UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

Sistemes Mecànics | Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria

Guia de Pràctica No. 3

Anàlisi de bigues biapoiades i centroides

Escola
Enginyeria
Barcelona
Est

Contents

1
Anàlisi de bigues biapoiades

1.1. El cas d'estudi. Situem-nos

La biga que es mostra a la Figura 1.1, és un element recte dissenyat per suportar diverses càrregues i transmetre-les als suports.

Aquestes càrregues poden ser puntuals o concentrades (càrregues aplicades en un punt concret de la biga) o distribuïdes (càrregues aplicades al llarg de tot un tram de biga).

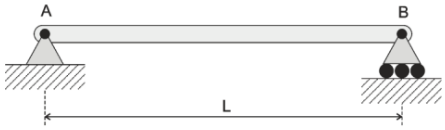

Figura 1.1: Biga biapoiada en 2 dimensions

Les bigues es recolzen en suports, en els quals apareixen *forces de reacció* del sòl de suport. Si els suports estan situats als extrems i la càrrega està repartida de manera simètrica al llarg de la biga, les reaccions en els dos suports seran iguals a la meitat de la càrrega aplicada sobre la biga.

Si la càrrega no està distribuïda simètricament entre els dos suports, la força que suporta cadascun dels suports serà diferent i, per tant, s'obtindran dues reaccions diferents. El valor d'aquestes reaccions dependrà de la magnitud de les càrregues aplicades i del seu punt d'aplicació sobre la biga.

Si l'estructura es pot representar en dues dimensions, es poden calcular un màxim de 3 forces de reacció utilitzant les equacions d'equilibri estàtic estàndard. En cas que n'hi hagin més, el càlcul s'haurà de fer considerant també les propietats de resistència i flexió de la biga.

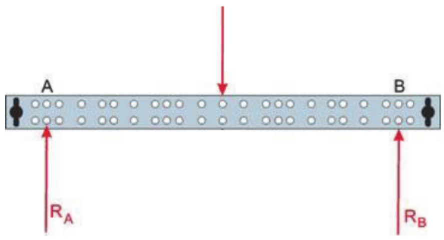

Figura 1.2: Reaccions de la biga (considerant càrrega horitzontal negligible)

Per determinar les reaccions en una biga, una de les equacions estàndard és l'equilibri de moments, es defineix com:

$$\sum M_z = 0 \tag{1.1}$$

Aquest moment es pot calcular respecte de qualsevol punt, inclosos els suports. Si el punt seleccionat és un suport, el moment generat per la força de reacció és zero i la seva aportació a la Eq. (1.1) és nul·la, cosa que en facilita el procés. Aquesta equació, juntament amb la de suma de forces verticals:

$$\sum F_y = 0 \tag{1.2}$$

permeten obtenir totes les reaccions als extrems de la biga. Si calgués, i per facilitar els càlculs, el sistema de forces que actua sobre la biga es pot substituir per una força i un moment equivalents.

Una possible classificació de les bigues basada en la situació dels suports és la següent:

a) Biga simple biapoiada (exemple 1)

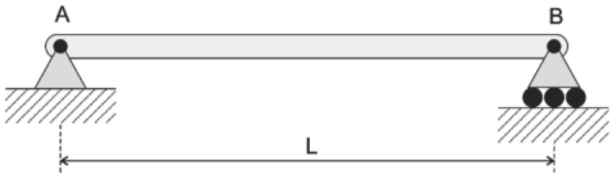

Figura 1.3: Biga simplement recolzada

b) Biga simple biapoiada (exemple 2)

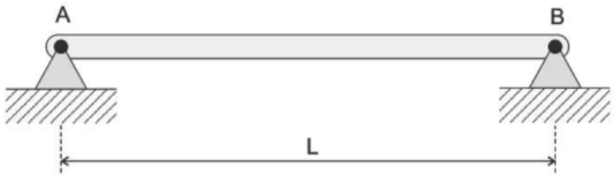

Figura 1.4: Biga simple biapoiada

c) Biga de 2 trams desiguals

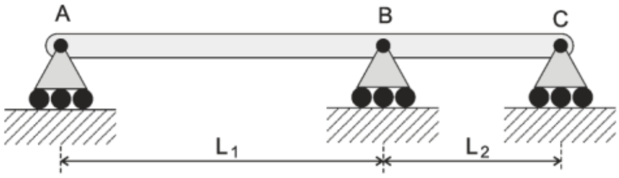

Figura 1.5: Biga simple biapoiada amb suports no simètrics

d) Biga amb voladís

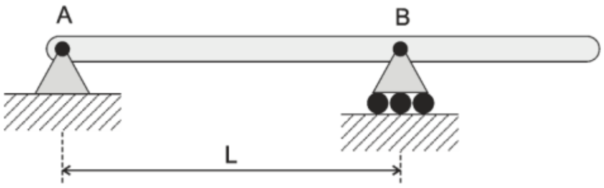

Figura 1.6: Biga simple biapoiada amb voladís

e) Biga encastada amb voladís

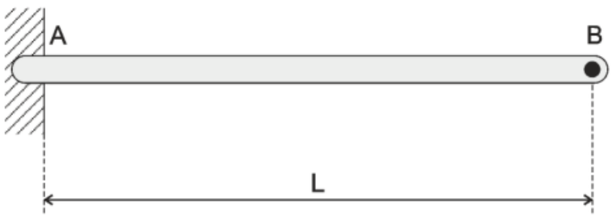

Figura 1.7: Biga en voladís (cantilever)

f) Biga encastada en un extrem i recolzada a l'altre

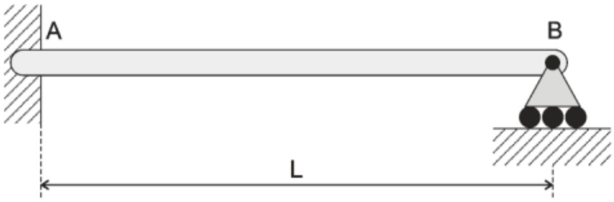

Figura 1.8: Biga en voladís amb suport articulat

g) Biga biempotrada

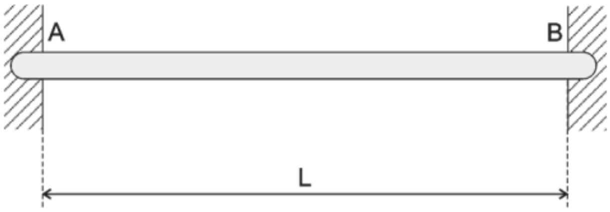

Figura 1.9: Biga amb encastaments a tots dos extrems

Els objectius d'aquesta part de la pràctica són:

1) *Comprovar que una càrrega distribuïda sobre la biga es pot considerar com una càrrega equivalent puntual que actua a sobre de la biga.*
2) *Comprovar que les reaccions als suports que es produeixen (sempre que la biga sigui isistàtica) es poden determinar considerant l'equilibri de moments i forces, independentment de la posició dels suports.*

Per realitzar la pràctica es requereix del material que es descriu a continuació, i que trobareu disponible a la vostra taula al laboratori:

1.2. Material necessari per fer els muntatges:

- Un conjunt de biga.
- Dues femelles.
- Dos ganxos ajustables.
- Dos dinamòmetres de 10N.
- Un conjunt de pesos.
- Tres ganxos de pes.
- Dos pesos distribuïts.

Figura 1.10: Material necessari per fer aquesta part de la pràctica

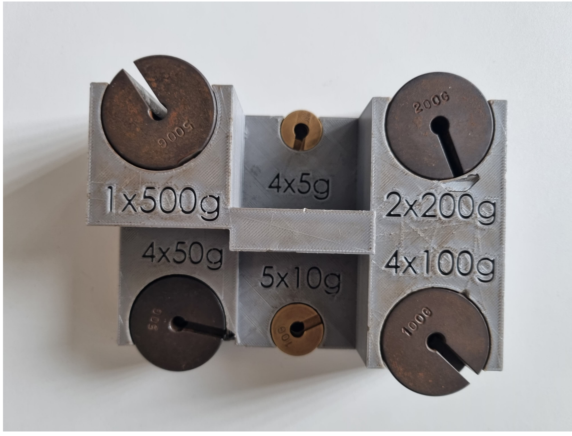

Figura 1.11: Conjunt de pesos

1.3. Procediment general per al muntatge de les bigues:

Per al muntatge de les bigues s'utilitzarà el tauler de suport que disposeu a la vostra taula, a més del material mostrat a les Figura 1.10 i Figura 1.11. *Per poder realitzar la pràctica és necessari que abans s'hagi resolt la biga, és a dir, heu d'haver calculat analíticament les forces reactives als suports ja que els muntatges busquen comparar els resultats analítics amb els experimentals.* La Figura 1.12 mostra el muntatge final d'una biga.

Figura 1.12: Muntatge final de la biga sobre el tauler.

Per realitzar correctament els muntatges de les bigues, s'han de tenir en compte diversos aspectes importants:

1) La biga s'ha de fixar als dinamòmetres als forats que es troben als extrems com es mostra a la Figura 1.13. La posició dels ganxos ajustables ha de garantir que els dinamòmetres romanguin perpendiculars a la biga.
2) Per l'ús, alguns dinamòmetres poden estar espatllats; si és el vostre cas, podeu utilitzar cinta adhesiva per fixar els extrems del dinamòmetre. En tot cas heu de tenir en compte la posició inicial del mesurador per mesurar correctament la força com s'indica a la Figura 1.14.

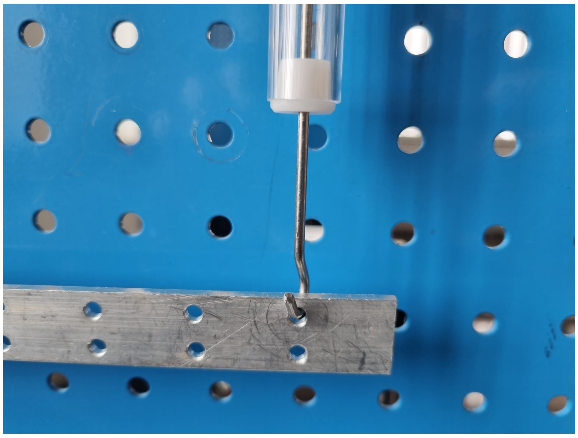

Figura 1.13: Punt de suport de la biga biapoiada.

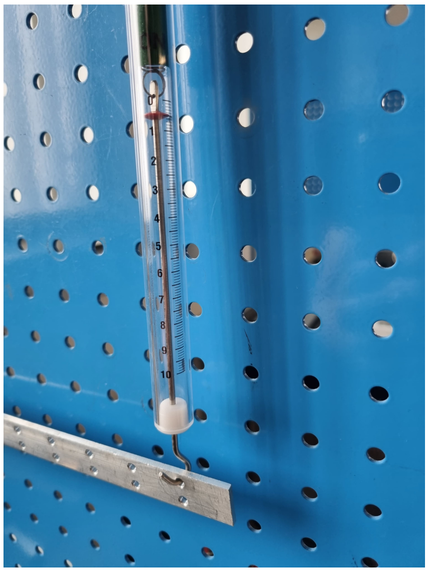

Figura 1.14: Lectura del dinamòmetre amb la configuració inicial de la biga.

Els passos a seguir per muntar la biga al panell de suport són els següents:

a) Col·loqueu dos ganxos ajustables sobre la biga i fixeu-los al panell mitjançant femelles.
b) Fixeu els dinamòmetres a les perforacions superiors en cadascun dels extrems de la biga i pengeu-los sobre els dos ganxos ajustables que heu fixat anteriorment.
c) Ajusteu els ganxos de manera que la biga romangui horitzontal.
d) Poseu les escales dels dinamòmetres a zero; si no, preneu la mesura inicial dels dinamòmetre per despreciar el pes de la biga.
e) En realitzar els càlculs tingueu en compte el pes del ganxo (utilitzeu la balança si és necessari).
f) En cadascun dels esquemes dels experiments, les fletxes anomenades $\mathbf{R_A}$ i $\mathbf{R_B}$ representen les reaccions als suports, i es mesuren amb el dinamòmetre, prèviament enganxat a la perforació correcta de la fila superior.
g) Anoteu les reaccions que es mesuren a cada dinamòmetre.
h) Sense tenir en compte el pes de la biga, calculeu les reaccions $\mathbf{R_A}$ i $\mathbf{R_B}$ utilitzant les condicions d'equilibri estàtic (principalment, l'equilibri de moments). *La suma de* $\mathbf{R_A}$ *i* $\mathbf{R_B}$ *ha de ser la càrrega total aplicada a sobre de la biga.*
i) Compareu els resultats teòrics amb els experimentals (podeu utilitzar la següent taula per anotar els vostres resultats experimentals i els vostres càlculs).

1.4. Biga 1: Càrrega puntual centrada

La Figura 1.15 mostra una càrrega puntual aplicada al centre de la biga. Per simular-la, s'han d'afegir pesos a un ganxo que es penjarà al forat central de la fila inferior de la biga.

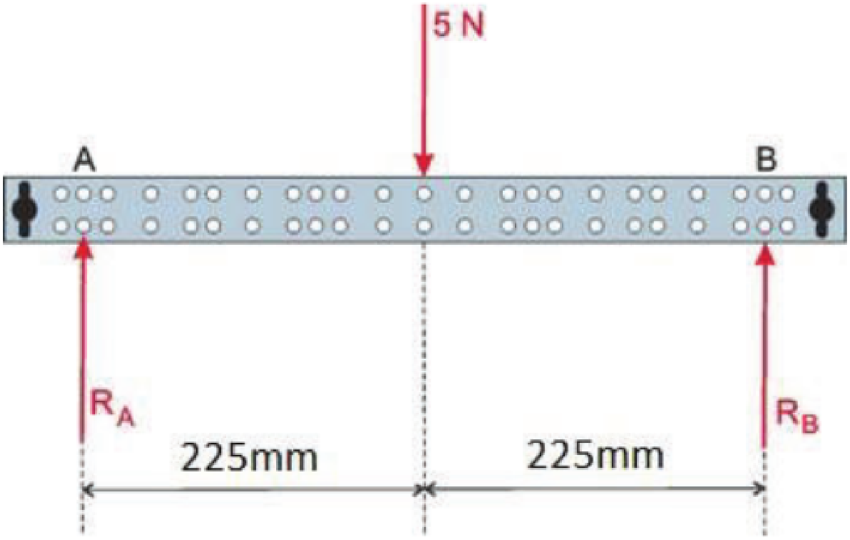

Figura 1.15: Muntatge 01.

1.5. Biga 2: Càrrega distribuïda centrada

- Seguiu els mateixos passos del muntatge anterior, però utilitzant les 2 peces prismàtiques que equivalen a càrregues distribuïdes.
- En finalitzar el muntatge, compareu els resultats amb els que s'obtenen a la **biga 1**.
- Calculeu la força puntual equivalent a la distribució utilitzada (el seu mòdul i el seu punt d'aplicació sobre la biga).

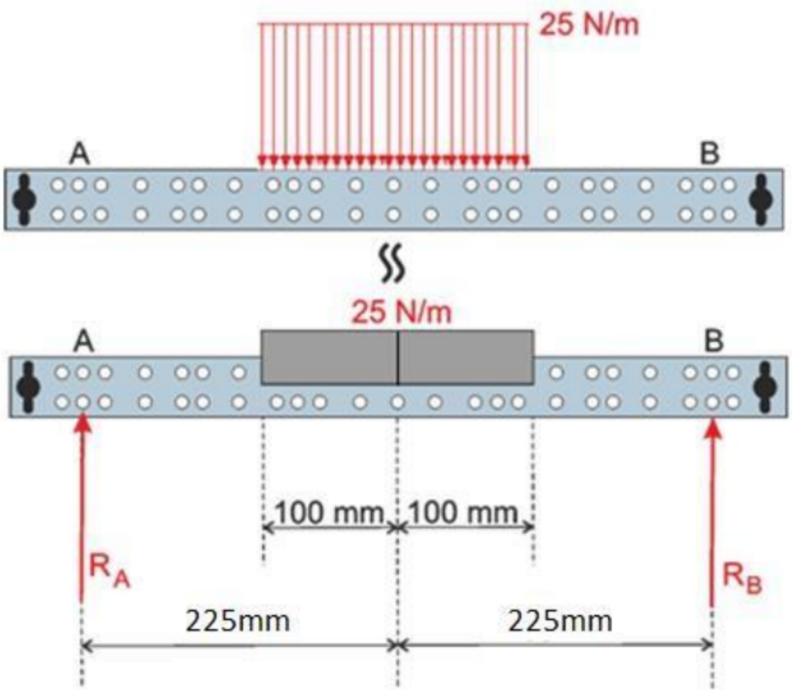

Figura 1.16: Muntatge 02.

1.6. Biga 3: Càrrega puntual i càrrega distribuïda centrades a la biga

- Seguiu els mateixos passos que en la **biga 2** amb la nova distribució de càrrega proposada.

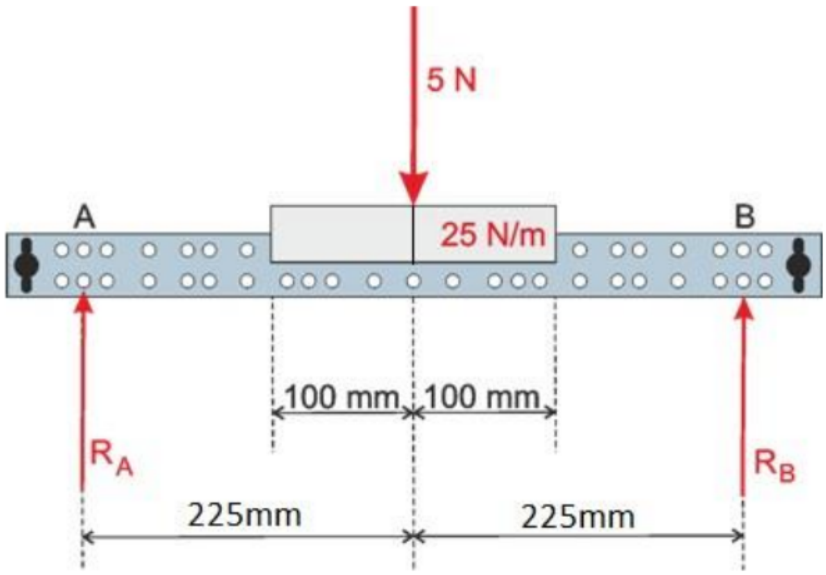

Figura 1.17: Muntatge 03.

1.7. Biga 4: Tres càrregues puntuals descentrades

- Seguiu els mateixos passos que en la **biga 2** anterior amb la nova distribució de càrrega proposada.

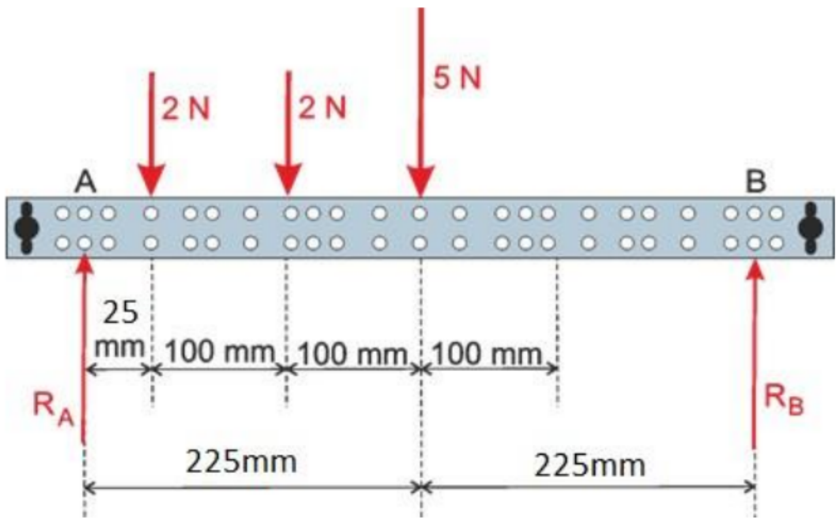

Figura 1.18: Muntatge 04.

1.8. Biga 5: Dues càrregues distribuïdes descentrades

- Seguiu els mateixos passos que en la **biga 2** anterior amb la nova distribució de càrrega proposada.

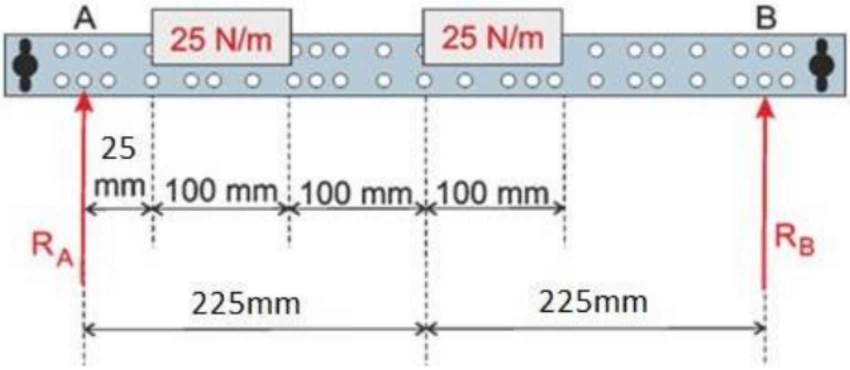

Figura 1.19: Muntatge 05.

2

Centroides de seccions compostes

Àrees compostes: ***determinació del centre geomètric de plaques amb seccions compostes***

2.1. El cas d'estudi. Situem-nos:

Per a una placa plana homogènia, de gruix constant, el seu pes serà proporcional a l'àrea de la seva superfície. Per tant, el centre de gravetat de la placa plana es coneix si es pot situar el centroide o *centre geomètric* de l'àrea. Per aquest motiu, quan es tenen plaques planes amb formes geomètriques senzilles, es pot determinar el seu centre de gravetat utilitzant aquesta relació i aplicant unes senzilles regles:

a) Si una àrea **A** té un eix de simetria, el centroide s'haurà de situar sobre aquest eix.
b) Si una àrea **A** té dos eixos de simetria, el centroide quedarà situat a la seva intersecció.
c) Si una àrea **A** es pot dividir en diverses àrees més senzilles (àrees components), el centroide de l'àrea total quedarà situat entre els centroides de les àrees components. Per tant, si la superfície d'una placa plana homogènia es pot considerar composta per *dues àrees iguals*, el centroide de l'àrea total quedarà equidistant dels centroides de les dues àrees components. Si les dues àrees components *no són iguals*, el centroide de l'àrea total estarà més a prop del centroide de l'àrea més gran, i les distàncies seran proporcionals a l'àrea component corresponent.

L'objectiu d'aquesta part de la pràctica és:

1) *Determinar el centroide d'àrees de plaques planes homogènies utilitzant mètodes gràfics.*

Material necessari:

- Conjunt de plaques planes de diferents formes:

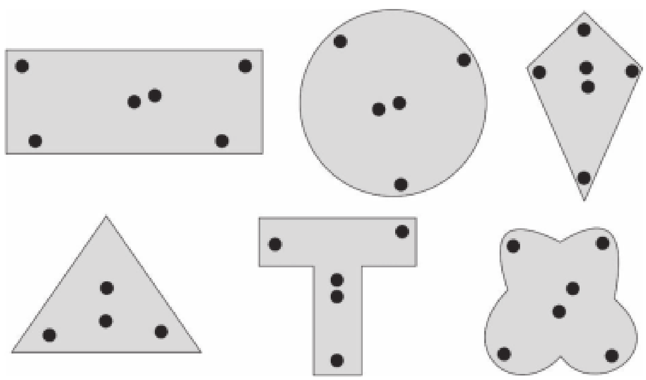

Figura 2.1: Peces irregulars

Per fer el càlcul dels centroides de les seccions compostes proposades, cal conèixer estratègies per al càlcul del centroide de seccions rectangulars i triangulars. S'expliquen a continuació:

2.1.1. Càlcul del centre geomètric del rectangle:

Un rectangle presenta dos eixos de simetria, per això el centroide estarà situat a la intersecció d'aquests dos eixos, o de les seves dues diagonals (línies traçades entre vèrtexs).

2.1.2. Càlcul del centre geomètric del triangle:

Per determinar el centre geomètric d'un triangle, generalment s'obtenen les seves *mediatrius*, que són línies que van des d'un vèrtex fins al punt central del costat oposat a aquest vèrtex. El centroide del triangle s'ubicarà a la intersecció de les tres mediatrius. Per tant, per representar-lo gràficament, s'han de marcar les mediatrius sobre la placa plana i ubicar-ne la intersecció.

En tot cas, no és l'únic mètode per obtenir informació sobre la ubicació del centre geomètric de triangles. Si es tracta de triangles isòsceles o equilàters, l'eix de simetria (eix que divideix en dues parts iguals la geometria inicial) contindrà el seu centre geomètric; per ubicar-lo, n'hi ha prou amb dibuixar una de les mediatrius, i el punt on talli la mediatriu l'eix de simetria serà el centre geomètric de la secció.

2.2. Procediment per fer el muntatge:

a) Esborreu totes les marques de llapis que hi pugui haver sobre les plaques planes.

b) Seguiu, per cada peça, els passos següents.

2.2.1. Peça amb forma de T:

Aquesta placa plana està formada per dos rectangles. Per determinar la posició del seu centroide s'aplicarà la regla c) de la Secció 2.1. Per això:

1) Marqueu amb G_1 el centroide de l'àrea component A_1. Marqueu amb G_2 el centroide de l'àrea component A_2, seguint el mateix mètode del rectangle (Secció 2.1.1).
2) Com que els dos rectangles que formen l'àrea total són iguals, i el gruix i la densitat de la xapa també són iguals per a cadascuna de les àrees components, el centroide estarà a la meitat de la distància entre els punts G_1 i G_2. Marqueu aquest punt amb una G.

2.2.2. Peça amb forma de rombe:

La superfície de la placa plana amb forma de romboide es pot considerar composta per dues àrees triangulars que tenen una base comuna. Calqueu la figura en un full i treballeu-hi a sobre:

- Calculeu les àrees components A_1 i A_2. Fixeu-vos que A_2 és més gran que l'àrea A_1.
- Seguint les mateixes pautes que a la Secció 2.1.2, marqueu el centroide G_1 de l'àrea component A_1 i el centroide G_2 de l'àrea component A_2.
- Com que A_2 té una superfície més gran que A_1, el seu pes també serà més gran (recordeu que la densitat i el gruix de la placa plana són constants).
- Per determinar el centroide de la superfície total, dibuixeu la línia que va de G_1 a G_2.
- Com que es coneixen els valors de A_2 i A_1, es pot conèixer la relació entre elles. El centroide G de tota la peça estarà a una distància L_1 segons una regla de proporcionalitat. Calculeu aquest valor.
- Marqueu el punt G determinat d'aquesta manera sobre la figura dibuixada, i comproveu el resultat posant al damunt del dibuix la figura metàl·lica.

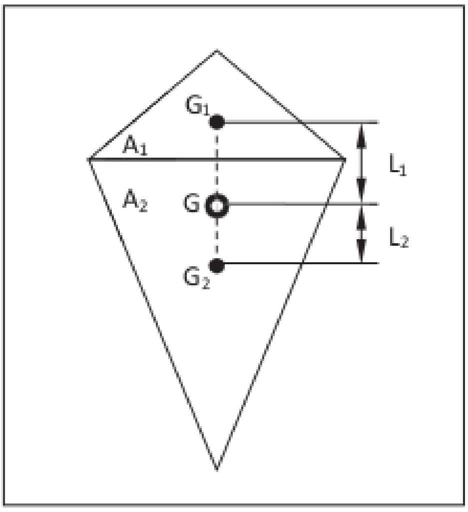

Figura 2.2: Rombe