

## CONTRASTACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS

---

### Introducción

#### **4.1. Contrastación de los modelos constitutivos a partir de los ensayos a tracción**

- 4.1.1. Consideraciones previas
- 4.1.2. Comparación de las previsiones de los modelos con los resultados experimentales
- 4.1.3. Análisis de los resultados y conclusiones iniciales

#### **4.2. Contrastación de los modelos constitutivos a partir de ensayos a tensión constante.**

- 4.2.1. Desarrollo de los ensayos a tensión constante
  - 4.2.1.1. Maquinaria y procedimiento experimental
  - 4.2.1.2. Resultados experimentales de los ensayos a tensión constante
- 4.2.2. Contrastación experimental de los modelos y análisis de los resultados

#### **4.3. Contrastación experimental de los modelos a partir de ensayos combinados tensión constante y deformación constante**

- 4.3.1. Desarrollo de los ensayos combinados tensión constante y deformación constante
- 4.3.2. Simulación numérica, contrastación experimental y análisis de los resultados

#### **4.4. Propuesta de modelo constitutivo macroscópico**

- 4.4.1. Formulación teórica y justificación
  - 4.4.2. Verificación experimental
-

## INTRODUCCIÓN

Se presenta en este Capítulo la contrastación experimental de los modelos con el objetivo de analizarlos, ya no sólo desde un punto de vista teórico y numérico como se realizó en el Capítulo 2, sino de verificarlos a partir de un conjunto de parámetros obtenidos a partir de datos experimentales de ensayos a tracción. Esta contrastación experimental se realiza a través de diferentes resultados; por un lado, se verifican los modelos bajo condiciones isotérmicas, a través de los mismos ensayos a tracción que los presentados en el Capítulo 3. Sin embargo, para que la verificación de los modelos sea completa, se deben comparar con otros resultados experimentales diferentes a aquellos resultados de los que se extraen los parámetros constitutivos. Con este fin, se desarrolla todo un procedimiento experimental para realizar ensayos con las aleaciones NiTi bajo condiciones de tensión constante. De esta manera, además de verificar los modelos, se podrán extraer de nuevo los parámetros constitutivos y compararlos con los deducidos de los ensayos a tracción.

Por último, para realizar una verificación completa de los modelos, se desarrolla un conjunto de experimentos combinados de deformación constante y tensión constante, simulando el efecto de un actuador que realiza un trabajo levantando un peso determinado al elevar la temperatura. En todos los casos contemplados de verificación de los modelos se analiza con detalle las divergencias encontradas y se aportan mejoras a los modelos que ayuden a una mejor aproximación experimental de los mismos, desarrollando para este fin y de forma complementaria, un modelo constitutivo propio.

## 4.1 CONTRASTACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS A PARTIR DE LOS ENSAYOS A TRACCIÓN

### 4.1.1. Consideraciones previas

Para poder contrastar experimentalmente los modelos constitutivos, recordemos que requeríamos de los parámetros obtenidos en el Capítulo 3 y que presentamos, de nuevo en la tabla 4.1. Hay que hacer notar, sin embargo, que tanto los modelos de Tanaka como los de Liang-Rogers y Brinson, requieren, además de los parámetros de la tabla 4.1, *un parámetro adicional: el tensor termoelástico ?* que sólo es obtenible a partir de ensayos no isotérmicos (ensayos a deformación constante o tensión constante), con lo que se afirma que los ensayos isotérmicos no son suficientes para la determinación experimental de los parámetros constitutivos. Sin embargo, en esta primera verificación y dado que la influencia de este parámetro es mínima comparada con el resto, supondremos un valor teórico (0,55 MPa/°C) que luego contrastaremos (apartado 4.2).

*Tabla 4.1. Parámetros utilizados para los modelos constitutivos*

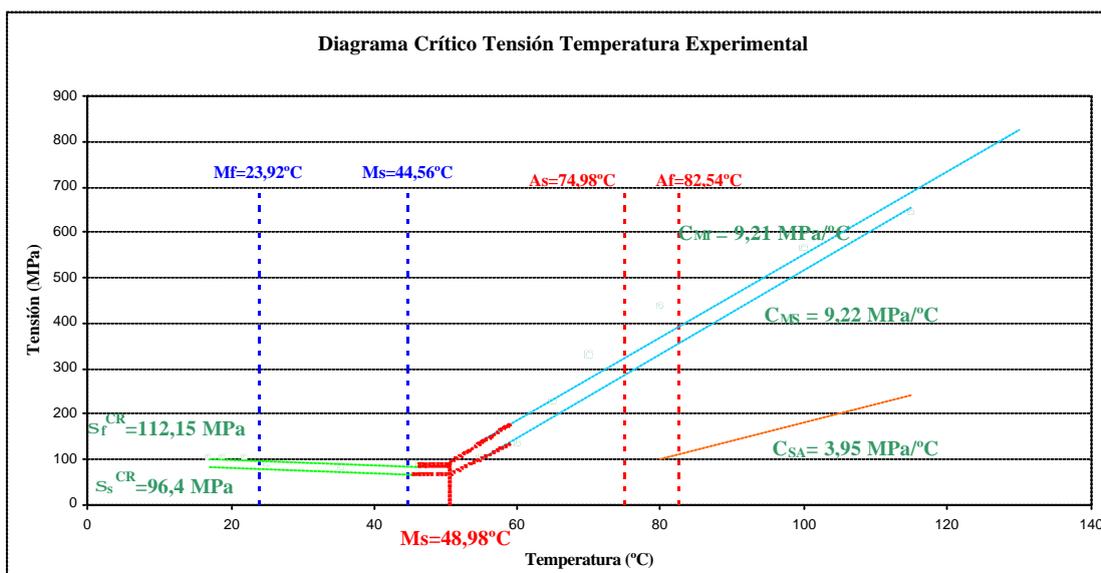
$M_f$	$M_s$	$A_s$	$A_f$	$e_L$	$E_A$	$E_M$	$C_A$	$C_M$	$S_S^{CR}$	$S_F^{CR}$
23,9	44,6	75	82,5	5	76809	19566	3,95	9,2	96,4	112,15
(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	%	MPa	MPa	MPa/°C	MPa/°C	MPa	MPa

También es importante remarcar que con los ensayos isotérmicos no se logró un comportamiento superelástico (ni pseudoelástico) del material, con lo que el parámetro  $C_A$  se calculó de forma aproximada. Esto reafirma, de nuevo, la idea de que los ensayos isotérmicos no son suficientes para la determinación de los parámetros.

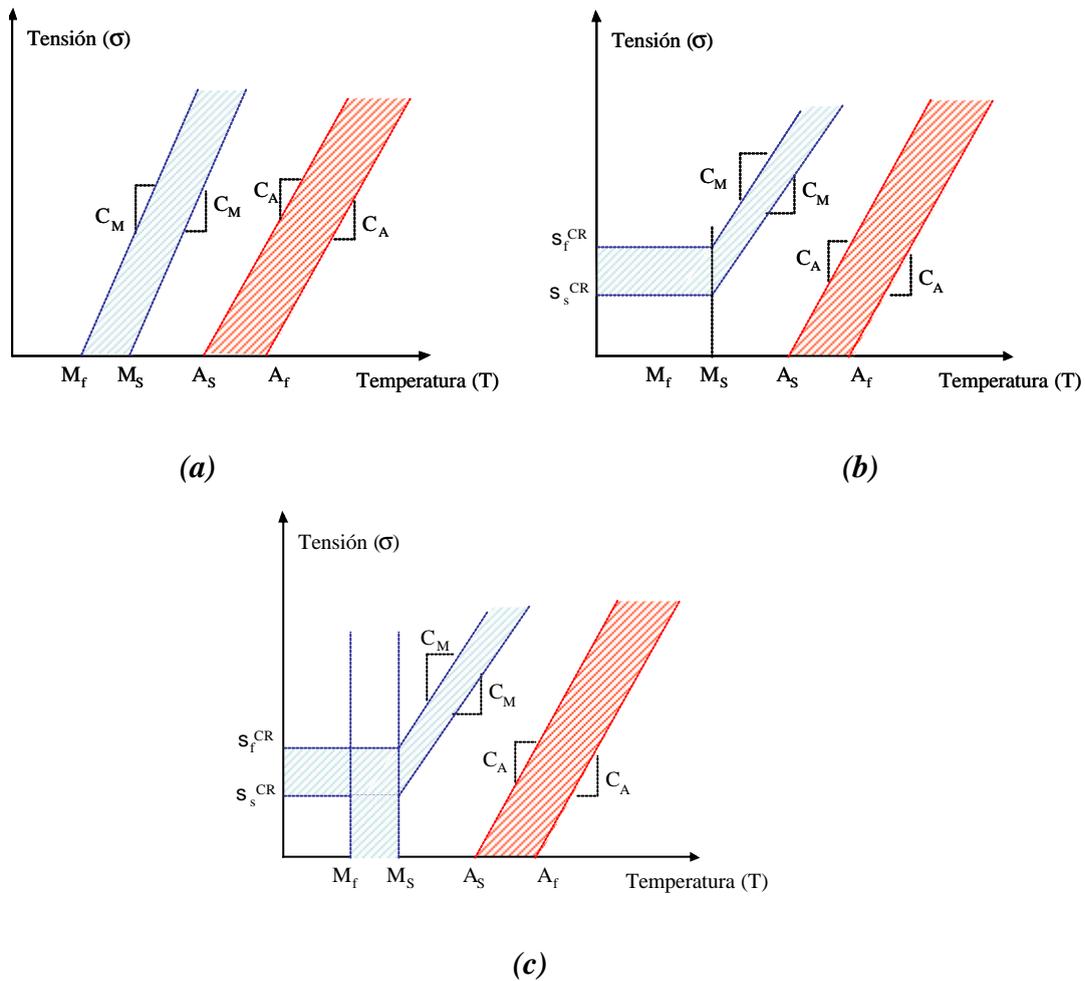
### 4.1.2. Comparación de las previsiones de los modelos con los resultados experimentales

La primera comparación que se puede hacer entre los resultados experimentales de los ensayos a tracción con los modelos constitutivos es referente al diagrama crítico tensión temperatura. Se presenta en la figura 4.1, el diagrama crítico obtenido de los resultados del Capítulo 3 y en la figura 4.2 se recuerda el diagrama crítico supuesto en los modelos. Se observa en esas figuras cómo la aproximación realizada por los modelos de Brinson y Auricchio es la más acertada y no la utilizada en los modelos de Tanaka y Liang-Rogers.

De la comparación de ambos diagramas críticos (figura 4.2b y c y figura 4.1) una de las observaciones más destacables es que, en el diagrama experimental, los parámetros  $\sigma_S^{CR}$  y  $\sigma_F^{CR}$  se obtuvieron de la extrapolación de la aproximación lineal a los puntos tensión-temperatura a temperaturas inferiores a  $M_s$ , siendo el comportamiento en este rango lineal y con pendiente decreciente, y no constante como suponen los modelos de Brinson y Auricchio. Otra observación ya comentada en el Capítulo 3 es la suposición de  $C_{M_s} = C_{M_f}$  que puede considerarse acertada a partir de los datos experimentales.



**Figura 4.1.** Diagrama crítico tensión-temperatura obtenido experimentalmente.

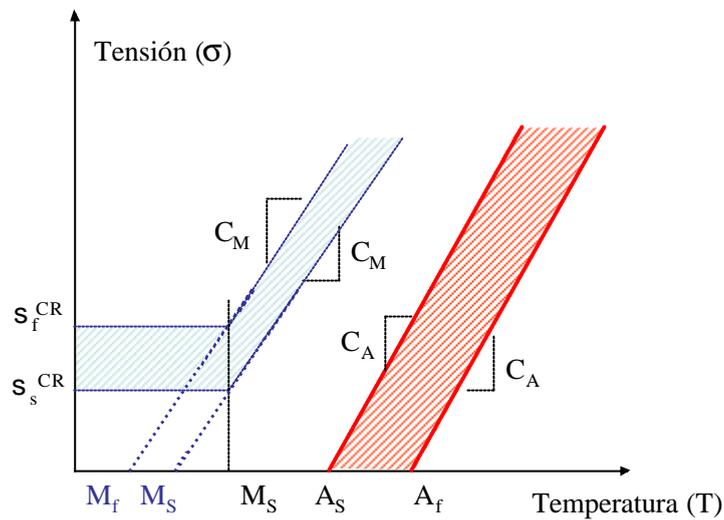


**Figura 4.2.** Diagrama crítico teórico supuesto en los modelos de (a) Tanaka y Liang-Rogers, (b) Brinson y (c) Auricchio.

También se observa de la figura 4.1 cómo la intersección entre el tramo con pendiente CM y el tramo de pendiente negativa se produce a 48,98°C valor próximo pero un poco superior a  $M_S=44,56^\circ\text{C}$ . Así pues, **en lugar de tomar el valor de  $M_S$  como temperatura de transición entre los dos tramos, tomaremos el valor obtenido experimental, que denominaremos  $T_{\text{equilibrio}} = 49^\circ\text{C}$ .**

Como conclusión de la diferencia entre los valores de previsión del diagrama crítico **entre Tanaka y Liang-Rogers** y el diagrama real, para que los modelos tengan validez y sean comparables, **se debe realizar una modificación en las temperaturas de transición: considerar las temperaturas de transición en estos modelos como la intersección de las curvas de pendiente positiva ( $C_M$ ) con el eje de temperaturas**, tal y como se observa en la figura 4.3 donde se representan, en azul, dichas temperaturas.

Los valores del diagrama crítico experimental, *se deducen como:  $M_f = 40,2^\circ\text{C}$  y  $M_s = 44,2^\circ\text{C}$  las temperaturas de transición martensíticas para el modelo de Tanaka y el de Liang-Rogers.*



**Figura 4.3.** Corrección al diagrama crítico teórico supuesto en los modelos de Tanaka y Liang-Rogers para las temperaturas críticas de transformación martensíticas.

Con todos estos precedentes se presenta, a continuación, la comparación entre las simulaciones numéricas y las gráficas experimentales para las temperaturas presentadas en la tabla 4.2.

**Tabla 4.2.** Temperaturas de simulación previstas

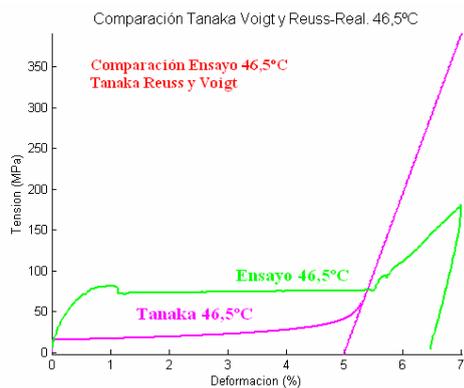
$T < M_f$	$M_f < T < M_p$	$T \sim M_s$	$M_s < T < A_s$	$T > A_f$
19°C	35,5°C	46,5°C	65°C; 70°C	100°C

Nótese que, para los modelos de Tanaka y Liang-Rogers las dos primeras temperaturas no pueden simularse por ser inferiores a  $M_s$ , rango de temperaturas que no simulan estos modelos.

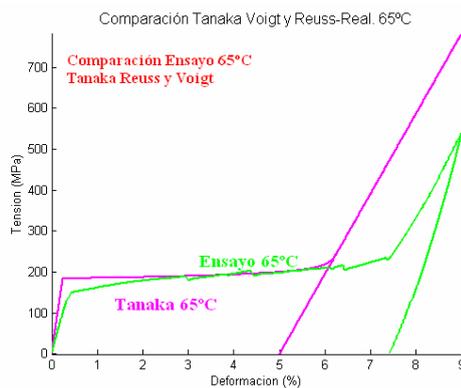
### 4.1.3. Análisis de los resultados y conclusiones iniciales

Presentamos a continuación las comparaciones entre las simulaciones numéricas y los *ensayos isotérmicos realizados sobre alambre NiTi SM495 de la casa Euroflex con tratamiento térmico de 500°C 1 hora y templado al agua* en dispositivo de impartición de memoria de forma recta. Estos ensayos isotérmicos son los presentados en apartado 3.4 del Capítulo 3.

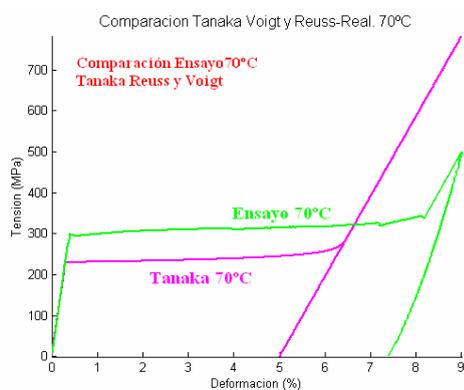
- En las figuras 4.4 (a-d) se presentan las comparaciones con el modelo de Tanaka solapando las simulaciones para las aproximaciones de Reuss y Voigt al módulo elástico en la transformación. Las temperaturas de simulación y/o ensayo son: 46,5°C; 65°C; 70°C y 100°C.
- En las figuras 4.5 (a-d) se presentan las comparaciones con el modelo de Liang-Rogers solapando también las aproximaciones de Reuss y Voigt para el módulo elástico. Las temperaturas de simulación son las mismas que para el modelo de Tanaka.
- En las figuras 4.6 (a-f) se presentan las comparaciones para el modelo de Brinson, contemplando ambas aproximaciones para el módulo elástico. En este caso, dado que el modelo contempla simulaciones a temperaturas inferiores a  $M_s$ , se han comparado para las temperaturas de 19°C, 35,5°C, 46,5°C, 65°C, 70°C y 100°C.
- En las figuras 4.7 (a-f) se presentan las comparaciones para las mismas temperaturas que Brinson pero para el modelo de Auricchio Lineal.
- Por último, en las figura 4.8 (a-f) se presentan las comparaciones con el modelo de Auricchio exponencial, teniendo en cuenta ambas aproximaciones para el módulo elástico y suponiendo tres posibles rangos de valores del coeficiente  $\beta$ : 1, 10 y 100. De esta forma, se puede obtener una idea aproximada del orden de magnitud de este coeficiente. Las temperaturas de comparación son las mismas que en los dos casos anteriores.



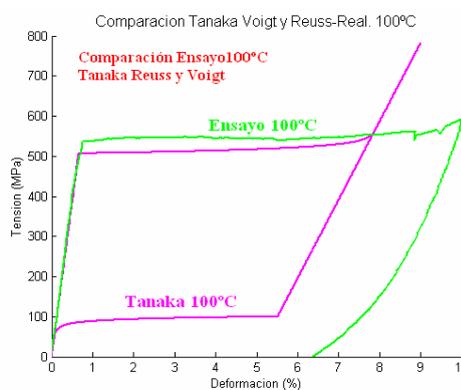
(a)



(b)

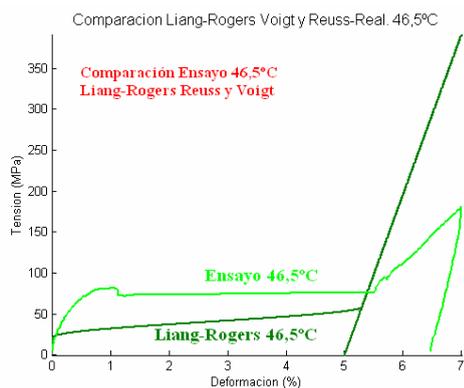


(c)

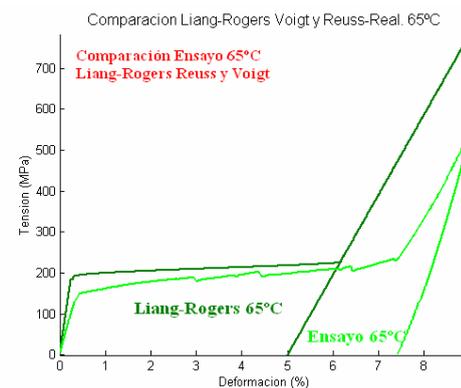


(d)

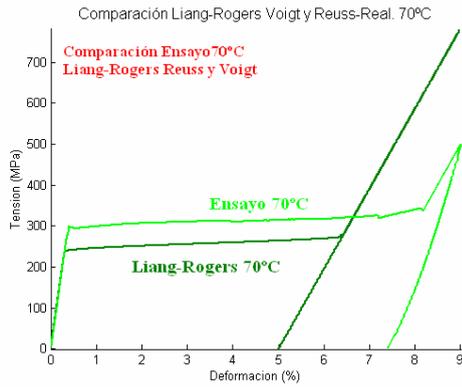
**Figura 4.4.** Comparación de los ensayos isotérmicos con el modelo de Tanaka y ambas aproximaciones para el módulo elástico (Reuss y Voigt).



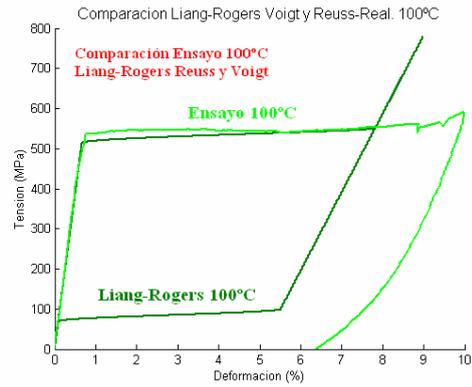
(a)



(b)

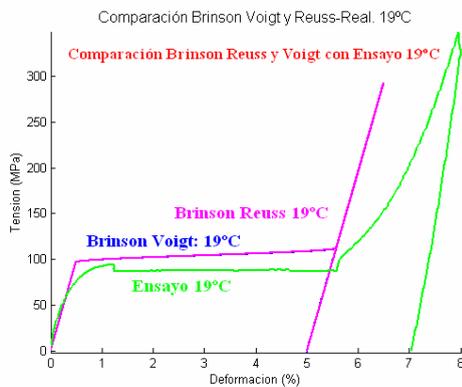


(c)

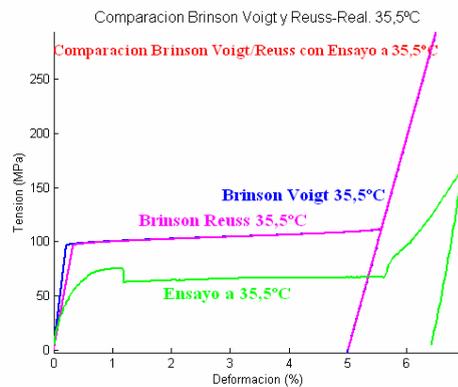


(d)

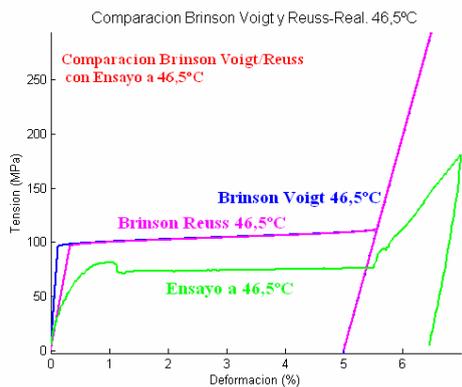
Figura 4.5. Comparación de los ensayos isotérmicos con el modelo de Liang-Rogers y ambas aproximaciones para el módulo elástico (Reuss y Voigt).



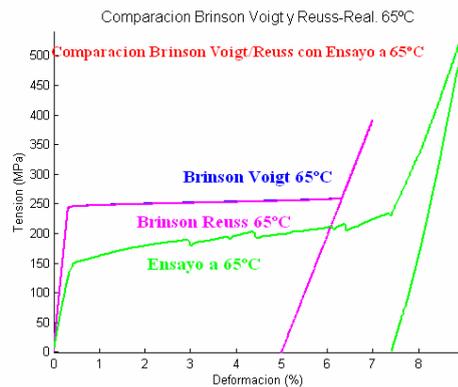
(a)



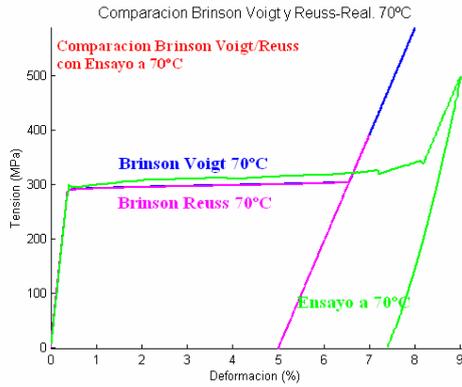
(b)



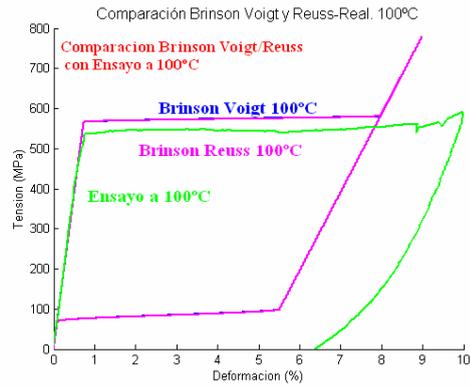
(c)



(d)

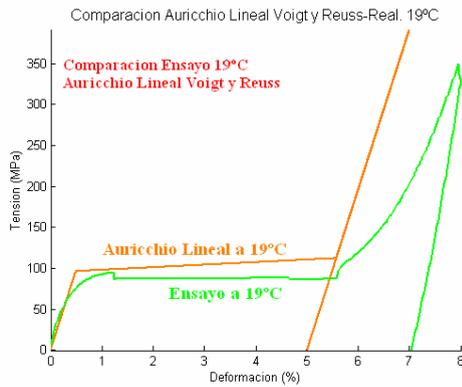


(e)

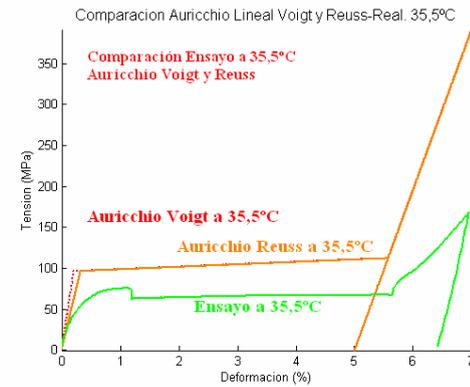


(f)

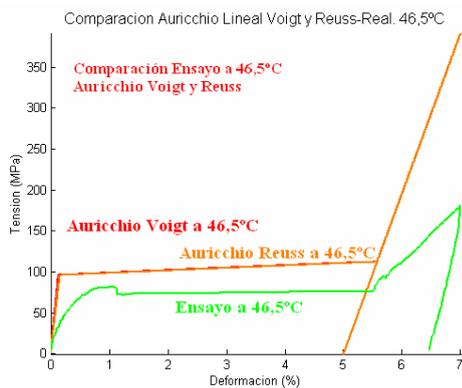
Figura 4.6. Comparación de los ensayos isotérmicos con el modelo de Brinson y ambas aproximaciones para el módulo elástico (Reuss y Voigt).



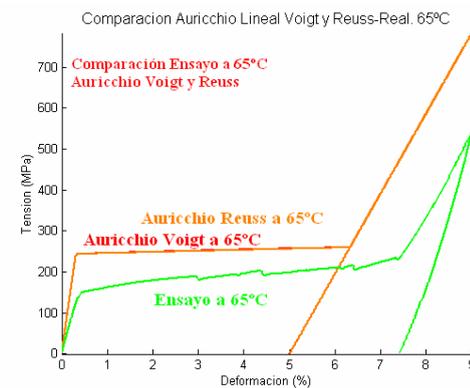
(a)



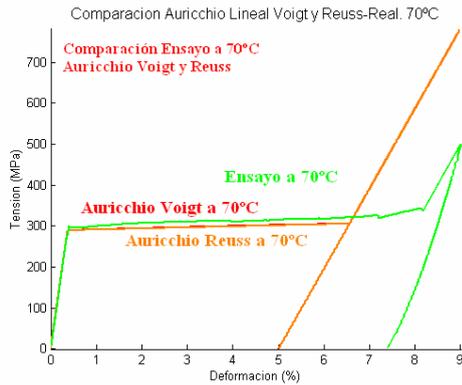
(b)



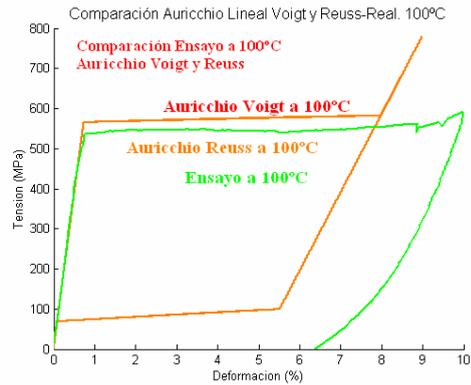
(c)



(d)

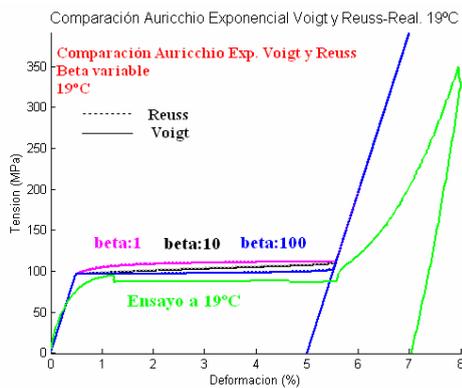


(e)

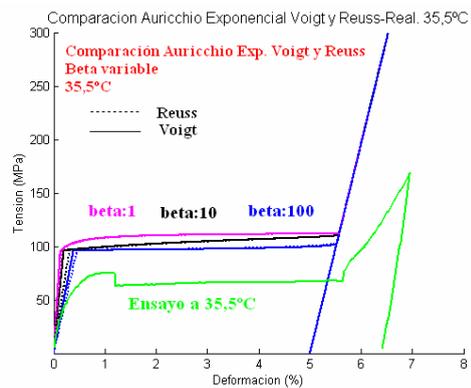


(f)

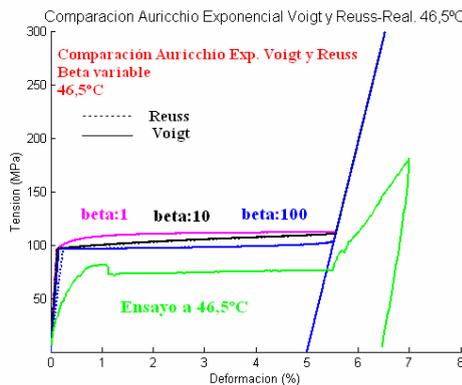
Figura 4.7. Comparación de los ensayos isotérmicos con el modelo de Auricchio Lineal y ambas aproximaciones para el módulo elástico (Reuss y Voigt).



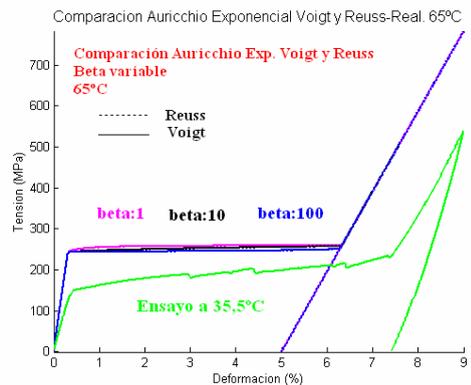
(a)



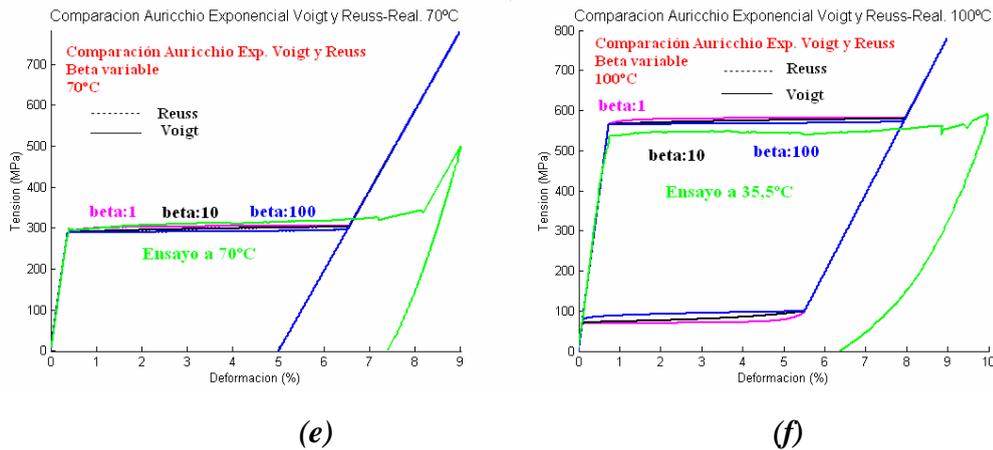
(b)



(c)



(d)



**Figura 4.8.** Comparación de los ensayos isotérmicos con el modelo de Auricchio Exponencial y ambas aproximaciones para el módulo elástico (Reuss y Voigt). Se han realizado las simulaciones para  $b=1, 10$  y  $100$ .

Ante las comparaciones anteriores se puede observar que todos los modelos, en general, simulan bien el comportamiento del material en los rangos de temperatura estudiados para cada uno de ellos, teniendo en cuenta los siguientes comentarios:

- Pese a haber realizado la corrección en la consideración de las temperaturas  $M_S$  y  $M_F$  en los modelos de *Liang-Rogers y Tanaka*, su comportamiento a  $46,5^\circ\text{C}$  (próximo a  $M_S=44,2^\circ\text{C}$ ) no se simula adecuadamente. Esto es debido a que estos modelos, a una temperatura tan próxima a la temperatura de inicio de la transformación martensítica, suponen un valor de tensión crítica para el inicio de la transformación extremadamente bajo. Sin embargo, *a mayores temperaturas la simulación de estos modelos es adecuada*.
- *Para todos los modelos*, y a temperaturas superiores a  $M_S$ , al obtenerse los parámetros de una relación supuesta lineal entre la tensión crítica y la temperatura, *es difícil obtener un ajuste perfecto de todas las curvas para todos los valores de temperatura*. En algunas temperaturas, los modelos sub-predicen el comportamiento y en otros lo sobre-predicen. Brinson y Auricchio (lineal y exponencial) al haber considerado  $\sigma_S^{\text{CR}}$  y  $\sigma_F^{\text{CR}}$  como los valores superiores (a temperatura cero) de la relación lineal, sobre-predicen, en general, el comportamiento. Tanaka y Liang-Rogers, que no contemplan estas tensiones críticas, sub-predicen para  $70^\circ\text{C}$ , temperatura, observando la figura 3.47, que más se desvía de la recta de regresión para  $C_M$ . De esta forma, una observación muy importante es que *debemos reconsiderar el cálculo de la tensión crítica en los*

*modelos de Brinson y Auricchio (lineal y exponencial), dando el valor crítico de estas tensiones a la temperatura que denominamos en el apartado anterior como  $T_{\text{equilibrio}}$ .*

- *Para Brinson y Auricchio (lineal y exponencial), el ajuste a temperaturas inferiores a  $M_s$  no es incorrecto, pero podría ser más acertado si en lugar de considerar una relación constante entre la tensión crítica y la temperatura, se considerara lineal y de pendiente negativa siguiendo la tendencia observada en la figura 4.1.*

*La aproximación de los módulos elásticos, para todos los modelos, en general, es buena en el proceso de carga (antes de entrar en la zona de transformación) pero no es tan adecuada para el proceso de carga posterior a la transformación, es decir, el módulo elástico de la martensita demaada (o martensita monovariante, S). Esto se puede ver claramente si retomamos el gráfico presentado en el Capítulo 3 (figura 3.44) donde se observa como, para temperaturas más bajas, el módulo elástico en carga post-transformación es de 10561 MPa (es decir 1,85 veces menor). A partir de los 60°C, ambos valores se igualan. De esta forma, se pueden corregir los modelos a temperaturas inferiores a  $M_s$  modificando la consideración del módulo elástico en el proceso de carga post-transformación.*

- *La aproximación en los procesos de descarga son adecuados en cuanto a la pendiente (módulo elástico en descarga) puesto que este módulo elástico en descarga es semejante al de carga. No es así en cuanto al concepto de descarga elástica: los modelos suponen que el proceso de descarga es totalmente elástico, apreciándose de forma evidente que no es un proceso elástico pues el camino de descarga es diferente al de carga post-transformación apareciendo cierta histéresis. Además, para las temperaturas más altas, donde se supone que el proceso es superelástico, el modelo no ajusta bien, pero no por que el modelo sea inadecuado, sino porque el material, tal y como comentamos en el Capítulo 3 (apartado 3.4), no es capaz de presentar un comportamiento superelástico, probablemente debido a plastificaciones previas a la transformación martensítica.*
- *Se observa además, que el final del proceso de transformación, marcado por el parámetro  $e_L$  (máxima deformación por transformación) es variable con la temperatura, como se apreció en la figura 3.45 del Capítulo 3. Esto provoca que*

las aproximaciones a partir de 60°C sean inadecuadas porque, a partir de ese valor,  $\epsilon_L$  alcanza valores próximos al 6-6,5%. De nuevo, este problema es solucionable si forzamos a que este parámetro sea dependiente de la temperatura.

- ***Para el modelo de Auricchio Exponencial***, la mejor aproximación de la curva se obtiene para  $\beta=100$ , es decir, para formas de curvaturas más convexas, pero esto es propio para esta aleación y bajo estas condiciones de tratamiento térmico. El parámetro  $\beta$  debe ajustarse en función de cada aleación en cada caso. Recordemos además que el modelo de Auricchio consideraba diferentes valores de  $\beta$  para los distintos procesos de transformación, convirtiéndose en un problema difícil en cuanto a la determinación experimental de todos los valores.
- ***En el modelo de Tanaka, al utilizar una expresión exponencial*** para la evolución de la fracción de martensita, los resultados son muy sensibles a pequeñas variaciones de los parámetros materiales, teniendo tendencia a volverse inestable en ciertos casos debido a problemas de convergencia numérica tanto en la tensión como en la fracción de martensita.
- ***En todos los modelos el ajuste en el inicio de la meseta en rango martensítico*** no es capaz de reproducir la bajada de tensión producida por la nucleación de la martensita y posterior transformación. Sin embargo, como se explicó en el Capítulo 3, este fenómeno sólo es típico de los primeros ciclos de estas aleaciones, siguiendo luego una transición en la curva más suave.

***Es muy importante destacar que estas observaciones son para la comparación isotérmica***, ensayos a partir de los cuales obtuvimos los parámetros y, en consecuencia, los resultados no son extremadamente divergentes. Es más, en los ensayos isotérmicos, al no conseguir un comportamiento superelástico, tanto el coeficiente de influencia de tensión  $C_A$  y, por tanto, las temperaturas de transformación austeníticas, deben ser verificadas. Es por este motivo por el que se propone una serie de ensayos a tensión constante para, por un lado, corroborar los parámetros obtenidos y, por otro lado, verificar los modelos en condiciones de carga diferentes a las isotérmicas. Esto se presenta en el siguiente apartado.

## 4.2. CONTRASTACIÓN DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS A PARTIR DE ENSAYOS A TENSIÓN CONSTANTE

### 4.2.1. Desarrollo de los ensayos a tensión constante

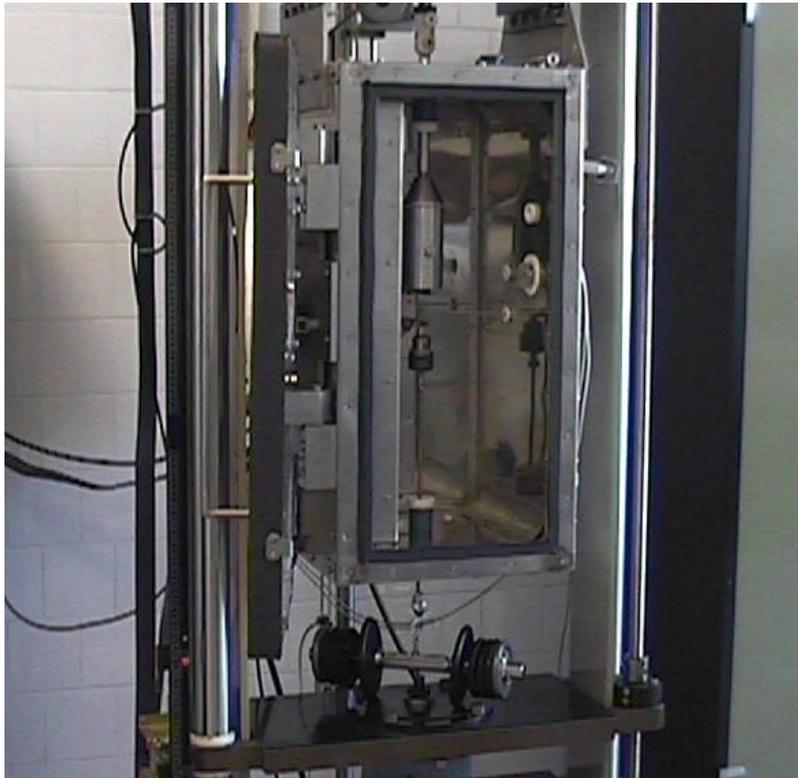
Para la verificación de los modelos es necesario que la contrastación se realice con ensayos independientes de los utilizados para la obtención de los parámetros constitutivos (ensayos isotérmicos). Se plantea desarrollar todo un conjunto experimental adecuado a la máquina de ensayos disponible y que permita ensayar alambres NiTi SM495 de la casa Euroflex con tratamiento térmico de 500°C 1 hora y templado en agua, en dispositivo de impartición de memoria de forma recta. Este tipo de ensayo es el más directo para determinar las capacidades del material como actuador, y será completado en el apartado 4.3 donde simularemos, experimentalmente, un actuador. Además, con los resultados obtenidos a través de estos ensayos se pueden verificar los parámetros obtenidos a través de los ensayos isotérmicos.

#### 4.2.1.1. *Maquinaria y procedimiento experimental*

Para los ensayos a tensión constante, se utiliza la misma máquina de tracción explicada en el Capítulo 3: *una máquina Zwick modelo 1445 con la célula de carga de 10 kN y con el extensómetro de separación entre pinzas de 50 mm para la medición de la deformación*; así como la *Cámara térmica* diseñada específicamente para la máquina de ensayos tal y como se explicó en el apartado 3.2.3., para imponer la variación de temperatura durante el ensayo a tensión constante.

Para la sujeción de las probetas se emplea, por su parte superior una de las mordazas diseñadas para el ensayo a tracción (apartado 3.2.3 del Capítulo 3). Por el otro extremo, las probetas se sujetan a un portabrocas en cuya parte inferior se rosca una varilla de acero AISI316L al que colgaremos la masa constante que provoca la tensión constante en el ensayo. El conjunto puede apreciarse con más claridad en las siguientes figuras. En la figura 4.9 se presenta el conjunto de la máquina con la cámara térmica donde, en su interior, se aloja la probeta sujeta por la mordaza y el portabrocas. En la figura 4.10 se

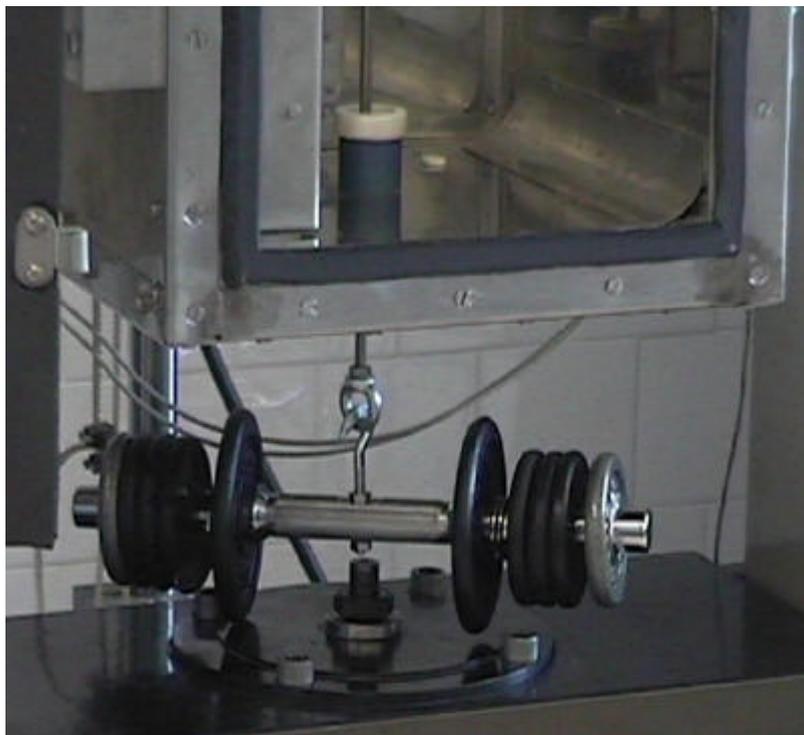
amplía el detalle del sistema de sujeción inferior, el extensómetro y el termopar para el control de la temperatura. En la figura 4.11 se amplía el sistema de aplicación de la carga en la parte inferior de la varilla roscada. Este sistema consta de un conjunto de discos de aproximadamente 0,5 kg y 1 kg que se añaden simétricamente al conjunto para conseguir la carga deseada en cada ensayo y que, gracias al sistema de unión con la varilla rígida que enlaza con el portabrocas, permiten aplicar la carga de forma totalmente centrada con el alambre. El peso del conjunto de discos y anclaje de los discos se ha medido con la célula de carga de la máquina antes de cada ensayo. El peso del conjunto de portabrocas y varilla roscada es de 5,3 N. De esta forma, esta ligera fuerza inicial de 5,3 N permite que el alambre quede suficientemente tensado como para que el extensómetro quede ajustado al mismo antes de comenzar el ensayo.



**Figura 4.9.** Conjunto de máquina de ensayos, cámara térmica y accesorios para la realización de ensayos a tensión constante.



*Figura 4.10. Detalle de la probeta y sistema de anclaje a la máquina.*



*Figura 4.11. Detalle del sistema de aplicación de la carga, que puede hacerse variable, para los ensayos a tensión constante.*

La longitud de la probeta para los ensayos a tensión constantes es de 95 mm, suficientes para garantizar un buen agarre en la mordaza superior y permitir los 50 mm de extensómetro.

***El procedimiento experimental seguido en estos ensayos es:***

- ***Preparación de probeta:*** se corta a la longitud deseada, se marca el límite de colocación dentro de mordaza y los límites del extensómetro.
- ***Colocación de probeta:*** se ajusta por la parte superior a la mordaza respetando la marcación y se realiza una puesta a cero de la célula de carga. Se engancha por su parte inferior al portabrocas (sin los discos en su parte inferior), ajustándose con sumo cuidado para evitar ejercer deformaciones indeseables en el alambre pero con un par de apriete suficiente para evitar deslizamientos. Se registra la medida y se verifica que sea de 5,3 N.
- ***Ajuste de temperatura inicial:*** se ajusta, mediante la cámara térmica, la temperatura deseada del inicio del ensayo. Se cierra el extensómetro y se ajusta a cero.
- ***Aplicación de la tensión constante:*** se inicia lentamente el desplazamiento del carro inferior, donde están apoyadas los discos de carga, hasta que toman contacto los ganchos de la varilla y los discos. A partir de ese momento se comienza a aplicar tensión al alambre de forma gradual. Al disponer de discos de diferente diámetro, se garantiza que la carga no se aplica de golpe, sino más gradualmente. En el momento en que todos los discos queden separados del carro inferior, se está aplicando la tensión constante deseada.
- ***Regulación de temperatura y ensayo:*** se ajusta la temperatura final, la rampa deseada de temperatura (2°C/minuto) y se registran los datos de deformación y temperatura en el proceso de calentamiento y en el de enfriamiento hasta temperatura ambiente. Es evidente que, en el proceso de enfriamiento, la rampa de variación de temperatura es muy inferior a los 2°C/minuto.

Se realizan ensayos con diferentes valores de tensión constante obteniéndose las curvas variación de longitud (o deformación, teniendo en cuenta la separación de los 50 mm del extensómetro) temperatura. Se presentan y analizan a continuación.

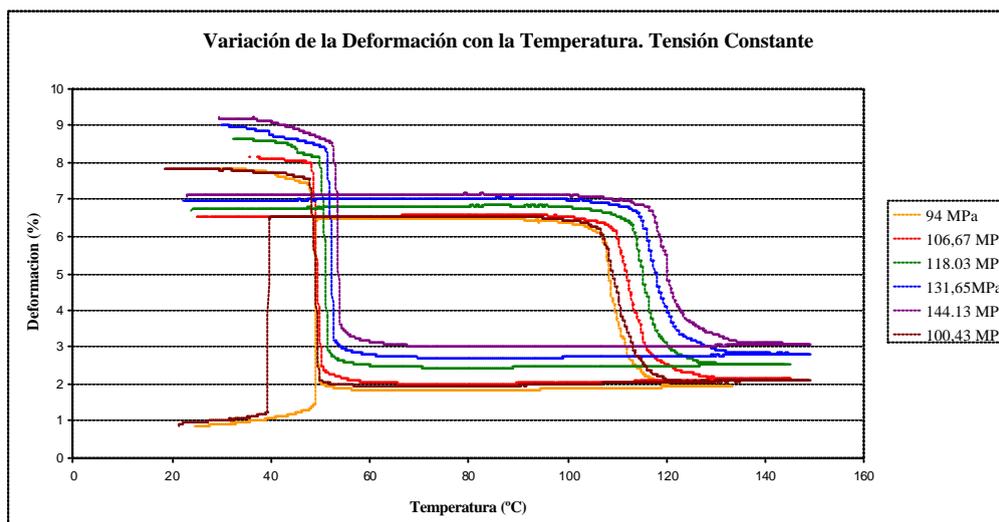
4.2.1.2. **Resultados experimentales de los ensayos a tensión constante**

Se ensayan diferentes probetas a las siguientes tensiones constantes:

**Tabla 4.3.** Tensiones constantes ensayadas en alambres NiTi SM495 HT500°C/1 h

$\sigma < S_S^{CR}$	$S_S^{CR}$	$\sigma < S_F^{CR}$	$\sigma > S_F^{CR}$			$S_S^{CR}$	$S_F^{CR}$
94,18	100,43	106,67	119,16	131,65	144,13	96,4	112,15
MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa

En la figura 4.12 se presentan, conjuntamente, los resultados de todos los ensayos realizados.

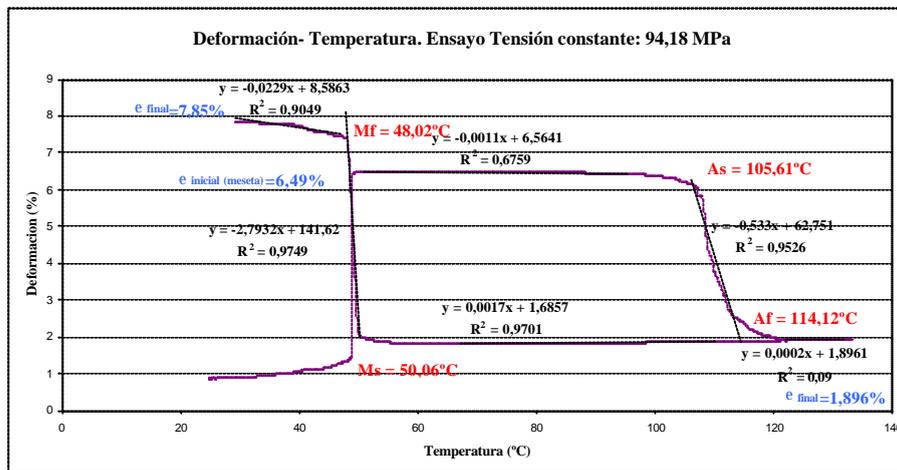


**Figura 4.12.** Gráfico temperatura-deformación obtenido para los diversos ensayos a tensión constante.

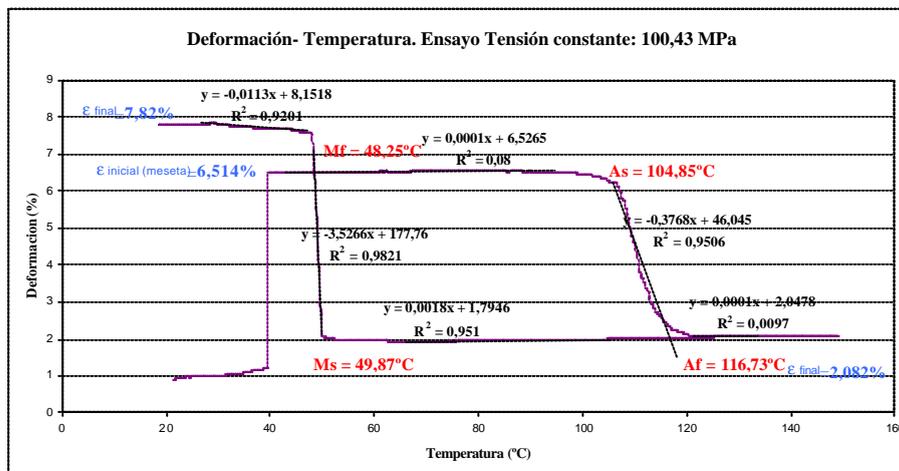
Dado que el cambio producido en la deformación al variar la temperatura es debido básicamente a la transformación de fase, esa variación de deformación con la temperatura suministrará una información muy valiosa de las temperaturas de transformación, así como de los coeficiente de influencia de la tensión. Obsérvese, de la figura 4.12 como, para cada valor de tensión constante, se produce un cambio drástico en la deformación al calentar (transformación a austenita) y otro cambio brusco al enfriar (transformación a martensita). Correlacionando estos valores de temperatura con la tensión, *se pueden obtener los Coeficiente de influencia de la tensión* y,

extrapolando esta correlación hasta tensión cero, *se obtienen las Temperaturas de Transformación*. Para obtener estos datos, para cada curva, se han realizado ajustes mediante rectas de regresión en los cambios de pendientes y se han tomado las intersecciones de dichas rectas de regresión como las temperaturas de transformación.

Se presenta a continuación (figura 4.13-4.18), para las diferentes tensiones constantes ensayadas, el gráfico individual y el tratamiento de datos realizado para obtener las temperaturas. Se mide además, en cada gráfico, las deformaciones extremas: deformación inicial ( $\epsilon_{\text{inicial}}$ ), deformación final en el enfriamiento y en el calentamiento ( $\epsilon_{\text{final}}$ ).



**Figura 4.13.** Gráfico temperatura-deformación para 94,18 MPa



**Figura 4.14.** Gráfico temperatura-deformación para 100,43 MPa

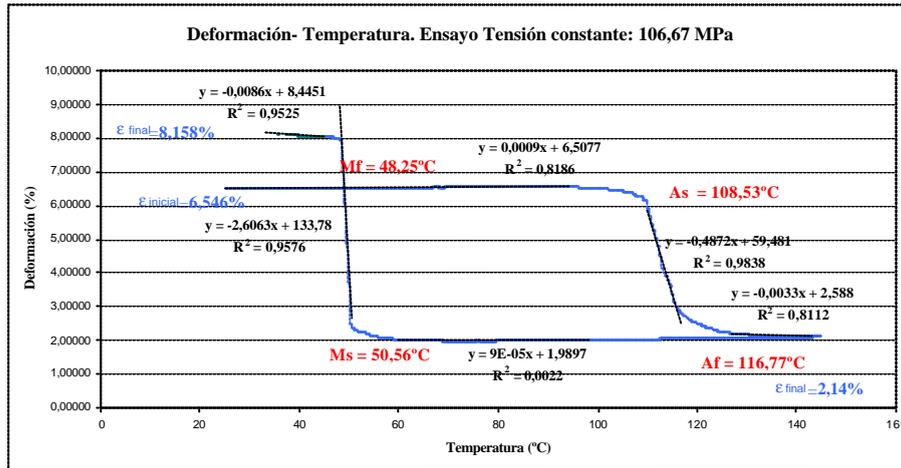


Figura 4.15. Gráfico temperatura-deformación para 106,67 MPa

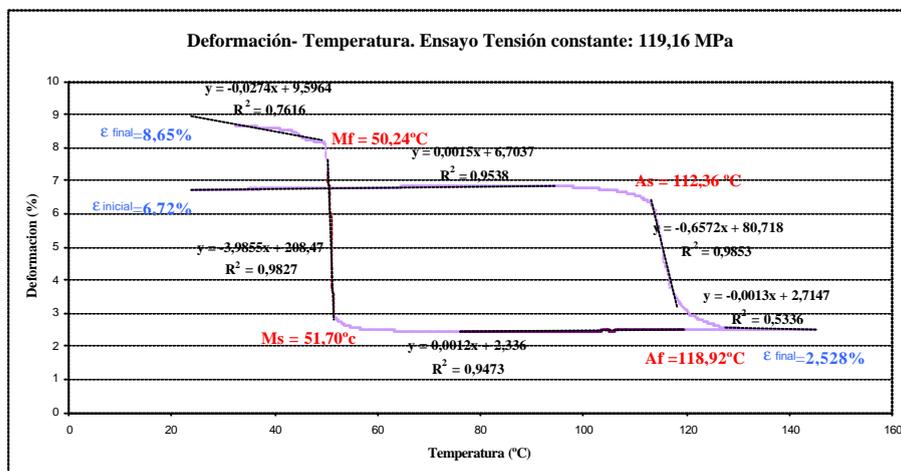


Figura 4.16. Gráfico temperatura-deformación para 119,16 MPa

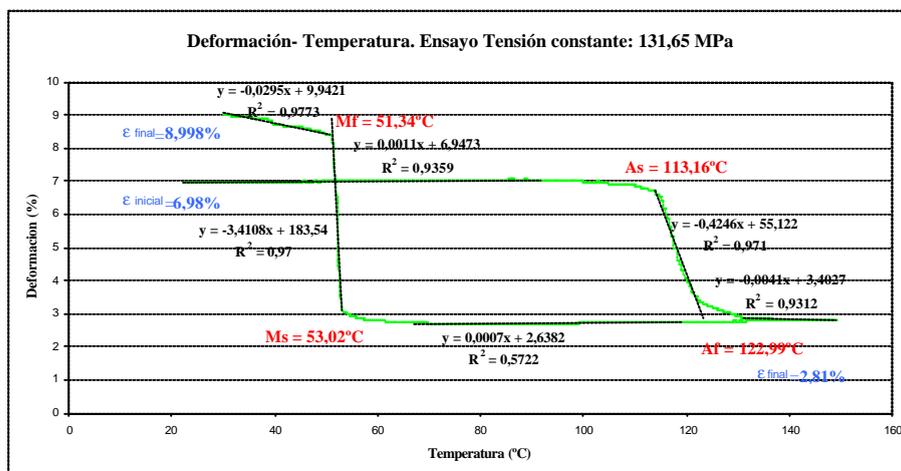
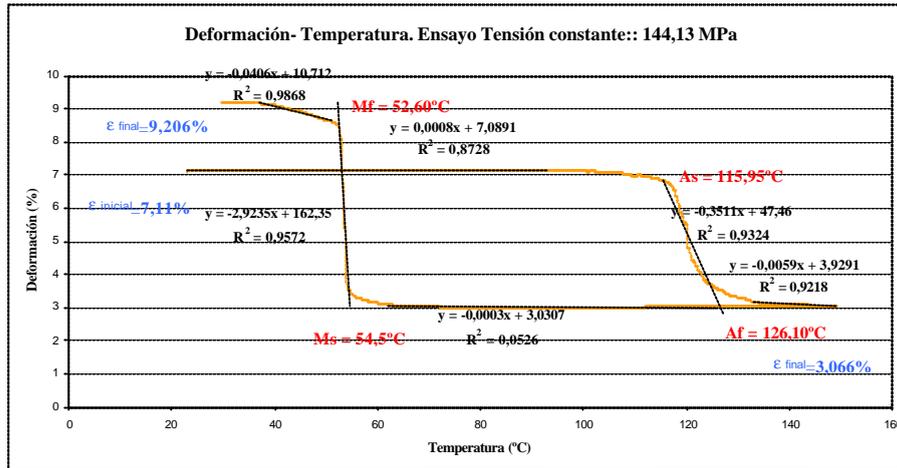
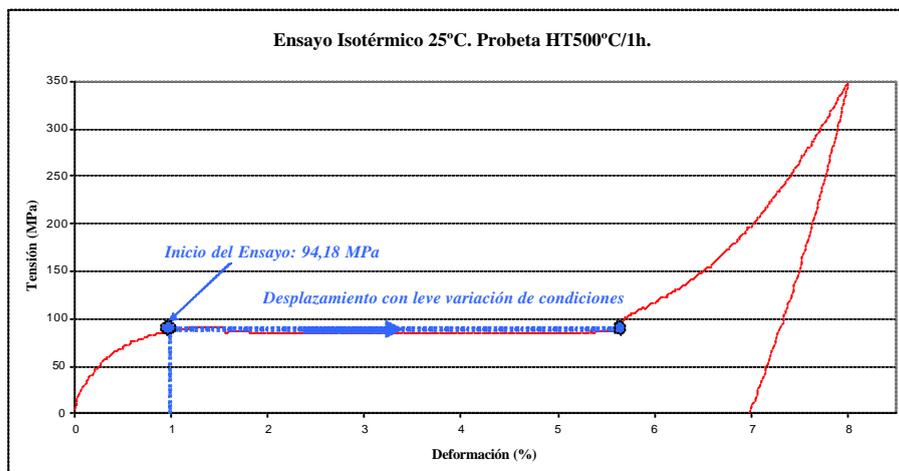


Figura 4.17. Gráfico temperatura-deformación para 131,65 MPa



**Figura 4.18.** Gráfico temperatura-deformación para 144,13 MPa

Obsérvese el comportamiento para las tensiones de 94,18 MPa y 100,43 MPa en el inicio del ensayo. Comienzan con una deformación relativamente baja (1%) y crecen, repentinamente, hasta situarse alrededor del 6,5% ante una ligera variación de la temperatura. Este fenómeno puede ser explicado observando el comportamiento tensión-deformación de la temperatura a la que se inicia el ensayo ( $\sim 25^\circ\text{C}$ ) de la figura 3.43 del Capítulo 3. Al aplicar una tensión de 94,18 MPa, estamos prácticamente encima del pico de sobretensión que se produce al inicio de la meseta de tensión, una ligera variación de la tensión (y/o de la temperatura) provocará que, de forma “inestable” entre en la meseta de tensión (de valor más bajo) y nos situemos de nuevo en el valor de tensión correspondiente pero en la zona de carga post-transformación. En la figura 4.19 se representa esquemáticamente. Este comportamiento es igual para 100,43 MPa.



**Figura 4.19.** Esquemático del comportamiento en la meseta

Para confirmar este comportamiento, se realiza un ensayo adicional a una tensión superior (106,54 MPa) pero iniciándolo a una temperatura diferente (ligeramente inferior). Si bien en la figura 4.15 el gráfico resulta correcto, pues la temperatura de inicio es superior a los 25°C, en la figura 4.20 mostrada a continuación, se produce el mismo fenómeno inicial de inestabilidad debido a la combinación tensión-temperatura. En este ensayo, además, el ciclo no fue completo, para analizar el comportamiento en el retorno con fracción de martensita residual.

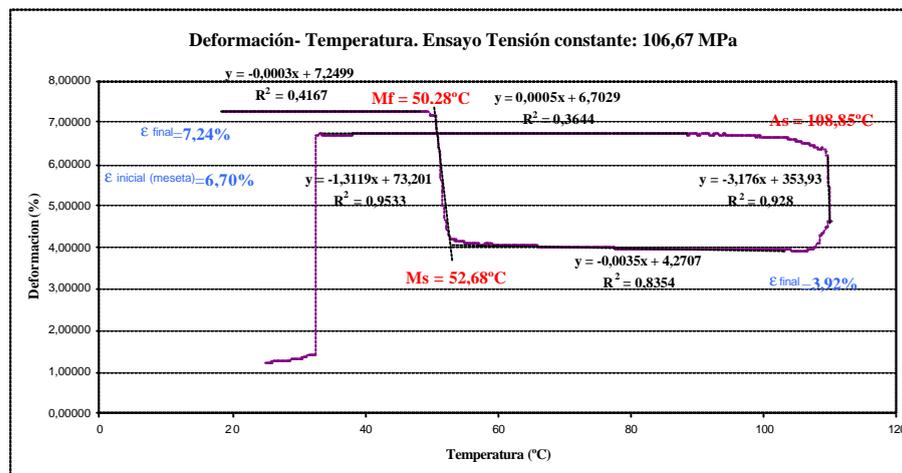


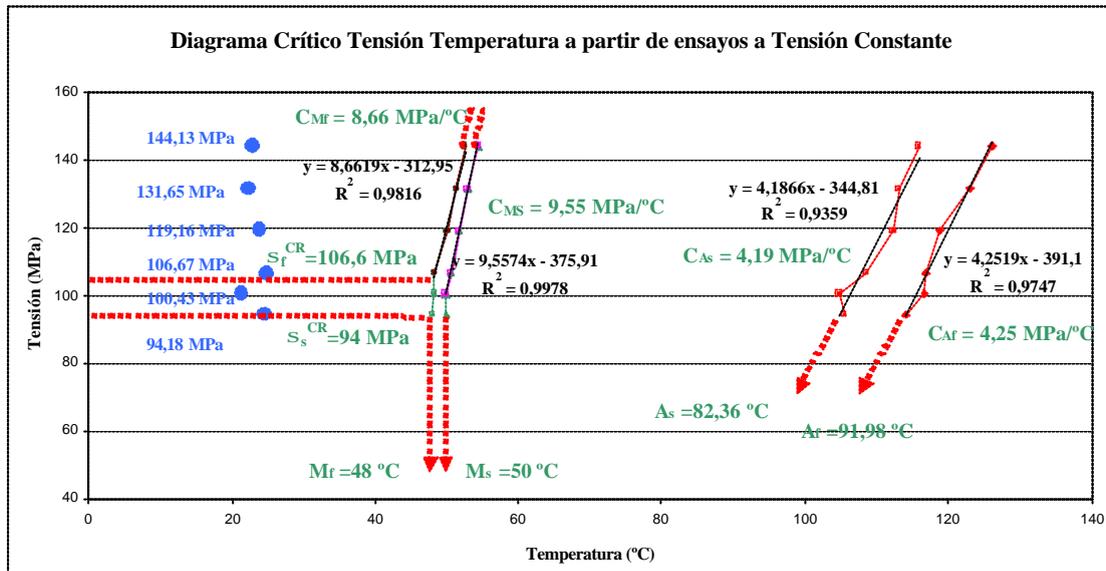
Figura 4.20. Gráfico temperatura-deformación para 106,67 MPa y diferente temperatura inicial. Se realizó un ciclo incompleto.

*Este fenómeno confirma la hipótesis de que, para temperaturas inferiores a  $M_s$ , la tensión de inicio de la transformación no es constante con la temperatura, sino variable y creciente al decrecer la temperatura.* Esta explicación se puede observar en la figura 4.21 donde se han dibujado los puntos de inicio de los distintos ensayos suponiendo la relación entre la tensión y la temperatura constantes.

*Esto implica que se debe elegir cuidadosamente tanto la tensión como la temperatura o bien, desde un punto de vista más práctico, la tensión, garantizando así que para dicha tensión y dentro de un rango fiable de temperaturas, la deformación inicial sea estable.*

En este gráfico de la figura 4.21, además, se representan las diferentes temperaturas de transformación para cada ensayo a tensión constante obteniéndose así las **Temperaturas**

*de Transformación a Tensión cero y los Coeficientes de influencia de la Tensión.*



**Figura 4.21.** Representación sobre el diagrama crítico tensión temperatura de los resultados obtenidos para los ensayos a tensión constante.

De la figura 4.21 y comparando con los resultados isotérmicos, deducimos en la tabla 4.4 que, exceptuando las temperaturas austeníticas, el resto de parámetros cuadran adecuadamente. La diferencia debida a las temperaturas austeníticas son principalmente debidas a que, en este gráfico, se están obteniendo a partir de una extrapolación de una recta de regresión y, por tanto, su valor puede ser variable en función de dicho ajuste.

Las tensiones críticas en este gráfico se han medido como las tensiones a las que  $C_M$  pasa de cierta inclinación a completamente vertical.

En cuanto a las temperaturas martensíticas, confirman la interpretación de las curvas de resistividad realizada en el Capítulo 3 para la Martensita Inicial. Para los coeficientes de influencia de la tensión, en el caso de tensión constante, se han calculado como la media de los valores del gráfico de la figura 4.21.

**Tabla 4.4.** Comparación de parámetros obtenidos por ensayos isotérmicos o a tensión constante.

Isotérmicos					
M <sub>f</sub>	M <sub>s</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>f</sub>	C <sub>A</sub>	C <sub>M</sub>
23,9°C	44,6°C	75°C	82,5°C	3,95 MPa/°C	9,2 MPa/°C
Tensión constante					
M <sub>f</sub>	M <sub>s</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>f</sub>	C <sub>A</sub>	C <sub>M</sub>
48°C	50°C	82,4°C	92°C	4,2 MPa/°C	9,1 MPa/°C

Tal como se citó en el Capítulo 3, mediante los ensayos isotérmicos hay un parámetro que no se puede deducir, el parámetro  $\eta$  o bien tensor termoelástico. Para poder calcularlo a partir de los ensayos a tensión constante se debe reordenar la expresión de la ecuación constitutiva:

**EC.4.2**

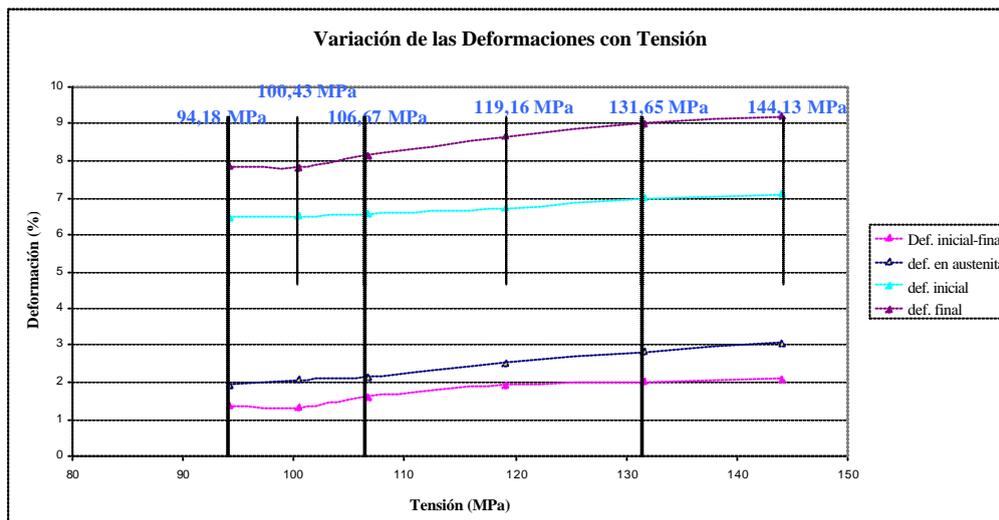
$$d\mathbf{s} = E * d\mathbf{e} + \mathbf{q} * dT$$

$$\mathbf{q} = -\frac{d\mathbf{e}}{dT} * E$$

En esta expresión, dado que se mide la variación de deformación con la temperatura en la zona martensítica, se utiliza el módulo en martensita. Para ello, medimos la pendiente de los tramos horizontales de las curvas deformación temperatura ( $d\epsilon/dT$ ) para cada tensión y tomamos el promedio, teniendo en cuenta que la pendiente indicada en los gráficos es con la deformación en %. De esta forma, multiplicando la media de las pendientes por  $E_M$ , obtenemos un coeficiente termoelástico medio:  $\eta_M = -0,11 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$ . Nótese el signo negativo, puesto que el valor medio de las pendientes es positivo (en los gráficos se aprecia muy ligeramente). Se puede ver como este coeficiente es prácticamente despreciable frente a los otros términos de la ecuación constitutiva. De igual forma se puede calcular para el otro tramo de la curva (pura austenita) y, de nuevo, el valor es muy pequeño frente a los módulos elásticos. Para el tramo de la curva austenítica, el valor medio de las pendientes multiplicado por  $E_A$  da un valor de:  $\eta_A = -0,66 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$ . *Viendo la diferencia entre ambos, podría incluirse en los modelos constitutivos con diferente valor para la fase austenítica ( $\eta_A$ ) y para la martensita ( $\eta_M$ ), y analizar una relación de evolución entre ambas función, probablemente, de la*

*fracción de martensita (igual que el módulo elástico). Sin embargo, dado que la influencia de este coeficiente en el modelo es despreciable frente al módulo elástico dado su orden de magnitud, se supone constante.* En nuestro modelo, supondremos el valor medio,  $-0,38 \text{ MPa}/^\circ\text{C}$ .

Por último, y como interpretación de las deformaciones que aparecen al variar las tensiones constantes, se representa, en la figura 4.22 las deformaciones medidas de los gráficos a tensión constante. En este gráfico se ha representado la deformación inicial (para las dos tensiones “inestables” se ha representado el valor de meseta); el valor de deformación final en austenita (en caliente) y el valor de la deformación final en martensita (de nuevo, al enfriar).



**Figura 4.22.** Evolución de las deformaciones con las tensiones constantes.

Se observa en el gráfico cómo aparece cierta deformación plástica que incrementa al incrementar la tensión constante aplicada (línea magenta) y que es semejante a la diferencia entre la deformación inicial antes de empezar el ensayo y la final. *Esto corrobora la teoría de la incapacidad de mostrar comportamiento superelástico a altas temperaturas causado por un fenómeno de deslizamiento antes que de transformación.*

### 4.2.2. Contrastación experimental de los modelos y análisis de resultados

Con los datos presentados en la tabla 4.1 y con los que se ha realizado la verificación en isotérmico, presentamos ahora las simulaciones a tensión constante. Igual que para el caso isotérmico, en el Modelo de Brinson y Auricchio tomaremos en lugar de  $M_S$  la  $T_{\text{equilibrio}}: 49^\circ\text{C}$ , que hemos visto que cuadra a la perfección con los ensayos a tensión constante. Tomaremos, además, la temperatura  $M_f$  obtenida de la curva de resistividad. En los modelos de Tanaka y Liang y Rogers, tomaremos las mismas temperaturas que en el caso isotérmico: las extrapoladas de las rectas  $C_M$ . De esta forma, *el objetivo es comprobar cómo ajustan los parámetros isotérmicos a las curvas a tensión constante y detectar si las diferencias observadas en la tabla 4.4 y las diferencias y correcciones que observamos ya en la comparación isotérmica, siguen siendo válidas.*

Se comparan y simulan los valores de tensiones presentados en la tabla 4.5.

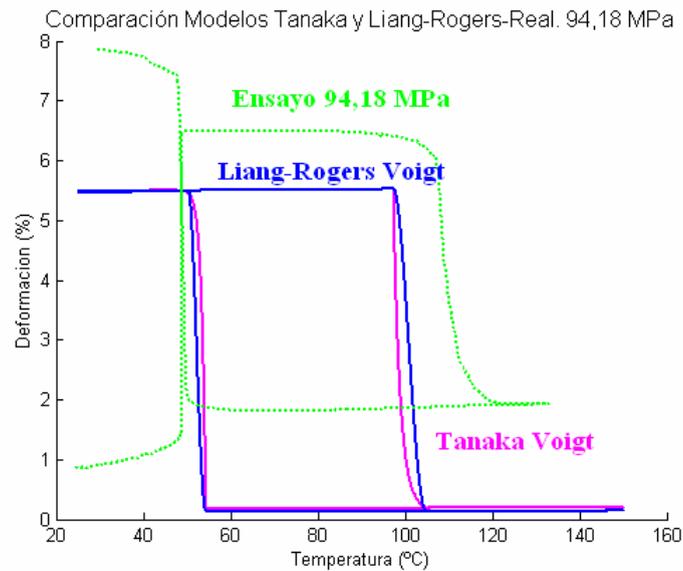
*Tabla 4.5. Tensiones para la comparación con la simulación*

$S < S_S^{CR}$	$S_S^{CR} < S < S_F^{CR(*)}$	$S_F^{CR} < S$
94,18 MPa	106,67 MPa	119,16 MPa
(*) $S_S^{CR} = 96,4 \text{ MPa}; S_F^{CR} = 112,15 \text{ MPa}$		

Cada simulación se realiza con los cinco modelos y la aproximación de Voigt, puesto que ya se demostró en el Capítulo 2 que las diferencias entre ambas aproximaciones no eran significativas.

Los resultados y comparaciones se presentan a continuación:

En la figura 4.23 se *compara las simulaciones de Tanaka y Liang-Rogers para 94,18 MPa* con el ensayo real. Recuérdese que los modelos de Tanaka y Liang-Rogers no tienen en cuenta la transformación de martensita multivariante a monovariante, con lo que, para este valor de tensión, estos modelos suponen que se está por encima de la línea de transformación  $C_M$ .



**Figura 4.23.** Comparación simulación Tanaka y Liang-Rogers con ensayo real a tensión constante de 94,18 MPa.

Se observa, al comparar las simulaciones con los modelos, que el ajuste no acaba de ser adecuado en los siguientes puntos: en primer lugar, la deformación inicial con la que se comienza el ensayo es bastante inferior. El cálculo de la deformación inicial viene dado por la expresión:

#### EC.4.3

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{x}_0 * \mathbf{e}_L + \frac{\mathbf{s}}{E_0}$$

Donde  $\xi_0$  es la fracción inicial de martensita al inicio del ensayo al igual que  $E_0$ .

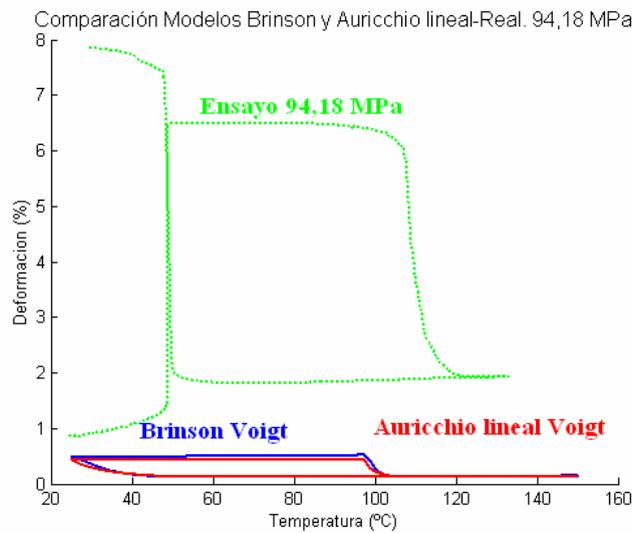
Dado que el material a aproximadamente los 45°C es cuando empieza la meseta de deformación de 6,5%, si observamos el gráfico isotérmico correspondiente a esa temperatura, a esta tensión de 94,18 MPa el material se encuentra en el punto de carga post-transformación, con lo que el módulo de Young debería ser de 6838 MPa y no de 19566 MPa con lo que el valor de la deformación inicial, utilizando la expresión EC.4.3 pasaría a ser de 6,4%, dando lugar a un ajuste más adecuado. La segunda diferencia está en las temperaturas de transformación austeníticas a esta tensión de ensayo: los modelos las suponen inferiores (97,4°C y 104,9°C) y las reales son superiores (105,6°C y 114,1°C). Esta diferencia no es debida a la pendiente de la transformación, sino debida a las temperaturas de transformación austeníticas a tensión cero. En el modelo hemos

utilizado las obtenidas del ensayo de la Af activa ( $A_S=75^\circ\text{C}$  y  $A_F=82,5^\circ\text{C}$ ) y, por extrapolación de las temperaturas a tensión constante, los valores eran superiores ( $A_S=82,4^\circ\text{C}$  y  $A_F=92^\circ\text{C}$ ) como se puede ver en la tabla 4.4. De aquí se deduce ***que los ensayos a tensión constante desplazan ligeramente las temperaturas de transformación hacia valores superiores a los correspondientes obtenidos por los ensayos libres de tensión.*** Sin embargo, la diferencia en este punto no es tan significativa como la diferencia observada respecto al módulo elástico inicial en carga.

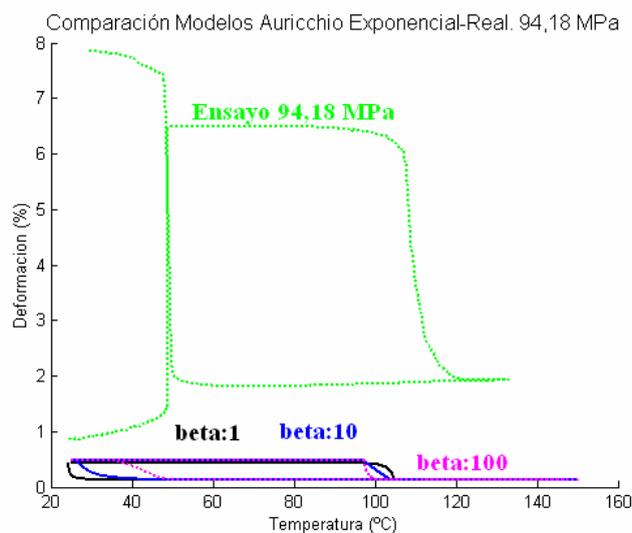
Por último, otra de las diferencias notables radica en la diferencia entre las deformaciones a altas temperaturas. El modelo supone una deformación alrededor del 0,5% a altas temperaturas pero el ensayo presenta una deformación de alrededor del 1,9%. Esta diferencia puede ser debida a plastificaciones producidas en el material, puesto que en el ensayo isotérmico correspondiente a  $130^\circ\text{C}$ , a dicha tensión, la deformación era del 0,45%, prácticamente semejante a lo previsto por el modelo. Por tanto, uniendo esta observación a la histéresis que se observó en el comportamiento isotérmico en el proceso de descarga, podemos presuponer que existen procesos de plastificaciones en el proceso de carga post-transformación que provocan estas deformaciones residuales en los ensayos a tensión constante. Sin embargo, este comportamiento no puede ser simulado por los modelos que están basados en el principio de un comportamiento perfectamente elástico. Este comportamiento de posible plastificación explicaría también porqué en la vuelta la deformación real es superior a la deformación prevista por el modelo.

En las figuras 4.24 y 4.25 ***se observa las comparaciones entre las simulaciones de Brinson y Auricchio lineal con el ensayo real (figura 4.24) y Auricchio exponencial*** ( $\beta=1$ ; 10 y 100). En este caso, las simulaciones son totalmente diferentes del comportamiento real por un principio lógico: los modelos suponen que el material está por debajo de la zona de transformación de martensita multivariante a monovariante y, por el contrario, el material está en zona de transformación (tal y como se explicó en la figura 4.20 y 4.21). Bajo esta diferencia fundamental, los modelos y el ensayo no pueden ser considerados comparables. Este comportamiento coincide perfectamente con las diferencias encontradas en las comparaciones de las simulaciones en los ensayos

isotérmicos y se pone de manifiesto al observar la gráfica isotérmica de 25°C: el material tiene una tensión de inicio de transformación de 73,17 MPa y 90,45 MPa de final de transformación, al igual que a los 46.5°C, con lo que se ve claramente que a 94,18 MPa está en zona de transformación completa. *Esta conclusión de nuevo nos reafirma la hipótesis realizada en el apartado anterior de que, para el material que estamos trabajando, la suposición de una recta de transformación constante es errónea frente a la suposición de una recta de transformación de pendiente negativa como se indicó en el apartado anterior.*

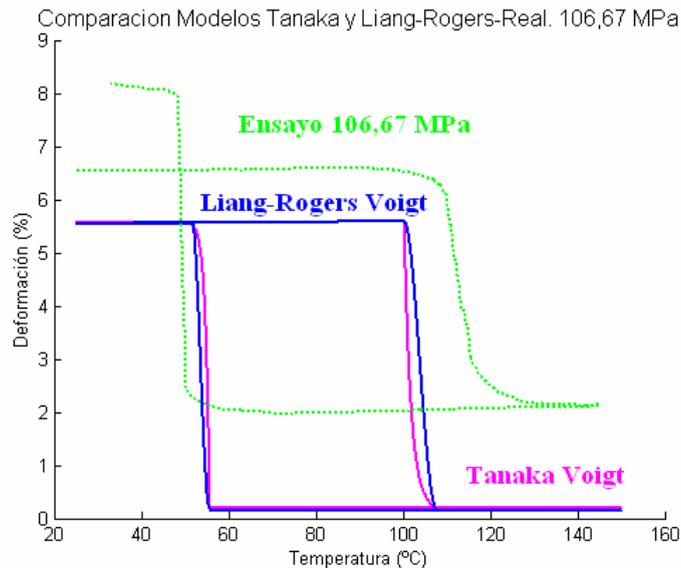


**Figura 4.24.** Comparación simulación Brinson y Auricchio lineal con ensayo real a tensión constante de 94,18 MPa.

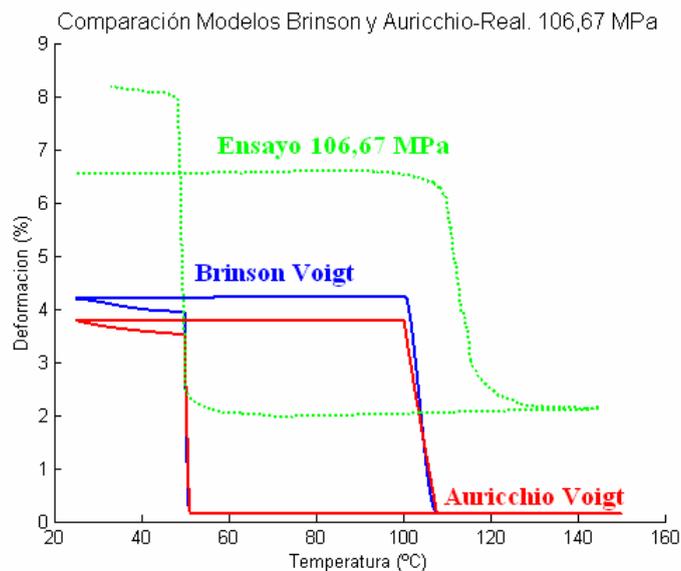


**Figura 4.25.** Comparación simulación Auricchio Exponencial con  $b=1,10$  y  $100$  con ensayo real a tensión constante de 94,18 MPa.

Si comparamos las simulaciones realizadas para 106,67 MPa, en base a las explicaciones anteriores, podemos imaginar, a priori, que el modelo de Tanaka y Liang-Rogers sub-predecirán el comportamiento del ensayo y los de Brinson y Auricchio lineal también, debido a que para estos modelos el material está en zona intermedia de transformación. En las figuras 4.26 y 4.27 se confirma esta suposición.



**Figura 4.26.** Comparación simulación Tanaka y Liang-Rogers con ensayo real a tensión constante de 106,67 MPa.

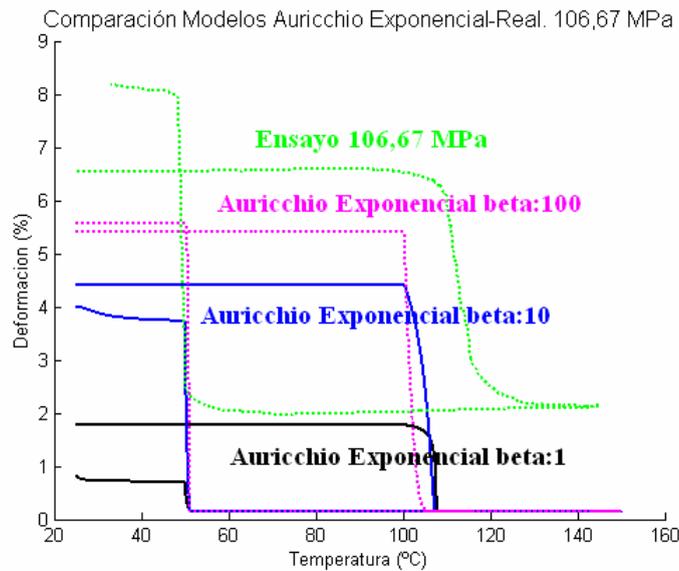


**Figura 4.27.** Comparación simulación Brinson y Auricchio Lineal con ensayo real a tensión constante de 106,67 MPa.

De nuevo podemos apreciar que las diferencias en la deformación en el tramo de calentamiento son principalmente debidas a las diferencias en el módulo elástico en el proceso de carga. En el caso de los modelos de Brinson y Auricchio lineal, además de esta diferencia existe un problema adicional pues suponen que a 106,67 MPa el material se encuentra en plena transformación de fase de martensita multivariante a monovariante, con lo que la deformación inicial se ve reducida por  $\xi_{S0} < 1$ . Este problema se arregla si, como se comentó en el caso isotérmico y en la simulación para 94,18 MPa, se modifica los límites de transformación entre estas dos fases, con lo que mejoraría el ajuste notablemente en la zona de calentamiento. En la zona de enfriamiento, si a la deformación supuesta por los modelos en el tramo final se le añadiera la correspondiente a la supuesta plastificación, el ajuste aún sería mas claro. Esto se puede comprobar en la simulación a 119,16 MPa.

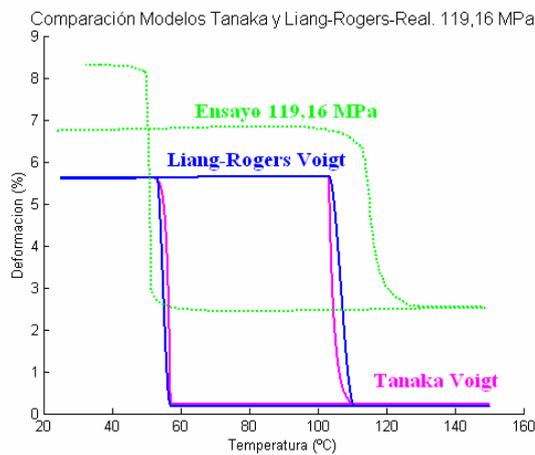
En cuanto a las diferencias entre ambos modelos (Brinson y Auricchio), vemos que prácticamente simulan el mismo comportamiento, diferenciándose precisamente en la fracción inicial de cálculo para  $\xi_{S0}$  y  $\xi_{M0}$  que en el caso de Brinson es una función cosenoidal y, por tanto mayor, que en el caso de Auricchio lineal donde es proporcional a los límites de transformación.

Para el modelo de Auricchio Exponencial con las diferentes  $\beta$  analizadas, para 106,67 MPa, la comparación se refleja en la figura 4.28. De nuevo vemos que las diferencias están en la consideración del módulo elástico, en la consideración de los límites de transformación (constantes, en lugar de rectas de pendiente negativa), en las diferencias en cuanto a las temperaturas de transformación austeníticas y en los posibles problemas de plastificación. Observamos además en la figura 4.28 las aparentemente sorprendentes diferencias entre los tres valores de  $\beta$ . Sin embargo, al analizar con detalle que los valores de la fracción  $\xi_{S0}$  y  $\xi_{M0}$  iniciales y finales dependen de este parámetro, la diferencia entre los tres ya no resulta tan sorprendente y se explica claramente la diferencia en la deformación inicial de la simulación. En este caso, podríamos afirmar que la mejor aproximación correspondería al valor de  $\beta$  mayor por el valor de la deformación, pero, por el contrario, en cuanto a la forma de la transformación correspondería al valor de  $\beta=1$ .

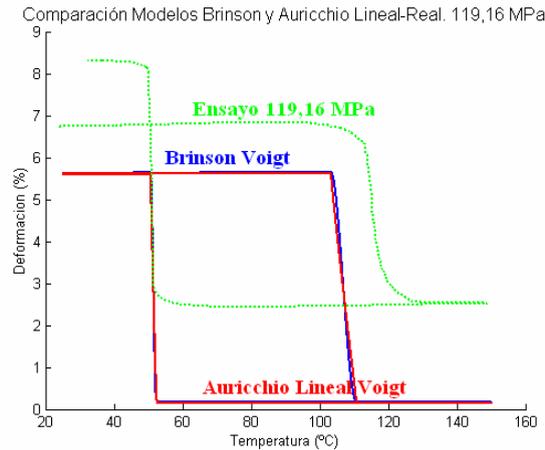


**Figura 4.28.** Comparación simulación Auricchio Exponencial con  $b=1,10$  y  $100$  con ensayo real a tensión constante de  $106,67$  MPa.

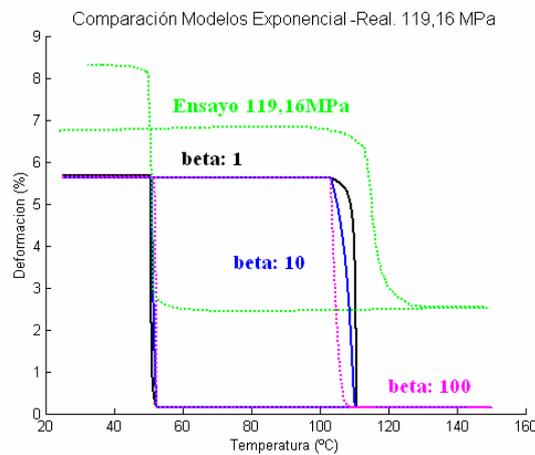
Por último compararemos las simulaciones para una tensión de  $119,16$  MPa donde el material está en zona totalmente transformado y toda la fracción de martensita es monovariante. Se presenta, en la figura 4.29 las comparaciones para los modelos de Tanaka y Liang-Rogers, en la figura 4.30 para Brinson y Auricchio Lineal y en la figura 4.31 para Auricchio Exponencial.



**Figura 4.29.** Comparación simulación Tanaka y Liang-Rogers con ensayo real a tensión constante de  $119,16$  MPa.



**Figura 4.30.** Comparación simulación Brinson y Auricchio Lineal con ensayo real a tensión constante de 119,16 MPa.



**Figura 4.31.** Comparación simulación Auricchio Exponencial con  $\beta=1,10$  y  $100$  con ensayo real a tensión constante de 119,16 MPa.

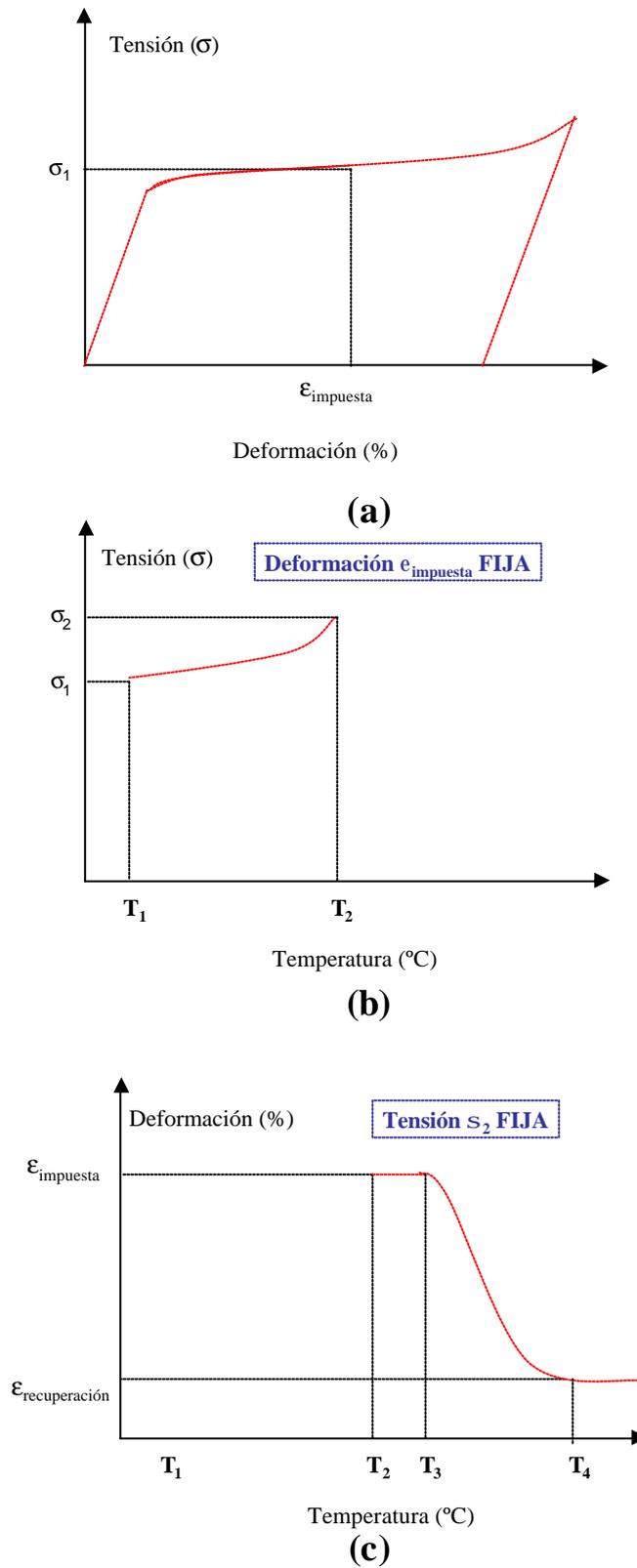
En los gráficos anteriores se aprecia, de nuevo, las diferencias observadas en las anteriores comparaciones pero, en este caso, al ser mayor la tensión, las deformaciones aparentemente plásticas son más evidentes. En cuanto a la comparación entre modelos, podemos decir que Brinson y Auricchio lineal son prácticamente la misma simulación, puesto que estos modelos se diferencian básicamente en aquellos puntos donde la fracción de martensita inicial sea diferente de 1. Tanaka y Liang-Rogers se diferencian ligeramente en la zona de transición y, Auricchio Exponencial es una mezcla de  $\beta=1$  en la zona de inicio de transformación a austenita y de  $\beta=100$  en el final de la transformación.

## 4.3 CONTRASTACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS A PARTIR DE ENSAYOS COMBINADOS TENSION CONSTANTE Y DEFORMACIÓN CONSTANTE

### 4.3.1. Desarrollo de los ensayos combinados tensión constante y deformación constante

Abordamos en este último apartado del Capítulo 4 un conjunto de ensayos destinados a analizar la capacidad del material de comportarse bajo un estado de cargas combinados en el que se somete, en primer lugar a una deformación hasta un valor prefijado, se calienta a esa deformación fija hasta conseguir que alcance un valor de tensión determinado y, a partir de ese momento, a tensión fija, se sigue calentando para analizar cómo es capaz de realizar un trabajo levantando el peso que le ha provocado dicha tensión fija. De esta manera estamos simulando un comportamiento de actuador, en el que levanta un peso determinado a partir de una deformación cuando la fuerza necesaria para llevar el material a esa deformación ha requerido una fuerza menor. Se representa el procedimiento en el esquema de la figura 4.32.

En la figura 4.32 se representa en (a) la parte del ensayo isotérmico a  $T_1$ : se realiza un ensayo tensión-deformación hasta  $\epsilon_{impuesta}$  y se determina la tensión requerida ( $\sigma_1$ ) para llegar a esa deformación. En (b) y partiendo de  $\sigma_1$  se calienta desde  $T_1$  hasta que se alcance la temperatura  $T_2$  en el que el material comienza a levantar el peso que provoca la tensión  $\sigma_2$  y, a partir de ese momento, en (c) el ensayo prosigue a tensión constante  $\sigma_2$ . A medida que disminuye la deformación ( $T_3$ ) se va elevando la carga impuesta correspondiente a una tensión  $\sigma_2$ . En el esquema, por claridad, se ha separado  $T_2$  y  $T_3$  siendo, en realidad, coincidentes.



**Figura 4.32.** Esquema del proceso experimental seguido para ensayar la capacidad del material de trabajar como actuador.

Para realizar este ensayo en el laboratorio, se ha empleado el equipo experimental explicado en el apartado 4.2.1.1, cambiándose el procedimiento de ensayo. De esta manera, *el procedimiento experimental seguido es:*

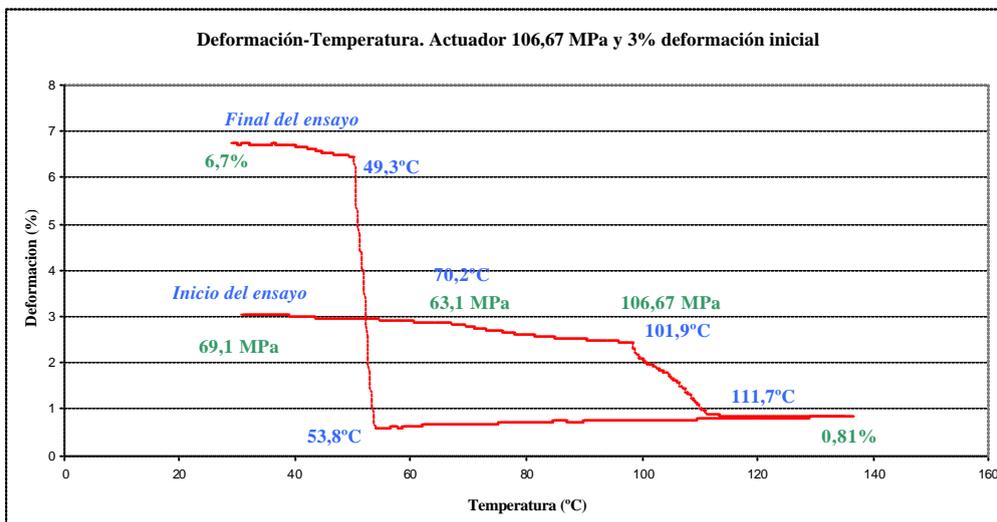
- **Preparación de probeta:** se corta a la longitud deseada, se marca el límite de colocación dentro de mordaza y los límites del extensómetro.
- **Colocación de probeta:** se ajusta por la parte superior a la mordaza respetando la marcación y se realiza una puesta a cero de la célula de carga. Se engancha por su parte inferior al portabrocas (sin los discos en su parte inferior), ajustándose con sumo cuidado para evitar ejercer deformaciones indeseables en el alambre pero con un par de apriete suficiente para evitar deslizamientos. Se registra la medida y se verifica que sea de 5,3 N.
- **Ajuste de temperatura inicial:** se ajusta, mediante la cámara térmica, la temperatura deseada del inicio del ensayo. Se cierra el extensómetro y se ajusta a cero.
- **Proceso isotérmico:** se inicia lentamente el desplazamiento del carro inferior, donde están apoyadas los discos de carga, hasta que toman contacto los ganchos de la varilla y los discos. A partir de ese momento se comienza a aplicar tensión a la probeta de forma gradual registrándose la deformación que se produce. Se para el desplazamiento del carro cuando se alcanza  $\epsilon_{impuesta}$ .
- **Proceso a deformación constante:** se ajusta la temperatura final, la rampa deseada de temperatura ( $2^{\circ}\text{C}/\text{minuto}$ ) y se registran los datos de tensión y temperatura (verificando que la deformación sea constante) en el proceso de calentamiento. En el momento en que la célula de carga indica el valor de fuerza correspondiente a la tensión  $\sigma_2$  (carga aplicada) comienza el:
- **Proceso a tensión constante:** se sigue registrando deformación y temperatura y se observa como el alambre de 1 mm “levanta” gradualmente los discos a medida que se calienta y recupera su forma original. Alcanzada la temperatura de recuperación, se realiza un enfriamiento para ver cómo vuelve a “bajar” los discos a medida que comienza la transformación de austenita a martensita.

Partiendo de la experiencia de los ensayos anteriores, se determina que la tensión contra la que se desea que actúe ( $\sigma_2$ ) es de 106,67 MPa y de 119,16 MPa y se comienza con

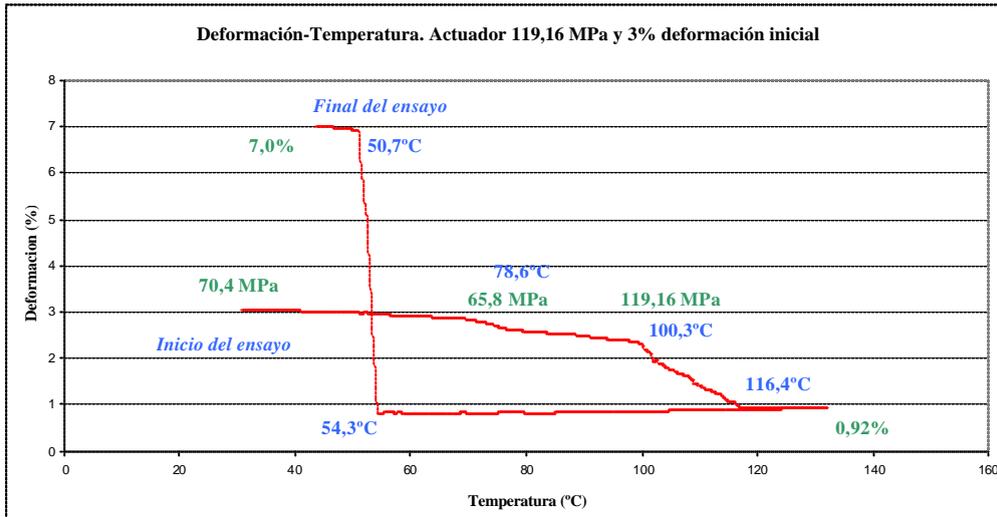
una deformación  $\epsilon_{impuesta}$  del 3% o del 4%. De esta manera, comenzando el ensayo a una temperatura de 30,5°C garantizamos que estamos dentro de la meseta de transformación y con una tensión  $\sigma_1$  inferior al peso contra el que se desea que actúe. La temperatura final se fija en 130°C. Se realizaron tres ensayos:

- Tensión de actuación: 106,67 MPa y 3% de deformación impuesta.  $T_1$ :35,5°C
- Tensión de actuación 106,67 MPa y 4% de deformación impuesta.  $T_1$ :35,5°C
- Tensión de actuación: 119,16 MPa y 3% de deformación impuesta.  $T_1$ :35,5°C

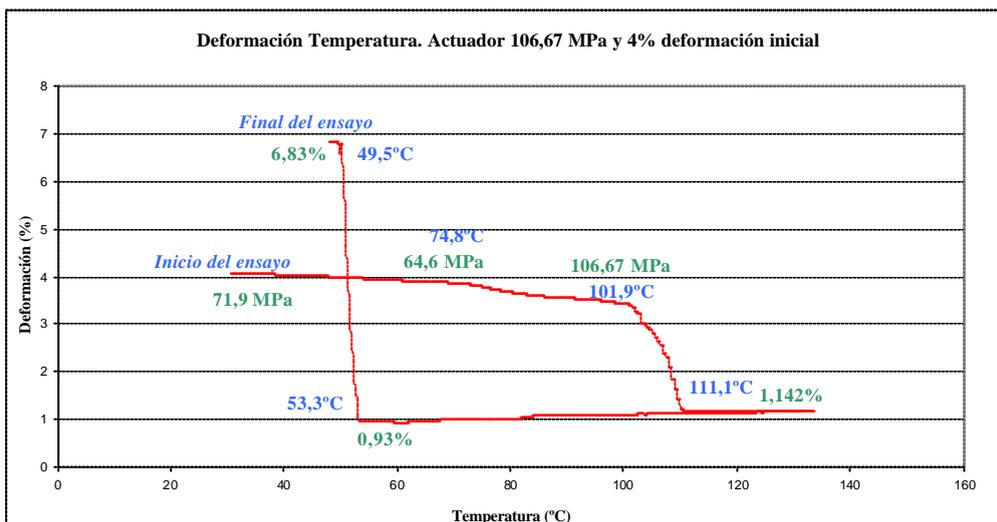
Se presentan en las figuras 4.33, 4.34 y 4.35 los resultados de cada ensayo y, en la figura 4.36 los resultados conjuntos para la mejor comparación.



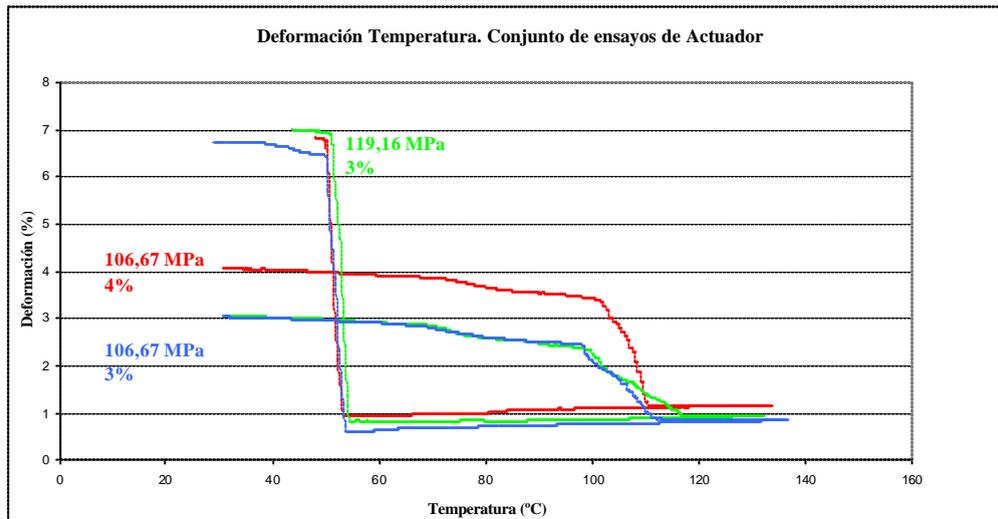
**Figura 4.33.** Deformación Temperatura para el ensayo de actuador con tensión de 106,67 MPa y deformación inicial 3% .



**Figura 4.34.** Deformación Temperatura para el ensayo de actuador con tensión de 119,16 MPa y deformación inicial 3% .



**Figura 4.35.** Deformación Temperatura para el ensayo de actuador con tensión de 106,67 MPa y deformación inicial 4% .



**Figura 4.36.** Deformación Temperatura para el conjunto de ensayos de actuador a diferentes tensiones y deformaciones iniciales.

Se observa en los tres gráficos cómo el comportamiento es semejante, variando el valor del inicio de la deformación (3% o 4%) y el valor de la carga. Vemos que éste último factor prácticamente no modifica el comportamiento: las curvas a 106,67 MPa y a 119,16 MPa son prácticamente semejantes puesto que, en ambos casos, nos encontramos, al inicio del ensayo, en la meseta y antes de terminar la transformación. Los caminos de retorno en los tres casos son prácticamente iguales, siendo un poco más elevada la deformación final a la vuelta en el caso de 119,16 MPa que en el caso de 106,67 MPa. Esto es lógico dado que la tensión es mayor y, por tanto, la deformación mayor. Es muy interesante ver cómo la deformación a altas temperaturas es inferior al 1% en el caso de 106,67 MPa/3% y 119,16 MPa/3% que, comparado con los ensayos a tensión constante (figuras 4.15 y 4.16) *nos indica que, en aquél caso (tensión constante) se producía plastificación del material en el proceso de carga post-transformación*. Aquí, como la deformación a baja temperatura es tan solo del 3% no se plastifica (está en meseta) y la deformación residual en caliente es menor. Para el caso de 106,67MPa/4% la deformación residual en caliente es ligeramente superior 1,142% pero también inferior al 2,14% de la figura 4.15 en tensión constante.

En los tres casos, las temperaturas de inicio de la transformación que provocan el descenso brusco de la deformación también son semejantes, pese a que debería ser

ligeramente superior en el caso de 119,16 MPa. Sin embargo, la diferencia no ha sido detectada en el registro de datos de una manera significativa. En cuanto a las temperaturas finales de transformación, los valores coinciden con la previsión, siendo de mayor valor en el caso de mayor tensión y siendo prácticamente independientes del valor de la deformación impuesta inicial.

En los tres gráficos se observa un comportamiento respecto a la deformación muy semejante: la deformación es relativamente constante con una ligerísima bajada debido, quizás, a la pérdida de rigidez del conjunto experimental o a la dilatación térmica de los elementos de sujeción de la probeta situados en el interior de la cámara térmica. A un determinado nivel de temperatura, en el que comienza la transformación, se produce una ligera bajada de deformación seguida de la bajada brusca. El primer decrecimiento de la deformación corresponde al inicio de la transformación en el que se comienza la pérdida de contacto entre los pesos y el marco de la máquina. Esta porción del gráfico correspondería a una mezcla de decremento de deformación/aumento de tensión, hasta el valor de tensión total (106,67 MPa ó 119,16 MPa) donde se produce el descenso brusco.

Veamos a continuación la simulación correspondiente a los diferentes modelos constitutivos y la comparación entre ambos.

#### **4.3.2. Simulación numérica, contrastación experimental y análisis de los resultados**

Para la implementación numérica de este sistema combinado de cargas se deben ejecutar secuencialmente un proceso isotérmico, un proceso de deformación constante y el último de tensión constante. Debe tenerse especial cuidado en que las condiciones finales de cada proceso coincidan con las condiciones iniciales del proceso siguiente, generándose además un vector donde se guarden las variables de salida resultado en cada parte del proceso para evitar que se confundan con las variables de salida del siguiente. Esto hace que, datos considerados constantes en las simulaciones individuales, pasen a ser variables en las simulaciones conjuntas.

Debe remarcar que las simulaciones son: isotérmica-deformación constante y tensión constante, no existiendo la posibilidad de combinar el caso intermedio en el que variaba ligeramente la deformación al tiempo que incrementaba la tensión pues se solapaba el proceso de recuperación de forma con el proceso de pérdida de contacto de las pesas. Por ello, en los modelos no se podrá detectar esa primera bajada ligera de la deformación que hemos comentado.

De los modelos propuestos, sólo se presentan las simulaciones correspondientes a las aproximaciones de Voigt, dada la escasa variabilidad en las previsiones de los distintos modelos.

En todos los modelos utilizaremos las constantes empleadas en el apartado anterior, para examinar si las divergencias entre los modelos y la experimentación son relevantes en este ensayo. La temperatura inicial de ensayo será, como se comentó de 30,5°C, para garantizar que el material se encuentre en un punto dentro de la meseta. Para los modelos de Tanaka y Liang y Rogers, en principio, no podríamos realizar la simulación, porque estos modelos no simulan comportamientos por debajo de  $M_s$  (44,19°C), sin embargo, los emplearemos simulando una temperatura de inicio de 50°C, que, viendo los gráficos de las figuras 4.5 y 4.6 sería equivalente a uno a 30,5°C real.

Cabe esperar unas ciertas divergencias en las previsiones de los modelos: como los modelos sobre-predecían el comportamiento isotérmico a causa de las tensiones críticas de transformación por debajo de  $M_s$ , la tensión de inicio del ensayo, después del isotérmico, será mayor que la real.

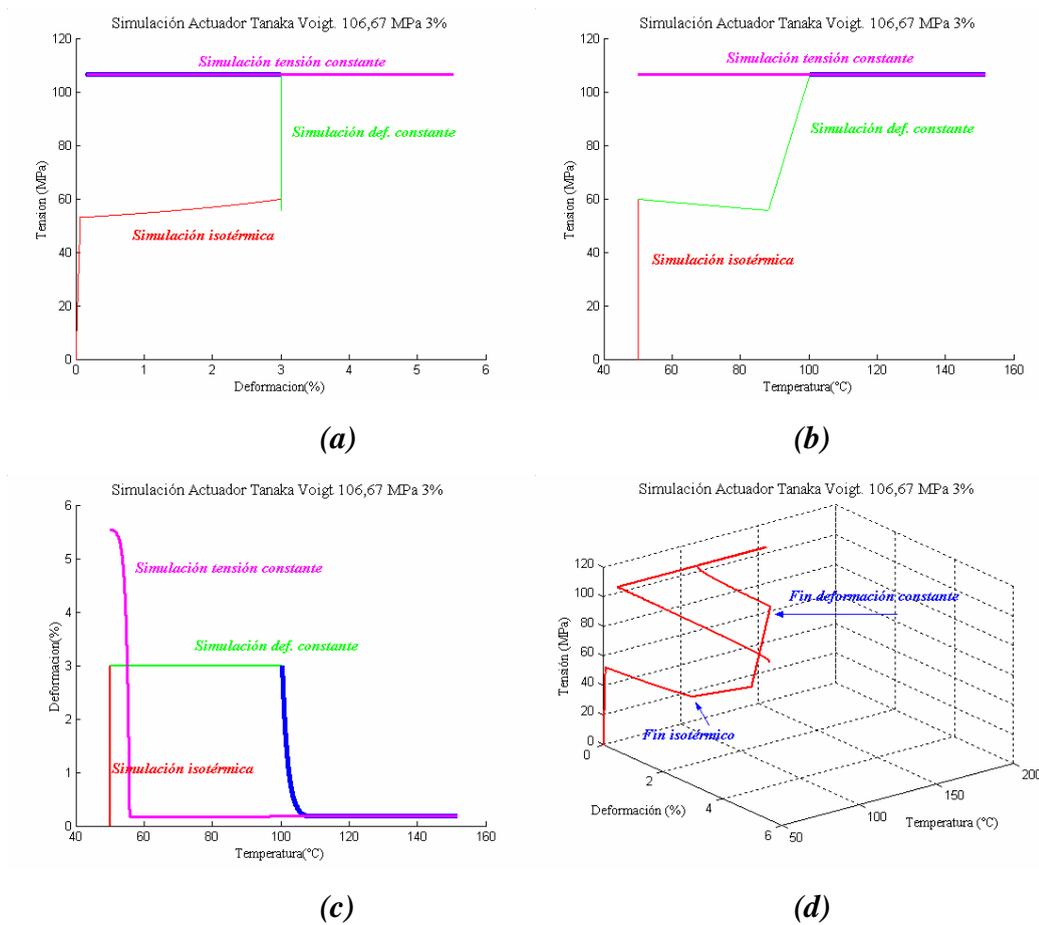
Se observarán posteriormente las consecuencias de las diferencias en los módulos elásticos en la carga post-transformación y en la variación de la  $\epsilon_L$  con la temperatura.

En todas las simulaciones se presentan cuatro gráficos representativos del comportamiento:

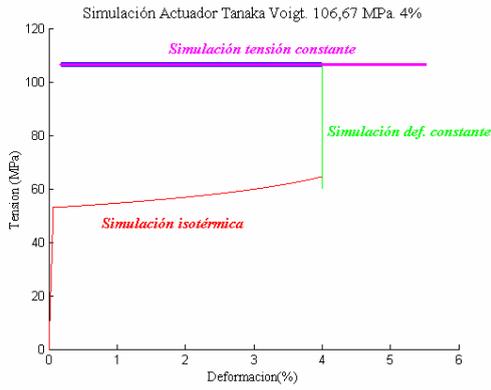
- Tensión-Deformación
- Tensión-Temperatura

- Deformación-Temperatura
- Gráfico 3D (tensión-temperatura-deformación).

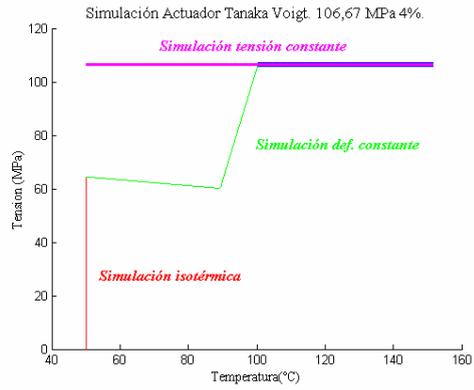
Se presenta, en la figura 4.37 *la simulación correspondiente al modelo de Tanaka* para 106,67 MPa y 3%. En la figura 4.38 para 106,67 MPa y 4% y en la 4.39 para 119,16 MPa y 3%.



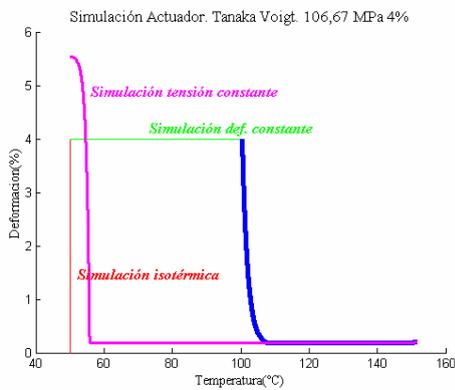
**Figura 4.37.** Simulación actuador con el modelo de Tanaka Voigt 106,67 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



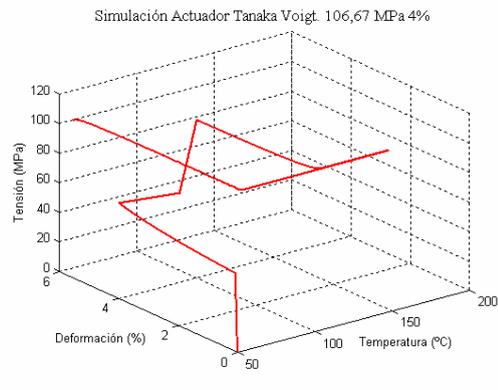
(a)



(b)

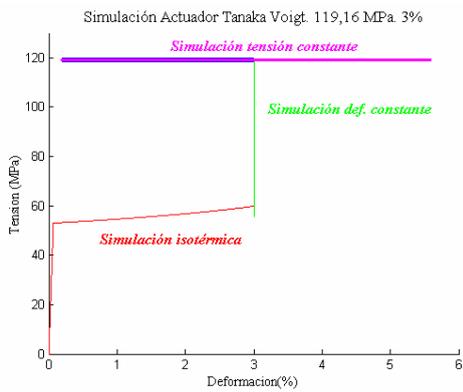


(c)

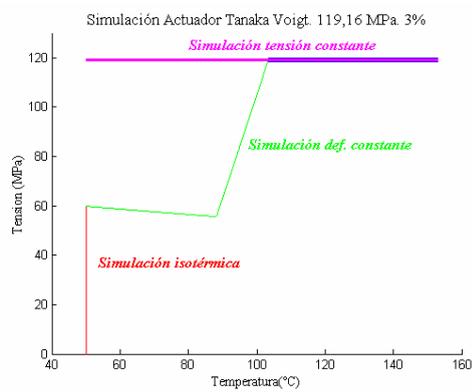


(d)

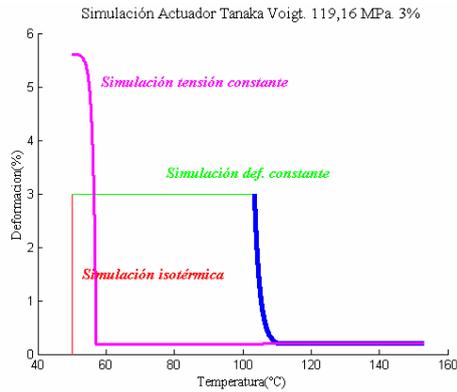
**Figura 4.38.** Simulación actuador con el modelo de Tanaka Voigt 106,67 MPa y 4% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



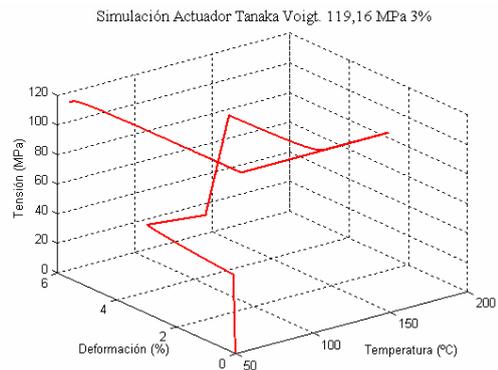
(a)



(b)



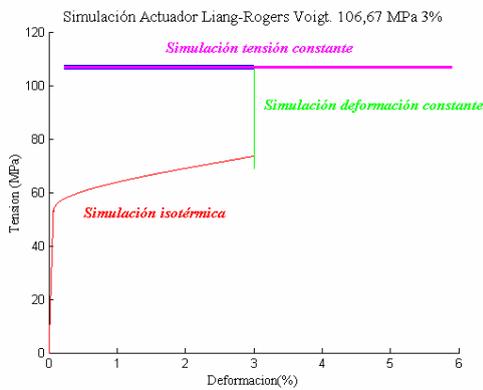
(c)



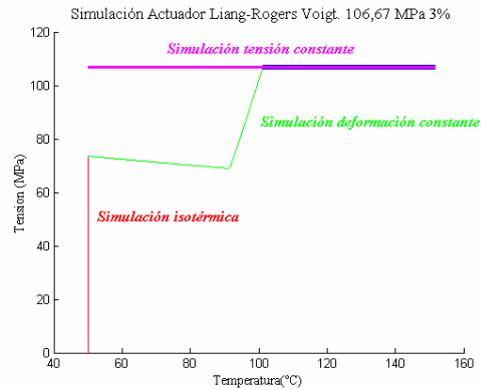
(d)

**Figura 4.39.** Simulación actuador con el modelo de Tanaka Voigt 119,16 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.

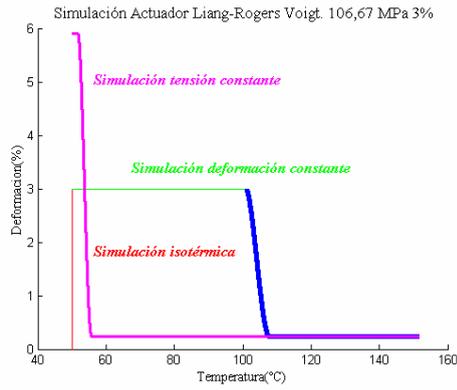
Se presenta, en la figura 4.40 *la simulación correspondiente al modelo de Liang-Rogers* para 106,67 MPa y 3%. En la figura 4.41 para 106,67 MPa y 4% y en la 4.42 para 119,16 MPa y 3%.



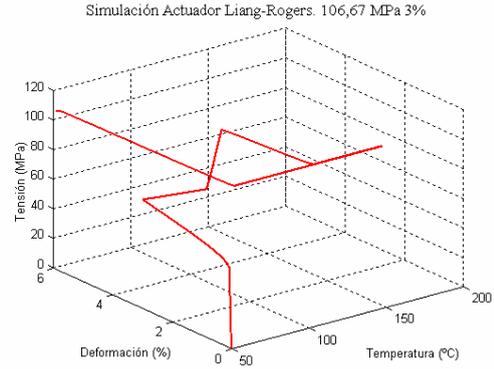
(a)



(b)

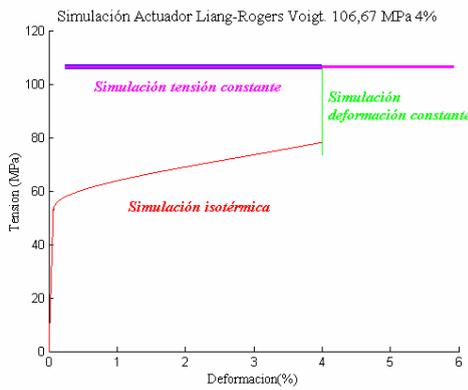


(c)

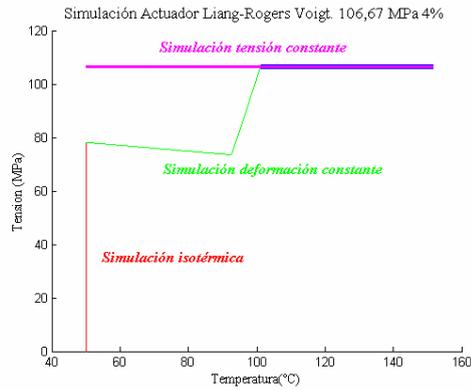


(d)

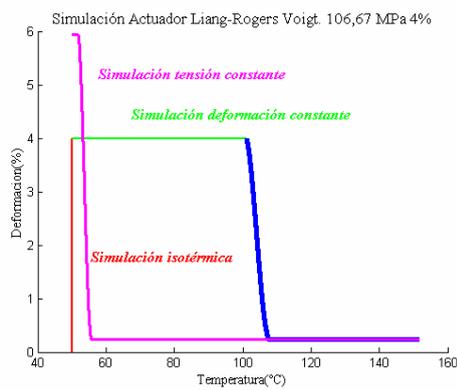
Figura 4.40. Simulación actuador con el modelo de Liang-Rogers Voigt 106,67 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



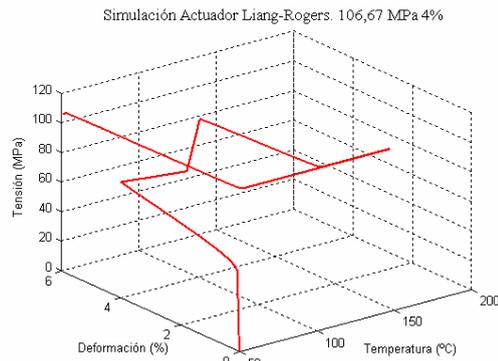
(a)



(b)

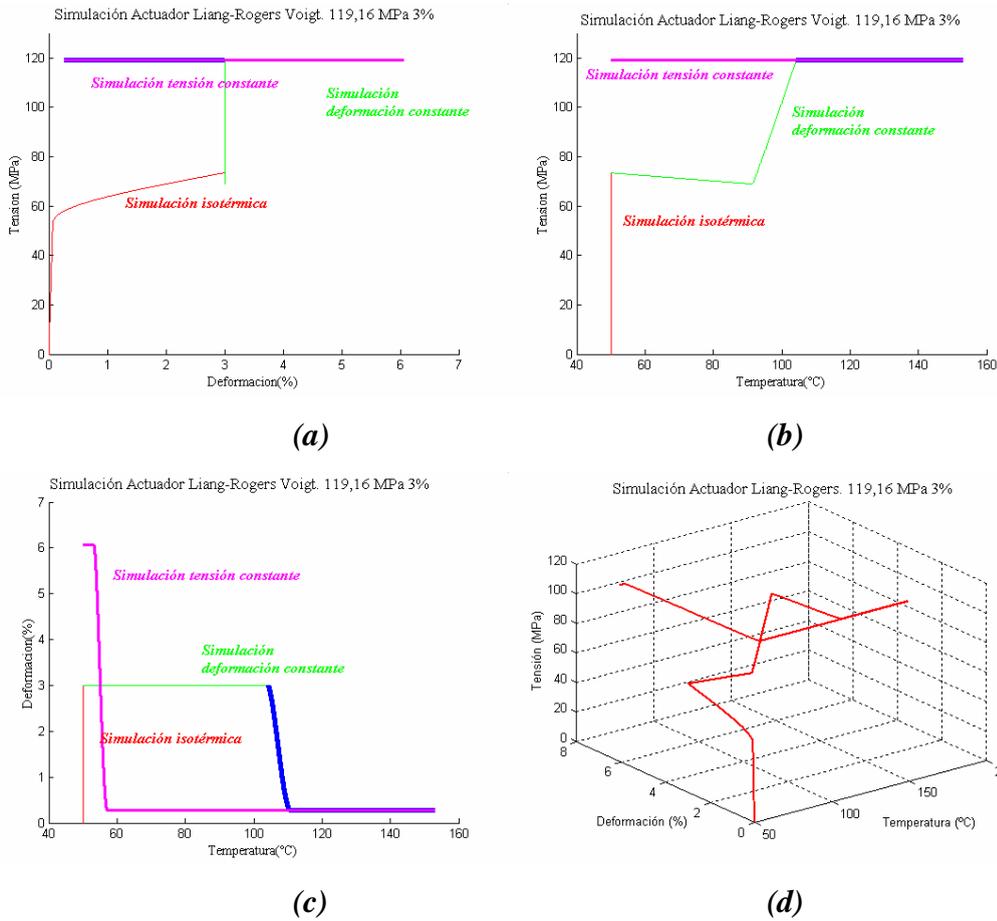


(c)



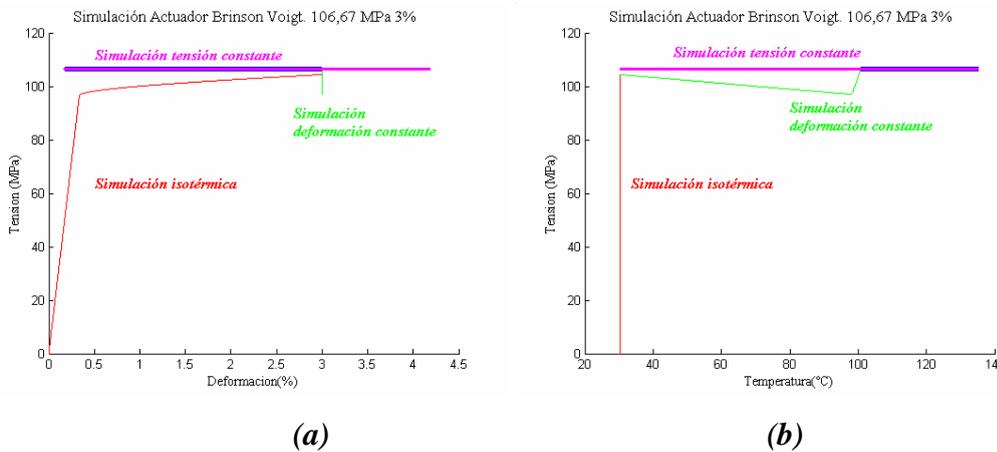
(d)

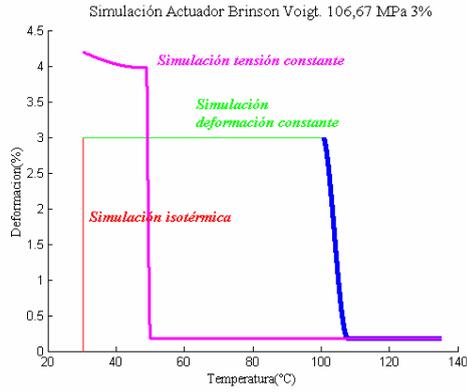
Figura 4.41. Simulación actuador con el modelo de Liang-Rogers Voigt 106,67 MPa y 4% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



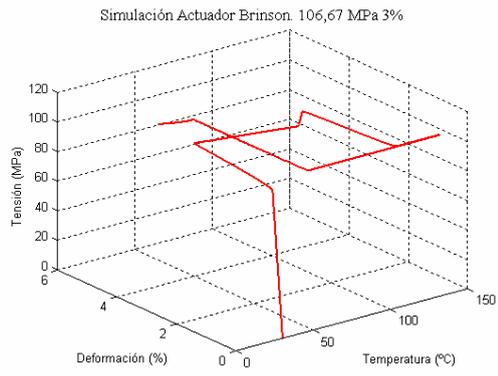
**Figura 4.42.** Simulación actuador con el modelo de Liang-Rogers Voigt 119,16 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.

Se presenta, en la figura 4.43 la *simulación correspondiente al modelo de Brinson* para 106,67 MPa y 3%. En la figura 4.44 para 106,67 MPa y 4% y en la 4.45 para 119,16 MPa y 3%.



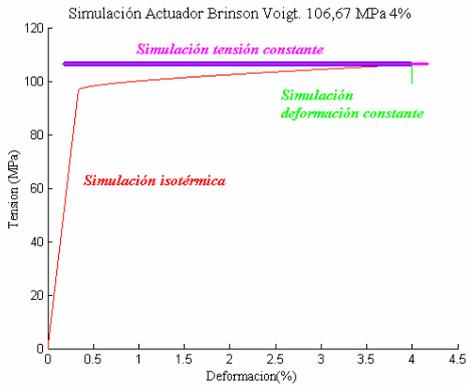


(c)

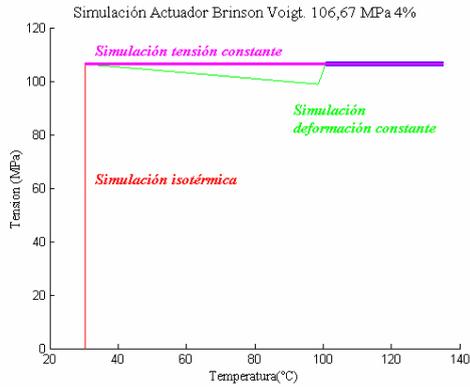


(d)

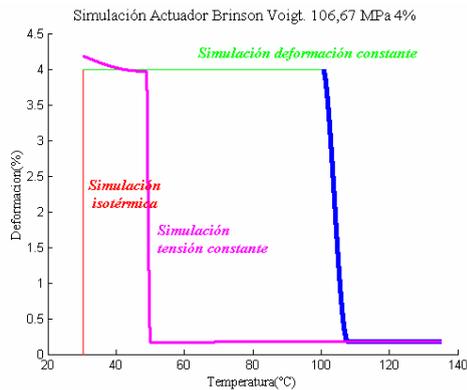
**Figura 4.43.** Simulación actuador con el modelo de Brinson Voigt 106,67 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



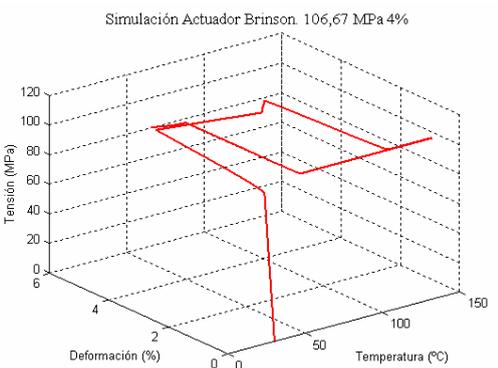
(a)



(b)

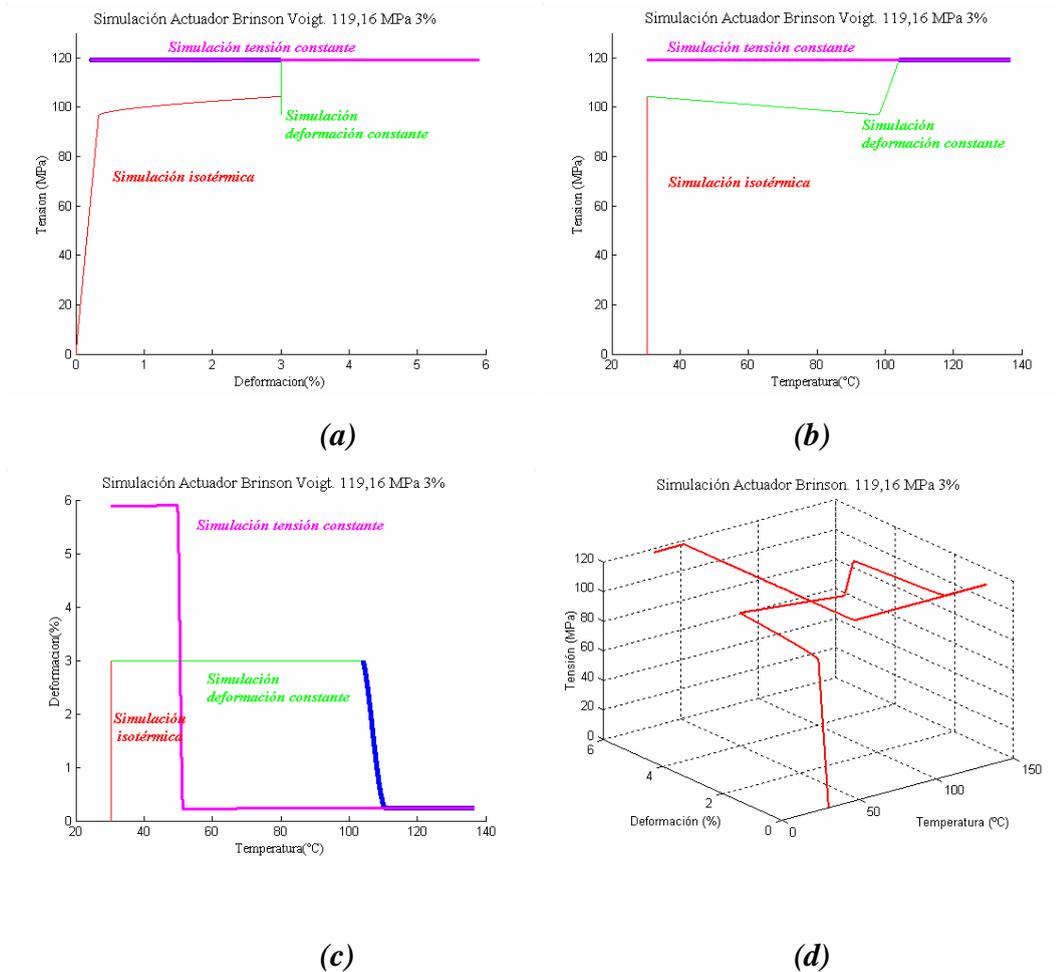


(c)



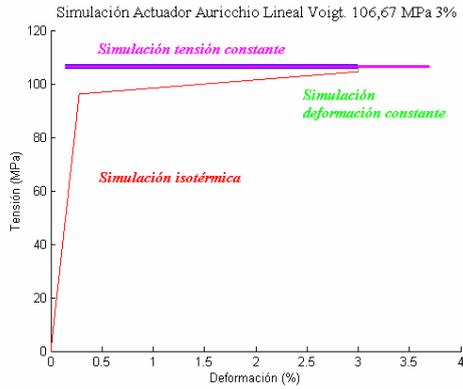
(d)

**Figura 4.44.** Simulación actuador con el modelo de Brinson Voigt 106,67 MPa y 4% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.

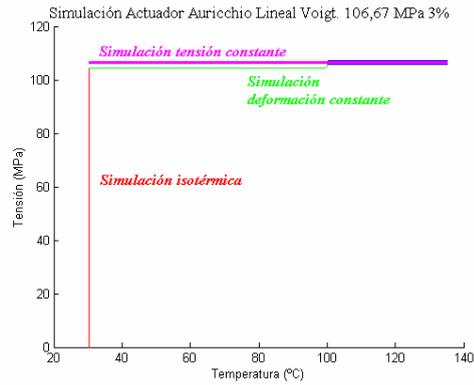


**Figura 4.45.** Simulación actuador con el modelo de Brinson Voigt 119,16 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.

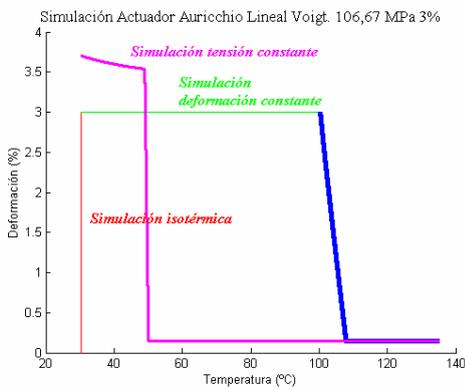
Se presenta, en la figura 4.46 la *simulación correspondiente al modelo de Auricchio Lineal* para 106,67 MPa y 3%. En la figura 4.47 para 119,16 MPa y 3%. *La simulación para 106,67 MPa y 4% no puede realizarse porque, según el modelo, en el caso isotérmico, al 4% ya superó la tensión de 106,67 MPa.* Esta es una de las mayores consecuencias de considerar tensiones de transformación más altas en las zonas de temperaturas inferiores a  $M_S$ .



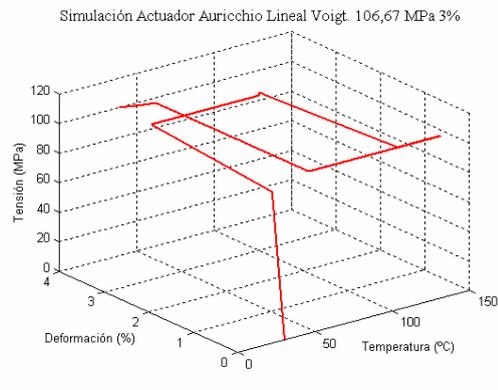
(a)



(b)

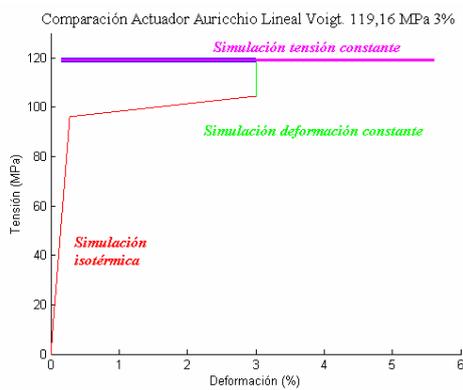


(c)

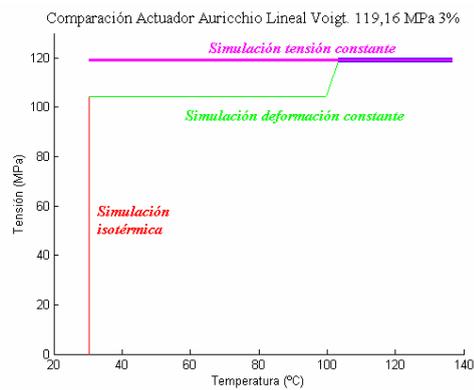


(d)

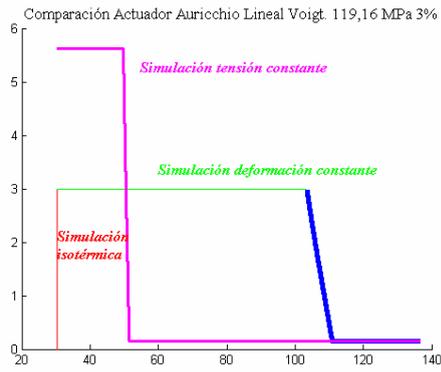
**Figura 4.46.** Simulación actuador con el modelo de Auricchio Lineal Voigt 106,67 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



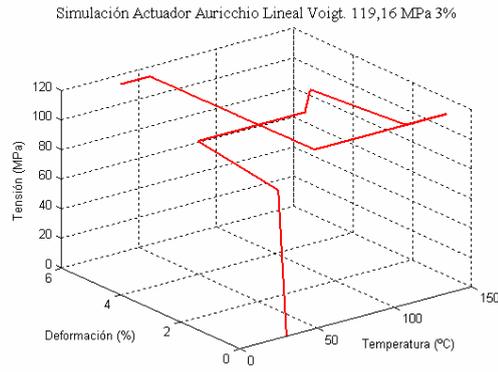
(a)



(b)



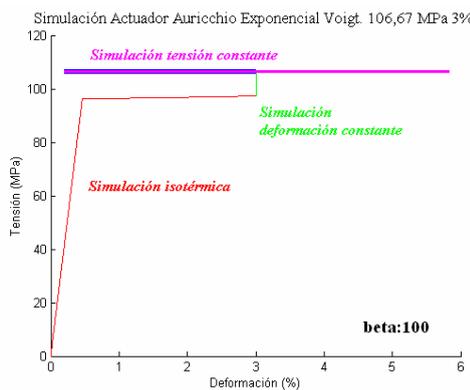
(c)



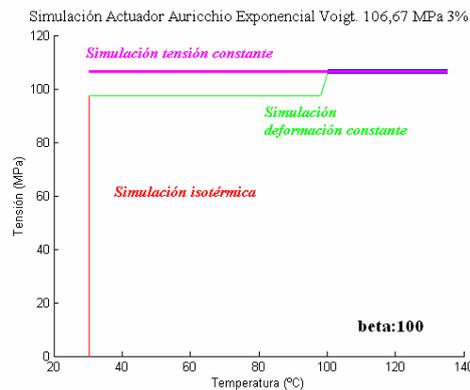
(d)

**Figura 4.47.** Simulación actuador con el modelo de Auricchio Lineal Voigt 119,16 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.

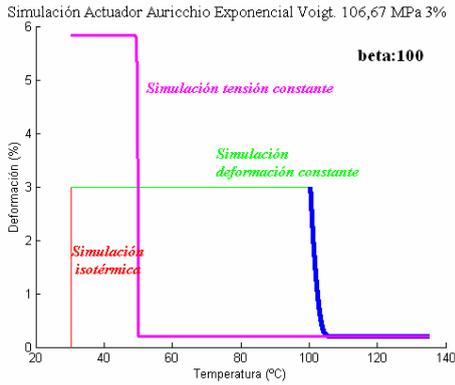
Se presenta en la figura 4.48 la *simulación correspondiente al modelo de Auricchio Exponencial con  $b=100$*  para 106,67 MPa y 3%. En la figura 4.49 para 106,16 MPa y 4% y en la figura 4.50 para 119,16 MPa y 3%. En este caso, en función del parámetro  $\beta$  que determina las condiciones iniciales, nos encontraríamos de nuevo como en el caso anterior, que se alcanza el valor de la tensión de actuación antes de la deformación impuesta o bien, que el ensayo isotérmico da una tensión mayor a la deformación impuesta, que la deseada de actuación, con lo que el diseño del dispositivo no sería válido.



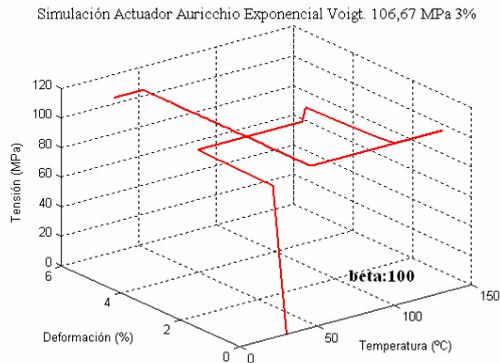
(a)



(b)

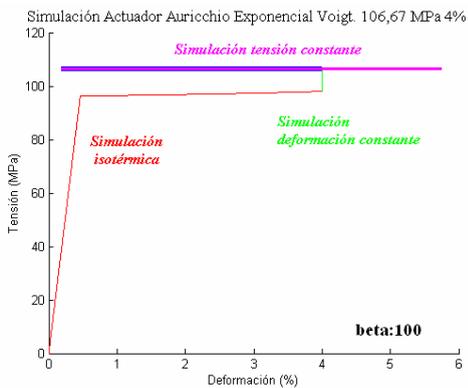


(c)

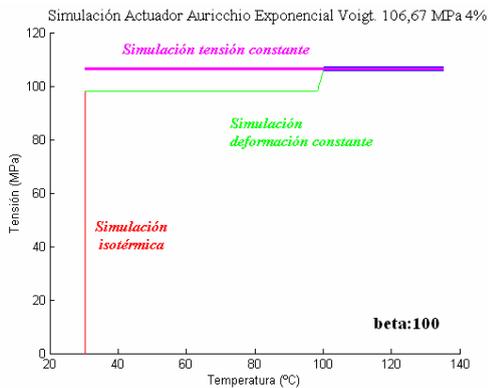


(d)

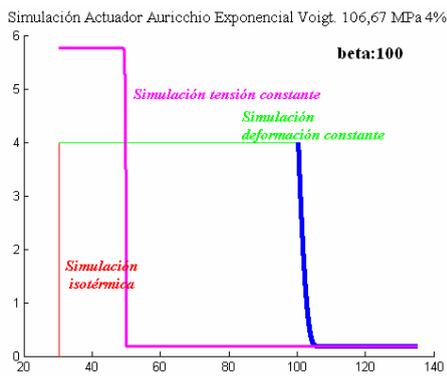
**Figura 4.48.** Simulación actuador con el modelo de Auricchio Exponencial con  $b=100$  Voigt 106,67 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



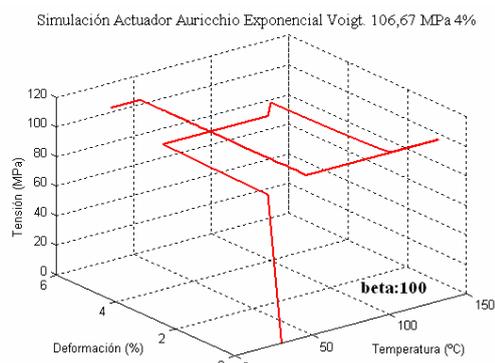
(a)



(b)

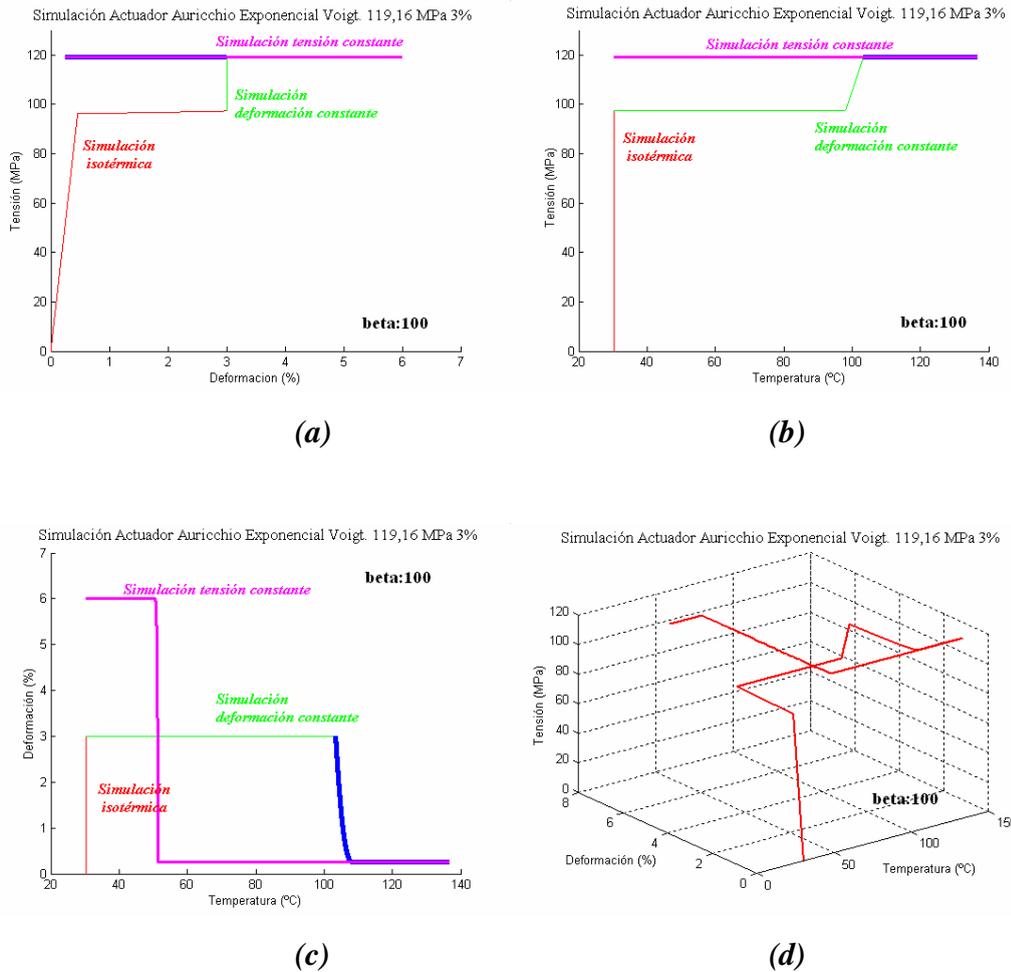


(c)



(d)

**Figura 4.49.** Simulación actuador con el modelo de Auricchio Exponencial con  $b=100$  Voigt 106,67 MPa y 4% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.



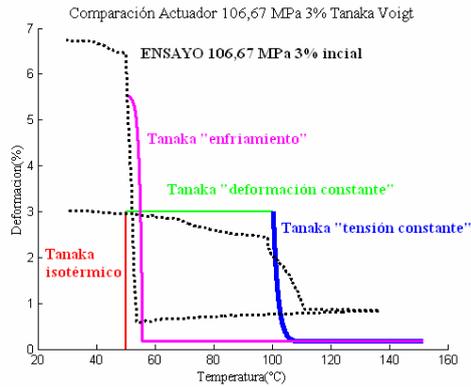
**Figura 4.50.** Simulación actuador con el modelo de Auricchio Exponencial con  $\beta=100$  Voigt 119,16 MPa y 3% de deformación. (a) tensión-deformación (b) tensión-Temperatura (c) deformación-temperatura y (d) 3D.

De todas las anteriores simulaciones, se valora positivamente la capacidad de reproducir adecuadamente el efecto deseado y que se esquematiza en la figura 4.32. Esto se debe a una cuidadosa implementación numérica donde se ha vigilado que la historia termomecánica, reflejada en las variables tensión, deformación y fracciones, afecte a todo proceso simulado. Comparando a primera vista con los gráficos experimentales observamos, sin embargo algunas diferencias: en primer lugar, los modelos no son capaces de reproducir la disminución de la deformación en el inicio de la separación de la carga del marco móvil de la máquina; en segundo lugar, para los modelos de Brinson y Auricchio lineal y exponencial, las tensiones iniciales, derivadas del proceso isotérmico, son muy diferentes. Mientras que los modelos suponen valores alrededor de 100 MPa, los ensayos comenzaron con un valor de alrededor de 70 MPa. Esta diferencia

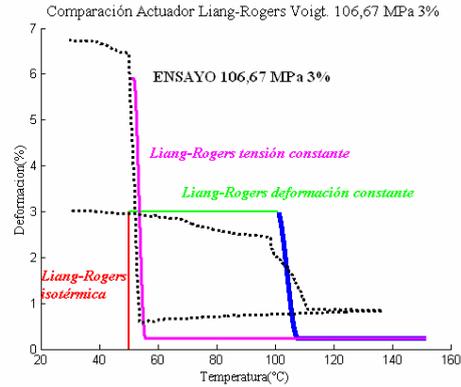
es debida a las distintas aproximaciones para las tensiones críticas por debajo de  $M_s$ . Si las tensiones iniciales de transformación fueran menores, este valor en la simulación sería menor. Por ejemplo, en los modelos de Tanaka y Liang-Rogers, que se ha impuesto ese valor, la aproximación teórica y experimental es mucho mejor.

Para poder comparar con mayor claridad, solapamos los valores de los diferentes modelos con los resultados experimentales. En la figura 4.51 se representan las comparaciones para 106,67 MPa/3%, en la figura 4.52 para 106,67 MPa/4%, donde no se simuló Auricchio Lineal, tal como se explicó antes; y en la figura 4.53 para 119,16 MPa/3%. Se observa, en general, como las comparaciones en el plano deformación-temperatura no son tan diferentes como con las tensiones. Las principales diferencias se observan en los modelos de Brinson y Auricchio en el camino de retorno pues supone una menor recuperación de lo que es real. Esto es así porque considera que la vuelta (enfriamiento a tensión constante) se realiza dentro de la zona de transformación, cuando no es así. Otra de las diferencias es el comportamiento de la deformación a altas temperaturas: la deformación teórica es inferior a la real. De nuevo estamos ante un posible caso de plastificaciones producidas a altas temperaturas (que ya se mostró en los ensayos isotérmicos cuando no se logró un comportamiento pseudelástico). Por el contrario, en estas simulaciones las aproximaciones a las temperaturas de transformación son mucho más acertadas que las que realizamos en los ensayos a tensión constante.

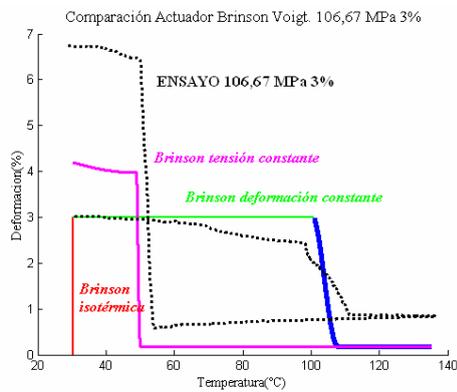
Podemos decir pues que, en la comparación del comportamiento a deformación, las diferencias que habíamos observado en las anteriores comparaciones quedan atenuadas no apreciándose grandes divergencias entre la simulación y el ensayo. Sin embargo, pese a todo, si introduyéramos en la modelización todas y cada una de las modificaciones que hemos ido anotando a lo largo de este capítulo, la simulación sería mucho más precisa. ***Este es el objetivo del siguiente apartado, donde se presenta una propuesta de un modelo constitutivo macromecánico capaz de reproducir el comportamiento del material con mayor precisión.***



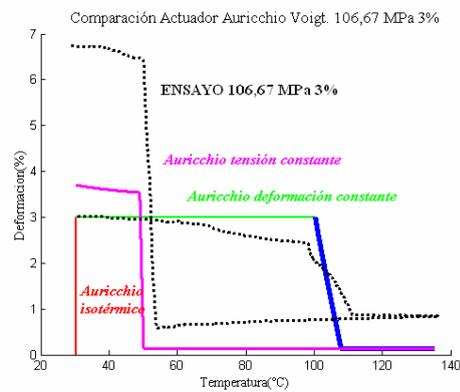
(a)



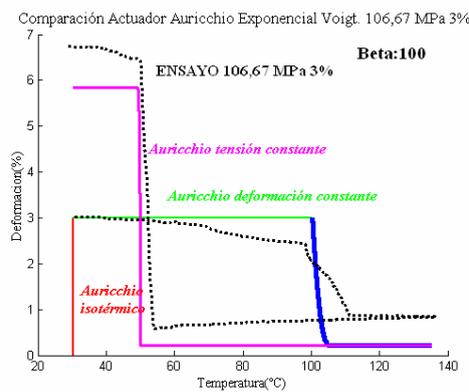
(b)



(c)

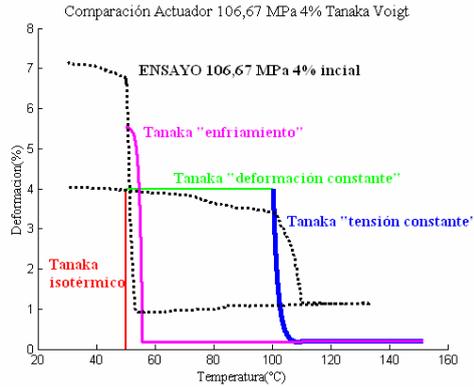


(d)

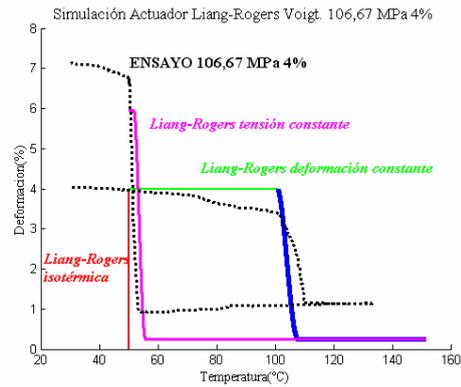


(e)

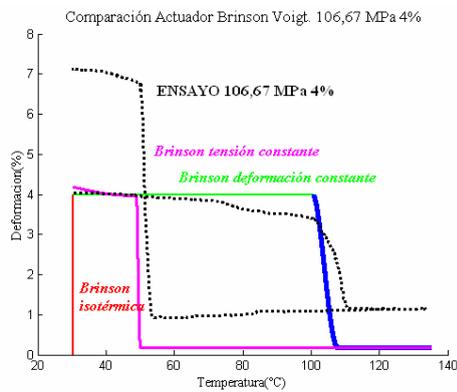
**Figura 4.51.** Comparación de las simulaciones de todos los modelos con el resultado experimental de ensayo a tensión constante 106,67 MPa a/ 3%. (a) Tanaka Voigt; (b) Liang-Rogers Voigt (c) Brinson Voigt (d) Auricchio Lineal Voigt y (e) Auricchio Exponencial con  $\mathbf{b}=100$ .



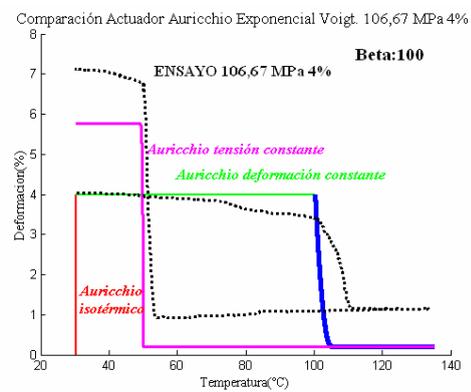
(a)



(b)

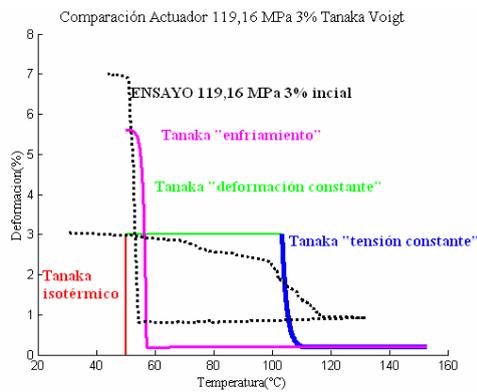


(c)

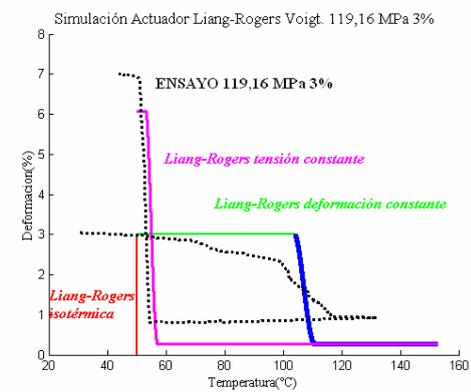


(d)

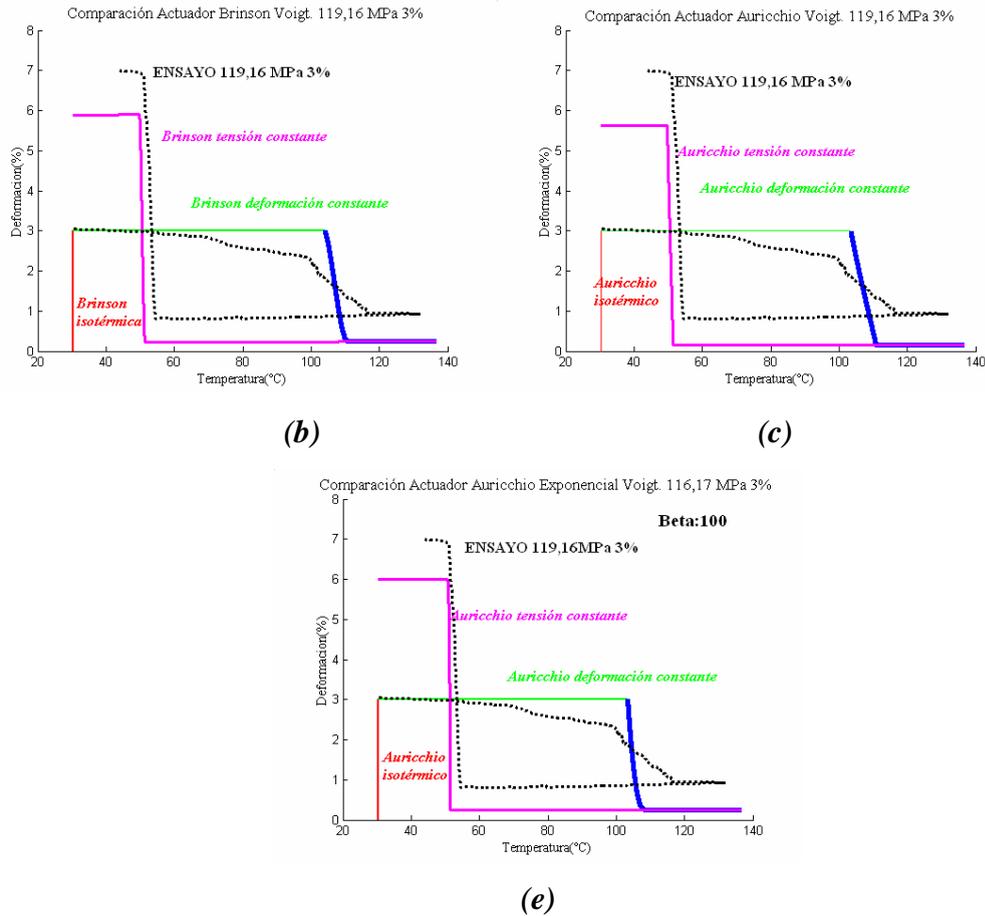
**Figura 4.52.** Comparación de las simulaciones de todos los modelos con el resultado experimental de ensayo a tensión constante 106,67 MPa a/ 4%. (a) Tanaka Voigt; (b) Liang-Rogers Voigt (c) Brinson Voigt (d) Auricchio Lineal Voigt.



(a)



(b)



**Figura 4.53.** Comparación de las simulaciones de todos los modelos con el resultado experimental de ensayo a tensión constante 119,16 MPa a/ 3%. (a) Tanaka Voigt; (b) Liang-Rogers Voigt (c) Brinson Voigt (d) Auricchio Lineal Voigt y (e) Auricchio Exponencial con  $\mathbf{b}=100$ .

## 4.4. PROPUESTA DE MODELO CONSTITUTIVO MACROSCÓPICO

### 4.4.1. Formulación teórica y justificación

Entre las diferencias encontradas al contrastar los modelos constitutivos con los resultados experimentales, podemos destacar:

- En las comparaciones de los modelos a bajas temperaturas, la aproximación no era muy adecuada debido a los niveles de tensión considerados que eran

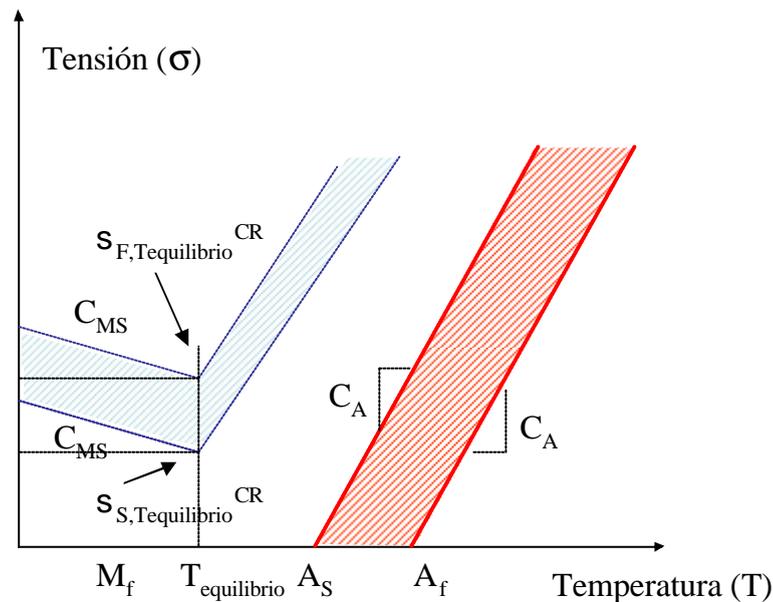
constantes para  $T \leq M_s$ . Esto era evidente al observar las comparaciones para 19°C (relativamente buen ajuste) y 46,6°C (donde se sobre-predice el comportamiento de manera notable). Por tanto, *debería considerarse en este tramo ( $T < M_s$ ), que las fronteras de activación de la transformación son variables con la temperatura (ver figura 4.54):*

## EC.4.4

$$T \leq M_s \Rightarrow \sigma_{S,T}^{CR} = \sigma_{S,Tequilibrío}^{CR} + C_{MS} * (T - T_{equilibrío})$$

$$\sigma_{F,T}^{CR} = \sigma_{F,Tequilibrío}^{CR} + C_{MS} * (T - T_{equilibrío})$$

donde  $\sigma_{S,T}^{CR}$  ( $\sigma_{F,T}^{CR}$ ) es la tensión crítica de inicio (final) de transformación a la  $T_{equilibrío}$  y  $C_{MS}$  es la pendiente obtenida de la relación lineal entre la tensión crítica y la temperatura.



**Figura 4.54.** Variación en la consideración de las tensiones críticas para los modelos de Brinson y Auricchio para temperaturas inferiores a  $M_s$ .

- Otra de las diferencias notables residía en la consideración, por parte de todos los modelos, de la igualdad del módulo elástico en el proceso de carga pre-transformación y post-transformación. Estableciendo que el módulo elástico de la martensita multivariante (o inducida por la temperatura) sea diferente al módulo elástico de la martensita monovariante (o inducida por la tensión), podemos corregir, de nuevo, esta diferencia.

**EC.4.5**

$$T \leq M_s \ \& \ \mathbf{s} \geq \mathbf{s}_{F,T}^{CR} \Rightarrow \mathbf{s} = E_{MS} * \mathbf{e}$$

donde  $E_{MS}$  es el módulo elástico de la martensita monovariante a temperaturas inferiores a  $M_s$ . Esta modificación, al igual que la anterior, no solo mejorará la aproximación del modelo que proponemos a los valores experimentales en el caso isotérmico, sino que la mejora será sustancialmente notable en el caso de los ensayos a tensión constante. La deformación inicial en estos ensayos dependían del módulo elástico considerado en el tramo elástico post-transformación tal y como ya apuntamos en la EC.4.3 al comentar la figura 4.23.

- Los modelos constitutivos consideraban el parámetro  $\epsilon_L$  constante para todas las temperaturas. Sin embargo, en el Capítulo 3 se vio que la dependencia con la temperatura era acusada a partir de la temperatura de equilibrio, con lo que ajustando esta dependencia a partir del gráfico de la figura 3.45 del Capítulo 3 podremos obtener una mayor aproximación. Con los datos experimentales presentados en dicha figura, si se realiza un ajuste lineal a partir de la temperatura 46,5°C, se obtiene la relación:

**EC.4.6**

$$\forall T \geq T_{equilibrio} \quad \mathbf{e}_L = 0,958 * T - 0,0766$$

$$r^2 \approx 0,92$$

*En base a estas observaciones podemos proponer un nuevo modelo constitutivo macroscópico que incluya estas modificaciones, basándonos en la ecuación constitutiva de Brinson y en las leyes de evolución lineales de Auricchio. La razón principal de la elección de estos modelos es por su simplicidad en la interpretación, su sencillez en la implementación numérica y su mejor ajuste al comportamiento del material vírgen en ensayos isotérmicos.*

*La formulación completa para el modelo propuesto, basado en el diagrama crítico tensión-temperatura de la figura 4.54, es:*

- *Ecuación constitutiva:*

**EC.4.7**

$$\mathbf{s} = E_T(\mathbf{x}) * \mathbf{e} - \mathbf{e}_{L,T} * E_T(\mathbf{x}) * \mathbf{x}_s + \mathbf{q}(T - T_0)$$

Donde  $\sigma$  es la segunda tensión de Piola-Kirchhoff,  $T$  es la temperatura,  $T_0$  es la temperatura de referencia,  $\varepsilon$  la deformación de Green,  $\xi$  es la fracción total de martensita,  $\xi_S$  es la fracción de martensita monovariante,  $E_T$  es el módulo elástico,  $\varepsilon_{L,T}$  es la máxima deformación recuperable y  $\gamma$  es el tensor termoelástico (supuesto constante tanto con la temperatura como con la fracción de martensita). Las expresiones para el módulo elástico y para la máxima deformación recuperable son:

**EC.4.8**

$$\begin{aligned}
 & \text{si } T \leq T_{\text{equilibrio}} \ \& \ \mathbf{s} \geq \mathbf{s}_{F,T}^{\text{CR}} \Rightarrow E_T = E_{MS} \\
 & \qquad \qquad \qquad \& \ \mathbf{s} \leq \mathbf{s}_{S,T}^{\text{CR}} \Rightarrow E_T = E_M \\
 & \text{si } T > T_{\text{equilibrio}} \ \& \ \mathbf{s} \geq \mathbf{s}_{F,Tequilibrio}^{\text{CR}} + C_M (T - T_{\text{equilibrio}}) \Rightarrow E_T = E_{MS} \\
 & \qquad \qquad \qquad \& \ \mathbf{s} \leq \mathbf{s}_{S,Tequilibrio}^{\text{CR}} + C_M (T - T_{\text{equilibrio}}) \Rightarrow E_T = E_M \\
 & \text{para las zonas de transformación (zonas activas)} \\
 & \qquad \qquad \qquad E_T(\mathbf{x}) = E_A * (1 - \mathbf{x}) + E_M * \mathbf{x}
 \end{aligned}$$

Donde  $\sigma_{S,T}^{\text{CR}}$  y  $\sigma_{F,T}^{\text{CR}}$  son las tensiones de inicio y final de transformación dependientes de la temperatura  $T$ , para temperaturas  $T$  inferiores a la de equilibrio. A la  $T_{\text{equilibrio}}$  esas tensiones adquieren el valor de  $\sigma_{S,Tequilibrio}^{\text{CR}}$  y  $\sigma_{F,Tequilibrio}^{\text{CR}}$ ;  $E_M$  es el módulo elástico de la martensita multivariante,  $E_{MS}$  es el módulo elástico de la martensita monovariante y  $E_A$  de la austenita. La temperatura  $T_{\text{equilibrio}}$  es aquella temperatura próxima a  $M_S$  en la cual la relación entre la tensión crítica y la temperatura pasan de tener una relación lineal de pendiente negativa a pendiente positiva y  $C_M$  es el coeficiente de influencia de la tensión a temperaturas superiores a la temperatura de equilibrio.

Para el parámetro  $\varepsilon_{L,T}$  la relación es:

**EC.4.9**

$$\begin{aligned}
 & \text{Si } T \leq T_{\text{equilibrio}} \Rightarrow \mathbf{e}_{L,T} = \mathbf{e}_L \text{ constante} \\
 & \text{Si } T > T_{\text{equilibrio}} \Rightarrow \mathbf{e}_{L,T} = A_L * T + B_L
 \end{aligned}$$

Donde  $A_L$  y  $B_L$  son determinables experimentalmente mediante el ajuste lineal de los valores de deformación remanente al final de la transformación con la temperatura.

• **Leyes de Evolución:**

Las leyes de evolución propuestas tienen una expresión lineal basadas en las leyes de evolución del modelo de Auricchio Lineal pero modificando, tanto su presentación como su expresión para el rango de temperaturas inferiores a  $T_{equilibrio}$ .

**EC.4.10a**

$$\text{Si } (T - T_{equilibrio}) < 0 \ \& \ (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{S,Tequibrio}^{CR} - C_{MS}(T - T_{equilibrio})) * (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{F,Tequibrio}^{CR} - C_{MS}(T - T_{equilibrio})) < 0$$

$$\ \& \ \dot{\mathbf{s}} - C_{MS}\dot{T} > 0$$

$$\dot{\mathbf{x}}_S = (\mathbf{x}_S - 1) \frac{\dot{\mathbf{s}} - C_{MS}\dot{T}}{\mathbf{s} - \mathbf{s}_{F,Tequibrio}^{CR} - C_{MS}(T - T_{equilibrio})}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{x}_M \frac{\dot{\mathbf{s}} - C_{MS}\dot{T}}{\mathbf{s} - \mathbf{s}_{F,Tequibrio}^{CR} - C_{MS}(T - T_{equilibrio})}$$

**EC.4.10b**

$$\text{Si } (T - T_{equilibrio}) * (T - M_F) < 0 \ \& \ \dot{T} > 0$$

$$\dot{\mathbf{x}}_S = 0$$

$$\dot{\mathbf{x}}_M = (\mathbf{x}_M - \mathbf{x}_S - 1) \frac{\dot{T}}{T - M_F}$$

**EC.4.10c**

$$\text{Si } (\mathbf{s} - C_A(T - A_S)) * (\mathbf{s} - C_A(T - A_F)) < 0 \ \& \ \dot{\mathbf{s}} - C_A\dot{T} < 0$$

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{x}_S \frac{\dot{\mathbf{s}} - C_A\dot{T}}{\mathbf{s} - C_A(T - A_F)}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{x}_M \frac{\dot{\mathbf{s}} - C_A\dot{T}}{\mathbf{s} - C_A(T - A_F)}$$

**EC.4.10d**

$$\text{Si } (T - T_{equilibrio}) > 0 \ \& \ (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{S,Tequibrio}^{CR} - C_M(T - T_{equilibrio})) * (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{F,Tequibrio}^{CR} - C_M(T - T_{equilibrio})) < 0 \ \& \ \dot{\mathbf{s}} - C_M\dot{T} > 0$$

$$\dot{\mathbf{x}}_S = (\mathbf{x}_S - 1) \frac{\dot{\mathbf{s}} - C_M\dot{T}}{\mathbf{s} - \mathbf{s}_{F,Tequibrio}^{CR} - C_M(T - T_{equilibrio})}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{x}_M \frac{\dot{\mathbf{s}} - C_M\dot{T}}{\mathbf{s} - \mathbf{s}_{F,Tequibrio}^{CR} - C_M(T - T_{equilibrio})}$$

Una vez propuesto el modelo compuesto de la ecuación constitutiva y de las leyes de evolución presentadas, la implementación numérica del nuevo modelo debe hacerse siguiendo las indicaciones del Capítulo 2 para los modelos de Brinson o Auricchio para el Procedimiento B. Sólo se ha presentado el modelo para la aproximación del módulo elástico según Voigt, pero podría hacerse exactamente igual para la aproximación de Reuss.

En el siguiente apartado se presentan las comparaciones entre el modelo propuesto y los ensayos obtenidos experimentalmente para el caso isotérmico y el de tensión constante, pues es donde se detectaron mayores discrepancias entre los modelos analizados y los resultados experimentales (apartados 4.1.3 y 4.2.2).

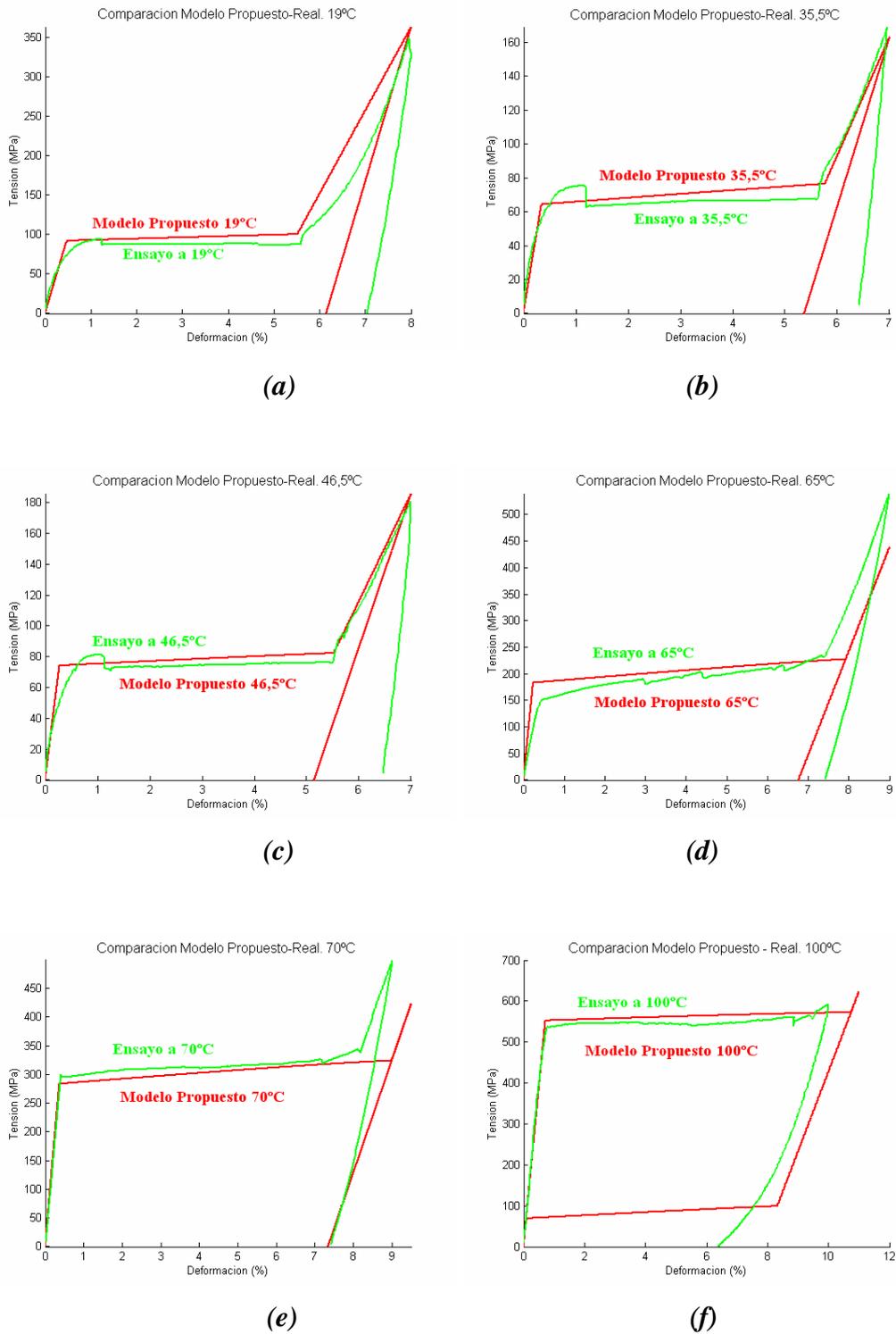
#### 4.4.2. Verificación experimental

Los valores experimentales utilizados para las simulaciones numéricas del *modelo propuesto* y su comparación experimental son los presentados en la tabla 4.6.

*Tabla 4.6. Parámetros utilizados para el modelo propuesto*

$M_f$	$M_S$	$A_s$	$A_f$	$e_L$	$A_L$	$B_L$	$E_A$	$E_M$
23,9	44,6	75	82,5	5	0,96	-0,08	76809	19566
(°C)	(°C)	(°C)	(°C)	%			MPa	MPa
$C_A$	$C_M$	$C_{MS}$	$S_S^{CR}$	$S_F^{CR}$	$T_{equilibrio}$	$E_{MS}$		
3,95	9,2	-0,65	72	89	50	10500		
MPa/°C	MPa/°C	MPa/°C	MPa	MPa	(°C)	MPa		

En la figura 4.55 se presentan las comparaciones de los resultados experimentales isotérmicos para 19°C, 35,5°C, 46,5°C, 65°C, 70°C y 100°C, las mismas temperaturas con las que se compararon los modelos analizados en el apartado 4.1.3. Las tres primeras temperaturas son inferiores a la temperatura de equilibrio y, por tanto, simuladas con la corrección propuesta para la ley de evolución presentada en la EC.4.10a.



**Figura 4.55.** Comparación entre las simulaciones con el **Modelo Propuesto** y los resultados experimentales para diferentes temperaturas.

Comparando la figura 4.55 con las figuras 4.4-4.8 donde se contrastaron los modelos constitutivos estudiados, vemos que, con el modelo propuesto el ajuste es mucho más adecuado, sobre todo en las zonas críticas de inicio y final de transformación así como en los módulos elásticos. La mayor diferencia entre la aproximación teórica y la experimental radica en la consideración, por parte del modelo, de que no hay plastificaciones y, por tanto, los procesos de carga y descarga son elásticos. Esto ya hemos visto en sucesivas ocasiones que no es siempre correcto y por ello, el menor ajuste entre el modelo propuesto y los valores experimentales se produce en los procesos de descarga. Pese a esto podemos concluir que, en base a la contrastación con los resultados isotérmicos, *el modelo propuesto mejora la previsiones realizadas con los modelos anteriores*. Debemos comprobar ahora su adecuación para el caso de tensión constante.

Para los ensayos a tensión constante, las principales discrepancias entre el modelo de Brinson y Auricchio con los resultados experimentales estriban en el valor inicial de la deformación, calculada según la ecuación EC.4.3 que reproducimos de nuevo:

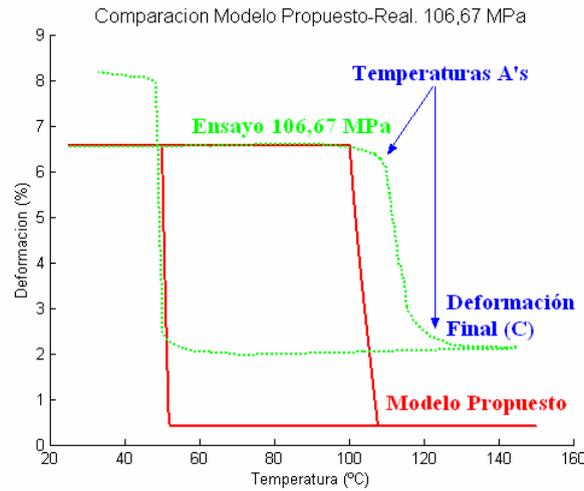
#### EC.4.3

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{x}_0 * \mathbf{e}_L + \frac{\mathbf{s}}{E_0}$$

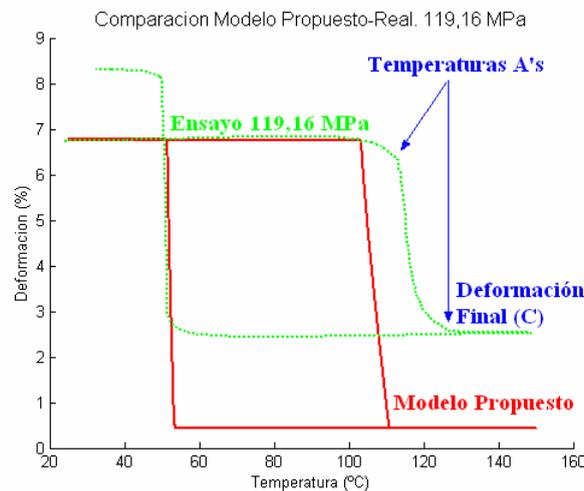
Donde  $\xi_0$  es la fracción inicial de martensita al inicio del ensayo al igual que  $E_0$ .

Otra diferencia estaba en que, a la temperatura de inicio del ensayo los modelos suponían que estaban o por debajo de la zona de transformación, o en plena transformación. Esto era debido a la consideración de una relación constante entre tensión crítica y temperatura.

Con el *Modelo Propuesto* estas discrepancias son eliminadas al ajustar, de manera más precisa, la relación entre la tensión crítica y la temperatura a través de una recta de pendiente negativa y al considerar un módulo elástico en el proceso de carga post-transformación diferente al módulo elástico en carga inicial. Esto puede verse claramente en la figura 4.56 donde se representa la simulación para el modelo propuesto a 106,67 MPa y el resultado experimental y en la figura 4.57 para 119,16 MPa.



**Figura 4.56.** Comparación simulación **Modelo Propuesto** con ensayo real a tensión constante de 106,67 MPa.



**Figura 4.57.** Comparación simulación **Modelo Propuesto** con ensayo real a tensión constante de 119,16 MPa.

**Obsérvese cómo la comparación se ajusta con mucha más adecuación**, siendo las discrepancias encontradas causadas por dos efectos ya comentados en el apartado 4.2.2 y señalados en azul en las figuras anteriores: las diferencias en las temperaturas de transformación que son desplazadas hacia mayores valores con los ensayos a tensión constante, y la deformación causada por la posible plastificación a bajas temperaturas que, como se observa, son mayores a mayor tensión. **Podemos concluir pues que, en base a la comparación con los resultados experimentales obtenidos, la adecuación del modelo propuesto es mucho mejor que la de los modelos analizados, tanto para el caso isotérmico como para las comparaciones en los ensayos a tensión constante.**