Conocimiento de mundos posibles mediante una relación de posibilidad constructiva

Matías Alvarado

Report LSI-93-32-R

Conocimiento en mundos posibles mediante una relación de posibilidad constructiva

Matías Alvarado

LSI, UPC. e-mail matias@lsi.upc.es

Pau Gargallo 5, CP 08028, Barcelona, España

Teléfono (34) (3) 401 73 31 y 69 94

Fax (34) (3) 401 70 14

Resumen

Para las lógicas de creencias, la semántica de mundos posibles [**Krip 59**] *es atractiva, por su elegancia formal y la noción intuitiva de hacer un discurso no sólo del mundo presente sino de cualquier mundo concebible (posible). Las limitaciones fundamentales son la omnisciencia lógica y el razonamiento ideal. Consideramos que hay confusión al hablar de ambos temas. En este artículo se analizan y se proponen caracterizaciones generales para ambos. Se propone una definición constructiva de relación de posibilidad entre mundos,de manera que los mundos posibles sean resultado de un proceso. Como consecuencia, el conocimiento y creencia en ese mundo, resultan del proceso de generación de mundos, siendo esencialmente distintos, más realistas a los definidos en las lógicas de creencias con semántica de mundos posibles.*

Palabras clave: Conocimiento, creencia, mundos posibles, relación de posibilidad, omnisciencia lógica, razonamiento ideal, mundos concebibles y generación de mundos

Áreas de investigación: Razonamiento basado en modelos, Teoría de agentes y sus aplicaciones.

1. Lógica modal: necesidad y posibilidad

El objetivo original de la lógica modal [**Lewi 12**], fue establecer las condiciones para la regla de implicación, $p \to q$, en que la verdad de q se sigue *necesaria* o *estrictamente* de la verdad de p. La implicación es verdadera, si q lo es; no se necesita que p sea verdadera para que q lo sea. Este hecho, en ocasiones, hace parecer a la regla de implicación poco intuitiva. Por ejemplo, se puede tener la implicación *si-hace-sol* $\to$ *me-mojo* y que sea verdad *me-mojo*; la implicación es verdadera, aunque es poco intuitiva.

En lógica modal se añaden al lenguaje del cálculo de predicados el operador $\sqcup$ para denotar lo necesario y el operador $\diamondsuit$ para denotar a lo posible. Los operadores se relacionan mediante la equivalencia $\sqcup \equiv \neg\diamondsuit\neg$, que aplicados a un enunciado p, se lee, *es necesario que p si, y sólo si, no es posible $\neg p$*. Al *modus ponens* como única regla de inferencia del cálculo de predicados (CP_1), con la deducción natural, se añade la regla de *necesitación*,

$$\vdash \varphi, \text{ entonces } \sqcup\varphi.$$

Con esta regla se establecen como necesarios todos los teoremas de CP_1, y por tanto, los enunciados necesarios son verdaderos en todos los modelos semánticos. Los enunciados *posibles* o contingentes, son los verdaderos en algunos modelos.

En [**Lewi 12**], el objetivo propuesto no se logró, pero la metodología ha sido una herencia valiosa. La introducción de operadores para formalizar necesidad y posibilidad como *modalidades de la verdad*, ha sugerido formalizar las modalidades *conocimiento*, *creencia* [**Hint 62**], *demostrabilidad* [**BoJe 74**], *temporalidad* [**Shoh 88**], entre otras. Estas lógicas modales, aprovechan la potencia sintáctica y semántica del cálculo de predicados, e incorporan operadores para la formalización de conceptos propios.

2. Semántica de mundos posibles

Una de las críticas que se hizo a la lógica modal, fue la carencia de una semántica propia y esencialmente distinta. Sintácticamente se añadia dos operadores al cálculo de predicados para denotar necesidad y posibilidad, con las complicaciones correspondientes, que semánticamente parecían poco justificados: solo reconocían como necesarios a los teoremas de CP_1 y como posibles a los enunciados contingentes. Además, no eran operadores para los que valieran la cuantificación universal o existencial, y cualquier intento de cuantificación resulta muy complicado.

Una semántica clara para necesidad fue dada por Kripke en 1959. Extensionalmente, una interpretación que asocia a las variables de los predicados los elementos de un dominio, resulta suficiente para que una fórmula sea, en el sentido coloquial del termino, una proposición del mundo real. Sin embargo, según Kripke, el objetivo en lógica modal es hablar no solo del mundo real, o en general del mundo actual, sino también de cualquier mundo que pueda concebirse, y poder asociar al mundo actual, un conjunto de mundos posibles, donde la posibilidad se establece a través de un conjunto de enunciados [**Krip 59**].

Se supone un conjunto de interpretaciones $\mathcal{K}$ en un dominio. Cada interpretación se asocia a un mundo concebible o posible. Luego, se puede hablar de la verdad o falsedad de proposiciones atómicas en cada mundo, y de acuerdo a las reglas de los conectivos lógicos, se asignan valores de verdad a las fórmula compuestas. El mundo presente (que puede ser el *real)*, esta representado por la interpretación distinguida $G \in \mathcal{K}$.

Kripke considera **verdadero** a un enunciado, si se cumple en el mundo presente, y **necesario**, si se cumple en todos los mundos posibles. Si W es el conjunto de mundos posibles para w_0, la asignación de verdad para los enunciados en que aparece el operador $\sqcup$ es la siguiente:

$\sqcup\varphi$ es verdadero (**V**) en w_0, si, y sólo si, φ es **V** en todos los mundos posible para w_0.

La relación entre mundos, R, es binaria y reflexiva. Dado que las interpretaciones $\mathcal{K}$, hacen a los mundos posibles, se puede hablar de relaciones entre mundos, definiendo R sobre $\mathcal{K}$. Si $w_1, w_2 \in \mathcal{K}$, y $(w_1, w_2) \in R$, entonces w_2 es posible para w_1. Se dice que de w_1 se puede acceder a w_2 y de R, que es una ***relación de acceso*** entre mundos. A partir de $(G, \mathcal{K}, R)$ se define un modelo semántico (de Kripke).

2.1. Modelos de Kripke

En la definición usual de modelo de Kripke, se hace explícita la función que asigna valores de verdad (interpretación) a los enunciados en un mundo. Un modelo de Kripke, es una tupla $\mathcal{M} =< W, R, V >$, donde W es un conjunto no vacío de mundos, R es una relación binaria en $W \times W$, y para cada $w \in W$, $V(w)$ es un conjunto de proposiciones variables, verdaderas en w. Luego, φ es verdadera en el mundo w del modelo $\mathcal{M}$, $< \mathcal{M}, w > \models \varphi$, si, y sólo si, $\varphi \in V(w)$. Para las fórmulas compuestas se cumple lo siguiente:

$< \mathcal{M}, w > \models (\varphi \wedge \psi)$ si, y sólo si, $< \mathcal{M}, w > \models \varphi$ y $< \mathcal{M}, m > \models \psi$

$< \mathcal{M}, w > \models (\varphi \vee \psi)$ si, y sólo si, $< \mathcal{M}, w > \models \varphi$ *o* $< \mathcal{M}, w > \models \psi$

$< \mathcal{M}, w > \models \neg\varphi$ si, y sólo si, $\not\models < \mathcal{M}, w > \models \varphi$

$< \mathcal{M}, w > \models \sqcup\varphi$ si, y sólo si, $< \mathcal{M}, w' > \models \varphi$, $\forall w' \in W$ tal que $(w, w') \in R$.

La relación de acceso en un modelo de Kripke es reflexiva, porque es natural pedir que un mundo sea accesible para si mismo y que los enunciados necesarios en un mundo sean verdaderos. Adicionalmente se puede pedir que sea transitiva, si $(w_1, w_2) \in R$ y $(w_2, w_3) \in R$, entonces $(w_1, w_3) \in R$. También se puede pedir que sea simétrica, si $(w_1, w_2) \in R$, entonces $(w_2, w_1) \in R$. Por ser reflexiva, la relación en una estructura de modelo cumple con el axioma modal T, $\sqcup\varphi \rightarrow \varphi$. Si se imponen la transitividad la relación cumple con el axioma modal 4, $\sqcup\varphi \rightarrow \sqcup(\sqcup\varphi)$, y si se impone la simetría, cumple el axioma 5, $\neg \sqcup \varphi \rightarrow \sqcup(\neg \sqcup \varphi)$. En cada caso, la relación de acceso dará lugar a un sistema T, $S4$, $S5$, respectivamente.

La semántica de mundos posibles hizo de la lógica modal, que parecía inicialmente complicada e inútil, un formalismo con diversas posibilidades de aplicación. La semántica de Kripke permite modelar con naturalidad situaciones diversas. Aprovecha la potencia del cálculo de predicados y da un sentido claro a los operadores de necesidad y posibilidad. Por extensión, abre la aplicación para otras *modalidades* sobre los enunciados que se toman como argumentos.

Una de las primeras formalizaciones modales de conocimiento y creencia —aún actualmente la más amplia y sistemática—, con una semántica cercana a la de mundos posibles fue hecha por J. Hintikka en su libro *Knowledge and Belief: a logic of the two notions* publicado en 1962. La idea intuitiva de Hintikka es considerar un mundo o *alternativa epistémica,* como *descripción de un estado de cosas.* La relación entre mundos es mediante relaciones de *alternatividad,* similares a las de posibilidad. Es muy intuitivo considerar mundos como descripciones de situaciones, a partir de los cuales se puede acceder a otros mundos, que es decir a otras situaciones.

2.2. Conocimiento y creencia

La diferencia esencial que hace Hintikka entre conocimiento y creencia, es que el primero sea verdadero, que no se pide para creencia. El operador de necesidad $\sqcup$ se interpreta como de conocimiento, en tanto que el de posibilidad $\Diamond$ como de creencia. Esto quiere decir que al conocimiento se le considera necesario y verdadero, en tanto que a la creencia posible y contingente (a veces cierta y a veces falsa). Haciendo énfasis en el aspecto semántico, propone reglas de conocimiento y creencia, referidas a un sujeto. Al lenguaje del cálculo de predicados, añade cuatro tipos de operadores modales, de *conocimiento, creencia, posibilidad* y *compatibilidad.* Los operadores de conocimiento K y posibilidad P, ocurren en las reglas de conocimiento, en tanto que los de creencia B y compatibilidad C, ocurren en las de creencia.

3. Omnisciencia lógica y razonamiento ideal

3.1. Omnisciencia lógica CP_1

En la lógica de conocimiento y creencias de Hintikka, el conocimiento de un agente en un mundo es el conjunto de enunciados simultaneamente verdaderos en todos los mundos posibles. En cada mundo posible se utiliza el cálculo de predicados y la regla de inferencia es el *modus ponens.* Si en un mundo el enunciado φ es conocimiento de un agente, y ψ es consecuencia lógica de φ, entonces ψ también es conocimiento del agente.

Luego, utilizando la semántica de mundos posibles, con herramienta de razonamiento el cálculo de predicados, conocimiento de un agente en un mundo, son todas las consecuencias lógicas CP_1. Esta *omnisciencia* CP_1, es el punto débil de la lógica de Hintikka. La omnisciencia es consecuencia de que el agente sea un razonador *modus ponens* infalible, que realiza toda aplicación del *modus ponens.* Esta manera de razonar, *ideal,* no corresponde a la manera usual en que lo hace un agente *normal.* No parece intuitivo que un agente conozca todas las consecuencias que se pueden derivar de su conocimiento vía el *mudos ponens.*

Quizá por ser la lógica de creencias de Hintikka la más conocida y por utilizar la semántica de mundos posibles, en la mayoría de la literatura sobre el tema, se asocia omnisciencia lógica a los mundos posibles. No se hace una distinción clara entre lo que es omnisciencia *en si,* y que en particular se genera al utilizar la semántica de mundos posibles. Las lógicas que se han propuesto para evitar la omnisciencia CP_1, enseguida se comentan brevemente.

Lógicas de creencias basadas en la semántica de mundos posibles en las que se añade a los mundos posibles, lógicamente consistentes, mundos posibles con contradicciones [**Cres 73**], [**Hint 75**]. De estas la más desarrollada es la lógica de creencias implícitas y explícitas [**Leve 84**]. Las creencias explícitas, las que el agente asume, cumplen la axiomática de la lógica de la relevancia [**Leve 84**]. Por esto, en esta lógica no se evita la omnisciencia lógica, sino que se *traslada* de la lógica CP_1 a la lógica de la relevancia [**AnBe 75, 77**] de Anderson y Belnap [**Vard 86**].

También basada en mundos posibles, pero con una modificación a la manera de definir conocimiento y creencia, que de fondo sugiere modificar la manera en que se plantea la relación de posibilidad o acceso entre los mundos, se propone una lógica epistémica que evita parcialmente la omnisciencia CP_1 [**Vard 86**]. Sin embargo, la capacidad de razonamiento del sistema es muy limitada [**Vard 86**], y en medida de eso, no aporta una solución significativa al problema de omnisciencia lógica.

Por otro lado, las lógicas que desestimando la semántica de mundos posibles, proponen solucionar el problema de omnisciencia, caracterizando a un agente mediante un conjunto inicial de enunciados y reglas de deducción locales y efectivamente calculables a partir de sus premisas. De estas, la más desarrollada es el ***modelo de deducción de creencias*** [**Kono 86**]. En este modelo, las creencias de un agente son los enunciados de la cerradura deductiva Δ_α, que se obtiene de aplicar a un conjunto inicial de creencias Δ, las reglas de inferencia ρ del agente α:

$$\Delta_\alpha = \{\varphi \mid \Delta \vdash_\rho \varphi\}.$$

Tomando en cuenta que Konolige habla de creencia y conocimiento con la única diferencia de que el segundo debe ser verdadero, lo que se tiene es omnisciencia en la lógica del agente, puesto que cree (conoce) *todo* lo que se deduce de su conocimiento inicial aplicando sus reglas de inferencia. El agente es omnisciente pues no hay cosa que pueda conocer que no conozca.

Konolige afirma que los agentes que define no son omniscientes, puesto que razonan con reglas de inferencia particulares, locales, y no utilizan el cálculo de predicados. De manera implícita Konolige asume que hay omnisciencia sólo si se trabaja con el cálculo de predicados.

3.2. Omnisciencia lógica

Nosotros preferimos considerar omnisciencia en su acepción etimológica más pura, y puntualizar que dado un contexto, omnisciencia es la capacidad de saberlo todo: dependiendo de la lógica del sistema o agente, es el tipo de omnisciencia.

Si α es un agente y K el operador modal de conocimiento, con argumentos el agente α y su conocimiento φ, la omnisciencia CP_1 se puede formalizar de la siguiente manera:

$$\vdash \varphi, \text{ entonces } K(\alpha, \varphi) \qquad (1)$$

Todas las fórmulas válidas son creencia del agente. Si se considera un conjunto arbitrario Δ, la situación es la siguiente:

$$\Delta \vdash \varphi, \text{ entonces } K(\alpha, \varphi) \qquad (2)$$

La fórmula (1) es el caso particular de (2) cuando Δ es el conjunto vacío. En ambas fórmulas se considera que $\vdash$ es la inferencia en el cálculo de predicados, $\vdash_{CP_1}$, y en ambos casos se tiene omnisciencia CP_1.

En general puede tratarse de cualquier cálculo C en un sistema de conocimiento y la omnisciencia formularse de la siguiente manera:

$$\Delta \vdash_C \varphi, \text{ entonces } K(\alpha, \varphi). \qquad (3)$$

Si el cálculo es específico de un agente α, se denota C_α, y la formulación queda de la siguiente manera:

$$\Delta \vdash_{C_\alpha} \varphi, \text{ entonces } K(\alpha, \varphi). \qquad (4)$$

Como ejemplo, en el cálculo de reglas locales y efectivas de los agentes en el modelo de deducción de creencias de Konolige, $C_\alpha = \{\rho_\alpha\}$.

En general, si con los mecanismos de razonamiento de un agente, todo lo que se deduce a partir de un conjunto es creencia del agente, el agente es omnisciente lógico con la lógica que utiliza. Otra manera de decirlo es que si la lógica de creencias de un agente es completa, el agente es omnisciente respecto a esa lógica.

Por ejemplo, la lógica de creencias explícitas es completa, y un agente cree todo lo que se deduce en esta lógica [**Leve 84**] (Teorema 2). Analogamente, los agentes del modelo de deducción [**Kono 86**], tienen una clausura deductiva completa, que puede verse como un caso particular de completud lógica, y razonan impecablemente con sus particulares reglas de inferencia. Son omniscientes con su lógica particular, pues no hay cosa que puedan conocer que no conozcan.

3.3. Razonamiento ideal

En los dos ejemplos anteriores, los agentes son razonadores *ideales* con su lógica. La omnisciencia es consecuencia de una capacidad de razonamiento exhaustivo e infalible. A este tipo de razonamiento, *ideal*, corresponde una lógica completa. Una condición necesaria para la omnisciencia es el razonamiento ideal. Un sujeto no puede conocer todas las consecuencias de su conocimiento, sino cuando tiene unos mecanismos de inferencia que se aplican de manera exahustiva y sin falla.

Nos interesa enfatizar que de la misma manera en que la omnisciencia CP_1, es un caso particular de la omnisciencia lógica, el razonamiento ideal no esta ligado al cálculo de predicados, sino que CP_1 es un caso particular de razonamiento ideal.

4. Mundos concebibles

En la semántica de mundos posibles, la posibilidad es una relación algebraica (binaria) sobre el conjunto de mundos. No esta definida mediante un procedimiento de generación o construcción de mundos. Los mundos que pueden ser posible para el mundo presente ya *exiten,* y a través de la relación de posibilidad se eligen algunos. En la lógica de Hintikka se utiliza este tipo de relación de posibilidad para definir conocimiento o creencia en el mundo presente [**Hint 62**].

Pero si los mundos existen *per se* y son posibles a través de relaciones algebraicas primitivas, que no reflejan ningún proceso de razonamiento, la idea intuitiva de conocimiento (creencia) de un agente en un mundo como lo verdadero en todos (al menos uno de) los mundos *concebibles*, se pierde.

No parece natural que el conocimiento sea algo externo que se obtiene sin la realización de procesos de razonamiento. Parece más intuitivo que conocimiento sea el resultado de un proceso dinámico, que parte de un mundo y complementariamente, depende de otros mundos. A nosotros nos parece adecuada la metáfora intuitiva de un agente que concibe mundos a partir del mundo presente, como resultado de un proceso. Un mundo concebible a partir de uno presente, puede ser una generalización o simplificación, una corrección o modificación. Pero consideramos necesario que haya una relación causal entre mundos.

En general, puede decirse que una decisión (para actuar u opinar), se toma con la información presente. Mientras no se necesita decidir, se mantienen las distintas alternativas por las que se puede optar. Al menos una alternativa ha de ser verdadera y justifica la veracidad del grupo de alternativas. Esto puede modelarse de la siguiente manera: las alternativas son disyuntandos, al menos uno de los cuales es verdadero y hace verdadera a la disyunción, que expresa al conjunto de alternativas.

4.1. Mundos concebibles a partir de un mundo presente

Sea $\mathcal{L}$ el lenguaje del cálculo de predicados al que se añaden los operadores (modales) binarios K y B de conocimiento y creencia. Las reglas de formación de fórmulas, son las del cálculo de predicados para las fórmulas en que no aparecen los operadores modales. Para las fórmulas modales, los argumentos de los operadores son, un término α que denota a un agente y una fórmula, que puede ser, *i*) de CP_1 o *ii*) fórmula recursiva, con argumentos, un agente y una fórmula modal. El mundo presente, es un conjunto de fórmulas de $\mathcal{L}$, verdaderas.

Si el mundo presente es un conjunto de fórmulas verdaderas, algunas pueden tener subfórmulas que permitan diversas interpretaciones. Una fórmula disyuntiva es verdadera si al menos uno de sus disyuntandos es verdadero, aunque los otros no esten interpretados. Un mundo concebible a partir del mundo presente puede obtenerse de interpretar algún(os) disyuntando(s) de las fórmulas del mundo presente.

Por ejemplo, si $A \vee B$ es la fórmula verdadera que describe al mundo w_0, puede ser que A sea verdadera, ó B sea verdadera, o ambas. Dependiendo de esto, se tienen las siguientes posibilidades:

$$\{ A \vee B,\ A\},\ \{ A \vee B,\ B\},\ \{ A \vee B,\ A,\ B\};$$

según suceda, el mundo descrito por el conjunto correspondiente, puede considerarse el mundo concebible a partir de w_0. En general, los mundos concebibles a partir del mundo presente pueden definirse como los que tienen asociadas las distintas interpretaciones de los disyuntandos. En el ejemplo, son respectivamente los conjuntos dados.

Definición

Un *mundo es concebible (posible) a partir del mundo presente,* si esta formado por las fórmulas verdaderas en el mundo presente, más el resultado de asignar valor de verdad a al menos un disyuntando de una fórmula del mundo presente.

Ejemplo

Se contrastan en este ejemplo los mundos posibles en la definición de Kripke (Figura 1), de la definición de mundos concebibles que se propone (Figura 2). En la figura 2, en w_1 el disyuntando R es verdadero en tanto que en w_2 lo es S. En ambos mundos las fórmulas verdaderas en w_0 también lo son.

$$P, Q, R \vee S$$
$$w_0$$

$P, \neg Q, R \vee S$	$P, Q, \neg(R \vee S)$
w_1	w_2

Figura 1. Mundos posibles de Kripke

$$P, Q, R \vee S$$
$$w_0$$

$P, Q, R \vee S, R$	$P, Q, R \vee S,\ S$
w_1	w_2

Figura 2. Mundos concebibles

Si el valor de verdad de un disyuntando no se había dado en el mundo presente, el mundo concebible es más específico que el presente y la interpretación asociada al mundo concebible es una extensión de la del mundo presente. En la figura 2, w_1 y w_2 son interpretaciones que extienden la asociada a w_0, y ambos mundos estan descritos con más detalles que w_0.

Se ha hecho referencia sólo a disyuntandos, porque cualquier fórmula puede expresarse en forma normal disyuntiva. Una fórmula que permite interpretación de subfórmulas, se puede expresar como una disyunción, tal que la subfórmula a interpretar, corresponde a un disyuntando en la forma normal. Se utiliza en lo sucesivo, interpretación de subfórmulas de manera equivalente a valoración o asignamiento de valor de verdad.

4.2. Introducción de disyunciones

Es de esperarse que el mundo presente no permanezca fijo y que pueda cambiar añadiendo información *de fuera*. Esto se hace introduciendo disyunciones del lenguaje $\mathcal{L}$, a las que se aplica el mismo proceso de interpretación de disyuntandos y se generan los mundos posibles correspondientes.

Por otro lado, puede haber ocasiones en que haya duda si asignar verdadero o falso a una subfórmula. En este caso se conciben dos mundos, uno en el que sea verdadera la subfomula y otro en el que sea falsa. Si A es la fórmula que no se sabe si interpretarla verdadera o falsa, se introduce la tautología $A \vee \neg A$ en el mundo presente, para que con cada disyuntando se conciba un mundo.

Por ejemplo, si para w_1 con la descripción $\{ A \vee B,\ A\}$, no se sabe si valorar B como verdadero o falso, se pueden generar dos mundos, uno descrito por $\{ A \vee B,\ A, B\}$ y otro por $\{ A \vee B, A, \neg B\}$. Uno de los dos mundos se ha de descartar cuando se tenga información que valide, ya sea al enunciado o a su negación. Mientras tanto, se pueden mantener como mundos posibles, e incluso utilizarse para explorar los mundos posibles desde cada uno de estos.

Sintácticamente, los conjuntos de fórmulas asociadas a los mundos posibles, se generan aplicando las reglas de los conectivos lógicos a las fórmulas del mundo presente. Un método de demostración adecuado para esta descomposición, es el de tableros analíticos de Beth. Este método de demostración, equivalente a la deducción natural, se utiliza tanto en sistemas formales [**Kono 86**] como en sistemas automáticos [**GeKo 86**], [**Cata 91**] que utilizan lógica modal, debido a su flexibilidad y claridad.

4.3. Conocimiento y creencia

Aunque las definiciones que se proponen, son homónimas a las dadas en lógicas epistémicas con semántica de mundos posibles, son esencialmente distintas, puesto que los mundos concebibles son esencialmente distintos.

Definición

Conocimiento de un agente en un mundo, son los enunciados que se cumplen en todos los mundos posibles. **Creencia** de un agente en un mundo son los enunciados que se cumplen en al menos uno de los mundos posibles.

Ejemplo

En los mundos posibles de Kripke (Figura 1), el conocimiento en w_0 es P, en tanto que en los mundos concebibles (Figura 2) es $P, Q, R \vee S$. La diferencia es evidente.

Conocimiento nuevo

Lo que no es conocimiento de entrada en el mundo presente, para que lo sea, necesita ser igualmente interpretado en todos los mundos posibles. En el ejemplo de la figura 3., $\underline{R}$ es conocimiento que ha resultado de valoraciones sucesivas. Por ser verdadero en todos los mundos concebibles, estas sucesivas valoraciones, extienden la valoración I_0.

Ejemplo

$$P, Q, R \vee S, \underline{R}$$
$$w_0$$

$$P, Q, R \vee S, R \qquad\qquad P, Q, R \vee S,\ R, S$$
$$w_1 \qquad\qquad\qquad\qquad w_2$$

Figura 3. Conocimiento en w_0

En este caso, el conocimiento es P, Q, $R \vee S$, R. También lo es, en este ejemplo, en los mundos posibles de Kripke.

La definición de mundo concebible lleva implícita una definición de relación de posibilidad R, que enseguida se hace explícita. Esta definición hara claro el análisis de conocimiento y creencia en mundos concebibles.

Definición

Un mundo w es posible para el mundo w_0 siempre y cuando w_i tenga asociada una interpretación que extienda la interpretación asociada a w_0. En este caso se denota $(w_0, w_i) \in R$, o bien, $w_0 R\, w_i$.

Sea I_0 la valoración asociada al mundo presente w_0. Sea I_i la valoración asociada a w_i, $i = 1, \ldots, n$, tal que I_i es una valoración que extiende la asociada a w_0. Sea $\mathcal{I}$ el conjunto de interpretaciones, extensiones de I_0, que se hayan realizado, y W el conjunto de mundos concebibles. Sea $\mathcal{M} = (W, \mathcal{I}, R)$. El conocimiento de un agente α en w_0 se expresa de la siguiente manera:

$$(\mathcal{M}, w_0) \models K(\alpha, \varphi) \quad \text{sii} \quad (\mathcal{M}, w_i) \models \varphi \ \ \forall w_i,\ (w_0, w_i) \in R.$$

$(\mathcal{M}, w_i) \models \varphi$ si y sólo si, φ es verdadera para la asignación de verdad I_i.

Se captura en la definición que el conocimiento sea verdadero en el mundo presente y que el mundo presente sea un mundo concebible para sí mismo, lo cual parece natural. Lo verdadero en el mundo presente es verdadero en todos los mundos concebibles y es conocimiento en el mundo presente.

4.4. Omnisciencia lógica

Un agente en un mundo, concibe mundos conforme interpreta disyuntandos de fórmulas en el mundo presente. Puede interpretar sólo algunos disyuntandos y concebir sólo los mundos correspondientes. Si el agente es un sistema informático, una petición explícita puede ser para que de respuesta en algún sentido sobre lo que expresa cierta subfórmula. Si el agente es un individuo, la subfórmula que interpreta depende de lo que le interesa opinar o creer a partir de la información presente.

En general, el agente no esta obligado a interpreta todas las subfórmulas de las fórmulas presentes, ni genera de manera exahustiva todos los mundos posibles. Por tanto, no necesariamente conoce todas las consecuencias lógicas de su información inicial. Luego, no necesariamente es un razonador ideal y puede ser o no omnisciente lógico, en general. El agente razona acotado por las peticiones puntuales y por las circunstancias del medio.

En este caso, la lógica que se utiliza es la del cálculo de predicados, pero este proceso de interpretación, con o sin omnisciencia, se presenta también cuando se utilizan otras lógicas.

5. Conclusiones

En este trabajo se plantea a la omnisciencia lógica, como la capacidad de conocer todo lo que se deduce a partir de una información inicial, mediante determinados mecanismos de inferencia. De esta manera, la omnisciencia en una lógica de creencias que utiliza semántica de mundos posibles, es sólo un caso particular, a saber, omnisciencia lógica CP_1. La omnisciencia lógica resulta de utilizar una lógica completa, con mecanismos de razonamiento exhaustivos e infalibles, propios de razonadores ideales, sin limitaciones de recursos, espaciales o temporales.

Consideramos que la relación de posibilidad en la semántica de mundos posibles, algebraica binaria, al no ser constructiva, no captura la idea intuitiva de mundo concebible (posible) para un mundo. En este trabajo se propone una definición de mundo concebible y de relación de posibilidad, como resultado de un proceso que se inicia en el mundo presente. De esta manera, el conocimiento de un agente en el mundo presente, w_0, resulta de un proceso que se inicia en w_0 y permite definir agentes no omniscientes, acotados por su información inicial, pero con la posibilidad de acceder a nueva información *externa* o que resulte del proceso de generación de mundos posibles.

Bibliografía

[AnBe 75] Anderson, A. y Belnap, N. *Entailment, the Logic of Relevance and Necesitation.* Princeton University Press. 1975.

[BoJe 74] Boolos, G., Jeffrey, R. *Computability and Logic.* Cambridge University Press, 1974.

[Shoh 88] Shoham, Y. *Reasoning about Change Time and Causation from the Standpoint of Artificial Intelligence.* The MIT Press, 1988.

[Cres 73] Creswell, M. *Logic and Languages.* Metheun, London. 1973.

[Cata 91] Catach, L. *TABLAUX: A general theorem prover for modal logics.* Journal of automated reasoning **7** (489-510). Kluwer Academic Publishers. 1991.

[GeNi 86] Genesereth, M., Nilsson, N. *Logical foundations of artificial intelligence.* Morgan Kauffman. 1986.

[GeKo 86] Geissler, C. y Konolige, K. *A Resolution Method for Quantified Modal Logics of Knowledge and Belief.* In Joseph Y. Halpern (Ed.). Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge. Morgan Kauffman. 1986. 309-324.

[HaMo 85] Halpern, J. y Moses, Y. *A Guide to the Modal Logics of Knowledge and Belief: preliminary draft.* IJCAI 85. 480-490.

[**HaMo 85**] Halpern, J. y Moses, Y. *A Guide to completeness and complexity for modal logics of knowledge and belief.* Artificial Intelligence 54 (1992) 319-379.

[**Hint 62**] Hintikka, J. *Knowledge and Belief.* Cornell University Press. 1962.

[**Hint 75**] Hintikka, J. *Imposible posible worlds vindicated.* Journal of Philosophical Logic 4, 1975. 475-484.

[**Kono 86**] Konolige, K. *A Deduction Model of Belief and its Logics.* Morgan Kaufmann. 1986.

[**Krip 59**] Kripke, S. *A completness theorem in modal logic.* The Journal of Symbolic Logic. **24** - 1. 1959. 1-14.

[**Krip 63**] Kripke, S. *Semantical considerations on modal logic.* Acta Philosophica Fennica. **16**. 1963. 83-94.

[**LeRi 85**] Levesque, H., Rivieres J. des. *The consistency of syntactical treatments of knowledge* In Halpern, Y. (Ed.) Theoretical aspects of reasoning about knowledge. 1986. 115-130

[**Mont 63**] Montague, R. *Syntactical treatment of modality, with corollaries on reflexion principles and finite axiomatizability.* In R. Motague (Ed) *Formal Philosophy.* New Haven and London. 1974.

[**Mont 63**] Montague, R. *Universal grammar.* Theoria **36**, 1970. 373-378.

[**Moor 82**] Moore, R. *A Formal Theory of Knowledge and Action.* In Hobbs (Ed). Theories of Knowledge and action. Morgan Kauffman. 1986. 319-358.

[**Smull 68**] Smullyan A. *First Order Logic.* Harvard University Press. 1968.

[**Vard 86**] Vardi, M. *On epistemic logic and logical omniscience.* In Halpern, Y. (Ed.) Theoretical aspects of reasoning about knowledge. 1986. 293-305.

Departament de Llengatges i Sistemes Informàtics
Universitat Politècnica de Catalunya

List of research reports (1993).

LSI-93-1-R "A methodology for semantically enriching interoperable databases", Malú Castellanos.

LSI-93-2-R "Extraction of data dependencies", Malú Castellanos and Fèlix Saltor.

LSI-93-3-R "The use of visibility coherence for radiosity computation", X. Pueyo.

LSI-93-4-R "An integral geometry based method for fast form-factor computation", Mateu Sbert.

LSI-93-5-R "Temporal coherence in progressive radiosity", D. Tost and X. Pueyo.

LSI-93-6-R "Multilevel use of coherence for complex radiosity environments", Josep Vilaplana and Xavier Pueyo.

LSI-93-7-R "A characterization of $PF^{NP\|} = PF^{NP[\log]}$", Antoni Lozano.

LSI-93-8-R "Computing functions with parallel queries to NP", Birgit Jenner and Jacobo Torán.

LSI-93-9-R "Simple LPO-constraint solving methods", Robert Nieuwenhuis.

LSI-93-10-R "Parallel approximation schemes for problems on planar graphs", Josep Díaz, María J. Serna, and Jacobo Torán.

LSI-93-11-R "Parallel update and search in skip lists", Joaquim Gabarró, Conrado Martínez, and Xavier Messeguer.

LSI-93-12-R "On the power of Equivalence queries", Ricard Gavaldà.

LSI-93-13-R "On the learnability of output-DFA: a proof and an implementation", Carlos Domingo and David Guijarro.

LSI-93-14-R "A heuristic search approach to reduction of connections for multiple-bus organization", Patricia Ávila.

LSI-93-15-R "Toward a distributed network of intelligent substation alarm processors", Patricia Ávila.

LSI-93-16-R "The Odissea approach to the design of information systems from deductive conceptual models", Maria Ribera Sancho and Antoni Olivé.

LSI-93-17-R "Constructing face octrees from voxel-based volume representations", Robert Juan i Ariño and Jaume Solé i Bosquet.

LSI-93-18-R "Discontinuity and pied-piping in categorial grammar", Glyn Morrill.

LSI-93-19-R "El frau i la delinqüència informàtica: un problema jurídic i ètic", Miquel Barceló (written in Catalan).

LSI-93-20-R "Non-homogeneous solid mdeling with octrees. A geological application", Anna Puig, Isabel Navazo, and Pere Brunet.

LSI-93-21-R "Extending a single resolution system towards a distributed society", Karmelo Urzelai.

LSI-93-22-R "LINNEO$^+$: A classification methodology for ill-structured domains", Javier Béjar, Ulises Cortés, and Manel Poch.

LSI-93-23-R "Especificació d'una biblioteca de tipus" (written in Catalan), Xavier Franch.

LSI-93-24-R "Proceedings of the Fourth Barcelona-Ulm Workshop on Probabilistic Complexity Classes and Nonuniform Computational Models" (Barcelona, September 13th–17th, 1993), José L. Balcázar and Antoni Lozano (editors).

LSI-93-25-R "Proceedings of the Fourth International Workshop on the Deductive Approach to Information Systems and Databases" (Lloret de Mar, 1993), Antoni Olivé (editor).

LSI-93-26-R "Modelo para el control de calidad en LESD basado en la medición del software" (written in Spanish), O. Slávkova.

LSI-93-27-R "On the robustness of ALMOST-$\mathcal{R}$", Ronald V. Book and Elvira Mayordomo.

LSI-93-28-R "Lexicografía computacional: Adquisición automática de Conocimiento Léxico" (written in Spanish), Irene Castellón Masalles.

LSI-93-29-R "Anàlisi de les definicions verbals del diccionari Vox" (written in Catalan), Mariona Taulé Delor.

LSI-93-30-R "The structure of a logarithmic advice class", Montserrat Hermo.

LSI-93-31-R "Toward a realistic semantics of possible worlds for logics of belief", Gustavo Núñez, Matías Alvarado, and Ton Sales.

LSI-93-32-R "Conocimiento en mundos posibles mediante una relación de posibilidad constructiva" (written in Spanish), Matías Alvarado.

Internal reports can be ordered from:

Nuria Sánchez
Departament de Llenguatges i Sistemes Informàtics (U.P.C.)
Pau Gargallo 5
08028 Barcelona, Spain
secrelsi@lsi.upc.es