



UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA

---

## **Anàlisi Estructural**

Departament de Resistència de Materials  
i Estructures a l'Enginyeria

# **ESTUDIO CONSTITUTIVO DE MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS SOMETIDOS A CARGAS CÍCLICAS**

**TESIS DOCTORAL**

Presentada por:

**Joan Andreu Mayugo Majó**

Dirigida por:

**Dr. Sergio Oller Martínez**

**Dr. Josep Costa Balanzat**

---

Barcelona, Julio de 2003



# Tabla de Contenido

<b>Prólogo</b>	<b>vii</b>
<b>Abreviaciones y Nomenclatura</b>	<b>ix</b>
<b>Capítulo 1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Generalidades	1
1.2. Materiales compuestos. Plásticos reforzados con fibras	2
1.3. Diseño estructural de elementos laminados	8
1.3.1. Distintos enfoques para el análisis de laminados	10
1.3.2. Análisis de compuestos por el método de los elementos finitos	13
1.4. Motivación y objetivo de la tesis	14
1.5. Contenido de la tesis	16
1.6. Referencias	17
<b>Capítulo 2 Fatiga en materiales compuestos: comportamiento y mecanismos de degradación</b>	<b>19</b>
2.1. Introducción	19
2.2. Consideraciones generales de la degradación a fatiga de un laminado	20
2.3. Fenómeno de la fatiga. Curvas tensión – esperanza de vida	21
2.4. Factores del material que afectan a la vida a fatiga de los laminados	24
2.5. Efecto de las características de las tensiones en la fatiga de los laminados	27
2.5.1. Efecto de las tensiones a compresión en los laminados a fatiga	29
2.5.2. Diagramas de vida constante	31
2.6. Mecanismos de daño en laminados	33
2.7. Daño en láminas unidireccionales. Esfuerzos <i>on axis</i>	36
2.7.2. Diagramas de esperanza de vida a fatiga $\epsilon$ -N	38
2.7.3. Efecto de las propiedades de los constituyentes	41
2.8. Daño en láminas unidireccionales. Esfuerzos <i>off-axis</i> .	44
2.9. Daño en laminados cruzados ( <i>cross-ply laminates</i> )	45
2.10. Referencias	47

<b>Capítulo 3 Teorías de degradación y predicción del tiempo de vida</b>	<b>51</b>
3.1. Introducción	51
3.2. Modelos de fatiga macromecánicos	53
3.2.1. Teorías de fatiga fundamentalmente empíricas	55
3.2.2. Teorías de fatiga de degradación de la resistencia residual	58
3.2.3. Teorías de fatiga basadas en la degradación de la rigidez	61
3.2.4. Teorías de fatiga basadas en la mecánica de la fractura	65
3.3. Variable de daño o de degradación a fatiga	65
3.4. Modelos de degradación a fatiga para cargas no estacionarias	68
3.5. Modelos micromecánicos de naturaleza mecanicista	71
3.6. Daño y fatiga en el contexto de la mecánica de los medios continuos	72
3.7. Conclusiones y perspectivas futuras	75
3.8. Referencias	76
<b>Capítulo 4 Modelo continuo a fatiga de predicción de vida</b>	<b>81</b>
4.1. Introducción	81
4.2. Propuesta de modelo de degradación a fatiga en MMC	82
4.3. Definición de la tensión cíclica	93
4.4. Generalización de las curvas en el plano S-N.	96
4.4.2. Generalización de las curvas S-N para componentes medias positivas	105
4.4.3. Generalización de las curvas S-N para rotura a tracción y a compresión	110
4.4.4. Obtención experimental de las curvas S-N generalizadas	121
4.4.5. Hipótesis de evolución de las curvas S-N generalizadas	124
4.5. Curvas de resistencia residual. Función del factor de reducción	129
4.5.1. Resistencia residual para tensiones de características estacionarias	129
4.5.2. Índice de degradación de la resistencia residual	133
4.6. Acumulación de la resistencia residual	134
4.7. Aspectos para la implementación del modelo de degradación a fatiga	138
4.7.1. Relación entre carga cíclica y tensión cíclica	139
4.7.2. Estrategia de avance temporal	143
4.8. Conclusiones	149
4.9. Referencias	149
<b>Capítulo 5 Modelo constitutivo no lineal anisótropo continuo para composites</b>	<b>151</b>
5.1. Introducción	151
5.2. Teoría de mezclas. Regla de homogenización	152

5.2.1. Teoría de mezclas clásica	153
5.2.2. Teoría de mezclas generalizada	156
5.3. Anisotropía mecánica	161
5.3.1. Tensores de transformación de espacios	163
5.3.2. Regla de flujo plástico. Ley de evolución de las variables internas	174
5.3.3. Unicidad de disipación	178
5.3.4. Ecuación constitutiva tangente	182
5.4. Tratamiento del desplazamiento fibra-matriz	185
5.4.1. Equilibrio de una fibra embebida en una matriz	186
5.4.2. Propuesta para el tratamiento del DFM	187
5.5. Compresión. Pandeo local de la fibra	189
5.5.1. Descripción del fenómeno. Estado del conocimiento.	190
5.5.2. Modelo de pandeo de los compuestos con fibras largas	194
5.5.3. Principales características del modelo	201
5.6. Implementación del modelo constitutivo para FRP en el contexto de MEF	205
5.7. Referencias	207
<b>Capítulo 6 Validación y aplicación del modelo de predicción de vida</b>	<b>211</b>
6.1. Introducción	211
6.2. Verificación del modelo de degradación a fatiga	212
6.2.1. Comprobación de la degradación a carga cíclica constante	213
6.2.2. Acumulación de la resistencia residual	224
6.2.3. Degradación a fatiga en un compuesto unidireccional	230
6.3. Ejemplo de aplicación en un compuesto Carbono-Epoxy con DFM	234
6.4. Ejemplo de aplicación en el diseño de una pieza de CFRP	240
6.4.1. Propiedades del CFRP	241
6.4.2. Casos de carga	245
6.5. Análisis a fatiga de un buje de composite para un aerogenerador	252
6.6. Referencias	259
<b>Capítulo 7 Conclusiones y futuras líneas de trabajo</b>	<b>261</b>
7.1. Conclusiones	261
7.2. Futuras líneas de trabajo	264
7.3. Referencias	265
<b>Apéndice A Formulación de las curvas de vida S-N</b>	<b>267</b>
A.1. Curva lineal en representación semi-logarítmica	267

A.2. Curva bi-lineal en representación semi-logarítmica	268
A.3. Curva lineal en representación logarítmica	269
A.4. Curva exponencial	270
A.5. Curva exponencial formulada por Oller-Salomon	271
A.6. Referencias	273
<b>Apéndice B Curvas de reducción de la resistencia residual formuladas</b>	<b>275</b>
B.1. Lineal. Palmgren-Miner	275
B.2. Miner modificada	276
B.3. Expresión exponencial formulada por Oller-Salomon	277
B.4. Referencias	278
<b>Apéndice C Principios de micromecánica</b>	<b>279</b>
C.1. Introducción	279
C.2. Conceptos básicos. Propiedades elásticas de las láminas unidireccionales	279
C.3. Modelos micromecánicos de determinación de las propiedades elásticas	280
C.4. Ejemplos de algunas aproximaciones micromecánicas	281
C.5. Referencias	283
<b>Apéndice D Fallo y daño cuasi-estático</b>	<b>285</b>
D.1. Introducción	285
D.2. Criterios de fallo macro-mecánicos. Criterios polinominales	285
D.3. Criterios asociados a modos de fallo. Criterios de fallo combinados	288
D.4. Otras aproximaciones	299
D.5. Criterio de fallo por energía de deformación	301
D.6. Criterio de fallo asociado al fallo del laminado	301
D.7. Uniones atornilladas mecánicas en materiales compuestos	302
D.8. Referencias	302

## Prólogo

La tesis que se presenta en este documento, realizada dentro del programa de doctorado de *Anàlisi Estructural* de la *Universitat Politècnica de Catalunya* (UPC), lleva por título *Estudio constitutivo de materiales compuestos sometidos a cargas cíclicas*. El trabajo desarrollado en esta tesis forma parte de la actividad de investigación sobre materiales compuestos que es llevada a cabo conjuntamente por el Departamento de *Resistència des Materials i Estructures a l'Enginyeria* de la UPC y por el grupo de investigación AMADE (*Anàlisi de Materials Avançats i Disseny Estructural*) de la *Universitat de Girona*. Estos grupos de las dos universidades actualmente colaboran a través de un proyecto coordinado del Ministerio de Ciencia y Tecnología<sup>1</sup>.

El grupo de la UPC lleva una actividad en este ámbito desde hace algunos años avalada por investigaciones previas sobre la modelización numérica de los materiales compuestos (Car, 1999 y Zalamea, 2000) y del comportamiento a fatiga de los materiales (Suero, 1998).

Respecto al grupo de la UdG, el origen de esta línea de investigación surgió en 1998. En la actualidad AMADE participa en un proyecto financiado por la Unión Europea<sup>2</sup> sobre el diseño de un novedoso buje de composite para grandes aerogeneradores. Durante estos últimos años también ha tenido diversos convenios de colaboración con empresas vinculadas al diseño y fabricación en materiales compuestos<sup>3</sup>.

Dentro de los dos proyectos citados, y en estas colaboraciones, una de las tareas importantes es la caracterización del comportamiento de componentes estructurales de composite sometidas a cargas cíclicas de amplitud variable.

---

<sup>1</sup> Ayuda para Proyectos de Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico del Ministerio de Ciencia y Tecnología MAT 2000-0741-C02: "Predicción del tiempo de vida de laminados gruesos de matriz orgánica reforzada con fibras de vidrio" (2000) Proyecto coordinado con la participación de la Universitat de Girona y de la Universitat Politècnica de Catalunya

<sup>2</sup> Proyecto europeo ERK6-CT1999-00008: "Innovative Composite Hub for Wind Turbines" (1999) con NOI (Alemania), Universitat de Girona, TUV (Alemania) y MADE (España)

<sup>3</sup> Convenios de investigación de AMADE (UdG) en el ámbito de los materiales compuestos con AERPAC B.V. (Holanda), Jeumont Industries (Francia), ACO Ibérica (España), M-Torres (España) y CTC (Holanda).

En el estudio de la degradación la fatiga que produce la aplicación de cargas cíclicas en un composite es donde se centra el trabajo de la tesis.

Las tareas que se han realizado son: *i)* estudiar los mecanismos que son responsables del comportamiento mecánico del material compuesto, y de sus constituyentes, en especial los que aparecen en composites sometidos a cargas cíclicas, *ii)* revisar los modelos de degradación por fatiga para composites propuestos por otros autores, *iii)* proponer un modelo constitutivo que permite simular su comportamiento mecánico y su durabilidad, y finalmente, *iv)* aplicar el modelo al diseño de elementos estructurales.



## Abreviaciones y Nomenclatura

FRP	Polímero reforzado con fibras ( <i>fiber reinforced polymer</i> )
GFRP	Polímero reforzado con fibras de vidrio ( <i>glass fiber reinforced polymer</i> )
CFRP	Polímero reforzado con fibras de carbono (carbon fiber reinforced polymer)
UD	Lámina o laminado unidireccional
DFM	Deslizamiento fibra matriz
CDM	Mecánica del daño continuo
$N$	Número de ciclos a fatiga
$N_F$	Número de ciclos de vida a un nivel de carga cíclica de características constantes
$S_U$	Resistencia última o estática
$S_{UT}$	Resistencia última a tracción
$S_{UC}$	Resistencia última a compresión
$S$ ó $S_R$	Resistencia residual
$S_T$	Resistencia a tracción a un nivel de carga cíclica de características constantes
$S_C$	Resistencia a compresión a un nivel de carga cíclica de características constantes
$f_{red}$	Factor de reducción de la resistencia residual
$Q$	Índice de reversión de la carga cíclica ( $\sigma_m / \sigma_a$ )
$Q^*$	Índice de reversión crítico entre rotura a tracción y a compresión
$R$	Índice de reversión de la carga cíclica ( $\sigma_{max} / \sigma_{min}$ )
$\sigma_{max}$	Tensión máxima de la tensión cíclica
$\sigma_{min}$	Tensión mínima de la tensión cíclica
$\sigma_m$	Componente media de la tensión cíclica
$\sigma_a$	Componente alterna de la tensión cíclica

