser d'itérations successives n'apporterait rien à la performance du turbo-égaliseur. On note aussi que lorsque les courbes sont plus séparées entre elles, par exemple dans le cas MAP-MAP (figure 17), chaque demi-itération apporte plus de gain en information mutuelle et la limite d'information mutuelle est atteinte avec moins d'itérations. Ce même comportement est visualisé lorsque l'on augmente la valeur de E_b/N_0 .

Pour conclure cette partie, on remarque que l'étude du turbo-égaliseur à l'aide des courbes EXIT nous permet de déduire son comportement asymptotique. Cela constitue une alternative semi-analytique à faible complexité pour en étudier les conditions de convergence.

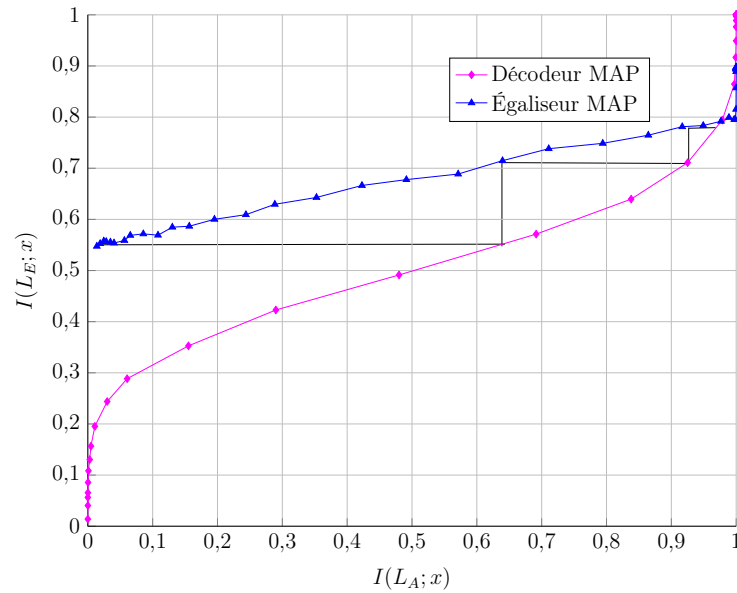


FIGURE 17 – Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MAP-MAP pour $E_b/N_0 = 4$ dB.

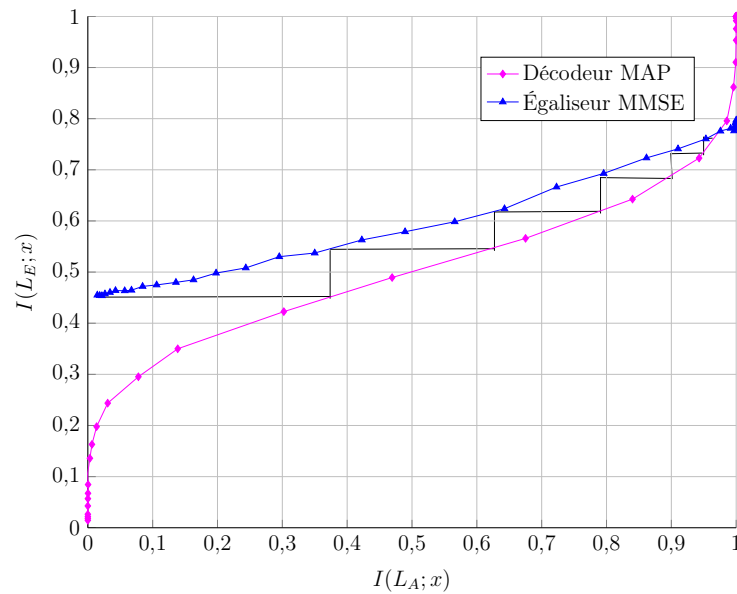


FIGURE 18 – Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MMSE-MAP pour $E_b/N_0 = 4$ dB.

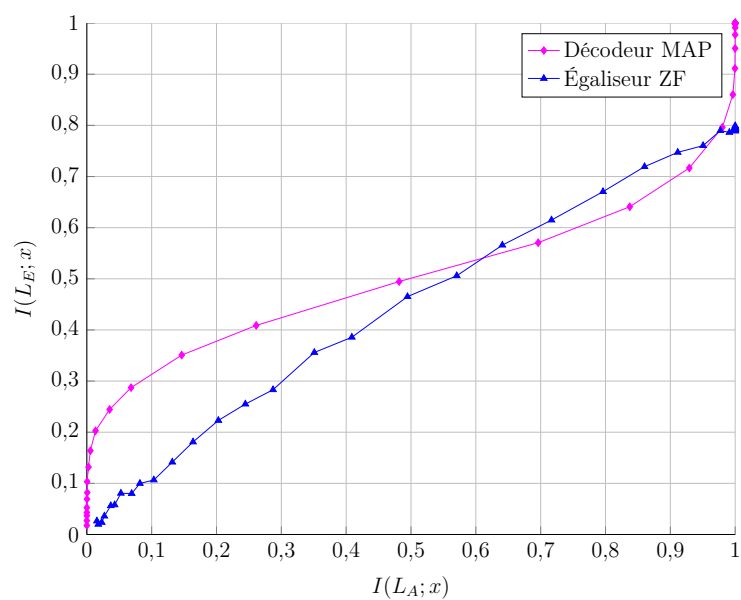


FIGURE 19 – Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur ZF-MAP pour $E_b/N_0 = 4$ dB.

3 Contribution : émetteur-récepteur FTN mono-porteuse

Dans la partie 2, nous avons introduit la technique de la turbo-égalisation, permettant de compenser de manière itérative l'interférence produite par un canal à mémoire. Différentes stratégies d'égalisation ont été présentées, où la complexité algorithmique et son compromis avec les performances ont été mises en exergue.

Cette troisième partie du rapport est consacrée à l'étude du système FTN caractérisé dans la partie 1.4 en utilisant les outils qui ont été appréhendés lors de la partie 2. Lors de cette partie, des précisions sur l'implémentation de l'égaliseur MMSE sont apportées, en particulier des remarques sur la stabilité du convertisseur SISO détaillé dans la partie 2.4. D'autre part, plusieurs solutions à moindre complexité sont proposées au cours de cette partie :

- injection de l'information non-extrinsèque ;
- troncature du canal discret équivalent ;
- égalisation hybride.

Finalement, le codage *Low-Density Parity-Check* (LDPC) est introduit dans l'objectif de se rapprocher des solutions actuellement utilisés dans la norme de diffusion par satellite DVB-S2.

3.1 Performance du système avec turbo-égalisation MMSE-MAP.

Dans cette partie sont présentés les résultats de performances obtenus pour le système FTN en utilisant un turbo-égaliseur MMSE-MAP. On observe dans la figure 20 que ce récepteur converge vers le système orthogonal pour une densité $\rho = 1,4$ en utilisant un filtre de mise en forme en racine de cosinus sur-elevé de facteur de roll-off $\alpha = 0,15$.

Ensuite, on peut s'intéresser à l'impact de la densité sur les performances du récepteur pour un nombre d'itérations et filtre de mise en forme donnés. On observe notamment dans la figure 21 qu'une densité de $\rho = 1,6$ peut être atteinte en gardant les performances sur système orthogonal au-delà du seuil $E_b/N_0 = 5$ dB.

Une étude complémentaire consiste à étudier l'impact du facteur de roll-off cette fois-ci avec E_b/N_0 fixé et un nombre d'itérations également fixé à 5, en fonction du facteur d'accélération (figure 22). On observe que à densité de signalisation fixée, une diminution de α produit une augmentation des performances.

Cette simulation présente néanmoins deux inconvénients. D'une, part, le facteur d'accélération n'a d'intérêt que lorsque l'on compare les performances à celles sur système orthogonal, ce qui oblige l'utilisation de filtres de mise en forme orthogonaux. D'autre part, lorsqu'on fait varier α , la bande n'est pas constante pour un facteur d'accélération donné. Les performances finalement proposés dans la figure 23 présentent l'impact du fac-

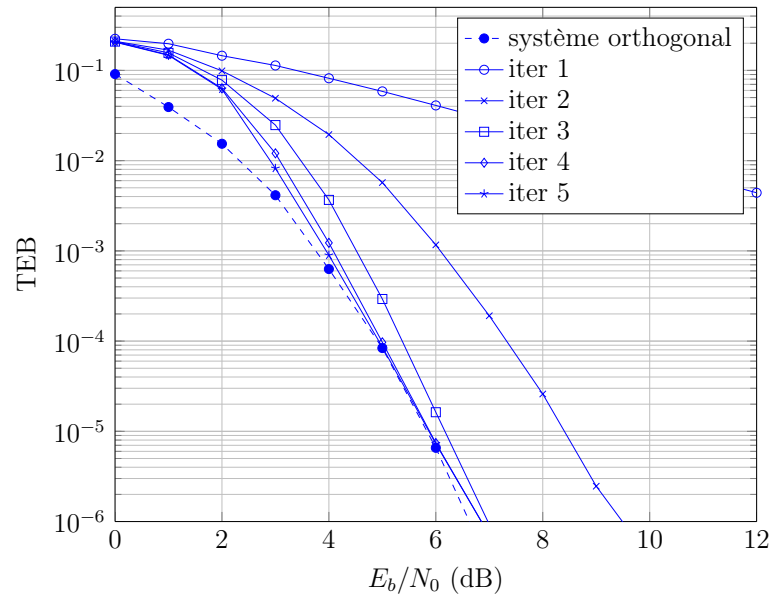


FIGURE 20 – Performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP avec $\rho = 1.4$ et $\alpha = 0, 15$.

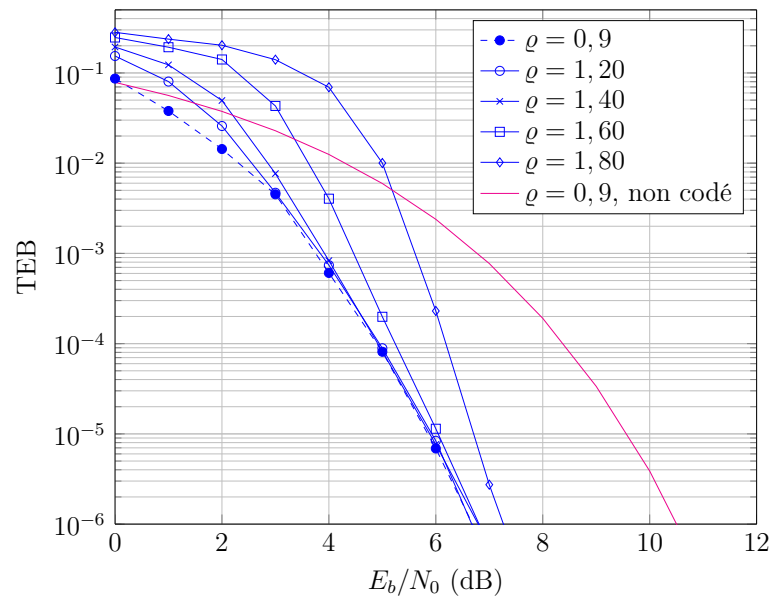


FIGURE 21 – Performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP configuré à 5 itérations avec $\alpha = 0, 15$.

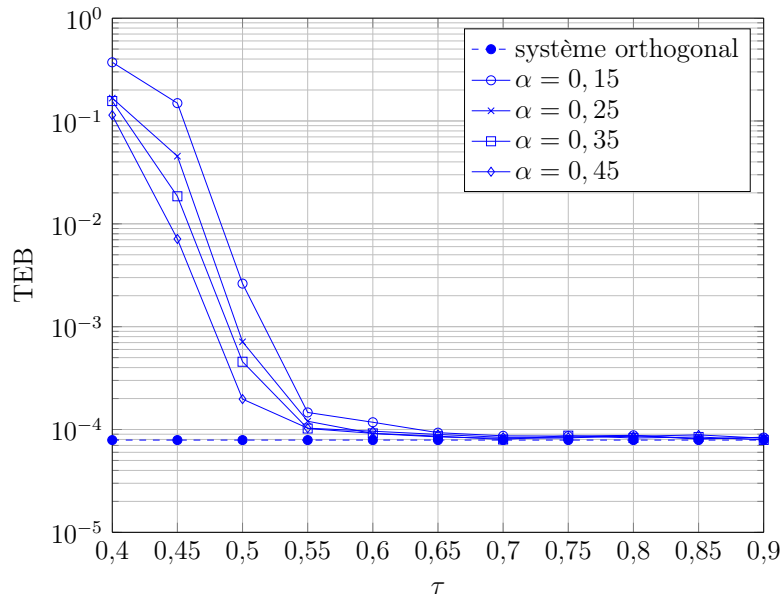


FIGURE 22 – Impact de τ sur les performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP à $E_b/N_0 = 5$ dB configuré à 5 itérations.

teur de roll-off en fonction de la densité. On observe que densité de signalisation fixée, une réduction du facteur de roll-off augmente les performances du système. Ce résultat est cohérent avec [Liveris 2003], où il a été démontré que le filtre minimisant l'interférence entre symboles dans un système FTN est le sinus cardinal.

D'autre part, il faut remarquer que l'égaliseur MMSE étudié dans cette partie effectue le calcul des coefficients du filtre une seule fois par bloc, ce qui est suffisant vis-à-vis du canal discret équivalent non-variant considéré. Néanmoins, la mesure de fiabilité g_Δ , telle qu'on l'a présentée dans la partie 2.4 est aussi calculée une fois par bloc à partir de la séquence de LRV en entrée de l'égaliseur. Cette démarche peut entraîner des matrices mal conditionnées dans (30) lorsque l'information provenant du décodeur est faible sauf pour un ou plusieurs bits. Dans ces circonstances, la variance des symboles estimés est proche de celle de symboles en émission. Le filtre prend alors la forme d'un égaliseur avec information a priori parfaite et le bruit résiduel estimé est très faible, ce qui, pour ce bit singulier mal décodé et donc mal égalisé, entraîne l'indétermination 0/0 dans (37) au niveau du convertisseur SISO en sortie. Cette problématique pourrait être réglée à l'aide d'une approche adaptative de l'égaliseur MMSE pour laquelle la mesure de fiabilité est calculée à chaque symbole du bloc de données.

Finalement, la version adaptative de l'égaliseur SISO MMSE est pertinente lorsque le canal est peu variant dans le temps. On pourrait donc, dans le cadre d'une transmission au-delà de la cadence de Nyquist, envisager un facteur d'accélération qui varie périodiquement en fonction des conditions de transmission, analogiquement à une transmission à code et

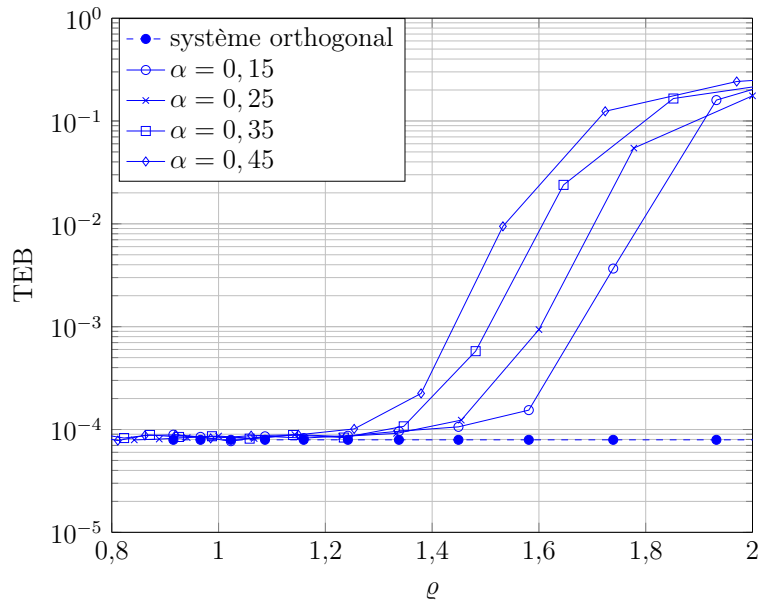


FIGURE 23 – Impact de ρ sur les performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP à $E_b/N_0 = 5$ dB configuré à 5 itérations.

modulation adaptatifs.

3.2 Injection de l'information complète (non-extrinsèque)

Jusqu'à présent nous avons considéré un échange d'information extrinsèque entre les blocs constituant du turbo-égaliseur. En utilisant les courbes EXIT [Hagenauer 2004], on peut facilement montrer la différence de comportement du turbo-égaliseur lorsque toute l'information est bouclée dans le processus itératif. Dans la figure 24 sont présentés les résultats d'échanger l'information extrinsèque ou la totalité de l'information, respectivement. Ces courbes montrent que l'utilisation de l'information non-extrinsèque augmente significativement la vitesse de convergence du turbo-égaliseur. Néanmoins, des simulations de performance du turbo-égaliseur montrent que cette configuration ne converge pas vers les performances du système orthogonal, mais vers un maximum local. Cette solution offre donc de mauvaises performances au bout de quelques itérations.

Vis-à-vis de ce résultat, plusieurs configurations décrites ci-après pourraient être pertinentes

1. Échanger l'information extrinsèque exclusivement pour l'un des blocs du turbo-égaliseur et l'information complète pour l'autre.
2. Échanger l'information complète pour les deux blocs, seulement dans les premières itérations, et échanger l'information extrinsèque pour les l'un ou les deux blocs dans

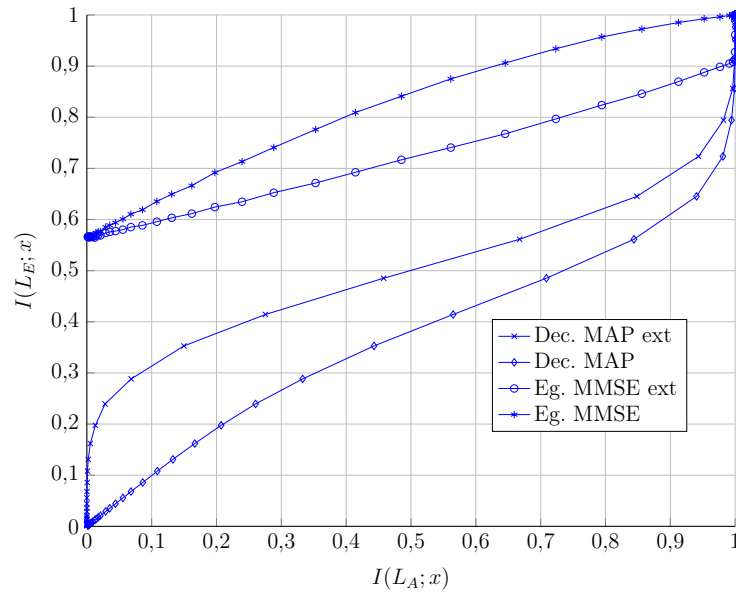


FIGURE 24 – Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MMSE-MAP pour $E_b/N_0 = 6$ dB, canal FTN avec $\tau = 0,62$.

le reste des itérations.

3. Échanger l'information extrinsèque exclusivement pour l'un des blocs du turbo-égaliseur et l'information complète pour l'autre, dans les premières itérations, et échanger l'information extrinsèque pour les deux blocs dans les itérations finales.

Après avoir effectué des simulations pour ces quatre approches, les résultats montrent que l'approche 1 converge vers un maximum local et qu'elle présente des instabilités dans le cas où le bloc qui renvoie l'information extrinsèque est le décodeur. Néanmoins, lorsque le bloc envoyant l'information extrinsèque est l'égaliseur, les performances sont meilleures que celles du cas nominal, mais des instabilités apparaissent au bout de quelques itérations.

Compte tenu de ces résultats, l'approche 3 est finalement choisie. Elle consiste à envoyer l'information extrinsèque seulement en sortie de l'égaliseur dans les premières itérations (deux itérations dans l'exemple) et à envoyer l'information extrinsèque en sortie des deux blocs dans les itérations finales. Les performances sont montrées dans la figure 25(b). On remarque un gain de 0,9 dB à $\text{TEB} = 3 \cdot 10^{-6}$, par rapport au cas nominal présenté dans la figure 25(a), lorsque l'on compare les deux courbes correspondantes à deux itérations.

L'injection de l'information non-extrinsèque en sortie du décodeur apporte finalement un gain par rapport au cas nominal étudié dans la partie 3.1.

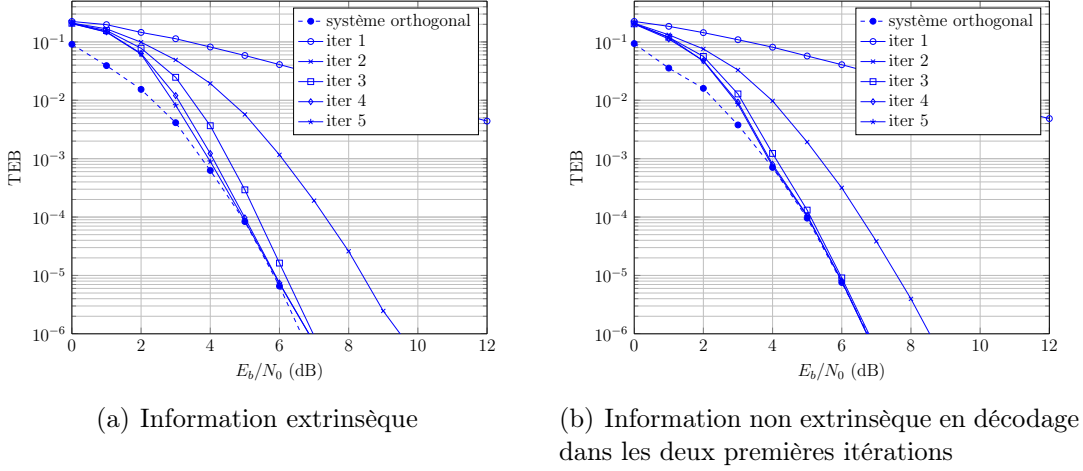


FIGURE 25 – Performances du récepteur FTN monoporteuse MMSE-MAP avec $\tau = 0,62$ et $\alpha = 0,15$.

3.3 Troncature du modèle de canal discret équivalent

Nous avons présenté dans les parties précédentes les performances du système FTN en utilisant la turbo-égalisation MMSE-MAP. On peut finalement s'intéresser au système consistant à utiliser l'égalisation et décodage MAP. Or, la complexité de l'égaliseur MAP étant exponentielle avec la longueur du canal discret équivalent (le système FTN décrit par la figure 20 présente un canal discret à neuf coefficients), on voudrait simplifier l'implémentation de l'égaliseur. Dans ces conditions, nous nous intéressons dans cette partie à l'effet d'une troncature du modèle de canal discret équivalent qui est utilisé pour la génération du treillis : ceci revient à ignorer une partie de l'interférence (considérée alors comme du bruit).

Rappelons que l'algorithme BCJR utilisé en égalisation MAP a été jugé abordable pour un treillis avec 128 états dans la partie 2.3. Le canal discret équivalent complet à L coefficients ayant une énergie

$$E_h = \sum_{l=0}^{L-1} |h(l)|^2 \quad (48)$$

la troncature du canal consiste donc à retenir les coefficients les plus énergétiques :

$$\sum_{l=0}^{L_T-1} |h(l)|^2 \leq \beta E_h, \beta \in \{0,1\} \quad \text{tel que} \quad \mathbf{h}_T = [h(0), \dots, h(L_T)]$$

avec \mathbf{h}_T le canal discret équivalent tronqué et L_T sa longueur.

Pour mieux analyser l'effet que cette approche aurait sur la convergence du turbo-égaliseur, on trace dans la figure 26 les courbes EXIT correspondantes à différentes valeurs d'énergie pour le modèle de canal.

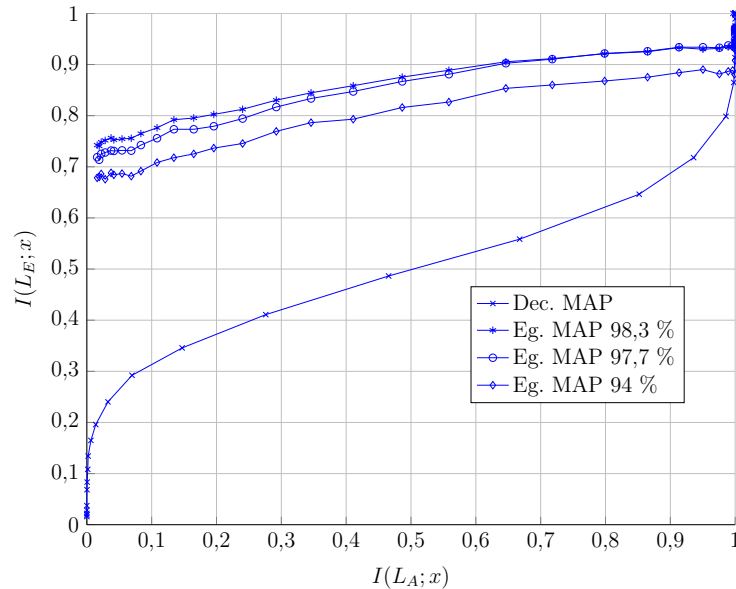


FIGURE 26 – Courbes EXIT caractérisant la convergence du turbo-égaliseur MAP tronqué pour $E_b/N_0 = 7$ dB et $\tau = 0,62$.

Dans cette figure sont tracées d'une part la courbe EXIT du décodeur MAP, et d'autre part les courbes EXIT de l'égaliseur MAP pour 98,3 %, 97,7 % et 94 % de l'énergie respectivement (ce qui correspond à considérer 7, 5 et 3 coefficients pour un canal à 9 coefficients). On observe que la vitesse et le point de convergence ne sont quasiment pas affectés pour une énergie égale ou supérieure à 97 %. D'autre part, il est intéressant de remarquer que la courbe à 94 % de l'énergie prédit un point de convergence sous-optimal. Ce phénomène est mis en exergue par la figure 27(a). On observe en effet que les performances du turbo-égaliseur à 94 % d'énergie ne convergent pas vers le système orthogonal. Lorsque l'énergie du modèle de canal augmente à 97,7 % (figure 27(b)), le point de convergence se rapproche des performances souhaitées. Un modèle complet du canal serait donc nécessaire pour atteindre les performances du système orthogonal.

En considérant les résultats de performance que l'on obtient en utilisant le turbo-égaliseur MAP tronqué, une nouvelle approche pourrait être étudiée pour augmenter les performances du système tout en gardant le bon compromis en termes de complexité qu'offre l'égaliseur linéaire utilisé dans la partie 3.1. Cette technique, dite d'égalisation hybride, consisterait à utiliser différentes approches d'égalisation selon l'itération courante du turbo-égaliseur. Nous pourrions donc imaginer une implémentation basée sur l'égalisation MAP tronquée dans les premières itérations, et d'effectuer un passage à l'égalisation

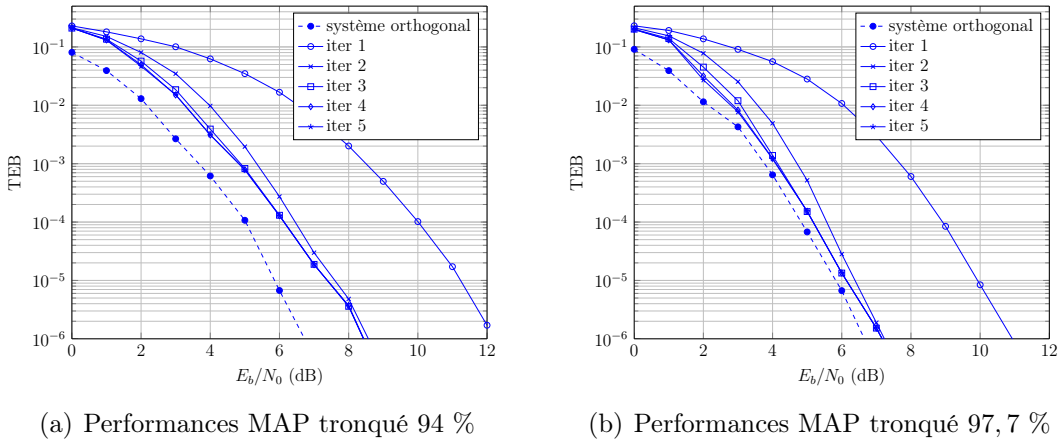


FIGURE 27 – Performances du récepteur FTN MAP-MAP tronqué avec $\tau = 0,62$ et $\alpha = 0,15$.

linéaire MMSE pour permettre au système de converger vers les performances du système orthogonal codé.

3.4 Système FTN avec turbo-égalisation hybride.

Jusqu'à présent, nous avons constaté que l'implémentation linéaire de l'égaliseur présente une baisse de complexité tout en gardant de bonnes performances à des facteurs d'accélération non-négligeables (figure 20). D'autre part, l'implémentation MAP de l'égaliseur présente un compromis entre la baisse en complexité donnée par la troncature du canal et la baisse en performance qui s'en déduit. Nous avons notamment vu que cette troncature n'affecte pratiquement pas à la vitesse de convergence mais à l'information mutuelle maximale que le turbo-égaliseur peut atteindre, ou point de convergence.

Il est donc intéressant d'étudier un mécanisme dit de turbo-égalisation hybride. Ce mécanisme consiste à utiliser différentes approches d'égalisation selon l'itération courante du turbo-égaliseur. Nous pourrions donc imaginer une implémentation basée sur l'égalisation MAP tronquée dans les premières itérations, et d'effectuer un passage à l'égalisation linéaire MMSE pour permettre au système de converger vers les performances du système orthogonal codé.

Les courbes EXIT s'avèrent un outil très pertinent pour étudier la convergence d'un tel système et pour en déduire le point de transition d'un égaliseur à l'autre, pour un rapport E_b/N_0 et un canal discret équivalent donnés. Même si une analyse semi-analytique permet de caractériser le point de transition optimal d'un égaliseur à l'autre, il reste à mettre

en œuvre des mécanismes aveugles permettant ce calcul [Seok-Jun 2004]. Dans la figure 28 sont présentées les courbes EXIT pour le décodeur MAP considéré et pour plusieurs égaliseurs.

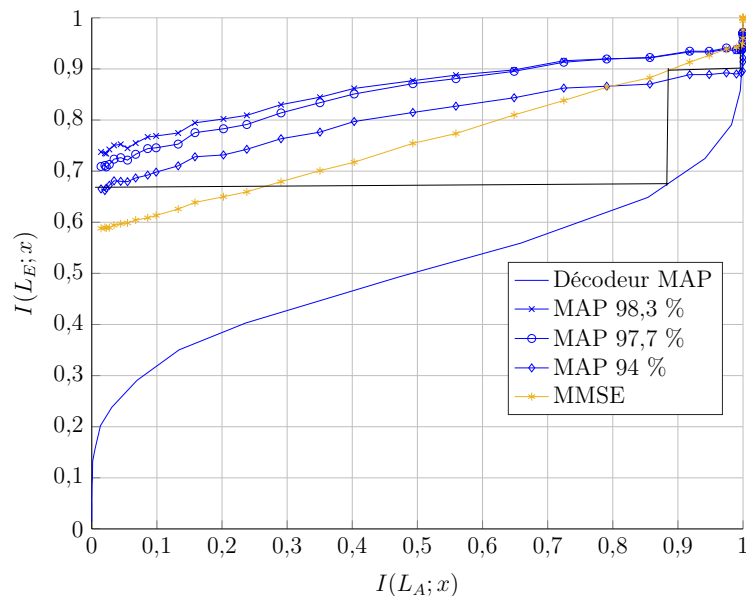


FIGURE 28 – courbes EXIT du turbo-égaliseur hybride MMSE-MAP.

On vérifie d'une part que le point de convergence de l'égaliseur MAP diminue avec la troncature du canal mais que la vitesse de convergence n'est pratiquement pas affectée. D'autre part, la troncature a décalé le point d'interception égaliseur/codeur. On pourrait donc effectuer le passage d'un égaliseur à l'autre au point d'intersection entre ces deux courbes, suivant le schéma itératif présenté par la courbe noire. Pour le cas $E_b/N_0 = 7$ dB et ce canal discret équivalent, produit par un facteur d'accélération $\tau = 0,62$ et un filtre en SRRC de roll-off = 0,15, on effectuerait une seule itération MAP pour ensuite utiliser l'égaliseur linéaire.

La pertinence de la technique hybride est finalement déterminée par le compromis complexité-performance toujours présent dans un système de télécommunication. Il semble donc pertinent de comparer le temps de traitement ou l'énergie consommée par bloc et la performance des deux systèmes pour pouvoir en extraire une conclusion pratique. D'ailleurs, si l'on fixe un objectif de convergence vers les performances du système orthogonal, il nous reste à comparer le temps de traitement d'un bloc pour chacun des systèmes (turbo-égaliseur avec égalisation MMSE ou égalisation hybride MMSE-MAP.)

3.5 Introduction de codage LDPC : vers la norme DVB-S2.

Dans les parties précédentes, nous avons considéré en tout moment un code convolutif $(7, 5)_8$ de rendement $R = 1/2$ pour la correction d'erreurs en turbo-égalisation. L'étude du système en utilisant les courbes EXIT a mis en exergue l'importance d'avoir une bonne combinaison égaliseur/décodeur. Dans cette partie, afin de se rapprocher de la norme DVB-S2, un émetteur-récepteur FTN avec turbo-égalisation MMSE-LDPC est présenté. Une étude de capacité dans le cadre d'une transmission FTN avec égalisation MAP et décodage LDPC-BCH a été proposée dans [Pham 2013]. Il faut remarquer que le décodeur LDPC constitue en lui même une structure itérative [Tanner 1981]. Nous pouvons donc étudier la convergence du système en fonction du nombre d'itérations du turbo-égaliseur mais aussi en fonction du nombre d'itérations du décodeur LDPC. Pour cela, nous nous intéressons dans un premier temps au comportement asymptotique du turbo-égaliseur en traçant les courbes EXIT. Dans la figure 29 sont présentées les courbes EXIT pour $E_b/N_0 = 6$ dB en fonction du nombre d'itérations du décodeur LDPC (soit 10, 5, 4, 3, 2). Nous observons que la courbe EXIT du décodeur est de moins en moins plate lorsque l'on diminue le nombre d'itérations, ce qui diminue la vitesse de convergence et augmente le seuil de convergence du turbo-égaliseur. Dans tous les cas, une diminution progressive de E_b/N_0 dans le diagramme EXIT permettrait de constater un seuil de convergence autour de 3 dB.

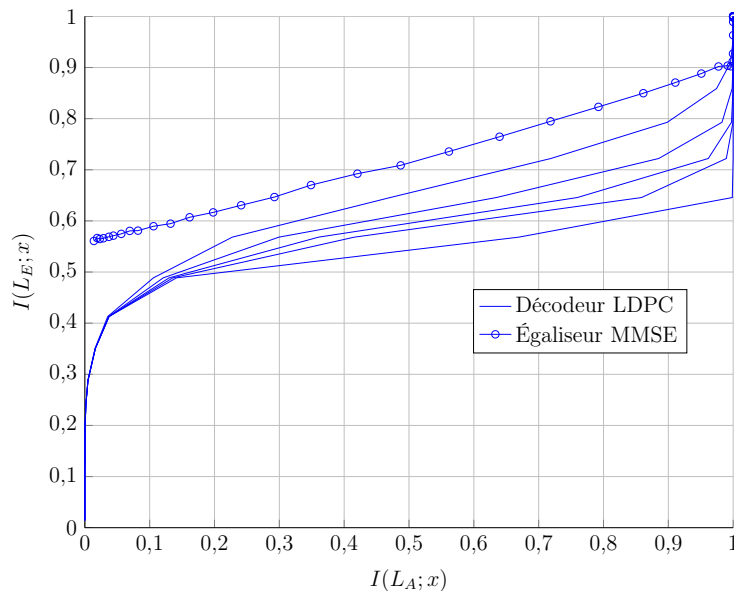


FIGURE 29 – courbes EXIT du turbo-égaliseur MMSE-LDPC avec $E_b/N_0 = 6$ dB pour 2, 3, 4, 5 et 10 itérations du décodeur LDPC.

En traçant les courbes de performances du système, nous constatons finalement l'importance que l'égaliseur soit adapté à l'augmentation en performance apportée par le décodeur LDPC. Nous observons dans la figure 30 de très bonnes performances du système ortho-

gonal, mais ces performances ne sont rattrappées qu'à partir du seuil de convergence de 3 dB, limité par l'égaliseur utilisé. Dans ce cas, la complexité qu'entraîne le décodeur LDPC configuré à 10 itérations n'est pas exploitée par la structure itérative. Dans la figure 31 sont présentées les performances du système avec le décodeur LDPC configuré à 5 itérations. Dans ce cas, on parvient quasiment à rattraper les performances du système orthogonal, obtenant des TEB proches du premier cas, cette fois-ci à moindre complexité.

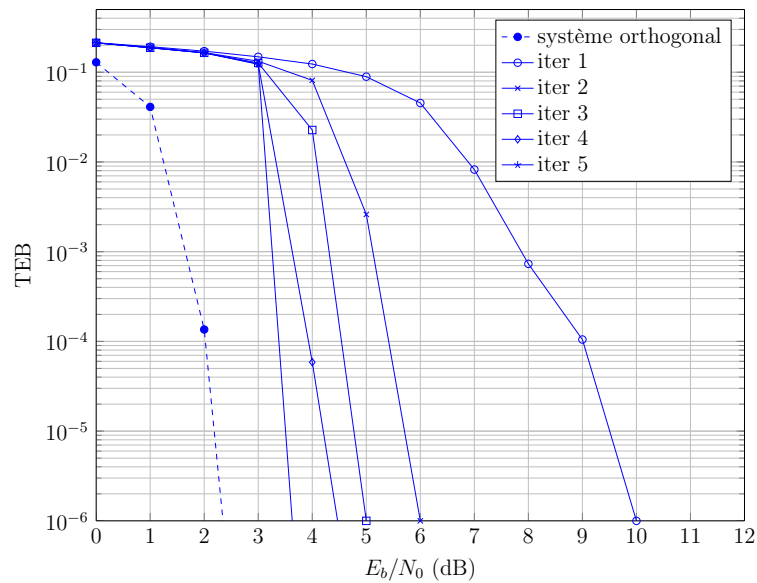


FIGURE 30 – Performances du récepteur FTN MMSE-LDPC $\tau = 0,62$, $\alpha = 0,15$, et 10 itérations LDPC.

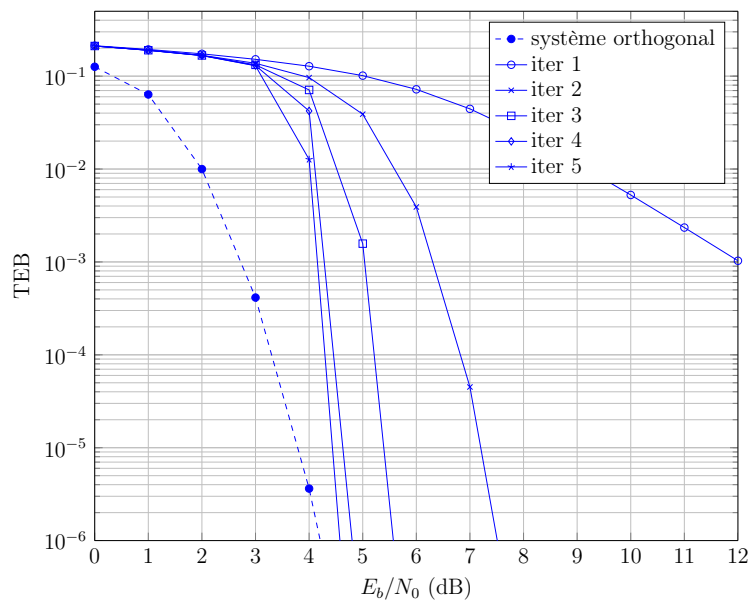


FIGURE 31 – Performances du récepteur FTN MMSE-LDPC $\tau = 0,62$, $\alpha = 0,15$, et 5 itérations LDPC.

4 Conclusion et perspectives

Au cours de ce stage de fin d'études, nous avons posé les bases d'un système mono-porteuse transmettant au-delà de la cadence de Nyquist. Après avoir abordé l'émetteur-récepteur linéaire, nous avons caractérisé l'interférence lorsque le système transmet au-delà de la cadence de Nyquist.

La deuxième partie de ce stage a compris la compréhension des techniques permettant de compenser l'interférence dans un système FTN, caractérisée par la mise en forme et la densité de transmission. En particulier, un émetteur-récepteur complet a été développé sous Matlab en utilisant différentes stratégies d'égalisation (MMSE, ZF, MAP) dans le cadre de la turbo-égalisation. A l'aide de ce système, nous avons fait une analyse des performances et du compromis existant entre celles-ci et la complexité algorithmique du récepteur. En outre, une analyse de convergence en utilisant les courbes EXIT nous a permis de mieux comprendre le comportement asymptotique du turbo-égaliseur.

La troisième partie du stage a été consacrée à l'étude du système FTN développé. Dans ce contexte, plusieurs solutions permettant de réduire la complexité ont été proposées. Concrètement, la troncature du canal en égalisation MAP nous a permis de réduire le nombre d'états du treillis au prix d'avoir un point de convergence sous-optimal. Ce dernier point a motivé l'introduction de la technique d'égalisation hybride, selon laquelle un égaliseur MAP tronqué serait utilisé dans les premières itérations et un égaliseur MMSE prendrait le relais pour atteindre les performances du système orthogonal.

Les perspectives incluent d'autres stratégies de mise en forme permettant de minimiser le rapport signal sur interférence plus bruit. En ce qui concerne l'optimisation de l'égaliseur, un gain en performance pourrait être obtenu en étudiant des mécanismes d'égalisation linéaire adaptative qui consistent à pondérer l'information du canal et l'information *a priori* en fonction de l'itération courante. D'autre part, on pourrait envisager l'étude de mécanismes aveugles permettant d'estimer le facteur d'accélération du système en réception.

D'autre part, le travail effectué pendant ce stage de fin d'études m'a permis de participer à la rédaction d'un article portant sur un émetteur-récepteur FTN multi-porteuse de faible complexité, en cours de soumission à IEEE *Communication Letters* [Abello 2015]. Finalement, j'aimerais souligner un investissement en ce qui concerne le développement pendant ce stage qui s'est traduit par la mise en œuvre complète (sauf LDPC) de tous les algorithmes présentés dans ce document.

Références

- [Abello 2015] A. Abello, D. Roque et C. Siclet. *A Low-Complexity Faster-Than-Nyquist Multicarrier Transceiver Based on Short Filters*. Communications Letters, IEEE (submitted), Sep 2015.
- [Abrantes 2004] S.A. Abrantes. *From BCJR to turbocodes : MAP algorithms made easier*, 2004.
- [Bahl 1974] L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek et J. Raviv. *Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate (Corresp.)*. Information Theory, IEEE Transactions on, vol. 20, no. 2, pages 284–287, Mar 1974.
- [Berrou 2007] C. Berrou. Codes et turbocodes. Collection IRIS. Springer, 1 édition, 2007.
- [Douillard 1995] C. Douillard, M. Jézéquel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier et A. Glavieux. *Iterative correction of intersymbol interference : Turbo-equalization*. European Transactions on Telecommunications, vol. 6, no. 5, pages 507–511, 1995.
- [Fertonani 2006] D. Fertonani, A. Barbieri et G. Colavolpe. *Reduced-Complexity BCJR Algorithm for Turbo Equalization*. In ICC, pages 1237–1242. IEEE, 2006.
- [Hagenauer 2004] J. Hagenauer. *The EXIT Chart - Introduction to Extrinsic Information Transfer in Iterative Processing*. In Proc. 12th Europ. Signal Proc. Conf (EUSIPCO), pages 1541–1548, 2004.
- [Koetter 2004] R. Koetter, A.C. Singer et M. Tüchler. *Turbo equalization*. Signal Processing Magazine, IEEE, vol. 21, no. 1, pages 67–80, Jan 2004.
- [Langton 1999] C. Langton. *Tutorial 12 Coding and decoding with Convolutional Codes*, 1999.
- [Laot 1997] C. Laot. Égalisation autodidacte et turbo-égalisation : Application aux canaux sélectifs en fréquence. Université de Rennes, 1997.
- [Laot 2005] C. Laot, R. Le Bidan et D. Leroux. *Low-complexity MMSE turbo equalization : a possible solution for EDGE*. Wireless Communications, IEEE Transactions on, vol. 4, no. 3, pages 965–974, May 2005.
- [Liveris 2003] Angelos D. Liveris et Costas N. Georghiades. *Exploiting faster-than-Nyquist signaling*. IEEE Transactions on Communications, pages 1502–1511, 2003.
- [Mazo 1975] J. E. Mazo. *Faster-Than-Nyquist Signaling*. Bell System Technical Journal, vol. 54, no. 8, pages 1451–1462, 1975.
- [Pham 2013] N. Pham, J.B. Anderson, F. Rusek, J.M. Freixe et A. Bonnaud. *Exploring Faster-Than-Nyquist for Satellite Direct Broadcasting*. AIAA International Communications Satellite Systems Conference, pages 16–26, 2013.
- [Proakis 2001] J.G. Proakis et M. Salehi. Communication systems engineering. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, second édition, August 2001.

- [Robertson 1995] P. Robertson, E. Vilebrun et P. Hoeher. *A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain*. In Communications, 1995. ICC'95 Seattle, 'Gateway to Globalization', 1995 IEEE International Conference on, volume 2, pages 1009–1013. IEEE, 1995.
- [Seok-Jun 2004] Lee Seok-Jun, N.R. Shanbhag et A.C. Singer. *Switching methods for linear turbo equalization*. In Circuits and Systems, 2004. ISCAS '04. Proceedings of the 2004 International Symposium on, volume 3, pages III–601–4 Vol.3, May 2004.
- [Shannon 1948] C.E. Shannon. *A mathematical theory of communication*. Bell System Technical Journal, vol. 27, pages 379–423, 1948.
- [Siclet 2014] C. Siclet, D. Roque, Huaqiang Shu et P. Siohan. *On the study of faster-than-Nyquist multicarrier signaling based on frame theory*. In Wireless Communications Systems (ISWCS), 2014 11th International Symposium on, pages 251–255, Aug 2014.
- [Tanner 1981] R.M. Tanner. *A recursive approach to low complexity codes*. Information Theory, IEEE Transactions on, vol. 27, no. 5, pages 533–547, Sep 1981.
- [Ten Brink 2001] S. Ten Brink. *Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes*. IEEE Transactions on Communications, vol. 49, no. 10, pages 1727–1737, 2001.

Résumé — Dans le cadre de l'augmentation de l'efficacité spectrale des systèmes de communications par satellite, l'approche classique consiste à augmenter la taille de l'alphabet de modulation, le récepteur devenant de plus en plus sensible au bruit du canal. L'axe de recherche choisi consiste à rapprocher les impulsions de mise en forme en outrepassant la limite de Nyquist (transmission *faster-than-Nyquist*) de sorte que la reconstruction parfaite des symboles n'est possible qu'à l'aide d'un récepteur non-linéaire. En utilisant un récepteur doté d'un turbo-égaliseur, on obtient au bout de quelques itérations les performances du système orthogonal codé, au prix d'une plus grande complexité de décodage, tout en transmettant à un débit binaire supérieur à celui dicté par le critère de Nyquist.

Mots clés : *faster-than-Nyquist*, turbo-égalisation, compensation itérative des interférences, signalisation à haute densité.

ISAE-SUPAERO/DEOS
10, avenue Édouard Belin
BP 54032
31055 Toulouse CEDEX 4