

UPC

CTTC

**Resolución Numérica de
Fenómenos Convectivos con
Condiciones de Contorno
Periódicas. Aplicación a
Aislamientos Transparentes**

Centre Tecnològic de Transferència de Calor
Departament de Màquines i Motors Tèrmics
Universitat Politècnica de Catalunya

Marcos Quispe Flores
Tesis Doctoral

Resolución Numérica de Fenómenos Convectivos con Condiciones de Contorno Periódicas. Aplicación a Aislamientos Transparentes

Marcos Quispe Flores

TESIS DOCTORAL

presentada al

Departament de Màquines i Motors Tèrmics
E.T.S.E.I.T.
Universitat Politècnica de Catalunya

para la obtención del grado de
Doctor Ingeniero Industrial

Terrassa, Diciembre de 2003

Resolución Numérica de Fenómenos Convectivos con Condiciones de Contorno Periódicas. Aplicación a Aislamientos Transparentes

Marcos Quispe Flores

Directores de la Tesis

Dr. Assensi Oliva Llena
Dr. Jordi Cadafalch Rabasa

Tribunal Calificador

Dr. Valeriano Ruiz Hernández
Universidad de Sevilla

Dr. Carlos-David Pérez-Segarra
Universitat Politècnica de Catalunya

Dr. Miquel Costa i Pérez
Universitat Politècnica de Catalunya

Dr. Esteve Codina Macià
Universitat Politècnica de Catalunya

Dr. Antonio Pascau Benito
Universidad de Zaragoza

Índice General

Agradecimientos	11
1 Introducción	13
1.1 Motivación	13
1.2 Alcance del trabajo	14
1.2.1 Objetivo	14
1.2.2 Contenido	15
Bibliografía	17
2 Estudio comparativo de diferentes formulaciones numéricas para la modelización de condiciones de contorno periódicas	19
2.1 Introducción	19
2.2 Aspectos físicos de la periodicidad espacial	21
2.2.1 Flujos en régimen completamente desarrollado	21
2.2.2 Generalización del concepto convencional de régimen completamente desarrollado	22
2.2.3 Clasificación	26
2.3 Formulación numérica	29
2.3.1 Formulación por interpolación directa (DIF, <i>Direct Interpolation Formulation</i>)	32
2.3.2 Formulación por posicionamiento exacto (EPF, <i>Exact Position Formulation</i>)	35
2.3.3 Formulación por tratamiento conservativo (CTF, <i>Conservative Treatment Formulation</i>)	38
2.4 Verificación de las formulaciones DIF, EPF y CTF	40
2.4.1 Estudio I: comparación de las formulaciones numéricas	41
2.4.2 Estudio II: corriente laminar en un canal	51
2.4.3 Estudio III: intercambiador de calor compacto	53
2.5 Conclusiones	58
Nomenclatura	60
Bibliografía	62
3 Estudio numérico del comportamiento periódico del aire en cavidades rectangulares e inclinadas, con estructuras honeycomb en su interior	65
3.1 Introducción	66
3.1.1 Antecedentes	67

3.2	Descripción del problema estudiado	69
3.2.1	Estudio I: estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría	71
3.2.2	Estudio II: estructura honeycomb en contacto con la superficie fría	71
3.2.3	Estudio III: estructura honeycomb sin contacto con las superfi- cies isotérmicas	72
3.3	Modelo matemático	76
3.3.1	Ecuaciones gobernantes	76
3.3.2	Condiciones de contorno	77
3.4	Modelo numérico	78
3.4.1	Verificación	79
3.5	Resultados y discusión	79
3.5.1	Estudio I: estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría	79
3.5.2	Estudio II: estructura honeycomb en contacto con la superficie fría	81
3.5.3	Estudio III: estructura honeycomb sin contacto con las superfi- cies isotérmicas	94
3.6	Simulación numérica de estructuras honeycomb aplicando condiciones de contorno periódicas en dominios computacionales reducidos	106
3.7	Conclusiones	109
	Nomenclatura	113
	Bibliografía	114
4	Estudio numérico de la convección natural del aire en una cavidad rectangular con estructuras honeycomb. Validación experimental	117
4.1	Introducción	117
4.2	Descripción del problema estudiado	118
4.3	Modelo matemático	120
4.3.1	Ecuaciones gobernantes	120
4.3.2	Condiciones de contorno	121
4.4	Modelo numérico	121
4.4.1	Verificación	122
4.5	Unidad experimental	124
4.6	Resultados y discusión	128
4.6.1	Comportamiento bidimensional	128
4.6.2	Comparación entre resultados numéricos y experimentales . . .	131
4.7	Conclusiones	136
	Nomenclatura	137
	Bibliografía	138

Conclusiones y actuaciones futuras	141
Bibliografía	145
Trabajos publicados	147
Apéndice al capítulo 3	149
A.1 Estudio I: dominios computacionales reducidos	149
A.2 Estudio II: dominios computacionales completos	152
A.3 Estudio II: dominios computacionales reducidos	156
A.4 Estudio III: dominios computacionales completos, disposición simétrica	160
A.5 Estudio III: dominios computacionales completos, asimetría hacia la superficie caliente	164
A.6 Estudio III: dominios computacionales reducidos, asimetría hacia la superficie caliente	167
A.7 Estudio III: dominios computacionales completos, asimetría hacia la superficie fría	170
A.8 Estudio III: dominios computacionales reducidos, asimetría hacia la superficie fría	173
A.9 Aplicación de condiciones de contorno periódicas en el estudio de una geometría específica	176

Agradecimientos

Muchas personas han contribuido en esta etapa de mi formación, directa o indirectamente. En primer lugar quiero manifestar mi agradecimiento a los directores de esta tesis, Assensi Oliva y Jordi Cadafalch, quienes con su asesoramiento científico y sus consejos en la dirección han hecho posible la culminación de este trabajo, gracias por haberme demostrado su apoyo y por haber depositado su confianza en mí. También quiero citar aquí a los profesores Carlos David Pérez-Segarra y Miquel Costa, quienes me iniciaron en el fascinante mundo de los métodos numéricos. A Joaquín Rigola, Jesús Castro, Carles Oliet, Ricard Cònsul, Manel Soria, Kilian Claramunt, Ramiro Alva y Manuel Ordoño, mi gratitud sincera, con ellos he tenido la oportunidad de ver evolucionar el CTTC durante un tiempo importante, habiendo compartido las duras batallas que el camino de la ciencia impone.

Quiero también agradecer a los demás compañeros del CTTC. Como saben los que conocen el Centro la lista es muy grande, por lo cual no los nombraré personalmente. Quedo al servicio de todos ustedes y les deseo buenaventura en sus metas personales y académicas.

Por último, quiero agradecer a Gerber Van Der Graaf por su importante contribución en la parte experimental de este trabajo, habiéndose responsabilizado de la obtención de los resultados en base a técnicas PIV.

En general, reflejo aquí la cordialidad recibida por todos los miembros del CTTC. Me siento enriquecido no sólo en el aspecto académico, sino en el personal. Muchas gracias.

A Corina y Oswaldo, mis padres, por su ejemplo, cariño, dedicación y su voluntad de que alcance metas mayores.

A Milagros, Roger, Camucha y Paty, mis hermanos, que desean siempre lo mejor para mí.

A Noemí, con todo mi amor. Gracias a su estima y empuje que siempre me ha transmitido para culminar este trabajo.

A mis demás familiares y amigos en general.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Motivación

Durante los últimos años, la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) ha recibido una atención especial en el ámbito de las comunidades técnica y científica internacional, debido al impacto que representa su evolución en importantes sectores industriales (ventilación y acondicionamiento térmico de edificios, sistemas solares para agua caliente sanitaria, intercambiadores de calor, refrigeración, acumulación de energía térmica, procesos de fundición, motores térmicos, meteorología, etc.), así como por su impacto social (consumo energético, efecto invernadero, reducción de la capa de ozono, difusión de contaminantes, etc.). En ese sentido, los métodos numéricos se han consolidado como una herramienta indispensable para la resolución de problemas en la ingeniería, siendo hoy en día una metodología esencial junto a los estudios experimentales. El rango de aplicaciones industriales con técnicas CFD sigue en constante evolución. Ello es debido a las continuas investigaciones y avances conseguidos en aspectos importantes como: mejora en la eficiencia de los métodos numéricos, desarrollo de modelos matemáticos más adecuados, técnicas de paralelización, etc.

En problemas de ingeniería es posible identificar un rango extenso de casos, en donde los procesos de transferencia de calor y mecánica de fluidos están sujetos a comportamientos periódicos espaciales. Son ejemplos los intercambiadores de calor compactos, cuyas aletas presentan una estructura geométrica periódica al paso del fluido [6][8]; superficies aislantes transparentes tipo nido de abeja (*honeycomb*¹), utilizadas para la reducción de las pérdidas de calor por convección en fachadas acristaladas y en colectores solares [11]; sistemas de refrigeración en componentes electrónicos, los cuales presentan en no pocas ocasiones estructuras periódicas del flujo de aire de

En el campo tecno-científico de la termotecnia en general y en el de la energía solar térmica en particular, tiene interés el empleo de materiales aislantes transparentes constituidos por pequeñas celdas de plástico o vidrio. Estas celdas pueden tener formas cuadrangulares, rectangulares, cilíndricas, etc. En el argot internacional dichas superficies son conocidas con el anglicismo *honeycomb*, por su parecido en algunos casos a un nido de abeja.

¹

refrigeración [5]; etc. Esta peculiar característica del flujo (repetición periódica en el espacio de ciertas variables) permite estudiar los problemas en dominios reducidos donde el fenómeno de la periodicidad toma lugar (unidad periódica), en vez de resolver el dominio físico entero. Este hecho constituye un aspecto clave en el uso de técnicas CFD con condiciones de contorno periódicas, pues el tiempo de CPU y la memoria requerida para su modelización se pueden reducir considerablemente.

Desde el punto de vista numérico, la aplicación de condiciones de contorno periódicas requiere estudiar las formas de llevar a cabo la transferencia de información entre contornos periódicos, de tal manera que se garantice el principio de conservación. Una mala implementación de la transferencia de información puede ocasionar problemas de convergencia e imbalances máxicos o de otras cantidades físicas, o lo que es peor, soluciones irreales. Desde el punto de vista físico resulta fundamental conocer a priori el comportamiento de las variables del flujo (presión, velocidad, temperatura, concentración, etc.) en los contornos periódicos. Es decir, se deben establecer modelos matemáticos adecuados para los contornos de la unidad periódica, de tal manera que los resultados finales representen correctamente el comportamiento físico del dominio entero.

Un problema de interés, donde están presentes comportamientos periódicos espaciales, lo constituyen las estructuras honeycomb utilizadas como aislamiento transparente en colectores solares y fachadas acristaladas [10]. Se trata de superficies extensas, cuyo grosor puede variar de 2 a 10 cm y están compuestos por pequeñas celdas a modo de nido de abeja. Dichas celdas pueden tener distintas geometrías (rectangulares, cuadradas, cilíndricas, hexagonales, etc.) y diámetros de 1 a 10 mm. Teniendo en cuenta que una superficie de honeycomb normalmente llega a tener extensiones en el orden de varios metros cuadrados, ello puede suponer un total de cientos de miles de celdas. Abordar en toda su extensión el estudio del comportamiento del aire en estas geometrías resulta extraordinariamente costoso numéricamente, debido a las limitaciones de memoria y de tiempo de CPU. El tratamiento numérico de este problema en dominios reducidos a una o pocas celdas, aplicando condiciones de contorno periódicas, sería una forma adecuada de superar las limitaciones computacionales.

1.2 Alcance del trabajo

1.2.1 Objetivo

El principal objetivo de esta tesis es desarrollar una infraestructura numérica, que permita el estudio de problemas donde están presentes fenómenos periódicos espaciales, haciendo uso de dominios computacionales reducidos con condiciones de contorno periódicas. Se enfoca en particular el estudio de la convección natural del aire, numérica y experimentalmente, en estructuras honeycomb de tipo rectangular. Para ello se ha

llevado a cabo un trabajo estructurado en tres bloques (que constituyen los capítulos dos, tres y cuatro, respectivamente) donde se aborda:

1. El estudio del tratamiento numérico de condiciones de contorno periódicas, en base al método de volúmenes finitos, con el fin de definir las estrategias adecuadas para la transferencia de información entre contornos periódicos.
2. El estudio numérico del comportamiento periódico del aire en estructuras honeycomb de tipo rectangular, con el fin de caracterizar el comportamiento de las variables del flujo en todo el dominio. A partir de dichos estudios, se investigan los mismos casos haciendo uso de condiciones de contorno periódicas, sobre dominios computacionales reducidos a una celda de honeycomb.
3. El estudio numérico de la convección natural del aire en una estructura honeycomb de tipo rectangular, validándose los resultados numéricos vía su comparación con resultados experimentales obtenidos en un montaje experimental construido exprofeso.

1.2.2 Contenido

La tesis se ha organizado en tres capítulos principales (capítulos dos, tres y cuatro). Cada capítulo está estructurado procurando su máxima autonomía respecto de los demás, de manera que puedan leerse en forma independiente, repitiendo para ello un mínimo de sus contenidos (como la descripción de las ecuaciones gobernantes, o los procesos de verificación utilizados para asegurar la credibilidad de las soluciones numéricas).

En el capítulo dos se llevan a cabo estudios detallados sobre el tratamiento numérico de condiciones de contorno periódicas, en base al método de volúmenes finitos. Se proponen tres formulaciones [9]:

1. Formulación por interpolación directa (DIF, *Direct Interpolation Formulation*), en donde los valores transferidos desde posiciones periódicas internas del dominio computacional hacia los contornos son calculados en base a interpolaciones Lagrangianas.
2. Formulación por posicionamiento exacto (EPF, *Exact Position Formulation*), basado en transferir la información nodo a nodo entre columnas o filas de volúmenes de control, desde posiciones internas del dominio computacional hacia el contorno y nodos anexos al contorno.
3. Formulación por tratamiento conservativo (CTF, *Conservative Treatment Formulation*), en donde la transferencia de información entre posiciones periódicas internas del dominio computacional y los contornos es calculada forzando la

conservación de los flujos físicos (masa, momento y energía), a través de ambas posiciones periódicas; esta última formulación se basa en los esquemas de interpolación conservativos utilizados en el método multibloque [1][3].

Las formulaciones son comparadas entre sí, con la finalidad de establecer cuáles de ellas son las más adecuadas. Para el análisis comparativo se reproduce un caso de la literatura específica [6], cuyos campos de velocidad y temperatura muestran un comportamiento periódico. Los criterios de comparación se basan en la verificación de las soluciones numéricas obtenidas para cada formulación. Finalmente, se resuelven otros casos con la finalidad de presentar nuevos detalles acerca del tratamiento de condiciones de contorno periódicas.

A continuación, en el capítulo tres, se aborda el estudio numérico del comportamiento periódico del aire en cavidades alargadas e inclinadas 45° , en cuyo interior se ubica una estructura honeycomb de tipo rectangular. Se reproducen casos de la literatura científica, numéricos [12] y experimentales [7], con la finalidad de verificar y validar el código numérico para geometrías específicas. Aprovechando la naturaleza periódica de la estructura del flujo, se proponen expresiones matemáticas para representar el comportamiento periódico de las variables velocidad, temperatura y presión dinámica. Dichas expresiones matemáticas fueron utilizadas como modelos para definir las condiciones de contorno periódicas aplicables a una celda de honeycomb. Se establecen estudios comparativos entre los resultados numéricos conseguidos sobre dominios computacionales completos y los obtenidos aplicando condiciones de contorno periódicas sobre dominios computacionales reducidos a una celda de honeycomb. Mediante un estudio específico, se demuestra la utilidad de las simulaciones numéricas para solucionar geometrías de interés tecnológico, próximas al aislamiento transparente para sistemas solares térmicos, aplicando condiciones de contorno periódicas en dominios computacionales reducidos.

En el capítulo cuatro se presenta el estudio numérico de la convección natural del aire en una cavidad rectangular, con estructuras honeycomb rectangulares en su interior. Se lleva a cabo la validación de los resultados numéricos, contrastándolos con resultados experimentales obtenidos en base a técnicas PIV (*Particle Image Velocimetry*), las cuales permitieron visualizar y cuantificar el campo de velocidades.

Los estudios numéricos de todo el trabajo se basaron en el método de volúmenes finitos. Las ecuaciones gobernantes discretizadas fueron resueltas en forma segregada, utilizando el algoritmo SIMPLEC [13]. La geometría fue discretizada en base a mallas Cartesianas desplazadas. Los resultados numéricos fueron verificados a través de herramientas de post - proceso basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*) [2].

El contenido de la tesis se ha sustentado en la experiencia del CTTC (*Centre Tecnològic de Transferència de Calor*, de la *Universitat Politècnica de Catalunya* [4]) sobre la formulación matemática y resolución numérica de los fenómenos de transfe-

rencia de calor y de masa, así como en el diseño de infraestructuras experimentales. Las simulaciones numéricas se desarrollaron en base al código DPC (*library for the Development of Programs focussed on the resolution of Combined heat and mass transfer problems*), software desarrollado por el Grupo para la resolución de problemas combinados de transferencia de calor y de masa.

Bibliografía

- [1] J. Cadafalch, A. Oliva, C.D. Pérez-Segarra, M. Costa, and J. Salom. Comparative study of conservative and nonconservative interpolation schemes for the domain decomposition method on laminar incompressible flows. *Numerical Heat Transfer, Part B, Fundamentals*, 35(1):65–84, 1999.
- [2] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, R. Cònsul, and A. Oliva. Verification of finite volume computations on steady-state fluid flow and heat transfer. *Journal of Fluids Engineering*, 124:11–21, March 2002.
- [3] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, M. Soria, and A. Oliva. Fully conservative multi-block method for the resolution of turbulent incompressible flows. *Proceedings of the Fourth European Computational Fluid Dynamics Conference*, I(2):1234–1239, October 1998.
- [4] Centre Tecnològic de Transferència de Calor (CTTC). *Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain*, <http://www.upc.es/lte>.
- [5] K.M. Kelkar and D. Choudhury. Numerical prediction of periodically fully developed natural convection in a vertical channel with surface mounted heat generating blocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(5):1133–1145, 1993.
- [6] K.M. Kelkar and S.V. Patankar. Numerical prediction of flow and heat transfer in a parallel plate channel with staggered fins. *Journal of Heat Transfer*, 109:25–30, February 1987.
- [7] B.A. Meyer, M.M. El-Wakil, and J.W. Mitchell. Natural convection heat transfer in small and moderate aspect ratio enclosures; an application to flate - plate collectors. Technical report, American Society of Mechanical Engineers, New York, 1978.
- [8] S.V. Patankar, C.H. Liu, and E.M. Sparrow. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise - periodic variations of cross - sectional area. *Transactions of the ASME*, 99:180–186, May 1977.

- [9] M. Quispe, J. Cadafalch, M. Costa, and M. Soria. Comparative study of flow and heat transfer periodic boundary conditions. In *Proceedings of the ECCOMAS 2000*, Barcelona, September 2000.
- [10] H. Schweiger. *Optimization of Solar Thermal Absorber Elements with Transparent Insulation*. PhD thesis, Laboratori de Termotècnia i Energètica E.T.S.E.I.T. Departament de Màquines i Motors Tèrmics. Universitat Politècnica de Catalunya, December 1997.
- [11] H. Schweiger, A. Oliva, M. Costa, and C.D. Pérez-Segarra. Numerical experiments on laminar natural convection in rectangular cavities with and without honeycomb-structures. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 5(5):423–443, 1995.
- [12] R. Scozia and R.L. Frederick. Natural convection in slender cavities with multiple fins attached to an active wall. *Numerical Heat Transfer, Part. A*, 20:127–158, 1991.
- [13] J.P. Van Doormal and G.D. Raithby. Enhancement of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7:147–163, 1984.

Capítulo 2

Estudio comparativo de diferentes formulaciones numéricas para la modelización de condiciones de contorno periódicas

En este capítulo se proponen tres formulaciones para el tratamiento numérico de condiciones de contorno periódicas, basadas en el método de volúmenes finitos. Las formulaciones son comparadas entre sí, con la finalidad de establecer cuáles de ellas son las más adecuadas. Para el análisis comparativo se estudia un caso particular, cuyos campos de velocidad y temperatura presentan un comportamiento periódico. Los criterios de comparación se basan en el análisis de los resultados de verificación de las soluciones numéricas, obtenidas para cada formulación. Finalmente, se resuelven otros casos con el objetivo de presentar nuevos detalles en el tratamiento de condiciones de contorno periódicas, en base a las metodologías que se proponen.

2.1 Introducción

En muchas aplicaciones de interés para la ingeniería los campos de velocidad y temperatura están sujetos a comportamientos periódicos espaciales. Por ejemplo, en intercambiadores de calor compactos [22], en el aislamiento transparente tipo honeycomb para sistemas solares térmicos [18], en los sistemas de refrigeración para componentes electrónicos [8], etc. Esta característica hace factible estudiar los problemas en dominios reducidos (la unidad periódica), donde el fenómeno de la periodicidad toma lugar, aplicando condiciones de contorno periódicas. Desde el punto de vista computacional,

la reducción del dominio de cálculo repercute favorablemente en una disminución del tiempo de CPU y de la memoria requerida para las simulaciones numéricas.

El tratamiento numérico de condiciones de contorno periódicas debe contemplar estrategias adecuadas de transferencia de información entre contornos periódicos, de tal manera que se garantice el principio de conservación. Una mala implementación de la transferencia de información puede llevar a problemas de convergencia e imbalances máxicos o de otras cantidades físicas, o lo que es peor, a soluciones irreales. Desde el punto de vista físico resulta esencial conocer previamente el comportamiento de las variables del problema (presión, velocidad, temperatura, concentración, etc.) en los contornos periódicos, es decir, se deben establecer modelos matemáticos adecuados para los contornos de la unidad periódica, de tal manera que los resultados finales representen correctamente el comportamiento físico del dominio entero.

En el presente capítulo se estudia la modelización numérica de condiciones de contorno periódicas, en base al método de volúmenes finitos. Para ello, se plantean formulaciones que transfieren la información hacia los contornos periódicos en una forma explícita. Aunque con este planteamiento se requiere por lo general de mayor tiempo de cálculo respecto de los solvers implícitos (como el CTDMA), sin embargo, permite más generalidad en la utilización de otros solvers como el TDMA, GAUSS SEIDEL, MULTIGRID [7], etc; además, hace posible abordar toda clase de fenómenos periódicos.

Los sistemas de ecuaciones algebraicas son resueltos en forma segregada utilizando el algoritmo SIMPLEC [20], mientras que la geometría es discretizada con mallas Cartesianas desplazadas.

Se estudian tres formulaciones para la modelización de condiciones de contorno periódicas [15]:

1. Formulación por interpolación directa (DIF, *Direct Interpolation Formulation*): los valores transferidos, desde posiciones periódicas internas del dominio computacional hacia los contornos, son calculados en base a interpolaciones Lagrangianas.
2. Formulación por posicionamiento exacto (EPF, *Exact Position Formulation*): el tratamiento de esta formulación se basa en transferir la información nodo a nodo entre columnas o filas de volúmenes de control, desde posiciones internas del dominio computacional hacia el contorno y nodos anexos al contorno.
3. Formulación por tratamiento conservativo (CTF, *Conservative Treatment Formulation*): la transferencia de información entre posiciones periódicas internas del dominio computacional y los contornos es calculada forzando la conservación de los flujos físicos (masa, momento y energía), a través de ambas posiciones periódicas. Esta formulación se basa en los esquemas de interpolación conservativos utilizados en el método multibloque [2][4].

Con el fin de establecer qué formulaciones son las más adecuadas, se plantea un estudio comparativo entre ellas. Para dicho estudio se aplican las tres formulaciones sobre un problema, cuyo comportamiento periódico espacial ha sido comprobado [1]. El problema corresponde a un canal rectangular horizontal, en cuyas superficies internas, superior e inferior, se han adherido estructuras aleteadas, distribuidas uniformemente y en forma desplazada. Esta geometría es periódica a lo largo del canal y en su interior circula un fluido, impulsado por un gradiente de presión externo. Luego de una corta distancia desde la entrada al canal, el campo de velocidades se repite en cada unidad periódica con simetría inversa. El estudio comparativo se basa en analizar los resultados de verificación de las soluciones numéricas, obtenidas para cada formulación. Las herramientas de verificación están basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el concepto del Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*) [3][16].

En la parte final se presenta el estudio de dos casos, con la finalidad de plantear nuevos detalles acerca de los tratamientos que se proponen. Se elige para dichas explicaciones la formulación por posicionamiento exacto EPF.

2.2 Aspectos físicos de la periodicidad espacial

2.2.1 Flujos en régimen completamente desarrollado

En canales convencionales, como el representado en la Fig. 2.1a, la sección transversal en la dirección del flujo permanece constante. Para este tipo de canales un flujo laminar permanente alcanza el régimen completamente desarrollado cuando la distribución del campo de velocidades, a través de cualquier sección transversal, es independiente de la coordenada x (este régimen también es conocido como hidrodinámicamente desarrollado). Las condiciones que caracterizan la distribución de velocidades para el régimen completamente desarrollado están dadas por $\partial u/\partial x = 0$ y $v = 0$, donde u y v son las componentes de la velocidad, correspondientes con las direcciones x y y , respectivamente [19].

En el caso del campo de temperaturas $T(x, y)$ un flujo laminar permanente está en régimen completamente desarrollado (o térmicamente desarrollado), cuando la distribución de la temperatura adimensional (presentada entre corchetes en la Ec. 2.1) es independiente de x [19]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_{w,m} - T(x, y)}{T_{w,m} - T_m} \right] = 0 \quad (2.1)$$

donde $T_{w,m}$ es la temperatura promediada sobre el perímetro de una sección transversal arbitraria en x , y T_m es la temperatura de bulk promediada en el área de una sección transversal arbitraria de x . Ambas se expresan como:

$$T_{w,m} = \frac{1}{P_c} \int_{\Gamma} T_w(x,y) ds \quad T_m = \frac{1}{Au_m} \int_A uT(x,y) dA \quad (2.2)$$

donde P_c es el perímetro del canal, Γ representa a la periferia del canal, $T_w(x,y)$ es la temperatura de pared, ds es la diferencial del perímetro de la sección transversal, A es el área de la sección transversal, u_m es la velocidad media del flujo en x y dA es el diferencial de área de la sección transversal. Se puede apreciar que en este caso T depende de x , a diferencia de las velocidades u .

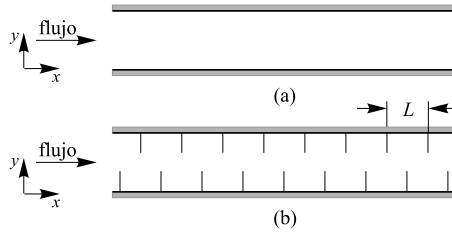


Figura 2.1: Ejemplos de canal (a) convencional y (b) no convencional.

2.2.2 Generalización del concepto convencional de régimen completamente desarrollado

Cuando la sección transversal donde se mueve un fluido no es constante, sino que varía en forma periódica a lo largo de la dirección del flujo (por ejemplo el caso de las Figs. 2.1b y 2.2), las definiciones del régimen completamente desarrollado para un canal convencional no son válidas. Se necesitan conceptos más generales, tal y como fue propuesto por S.V. Patankar y Col. [13]. Dichos conceptos son presentados, considerando un fluido con propiedades físicas constantes, sujeto a convección forzada.

Campo de velocidades

Analizando la Fig. 2.2, resulta obvio que las condiciones que caracterizan la distribución de velocidad para el régimen completamente desarrollado en un canal convencional no se cumplen. Por el contrario, u varía continuamente con x , y v no es cero (excepto en las superficies de las láminas). Lo que en realidad sucede es que a una distancia suficientemente grande aguas abajo, el campo de velocidades se repite sobre una sucesión de secciones transversales, que están separadas una de la otra por un periodo de longitud L . En este caso, el comportamiento de los componentes de la velocidad está representado por:

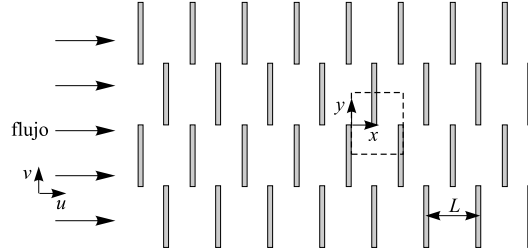


Figura 2.2: Esquema de una matriz de placas transversales desplazadas.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u(x + L, y) = u(x + 2L, y) = \dots \\ v(x, y) &= v(x + L, y) = v(x + 2L, y) = \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

Las Ecs. 2.3 caracterizan al régimen periódico completamente desarrollado para el campo de velocidades (también denominado régimen periódico hidrodinámicamente desarrollado). La interpretación de estas ecuaciones es que mientras u y v varíen a través del dominio del fluido, sólo es necesario estudiar sus variaciones en una unidad periódica de longitud L . Además, las condiciones de periodicidad expresadas por las Ecs. 2.3 permiten solucionar todo el sistema, sin tener en cuenta sus regiones de entrada y salida.

Campo de presiones

Seguindo el ejemplo de la Fig. 2.2, se observa que el valor de la presión decrece con x . Imaginemos una gráfica, en la cual la distribución transversal de la presión (p_d versus y) está representada en las posiciones axiales x y $(x + L)$, situadas aguas abajo desde la entrada. Las dos curvas tendrían formas idénticas y se diferenciarían sólo en que la curva en $(x + L)$ está desplazada en el sentido positivo de x por una distancia uniforme. Por otro lado, si se representa a la curva p_d versus y en $(x + 2L)$ sobre la misma gráfica, ella tendría la misma forma que las otras y estaría ubicada a continuación de $(x + L)$, de tal manera que su distancia de separación sería idéntica a la que había entre las dos curvas iniciales. Esto se expresa como:

$$p_d(x, y) - p_d(x + L, y) = p_d(x + L, y) - p_d(x + 2L, y) = \dots \quad (2.4)$$

La Ec. 2.4 se aplica para cualquier posición de x , situada a una distancia suficientemente lejos desde la entrada.

Normalmente se define una constante de caída de presión, como:

$$\beta = \frac{p_d(x, y) - p_d(x + L, y)}{L} \quad (2.5)$$

con lo cual se subdivide el campo de presiones en dos componentes:

$$p_d(x, y) = -\beta x + \tilde{p}_d(x, y) \quad (2.6)$$

donde el término βx está relacionado con el flujo de masa global y $\tilde{p}_d(x, y)$ está relacionado con los detalles del movimiento local. Es evidente que \tilde{p}_d es la componente periódica de la presión, de tal manera que:

$$\tilde{p}_d(x, y) = \tilde{p}_d(x + L, y) = \tilde{p}_d(x + 2L, y) = \dots \quad (2.7)$$

La Ec. 2.7 caracteriza al régimen periódico completamente desarrollado para el campo de presiones.

Campo de temperaturas

El análisis del campo de temperaturas depende de las condiciones de contorno térmicas del problema. Por ejemplo, veamos dos situaciones:

(a) *Cuando se impone flujo de calor uniforme en la pared de un canal.* Las definiciones del flujo térmicamente desarrollado para canales convencionales no son válidas para los ejemplos de las Figs. 2.1b y 2.2. Ello se debe a dos motivos: (i) a que el área de superficie de transferencia de calor no es uniforme con x , y (ii) a la presencia de una conducción de calor axial neta. El régimen periódico térmicamente desarrollado puede analizarse considerando perfiles de temperatura (T versus y) en posiciones axiales sucesivas x , $(x + L)$, $(x + 2L)$, ... Dichos perfiles tienen formas idénticas y, para el caso de calentamiento, están desplazados uno a continuación de otro por la misma distancia. Ello se expresa como:

$$T(x + L, y) - T(x, y) = T(x + 2L, y) - T(x + L, y) = \dots \quad (2.8)$$

según esto, se define una constante de diferencia de temperaturas como:

$$\gamma = \frac{T(x + L, y) - T(x, y)}{L} \quad (2.9)$$

y a partir de balances de energía se demuestra que:

$$\gamma = \frac{Q}{\dot{m}c_p L} \quad (2.10)$$

donde Q es el flujo de calor añadido (por unidad de longitud) hacia el fluido en el periodo de longitud L , \dot{m} es el flujo másico y c_p es el calor específico a presión constante del fluido. Entonces, el campo de temperaturas puede subdividirse en dos componentes:

$$T(x, y) = \gamma x + \tilde{T}(x, y) \quad (2.11)$$

donde \tilde{T} es la componente periódica de la temperatura, de tal manera que:

$$\tilde{T}(x, y) = \tilde{T}(x + L, y) = \tilde{T}(x + 2L, y) = \dots \quad (2.12)$$

La Ec. 2.12 caracteriza al régimen periódico térmicamente desarrollado cuando la condición de contorno es un flujo de calor uniforme en la pared de un canal.

(b) *Cuando se impone temperatura uniforme en la pared de un canal.* Las Ecs. 2.1 y 2.2 dejan de ser una definición apropiada del régimen térmicamente desarrollado cuando la sección transversal del canal varía periódicamente. Ello se debe a que el área de transferencia de calor no es uniforme con x (por ejemplo el caso de la Figs. 2.1b y 2.2). Además, en los casos donde el flujo tiene regiones de separación y zonas de recirculación, la definición de temperatura de bulk ya no puede ser única.

Para formular el concepto de régimen periódico térmicamente desarrollado, se introduce la temperatura adimensional:

$$\theta(x, y) = \frac{T(x, y) - T_{w,m}}{T_x^* - T_{w,m}} \quad (2.13)$$

donde la temperatura de referencia local T_x^* , definida para tomar en cuenta las posibles zonas de recirculación donde u es negativa, es:

$$T_x^* - T_{w,m} = \left[\int_{Y_1}^{Y_2} (T(x, y) - T_{w,m}) |u(x, y)| dy \right] / \left[\int_{Y_1}^{Y_2} |u(x, y)| dy \right] \quad (2.14)$$

donde Y_1 y Y_2 son los límites inferior y superior del canal de la Fig. 2.1b y $u(x, y)$ es la componente de la velocidad en dirección de x . Para un flujo donde u siempre

es positivo (sin recirculación) se cumple que $T_x^* = T_m$, es decir, el régimen periódico térmicamente desarrollado es una generalización lógica del régimen térmicamente desarrollado para un canal convencional.

En términos de la variable θ la condición de periodicidad está expresada como:

$$\theta(x, y) = \theta(x + L, y) = \theta(x + 2L, y) = \dots \quad (2.15)$$

La Ec. 2.15 caracteriza al régimen periódico térmicamente desarrollado cuando la condición de contorno es la de temperatura de pared uniforme en la superficie de un canal.

2.2.3 Clasificación

Los fenómenos físicos con periodicidad espacial pueden ser agrupados en relación con la forma de la convección: forzada o natural.

Convección forzada

Según las formas geométricas, los fenómenos periódicos en convección forzada se clasifican en dos grupos [9]:

(a) *Geometrías con periodicidad traslacional.* Las unidades periódicas están trasladadas una respecto de la otra; por lo tanto, los contornos periódicos son paralelos entre sí, tal como se muestra en el ejemplo de la Fig. 2.3a. En dicho caso el campo de velocidades es idéntico en todas las unidades periódicas.

(b) *Geometrías con periodicidad rotacional.* La unidad periódica está rotada respecto de su vecina a un ángulo constante, alrededor de un eje fijo; por lo tanto, los contornos periódicos en una unidad están rotados respecto del contorno periódico de su vecino, véase el ejemplo de la Fig. 2.3b. En este caso el campo de velocidades en una unidad periódica está rotado con respecto al campo de velocidades de cualquier otra unidad.

En general, esta clasificación está en relación con la caída de presión a través de la unidad periódica. Según ello, se distinguen dos tipos de contornos periódicos:

(a) *Contorno cíclico.* Donde no existe caída de presión a través de los contornos periódicos, Fig. 2.3b.

(b) *Contorno periódico desarrollado.* Donde se presenta una caída de presión a través de los contornos periódicos en forma traslacional, permitiendo modelizar el flujo periódico completamente desarrollado, Fig. 2.3a.

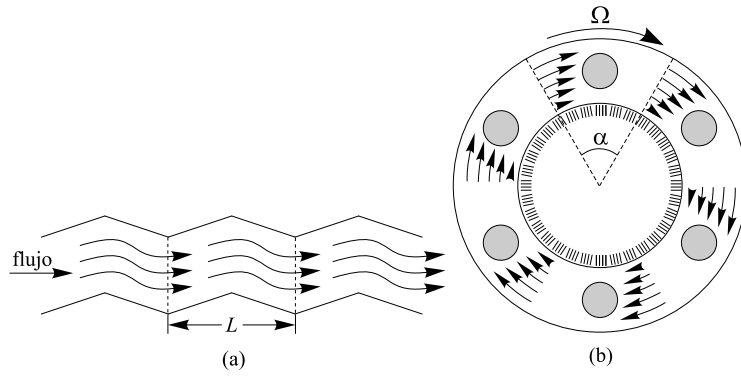


Figura 2.3: Geometrías con periodicidad (a) traslacional y (b) rotacional.

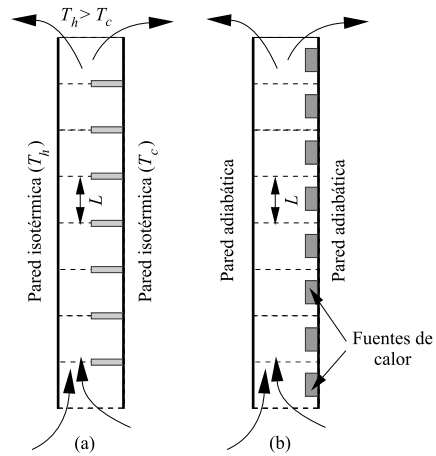


Figura 2.4: Ejemplos de fenómenos periódicos en convección natural [8]: (a) fluido térmicamente inactivo y (b) fluido térmicamente activo.

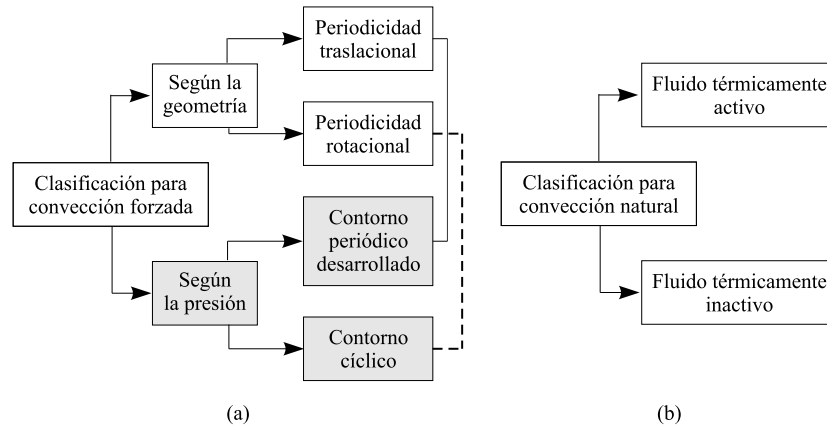


Figura 2.5: Clasificación de los fenómenos periódicos: (a) en convección forzada [9] y (b) en convección natural [8].

Convección natural

Según si el fluido de la unidad periódica absorbe o no el calor, los fenómenos periódicos en convección natural se clasifican en dos grupos [8]:

(a) *Fluido térmicamente inactivo.* A partir del ejemplo de la Fig. 2.4a se plantea la definición de un fluido térmicamente inactivo: cuando al menos en uno de los contornos de la unidad periódica de longitud L se impone condición de temperatura de pared isotérmica (como en este ejemplo) o de temperatura ambiente exterior constante, entonces el calor transferido hacia la unidad periódica por el lado caliente (T_h), o el calor generado dentro de la misma, es transferido hacia los alrededores, atravesando el contorno frío (T_c). En este caso el flujo es calificado como térmicamente inactivo, pues no absorbe calor. Entonces, además del campo de velocidades, el campo de temperaturas también es idéntico en todas las unidades periódicas. Cuando se alcanza el régimen periódico completamente desarrollado, el flujo de masa inducido no se ve afectado por el incremento en el número de unidades periódicas y, en dichas condiciones, el flujo másico asume un valor asintótico máximo y los valores de las temperaturas también se corresponden con las máximas temperaturas que pueden ser alcanzadas.

(b) *Fluido térmicamente activo.* Cuando sobre los contornos de la unidad periódica se imponen condiciones del tipo flujo de calor y/o de pared adiabática, el calor generado o el calor transferido es absorbido por el fluido. La temperatura de bulk del flujo inducido incrementa continuamente, siendo este incremento el mismo para cada unidad

periódica. Cuando el número de unidades periódicas aumenta la temperatura media del sistema aumenta, y por lo tanto las fuerzas de flotación aumentan, causando que el flujo inducido incremente. De esta manera el flujo en régimen periódico completamente desarrollado es dependiente del número de unidades periódicas, comportamiento distinto al caso anterior, véase el ejemplo de la Fig. 2.4b.

2.3 Formulación numérica

Las formulaciones que se proponen son explicadas haciendo uso de las variables presión dinámica, velocidad y temperatura, en base al método de volúmenes finitos. Se plantean formulaciones que transfieren la información hacia los contornos periódicos en una forma explícita. Se considera que las ecuaciones gobernantes corresponden a situaciones bidimensionales, para flujos incompresibles en régimen laminar y propiedades físicas constantes, exceptuando una variación lineal de la densidad con la temperatura en el término de fuerzas de flotación (hipótesis de Boussinesq) cuando la convección es natural. No obstante, las formulaciones son extensibles a casos tridimensionales, régimen turbulento y propiedades físicas variables.

Los tratamientos se sustentan en dos procedimientos:

1. En estrategias que tratan directamente con el valor de las variables del problema en los nodos de los volúmenes de control, ubicados en los contornos periódicos y en posiciones anexas a los contornos periódicos.
2. En interpolaciones sobre los contornos periódicos, utilizadas en el método de descomposición de dominios [2][4]:
 - (a) Interpolaciones basadas en las técnicas de volúmenes finitos, en las cuales los flujos en los contornos periódicos (masa, momento o de las cantidades escalares) son calculados a partir de balances locales; este procedimiento es denominado interpolación de tipo conservativo.
 - (b) Interpolaciones matemáticas (tales como las interpolaciones Lagrangianas), las cuales son por lo general no conservativas.

En la Fig. 2.6 se representa el dominio computacional de un caso hipotético, el cual es periódico en dirección horizontal. En dicho dominio se destacan dos partes importantes: la unidad periódica y la zona de solapamiento. La unidad periódica se define como la mínima región de un sistema, donde los fenómenos físicos son representativos del comportamiento físico de todo el sistema. La zona de solapamiento se define como una extensión de la unidad periódica, donde se llevan a cabo los procesos de transferencia de información entre las variables del problema. Se establece también una región común de solapamiento dentro de la unidad periódica, la cual

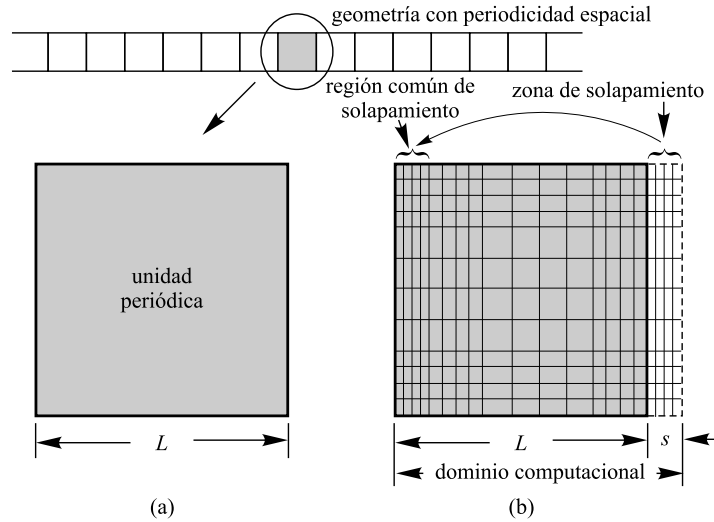


Figura 2.6: (a) Dominio físico correspondiente a una unidad periódica. (b) Dominio computacional.

es geoméricamente semejante con la zona de solapamiento (y por lo tanto los nodos de los volúmenes de control de la región común de solapamiento son también geoméricamente semejantes con los nodos de los volúmenes de control de la zona de solapamiento). En la figura, L es el periodo y s el ancho de la zona de solapamiento.

El estudio numérico de esta geometría está relacionado con un conjunto de interrogantes, las cuales han de tenerse en cuenta al momento de aplicar las formulaciones, como son:

1. ¿cuál es el valor óptimo de s ? Su valor no debe ser muy pequeño para que no induzca la degradación de la convergencia [7], ni muy grande para que no afecte a los resultados finales. Este hecho podría volverse conflictivo, teniendo en cuenta que la solución correcta del problema físico se obtiene a medida que $s \rightarrow 0$.
2. ¿cuántas columnas de volúmenes de control debe incluirse dentro de la zona de solapamiento?. Su valor también puede incidir en la degradación de la convergencia.
3. ¿cómo ha de ser el tratamiento de las variables del problema, según se resuelvan sobre mallas centradas o desplazadas?.

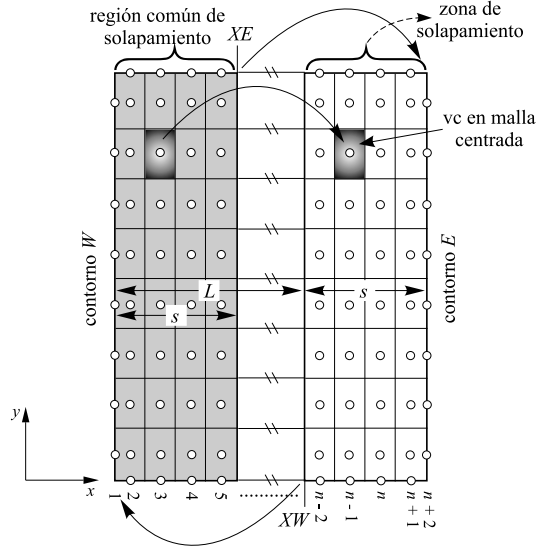


Figura 2.7: Dominio computacional con detalles de la zona de solapamiento y de la región común de solapamiento.

En la Fig. 2.7 se presentan detalles de la zona de solapamiento y de la región común de solapamiento, considerando un dominio computacional con malla centrada y la referencia del sistema de coordenadas Cartesianas $x - y$. En las formulaciones que se presentarán más adelante se considera que la geometría es periódica en la dirección x . En la misma figura, XE y XW son las secciones internas del dominio computacional, desde donde se transfiere información a los contornos de interpolación este (E) y oeste (W), respectivamente.

Los nodos de los volúmenes de control están representados con círculos blancos. Se considera que el dominio computacional contiene n volúmenes de control en la dirección x ; con lo cual quedan definidos $n+2$ nodos o columnas de cálculo (incluyendo los contornos). Cada columna queda identificada con los valores $1, 2, 3, \dots, n, n+1$ y $n+2$. El grosor de la zona de solapamiento se ha dividido en cuatro partes iguales ($s/4$), que dan cabida a las columnas $n^o n-2, n-1, n$ y $n+1$. Las velocidades u y v se definen según la referencia del sistema de coordenadas Cartesianas $x - y$.

2.3.1 Formulación por interpolación directa (DIF, *Direct Interpolation Formulation*)

Las variables del problema en los contornos este (E) y oeste (W) reciben información desde las secciones XE y XW , respectivamente. Cuando los nodos de las variables del problema no coinciden con las secciones XE y XW , entonces sus valores en dichas secciones son calculados utilizando interpolaciones matemáticas.

Para la resolución numérica de problemas en las siguientes secciones se hace uso de esquemas numéricos de aproximación cuyo orden de precisión teórico está entre 1 y 3. Debido a ello, en la formulación DIF se plantea el uso de interpolaciones Lagrangianas bicuadráticas, de tercer orden de precisión. Este criterio asegura que se preserve el orden de precisión global de los resultados, según las conclusiones reportadas por G. Chesshire y Col. [5].

En la Fig. 2.8a se presenta el tratamiento propuesto para la componente de la velocidad normal al contorno (u), sobre la malla desplazada en dirección x . Las líneas segmentadas son los límites de los volúmenes de control de la variable u .

La aplicación de malla desplazada favorece que los nodos de la variable u coincidan con las secciones XE y XW , por lo tanto, la transferencia de información es directa hacia los contornos periódicos. Según ello, se cumplen las relaciones:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{n-3} \\ u_{n+1} &= u_5 \end{aligned} \tag{2.16}$$

donde u_{n+1} y u_1 son los valores de u en los contornos este y oeste, respectivamente; mientras que u_5 y u_{n-3} son los valores de las velocidades en las posiciones XE y XW , respectivamente.

En la Fig. 2.8b se presenta el tratamiento propuesto para la componente de la velocidad tangencial al contorno (v), sobre la malla desplazada en dirección y . Las líneas segmentadas son los límites de los volúmenes de control de v . Para esta malla no se definen nodos de la variable v en las posiciones XE y XW , con lo cual se aplica interpolaciones matemáticas en los puntos identificados con cuadrados blancos para determinar los valores de v . Se cumplen las relaciones:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{XW} \\ v_{n+2} &= v_{XE} \end{aligned} \tag{2.17}$$

donde v_{n+2} y v_1 son las velocidades v sobre los contornos este y oeste, respectivamente; mientras que v_{XE} y v_{XW} son las velocidades v , interpoladas en las posiciones XE y XW , respectivamente.

El tratamiento de la temperatura T , presentado en la Fig. 2.8c, es similar al caso de las velocidades v . Se llevan a cabo interpolaciones matemáticas para obtener los valores de T en XE y XW , cumpliéndose las relaciones:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{XW} \\ T_{n+2} &= T_{XE} \end{aligned} \quad (2.18)$$

donde T_{n+2} y T_1 son las temperaturas en los contornos este y oeste, respectivamente; mientras que T_{XE} y T_{XW} son las temperaturas interpoladas en las posiciones XE y XW , respectivamente.

El tratamiento de la presión p_d se presenta en la Fig. 2.8d. Se relaciona el valor de la presión de dos volúmenes de control, ubicados en posiciones geométricas semejantes a la zona de solapamiento y a la región común de solapamiento. Los valores de la presión en estos volúmenes de control, p_{d1} y p_{d2} , se relacionan entre sí mediante una función que depende del fenómeno físico:

$$p_{d1} = f(p_{d2}) \quad (2.19)$$

La utilización de 2 volúmenes de control, y no de columnas de volúmenes de control, como se propone para las otras variables, está justificado por ser éste el número mínimo de grados de libertad que asegura el comportamiento correcto del campo de velocidades. La elección de las posiciones de estos 2 volúmenes de control es en general arbitraria.

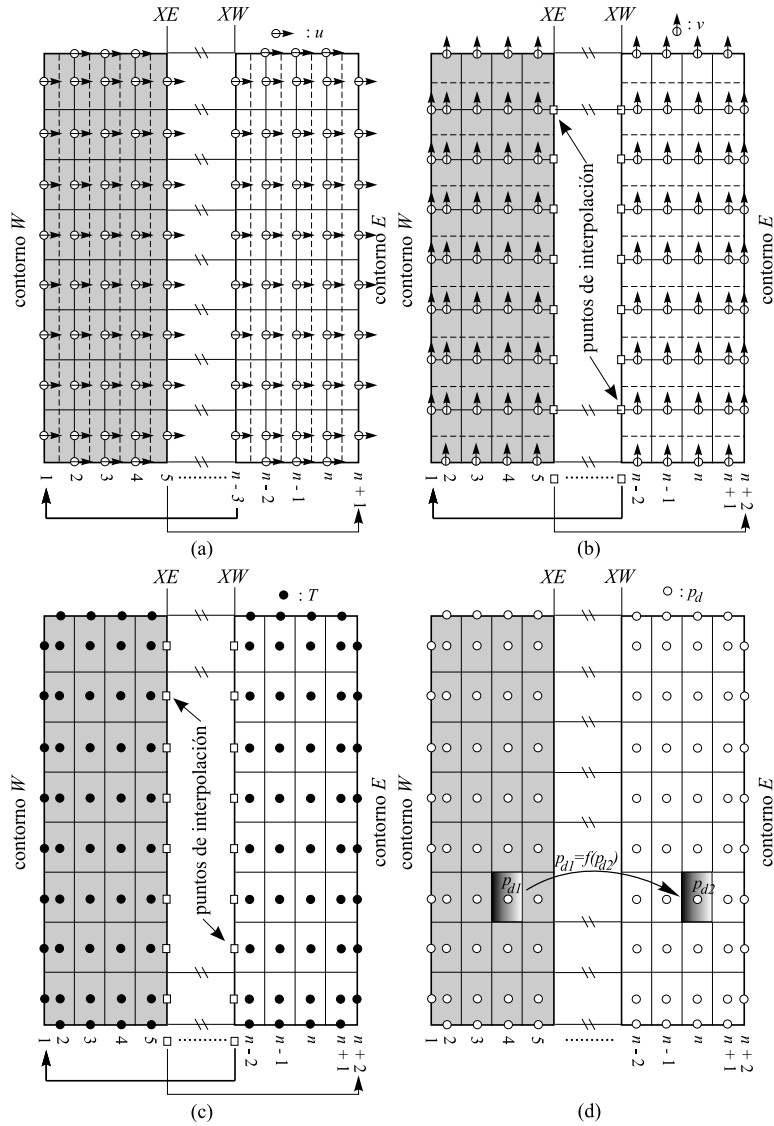


Figura 2.8: Tratamiento mediante la formulación DIF de las variables: (a) componente normal de la velocidad u , (b) componente tangencial de la velocidad v , (c) temperatura T y (d) presión p_d .

2.3.2 Formulación por posicionamiento exacto (EPF, *Exact Position Formulation*)

Este tratamiento se basa en transferir la información de las variables *nodo* a *nodo*, entre columnas de volúmenes de control de la zona de solapamiento y de la región común de solapamiento. La transferencia de información se lleva a cabo por *pares* de columnas de volúmenes de control, aspecto que se distingue de la formulación anterior. El tratamiento no puede aplicarse a determinadas variables en los contornos, dependiendo del tipo de malla que se utilice.

En la Fig. 2.9a se presenta el tratamiento propuesto para la componente de la velocidad normal al contorno (u), sobre la malla desplazada en dirección x . Las relaciones que se cumplen son:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{n-3} \\ u_2 &= u_{n-2} \\ u_{n+1} &= u_5 \\ u_n &= u_4 \end{aligned} \tag{2.20}$$

donde los subíndices de las velocidades representan la posición de cada columna de volúmenes de control.

El tratamiento para la componente de la velocidad tangencial al contorno (v) está representado en la Fig. 2.9b, sobre la malla desplazada en dirección y . En este caso no es posible aplicar el tratamiento en los contornos, pues en las secciones XE y XW no se definen nodos de los volúmenes de control. Se establecen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} v_2 &= v_{n-2} \\ v_3 &= v_{n-1} \\ v_{n+1} &= v_5 \\ v_n &= v_4 \end{aligned} \tag{2.21}$$

donde los subíndices de las velocidades representan la posición de cada columna de volúmenes de control. En la misma figura se representa con una flecha curvada la transferencia de información:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_2 \\ v_{n+2} &= v_{n+1} \end{aligned} \tag{2.22}$$

es decir, se considera nulos los gradientes de las velocidades v en los contornos periódicos.

En la Fig. 2.9c se representa el tratamiento propuesto para la temperatura T . Su procedimiento es similar al caso de las velocidades tangenciales al contorno (v). No es posible aplicar el tratamiento en los contornos periódicos, pues no se definen nodos de los volúmenes de control en las secciones XE y XW . Las relaciones que se cumplen son:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_{n-2} \\ T_3 &= T_{n-1} \\ T_{n+1} &= T_5 \\ T_n &= T_4 \end{aligned} \quad (2.23)$$

los subíndices de T identifican la posición de cada columna de volúmenes de control. En la misma figura se representa con una flecha curvada la transferencia de información:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 \\ T_{n+2} &= T_{n+1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

como en el caso de las velocidades v , se está considerando gradientes nulos de las temperaturas en los contornos periódicos.

En la Fig. 2.9d se representa el tratamiento propuesto para la presión dinámica p_d . Este caso es común a los procedimientos seguidos para las variables v y T ; sin embargo, se establecen en general funciones que relacionan a las columnas de volúmenes de control:

$$\begin{aligned} p_{d(2)} &= f(p_{d(n-2)}) \\ p_{d(3)} &= f(p_{d(n-1)}) \\ p_{d(n+1)} &= f(p_{d(5)}) \\ p_{d(n)} &= f(p_{d(4)}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

los subíndices de p_d identifican la posición de cada columna de volúmenes de control. Se representa con una flecha curvada la transferencia de información:

$$\begin{aligned} p_{d(1)} &= p_{d(2)} \\ p_{d(n+2)} &= p_{d(n+1)} \end{aligned} \quad (2.26)$$

es decir, el gradiente de las presiones en los contornos periódicos es considerado nulo.

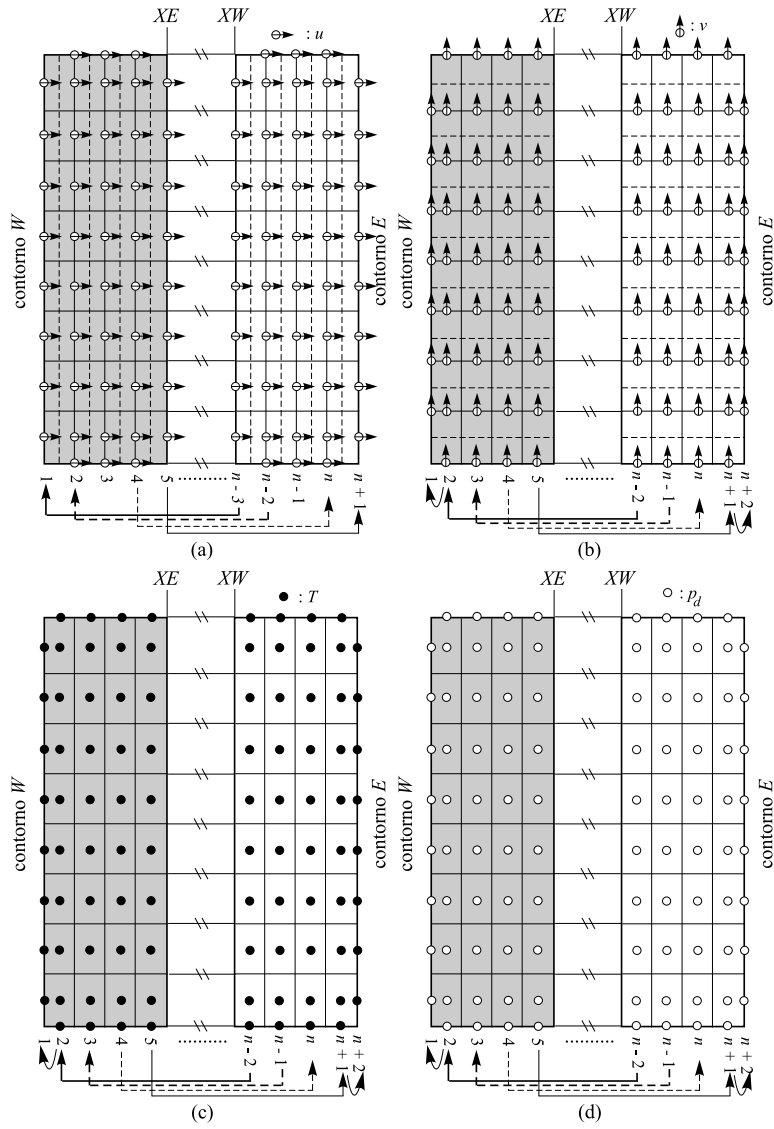


Figura 2.9: Tratamiento mediante la formulación EPF de las variables: (a) componente normal de la velocidad u , (b) componente tangencial de la velocidad v , (c) temperatura T y (d) presión p_d .

2.3.3 Formulación por tratamiento conservativo (CTF, *Conservative Treatment Formulation*)

Este tratamiento se basa en hacer cumplir localmente la conservación de los flujos físicos masa, momento y energía, sobre los contornos periódicos del dominio computacional. El tratamiento se fundamenta en los criterios de interpolación conservativos, como los utilizados en el método multibloque [2][4].

Todas las ecuaciones gobernantes pueden expresarse de forma genérica con la ecuación de convección - difusión:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = S \quad (2.27)$$

donde el vector flujo total \mathbf{j} está compuesto por el flujo convectivo (\mathbf{j}^C) y el flujo difusivo (\mathbf{j}^D):

$$\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}\phi - \Gamma\nabla\phi = \mathbf{j}^C + \mathbf{j}^D \quad (2.28)$$

y la variable del problema ϕ , el coeficiente de difusión Γ y el término fuente S dependen de la ecuación de transporte analizada (masa, momento o energía) [12].

La expresión discretizada en forma implícita de la ecuación de convección - difusión sobre un volumen rectangular finito V_P , es:

$$\rho \frac{\phi_P - \phi_P^0}{\Delta t} V_P + J_e - J_w + J_n - J_s = S V_P \quad (2.29)$$

donde $[\rho(\phi_P - \phi_P^0)V_P]/\Delta t$ es el término transitorio; ρ es la densidad; ϕ_P y ϕ_P^0 son las variables en el nodo principal para los instantes actual y anterior, respectivamente; V_P es el volumen del elemento discreto; Δt es el incremento de tiempo y J_i son los flujos (de masa, momento o energía) a través de las caras de los volúmenes de control. Por ejemplo, para la cara oeste de área A_y :

$$J_w = \left(\rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w A_y = J_w^C + J_w^D \quad (2.30)$$

Introduciendo las expresiones de J_i , como la Ec. 2.30 dentro de la Ec. 2.29, y adoptando un esquema numérico, las ecuaciones algebraicas discretizadas toman la forma [12]:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (2.31)$$

donde los coeficientes algebraicos a_i y b son función del número de Peclet local, del flujo másico a través de las caras de los volúmenes de control, de los coeficientes difusivos, del término transitorio, del término fuente, de las dimensiones de los volúmenes de control y de los términos convectivos de corrección correspondientes a la aproximación por corrección diferida [11].

Las integrales de los flujos en la Ec. 2.29 pueden ser calculadas en término de los valores involucrados en la formulación algebraica. Por ejemplo, en la cara oeste:

$$J_w = a_W \phi_W - (a_W - F_w) \phi_P - F_w (\phi_w^l - \phi_w^h) \quad (2.32)$$

donde ϕ_w^l representa el valor de ϕ en la cara oeste, estimado con un esquema numérico de bajo orden; ϕ_w^h representa el valor de ϕ en la cara oeste, estimado con un esquema numérico de alto orden y F_w es el flujo másico a través de la cara oeste.

De este modo, el flujo J_w a través de la cara de interpolación, según la Fig. 2.10, es:

$$J_w = J_1 \quad (2.33)$$

donde J_1 es calculado en la posición periódica interna XW . El valor de J_w puede ser introducido directamente como una condición de contorno, reformulando los coeficientes algebraicos (ver [21]), o como un valor de contorno ϕ_W , es decir, utilizando la ecuación del flujo 2.32 como:

$$\phi_W = \frac{J_w + (a_W - F_w) \phi_P}{a_W} \quad (2.34)$$

donde el valor nodal interno de ϕ_P es tratado en una forma explícita por conveniencia. En los contornos los términos de corrección diferida se anulan y de este modo no aparecen en la Ec. 2.34.

En la Fig. 2.10 se representa el proceso de transferencia de información para el flujo J hacia el contorno periódico oeste.

Para el tratamiento de la presión dinámica se opta por la estrategia seguida en la formulación por interpolación directa DIF, es decir, se utiliza la relación entre las presiones dinámicas de dos volúmenes de control, geoméricamente semejantes, ubicados en la zona de solapamiento y la región común de solapamiento.

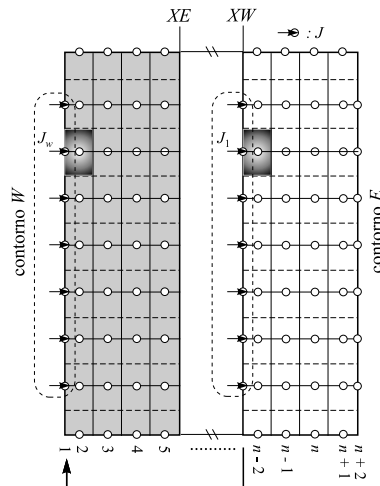


Figura 2.10: Tratamiento del flujo J mediante la formulación CTF.

2.4 Verificación de las formulaciones DIF, EPF y CTF

En esta sección se presentan tres estudios numéricos. En el primero se comparan las formulaciones DIF, EPF y CTF, con el fin de establecer qué formulaciones son las más adecuadas para su aplicación en las condiciones de contorno periódicas. El segundo y tercer estudio se abordan con la finalidad de presentar nuevos aspectos de estos tratamientos, mediante la aplicación de la formulación por posicionamiento exacto EPF.

En todos los casos el dominio computacional fue discretizado en varios niveles de densificación, aplicándose el criterio de refinamiento $-h$, es decir, todos los parámetros numéricos son fijados (esquema numérico, condiciones de contorno, etc.) y la malla es refinada, obteniéndose un conjunto de soluciones numéricas para cada densificación de malla. Se ha considerado una razón de refinamiento $r = 2$. Cada nivel de densificación está referenciado por medio del parámetro n , el cual se define apropiadamente en cada estudio. Se utilizan los esquemas numéricos UDS y SMART [6] para la aproximación de los términos convectivos, y CDS para la aproximación de los términos difusivos. Los sistemas de ecuaciones algebraicas son resueltos en forma segregada, haciendo uso del algoritmo SIMPLEC [20] y de mallas Cartesianas desplazadas.

Los resultados numéricos fueron post - procesados por medio de herramientas

basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el concepto del Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*) [3][16]. Dichas herramientas estiman la incertidumbre de las soluciones numéricas debida a la discretización (GCI), procesando un conjunto de tres soluciones consecutivas (n_1 , n_2 y n_3 , denominadas mallas fina, media y basta, respectivamente). Las herramientas también permiten obtener el orden de precisión observado de las soluciones numéricas p y el porcentaje de los nodos donde fue posible realizar el cálculo Rn (denominados nodos de Richardson [3]).

2.4.1 Estudio I: comparación de las formulaciones numéricas

El trabajo numérico descrito por K.M. Kelkar y Col. [10] ha sido elegido para este estudio. El problema consiste en un fluido que atraviesa un canal, formado por dos placas paralelas isotérmicas, sobre las cuales están adheridas un conjunto de aletas ubicadas en forma desplazada, véase Fig. 2.11. La separación entre aletas es constante e igual a L_x . El espesor y altura de cada aleta son t y G , respectivamente; mientras que el ancho del canal es H ($L_x/H = 1.01$, $t/H = 0.01$ y $G/H = 0.5$). Las placas superior e inferior se mantienen a temperatura constante T_w .

La variación periódica de la sección transversal del canal, en la dirección del flujo, origina que los campos de velocidad y temperatura se repitan periódicamente después de una determinada distancia desde la entrada, donde el flujo alcanza un régimen periódico completamente desarrollado (este hecho fue comprobado experimentalmente por C. Berner y Col. [1], demostrando que el flujo se vuelve periódico entre los 3 y 5 primeros módulos desde la región de entrada). Por lo tanto, es posible calcular los campos de velocidad y temperatura en un módulo típico como $ABEF$, sin tener en cuenta los efectos de la entrada y salida del canal. Además, el problema está caracterizado por exhibir simetría inversa entre los módulos $ABCD$ y $DCEF$. Por lo tanto, el cálculo computacional se realiza sobre el módulo $ABCD$. Se asume que el fluido es laminar, permanente, bidimensional y con propiedades físicas constantes. Las condiciones de contorno periódicas se resumen en la Tabla 2.1, donde se considera el carácter de simetría inversa del flujo.

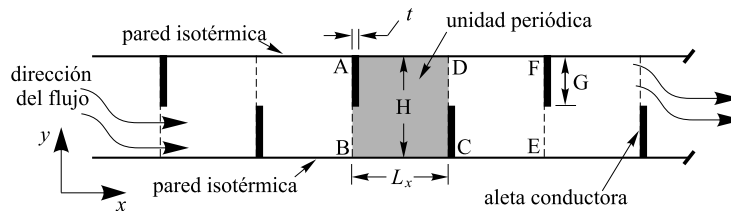


Figura 2.11: Esquema del estudio I: canal con aletas internas desplazadas.

Variable	Condición de Contorno
Velocidad	$u(0, y) = u(L_x, H - y)$ $v(0, y) = -v(L_x, H - y)$
Temperatura	$[T(0, y) - T_w]/[T_b(0) - T_w] =$ $[T(L_x, H - y) - T_w]/[T_b(L_x) - T_w]$
Presión	$p_d(x, y) = -\beta x + \tilde{p}_d(x, y)$

Tabla 2.1: Condiciones de contorno periódicas del estudio I.

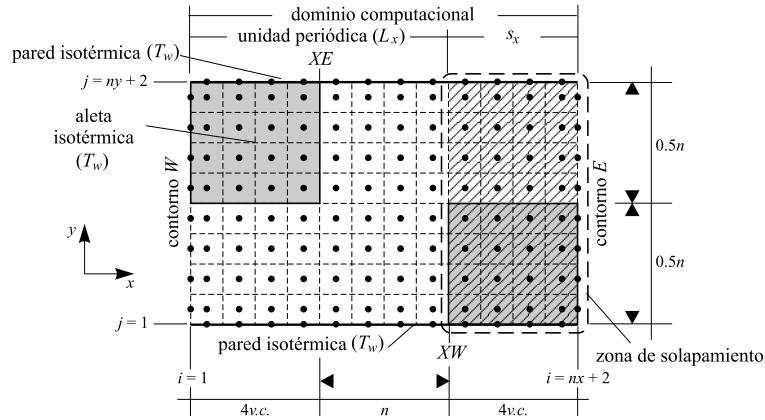


Figura 2.12: Ilustración del dominio computacional.

El dominio computacional está representado en la Fig. 2.12, donde se considera la explicación sobre la malla centrada. Los nodos de los volúmenes de control se representan con círculos sólidos. En la dirección x el número de volúmenes de control es nx y en la dirección y es ny .

El dominio computacional está discretizado con una malla de $(8+n) \times n$ volúmenes de control ($nx = 8+n$ y $ny = n$), considerando seis niveles de densificación ($n = 6, 12, 24, 48, 96, \text{ y } 192$). La malla se concentra en las paredes para resolver adecuadamente las zonas de capa límite, mediante una función tangente hiperbólica (con un factor de concentración igual a 1) [14]. Las regiones con malla concentrada son señaladas mediante triángulos sólidos.

Dentro del dominio computacional se destacan a la unidad periódica, de espesor L_x , y a la zona de solapamiento, de espesor $s_x = 0.01L_x$. El espesor de la zona

de solapamiento coincide con el espesor de la aleta derecha, cuyas dimensiones han sido amplificadas para facilitar la comprensión del dibujo. Se incluyen 4 columnas de volúmenes de control en la zona de solapamiento. XE y XW son las posiciones periódicas internas del dominio computacional, que se corresponden geoméricamente con los contornos este (E) y oeste (W), respectivamente.

Como criterio de finalización para la convergencia se ha tenido en cuenta el cumplimiento de la continuidad, imponiendo que los residuos máscicos (normalizados respecto del flujo máscico global a través del canal) sean menores que 10^{-6} . Del mismo modo, se ha controlado el error normalizado de la variable temperatura (utilizando a $T_w - T_b(0)$ como temperatura de normalización), considerando que la convergencia ha dado fin cuando las temperaturas normalizadas sean menores que 10^{-6} .

Aplicación de las formulaciones numéricas

Formulación por interpolación directa DIF

En la Fig. 2.13a se representa el tratamiento para la componente de la velocidad normal al contorno periódico (u). Los círculos blancos son los nodos de los volúmenes de control, correspondientes a la malla desplazada en dirección x . Se detalla con pequeñas flechas horizontales los valores de u ubicados en los contornos y en las posiciones periódicas XE y XW .

El tratamiento de la componente de la velocidad tangencial al contorno (v) se representa en la Fig. 2.13b. En este caso, los nodos de los volúmenes de control, representados con círculos blancos, corresponden a la malla desplazada en dirección y . Los valores de v en los contornos se destacan con pequeñas flechas verticales, mientras que los puntos donde v es interpolada se han representado con cuadrados blancos.

En la Fig. 2.13c se representa el tratamiento de las temperaturas. Los círculos sólidos son los nodos de los volúmenes de control de la malla centrada. Se ha representado con cuadrados blancos los puntos donde la temperatura es interpolada.

El caso de la presión se representa en la Fig. 2.13d. Los nodos de sus volúmenes de control se representan con círculos blancos, correspondientes a la malla centrada. La relación que se establece entre dos nodos toma en cuenta el criterio de simetría inversa del problema.

Formulación por posicionamiento exacto EPF

En las Figs. 2.14a, 2.14b, 2.14c y 2.14d, se representan gráficamente los tratamientos aplicados a las variables u , v , T y p_d , respectivamente. Las figuras son bastante explícitas del tratamiento propuesto en la sección 2.3.2. Se aprecia que a diferencia de la formulación anterior, en esta formulación se hace uso de pares de columnas de

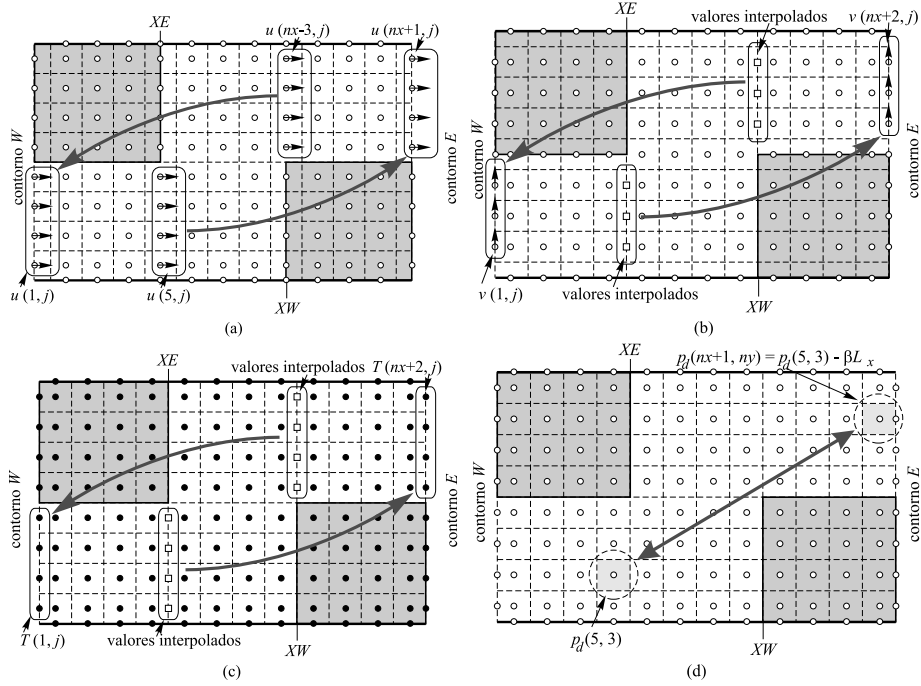


Figura 2.13: Tratamiento mediante la formulación DIF de las variables: (a) componente normal de la velocidad u , (b) componente tangencial de la velocidad v , (c) temperatura T y (d) presión p_d .

volúmenes de control y no se considera ningún tipo de interpolación adicional en las posiciones periódicas XE y XW . Las expresiones matemáticas que aparecen para el tratamiento de las presiones dinámicas toman en cuenta el carácter de simetría inversa del problema.

Formulación por tratamiento conservativo CTF

En la Fig. 2.15 se representa el tratamiento para la conservación del flujo de cantidad de movimiento tangencial al contorno periódico, que nos permite fijar el valor de la condición de contorno para la variable v . En la figura los círculos blancos son los nodos de la malla desplazada en dirección y . De acuerdo con la Ec. 2.34, las ecuaciones explícitas para el cálculo de la variable v en los contornos son:

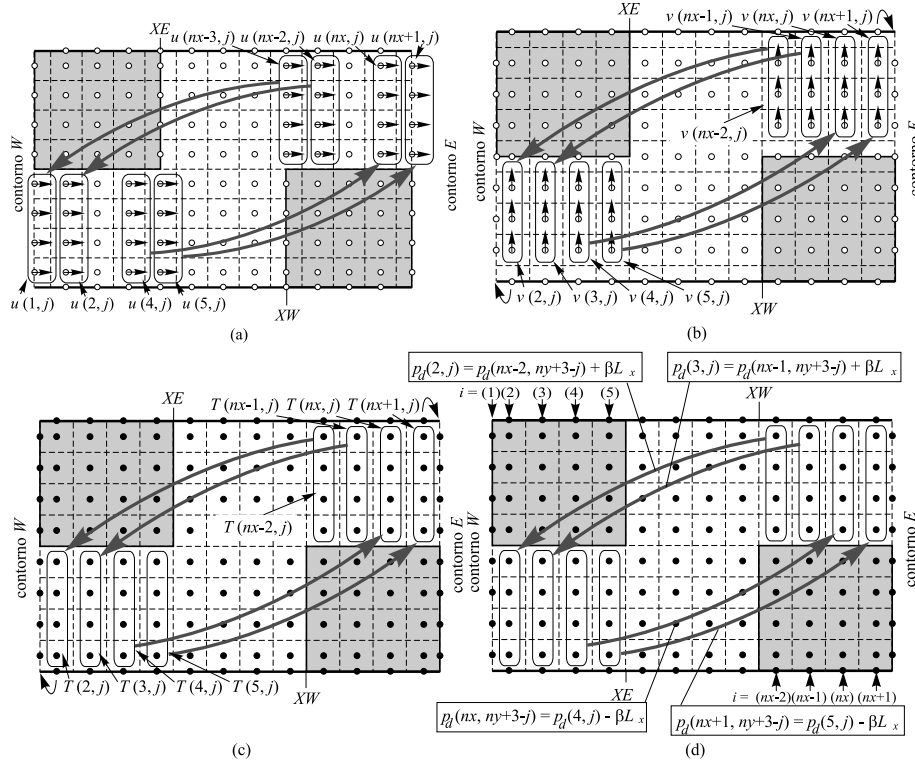


Figura 2.14: Tratamiento mediante la formulación EPF de las variables: (a) componente normal de la velocidad u , (b) componente tangencial de la velocidad v , (c) temperatura T y (d) presión p_d .

$$v(nx+2, j) = \frac{[a_E(nx+1, j) + F_e(nx+1, j)]v(nx+1, j) + J_e(5, ny+2-j)}{a_E(nx+1, j)} \quad (2.35)$$

$$v(1, j) = \frac{-J_w(nx-2, ny+2-j) + [a_W(2, j) - F_w(2, j)]v(2, j)}{a_W(2, j)} \quad (2.36)$$

El signo del flujo J_w es opuesto al resultado obtenido en la Ec. 2.34 (este detalle también se presenta en J_e). Ello es debido a la simetría inversa del problema.

Para el tratamiento de la variable del problema u , se encontró que sus resultados coinciden con los procedimientos planteados para la formulación DIF, debido a que

los nodos de la variable u en los contornos periódicos son geoméricamente semejantes a los nodos en las secciones XE y XW .

Para el caso de la temperatura, su tratamiento es semejante al propuesto para las velocidades v . Se debe tener en cuenta que en la conservación de la energía no se trata directamente con la variable T , sino con la temperatura adimensional que se propone en la Tabla 2.1; éste es un aspecto particular del problema que se resuelve, tal como se describió en la sección 2.2.2.

El tratamiento de la presión es resuelto aplicando el criterio que se impone para la formulación DIF, es decir, se hace uso de dos volúmenes de control geoméricamente semejantes, ubicados en la zona de solapamiento y la región común de solapamiento.

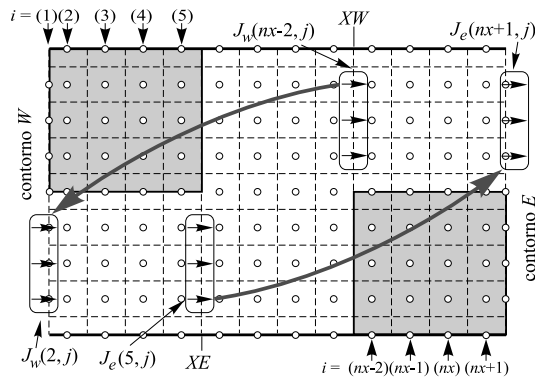


Figura 2.15: Tratamiento del flujo J mediante la formulación CTF.

Verificación

En la Tabla 2.2 se presentan los órdenes de precisión observados p , obtenidos para las variables u , v y T , correspondientes al número de Reynolds $Re = 100$.

Cuando se aplicó el esquema numérico de primer orden UDS, los valores del orden de precisión observado p estuvieron más cerca del valor teórico con las formulaciones EPF y CTF que con la formulación DIF. Cuando se utilizó el esquema numérico SMART los valores de p se encontraron dentro de los límites esperados (entre 1 y 3) utilizando las formulaciones DIF, EPF Y CTF; en todos los casos, los valores de p obtenidos con la formulación DIF fueron más bajos respecto de los valores obtenidos con las otras formulaciones. Con las formulaciones CTF y EPF se obtienen en general valores similares de p , tendiendo a los valores teóricos. En general, para la formulación DIF se encontró que los valores del orden de precisión observado p se degeneran considerablemente respecto de los valores teóricos del orden de precisión.

<i>p</i> para la variable <i>u</i> (<i>Re</i> = 100)						
malla $n_3/n_2/n_1$	UDS			SMART		
	CTF	EPF	DIF	CTF	EPF	DIF
6/12/24	0.7	0.7	-0.3	0.7	0.7	-0.1
12/24/48	0.4	0.4	0.0	2.8	2.8	0.5
24/48/96	0.6	0.6	0.3	2.4	2.4	1.1
48/96/192	0.7	0.7	0.3	2.0	1.7	1.0

<i>p</i> para la variable <i>v</i> (<i>Re</i> = 100)						
malla $n_3/n_2/n_1$	UDS			SMART		
	CTF	EPF	DIF	CTF	EPF	DIF
6/12/24	-0.2	-0.2	-0.3	1.0	1.0	-0.7
12/24/48	0.5	0.5	0.1	2.3	2.3	-0.6
24/48/96	0.6	0.6	0.1	1.8	1.8	0.8
48/96/192	0.7	0.7	0.4	1.7	1.7	1.1

<i>p</i> para la variable <i>T</i> (<i>Re</i> = 100)						
malla $n_3/n_2/n_1$	UDS			SMART		
	CTF	EPF	DIF	CTF	EPF	DIF
6/12/24	0.3	0.2	-0.7	0.5	0.4	-0.6
12/24/48	0.6	0.7	0.0	2.0	2.0	0.0
24/48/96	0.5	0.5	0.1	2.2	2.3	0.4
48/96/192	0.6	0.6	0.4	2.3	2.4	1.3

Tabla 2.2: Ordenes de precisión observados *p*, obtenidos para *Re* = 100.

Comparando los valores de *p*, obtenidos para las velocidades, se aprecia que sus valores son parecidos cuando se utiliza el esquema numérico SMART, aplicando las formulaciones CTF y EPF; mientras que utilizando el esquema numérico UDS, se observa que los valores de *p* son prácticamente iguales. En el caso de las temperaturas, se obtienen valores muy próximos de *p* cuando se comparan las formulaciones EPF y CTF, para cada esquema numérico.

En la Fig. 2.16 se representa los valores del GCI en tanto por ciento, versus el parámetro de malla *n*. El superíndice * en el GCI indica que sus valores han sido normalizados utilizando el valor de referencia $u_{ref} = (1/H) \int_0^H u dy$ para las componentes de la velocidad y $T_{ref} = T_w - T_b(0)$ para las temperaturas. En todas las gráficas el valor del GCI*[%] evoluciona en forma correcta, disminuyendo a medida que aumenta el parámetro *n*. Con las formulaciones EPF y CTF los valores del GCI disminuyeron hacia valores cercanos a cero, en cambio los valores del GCI obtenidos con la formulación DIF fueron más elevados.

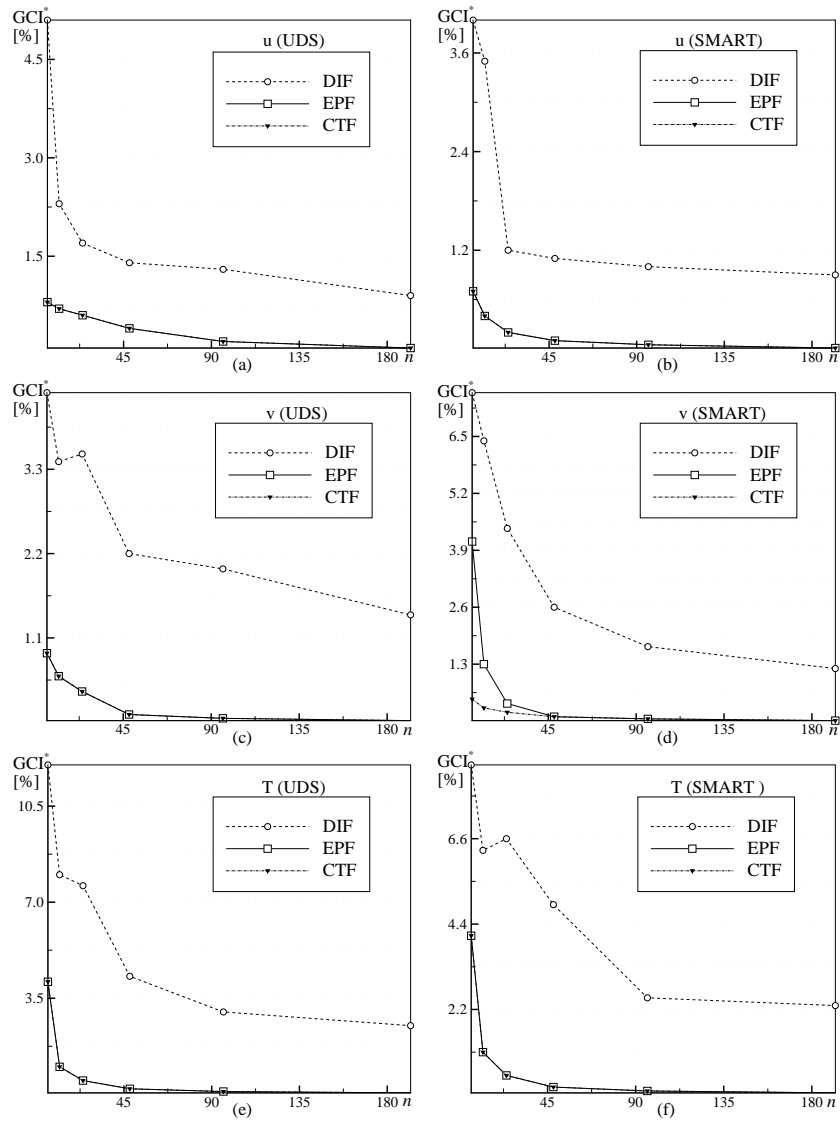


Figura 2.16: Evolución del GCI para las variables u , v y T , obtenidas para los esquemas numéricos UDS y SMART.

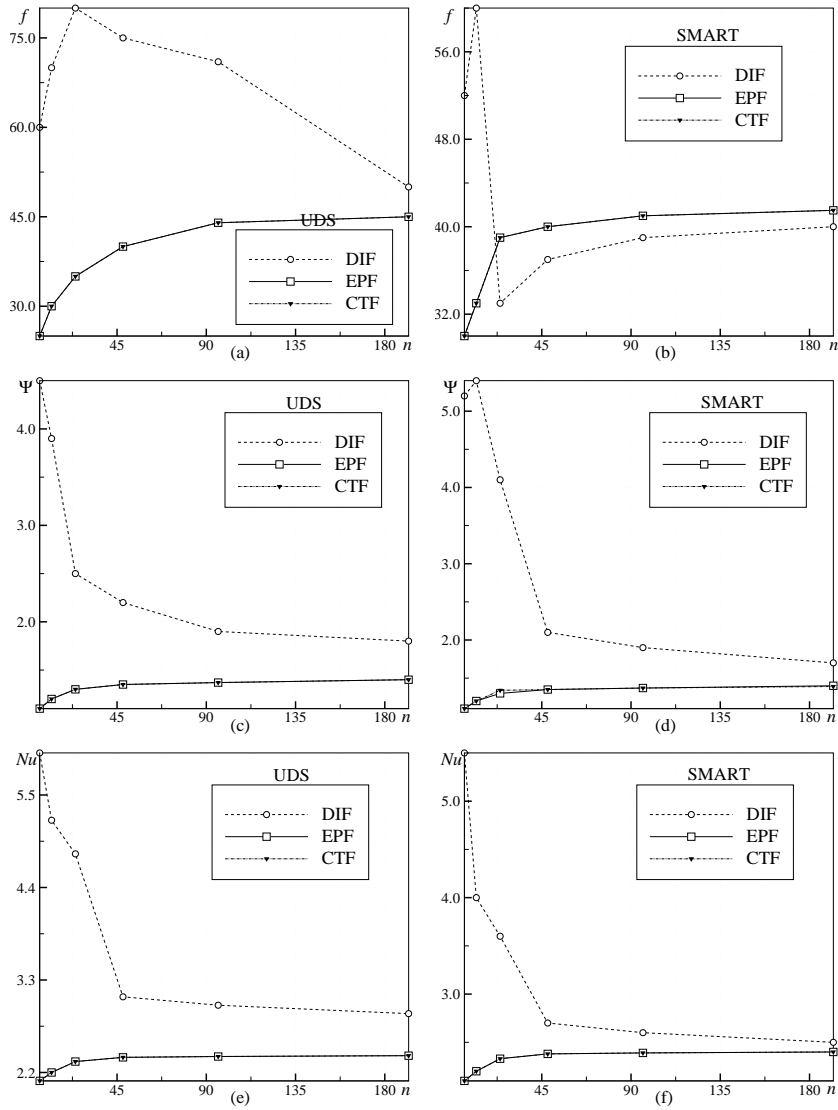


Figura 2.17: Evolución de los parámetros factor de fricción f , máxima línea de corriente Ψ y número de Nusselt Nu versus el parámetro n , obtenidos con las formulaciones DIF, EPF y CTF y con los esquemas numéricos UDS y SMART.

Para todas las variables se obtiene un elevado porcentaje de nodos de Richardson: con el esquema numérico UDS se obtuvo $Rn > 90\%$ en todas las formulaciones; mientras que con el esquema numérico SMART se consiguió $Rn > 82\%$. Teniendo en cuenta que los órdenes de precisión observados p obtenidos con las formulaciones EPF y CTF fueron próximos a los valores teóricos y que los porcentajes de nodos de Richardson fueron elevados, se acepta la credibilidad de los valores del GCI como estimadores de la incertidumbre causada por la discretización. En cambio, los valores de p obtenidos mediante la formulación DIF no garantiza que los valores del GCI sean buenos estimadores de la incertidumbre, aún habiéndose obtenido elevados porcentajes de nodos de Richardson.

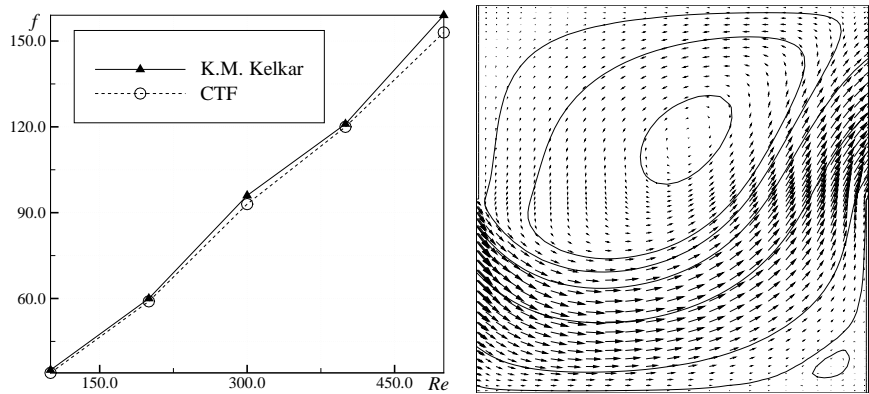


Figura 2.18: Izquierda: factor de fricción f calculado con la formulación CTF ($n = 192$) y valores reportados por K.M. Kelkar y Col. Derecha: detalles de las líneas de corriente para $Re = 100$.

Parámetros físicos obtenidos

Los parámetros físicos definidos por K.M. Kelkar y Col. [10]: factor de fricción f , valor máximo de la línea de corriente Ψ y el número de Nusselt Nu , son representados en la Fig. 2.17 respecto del parámetro de malla n .

En todos ellos existe un comportamiento común: los resultados obtenidos con las formulaciones EPF y CTF son entre si muy similares y tienden asintóticamente al mismo valor a medida que se densifica la malla. En cambio, los valores obtenidos con la formulación DIF son marcadamente diferentes a los obtenidos con las otras formulaciones, para todo el rango de valores de n , y no tienden al mismo valor a medida que se densifica la malla.

En la Fig. 2.18 se presentan los valores de f , calculados mediante la formulación CTF y los valores obtenidos por K.M. Kelkar y Col. [10]. Los resultados obtenidos con la formulación CTF son muy próximos a los valores presentados por K.M. Kelkar y Col. La máxima diferencia para ambas curvas fue de 8.6% ($Re = 500$).

El costo computacional requirió tiempos de CPU similares para las formulaciones CTF y EPF. Por ejemplo, cuando se utilizó el nivel de densificación $n = 96$ (haciendo uso del esquema numérico SMART), la formulación CTF necesitó 1.1 veces el tiempo de CPU que se utilizó en la formulación EPF para alcanzar la convergencia. En las mismas condiciones, la formulación DIF necesitó 1.6 veces el tiempo de CPU empleado por la formulación EPF.

2.4.2 Estudio II: corriente laminar en un canal

Se estudia un problema, del cual se conoce su solución analítica, correspondiente a una clase particular de los casos conocidos como *corrientes laminares* [17]. En la Fig. 2.19 se representa la geometría del problema. Se trata de un fluido en régimen permanente, que se mueve dentro de un canal conformado por dos paredes planas y paralelas, separadas entre sí por la distancia h .

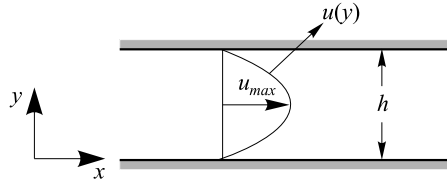


Figura 2.19: Corriente laminar en un canal con distribución parabólica de la velocidad.

El campo de velocidades u sigue la dirección del eje x positivo. La solución analítica de u está dada por la expresión:

$$u = -\frac{dp_d}{2\mu} \left[\left(\frac{h}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{h}{2}\right)^2 \right] \quad (2.37)$$

donde dp_d es la caída de presión por unidad de longitud en el canal y μ la viscosidad dinámica del fluido. El valor de la velocidad máxima, u_{max} , obtenido a partir de la Ec. 2.37 es:

$$u_{max} = -\frac{dp_d}{2\mu} \left(\frac{h}{2}\right)^2 \quad (2.38)$$

El dominio computacional está representado en la Fig. 2.20, donde se hace referencia a la malla centrada. Los nodos de los volúmenes de control se representan con círculos sólidos. El dominio computacional está discretizado con una malla regular de $(8+n) \times 0.5n$ volúmenes de control, habiéndose considerado seis niveles de densificación ($n = 12, 24, 48, 96, 192$ y 384). La longitud periódica del dominio (de valor arbitrario, debido a la homogeneidad de la geometría en x) es tomada como $L_x = 3h$. Se ha considerado como ancho de la zona de solapamiento el valor de $s_x = 0.05L_x$. Según los tratamientos propuestos, se incluyen 4 columnas de volúmenes de control en la zona de solapamiento. El criterio para la finalización de la convergencia se ha basado en obtener residuos máxicos (normalizados respecto del flujo máxico global a través del canal) menores que 10^{-6} .

En la Fig. 2.21 se muestra el ejemplo de una malla utilizada en el cálculo (el caso $n = 48$), así como los perfiles de velocidad que se obtienen en dicha simulación.

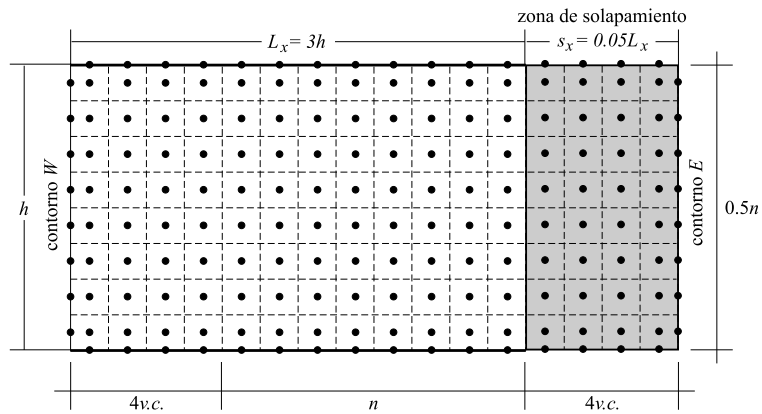


Figura 2.20: Detalles del dominio computacional del estudio II.

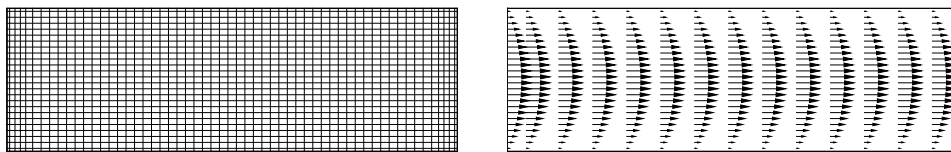


Figura 2.21: Detalles de la malla y del campo de velocidades del estudio II, para el nivel de densificación $n = 48$ ($Re = 10$, $\rho = 1$, $dp_d = 1$ y $h = 2$).

Verificación

Los resultados del post - proceso de las soluciones numéricas se presentan en la Tabla 2.3. Por tratarse de un estudio del cual se conoce su solución analítica, se presenta también los valores del error de discretización global “exacto” e_D .

Los valores del orden de precisión observado p evolucionaron correctamente, tendiendo asintóticamente al valor de 2. Este resultado es aceptable, considerando que el esquema de aproximación aplicado ha sido el CDS para resolver los términos difusivos (cuyo valor teórico del orden de precisión es 2).

El superíndice * en el GCI y e_D indica que sus valores han sido normalizados utilizando el valor de referencia $u_{ref} = u_{max}$ para las velocidades, definido en la Ec. 2.38. Los resultados del $GCI^*[\%]$ evolucionaron correctamente, disminuyendo a medida que aumentaba el valor del parámetro de malla n . Los valores del error de discretización e_D^* fueron estimados correctamente por los valores del GCI^* .

Para todos los cálculos se obtiene un 100% de nodos de Richardson Rn . Teniendo en cuenta que el orden de precisión observado p fue próximo al valor teórico y la proximidad obtenida entre los valores de e_D^* y GCI^* , se acepta la credibilidad de los valores del GCI como estimadores de la incertidumbre debida a la discretización.

Corriente Laminar				
u				
mall $n_3/n_2/n_1$	Rn [%]	p	GCI^* [%]	e_D^* [%]
12/24/48	100	3.0	2.0e-02	5.7e-02
24/48/96	100	2.3	1.1e-02	1.4e-02
48/96/192	100	2.2	3.7e-03	2.7e-03
96/192/384	100	2.1	1.0e-03	

Tabla 2.3: Estudio II: Corriente laminar en un canal ($Re = 10$, $\rho = 1$, $dp_d = 1$ y $h = 2$). Resultados de post - procesamiento; esquema numérico: CDS.

2.4.3 Estudio III: intercambiador de calor compacto

Para este estudio se ha elegido el trabajo numérico investigado por L.W. Zhang y Col. [23]. La geometría del problema, representada en la Fig. 2.22, corresponde a una matriz de aletas planas y paralelas de un intercambiador de calor compacto. En la figura se representan nueve elementos de aleta, dispuestos en forma alineada. El espesor y la longitud de cada aleta son b y L , respectivamente. La distancia transversal entre aletas adyacentes es C , mientras que S es la distancia entre aletas adyacentes en dirección de la corriente. Se asume que el flujo es laminar, incompresible y con

propiedades físicas constantes, considerando régimen no permanente sólo cuando el número de Reynolds es elevado.

Variable	Condición de Contorno
Velocidad	$\mathbf{u}(x + NL_x, y + ML_y, t) = \mathbf{u}(x, y, t)$
Presión	$p_d(x, y, t) = -\beta x + \tilde{p}_d(x, y, t)$

Tabla 2.4: Condiciones de contorno periódicas del estudio III.

En la Tabla 2.4 se resumen las condiciones de contorno periódicas para los campos de velocidad y presión. Se asume que el conjunto de aletas está formado por M filas en la dirección y y por N columnas en la dirección x ; $\mathbf{u} = (u, v, t)$ es el vector velocidad, según la referencia del sistema de coordenadas Cartesianas (x, y) , mientras que L_x y L_y son las dimensiones de una unidad periódica, según la Fig. 2.22. Para el campo de presiones se define a β como el gradiente global de presión impuesto sobre el flujo, mientras que \tilde{p}_d es la componente periódica de la presión y t es el instante de tiempo.

Para efectos computacionales la matriz de aletas se aproxima por un sistema más reducido: la unidad periódica de la Fig. 2.22 representada por el dominio marcado con líneas segmentadas, es decir, un único elemento de aleta. Por lo tanto, los resultados se resuelven para $M = N = 1$.

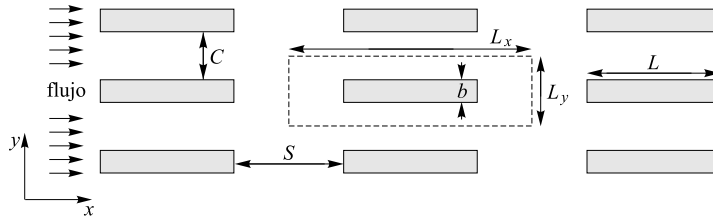


Figura 2.22: Elementos de aletas paralelas y alineadas de un intercambiador de calor compacto ($L_x/L_y = 7.1$, $L_y/b = 2.71$ y $L/b = 8.55$).

El dominio computacional está representado en la Fig. 2.23, donde se considera la explicación sobre la malla centrada. Los nodos de los volúmenes de control se representan con círculos sólidos. El dominio computacional está discretizado con una malla de $(8 + 8n) \times (8 + 3n)$ volúmenes de control, considerando cuatro niveles de densificación ($n = 2, 4, 8$ y 16). La malla se intensifica en regiones del fluido consideradas de interés y cerca de las partes sólidas mediante una función tangente hiperbólica (con un factor de concentración igual a 1) [14]; en las partes sólidas los niveles de intensificación se imponen para resolver adecuadamente las zonas de capa

límite. Las regiones de malla intensificada son señaladas mediante triángulos sólidos (en la Fig. 2.24 se muestra un ejemplo de malla intensificada, correspondiente al caso $n = 16$). La dimensión de la unidad periódica en dirección x es L_x , y el espesor de la zona de solapamiento considerado fue $s_x = 0.02L_x$. En dirección y la dimensión de la unidad periódica es L_y y el espesor de la zona de solapamiento se asumió $s_y = 0.02L_y$. Se incluyen 4 columnas y 4 filas de volúmenes de control en las zonas de solapamiento, en x e y respectivamente, siguiendo el tratamiento considerado en este capítulo.

Para este estudio se analiza en particular el comportamiento periódico del campo de velocidades, en función del número de Reynolds basado en la velocidad de fricción:

$$Re_\tau = \frac{u_\tau L_y}{2\nu} \quad (2.39)$$

donde $u_\tau = \sqrt{\Delta p_d / \rho}$ es la velocidad de fricción, ν es la viscosidad cinemática, ρ la densidad y Δp_d es la caída de presión. Para los casos no permanentes la adimensionalización del tiempo se realiza con el valor $L_y / (2u_\tau)$.

Como criterio de finalización para la convergencia se ha tenido en cuenta que los residuos máscicos, normalizados respecto del flujo máscico global a través del canal, sean menores que 10^{-6} .

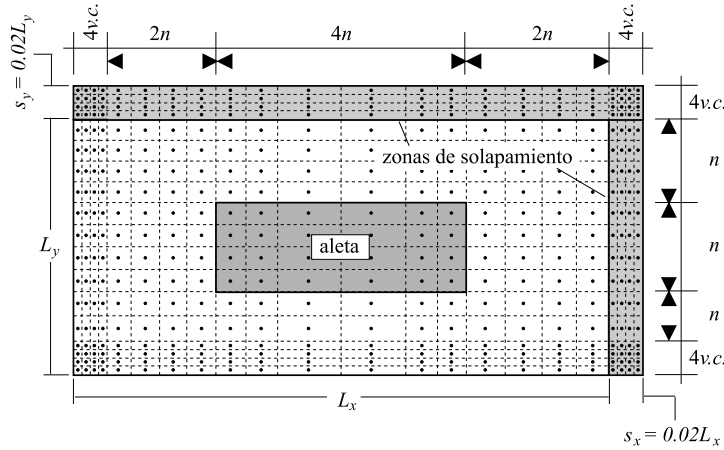


Figura 2.23: Detalles del dominio computacional para el estudio III.

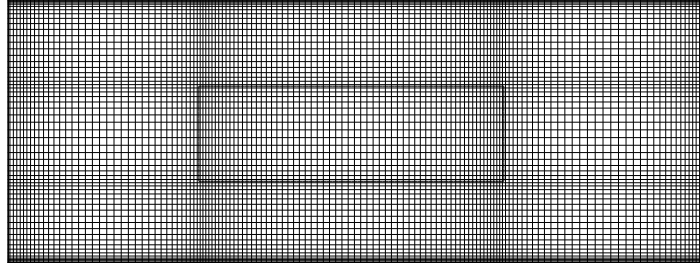


Figura 2.24: Ejemplo de una malla con distintas zonas intensificadas ($n = 16$).

$Re_\tau = 10$						
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
2/4/8	84	1.2	3.9e-07	18	2.5	2.0e-08
4/8/16	91	1.7	6.0e-08	74	2.5	1.5e-08
$Re_\tau = 15$						
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
2/4/8	69	2.3	2.1e-07	22	2.5	3.2e-08
4/8/16	70	1.4	1.4e-07	75	3.0	5.7e-09

Tabla 2.5: Estudio III: intercambiador de calor compacto. Resultados post - procesados. Esquemas numéricos: SMART para los términos convectivos y CDS para los términos difusivos.

Verificación

Los resultados de post - procesamiento son presentados en la Tabla 2.5. Los estudios numéricos corresponden a dos casos en régimen permanente, $Re_\tau = 10$ y 15.

Los órdenes de precisión observados p estuvieron dentro del rango esperado (es decir entre 1 y 3, considerando que se utilizaron los esquemas numéricos de aproximación CDS para los términos difusivos y SMART para los términos convectivos).

Los resultados del GCI (representados con el superíndice *) han sido normalizados, habiéndose utilizado la referencia $u_{ref} = u_\tau$. Los valores del $GCI^*[\%]$ evolucionaron en forma decreciente para ambos valores de Re_τ .

Los porcentajes de nodos de Richardson (Rn) fueron en general elevados. Por lo tanto, los valores del GCI se consideran como buenos estimadores de la incertidumbre debida a la discretización.

Comparación de parámetros físicos

Se ha realizado el estudio de algunos parámetros físicos del problema, como el número de Reynolds basado en el espesor de la aleta $Re_b = (\bar{u}b)/\nu$ (\bar{u} es la velocidad media del flujo en la mínima sección transversal), el número de Reynolds $Re = (\bar{u}D_h)/\nu$ (D_h es el diámetro hidráulico) y el factor de fricción $f = (\Delta p_d D_h)/(2\rho\bar{u}^2 L_x)$.

En la Tabla 2.6 se comparan los valores de Re_b , Re y f obtenidos en este trabajo (para el nivel de densificación de malla $n = 16$) con los valores presentados por L.W. Zhang y Col. [23]. El caso de $Re_\tau = 32.5$ corresponde al régimen no permanente.

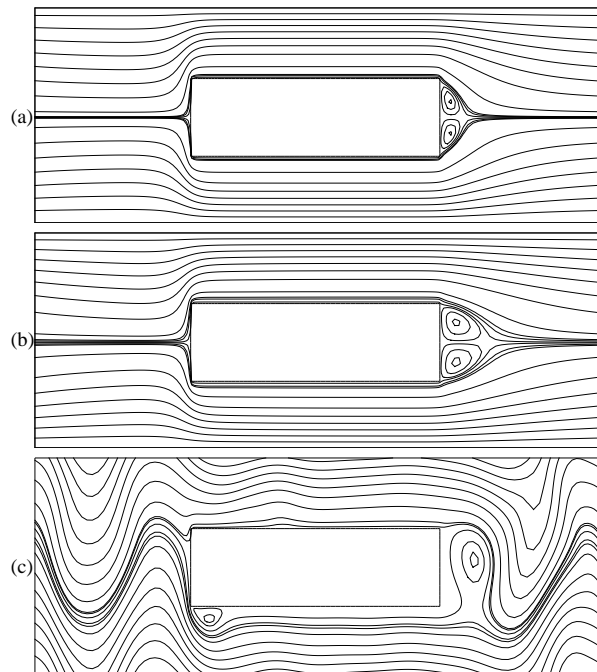


Figura 2.25: Estudio III: líneas de corriente para el nivel de densificación $n = 16$: (a) $Re_\tau = 10$, (b) $Re_\tau = 15$ y (c) $Re_\tau = 32.5$ ($t_a = 24.1$).

En todas las comparaciones las diferencias porcentuales no superaron el valor de 4.2%. En las Figs. 2.25 se presentan las formas de las líneas de corriente para

distintos valores de Re_τ . En la Fig. 2.25c las líneas de corriente corresponden al instante adimensional $t_a = 24.1$. Para números de Reynolds bajos (Figs. 2.25a y 2.25b) las formas de las líneas de corriente asumen formas simétricas alrededor de la línea central horizontal de la aleta; sin embargo, para valores del número de Reynolds más elevados (como la Fig. 2.25c) el comportamiento del fluido es más complejo, no simétrico y con formas intensamente onduladas de las líneas de corriente.

Re_τ	Re_b			Re			f		
	Zhang	EPF	dif(%)	Zhang	EPF	dif (%)	Zhang	EPF	dif (%)
10.0	18.0	18.0	0.0	120.0	123.7	3.0	0.44	0.43	2.3
15.0	37.0	36.6	1.1	245.0	252.4	2.9	0.24	0.23	4.2
32.5	119.0	117.6	1.2	797.0	810.0	1.6	0.11	0.11	0.0

Tabla 2.6: Estudio III: contrastación de los parámetros físicos Re_b , Re y f obtenidos con la formulación EPF ($n = 16$) versus los valores reportados por L.W. Zhang y Col. [23].

2.5 Conclusiones

Se llevó a cabo un estudio numérico acerca del tratamiento de condiciones de contorno periódicas, basadas en el método de volúmenes finitos. Para ello, se propusieron tres formulaciones, que transfieren la información hacia los contornos periódicos en una forma explícita. Tales formulaciones fueron identificadas como [15] (i) Formulación por interpolación directa (DIF, *Direct Interpolation Formulation*), (ii) Formulación por posicionamiento exacto (EPF, *Exact Position Formulation*) y (iii) Formulación por tratamiento conservativo (CTF, *Conservative Treatment Formulation*). En la formulación DIF los valores transferidos, desde posiciones periódicas internas del dominio computacional hacia los contornos, fueron calculados en base a interpolaciones Lagrangianas. Para la formulación EPF se propuso que la transferencia de información, desde posiciones internas del dominio computacional hacia el contorno y nodos anexos al contorno, fuera nodo a nodo. Para la formulación CTF la transferencia de información fue calculada forzando la conservación de los flujos físicos (masa, momento y energía) a través de ambas posiciones periódicas; esta última formulación se basó en los esquemas de interpolación conservativos utilizados en el método multibloque [2][4]. Las tres formulaciones fueron caracterizadas a partir de su aplicación sobre un problema referenciado en la literatura científica [10]. Los resultados numéricos de este estudio demuestran que los valores obtenidos con las formulaciones por posicionamiento exacto EPF y por el tratamiento conservativo CTF coinciden entre si y requieren tiempos de CPU similares. Las diferencias más importantes entre ellas está

en el modo de introducir la formulación periódica en las ecuaciones algebraicas. En la formulación EPF fue necesario modificar las ecuaciones algebraicas en nodos internos, mientras que en la formulación CTF sólo las ecuaciones algebraicas del contorno necesitaron ser modificadas. Por otro lado, la formulación basada en interpolaciones directas DIF introduce imbalances de las cantidades físicas, incrementando el tiempo de CPU e introduciendo imprecisiones en la solución numérica, incluso cuando se usan mallas finas. Este trabajo demuestra que las formulaciones por posicionamiento exacto EPF y por tratamiento conservativo CTF mantienen el orden de precisión de las soluciones numéricas y no introducen incertidumbres adicionales.

Con el fin de explicar nuevos detalles sobre el tratamiento de condiciones de contorno periódicas, y de comprobar la utilidad de las formulaciones propuestas, se llevaron a cabo dos estudio complementarios identificados como estudios II y III.

En el estudio II se analizó el problema de un fluido en régimen permanente, que se mueve dentro de un canal conformado por dos paredes planas y paralelas, del cual se conoce su solución analítica [17]. El tratamiento numérico de las condiciones de contorno periódicas ha sido resuelto mediante la formulación EPF. Los valores del orden de precisión observado p evolucionaron adecuadamente, tendiendo asintóticamente al valor de 2 (correspondiente con el orden de precisión teórico del esquema numérico CDS). Los resultados del $GCI^*[\%]$ evolucionaron correctamente en forma decreciente, tendiendo hacia valores cada vez más cercanos a cero. Los valores del error de discretización e_D^* fueron estimados correctamente por los valores del GCI^* . Para todos los cálculos se obtuvieron un 100% de nodos de Richardson (Rn).

En el estudio III se resolvió numéricamente una matriz de aletas planas y paralelas de un intercambiador de calor compacto [23]. El flujo fue laminar, incompresible y con propiedades físicas constantes, considerando régimen no permanente cuando el número de Reynolds fue elevado. El tratamiento numérico de las condiciones de contorno periódicas se llevó a cabo con la formulación EPF. Se obtuvieron órdenes de precisión observados p dentro de los límites esperados (entre 1 y 3, debido a que se utilizaron los esquemas numéricos de aproximación CDS para los términos difusivos y SMART para los términos convectivos). Los valores del $GCI^*[\%]$ evolucionaron en forma decreciente para todos los casos considerados, mientras que los porcentajes de nodos de Richardson Rn fueron en general elevados. La comparación de los parámetros físicos Re_b , Re y f , obtenidos mediante la formulación EPF (en el nivel de densificación de malla $n = 16$) versus los valores presentados por L.W. Zhang y Col. [23], dio como resultado diferencias porcentuales no mayores que 4.2%.

Nomenclatura

a_i	coeficiente algebraico ($i = E, W, N, S, P$)
b	término fuente, espesor de aleta
c_p	calor específico a presión constante
ds	diferencial de perímetro
dA	diferencial de área
e_D	error de discretización
f	factor de fricción
h	distancia entre paredes
i, j	posición de un volumen de control, respecto de (x, y)
\mathbf{j}	vector flujo total
\mathbf{j}^C	flujo convectivo
\mathbf{j}^D	flujo difusivo
\dot{m}	flujo másico
n	parámetro de malla, numeración de v.c.
n_1	malla fina
n_2	malla media
n_3	malla basta
nx	número de v.c en dirección x de la malla principal
ny	número de v.c en dirección y de la malla principal
p	orden de precisión observado
p_d	presión dinámica
p_{d1}, p_{d2}	presión dinámica en v.c. 1 y 2, respectivamente
\tilde{p}_d	componente periódico de la presión dinámica
r	razón de refinamiento
s, s_x, s_y	ancho de la zona de solapamiento
t	espesor de aleta, tiempo
\bar{u}	velocidad media del flujo
(u, v)	velocidades, según la referencia (x, y)
u_m	velocidad media del flujo
u_τ	velocidad de fricción
$v.c.$	volumen de control
x, y	coordenadas Cartesianas
A	área de sección transversal
A_y	cara de volumen de control en y
C	distancia transversal entre aletas
<i>CDS</i>	<i>Central Differential Scheme</i>
<i>CPU</i>	<i>Central Processing Unit</i>

<i>CTDMA</i>	<i>Cyclic Tridiagonal Matrix Algorithm</i>
<i>CTF</i>	<i>Conservative Treatment Formulation</i>
D_h	diámetro hidráulico
<i>DIF</i>	<i>Direct Interpolation Formulation</i>
<i>EPF</i>	<i>Exact Position Formulation</i>
F_e	coeficiente convectivo en la cara este
F_w	coeficiente convectivo en la cara oeste
G	altura de aleta
<i>GCI</i>	<i>Grid Convergence Index</i>
H	ancho del canal
J_i	flujos de masa en las caras del v.c.
L	longitud de la unidad periódica, longitud de aleta
L_x	separación entre aletas, periodo en x
L_y	periodo en y
M	número de filas de aletas
N	número de columnas de aletas
Nu	número de Nusselt
P_c	perímetro del canal
Q	flujo de calor añadido
Re	número de Reynolds
Re_b	número de Reynolds basado en el espesor de aleta b
Re_τ	número de Reynolds basado en la velocidad de fricción
Rn	nodos de Richardson
S	término fuente, distancia horizontal entre aletas
T	temperatura
\tilde{T}	componente periódico de la temperatura
$T_b(0)$	temperatura de bulk en 0
$T_b(L_x)$	temperatura de bulk en L_x
T_c	temperatura fría
T_h	temperatura caliente
T_m	temperatura de bulk
T_w	temperatura de pared
$T_{w,m}$	temperatura media en perímetro del canal
T_x^*	temperatura de referencia local en x
<i>TDMA</i>	<i>Tridiagonal Matrix Algorithm</i>
<i>UDS</i>	<i>Upwind Differential Scheme</i>
V_P	volumen rectangular finito
XE	posición periódica que se corresponde con el contorno este (E)

XW	posición periódica que se corresponde con el contorno oeste (W)
Y_1, Y_2	límites inferior y superior del canal no convencional

Símbolos Griegos

α	ángulo periódico
β	coeficiente de caída de presión lineal
γ	coeficiente de diferencia de temperaturas
θ	temperatura adimensional
μ	viscosidad dinámica
ν	viscosidad cinemática
ρ	densidad
ϕ	variable genérica
Γ	periferia del canal, coeficiente de difusión
Ψ	máxima línea de corriente
Ω	velocidad angular

Subíndice

c	frío, canal
d	dinámica
$d1, d2$	nodos de presión dinámica en v.c. 1 y 2
e, w, n, s	este, oeste, norte y sur
m	valor medio
max	máximo
n	número de columna
p	presión dinámica
w	caliente, pared
E, W, N, S	este, oeste, norte y sur
P	nodo principal
S	término fuente
XE, XW	posiciones correspondientes con contornos E y W

Superíndice

h	alto
l	bajo
C	convectivo
D	difusivo, discretización

Bibliografía

- [1] C. Berner, F. Durst, and D.M. McEligot. Flow around baffles. *ASME Journal of Heat Transfer*, 106:743–749, November 1984.

- [2] J. Cadafalch, A. Oliva, C.D. Pérez-Segarra, M. Costa, and J. Salom. Comparative study of conservative and nonconservative interpolation schemes for the domain decomposition method on laminar incompressible flows. *Numerical Heat Transfer, Part B, Fundamentals*, 35(1):65–84, 1999.
- [3] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, R. Cònsul, and A. Oliva. Verification of finite volume computations on steady-state fluid flow and heat transfer. *Journal of Fluids Engineering*, 124:11–21, March 2002.
- [4] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, M. Soria, and A. Oliva. Fully conservative multi-block method for the resolution of turbulent incompressible flows. *Proceedings of the Fourth European Computational Fluid Dynamics Conference*, I(2):1234–1239, October 1998.
- [5] G. Chesshire and W.D. Henshaw. Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations. *Journal Computational Physics*, 90(1):1–64, 1990.
- [6] P.H. Gaskell, A.K.C. Lau, and N.G. Wright. Comparison of two solution strategies for use with higher order discretization schemes in fluid flow simulation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 8:1203–1215, 1988.
- [7] B.R. Hutchinson and G.D. Raithby. A multigrid method based on the adaptive correction strategy. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 9:511–537, 1986.
- [8] K.M. Kelkar and D. Choudhury. Numerical prediction of periodically fully developed natural convection in a vertical channel with surface mounted heat generating blocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(5):1133–1145, 1993.
- [9] K.M. Kelkar, D. Choudhury, and W.J. Minkowycz. Numerical method for the computation of flow in irregular domains that exhibit geometric periodicity using nonstaggered grids. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 31:1–21, 1997.
- [10] K.M. Kelkar and S.V. Patankar. Numerical prediction of flow and heat transfer in a parallel plate channel with staggered fins. *Journal of Heat Transfer*, 109:25–30, February 1987.
- [11] P.K. Khosla and S.G. Rubin. A diagonally dominant second - order accurate implicit scheme. *Computational Fluids*, 2:207–209, 1974.
- [12] S.V. Patankar. Numerical heat transfer and fluid flow. *Hemisphere, New York*, 1980.

- [13] S.V. Patankar, C.H. Liu, and E.M. Sparrow. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise - periodic variations of cross - sectional area. *Transactions of the ASME*, 99:180–186, May 1977.
- [14] C.D. Pérez-Segarra, A. Oliva, M. Costa, and F. Escanes. Numerical experiments in turbulent natural and mixed convection in internal flows. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 5:13–33, 1995.
- [15] M. Quispe, J. Cadafalch, M. Costa, and M. Soria. Comparative study of flow and heat transfer periodic boundary conditions. In *Proceedings of the ECCOMAS 2000*, Barcelona, September 2000.
- [16] P.J. Roache. Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies. *Journal of Fluids Engineering*, 116:405–413, 1994.
- [17] H. Schlichting. Teoría de la capa límite. *Ediciones Urmo, Bilbao*, págs. 87 – 98, 1972.
- [18] H. Schweiger. *Optimization of Solar Thermal Absorber Elements with Transparent Insulation*. PhD thesis, Laboratori de Termotècnia i Energètica E.T.S.E.I.T. Departament de Màquines i Motors Tèrmics. Universitat Politècnica de Catalunya, December 1997.
- [19] R.K. Shah and A.L. London. Thermal boundary conditions and some solutions for laminar duct flow forced convection. *Journal of Heat Transfer. ASME*, 96:159–165, May 1974.
- [20] J.P. Van Doormal and G.D. Raithby. Enhancement of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7:147–163, 1984.
- [21] J. Wright and W. Shyy. A pressure - based composite grid method for the navier - stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 107:225–238, 1993.
- [22] L.W. Zhang and S. Balachandar. A numerical study of flow and heat transfer in compact heat exchangers. *Air Conditioning and Refrigeration Center (ACRC) University of Illinois at Urbana - Champaign*, August 1996.
- [23] L.W. Zhang, D.K. Tafti, F.M. Najjar, and S. Balachandar. Computations of flow and heat transfer in parallel - plate fin heat exchangers on the cm - 5: Effects of flow unsteadiness and three - dimensionality. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(6):1325–1341, 1997.

Capítulo 3

Estudio numérico del comportamiento periódico del aire en cavidades rectangulares e inclinadas, con estructuras honeycomb en su interior

Se estudia numéricamente el comportamiento periódico del aire en cavidades rectangulares, inclinadas 45° y en cuyo interior se ubica una estructura honeycomb de tipo rectangular. Con el objetivo de reducir los tiempos de cálculo y aprovechando la naturaleza periódica de la fenomenología presente, se proponen expresiones matemáticas para representar el comportamiento periódico de las variables velocidad, temperatura y presión dinámica, lo que ha permitido llevar a cabo simulaciones en dominios computacionales reducidos, aplicando condiciones de contorno periódicas. Con el fin de investigar acerca de la fiabilidad de las expresiones matemáticas propuestas, los resultados obtenidos en dominios computacionales reducidos son comparados con los obtenidos en dominios computacionales completos. A partir de la solución de un caso específico, y haciendo uso de dominios computacionales reducidos, se muestra la utilidad de la modelización numérica en el diseño de geometrías próximas al aislamiento transparente. Las simulaciones numéricas se basan en el método de volúmenes finitos, utilizándose el algoritmo SIMPLEC y el esquema numérico SMART. Los resultados numéricos son verificados a través de herramientas de post - proceso, basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*).

3.1 Introducción

El estudio de la convección natural del aire en cavidades rectangulares con estructuras honeycomb ha merecido una particular atención por su aplicabilidad en el aislamiento transparente para aplicaciones solares térmicas. Las estructuras honeycomb son superficies extensas, compuestas por pequeñas celdas a modo de nido de abeja, cuya altura puede variar de 20 a 100 mm, pueden tener distintas geometrías (rectangulares, cilíndricas, hexagonales, etc.) y diámetros de 1 a 10 mm. Debido a las dimensiones reducidas de cada celda de honeycomb, el valor de las fuerzas viscosas sobre el fluido toma importancia respecto del valor de las fuerzas de flotación y la convección natural puede llegar a ser reducida. Teniendo en cuenta que una superficie transparente de honeycomb normalmente llega a tener extensiones en el orden de varios metros cuadrados, ello supone un total de cientos de miles de celdas. La simulación numérica de un dominio como la estructura honeycomb resulta por lo tanto inviable. Una alternativa es analizar una o pocas celdas, aplicando condiciones de contorno periódicas. Ello permite una reducción sustancial del tiempo de CPU.

En el presente trabajo se realiza un estudio numérico sobre el comportamiento periódico del aire en cavidades rectangulares, inclinadas 45° y con estructuras honeycomb rectangulares en su interior, considerando relaciones entre el largo y el ancho de la cavidad ≥ 20 (dominios computacionales completos). Para dichas geometrías se encuentra que el movimiento del aire es periódico; ello significa una ventaja importante desde el punto de vista computacional, pues posibilita llevar a cabo simulaciones numéricas en dominios computacionales reducidos (una o pocas celdas de honeycomb), aplicando condiciones de contorno periódicas. Se reproducen casos de la literatura científica, numéricos [19] y experimentales [14], con la finalidad verificar y validar el código numérico aplicado en las simulaciones.

Las simulaciones numéricas se basaron en el método de volúmenes finitos, utilizándose el algoritmo SIMPLEC [22] y el esquema numérico de alto orden SMART [7]. Para la transferencia de información entre contornos periódicos se aplicó el tratamiento conservativo por posicionamiento exacto EPF (sección 2.3.2) [16]. Se consideró flujo bidimensional, incompresible, régimen permanente, laminar, propiedades físicas constantes, aproximación de Boussinesq, fluido Newtoniano, trabajo por compresión o expansión despreciable, calor de fricción despreciable y medio no participante de la radiación. Sobre las superficies superior e inferior se impusieron condiciones de pared isotérmica fría y caliente. Las otras superficies fueron adiabáticas cuando se trató de dominios computacionales completos, mientras que para dominios computacionales reducidos se utilizó condiciones de contorno periódicas.

Se estudiaron tres configuraciones: (1) estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría, (2) estructura honeycomb en contacto con la superficie fría y (3) estructura honeycomb separada de las superficies isotérmicas. De este último caso se estudiaron tres posiciones: simétrica (estructura honeycomb equidistante de

las superficies isotérmicas), asimétrica hacia la superficie fría (estructura honeycomb más cerca de la superficie fría) y asimétrica hacia la superficie caliente (estructura honeycomb más cerca de la superficie caliente).

A partir de los resultados obtenidos en dominios computacionales completos, cuando la estructura honeycomb estuvo en contacto con la superficie fría, se propusieron expresiones matemáticas para representar el comportamiento periódico de las variables presión dinámica, velocidad y temperatura, con el fin de resolver los mismos fenómenos en dominios computacionales reducidos, aplicando condiciones de contorno periódicas. Ello repercutió favorablemente en una disminución del tiempo de CPU.

En base a la simulación numérica de un caso específico sobre dominios computacionales reducidos, aplicando condiciones de contorno periódicas, se demuestra la utilidad de la modelización numérica en el diseño de la tecnología del aislamiento transparente para aplicaciones solares térmicas.

Los resultados numéricos fueron verificados con herramientas de post - proceso, basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*) [3], para estimar la incertidumbre debida a la discretización.

3.1.1 Antecedentes

Las primeras investigaciones relacionadas con estructuras honeycomb se orientaron hacia aplicaciones en colectores solares de placa plana, con el objetivo de reducir las pérdidas de calor por reradiación del absorbedor (basándose en la idea que para grandes superficies la estructura honeycomb actuaría como un blindaje a la radiación térmica [6][23]). Sin embargo, con la introducción posterior de superficies selectivas en el absorbedor, las pérdidas de calor por convección natural se vuelven dominantes.

En 1969 D.K. Edwards [4] investigó estructuras honeycomb con el objetivo de reducir las pérdidas de calor por convección natural. En el mismo año H. Tabor [20] formuló un conjunto de requisitos que habrían de cumplir los materiales de las estructuras honeycomb. Tales materiales deberían tener, además de bajos costos por unidad de área: (1) elevada estabilidad a la radiación solar y a las máximas temperaturas de trabajo, (2) elevada transparencia a la radiación solar o alternativamente el material debería tener una reflexión especular muy elevada a la radiación solar y (3) elevada opacidad a la radiación térmica.

C.L. Tien y W.W. Yuen [21], en 1975, investigaron teóricamente las características de la radiación en honeycombs de celdas cuadradas. En 1976 H. Buchberg y D.K. Edwards [2] trabajaron en el diseño de honeycombs cilíndricos de vidrio. En el mismo año D.K. Edwards, J.N. Arnold e I. Catton [5] estudiaron experimentalmente la aplicación de estructuras honeycombs en colectores solares, analizando el efecto de los espacios entre la estructura honeycomb y el absorbedor y/o la cubierta, con el fin de comprender los límites en el diseño de estas estructuras. En 1976 K.N. Marshall y

Col. [12] estudiaron estructuras honeycomb hexagonales. En 1978 K.G.T. Hollands y Col. [9] y K.I. Guthrie y W.W.S. Charters en 1982 [8] aplicaron estas estructuras para reducir las pérdidas de calor por convección. En 1981 J.C. McMurrin y H. Buchberg [13] estudiaron formas de estructuras honeycomb tipo sinusoidales.

Para el estudio de estructuras honeycomb normalmente se ha utilizado el vidrio como material de trabajo. Por ejemplo, el honeycomb sinusoidal de J.C. McMurrin y H. Buchberg [13] fue hecho de vidrio con un espesor de 0.15×10^{-3} m., K.I. Guthrie y W.W.S. Charters [8] utilizaron vidrio con espesor de 1.1×10^{-3} m. La utilización del vidrio tiene la ventaja de una buena estabilidad térmica y ultravioleta, ya que la mayoría de los plásticos carecen de estabilidad a elevadas temperaturas (ver K.N. Marshall y Col. [12]). Sin embargo, utilizando plásticos el espesor de la pared del honeycomb puede fácilmente reducirse en un orden de magnitud, produciendo menor pérdida de calor por conducción a través del material.

En 1985 S.J.M. Linthorst [11] llevó a cabo un trabajo numérico y experimental sobre la reducción de la convección natural en colectores solares de placa plana, mediante la aplicación de estructuras honeycomb. Analizó distintos tamaños de celdas con el fin de encontrar las dimensiones óptimas de aplicación. En 1991 R. Scozia y R.L. Frederick [19] presentaron soluciones numéricas basadas en la formulación función corriente - vorticidad, para un flujo bidimensional de aire en una cavidad rectangular delgada tipo *thermal driven cavity* y con láminas de honeycomb conductoras sobre la pared fría. Propusieron correlaciones de diseño entre las variables del fluido y la transferencia de calor, relacionadas a las dimensiones de las láminas del honeycomb. Alcanzaron una serie de recomendaciones para el diseño de ventanas de doble acristalamiento y colectores solares de placa plana.

En 1997 H.Z. Abou-Ziyan y R.F. Richards [1] estudiaron el montaje experimental de una estructura honeycomb rectangular, considerando cámaras de aire entre la estructura honeycomb y las placas del absorbedor y del vidrio. Investigaron el efecto del espesor de estas cámaras sobre la transferencia de calor a través de la estructura honeycomb, confinada entre dos fronteras isotérmicas y de baja emisividad. Encontraron que cuando el espesor de las cámaras de aire incrementa la transferencia de calor acoplada conducción - radiación es reducida, mientras que el número de Rayleigh crítico es también reducido y la transferencia de calor por convección incrementa. Sin embargo, incluso para espesores de aire relativamente gruesos el decremento en el número de Rayleigh crítico es moderado, y el honeycomb de celdas rectangulares se convierte en un efectivo reductor de la convección.

H. Schweiger [18] (1997) estudió los elementos de captación de la energía solar con materiales de aislamiento transparente del tipo honeycomb. Presentó algoritmos numéricos y un software para la simulación de alto nivel, transitorio y tridimensional del comportamiento térmico y óptico de estructuras complejas de captación de energía solar.

3.2 Descripción del problema estudiado

En la Fig. 3.1 se representa el problema estudiado. Consiste de una cavidad rectangular cerrada, inclinada 45° respecto de la horizontal y en cuyo interior se ha ubicado una estructura honeycomb de tipo rectangular. Las superficies superior e inferior de la cavidad se mantienen a temperaturas constantes T_c y T_h respectivamente ($T_h > T_c$), mientras que las otras son adiabáticas. El espesor y altura de la cavidad se identifican con L y H , respectivamente. Se considera al aire como fluido de trabajo.

La estructura honeycomb está conformada por múltiples láminas de vidrio, delgadas, paralelas y separadas entre sí por un valor constante, de tal forma que se dispone de celdas de iguales dimensiones. Las láminas de honeycomb son identificadas con los parámetros $r1, r2, r3, r4, \dots$, según se detalla en la Fig. 3.1a. El espesor y altura de cada lámina son δ y l , respectivamente, mientras que la distancia entre láminas es H' (véase detalles en la Fig. 3.1b). Las separaciones entre la estructura honeycomb y las superficies caliente y fría se identifican con l_h y l_c , respectivamente.

La relación de caja global se define como $A = H/L$, mientras que la relación de caja en las celdas como $A' = H'/L$. Exceptuando algunos pocos casos, que se indicarán en su momento, se han considerado estudios para valores de A iguales a 20. El espesor de cada lámina de honeycomb se mantuvo a un valor constante $\delta = L/100$.

El número de Nusselt global se define como:

$$Nu = \left[\frac{Q/A_i}{(T_h - T_c)} \right] \frac{L}{\lambda} \quad (3.1)$$

donde λ es la conductividad térmica del aire, Q es el flujo de calor que se transfiere entre superficies isotérmicas y A_i es el área de una superficie isotérmica. El número de Rayleigh está definido según la expresión:

$$Ra = \frac{L^3 \beta g \rho^2 c_p (T_h - T_c)}{\lambda \mu} \quad (3.2)$$

donde g es la aceleración gravitacional, y $\beta, \rho, c_p, \lambda$ y μ son las propiedades físicas del aire: coeficiente de dilatación volumétrica, densidad, calor específico a presión constante, conductividad térmica y viscosidad dinámica, respectivamente, las cuales se asumieron constantes ($Pr = 0.71$).

Para las láminas de vidrio se ha considerado una conductividad térmica constante λ_v , de tal manera que $R_\lambda = \lambda_v/\lambda = 28.6$, donde R_λ es definida como la relación de conductividad térmica.

Se han llevado a cabo tres estudios, cuyas geometrías se diferencian entre sí por la posición de la estructura honeycomb dentro de la cavidad. En la Fig. 3.2 se resumen los casos estudiados, agrupados en dos conjuntos: dominios computacionales

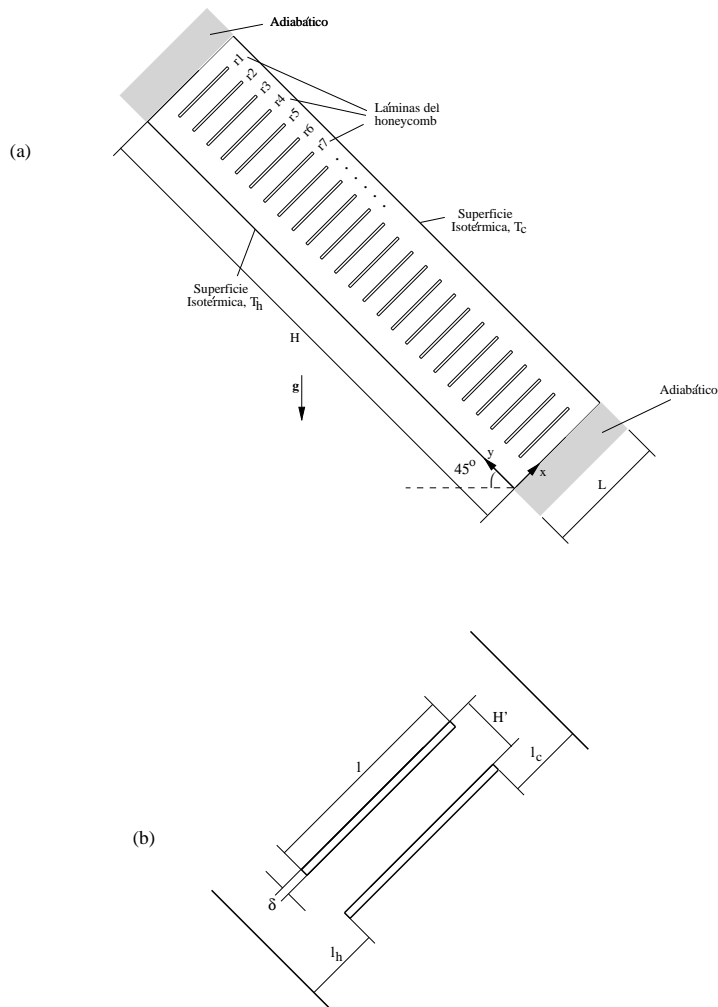


Figura 3.1: Dominio físico. (a) Dominio completo. (b) Detalle de una celda de honeycomb.

completos y dominios computacionales reducidos. Se establece que un dominio computacional es completo cuando $A \geq 20$, mientras que el caso reducido corresponde a

dominios numéricos que hacen uso de una celda de honeycomb. Los parámetros n y k en la Fig. 3.2 son utilizados para definir las dimensiones de la malla: n representa el nivel de densificación, mientras que k es un valor auxiliar que depende de la relación de caja en la celda A' . Para los estudios en dominios computacionales reducidos, el espesor de la zona de solapamiento s se ha considerado igual al espesor de la lámina de honeycomb δ , habiendo hecho coincidir a la vez sus respectivas posiciones en el espacio.

3.2.1 Estudio I: estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría

En estas geometrías los valores de l_h y l_c son nulos, por lo tanto, las láminas de honeycomb actúan como un puente térmico, a través del cual se transmite el calor por conducción entre las superficies isotérmicas.

Para este estudio se llevan a cabo simulaciones numéricas sobre una celda de honeycomb (dominios computacionales reducidos), aplicando condiciones de contorno periódicas. En la Fig. 3.2–(I b) se representan los detalles del dominio computacional. Se han considerado n volúmenes de control en la dirección x y $(8 + kn)$ en la dirección y ; mientras que para k se han definido los valores 1, 1, 2 y 4, correspondientes con los valores de $A' = 0.5, 1.0, 2.0$ y 4.0 . La densificación de la malla se ha llevado a cabo en cuatro niveles: $n = 5, 10, 20$ y 40 . El espesor de la lámina de honeycomb δ ha sido amplificado en la figura para su mejor comprensión. Se ha considerado el estudio para tres valores del número de Rayleigh: $5.5 \times 10^3, 10^4$ y 10^5 .

3.2.2 Estudio II: estructura honeycomb en contacto con la superficie fría

Esta configuración se diferencia del estudio I en que el valor de l_h no es nulo. Ello evita el efecto de puente térmico en las láminas de honeycomb que se presentaba en el estudio anterior.

El estudio numérico se ha descompuesto en dos partes: en la primera parte se realiza el estudio sobre dominios computacionales completos, para conocer acerca del comportamiento periódico de las variables presión dinámica, velocidad y temperatura; en la segunda parte, tomando como base la caracterización del comportamiento periódico del fluido en dominios computacionales completos, se llevan a cabo simulaciones numéricas en dominios computacionales reducidos utilizando condiciones de contorno periódicas.

En la Fig. 3.2–(II a) se presentan detalles del dominio computacional completo, sobre el cual se han hecho cortes en la dirección y con el fin de facilitar la explicación de la figura. Las dimensiones de las mallas fueron $n \times [(r_h + 1)kn + r_h]$ volúmenes

de control, donde r_h representa al número de láminas de honeycomb. En la Tabla 3.1 (“Dominio Completo”) se resumen los casos estudiados. Se han considerado cuatro niveles de densificación: $n = 8, 16, 32$ y 64 .

Estudio II: $Ra = 10^3$ y 10^4				
Domino Completo			Domino Reducido	
A'	r_h	k	A'	k
20.0	0	75/8	-	-
10.0	1	19/4	10.0	10
5.0	3	19/8	5.0	5
3.33	5	13/8	3.33	17/5
2.0	9	5/8	2.0	2
1.0	19	3/8	1.0	1
0.5	39	3/8	0.5	1/2
0.33	59	1/4	0.33	1/2
0.25	79	1/4	0.25	1/2

Tabla 3.1: Casos resueltos cuando la estructura honeycomb está en contacto con la superficie fría. Para todos los estudios $l/L = 0.5$, mientras que para dominios computacionales completos $H = 20L$.

En la Fig. 3.2–(II b) se muestran detalles del dominio computacional reducido, correspondiente a una celda de honeycomb. Dicho dominio ha sido discretizado con una malla de $n \times (8 + kn)$ volúmenes de control. Los niveles de densificación considerados fueron: $n = 10, 20, 40$ y 80 . En la Tabla 3.1 (“Dominio Reducido”) se presenta un resumen de los casos estudiados.

Tanto para dominios computacionales completos como reducidos se han considerado estudios para dos valores del número de Rayleigh: 10^3 y 10^4 .

3.2.3 Estudio III: estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas

En este estudio se identifican tres configuraciones, según la posición que adquiere la estructura honeycomb dentro de la cavidad:

- Disposición simétrica: la estructura honeycomb está separada a distancias iguales de las superficies caliente y fría ($l_h = l_c$).
- Disposición asimétrica hacia la superficie caliente: la estructura honeycomb está más cerca de la superficie caliente ($l_h < l_c$).
- Disposición asimétrica hacia la superficie fría: la estructura honeycomb está más cerca de la superficie fría ($l_h > l_c$).

Para todas las disposiciones se llevan a cabo estudios sobre dominios computacionales completos, mientras que sólo en los casos asimétricos se desarrollan estudios en dominios computacionales reducidos. Los estudios sobre dominios computacionales completos sirven de base para conocer acerca del comportamiento periódico del fluido.

En la Fig. 3.2-(III a) se presentan detalles del dominio computacional completo. Para estas geometrías se han considerado mallas de $3n \times [(r_h + 1)kn + r_h]$ volúmenes de control. El parámetro r_h , tal como se definió en el estudio II, representa al número de láminas de honeycomb. Para todos los casos se han considerado cuatro niveles de densificación: $n = 3, 6, 12$ y 24 .

La Fig. 3.2-(III b) representa al dominio computacional reducido. Las mallas utilizadas fueron de $3n \times (8 + kn)$ volúmenes de control. Se aplicaron cuatro niveles de densificación: $n = 5, 10, 20$ y 40 .

En la Tabla 3.2 se resumen los casos simétricos para dominios computacionales completos. Se propone el rango de estudio $0.9528 \leq A' \leq 2.0$, para el número de Rayleigh $Ra = 10^4$ y relación de caja global $A = 20$. Dichos estudios fueron complementados con otros dos casos particulares, considerando relaciones de caja global $A = 30.5$ y 60 . Al primer caso le correspondieron los valores $r_h = 31$ y $k = 1$, mientras que al segundo $r_h = 62$ y $k = 1$. Para dichos casos particulares el valor de A' se mantuvo en 0.9528 .

Estudio III: Disposición simétrica, $Ra = 10^4$		
Dominio Completo		
A'	r_h	k
2.0	9	5/3
1.819	10	5/3
1.6675	11	5/3
1.539	12	4/3
1.429	13	4/3
1.334	14	4/3
1.25	15	4/3
1.177	16	4/3
1.1116	17	4/3
1.053	18	1
1.0005	19	1
0.9528	20	4/3

Tabla 3.2: Casos resueltos cuando la estructura honeycomb no está en contacto con las superficies isotérmicas y su disposición es simétrica ($H = 20L$, $l/L = 0.4$, $l_h/L = l_c/L = 0.3$).

En la Tabla 3.3 se presentan los casos propuestos para dominios computacionales completos y reducidos, considerando posición asimétrica del honeycomb hacia la superficie caliente. Se estudia el rango $0.9528 \leq A' \leq 2.0$, considerando el número de Rayleigh $Ra = 10^4$ y relación de caja global $A = 20$.

Estudio III: Disposición asimétrica hacia la superficie caliente, $Ra = 10^4$					
Domino Completo			Domino Reducido		
A'	r_h	k	A'	k	
2.0	9	5/3	2.0	5	
1.819	10	5/3	1.819	5	
1.6675	11	5/3	1.6675	22/5	
1.539	12	5/3	1.539	4	
1.429	13	5/3	1.429	18/5	
1.334	14	4/3	1.334	16/5	
1.25	15	4/3	1.25	16/5	
1.177	16	4/3	1.177	3	
1.1116	17	4/3	1.1116	3	
1.053	18	4/3	1.053	3	
1.0005	19	1	1.0005	13/5	
0.9528	20	1	0.9528	12/5	

Tabla 3.3: Casos resueltos cuando la estructura honeycomb no está en contacto con las superficies isotérmicas y su disposición es asimétrica hacia la superficie caliente. Para todos los estudios se considera $l/L = 0.4$, $l_h/L = 0.2$ y $l_c/L = 0.4$, mientras que para dominios computacionales completos $H = 20L$.

Estudio III: Disposición asimétrica hacia la superficie fría, $Ra = 10^4$					
Domino Completo			Domino Reducido		
A'	r_h	k	A'	k	
2.0	9	5/3	2.0	5	
1.819	10	5/3	1.819	5	
1.6675	11	5/3	1.6675	22/5	
1.539	12	5/3	1.539	4	
1.429	13	5/3	1.429	18/5	
1.334	14	4/3	1.334	16/5	
1.25	15	4/3	1.25	16/5	
1.177	16	4/3	1.177	3	
1.1116	17	4/3	1.1116	3	
1.053	18	1	1.053	3	
1.0005	19	1	1.0005	13/5	
0.9528	20	1	0.9528	12/5	

Tabla 3.4: Casos resueltos cuando la estructura honeycomb no está en contacto con las superficies isotérmicas y su disposición es asimétrica hacia la superficie fría. Para todos los estudios se considera $l/L = 0.4$, $l_h/L = 0.4$ y $l_c/L = 0.2$, mientras que para dominios computacionales completos $H = 20L$.

En la Tabla 3.4 se resumen los casos cuando la estructura honeycomb es asimétrica hacia la superficie fría, tanto para dominios computacionales completos como reducidos. Se aplica el rango de estudio $0.9528 \leq A' \leq 2.0$, el valor del número de Rayleigh $Ra = 10^4$ y la relación de caja global $A = 20$.

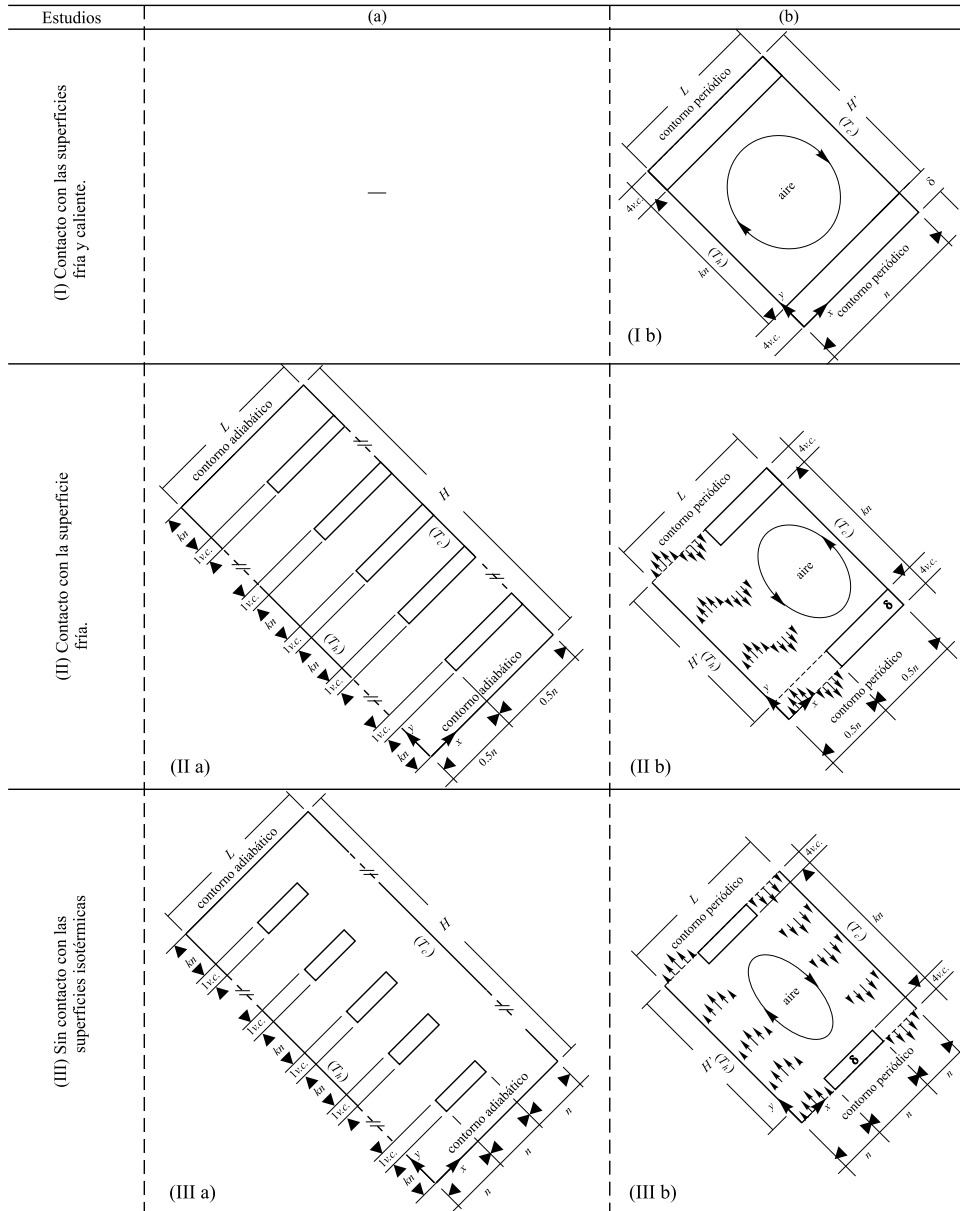


Figura 3.2: Dominio computacional: (a) Completo y (b) Reducido.

3.3 Modelo matemático

3.3.1 Ecuaciones gobernantes

Se considera que el movimiento del fluido y la transferencia de calor están gobernados por las ecuaciones de Navier - Stokes y de la energía, asumiendo flujo incompresible en régimen permanente, laminar, bidimensional, propiedades físicas constantes (exceptuando una variación lineal de la densidad con la temperatura en el término de fuerzas de flotación: hipótesis de Boussinesq), fluido Newtoniano, calor de fricción despreciable, trabajo por compresión o expansión despreciable y medio no participante de la radiación. Las ecuaciones diferenciales quedan expresadas como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.3)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p_d}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho \beta (T - T_o) g_x \quad (3.4)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p_d}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho \beta (T - T_o) g_y \quad (3.5)$$

$$\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.6)$$

donde (x, y) son las coordenadas del sistema Cartesiano $x - y$, según la Fig. 3.1; T es la temperatura; T_o es la temperatura de referencia; p_d es la presión dinámica; (u, v) y (g_x, g_y) los vectores de velocidad y aceleración gravitacional, expresados sobre el sistema de referencia $x - y$; y las propiedades físicas $\rho, \mu, \beta, \lambda$ y c_p son respectivamente: la densidad, viscosidad dinámica, coeficiente de dilatación volumétrica, conductividad térmica y el calor específico a presión constante del aire. Dichas propiedades físicas son evaluadas a la temperatura media $(T_h + T_c)/2$.

En la parte sólida (vidrio) las ecuaciones gobernantes quedan reducidas a la ecuación de la energía (Ec. 3.6), previa eliminación del término convectivo (términos a la izquierda de la igualdad).

Estas ecuaciones pueden ser adimensionalizadas con las cantidades físicas de adimensionalización: L para la longitud, $u_{ref} = \alpha/L$ para las velocidades, $p_{ref} = (\rho \alpha^2)/L^2$ para la presión y $(T - T_c)/(T_h - T_c)$ para la temperatura, donde $\alpha = \lambda/(\rho c_p)$ es la difusividad térmica. La estructura del flujo queda descrita por los números adimensionales Rayleigh (Ra) y Prandtl (Pr), por las relaciones de caja A y A' , por los parámetros geométricos $l_h/L, l_c/L$ y δ/L , así como por la relación de conductividad térmica R_λ .

3.3.2 Condiciones de contorno

En este estudio se han distinguido dos tipos de dominios: dominios computacionales completos y dominios computacionales reducidos. Para ambos dominios se imponen condiciones de superficies isotérmicas sobre las superficies superior e inferior, T_c y T_h respectivamente, donde $T_h > T_c$. Sobre las otras superficies se imponen condiciones de pared adiabática cuando se trata de dominios computacionales completos, y condiciones de contorno periódicas cuando se trata de dominios computacionales reducidos.

Para la aplicación de condiciones de contorno periódicas se requiere conocer cómo es el comportamiento periódico de las variables presión dinámica, velocidad y temperatura en dominios computacionales completos. Tomando como base los resultados obtenidos en la sección 3.5.2, se observa que los dos componentes de las velocidades y la temperatura son periódicos en la dirección y , cumpliéndose las relaciones:

$$u(x, y) = u(x, y + H') \quad (3.7)$$

$$v(x, y) = v(x, y + H') \quad (3.8)$$

$$T(x, y) = T(x, y + H') \quad (3.9)$$

en cambio, el campo de presiones dinámicas se ve caracterizado por una expresión del tipo:

$$p_d(x, y) = p_d(x, y + H') + K_p \quad (3.10)$$

donde K_p es una constante. Es decir, la presión dinámica no es periódica, pues sus curvas están separadas entre sí por el valor constante K_p . Dicho comportamiento se presenta a lo largo de la altura de las cavidades, exceptuando las distribuciones cerca de las superficies adiabáticas. Por lo tanto, para tener una información completa acerca del comportamiento periódico del fluido, es necesario determinar la constante K_p .

Para obtener el valor de K_p se debe hacer un estudio de las fuerzas relacionadas con el efecto de flotación, tal y como fue sugerido por K.M. Kelkar y Col. [10]. En base a las consideraciones de dicho autor, el valor de K_p se ha asumido como:

$$K_p = \rho\beta H' g \cos(45)(\tilde{T}_o - T_o) \quad (3.11)$$

donde el valor de T_o corresponde a la temperatura de Boussinesq. Para el presente trabajo dicha temperatura se asume como:

$$T_o = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (3.12)$$

y el valor de \tilde{T}_o corresponde al valor de la temperatura de bulk:

$$\tilde{T}_o = \left[\int_0^L T|v|dx \right] / \left[\int_0^L |v|dx \right] \quad (3.13)$$

Los valores de K_p obtenidos según la Ec. 3.11 deberán ser semejantes a los valores obtenidos directamente en dominios computacionales completos. Además, en dominios computacionales reducidos debe cumplirse correctamente el fenómeno físico de ascenso del fluido por el lado de la superficie caliente y de retorno por el lado cercano a la estructura honeycomb, con la formación de zonas de recirculación al interior de cada celda. La aplicación de las ecuaciones 3.7, 3.8, 3.9 y 3.10 (esta última complementada con la relación 3.11), en el tratamiento numérico de condiciones de contorno periódicas sobre dominios reducidos, refleja el comportamiento del caso hipotético cuando el valor de A es infinitamente grande ($A \rightarrow \infty$), es decir, donde se asume que la influencia de las superficies adiabáticas es despreciable.

3.4 Modelo numérico

Las ecuaciones gobernantes en derivadas parciales han sido convertidas en ecuaciones algebraicas por medio de la técnica de volúmenes finitos, utilizando mallas Cartesianas desplazadas. Los términos difusivos en las caras de los volúmenes de control fueron aproximados utilizando el esquema numérico de segundo orden CDS, mientras que los términos convectivos fueron aproximados por medio del esquema numérico de alto orden SMART [7]. El tratamiento de los casos con condiciones de contorno periódicas ha sido resuelto mediante la aplicación de la formulación por posicionamiento exacto EPF (sección 2.3.2) [16]. El sistema de ecuaciones algebraicas resultantes ha sido resuelto utilizando el algoritmo SIMPLEC [22]. El criterio para la finalización de la convergencia se ha basado en imponer que la diferencia entre los números de Nusselt global entre las superficies fría y caliente, Ec. 3.1, fuera menor que 10^{-6} .

La densificación de las mallas se llevó a cabo por medio del parámetro n , intensificándola cerca de las paredes para solucionar adecuadamente la capa límite. Para la intensificación se utilizó una función de la forma tangente hiperbólica, con un factor de concentración igual a 1 [15].

3.4.1 Verificación

El dominio computacional fue densificado en cuatro niveles, utilizando el criterio de refinamiento - h , es decir, todos los parámetros numéricos (esquema numérico, condiciones de contorno, etc.) son fijados y la malla es refinada para obtener un conjunto de soluciones numéricas. Se utilizó una relación de refinamiento $r = 2$ (duplicando cada vez la malla).

Las soluciones numéricas han sido post - procesadas por medio de herramientas basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el concepto del Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*) [3][17]. Las herramientas de post -proceso estiman la incertidumbre de las soluciones numéricas debida a la discretización (GCI), procesando un conjunto de tres soluciones consecutivas (n_1 , n_2 y n_3 , denominadas mallas fina, media y basta, respectivamente). Las herramientas también permiten obtener el orden de precisión observado de las soluciones numéricas p y el porcentaje de los nodos Rn donde fue posible realizar el post - proceso (denominados nodos de Richardson [3]). Cuando el orden de precisión observado se aproxime al valor teórico (orden de precisión del esquema numérico utilizado) y se obtengan elevados porcentajes de nodos de Richardson, entonces se acepta los valores del GCI como buenos estimadores de la incertidumbre debida a la discretización.

Los valores obtenidos del post - procesamiento son presentados en el Apéndice de esta tesis (A.1, A.2, A.3, A.4, A.5, A.6, A.7 y A.8). En todos los casos se encontró que los valores del orden de precisión observado p estuvieron dentro de los límites esperados, entre 1 y 3; dichos límites se corresponden perfectamente con los valores del orden de precisión teóricos de los esquemas numéricos utilizados: el esquema numérico CDS tiene un orden de precisión teórico igual a 2, mientras que el orden de precisión teórico del esquema numérico SMART está entre 1 y 3. Se encontró también que los resultados del GCI evolucionaron correctamente, disminuyendo a medida que se densificaban las mallas. Para todos los cálculos se obtienen elevados porcentajes de nodos de Richardson, con lo cual se acepta la credibilidad del GCI como estimador de la incertidumbre.

3.5 Resultados y discusión

3.5.1 Estudio I: estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría

Este problema fue estudiado experimentalmente por B.A. Meyer y Col. [14], quienes presentaron correlaciones del número de Nusselt con fines al diseño del aislamiento transparente para colectores solares de placa plana. En el presente trabajo se resolvió numéricamente algunas geometrías estudiadas por B.A. Meyer y Col., utilizando

$Ra = 5.5 \times 10^3$			
A'	Nu Correl. Meyer y Col.	Nu Este trabajo	$ dif $ (%)
0.5	1.435 ± 0.035	1.58	6.96
1.0	1.785 ± 0.035	1.87	2.67
2.0	1.830 ± 0.030	1.90	2.11
4.0	1.670 ± 0.050	1.64	0.00
$Ra = 10^4$			
A'	Nu Correl. Meyer y Col.	Nu Este trabajo	$ dif $ (%)
0.5	1.695 ± 0.045	1.64	0.61
1.0	2.110 ± 0.040	2.21	2.72
2.0	2.165 ± 0.035	2.22	0.90
4.0	1.970 ± 0.060	1.95	0.00
$Ra = 10^5$			
A'	Nu Correl. Meyer y Col.	Nu Este trabajo	$ dif $ (%)
0.5	3.235 ± 0.085	3.39	2.07
1.0	4.020 ± 0.070	3.83	3.04
2.0	4.130 ± 0.070	3.81	6.16
4.0	3.760 ± 0.110	3.52	3.56

Tabla 3.5: Estructura honeycomb en contacto con las superficies isotérmicas. Comparación de valores del número de Nusselt Nu obtenidos por la correlación de B.A. Meyer y Col. versus las simulaciones numéricas del presente trabajo (considerando el nivel de densificación $n = 40$).

dominios computacionales reducidos a una celda y aplicando condiciones de contorno periódicas.

Contrastación con la correlación experimental de B.A. Meyer y Col. [14]

En la Tabla 3.5 se presentan los resultados del número de Nusselt, obtenidos para los números de Rayleigh 5.5×10^3 , 10^4 y 10^5 , y para distintas relaciones de caja en una celda A' . Se aprecia que los resultados experimentales de B.A. Meyer y Col. incluyen las incertidumbres de los valores medios del número de Nusselt.

Para $Ra = 5.5 \times 10^3$ el valor de la máxima diferencia porcentual respecto de los valores de B.A. Meyer y Col. fue 6.96%, correspondiendo al caso $A' = 0.5$; mientras que para los otros valores de A' las diferencias porcentuales no superaron el 2.67 %. Para $Ra = 10^4$ la máxima diferencia encontrada (2.72 %) correspondió al caso $A' = 1.0$; mientras que las diferencias obtenidas para los otros valores de A' no excedieron el valor de 0.9%. Para $Ra = 10^5$ el valor de la máxima diferencia fue 6.16 %, obtenida en

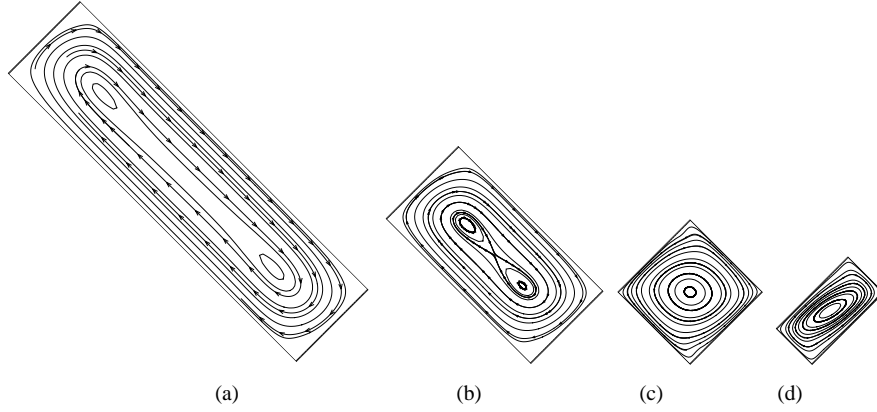


Figura 3.3: Estructura honeycomb en contacto con las superficies isotérmicas. Simulaciones numéricas sobre dominios computacionales reducidos. Líneas de corriente para $Ra = 10^5$, $n = 40$ y valores de A' : (a) 4.0, (b) 2.0, (c) 1.0 y (d) 0.5.

el caso $A' = 2.0$; mientras que para los demás valores de A' las diferencias no fueron mayores que 3.56%. Hay que considerar que los valores obtenidos para $Ra = 10^5$, mediante la correlación de B.A. Meyer y Col., corresponden al límite superior para el que fue planteada dicha correlación. En general, se obtuvieron buenas aproximaciones entre los resultados numéricos de este trabajo y los valores experimentales de B.A. Meyer y Col. Ello afianza la aplicabilidad del modelo que se ha considerado en las simulaciones numéricas. En la Fig. 3.3 se muestra gráficamente el comportamiento de las líneas de corriente, obtenidos para $Ra = 10^5$ y en las diferentes relaciones de caja en la celda estudiadas. Los casos corresponden al nivel de densificación $n = 40$. Para los valores de $A' = 4.0$ y 2.0 se aprecia la formación de un flujo principal y flujos secundarios en forma de 2 bucles en la zona central de la cavidad, mientras que para $A' = 1.0$ y 0.5 sólo se observó la formación del flujo principal.

3.5.2 Estudio II: estructura honeycomb en contacto con la superficie fría

La configuración de estas geometrías evita el efecto de puente térmico que se presentaba en el estudio anterior. En contraparte, el efecto de reducción de la convección natural podría verse disminuido. Por este motivo, muchos trabajos de investigación han tratado de encontrar los valores adecuados de l_h que no limiten el efecto de reducción de la convección natural, cuando ese es el fin.

Algunas investigaciones llevadas a cabo por otros autores consideran que existe un comportamiento periódico espacial por cada celda de honeycomb, por ejemplo, R. Scozia y Col. [19] aplicaron condiciones de contorno periódicas asumiendo periodicidad espacial por cada celda, H. Schweiger [18] realizó un estudio sobre configuraciones similares, para dos y tres dimensiones, considerando también periodicidad espacial por cada celda de honeycomb.

Dominios computacionales completos

Contrastación con los resultados numéricos de R. Scozia y Col. [19]

En la Tabla 3.6 se comparan los valores del número de Nusselt obtenidos en este trabajo con los valores numéricos obtenidos por R. Scozia y Col. Para el número de Rayleigh $Ra = 10^3$ las diferencias porcentuales más bajas se obtuvieron en los seis primeros casos ($A' = 20.0, 10.0, 5.0, 3.33, 2.0$ y 1.0), mientras que para los casos $A' = 0.5, 0.33$ y 0.25 las diferencias porcentuales fueron más significativas. En general, se observó que a medida que el valor de A' disminuye, las diferencias porcentuales $|dif|\%$ aumentan, encontrándose que la máxima diferencia porcentual (11.41%) correspondió al caso $A' = 0.25$.

A'	$Ra = 10^3$			$Ra = 10^4$		
	Nu Scozia y Col.	Nu Este trabajo	$ dif $ (%)	Nu Scozia y Col.	Nu Este trabajo	$ dif $ (%)
20.0	1.02	1.02	0.00	—	—	—
10.0	1.04	1.03	0.96	—	—	—
5.0	1.07	1.06	0.94	—	—	—
3.33	1.10	1.08	1.82	2.09	2.03	2.87
2.0	1.17	1.14	2.56	2.18	2.15	1.38
1.0	1.20	1.13	5.83	1.90	1.92	1.04
0.5	1.29	1.19	7.75	1.35	1.26	6.67
0.33	1.41	1.26	10.64	1.42	1.27	10.6
0.25	1.49	1.32	11.41	1.51	1.33	11.9

Tabla 3.6: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría en dominios computacionales completos. Comparación de valores del número de Nusselt Nu obtenidos numéricamente por R. Scozia y Col. con los obtenidos en el presente trabajo ($n = 64$).

Para los casos con número de Rayleigh $Ra = 10^4$ la evolución de las diferencias porcentuales $|dif|\%$ respecto de A' fue similar a la que se obtuvo para Rayleigh $Ra = 10^3$. La máxima diferencia porcentual fue 11.9%, obtenida también para el caso $A' = 0.25$. No se presentan los resultados para los casos $A' = 20.0, 10.0$ y 5.0 , pues el carácter de la convergencia indicó un comportamiento inestable del fluido, en cuyo caso el modelo matemático propuesto no es el adecuado. Dicha situación no fue

detectada por R. Scozia y Col.

Las posibles causas de las diferencias encontradas entre los resultados de R. Scozia y Col. con los del presente trabajo, pudieron ser los distintos procedimientos aplicados en el tratamiento de la malla: R. Scozia y Col. utilizaron mallas regulares, mientras que en este trabajo se ha concentrado la malla en zonas de capa límite; además, existió una diferencia significativa en la densificación de las mallas; por ejemplo, la malla más densa del caso $A' = 0.5$ fue de 33×321 según el reporte de R. Scozia y Col., mientras que en el presente trabajo la malla más densa fue de 64×999 .

En las Figs. 3.4 y 3.5 se representan las formas de las líneas de corriente obtenidas para $Ra = 10^3$ y 10^4 , respectivamente, considerando el nivel de densificación de malla $n = 64$. En todas ellas se aprecia que existe periodicidad espacial por cada celda de honeycomb, sobre todo a medida que el valor de A' se hace cada vez más pequeño. Dichos comportamientos están en concordancia con los resultados reportados por R. Scozia y Col.

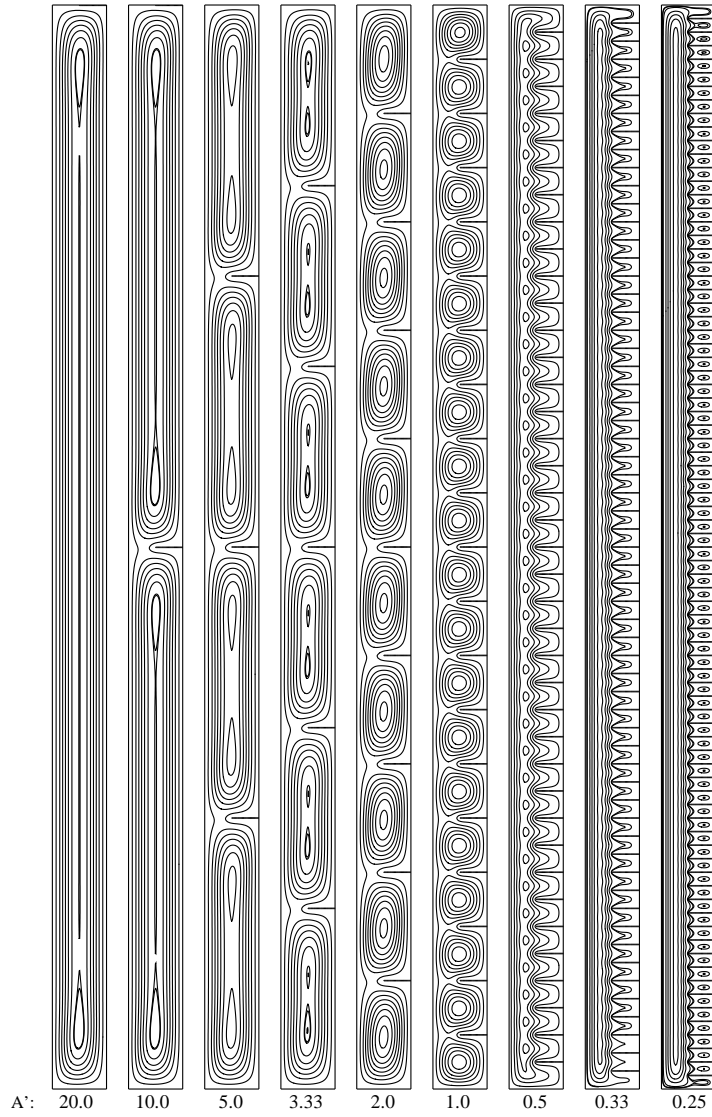


Figura 3.4: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales completos. Formas de las líneas de corriente para $Ra = 10^3$ y $n = 64$.

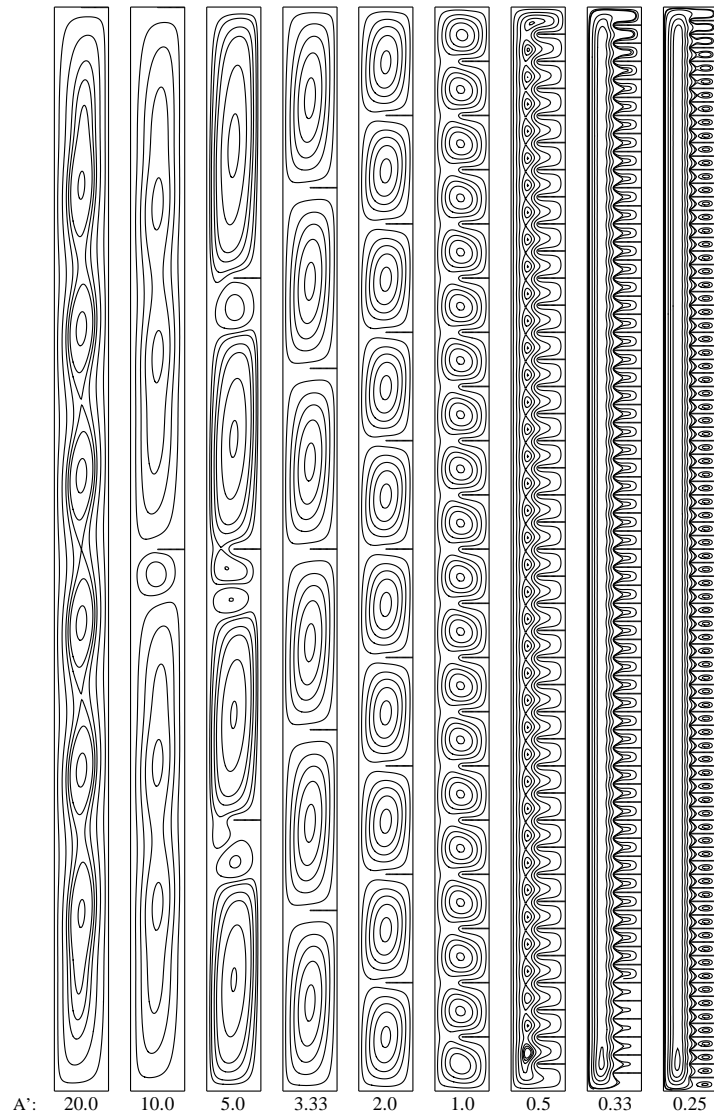


Figura 3.5: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales completos. Formas de las líneas de corriente para $Ra = 10^4$ y $n = 64$.

Comportamiento periódico de la presión dinámica, velocidad y temperatura

El estudio del comportamiento periódico de las variables presión dinámica, velocidad y temperatura en dominios computacionales completos, resulta esencial para definir las condiciones de contorno periódicas en dominios computacionales reducidos.

En las Figs. 3.6 y 3.7 se representan las distribuciones conseguidas para p_d , T , u y v , correspondientes a los números de Rayleigh 10^3 y 10^4 respectivamente. Dichos resultados se obtuvieron para $A' = 1.0$, considerando el nivel de densificación $n = 64$. El superíndice en las variables indica que sus valores han sido normalizados con los valores de referencia definidos en la sección 3.3.1. Con el fin de facilitar la explicación, se han identificado con cuadrados y círculos las distribuciones de las variables que se ubicaron más cerca de los extremos de la cavidad.

Según los resultados de la Fig. 3.6 se aprecia que las distribuciones de la presión dinámica tuvieron formas parecidas, presentándose separadas entre sí por un valor constante. En el caso de la temperatura se puede apreciar que todas sus distribuciones se confunden prácticamente en un mismo valor. Las distribuciones de las velocidades u^* también tienden a confundirse entre sí, exceptuando las curvas situadas cerca de los extremos de la cavidad (sobre las láminas $r1$ y $r19$). Las distribuciones de las velocidades v^* también presentaron formas semejantes entre sí, siguiendo la tendencia de confundirse en un mismo valor.

En la Fig. 3.7 se obtuvieron comportamientos similares a los apreciados en la Fig. 3.6; sin embargo, el efecto de los extremos de la cavidad sobre las curvas $r1$ y $r19$ fue más acentuado. Ello se evidenció principalmente en los casos de u^* , v^* y T^* .

Las distribuciones de las variables, presentadas en las Figs. 3.6 y 3.7, son representativas de los casos $A' = 0.5$, 0.33 y 0.25 . Dichos comportamientos persistieron incluso para valores de $A' = 2.0$ y 3.33 ; sin embargo, a medida que A' fue mayor a dichos valores el comportamiento de las variables descrito anteriormente fue desapareciendo.

Los resultados de las Figs. 3.6 y 3.7 demuestran en general que la tendencia de T^* es confundirse en un mismo valor. Dicho comportamiento también es característico para el caso de las velocidades. En el caso de la presión dinámica se encuentra que sus curvas son semejantes, pero están separadas entre sí por un valor constante. Estas características comprueban que existe periodicidad espacial por cada celda de honeycomb, tal como fue sugerido por H. Schweiger [18] y R. Scozia y Col. [19].

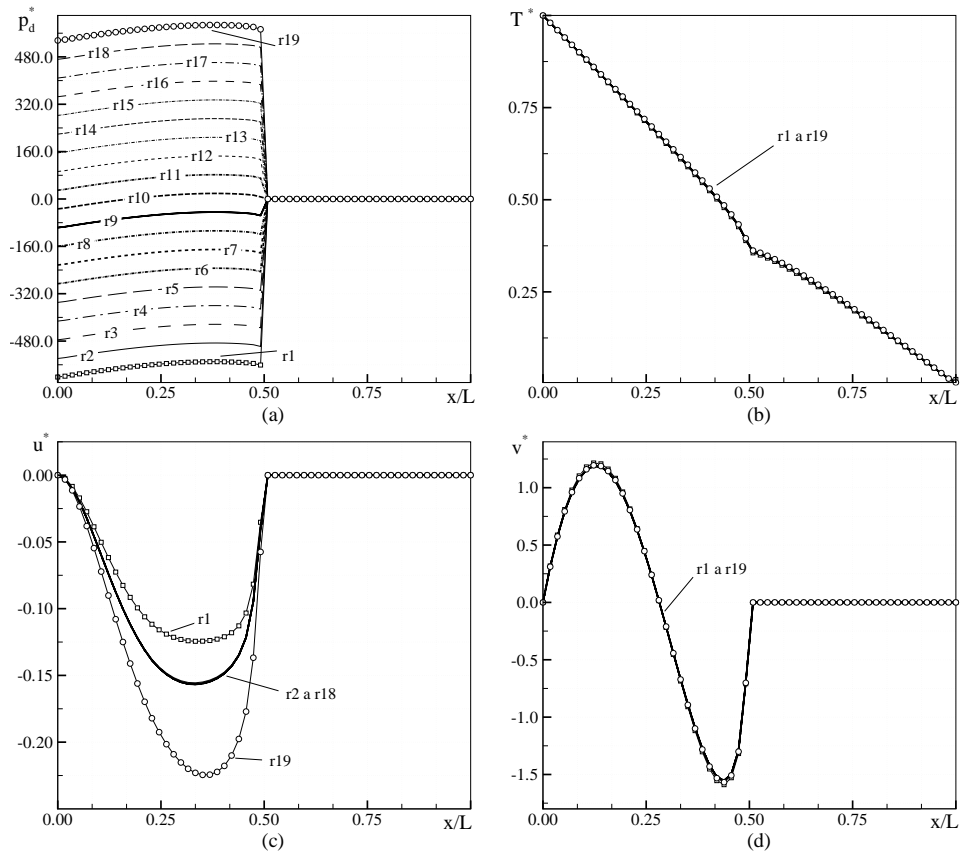


Figura 3.6: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para $Ra = 10^3$ en dominios computacionales completos ($n = 64$ y $A' = 1.0$). Distribución sobre las posiciones r_1, r_2, r_3, \dots de las variables normalizadas: (a) presión dinámica p_d^* , (b) temperatura T^* , (c) componente de la velocidad u^* y (d) componente de la velocidad v^* .

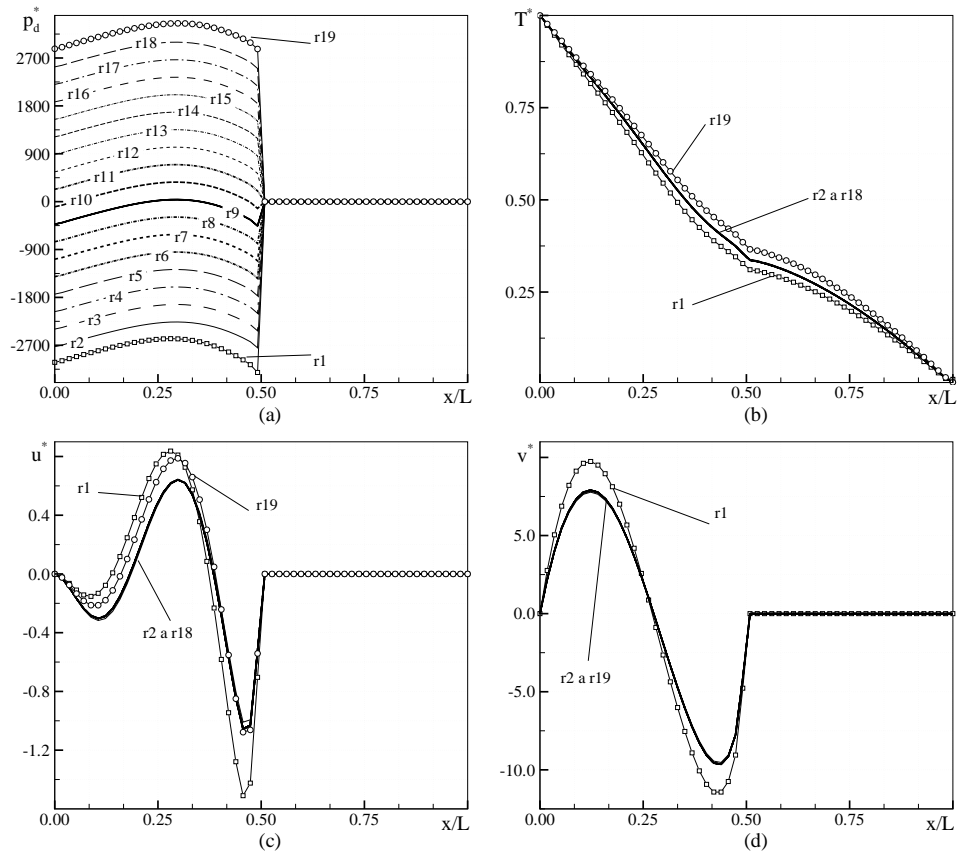


Figura 3.7: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para $Ra = 10^4$ en dominios computacionales completos ($n = 64$ y $A' = 1.0$). Distribución sobre las posiciones r_1, r_2, r_3, \dots de las variables normalizadas: (a) presión dinámica p_d^* , (b) temperatura T^* , (c) componente de la velocidad u^* y (d) componente de la velocidad v^* .

En la Fig. 3.8 se ha representado la distribución espacial del número de Nusselt Nu en las superficies caliente y fría, para $Ra = 10^3$ y $Ra = 10^4$. Los resultados corresponden al valor de $A' = 1.0$ y el nivel de densificación $n = 64$. Sobre la superficie fría se aprecia que las formas onduladas de las curvas presentan picos elevados; dichos valores corresponden a las posiciones que coinciden con las láminas de honeycomb. Para ambos valores del número de Rayleigh se observa que las distribuciones del número de Nusselt presentan formas onduladas periódicas, con algunas perturbaciones en zonas reducidas cerca de los extremos. Estos comportamientos son representativos para el rango $A' \leq 2.0$.

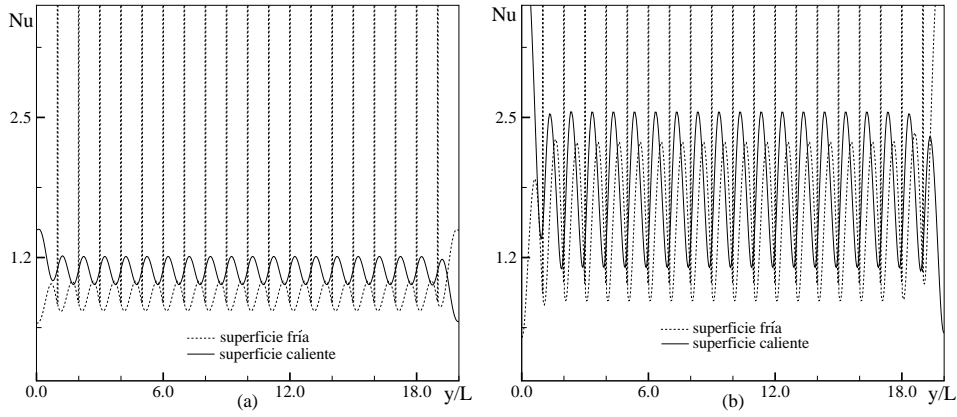


Figura 3.8: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales completos ($n = 64$ y $A' = 1.0$). Distribución del número de Nusselt Nu en las superficies caliente y fría para: (a) $Ra = 10^3$ y (b) $Ra = 10^4$.

Dominios computacionales reducidos

En base a las expresiones matemáticas que se propusieron en la sección 3.3.2, se presentan los resultados obtenidos de los casos propuestos en la Tabla 3.1 (“Dominio Reducido”).

En la Tabla 3.7 se presentan los valores de la diferencia de presión dinámica K_p , obtenidos a partir de las simulaciones numéricas en dominios computacionales reducidos (aplicando la ecuación 3.11 con un nivel de densificación $n = 80$) y de las simulaciones numéricas sobre dominios computacionales completos (utilizando el nivel de densificación $n = 64$). Para dominios computacionales completos los valores de K_p se obtuvieron en la celda de honeycomb ubicada en la parte central de la cavidad, calculando la diferencia entre los valores de la presión dinámica en las posiciones ($L/4$,

$Ra = 10^3$			
A'	K_p (Dominios Completos)	K_p (Dominios Reducidos)	$ dif $ (%)
1.0	63.2	68.9	8.3
0.5	42.7	43.1	0.9
0.33	27.2	27.4	0.7
0.25	19.1	19.1	0.0
$Ra = 10^4$			
A'	K_p (Dominios Completos)	K_p (Dominios Reducidos)	$ dif $ (%)
1.0	328.5	372.1	11.7
0.5	401.4	401.2	0.1
0.33	271.9	272.1	0.1
0.25	190.6	191.2	0.3

Tabla 3.7: Valores de K_p obtenidos a partir de las simulaciones numéricas en dominios computacionales completos ($n = 64$) y en dominios computacionales reducidos ($n = 80$).

$y + H'$) y $(L/4, y)$, donde y correspondió a la posición de la lámina de honeycomb inferior de la celda central.

Para $Ra = 10^3$ se aprecia que a medida que A' disminuye, la diferencia porcentual entre ambos resultados $|dif|\%$ disminuye. El valor máximo de $|dif|$ (8.3 %) correspondió al caso $A' = 1.0$; mientras que en los otros casos, los valores de la diferencia no superaron el 0.9%. Para $Ra = 10^4$ se encontró que el valor máximo de $|dif|$ (11.7 %) correspondió también para $A' = 1.0$, mientras que en los otros casos las diferencias porcentuales resultaron ser menores que 0.3%.

Los resultados de estas comparaciones comprueban el buen comportamiento de la Ec. 3.11 para el cálculo de K_p cuando $A' < 1.0$. Los resultados obtenidos para $A' \geq 1.0$ son más elevados debido a la influencia de la relación de caja global $A = 20$. Hay que tener en cuenta que los resultados obtenidos mediante la Ec. 3.11 para dominios computacionales reducidos representan una situación asintótica, donde la relación de caja global A tiende hipotéticamente al infinito. Para la aplicación de estructuras honeycomb en la tecnología del aislamiento transparente en general nos encontraremos en el rango $A' < 1.0$.

En la Fig. 3.9 se representa las formas de las líneas de corriente y vectores velocidad obtenidos para dominios computacionales reducidos, considerando $A' = 0.33$ y 0.25, $Ra = 10^4$ y el nivel de densificación $n = 80$. En ambos casos se obtiene un comportamiento físico adecuado, similar al que se observó en dominios computacionales completos, es decir, se aprecia la formación de un flujo principal subiendo por

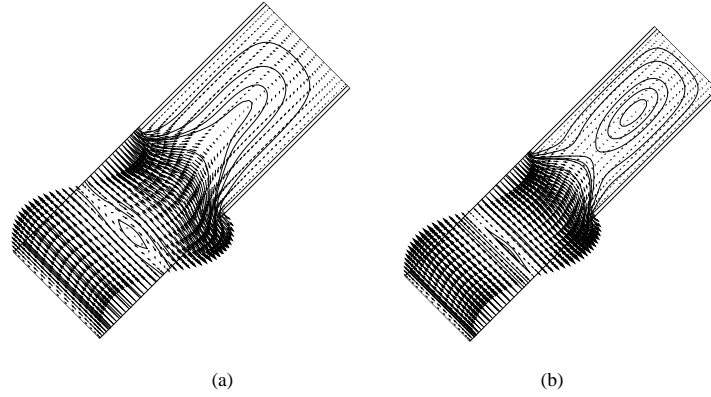


Figura 3.9: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría. Líneas de corriente y vectores de velocidad sobre dominios computacionales reducidos para $Ra = 10^4$ y $n = 80$. (a) $A' = 0.33$. (b) $A' = 0.25$.

$Ra = 10^3$			
A'	Nu Scozia y Col. [19]	Nu Este trabajo	$ dif $ (%)
10.0	1.04	1.04	0.00
5.0	1.07	1.07	0.00
3.33	1.10	1.10	0.00
2.0	1.15	1.15	0.00
1.0	1.17	1.14	2.56
0.5	1.24	1.19	4.03
0.33	1.34	1.26	5.97
0.25	1.42	1.33	6.34
$Ra = 10^4$			
A'	Nu Scozia y Col. [19]	Nu Este trabajo	$ dif $ (%)
10.0	1.60	1.60	0.00
5.0	1.98	1.97	0.51
3.33	2.04	2.11	3.32
2.0	2.12	2.19	3.20
1.0	1.90	1.94	2.06
0.5	1.30	1.24	4.62
0.33	1.34	1.27	5.22
0.25	1.42	1.33	6.34

Tabla 3.8: Valores del número de Nusselt Nu obtenidos por R. Scozia y Col. y mediante simulaciones numéricas del presente trabajo, utilizando dominios computacionales reducidos ($n = 80$).

la superficie caliente y retornando por el lado extremo de las aletas del honeycomb, creándose también un flujo secundario dentro de la celda. Estos resultados afianzan el modelo asumido para el tratamiento de condiciones de contorno periódicas, basadas en las expresiones matemáticas propuestas en la sección 3.3.2.

Contrastación con los resultados numéricos de R. Scozia y Col. [19]

En la Tabla 3.8 se presentan los resultados del número de Nusselt (Nu) obtenidos en el presente trabajo y los reportados por R. Scozia y Col.

Las diferencias porcentuales $|dif|\%$ entre ambas soluciones fueron aumentando a medida que A' fue disminuyendo. La máxima diferencia para ambos números de Rayleigh fue 6.34%, obtenida en el caso $A' = 0.25$. Como se aprecia, en general se encontró un buen nivel de aproximación entre ambos resultados.

En la Fig. 3.10 se presentan las formas de las líneas de corriente, obtenidas para los números de Rayleigh $Ra = 10^3$ y 10^4 , considerando todo el rango de valores propuestos para A' ($n = 80$). Se puede apreciar que las formas de las líneas de corriente son semejantes a las que se obtuvieron para las simulaciones numéricas en dominios computacionales completos.

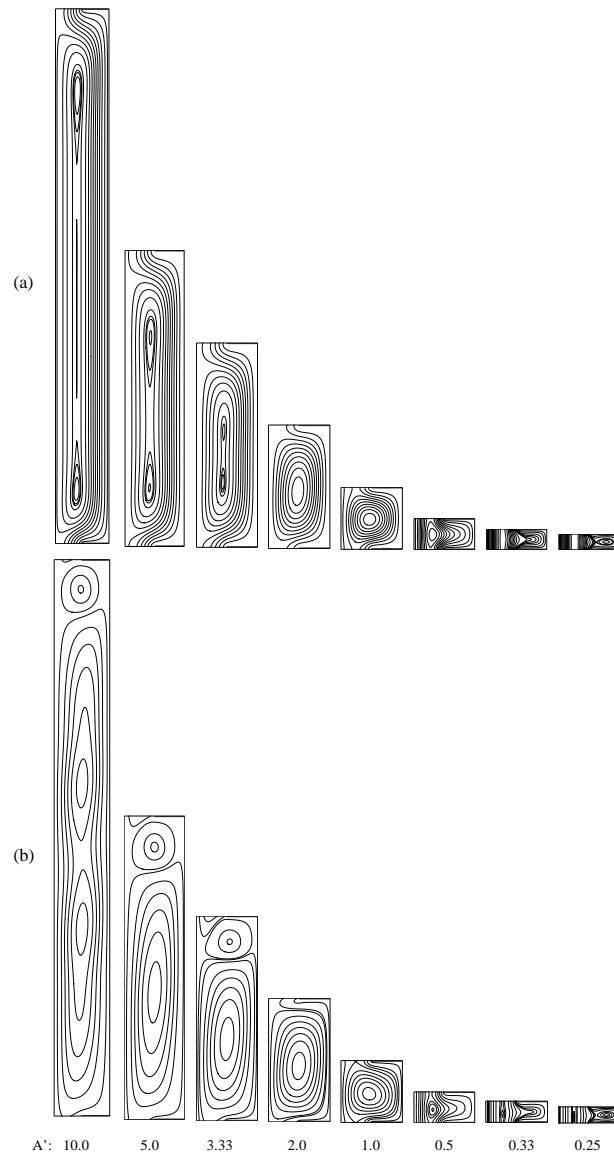


Figura 3.10: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales reducidos ($n = 80$). Formas de las líneas de corriente para: (a) $Ra = 10^3$ y (b) $Ra = 10^4$.

3.5.3 Estudio III: estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas

Dominio computacional completo: disposición simétrica

En la Fig. 3.11 se han representado las formas obtenidas de las líneas de corriente. Cuando $A' = 2.0$ se puede apreciar que el flujo es periódico por cada dos celdas, lo mismo sucede para $A' = 1.6675$. En el caso $A' = 1.25$ la unidad periódica está representada por cada 4 celdas. Para valores de $A' = 1.819, 1.539, 1.429, 1.334, 1.177$ y 1.1116 no es evidente un comportamiento periódico del fluido. Sólo para el rango $A' \leq 1.053$ se aprecia que el comportamiento periódico empieza a manifestarse por cada celda de honeycomb.

En la Fig. 3.12 se han representado las distribuciones de las variables normalizadas presión dinámica, temperatura y velocidades, considerando la relación de caja en la celda $A' = 0.9528$ y el nivel de densificación de malla $n = 24$. Para las curvas de presión dinámica y temperatura se aprecia que las distribuciones $r4$ a $r17$ tienden a confundirse en el mismo valor, mientras que los casos $r1, r2, r3, r18, r19$ y $r20$ tuvieron comportamientos diferentes. En el caso de las velocidades, la tendencia de las curvas $r3$ a $r18$ fue asumir el mismo valor, mientras que las curvas $r1, r2, r19$ y $r20$ mostraron una tendencia distinta. Estos comportamientos se cumplen para el rango $A' \leq 1.053$.

En la Fig. 3.13 se representa las curvas de distribución del número de Nusselt local sobre las superficies caliente y fría, para el caso $A' = 0.9528$ y $n = 24$. Se aprecia que las curvas se distribuyen a lo largo de las superficies siguiendo un comportamiento periódico, excepto en zonas cerca de los extremos de la cavidad. Este comportamiento es característico para el rango $A' \leq 1.053$.

En general, los comportamientos periódicos obtenidos en el rango $A' \leq 1.053$ fueron semejantes a los resultados que se obtuvieron cuando la estructura honeycomb estuvo en contacto con la superficie fría, para las variables u^*, v^* y T^* . En el caso de p_d^* su comportamiento fue distinto, pues si se tabulara las diferencias entre valores de la presión dinámica de curvas consecutivas (como las parejas: $r9 - r10, r10 - r11, \dots$), dichas diferencias presentan discrepancias sustanciales entre sí; una posible causa de este comportamiento es la influencia de la relación de caja global A . Por ese motivo se llevó a cabo dos estudios, adicionales a los casos propuestos en la Tabla 3.2, considerando valores de A iguales a 30.5 y 60, pero manteniendo el valor de A' en 0.9528. En dichos casos se observó que p_d^* es periódica en la misma forma del caso cuando la estructura honeycomb estuvo en contacto con la superficie fría. Por lo tanto, se concluye que los casos simétricos consiguen comportamientos periódicos para todas las variables sólo cuando la relación de caja global A es mayor que 20.

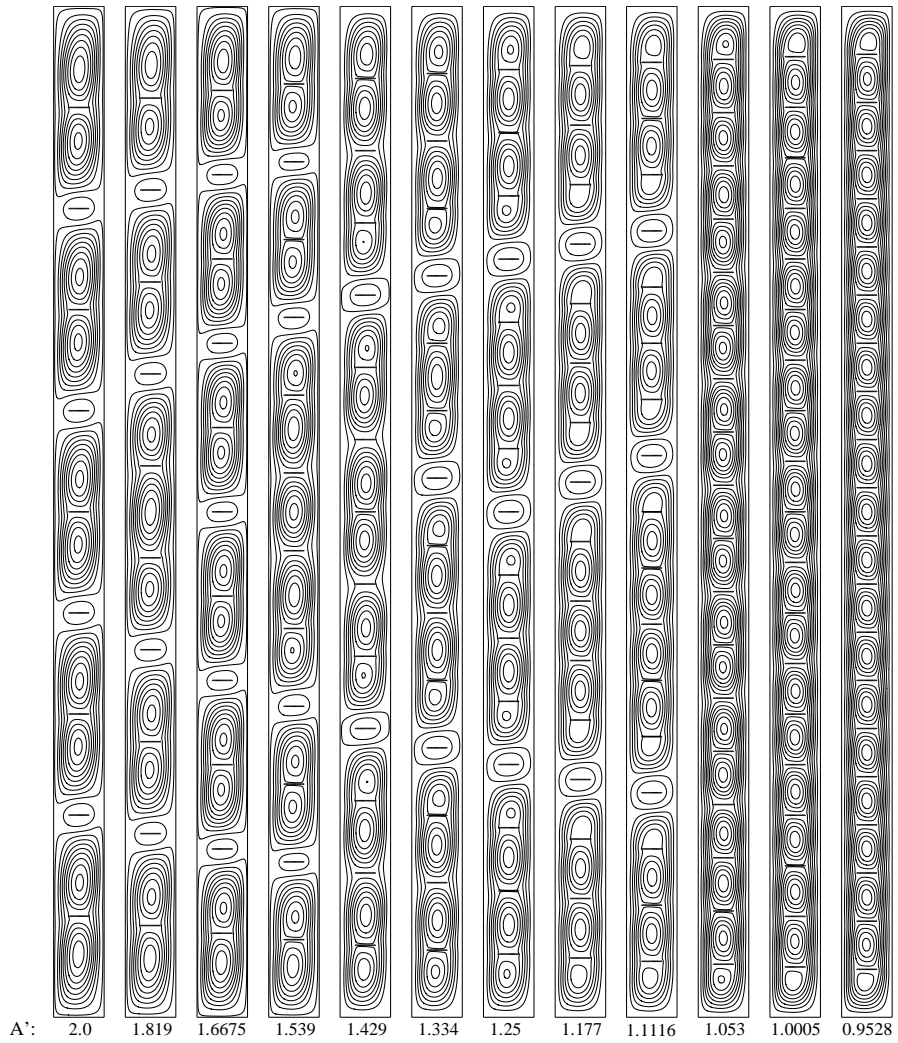


Figura 3.11: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas: disposición simétrica. Líneas de corriente para $Ra = 10^4$ y $n = 24$.

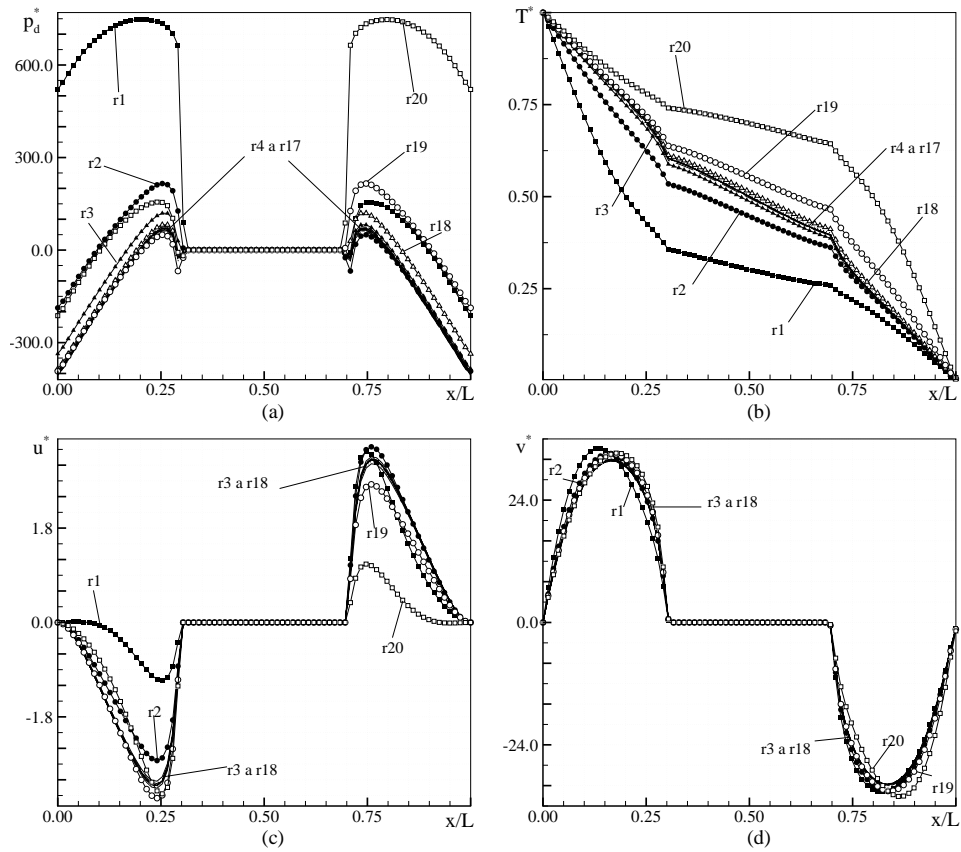


Figura 3.12: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas; disposición simétrica para dominios computacionales completos ($Ra = 10^4$, $n = 24$ y $A' = 0.9528$). Distribución sobre las posiciones $r1, r2, r3, \dots$ de las variables normalizadas: (a) presión dinámica p_d^* , (b) temperatura T^* , (c) componente de la velocidad u^* y (d) componente de la velocidad v^* .

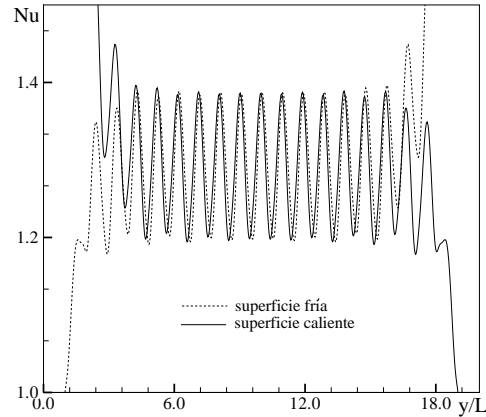


Figura 3.13: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas; disposición simétrica para dominios computacionales completos ($Ra = 10^4$, $n = 24$ y $A' = 0.9528$). Distribución del número de Nusselt Nu en las superficies caliente y fría.

Dominio computacional completo: disposición asimétrica hacia la superficie caliente

En la Fig. 3.14 se representan las formas obtenidas de las líneas de corriente. Para todo el rango de valores de A' se aprecia que el fluido se comporta periódicamente, de tal forma que la unidad periódica estuvo representada por una celda de honeycomb. Este comportamiento es sustancialmente diferente al caso simétrico, donde la periodicidad por cada celda se hizo presente solo para $A' \leq 1.053$ y relaciones de caja global mayores que 20.

En la Fig. 3.15 se representan las distribuciones de las variables normalizadas presión dinámica, temperatura y velocidades, para $A' = 0.9528$ y el nivel de densificación de malla $n = 24$. Se aprecia que las curvas de presión dinámica son semejantes y están separadas entre sí por un valor constante. Las curvas en las secciones $r1$ y $r20$ son un poco distintas de las demás, debido al efecto de los extremos de la cavidad. En el caso de la temperatura, sus curvas tienden a confundirse en un mismo valor, mientras que el efecto de los extremos de la cavidad obliga que las curvas $r1$, $r2$, $r19$ y $r20$ sean diferentes a las otras. Para las velocidades se encuentra que las curvas $r2$ a $r18$ tienden a confundirse en el mismo valor, mientras que las distribuciones en $r1$, $r19$ y $r20$ se comportan en forma diferente. En la Fig. 3.16 se representan las curvas de distribución del número de Nusselt local sobre las superficies caliente y fría para el caso $A' = 0.9528$ y $n = 24$. Se observa que las curvas se distribuyen a lo largo de

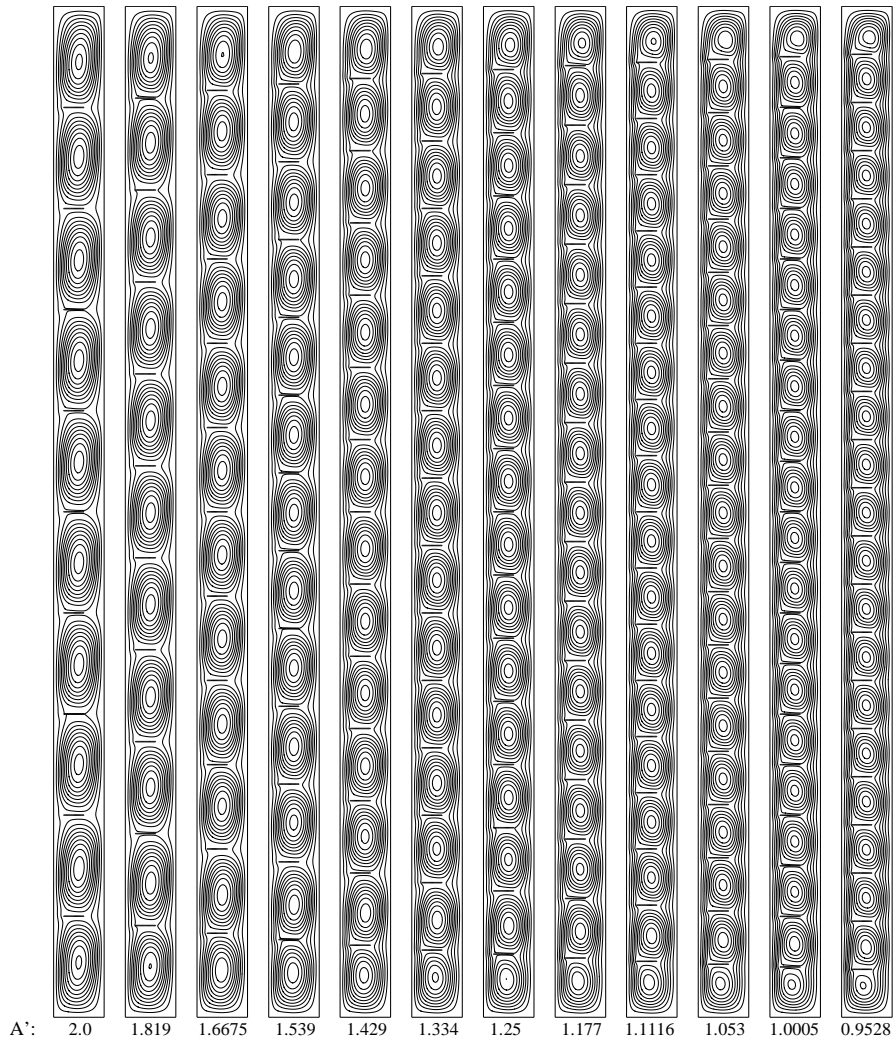


Figura 3.14: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas: disposición asimétrica hacia la superficie caliente. Líneas de corriente para $Ra = 10^4$ y $n = 24$.

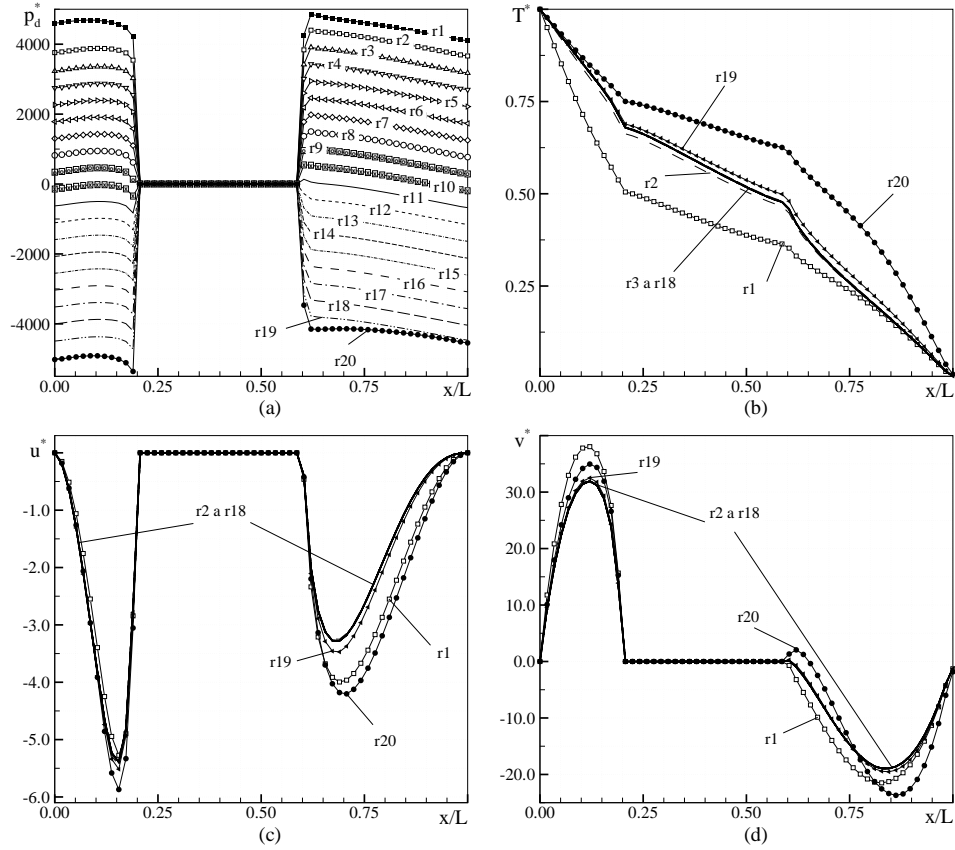


Figura 3.15: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas; disposición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales completos ($Ra = 10^4$, $A' = 0.9528$ y $n = 24$). Distribución sobre las posiciones r_1 , r_2 , r_3 , ... de las variables normalizadas: (a) presión dinámica p_d^* , (b) temperatura T^* , (c) componente de la velocidad u^* y (d) componente de la velocidad v^* .

las superficies siguiendo un comportamiento periódico, excepto en zonas reducidas de los extremos. Estos comportamientos también se evidenciaron para los demás valores de A' propuestos en la Tabla 3.3 (“Dominio Completo”).

En general, el comportamiento periódico que se ha obtenido fue similar a los resultados del estudio II (sección 3.5.2), para dominios computacionales completos.

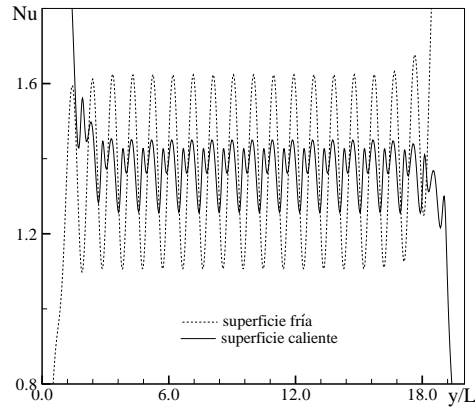


Figura 3.16: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas; disposición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales completos ($Ra = 10^4$, $A' = 0.9528$ y $n = 24$). Distribución del número de Nusselt Nu en las superficies caliente y fría.

Dominio computacional reducido: disposición asimétrica hacia la superficie caliente

Para estos estudios se utilizó condiciones de contorno periódicas, en base a las relaciones matemáticas que se propusieron en la sección 3.3.2.

En la Tabla 3.9 se comparan los valores del número de Nusselt (Nu), obtenidos numéricamente sobre dominios computacionales completos y reducidos. Se observa que la diferencia porcentual entre ambos resultados, $|dif|\%$, aumenta a medida que la relación de caja en la celda A' disminuye. Teniendo en cuenta que las relaciones de caja global A se mantuvieron en el valor constante 20, resulta lógico esperar que las diferencias porcentuales sean cada vez menores a medida que el valor de A aumente. Esta suposición está en concordancia con el concepto de las soluciones para dominios computacionales reducidos, cuyos resultados representan a los casos hipotéticos $A \rightarrow \infty$. Para comprobar dicha suposición se llevó a cabo un estudio partiendo de los resultados que se obtuvieron en la Tabla 3.9 para $A' = 0.9528$, aumentando progresivamente el valor de A desde 20 a 86.696 y manteniendo constantes los demás parámetros geométricos. Dichos resultados se resumen en la Tabla 3.10, donde se aprecia que $|dif|\%$ disminuye desde 12.10% a 6.94%; es decir, a medida que aumenta la relación de caja global A los resultados del número de Nusselt obtenidos en dominios computacionales completos son cada vez más próximos a los resultados en dominios computacionales reducidos.

Asimetría hacia la superficie caliente, $Ra = 10^4$			
A'	Nu Dominio Completo	Nu Dominio Reducido	$ dif $ (%)
2.0	1.87	1.78	4.81
1.819	1.82	1.73	4.95
1.6675	1.78	1.67	6.18
1.539	1.74	1.61	7.47
1.429	1.70	1.56	8.24
1.334	1.66	1.51	9.04
1.25	1.63	1.46	10.43
1.177	1.59	1.42	10.99
1.1116	1.56	1.38	10.54
1.053	1.53	1.35	11.76
1.0005	1.51	1.32	12.58
0.9528	1.48	1.30	12.16

Tabla 3.9: Estructura honeycomb en posición asimétrica hacia la superficie caliente. Comparación de valores del número de Nusselt Nu obtenidos para dominios computacionales completos ($n = 24$) y reducidos ($n = 40$).

Asimetría hacia la superficie caliente, $A' = 0.9528$ y $Ra = 10^4$			
A	Nu Dominio Completo	Nu Dominio Reducido	$ dif $ (%)
20	1.479	1.30	12.10
29.528	1.445	1.30	10.04
39.056	1.427	1.30	8.90
48.584	1.417	1.30	8.26
58.112	1.409	1.30	7.74
67.640	1.404	1.30	7.41
77.168	1.4	1.30	7.14
86.696	1.397	1.30	6.94

Tabla 3.10: Estructura honeycomb en posición asimétrica hacia la superficie caliente. Comparación de valores del número de Nusselt Nu obtenidos para dominios computacionales completos ($n = 24$) y reducidos ($n = 40$). Estudio de la influencia de A sobre el número de Nusselt.

Dominio computacional completo: disposición asimétrica hacia la superficie fría

En la Fig. 3.17 se presentan las formas obtenidas de las líneas de corriente. Se aprecia que el fluido es periódico en todo el rango de valores de A' que se ha propuesto, obteniéndose que existe periodicidad por cada celda de honeycomb.

En la Fig. 3.18 se representan las distribuciones de las variables normalizadas presión dinámica, temperatura y velocidades, para $A' = 0.9528$ y $n = 24$. En el caso de la presión dinámica las formas de sus curvas son semejantes y están separadas entre sí por un valor constante; sólo las curvas en las secciones $r1$ y $r20$ fueron distintas a las demás. Para las otras variables sus curvas tienden a confundirse en un mismo valor,

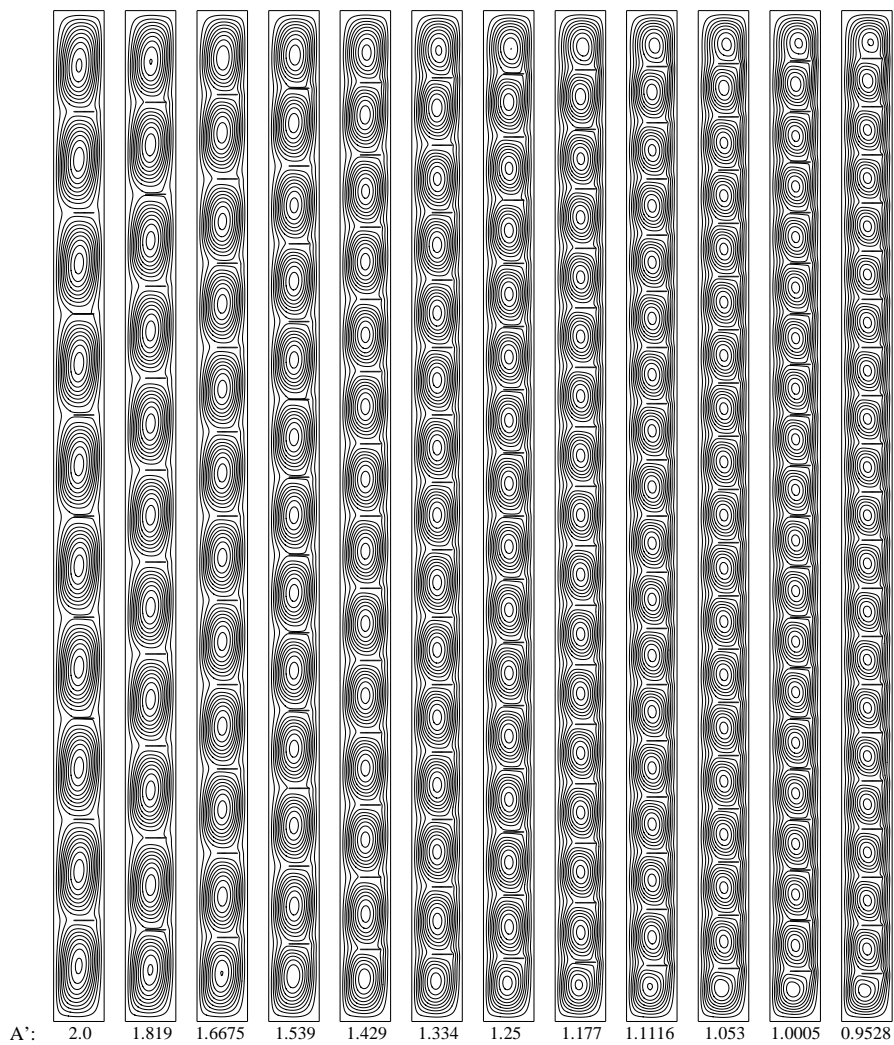


Figura 3.17: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas: disposición asimétrica hacia la superficie fría. Líneas de corriente para $Ra = 10^4$ y $n = 24$.

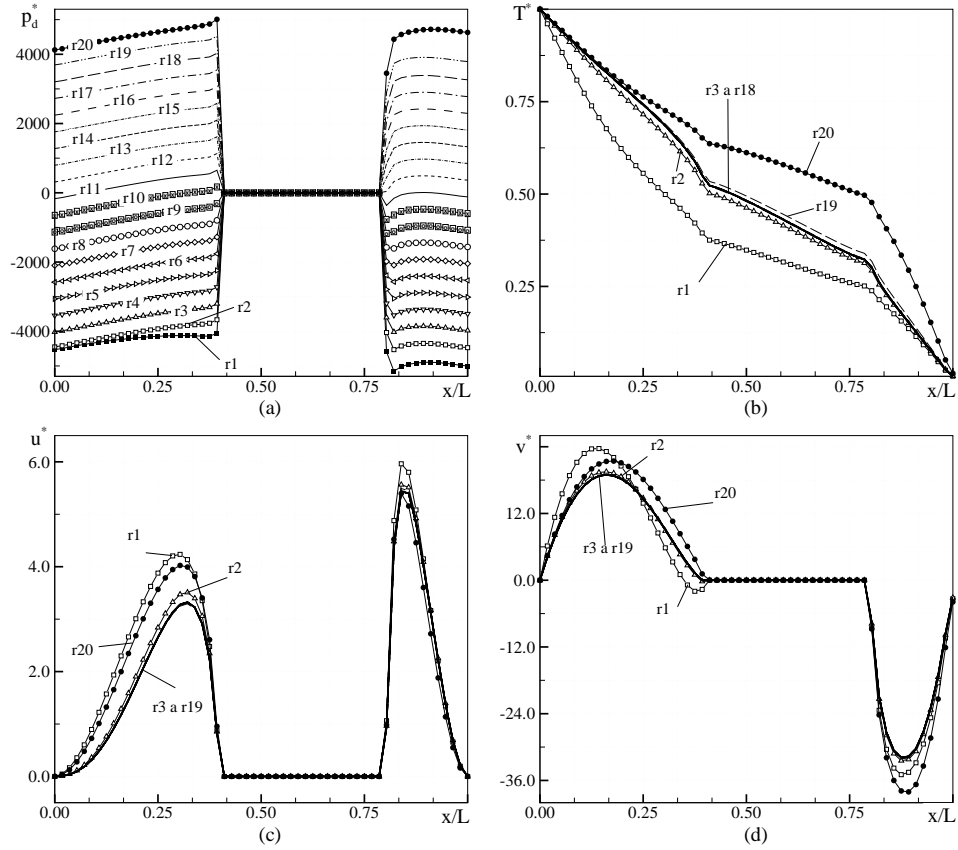


Figura 3.18: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas; disposición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales completos ($Ra = 10^4$, $A' = 0.9528$ y $n = 24$). Distribución sobre las posiciones $r1$, $r2$, $r3$, ... de las variables normalizadas: (a) presión dinámica p_d^* , (b) temperatura T^* , (c) componente de la velocidad u^* y (d) componente de la velocidad v^* .

mientras que el efecto de los extremos de la cavidad causa que el comportamiento de las curvas $r1$, $r2$, $r19$ y $r20$ sean diferentes.

En la Fig. 3.19 se representa las curvas de distribución del número de Nusselt local sobre las superficies caliente y fría, para $A' = 0.9528$ y $n = 24$. Se observa que las curvas se distribuyen a lo largo de las superficies siguiendo un comportamiento periódico, excepto en los extremos. Los comportamientos que se presentan para $A' =$

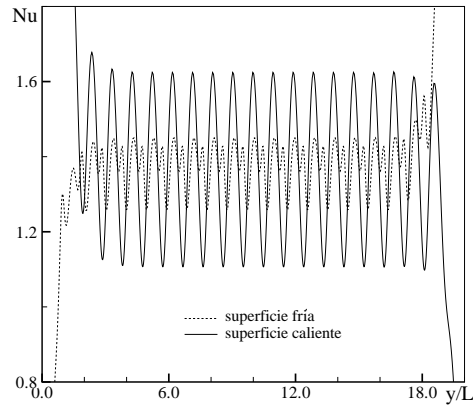


Figura 3.19: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas; disposición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales completos ($Ra = 10^4$, $A' = 0.9528$ y $n = 24$). Distribución del número de Nusselt Nu en las superficies caliente y fría.

0.9528 son representativos de los que se obtienen para los demás casos de la Tabla 3.4 (“Dominio Completo”).

En general, el comportamiento periódico del fluido fue similar a los casos cuando la estructura honeycomb fue asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales completos.

Dominio computacional reducido: disposición asimétrica hacia la superficie fría

Para estos estudios se aplicó condiciones de contorno periódicas, utilizando las expresiones matemáticas que se propusieron en la sección 3.3.2.

En la Tabla 3.11 se compararon los resultados del número de Nusselt obtenidos para dominios computacionales completos y reducidos. Los valores del número de Nusselt coincidieron con los que se obtuvieron para los casos cuando la estructura honeycomb fue asimétrica hacia la superficie caliente. Se aprecia que los valores de las diferencias porcentuales entre ambos resultados ($|dif|\%$) fueron aumentando a medida que los valores de A' fueron disminuyendo.

En la Fig. 3.20 se representa el comportamiento del campo de vectores y líneas de corriente para dos geometrías, representativas de las formas asimétricas hacia el lado de la superficie caliente y hacia el lado de la superficie fría, en dominios computacionales reducidos ($A' = 0.9528$ y $n = 40$). Se obtienen comportamientos físicos

Asimetría hacia la superficie fría, $Ra = 10^4$			
A'	Nu Dominio Completo	Nu Dominio Reducido	$ dif $ (%)
2.0	1.87	1.78	4.81
1.819	1.82	1.73	4.95
1.6675	1.78	1.67	6.18
1.539	1.74	1.61	7.47
1.429	1.70	1.56	8.24
1.334	1.66	1.51	9.04
1.25	1.63	1.46	10.43
1.177	1.59	1.42	10.99
1.1116	1.56	1.38	10.54
1.053	1.53	1.35	11.76
1.0005	1.51	1.32	12.58
0.9528	1.48	1.30	12.16

Tabla 3.11: Estructura honeycomb en posición asimétrica hacia la superficie fría. Comparación de valores del número de Nusselt Nu obtenidos para dominios computacionales completos ($n = 24$) y reducidos ($n = 40$).

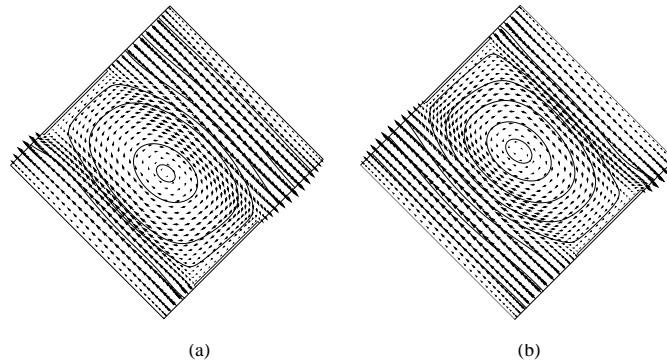


Figura 3.20: Líneas de corriente y vectores velocidad sobre dominios computacionales reducidos ($Ra = 10^4$, $A' = 0.9528$ y $n = 40$). Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas, en posición: (a) asimétrica hacia la superficie caliente y (b) asimétrica hacia la superficie fría.

similares a los resultados obtenidos para relaciones de caja global elevadas, es decir, el flujo principal sube por la cámara de aire cerca de la superficie caliente y retorna por la cámara de aire adjunta a la superficie fría, así como también se puede apreciar la formación de un bucle dentro de la celda de honeycomb.

3.6 Simulación numérica de estructuras honeycomb aplicando condiciones de contorno periódicas en dominios computacionales reducidos

A partir de la solución de un problema específico, en esta sección se muestra la aplicabilidad de las simulaciones numéricas para resolver configuraciones con estructuras honeycomb, haciendo uso de condiciones de contorno periódicas sobre dominios computacionales reducidos. Los detalles geométricos de la Fig. 3.1 se toman como referencia para el presente estudio. El objetivo planteado consiste en investigar la influencia del grosor de la cámara de aire superior l_c sobre los procesos de transferencia de calor, debidos a la conducción y convección.

Los modelos matemático y numérico corresponden a los descritos en las secciones 3.3 y 3.4, respectivamente. En la Tabla 3.12 se resumen los casos estudiados. El valor de l_c se ha normalizado con la longitud de la lámina de honeycomb l , proponiéndose el rango de estudio $0 \leq l_c/l \leq 1$. Los demás valores geométricos se mantienen constantes. Las investigaciones numéricas se llevan a cabo para valores del número de Rayleigh 10^5 y 10^6 .

clasificación según la geometría								
caso	l_c/l	l_h/l	A'	H'/l	δ/l	s	s/δ	k
i	0	0.375	0.151	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	0
ii	0.125	0.375	0.138	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	0.5
iii	0.25	0.375	0.128	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1
iv	0.4	0.375	0.117	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1
v	0.5	0.375	0.111	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1.5
vi	0.6	0.375	0.105	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1.5
vii	0.7	0.375	0.1	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1.5
viii	0.8	0.375	0.095	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1.5
ix	0.9	0.375	0.091	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1.5
x	1.0	0.375	0.087	0.2075	0.0075	$0.1H'$	2.7	1.5

Tabla 3.12: Casos estudiados considerando dominios computacionales reducidos, para números de Rayleigh 10^5 y 10^6 .

Las proporciones geométricas correspondieron a situaciones reales para estructuras honeycomb tipo rectangulares. Debido a esta consideración, el grosor de la lámina resultó ser considerablemente delgada ($\delta/l = 0.0075$). En secciones anteriores se hizo coincidir la zona de solapamiento con la región ocupada por la lámina de honeycomb; dicha opción resulta inconveniente para el presente estudio, debido a que el valor de δ se presenta muy reducido. Hay que recordar que según la formulación por posicionamiento exacto EPF se deben incluir 4 columnas de volúmenes de control dentro de la zona de solapamiento; si se incluyeran dichas columnas en la región

ocupada por la lámina de honeycomb daría como resultado espesores muy reducidos para cada volumen de control, comparados al espesor de los volúmenes de control adyacentes. Dicha situación induciría la degradación de la convergencia. Por ese motivo, para el presente estudio se ha optado por ubicar a la zona de solapamiento y la región común de solapamiento en el centro de la celda de honeycomb, lo que da opción de elegir anchos de la zona de solapamiento con valores adecuados.

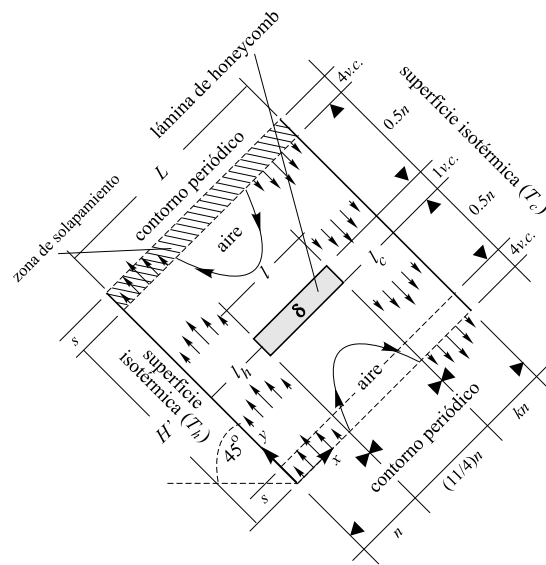


Figura 3.21: Detalles del dominio computacional utilizando condiciones de contorno periódicas cuando la estructura honeycomb no entra en contacto con las superficies fría y caliente.

En la Fig. 3.21 se presentan detalles del dominio computacional. Se destaca la inclusión de una sola columna de volúmenes de control en la posición de la lámina de honeycomb, mientras que el valor del ancho de la zona de solapamiento s se eligió igual a 2.7δ . Las dimensiones de malla fueron de $[(15 + 4k)/4]n \times (9 + n)$ volúmenes de control. Se han considerado los niveles de densificación $n = 4, 8, 16$ y 32 . El parámetro auxiliar k depende de cada caso. Se han representado con triángulos sólidos las regiones donde la malla ha sido intensificada.

En el Apéndice A.9 se presentan un conjunto de los resultados post - procesados,

representativos de los casos propuestos en la Tabla 3.12. Se encontró que los valores del orden de precisión observado p estuvieron dentro de los límites esperados (entre 1 y 3), los cuales se corresponden con los valores teóricos del orden de precisión de los esquemas numéricos utilizados: CDS para los términos difusivos y SMART para los términos convectivos. Se obtuvo también que los valores del GCI evolucionaron correctamente, disminuyendo a medida que se densificaban las mallas. Por otro lado, se han obtenido elevados porcentajes de nodos de Richardson (Rn), con lo cual se acepta la credibilidad del GCI como estimador de la incertidumbre.

En la Fig. 3.22 se presentan las curvas del calor transferido Q entre las superficies isotérmicas versus distintos valores de l_c/l . Los valores se presentan adimensionalizados con el calor de referencia Q_{ref} , el cual corresponde a la energía transmitida entre superficies isotérmicas para el caso $l_c/l = 0$. Se aprecia que a medida que el valor de l_c/l fue aumentando los calores fueron disminuyendo. Se observó también que para el rango $l_c/l \leq 0.5$ los valores de Q/Q_{ref} para el número de Rayleigh 10^6 fueron ligeramente superiores a los obtenidos para Rayleigh 10^5 .

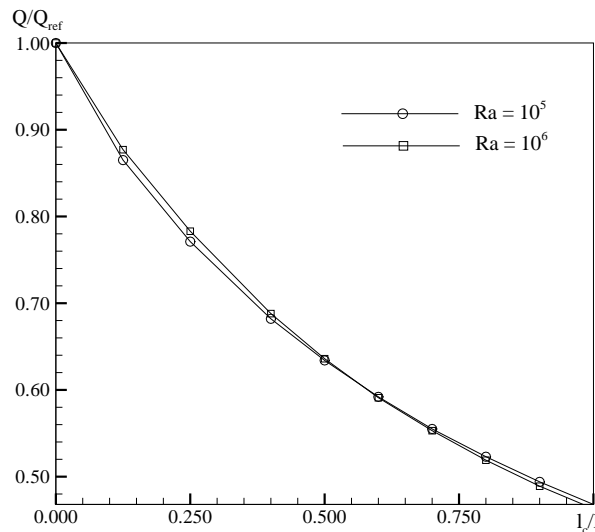


Figura 3.22: Evolución del calor adimensional Q/Q_{ref} respecto de l_c/l , para valores del número de Rayleigh 10^5 y 10^6 , considerando el nivel de densificación $n = 32$.

En la Fig. 3.23 se representan las formas de las líneas de corriente obtenidas para los casos $l_c/l = 0$ y $l_c/l = 0.4$ ($Ra = 10^6$), considerando el nivel de densificación de malla $n = 32$. En el caso $l_c/l = 0$ se observa como el fluido sube por la pared caliente

y retorna por el lado extremo de la lámina del honeycomb, dicho comportamiento induce la formación de zonas de recirculación dentro de cada celda. En el otro caso se aprecia que el fluido sube por la pared caliente y retorna por el lado de la pared fría, forzando la creación de zonas de recirculación dentro de cada celda; es decir, se destaca la presencia del flujo principal (el que va adyacente las superficies fría y caliente) y de flujos secundarios (los bucles dentro de las celdas de honeycomb). Estos comportamientos están en concordancia con los que se obtuvieron en los estudios de secciones anteriores, tanto para dominios computacionales completos como reducidos.

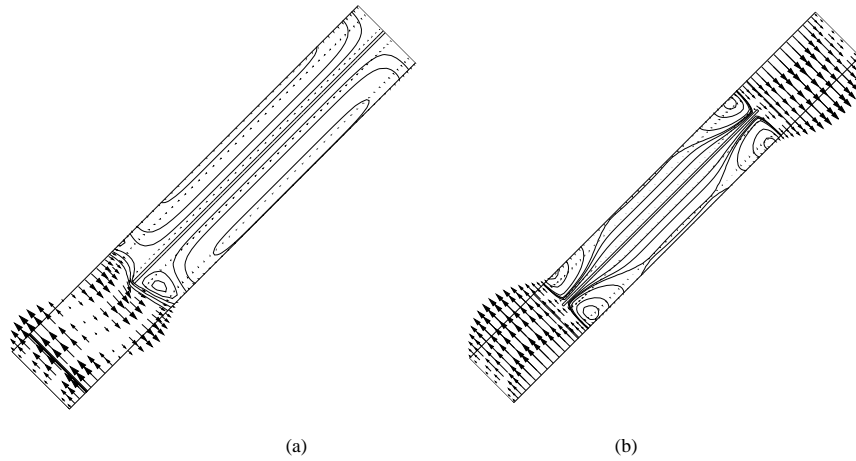


Figura 3.23: Estudio numérico sobre dominios computacionales reducidos. Vectores y líneas de corriente para $Ra = 10^6$ y $n = 32$, considerando valores de l_c/l : (a) 0 y (b) 0.4.

3.7 Conclusiones

Se ha estudiado numéricamente el comportamiento periódico del aire dentro de cavidades rectangulares, inclinadas 45° y en cuyo interior se ha considerado una estructura honeycomb de tipo rectangular.

Se distinguieron dos tipos de dominios, según sus dimensiones: (1) dominios computacionales completos, cuyas relaciones entre el largo y ancho de la cavidad (A) fueron ≥ 20 , y (2) dominios computacionales reducidos, en cuyo caso el dominio correspondió al tamaño de una celda de honeycomb. Sobre las superficies superior e inferior se impusieron condiciones de pared isotérmica fría y caliente. Las otras

superficies fueron adiabáticas cuando se trató de dominios computacionales completos, mientras que para dominios computacionales reducidos se utilizó condiciones de contorno periódicas.

Para dominios computacionales completos se estudiaron geometrías donde la estructura honeycomb estuvo en contacto con la superficie fría y sin contacto con las superficies isotérmicas; de esta última situación se estudiaron tres configuraciones: simétrica (estructura honeycomb equidistante de las superficies caliente y fría), asimétrica hacia la superficie caliente (estructura honeycomb más cerca de la superficie caliente) y asimétrica hacia la superficie fría (estructura honeycomb más cerca de la superficie fría). Para dominios computacionales reducidos se estudió situaciones donde la estructura honeycomb estaba en contacto con las superficies caliente y fría, en contacto sólo con la superficie fría y sin contacto con las superficies isotérmicas.

Los resultados numéricos obtenidos para dominios computacionales reducidos, cuando la estructura honeycomb estuvo en contacto con ambas superficies isotérmicas, fueron contrastados con los resultados obtenidos mediante la correlación experimental de B.A. Meyer y Col. [14]. Para todo el rango de estudio se encontró buenas aproximaciones entre ambas soluciones.

Los resultados numéricos para dominios computacionales completos, cuando la estructura honeycomb estuvo en contacto con la superficie fría, fueron comparados con los resultados numéricos reportados por R. Scozia y Col. [19]. Se encontró que a medida que la relación de caja en la celda A' iba reduciendo, las diferencias porcentuales entre ambas fueron aumentando. Las posibles causas de este comportamiento pudieron ser las diferentes formas aplicadas en el tratamiento de la malla: R. Scozia y Col. utilizaron mallas regulares, mientras que en este trabajo se ha concentrado la malla en zonas de capa límite; además, para el presente trabajo se consideraron mallas más densas que las reportadas por R. Scozia y Col. En general, mediante la reproducción del trabajo numérico de R. Scozia y Col. se logró verificar el código aplicado en las simulaciones numéricas.

Para dominios computacionales completos, cuando la estructura honeycomb se consideró separada a distancias iguales de las superficies caliente y fría, se encontró que cuando la relación de caja en la celda A' fue igual a 2.0 el flujo fue periódico por cada dos celdas de honeycomb, lo mismo sucedió en el caso $A' = 1.6675$. Cuando el valor de A' fue 1.25 la unidad periódica estuvo representada por cada 4 celdas. Para los valores de $A' = 1.819, 1.539, 1.429, 1.334, 1.177$ y 1.1116 no se hizo evidente un comportamiento periódico. Sólo para el rango de $A' \leq 1.053$ se aprecia que el comportamiento periódico empieza a manifestarse por cada celda de honeycomb. En general, se demostró que los casos simétricos presentan un comportamiento periódico para todas las variables cuando la relación de caja global A es mayor que 20.

Para dominios computacionales completos, cuando la estructura honeycomb se ubicó asimétricamente, se encontró que existe periodicidad espacial por cada celda de

honeycomb, para todo el rango de valores de A' que se propuso.

A partir de los resultados obtenidos para dominios computacionales completos, cuando la estructura honeycomb estuvo en contacto con la superficie fría, se propusieron relaciones matemáticas para describir el comportamiento periódico de las variables presión dinámica, velocidades y temperatura en posiciones periódicas. Se encontró que las distribuciones de las variables temperatura y velocidades se repitieron entre sí en posiciones periódicas, mientras que las distribuciones de las presiones dinámicas estuvieron separadas por un valor constante K_p . Esta caracterización fue utilizada para la solución numérica en dominios computacionales reducidos, cuando se presentaron cámaras de aire entre la estructura honeycomb y las superficies isotérmicas. Se llevó a cabo un estudio comparativo entre los valores de K_p obtenidos mediante la formulación matemática que se propuso y mediante la simulación numérica en dominios computacionales completos: se observó que medida que A' aumentaba la diferencia entre ambos valores también aumentaba, no obstante se lograron excelentes aproximaciones en el rango $A' < 1.0$. Para $A' \geq 1.0$ las diferencias fueron considerables debido a la influencia de la relación de caja global $A = 20$. Para la aplicación de estructuras honeycomb en la tecnología del aislamiento transparente, en general nos encontraremos en el rango de aplicación $A' < 1.0$.

En general, las expresiones matemáticas que se propusieron para las variables presión dinámica, velocidades y temperatura, con el fin de resolver dominios computacionales reducidos mediante la aplicación de condiciones de contorno periódicas, cumplieron perfectamente con los requisitos que se plantearon, es decir, una buena aproximación con los resultados numéricos de R. Scozia y Col. [19] y un buen comportamiento físico: la formación de un flujo principal subiendo por la superficie caliente y retornando por el lado extremo de las aletas del honeycomb o por la zona de la superficie fría (según si la estructura honeycomb estaba o no en contacto con la superficie fría), y creándose también un flujo secundario dentro de la celda.

Se simuló numéricamente un caso específico de interés, para demostrar la aplicabilidad del cálculo numérico mediante el uso de condiciones de contorno periódicas en la resolución de geometrías con estructuras honeycomb. El problema consistió en estudiar la influencia sobre la transferencia de calor del grosor de la cámara de aire ubicada entre la estructura honeycomb y la superficie fría, manteniendo los demás parámetros geométricos constantes. Debido a que el espesor de la lámina de honeycomb fue muy delgado, y considerando que la zona de solapamiento debe incluir cuatro columnas de volúmenes de control, se evitó hacer coincidir la zona de solapamiento con la ubicación de la lámina de honeycomb; con ello se eludió que el espesor de los volúmenes de control en la zona de solapamiento sean demasiado pequeños, respecto de los volúmenes de control adyacentes, caso contrario podría haberse inducido la degradación de la convergencia. Se eligió convenientemente la ubicación de los contornos periódicos en el centro de las celdas del honeycomb. Los resultados obtenidos

de este caso demuestran que a medida que aumenta el parámetro l_c/l , el calor que se transmite entre las superficies isotérmicas va disminuyendo. Se observó también que para el rango $l_c/l \leq 0.5$, los valores del calor transmitido para el número de Rayleigh 10^6 fueron ligeramente superiores a los obtenidos para el número de Rayleigh 10^5 .

Todas las simulaciones se han basado en el método de volúmenes finitos, utilizándose el algoritmo SIMPLEC [22], el esquema numérico SMART [7] para aproximar los términos convectivos y el esquema numérico CDS para aproximar los términos difusivos. Los resultados numéricos fueron verificados a través de herramientas de post - proceso, basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*) [3][17]. En todos los estudios los valores del orden de precisión observado se encontraron dentro de los límites esperados (entre 1 y 3); dichos límites son concordantes con los límites teóricos de los esquemas numéricos utilizados. Se obtuvieron también elevados porcentajes de nodos de Richardson. Los valores del GCI disminuyeron a medida que se fueron densificando las mallas. Se aceptó la credibilidad de los GCIs como estimadores de la incertidumbre debida a la discretización.

Nomenclatura

c_p	calor específico a presión constante
$dif(\%)$	diferencia porcentual entre valores
g	aceleración gravitacional
g_x	aceleración gravitacional en dirección x
g_y	aceleración gravitacional en dirección y
k	parámetro auxiliar de malla
l	altura de la lámina de honeycomb
l_c	separación entre la estructura honeycomb y la superficie fría
l_h	separación entre la estructura honeycomb y la superficie caliente
n	parámetro de densificación de malla
n_1	malla fina
n_2	malla media
n_3	malla basta
p	orden de precisión observado
p_d	presión dinámica
p_{ref}	presión de referencia = $(\rho\alpha^2)/L^2$
r	relación de refinamiento
r_1, r_2, r_3, \dots	láminas de honeycomb
r_h	número de láminas de honeycomb
s	grosor de la zona de solapamiento
(u, v)	velocidades, según la referencia (x, y)
u_{ref}	velocidad de referencia = α/L
x, y	coordenadas del sistema Cartesiano
A	relación de caja global = H/L
A'	relación de caja de una celda de honeycomb = H'/L
A_i	área de una superficie isotérmica
<i>CDS</i>	<i>Central Differential Scheme</i>
<i>CPU</i>	<i>Central Processing Unit</i>
<i>EPF</i>	<i>Exact Position Formulation</i>
<i>GCI</i>	<i>Grid Convergence Index</i>
H	altura de la cavidad
H'	distancia entre láminas de honeycomb
K_p	diferencia de presiones dinámicas
L	espesor de la cavidad
Nu	número de Nusselt global
Pr	número de Prandtl
Q	flujo de calor entre superficies isotérmicas

Q_{ref}	calor de referencia
Ra	número de Rayleigh
R_λ	relación de conductividad térmica = λ_v/λ
Rn	nodos de Richardson
T	temperatura
T_c	temperatura fría
T_h	temperatura caliente
T_o	temperatura de referencia, temperatura de Boussinesq
\tilde{T}_o	temperatura de bulk periódica

Símbolos Griegos

α	difusividad térmica = $\lambda/(\rho c_p)$
β	coeficiente de dilatación volumétrica
δ	grosor de la lámina de honeycomb
λ	conductividad térmica del aire
λ_v	conductividad térmica del vidrio
μ	viscosidad dinámica del aire
ρ	densidad del aire
∞	infinito

Subíndice

c	frío
d	dinámica
h	caliente, honeycomb
i	isotérmica
o	referencia
p	presión
ref	referencia
v	vidrio
λ	conductividad térmica

Superíndice

*	adimensional
---	--------------

Bibliografía

- [1] H.Z. Abou-Ziyan and R.F. Richards. Effect of gap thickness on a rectangular - cell compound - honeycomb solar collector. *Solar Energy*, 60(5):271–280, 1997.
- [2] H. Buchberg and D.K. Edwards. Design consideration for solar collectors with

- cylindrical glass honeycombs. *Solar Energy*, 18:193–203, 1976.
- [3] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, R. Cònsul, and A. Oliva. Verification of finite volume computations on steady-state fluid flow and heat transfer. *Journal of Fluids Engineering*, 124:11–21, March 2002.
- [4] D.K. Edwards. Suppression of cellular convection by lateral walls. *Journal of Heat Transfer*, 91:145–150, 1969.
- [5] D.K. Edwards, J.N. Arnold, and I. Catton. End-clearance effects on rectangular-honeycomb solar collectors. *Solar Energy*, 18:253–257, 1976.
- [6] G. Francia. A new collector of solar radiant energy theory and experimental verification. *United Nations Conference on New Sources of Energy, Rome*, 4:554–558, 1961.
- [7] P.H. Gaskell, A.K.C. Lau, and N.G. Wright. Comparison of two solution strategies for use with higher order discretization schemes in fluid flow simulation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 8:1203–1215, 1988.
- [8] K.I. Guthrie and W.W.S. Charters. An evaluation of a transverse slatted flat plate collector. *Solar Energy*, 28(2):89–97, 1982.
- [9] K.G.T. Hollands, G.D. Raithby, and T.E. Unny. Methods for reducing heat losses from flat plate solar collectors: Phase ii. Technical report, University of Waterloo Research Institute, contract n° EY-76-C-02-2597, 1978.
- [10] K.M. Kelkar and D. Choudhury. Numerical prediction of periodically fully developed natural convection in a vertical channel with surface mounted heat generating blocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(5):1133–1145, 1993.
- [11] S.J.M. Linthorst. *Natural convection suppression in solar collectors*. PhD thesis, Technische Hogeschool Delft, Netherlands, 1985.
- [12] K.N. Marshall, R.K. Wedel, and R.E. Dammann. Development of plastic honeycomb flat-plate solar collectors. Technical report, Lockheed Missiles and Space Company INC., Palo Alto, California, USA, 1976.
- [13] J.C. McMurrin and H. Buchberg. Design optimization of sinusoidal glass honeycomb for flat plate solar collector. *Journal of Solar Engineering*, 103:268–274, 1981.

- [14] B.A. Meyer, M.M. El-Wakil, and J.W. Mitchell. Natural convection heat transfer in small and moderate aspect ratio enclosures; an application to flat - plate collectors. Technical report, American Society of Mechanical Engineers, New York, 1978.
- [15] C.D. Pérez-Segarra, A. Oliva, M. Costa, and F. Escanes. Numerical experiments in turbulent natural and mixed convection in internal flows. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 5:13–33, 1995.
- [16] M. Quispe, J. Cadafalch, M. Costa, and M. Soria. Comparative study of flow and heat transfer periodic boundary conditions. In *Proceedings of the ECCOMAS 2000*, Barcelona, September 2000.
- [17] P.J. Roache. Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies. *Journal of Fluids Engineering*, 116:405–413, 1994.
- [18] H. Schweiger. *Optimization of Solar Thermal Absorber Elements with Transparent Insulation*. PhD thesis, Laboratori de Termotècnia i Energètica E.T.S.E.I.T. Departament de Màquines i Motors Tèrmics. Universitat Politècnica de Catalunya, December 1997.
- [19] R. Scozia and R.L. Frederick. Natural convection in slender cavities with multiple fins attached to an active wall. *Numerical Heat Transfer, Part. A*, 20:127–158, 1991.
- [20] H. Tabor. Cellular insulation (honeycombs). *Solar Energy*, 12:549–552, 1969.
- [21] C.L. Tien and W.W. Yuen. Radiation characteristics of honeycomb solar collectors. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18:1409–1413, 1975.
- [22] J.P. Van Doormal and G.D. Raithby. Enhancement of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7:147–163, 1984.
- [23] V.B. Veinberg. Optics in equipment for the utilization of solar energy. Technical report, State Publishing House of Defense Industry, Moscow, 1959.

Capítulo 4

Estudio numérico de la convección natural del aire en una cavidad rectangular con estructuras honeycomb. Validación experimental

En este capítulo se estudia numéricamente la convección natural del aire en una cavidad rectangular, inclinada 45° y que tiene en su interior una estructura honeycomb de tipo rectangular. Se presentan los resultados experimentales obtenidos en una instalación construida expresamente en el CTTC. A partir de la comparación entre los resultados numéricos y experimentales se consigue validar el modelo matemático utilizado en las simulaciones numéricas. La experimentación se ha basado en la técnica conocida como PIV (*Particle Image Velocimetry*), la cual permite visualizar y cuantificar el campo de velocidades. Las simulaciones numéricas se basaron en el método de volúmenes finitos, utilizándose el algoritmo SIMPLEC y el esquema numérico SMART. Los resultados numéricos fueron verificados por medio de herramientas de post - proceso para estimar la incertidumbre debida a la discretización.

4.1 Introducción

El estudio de la convección natural del aire, en el interior de cavidades rectangulares con estructuras honeycomb, resulta de sumo interés por su aplicación en la tecnología del aislamiento transparente. Su importancia queda reflejada en las múltiples investigaciones que se han llevado a cabo, numéricas y experimentales, con el fin de encontrar configuraciones geométricas adecuadas que permitan mejorar la eficiencia

del aislamiento transparente en sistemas solares térmicos [1][4][5][9][10].

Para determinar si un modelo computacional constituye una representación aproximada del mundo real, se deben llevar a cabo estudios comparativos entre los resultados numéricos y las observaciones experimentales. Dicho procedimiento, definido en la Dinámica de Fluidos Computacional como validación [8], se ha planteado como objetivo principal en este capítulo, considerándose específicamente el estudio de la convección natural del aire dentro de una cavidad rectangular, inclinada 45° y en cuyo interior se ha ubicado una estructura honeycomb de tipo rectangular.

Para la investigación experimental se ha utilizado las técnicas PIV (*Particle Image Velocimetry*), método que permitió visualizar y cuantificar el campo de velocidades. Las prestaciones de la unidad experimental estuvieron limitadas a estudios de flujos bidimensionales. Para conseguir dicha condición, la profundidad de la cavidad se diseñó de manera que fuera relativamente grande, respecto de las demás dimensiones. El montaje experimental ha sido ideado y desarrollado en el CTTC, habiendo intervenido en él los investigadores Dr. Gerber Van Der Graaf, Dr. Jordi Cadafalch, Dr. Assensi Oliva y el Doctorando Marcos Quispe.

Para el estudio numérico se han considerado simulaciones en dos y tres dimensiones. Las validaciones se llevaron a cabo haciendo uso de los resultados numéricos bidimensionales. Los resultados numéricos tridimensionales sirvieron para comprobar la hipótesis de bidimensionalidad supuesta en la experimentación.

Se asumió que el flujo estuvo gobernado por las ecuaciones de Navier - Stokes y de la energía, considerando fluido incompresible, régimen permanente y laminar, propiedades físicas constantes, aproximación de Boussinesq, fluido Newtoniano, calor de fricción despreciable, trabajo por compresión o expansión despreciable y medio no participante de la radiación. Las ecuaciones gobernantes fueron convertidas en ecuaciones algebraicas por medio de la técnica de volúmenes finitos. Las ecuaciones algebraicas fueron resueltas en forma segregada con el algoritmo SIMPLEC [11], mientras que la geometría fue discretizada con mallas Cartesianas desplazadas. Se utilizó el esquema numérico SMART [3] para la aproximación de los términos convectivos y el esquema numérico CDS para la aproximación de los términos difusivos. Las soluciones numéricas fueron verificadas con herramientas de post - proceso basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el Índice de Convergencia de Malla GCI, que estimaron la incertidumbre debida a la discretización [2][7].

4.2 Descripción del problema estudiado

En la Fig. 4.1 se ha representado el problema estudiado. La geometría consistió de una cavidad rectangular, inclinada 45° y en cuyo interior se ubicó una estructura honeycomb de tipo rectangular conformada por 25 láminas de vidrio, las cuales fueron distribuidas uniformemente. Las superficies superior e inferior de la cavidad fueron

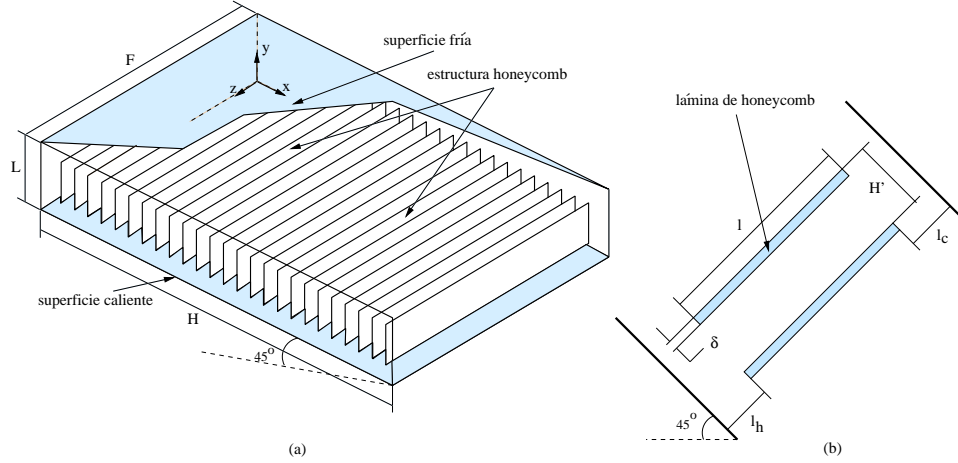


Figura 4.1: Esquema del problema estudiado. (a) Vista general. (b) Detalles geométricos en una celda de honeycomb.

paredes isotérmicas, denominadas superficies fría y caliente, T_c y T_h respectivamente ($T_h > T_c$), mientras que las demás superficies fueron adiabáticas. La estructura honeycomb no entró en contacto con las superficies isotérmicas. Dentro de la cavidad se ha considerado al aire como fluido de trabajo.

Se estudiaron tres casos, los que se diferenciaron entre sí por los valores de T_h : 30, 70 y 120°C. Para todos los casos, el valor de T_c se mantuvo en 20°C.

Las dimensiones geométricas de la cavidad fueron: longitud $H = 300$ mm, separación entre superficies isotérmicas $L = 70$ mm y profundidad $F = 500$ mm; mientras que las dimensiones de cada lámina de honeycomb fueron: altura $l = 40$ mm, grosor $\delta = 1.5$ mm y profundidad $F = 500$ mm. La separación entre la estructura honeycomb y la superficie caliente l_h se consideró igual a la separación entre la estructura honeycomb y la superficie fría l_c ($l_h = l_c = 15$ mm), mientras que la distancia entre láminas de honeycomb fue $H' = 11.6$ mm.

El número de Nusselt global queda definido como:

$$Nu = \left[\frac{Q/A_i}{(T_h - T_c)} \right] \frac{L}{\lambda} \quad (4.1)$$

donde λ es la conductividad térmica del aire, Q es el flujo de calor transferido entre las superficies isotérmicas y A_i es el área de una superficie isotérmica. El número de Rayleigh queda expresado como:

$$Ra = \frac{L^3 \beta g \rho^2 c_p (T_h - T_c)}{\lambda \mu} \quad (4.2)$$

donde g es la aceleración gravitacional, y β , ρ , c_p , λ y μ son la propiedades físicas del aire: coeficiente de dilatación volumétrica, densidad, calor específico a presión constante, conductividad térmica y viscosidad dinámica, respectivamente.

4.3 Modelo matemático

4.3.1 Ecuaciones gobernantes

Se asumió que el movimiento del fluido y la transferencia de calor estuvieron gobernados por las ecuaciones de Navier - Stokes y de la energía, considerando flujo incompresible en régimen permanente, laminar, propiedades físicas constantes, aproximación de Boussinesq, fluido Newtoniano, calor de fricción despreciable, trabajo por compresión o expansión despreciable y medio no participante de la radiación. Las ecuaciones diferenciales en tres dimensiones quedan expresadas como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.3)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p_d}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho \beta (T - T_o) g_x \quad (4.4)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p_d}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho \beta (T - T_o) g_y \quad (4.5)$$

$$\rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p_d}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho \beta (T - T_o) g_z \quad (4.6)$$

$$\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} + \rho w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4.7)$$

donde (x, y, z) son las coordenadas del sistema Cartesiano $x-y-z$, según la Fig. 4.1a; T es la temperatura; T_o es la temperatura de referencia; p_d es la presión dinámica;

(u, v, w) y (g_x, g_y, g_z) los vectores de velocidad y aceleración gravitacional, expresados según el sistema de referencia $x - y - z$; y las propiedades físicas ρ , μ , β , λ y c_p son respectivamente: la densidad, viscosidad dinámica, coeficiente de dilatación volumétrica, conductividad térmica y el calor específico a presión constante del aire. Dichas propiedades físicas fueron evaluadas a la temperatura media $(T_h + T_c)/2$. Las Ecs. 4.3 a 4.7 también se aplicaron para las modelizaciones numéricas en dos dimensiones, previa eliminación de la Ec. 4.6 y de las componentes en z de las demás ecuaciones.

Para la parte sólida (vidrio) las ecuaciones gobernantes quedaron reducidas a la ecuación de la energía (Ec. 4.7), habiendo eliminado previamente los términos convectivos (términos a la izquierda de la igualdad). Para el vidrio se asumió una conductividad térmica constante λ_v , de tal manera que la relación de conductividad térmica $R_\lambda = \lambda_v/\lambda$ fue igual a 28.6.

4.3.2 Condiciones de contorno

Sobre las paredes superior e inferior se impusieron condiciones de superficie isotérmica, denominadas superficies fría y caliente, T_c y T_h respectivamente ($T_h > T_c$). Sobre las otras superficies se impusieron condiciones de pared adiabática.

4.4 Modelo numérico

Las ecuaciones gobernantes en derivadas parciales han sido convertidas en ecuaciones algebraicas por medio de la técnica de volúmenes finitos, utilizando mallas Cartesianas desplazadas. Los términos difusivos en las caras de los volúmenes de control fueron evaluados utilizando esquemas numéricos por diferencias centradas de segundo orden de precisión CDS, mientras que los términos convectivos fueron aproximados por medio del esquema numérico de alto orden SMART [3].

Los dominios computacionales para 2D y 3D se han representado en las Figs. 4.2a y 4.2b, respectivamente. En ellas se destacan con triángulos sólidos las regiones donde la malla fue intensificada mediante una función tangente hiperbólica, considerando un factor de concentración igual a 1 [6]. Las dimensiones de la malla fueron cuantificadas por medio del parámetro n . Para los casos bidimensionales se han utilizado mallas de $(25 + \frac{52}{3}n) \times 4n$ volúmenes de control, considerándose los niveles de densificación $n = 3, 6, 12$ y 24 . Para los casos 3D se trabajó con mallas de $(25 + 26n) \times 4n \times 18n$ volúmenes de control, resolviéndose los niveles de densificación $n = 2$ y 4 .

El sistema de ecuaciones algebraicas ha sido resuelto utilizando el algoritmo SIM- PLEC [11], mientras que el criterio para la finalización de la convergencia se ha basado en imponer que la diferencia absoluta entre los números de Nusselt global de las superficies fría y caliente, Ec. 4.1, fuera menor que 10^{-6} .

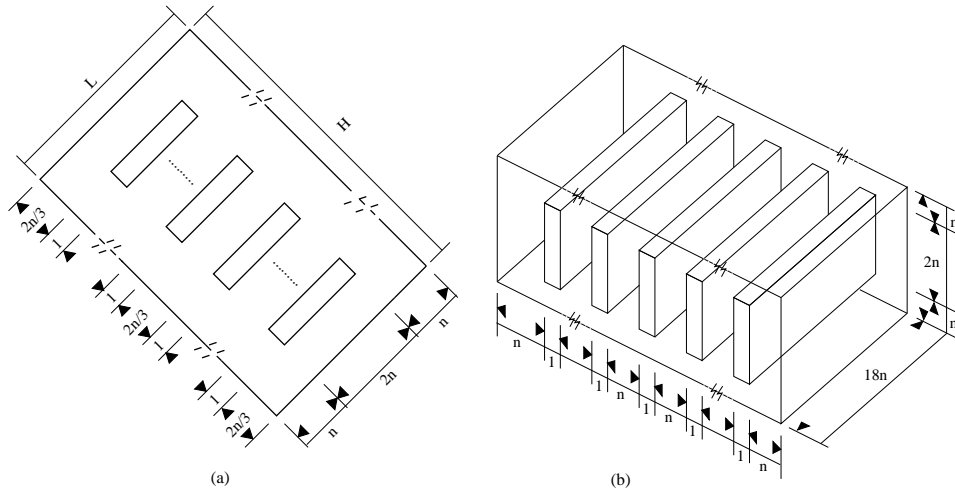


Figura 4.2: Dominio computacional. (a) 2D. (b) 3D.

4.4.1 Verificación

Las soluciones numéricas fueron calculadas asumiendo el criterio de refinamiento - h . Es decir, todos los parámetros numéricos son fijados (esquema numérico, condiciones de contorno, etc.) y la malla es refinada, obteniéndose un conjunto de soluciones numéricas para cada densificación de malla n . Las soluciones numéricas fueron post - procesadas por medio de herramientas basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el concepto del Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*) [2][7]. Dichas herramientas estiman la incertidumbre de las soluciones numéricas debida a la discretización (GCI), procesando un conjunto de tres soluciones consecutivas, obtenidas con el criterio de refinamiento - h . Las herramientas también permiten obtener el orden de precisión observado de las soluciones numéricas y el porcentaje de los nodos donde fue posible realizar el cálculo (denominados nodos de Richardson [2]). Cuando el orden de precisión observado se aproxime al valor teórico (orden de precisión de los esquemas numéricos utilizados) y se obtengan elevados porcentajes de los nodos de Richardson, entonces el valor del GCI se considera fiable y, por lo tanto, la solución está libre de errores computacionales.

Como para el post - proceso se requieren por lo menos tres niveles de densificación, sólo se ha llevado a cabo dicho estudio para las simulaciones numéricas bidimensionales. En la Tabla 4.1 se presentan los resultados de post - procesamiento obtenidos para las simulaciones numéricas 2D. Por cada 3 niveles de densificación se obtienen: el orden de precisión global observado p , el porcentaje de los nodos de Richardson Rn

$T_h = 30^\circ C$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI* [%]	Rn [%]	p	GCI* [%]	Rn [%]	p	GCI* [%]
3/6/12	61	0.7	6.0e-01	66	1.3	2.2e-01	63	-0.5	1.7e+00
6/12/24	74	1.3	7.9e-02	78	1.4	1.2e-01	94	1.2	1.5e-01
$T_h = 70^\circ C$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI* [%]	Rn [%]	p	GCI* [%]	Rn [%]	p	GCI* [%]
3/6/12	72	0.3	1.9e+00	75	1.2	5.2e-01	40	2.2	1.7e-01
6/12/24	72	1.7	5.8e-02	82	1.6	1.2e-01	47	1.1	1.6e-01
$T_h = 120^\circ C$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI* [%]	Rn [%]	p	GCI* [%]	Rn [%]	p	GCI* [%]
3/6/12	59	-0.2	5.1e+00	59	1.2	5.6e-01	10	1.4	7.6e-01
6/12/24	31	1.7	7.1e-02	57	1.7	1.5e-01	10	1.9	1.3e-01

Tabla 4.1: Resultados de post - procesamiento para las soluciones numéricas 2D.

yla incertidumbre debida a la discretización o valor global del GCI, para las variables del problema: componentes de la velocidad u y v y la temperatura T . El superíndice * en el GCI indica que sus valores han sido normalizados utilizando los valores de referencia $u_{ref} = (\nu/L)(Ra/Pr)^{1/2}$ para las velocidades y $(T - T_c)/(T_h - T_c)$ para las temperaturas, donde ν es la viscosidad cinemática del aire. Se obtienen para u_{ref} los valores de 0.152, 0.329 y 0.448 m/s, correspondientes a los casos $T_h = 30, 70$ y $120^\circ C$, respectivamente.

Para las mallas más densas los valores obtenidos del orden de precisión observado p se aproximaron a los valores teóricos de los esquemas numéricos utilizados (entre 1 y 3, considerando que se aplicó el esquema numérico CDS para aproximar los términos difusivos y el esquema numérico SMART para aproximar los términos convectivos). Los porcentajes de los nodos de Richardson fueron elevados para los casos $T_h = 30$ y $70^\circ C$, mientras que para el caso $T_h = 120^\circ C$ fueron relativamente bajos, sobre todo en las temperaturas. Para todos los casos, los valores del GCI evolucionaron en forma decreciente a medida que se densificaban las mallas. En los resultados donde se obtuvo elevados porcentajes de nodos de Richardson se acepta la credibilidad de los

valores del GCI como estimadores de la incertidumbre debida a la discretización. El bajo porcentaje de nodos de Richardson para el caso $T_h = 120^\circ\text{C}$ está en concordancia con la complejidad del fenómeno, es decir, el elevado gradiente de temperatura entre las superficies fría y caliente fuerzan el comportamiento turbulento del fluido, en cuyo caso el modelo propuesto no es el adecuado.

4.5 Unidad experimental

La geometría y dimensiones de la unidad experimental se correspondieron con la descripción hecha en la sección 4.2. En la Fig. 4.3 se presentan detalles generales de la unidad experimental, mientras que en la Fig. 4.4 se muestran algunas imágenes reales del experimento. Esta infraestructura fue ideada expreso en el CTTC, con el fin de validar los resultados numéricos presentados en este capítulo, habiendo intervenido en su concepción y realización los investigadores Dr. Gerber Van Der Graaf, Dr. Jordi Cadafalch, Dr. Assensi Oliva y el Doctorando Marcos Quispe.

Sobre el lado de la superficie isotérmica fría se colocaron, en forma consecutiva: una placa de aluminio (de 294 mm de largo, 6 mm de ancho y 500 mm de profundidad); un conjunto de sondas de temperatura, termocuplas tipo K, calibradas y distribuidas uniformemente; una placa de aluminio (cuyo largo, ancho y profundidad fueron 294 mm, 5 mm y 500 mm, respectivamente); un sistema intercambiador de calor conectado a un baño térmico y, finalmente, material aislante de armaflex de 70 mm de grosor. La función de la segunda placa de aluminio fue mantener fija la posición de las sondas de temperatura. El sistema intercambiador de calor consistió de un conjunto de serpentines que utilizaron al agua como fluido caloportador conectado a un baño térmico, mediante el cual se controló la condición impuesta de temperatura $T_c = 20^\circ\text{C}$. El aislamiento con armaflex minimizó las pérdidas de calor hacia el ambiente. Este conjunto de partes adquirieron una forma rígida gracias a la inclusión de dos placas de celotex en los extremos, véase estos detalles en la Fig. 4.3b.

En el lado inferior de la cavidad se colocaron consecutivamente y en forma descendente: una placa de aluminio (cuyo largo, ancho y profundidad fueron 294 mm, 6 mm y 500 mm, respectivamente); un conjunto de sondas de temperatura, termocuplas tipo K, calibradas y distribuidas uniformemente; un conjunto de mantas eléctricas y, finalmente, aislamiento de lana de vidrio de 110 mm de espesor. Dichos elementos estuvieron limitados en sus extremos por dos placas de celotex, las cuales evitaron el contacto de la placa caliente de aluminio con el vidrio. Las mantas eléctricas fueron conectadas a una fuente AC de potencia controlada, la cual permitió conseguir las condiciones de temperatura isotérmica caliente (para los valores de consigna $T_h = 30, 70$ y 120°C).

En los extremos laterales de la cavidad se colocó aislamiento de armaflex (de 70 mm de grosor), con el fin de evitar pérdidas de calor hacia el ambiente.

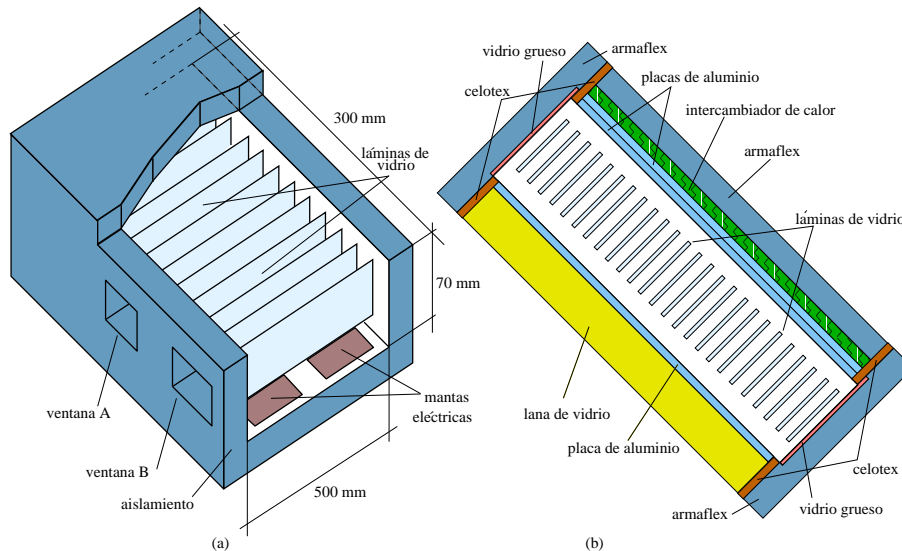


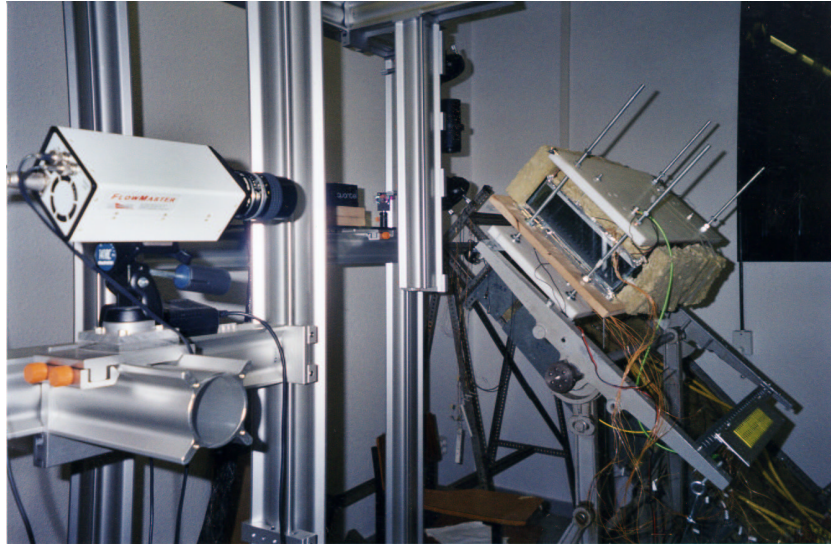
Figura 4.3: Esquema del montaje experimental. (a) Vista general. (b) Detalles desde la vista frontal.

Para estudiar el movimiento del aire se habilitaron dos ventanas de visualización, véase Fig. 4.3a, denominadas A y B. Con el fin de facilitar la descripción de los resultados experimentales, se optó por identificar a cada celda de honeycomb con los parámetros c_1 , c_2 , c_3 , ..., véase Fig. 4.5.

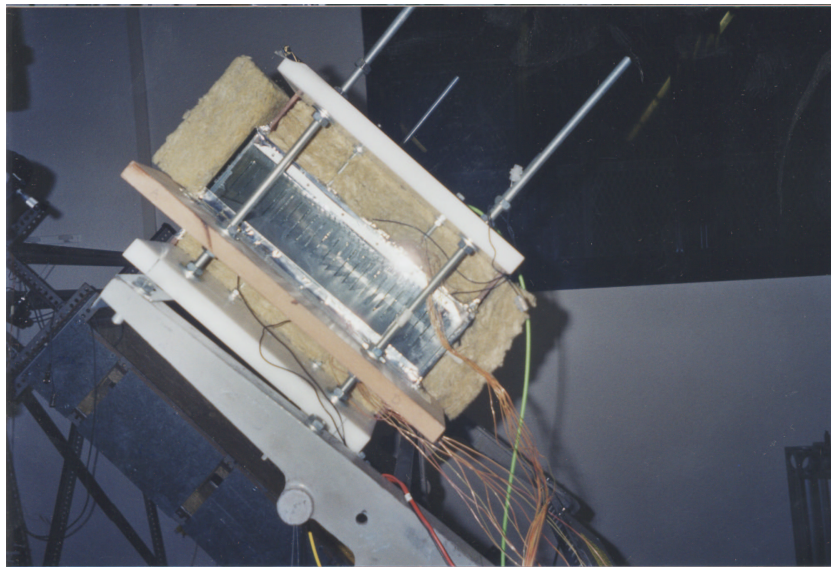
El control, regulación y adquisición de datos fue llevado a cabo mediante una unidad de adquisición HP de serie VXI, gestionada por un software programado en lenguaje HPVEE.

El aire de la cavidad fue sembrado con partículas de aceite de oliva mediante un atomizador, generado por la denominada boquilla de Laskin. El diámetro de las partículas estuvo en el orden de $5 \mu\text{m}$. Las imágenes del flujo fueron capturadas utilizando un DPIV (*Digital Particle Image Velocimetry*) de LaVision. Las características principales del sistema DPIV fueron: láser de doble cavidad Nd-YAG de Quantel ($2 \times 35 \text{ mJ/pulso}$); ópticas consistentes de un lente esférico y dos cilíndricos que forman un telescopio de Galileo para crear y focalizar una lámina de luz; una cámara CCD altamente sensible de 12 bit y resolución de 1280×1024 pixels (enfriada por un elemento Peltier); y una cámara de lentes Nikkor con longitud focal de 105 mm.

Las prestaciones del DPIV estuvieron limitadas a investigaciones del aire en planos bidimensionales. Por lo tanto, se contempló en el diseño que el comportamiento del



(a)



(b)

Figura 4.4: Imágenes del montaje experimental. (a) Vista de la cavidad y parte de la infraestructura para captación de imágenes. (b) Detalles desde la vista frontal.

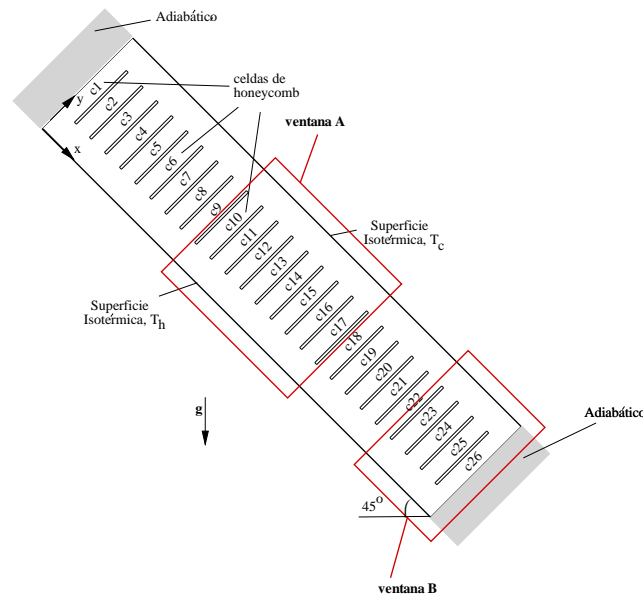


Figura 4.5: Detalles de las ventanas de visualización consideradas en la unidad experimental. Se identifica a cada celda de honeycomb con los parámetros c_1 , c_2 , c_3 ,

aire tuviera un carácter bidimensional. Para asegurar dicha condición, la dimensión de profundidad en la cavidad se consideró relativamente mayor a las demás dimensiones.

Las mediciones en cada ventana de visualización consistieron de cinco series de diez grupos de datos del campo de velocidades, tomados a una velocidad de muestra de 8 Hz, obteniéndose 50 grupos de datos. Se aplicaron áreas de interrogación adaptadas de 64×64 a 32×32 pixels, con 50% de solapamiento. Los errores en las medidas de la velocidad debidos al sistema DPIV, la adquisición de datos y el post - procesamiento se encontraron por debajo de ± 0.0014 m/s.

Todas las imágenes fueron captadas en el plano bidimensional $(x, y, 0.25)$ m, es decir, sobre el plano central de la cavidad perpendicular al eje z . La etapa previa a la captación de imágenes estuvo caracterizada por 3 fases:

1. Regulación de la temperatura: fase que implicó la regulación del sistema para

obtener las condiciones de contorno de pared isotérmica. Se procedió aislando completamente la cavidad.

2. Sembrado de partículas: superada la fase anterior a continuación se llevó a cabo el llenado de la cavidad con partículas de aceite en una abertura muy pequeña, acondicionada en una arista de la parte superior de la cavidad.
3. Post - regulación: superada la fase anterior se volvió a regular el sistema, aislándolo nuevamente en su totalidad. La post - regulación fue necesaria debido a las perturbaciones introducidas durante el sembrado de partículas.

4.6 Resultados y discusión

4.6.1 Comportamiento bidimensional

Con la finalidad de comprobar el comportamiento bidimensional del aire, se llevaron a cabo simulaciones numéricas en 3D, las cuales reprodujeron la geometría considerada en la experimentación. El comportamiento bidimensional del aire implica que las distribuciones locales de las variables del problema sean iguales en todos los planos $x - y$. Para llevar a cabo el estudio, se analizaron las diferencias entre los valores de las variables locales correspondientes al plano central $(x, y, 0.25)$ m y los valores de las variables locales ubicados en planos alejados al plano central, considerando nodos comunes de comparación. Se tomaron en cuenta los planos alejados $(x, y, 0.0)$ m, $(x, y, 0.005)$ m, $(x, y, 0.125)$ m, $(x, y, 0.375)$ m, $(x, y, 0.495)$ m y $(x, y, 0.5)$ m.

Como se esperaba, las máximas diferencias se encontraron al comparar el plano central con los planos de estudio más alejados $(x, y, 0.0)$ m y $(x, y, 0.5)$ m. Para la temperatura adimensional, la máxima diferencia encontrada fue 0.0218, que correspondió a $T_h = 120^\circ\text{C}$. Para los casos $T_h = 30$ y 70°C , dichas diferencias fueron menores que 0.011. Para las velocidades adimensionales, la máxima diferencia se volvió a encontrar en $T_h = 120^\circ\text{C}$, siendo su valor de 0.00837, mientras que para los otros casos de T_h las diferencias fueron menores que 0.00162. Los criterios de adimensionalización considerados son los definidos en la sección 4.4.

En la Fig. 4.6a se ha representado la distribución de las temperaturas, obtenidas para el caso $T_h = 30^\circ\text{C}$ y en el nivel de densificación $n = 4$. La figura ha sido seccionada, con la finalidad de apreciar la distribución de las isotermas en la parte interior de la cavidad. En la Fig. 4.6b se destaca la distribución de las temperaturas sobre los planos $(x, y, 0.125)$ m y $(x, y, 0.375)$ m. Se aprecia la similitud de ambos planos de isotermas, lo cual es coherente con un comportamiento bidimensional del fluido.

En la Fig. 4.7 se comparan gráficamente las distribuciones de las variables normalizadas temperatura T^* y velocidad u^* , obtenidas sobre líneas paralelas al eje y ,

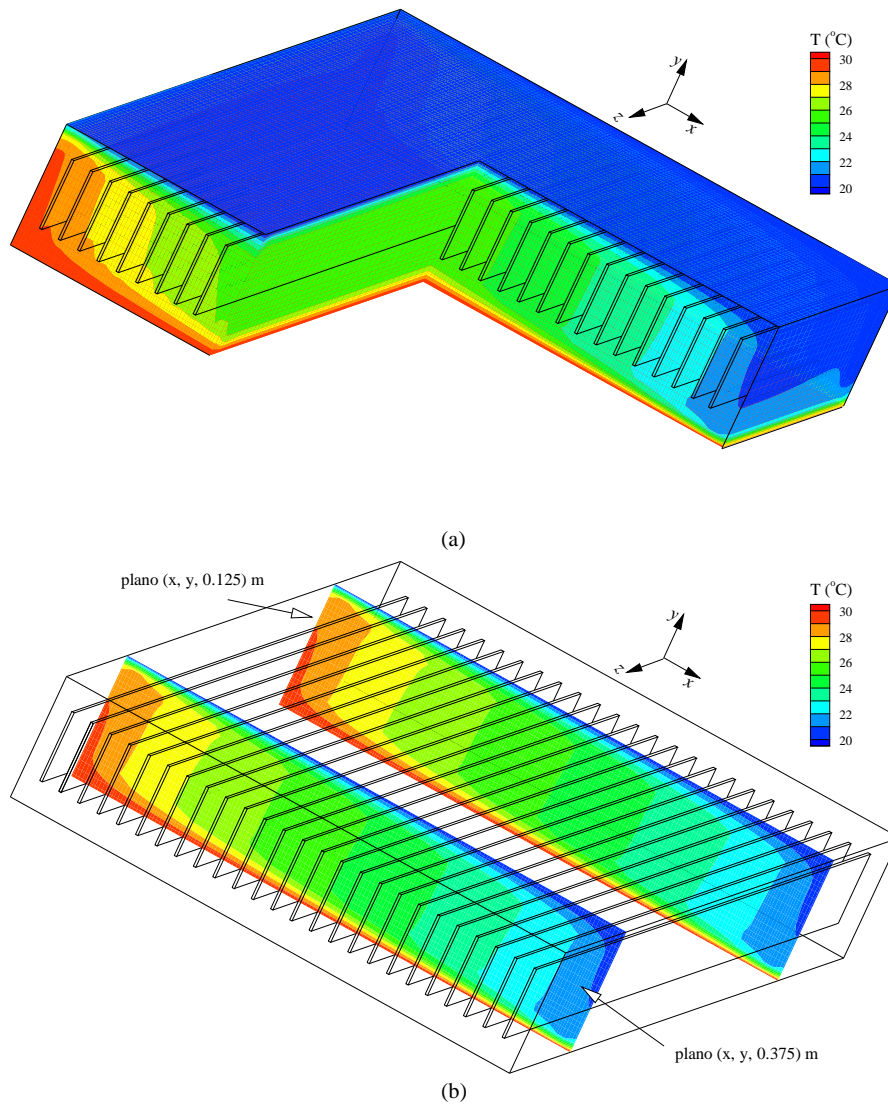


Figura 4.6: Simulación numérica en 3D. Distribución de las temperaturas para el caso $T_h = 30^\circ\text{C}$ y $n = 4$. (a) Vista externa, considerando cortes en la cavidad. (b) Isotermas sobre dos planos x - y .

y ubicadas sobre tres planos paralelos $x - y$ (caso $T_h = 30^\circ$). Los valores x^* , y^* y z^* son las expresiones normalizadas de x , y y z , respectivamente, habiéndose utilizado el valor de L como parámetro de adimensionalización. Los valores considerados para x^* (0.4, 2.1 y 3.89) se corresponden con los centros de las celdas c3, c13 y c24, respectivamente. En el caso de la temperatura, las distribuciones por cada celda son muy próximas entre sí, mientras que en el caso de las velocidades la coincidencia entre valores es más acentuada, de tal manera que las curvas se confunden prácticamente en el mismo valor. Los comportamientos obtenidos para T^* y u^* reflejan el carácter bidimensional del fluido sobre los planos bidimensionales $x - y$.

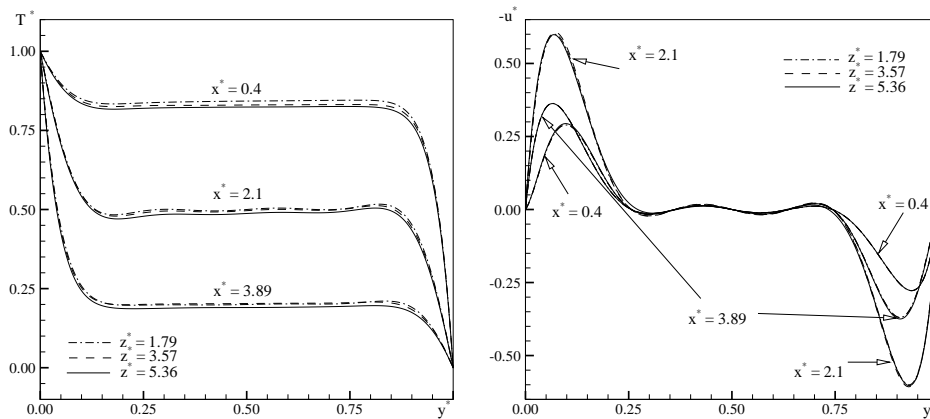


Figura 4.7: Distribución de las variables normalizadas T^* y u^* sobre líneas paralelas al eje y , ubicadas en el centro de las celdas c3, c13 y c24 ($x^* = 0.4$, 2.1 y 3.89, respectivamente) y sobre tres planos paralelos $x-y$ (caso $T_h = 30^\circ\text{C}$). La proximidad entre las distribuciones refleja el comportamiento bidimensional del fluido.

En la Fig. 4.8 se han representado cómo son las formas de las líneas de corriente, obtenidas para el caso $T_h = 30^\circ\text{C}$ y $n = 4$, observadas desde la vista lateral $z - y$. Se destaca cómo es la distribución de las líneas de corriente alrededor de los planos bidimensionales $(x, y, 0.005)$ m, $(x, y, 0.125)$ m, $(x, y, 0.25)$ m, $(x, y, 0.375)$ m y $(x, y, 0.495)$ m. Se puede apreciar que las líneas de corriente se encuentran incluidas perfectamente en sus planos bidimensionales respectivos, exceptuando los extremos donde se presentaron algunas perturbaciones, causadas por su proximidad con las paredes laterales.

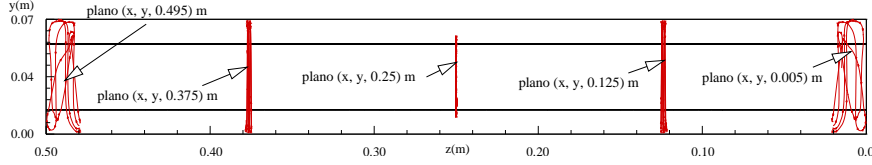


Figura 4.8: Simulación numérica en 3D (vista lateral de la cavidad). Líneas de corriente para el caso $T_h = 30^\circ\text{C}$ y $n = 4$, sobre los planos $(x, y, 0.005)$ m, $(x, y, 0.125)$ m, $(x, y, 0.25)$ m, $(x, y, 0.375)$ m y $(x, y, 0.495)$ m.

4.6.2 Comparación entre resultados numéricos y experimentales

En las Figs. 4.9, 4.10 y 4.11 se comparan gráficamente los valores de las velocidades numéricas y experimentales, presentándose los resultados que se obtuvieron sobre las celdas de honeycomb c13 (posición central) y c26 (posición lateral). Los valores de las velocidades u y v se presentan normalizadas (identificadas con un asterisco), siguiendo los criterios de adimensionalización asumidos en la sección 4.4. Las dimensiones de longitud x e y fueron normalizadas con L , de tal manera que x^* e y^* son variables adimensionales. Por cada celda de estudio se han representado tres figuras: los mapas de las diferencias locales entre los resultados numéricos y experimentales, $\Delta u^*(x, y)$ y $\Delta v^*(x, y)$, y el perfil de velocidades u^* en la sección vertical central de cada celda. Para obtener los mapas de diferencias locales, primero se interpoló los valores numéricos y experimentales sobre una malla regular de 16×60 nodos (se utilizó interpolaciones Lagrangianas bicuadráticas), y posteriormente se calculó las diferencias entre nodos coincidentes.

En la Tabla 4.2 se presentan los valores obtenidos para $\overline{\Delta u^*}[\%]$ y $\overline{\Delta v^*}[\%]$, así como sus respectivas desviaciones σ .

Para la celda c13, se obtuvo en todos los casos que los valores de $\overline{\Delta u^*}[\%]$ fueron considerablemente mayores a los valores de $\overline{\Delta v^*}[\%]$. Observando las Figs. 4.9a, 4.10a y 4.11a, se aprecia que ellas tuvieron un comportamiento común: las máximas distribuciones locales de Δu^* se encontraron en zonas reducidas cerca de las superficies isotérmicas, mientras que la distribución de Δv^* resultó bastante uniforme.

Para la celda c26, se encontró que los valores de $\overline{\Delta u^*}[\%]$ fueron menores a los valores de $\overline{\Delta v^*}[\%]$. Ello está en concordancia con la distribución local de Δu^* (Figs. 4.9b, 4.10b y 4.11b), donde se aprecia que sus valores fueron máximos en zonas reducidas, próximas a las superficies isotérmicas; mientras que la distribución de Δv^* tuvo sus máximos valores en regiones relativamente más amplias, ubicadas en la zona central de la celda.

Para $T_h = 30^\circ\text{C}$, el máximo valor de las diferencias locales de velocidad fue 10.1

$T_h = 30 \text{ }^\circ\text{C}$				
celda	$\overline{\Delta u^*}[\%]$	σ	$\overline{\Delta v^*}[\%]$	σ
c13	6.1	± 1.4	0.5	± 0.4
c26	2.5	± 0.5	6.8	± 1.5
$T_h = 70 \text{ }^\circ\text{C}$				
celda	$\overline{\Delta u^*}[\%]$	σ	$\overline{\Delta v^*}[\%]$	σ
c13	3.7	± 1.8	0.2	± 0.1
c26	3.0	± 1.1	5.9	± 1.2
$T_h = 120 \text{ }^\circ\text{C}$				
celda	$\overline{\Delta u^*}[\%]$	σ	$\overline{\Delta v^*}[\%]$	σ
c13	6.5	± 2.8	0.4	± 0.1
c26	4.0	± 1.9	7.1	± 2.3

Tabla 4.2: Valores medios de las diferencias locales entre las velocidades numéricas y experimentales.

%, para $T_h = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ fue 10.2 %, mientras que para $T_h = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ fue 11.4 %. Se encontró que dichos valores máximos correspondieron a la celda c26 y para Δv^* .

Para ambas celdas de estudio, y para valores de $T_h = 30$ y $70 \text{ }^\circ\text{C}$, se aprecia que los perfiles de las velocidades u^* numéricas representaron correctamente a los perfiles de velocidad experimentales. En el caso de $T_h = 120 \text{ }^\circ\text{C}$, aunque los resultados comparativos se consideran aceptables, la proximidad entre valores numéricos y experimentales no estuvo en el orden de los otros casos. Ello puede deberse al elevado gradiente de temperaturas del problema, lo que causa que el movimiento del fluido se presente más complejo.

Para todos los casos no se han presentado resultados experimentales en zonas reducidas próximas a las superficies isotérmicas. Ello se debió a que las imágenes en dichas regiones estuvieron afectadas por la reflexión de la luz, lo que generó *outliers* o valores de velocidad experimentales erróneos, con lo cual se optó por obviar dichos resultados.

Los valores máximos obtenidos de las distribuciones locales de diferencias de velocidad, los valores medios de dichas distribuciones, así como los mapas gráficos presentados, indican que existe una aproximación aceptable entre los resultados numéricos y experimentales.

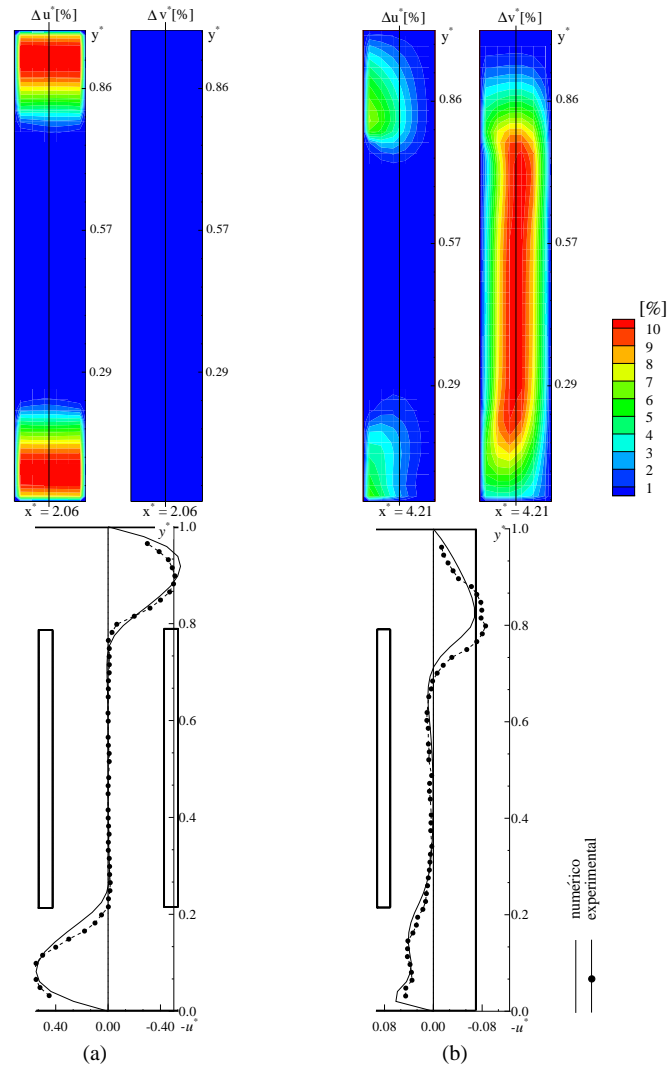


Figura 4.9: Caso $T_h = 30^\circ\text{C}$. Valores de $\Delta u^* \%$, $\Delta v^* \%$ y distribución de valores de u^* numéricos y experimentales en las celdas: (a) c13 y (b) c26.

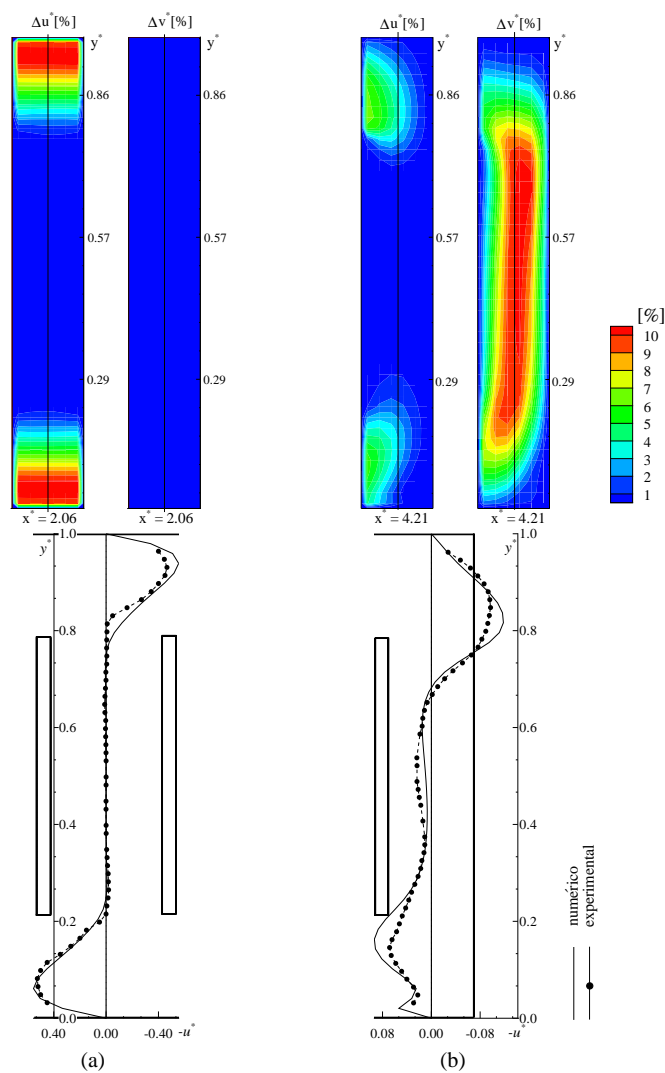


Figura 4.10: Caso $T_h = 70^\circ\text{C}$. Valores de $\Delta u^* \%$, $\Delta v^* \%$ y distribución de valores de u^* numéricos y experimentales en las celdas: (a) c13 y (b) c26.

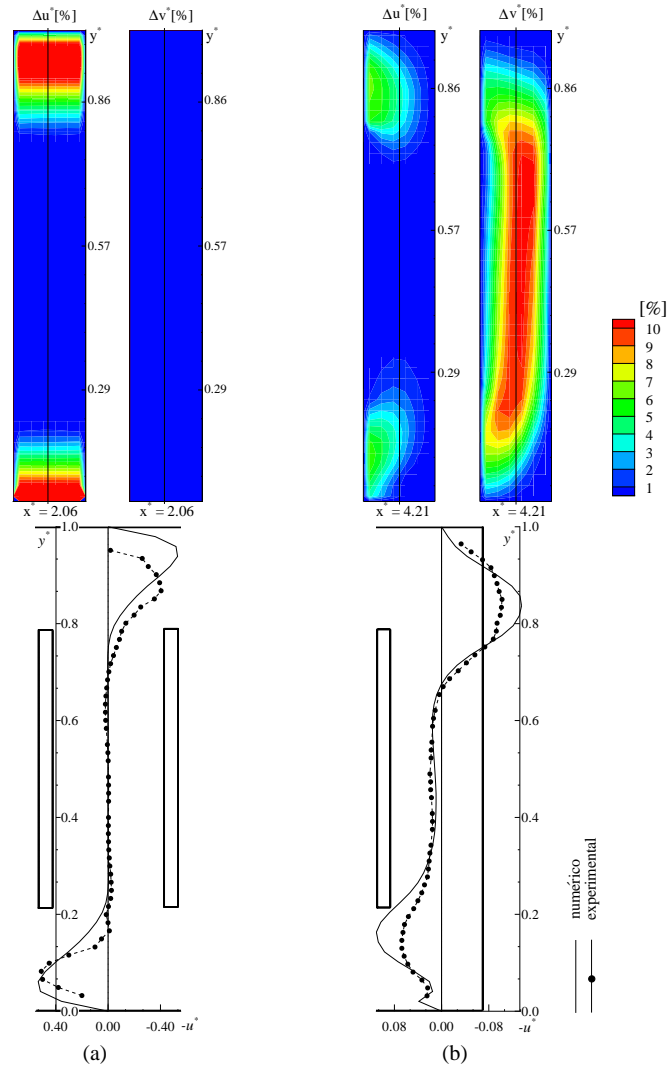


Figura 4.11: Caso $T_h = 120^\circ\text{C}$. Valores de $\Delta u^* [%]$, $\Delta v^* [%]$ y distribución de valores de u^* numéricos y experimentales en las celdas: (a) c13 y (b) c26.

4.7 Conclusiones

Se ha estudiado la convección natural del aire, numérica y experimentalmente, en una cavidad rectangular de dimensiones $300 \text{ mm} \times 70 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ e inclinada 45° , que tuvo en su interior una estructura honeycomb de tipo rectangular. Sobre las superficies superior e inferior se impusieron condiciones de pared isotérmica fría y caliente, T_c y T_h respectivamente ($T_h > T_c$), mientras que las demás superficies fueron adiabáticas.

La estructura honeycomb, constituida por 25 láminas de vidrio, estuvo separada a distancias iguales de las superficies fría y caliente. Las dimensiones de cada lámina de honeycomb fueron $1.5 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$.

Se estudiaron tres casos, diferenciados entre si por los valores de $T_h = 30, 70$ y 120°C . En todos los casos, el valor de T_c fue igual a 20°C .

Se consideraron simulaciones numéricas en dos y tres dimensiones. Se asumió que el flujo estuvo gobernado por las ecuaciones de Navier - Stokes y de la energía, considerando fluido incompresible, régimen permanente y laminar, propiedades físicas constantes, aproximación de Boussinesq, fluido Newtoniano, calor de fricción despreciable, trabajo por compresión o expansión despreciable y medio no participante de la radiación. Las ecuaciones gobernantes en derivadas parciales fueron convertidas en ecuaciones algebraicas por medio de la técnica de volúmenes finitos. Las ecuaciones algebraicas fueron resueltas en forma segregada utilizando el algoritmo SIMPLEC [11], mientras que la geometría fue discretizada en base a mallas Cartesianas desplazadas. Se utilizó el esquema numérico de alto orden SMART [3] para la aproximación de los términos convectivos y el esquema numérico CDS para la aproximación de los términos difusivos. Las soluciones numéricas fueron verificadas mediante herramientas de post - proceso basadas en la extrapolación de Richardson generalizada y en el Índice de Convergencia de Malla GCI (*Grid Convergence Index*), que estimaron la incertidumbre debida a la discretización [2][7]. Para las mallas más densas se obtuvo que los órdenes de precisión observado estuvieron dentro del rango deseado, con valores del GCI disminuyendo a medida que se densificaban las mallas.

Para la investigación experimental se utilizó las técnicas PIV (*Particle Image Velocimetry*), método que permitió visualizar y cuantificar el campo de velocidades.

Los resultados numéricos en 3D permitieron comprobar el carácter bidimensional del fluido, hipótesis que fue asumida para la investigación experimental.

Los estudios de validación, llevados a cabo comparando los resultados numéricos 2D con los resultados experimentales, dieron como resultado notables concordancias entre si, con lo cual se concluyó que los modelos matemáticos asumidos para las simulaciones numéricas reproducen correctamente el comportamiento físico del fluido en situaciones reales.

Nomenclatura

$c1, c2, c3, \dots$	celdas de honeycomb
c_p	calor específico a presión constante
g	aceleración gravitacional
g_x	aceleración gravitacional en dirección x
g_y	aceleración gravitacional en dirección y
g_z	aceleración gravitacional en dirección z
l	altura de la lámina de honeycomb
l_c	separación entre la estructura honeycomb y la superficie fría
l_h	separación entre la estructura honeycomb y la superficie caliente
n	parámetro de densificación de malla
n_1, n_2, n_3	mallas fina, media y basta, respectivamente
p	orden de precisión observado
p_d	presión dinámica
u, v, w	velocidades, según la referencia (x, y, z)
u_{ref}	velocidad de referencia
x, y, z	coordenadas del sistema Cartesiano
A_i	área de una superficie isotérmica
<i>CDS</i>	<i>Central Differential Scheme</i>
F	profundidad de la cavidad
<i>GCI</i>	<i>Grid Convergence Index</i>
H	longitud de la cavidad
H'	distancia entre láminas de honeycomb
L	separación entre superficies isotérmicas
Nu	número de Nusselt global
Pr	número de Prandtl
<i>PIV</i>	<i>Particle Image Velocimetry</i>
Q	flujo de calor entre superficies isotérmicas
Ra	número de Rayleigh
$R\epsilon_\lambda$	relación de conductividad térmica = λ_v/λ
Rn	nodos de Richardson
T	temperatura
T_c	temperatura fría
T_h	temperatura caliente
T_o	temperatura de referencia
$2D$	bidimensional
$3D$	tridimensional

Símbolos Griegos

β	coeficiente de dilatación volumétrica del aire
δ	grosor de la lámina de honeycomb
λ	conductividad térmica del aire
λ_v	conductividad térmica del vidrio
μ	viscosidad dinámica del aire
ν	viscosidad cinemática del aire
ρ	densidad del aire
σ	desviación estandard
$\Delta u^*(x, y)$	diferencias locales entre velocidades u^* numéricas y experimentales
$\Delta v^*(x, y)$	diferencias locales entre velocidades v^* numéricas y experimentales
$\overline{\Delta u^*}$	valor medio de $\Delta u^*(x, y)$
$\overline{\Delta v^*}$	valor medio de $\Delta v^*(x, y)$

Subíndice

c	fría
d	dinámica
h	caliente
o	valor de referencia
p	presión
ref	referencia
v	vidrio
x, y, z	coordenadas del sistema Cartesiano
λ	conductividad térmica

Superíndice

*	normalizado
---	-------------

Bibliografía

- [1] H.Z. Abou-Ziyan and R.F. Richards. Effect of gap thickness on a rectangular - cell compound - honeycomb solar collector. *Solar Energy*, 60(5):271–280, 1997.
- [2] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, R. Cònsul, and A. Oliva. Verification of finite volume computations on steady-state fluid flow and heat transfer. *Journal of Fluids Engineering*, 124:11–21, March 2002.
- [3] P.H. Gaskell, A.K.C. Lau, and N.G. Wright. Comparison of two solution strategies for use with higher order discretization schemes in fluid flow simulation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 8:1203–1215, 1988.

- [4] K.G.T. Hollands, K. Iynkaran, C. Ford, and W.J. Platzer. Manufacture, solar transmission, and heat transfer characteristic of a large - celled honeycomb transparent insulation. *Solar Energy*, 49(5):381–385, 1992.
- [5] S.J.M. Linthorst. *Natural convection suppression in solar collectors*. PhD thesis, Technische Hogeschool Delft, Netherlands, 1985.
- [6] C.D. Pérez-Segarra, A. Oliva, M. Costa, and F. Escanes. Numerical experiments in turbulent natural and mixed convection in internal flows. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 5:13–33, 1995.
- [7] P.J. Roache. Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies. *Journal of Fluids Engineering*, 116:405–413, 1994.
- [8] P.J. Roache. Verification and validation of computational science and engineering. In *Hermosa Publishers*, 1998.
- [9] H. Schweiger. *Optimization of Solar Thermal Absorber Elements with Transparent Insulation*. PhD thesis, Laboratori de Termotècnia i Energètica E.T.S.E.I.T. Departament de Màquines i Motors Tèrmics. Universitat Politècnica de Catalunya, December 1997.
- [10] H. Schweiger, A. Oliva, and J. Cadafalch. Colector solar plano experimental con aislamiento transparente de capilares de vidrio. In *Proc. 8º Congreso Ibérico de Energía Solar*, 1997.
- [11] J.P. Van Doormal and G.D. Raithby. Enhancement of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7:147–163, 1984.

Conclusiones y actuaciones futuras

Conclusiones

En el contexto de esta tesis se ha desarrollado una infraestructura numérica, para el tratamiento de problemas donde están presentes fenómenos periódicos espaciales. Se ha dedicado una atención especial al estudio de la convección natural del aire sobre estructuras honeycomb de tipo rectangular, habiéndose efectuado en este caso una validación experimental. Si bien el alcance de la validación experimental estuvo limitada a la investigación específica de estructuras honeycomb, en cambio la infraestructura numérica fue de carácter más general, pudiendo ser utilizada en el estudio de todos aquellos problemas donde exista periodicidad espacial. La infraestructura numérica trató con todos aquellos aspectos relacionados con la simulación en dominios computacionales reducidos, mediante la aplicación de condiciones de contorno periódicas en el método de volúmenes finitos.

Las conclusiones de esta tesis fueron discutidas detalladamente en la parte final de cada capítulo. Por ello, en esta sección se presentan en forma más resumida las mismas conclusiones, siguiendo el orden establecido para cada capítulo.

La tesis se organizó en tres capítulos principales (capítulos dos, tres y cuatro). En el capítulo dos se estudió numéricamente el tratamiento de condiciones de contorno periódicas, en base al método de volúmenes finitos. Se propusieron tres formulaciones, donde la transferencia de información entre contornos se realizó en forma explícita. Las formulaciones fueron identificadas como [5]: (i) Formulación por interpolación directa (DIF, *Direct Interpolation Formulation*), (ii) Formulación por posicionamiento exacto (EPF, *Exact Position Formulation*) y (iii) Formulación por tratamiento conservativo (CTF, *Conservative Treatment Formulation*). En la formulación DIF los valores transferidos, desde posiciones periódicas internas del dominio computacional hacia los contornos, fueron calculados en base a interpolaciones Lagrangianas. Para la formulación EPF se propuso que la transferencia de información, desde posiciones internas del dominio computacional hacia el contorno y nodos anexos al contorno, fuera nodo a nodo. Para la formulación CTF la transferencia de información fue calculada forzando la conservación de los flujos físicos (masa, momento y energía), a través de ambas posiciones periódicas; esta última formulación se basó en los esquemas de interpolación conservativos utilizados en el método multibloque [1][2]. Las tres formulaciones fueron caracterizadas a partir de su aplicación sobre un problema, el cual está referenciado en la literatura específica [3]. Se demostró que los valores obtenidos con las formulaciones EPF y CTF coinciden entre si y requieren tiempos de CPU similares. Las diferencias más importantes entre ellas fue el modo de introducir

la formulación periódica en las ecuaciones algebraicas: para la formulación EPF fue necesario modificar las ecuaciones algebraicas en nodos internos, mientras que en la formulación CTF sólo se modificó las ecuaciones algebraicas del contorno. La formulación DIF originó imbalances en las cantidades físicas, incrementando el tiempo de CPU e introduciendo imprecisiones en la solución numérica, incluso cuando se usó mallas finas. Se demostró también que las formulaciones EPF y CTF conservan el orden de precisión de las soluciones numéricas y no introducen incertidumbres adicionales. Las estrategias para la transferencia de información entre contornos periódicos, así como las conclusiones acerca de las características de cada formulación, constituyeron la principal contribución de este capítulo.

Haciendo uso de la formulación por posicionamiento exacto EPF, en el capítulo dos se resolvieron dos problemas específicos: el movimiento en régimen permanente de un fluido dentro de un canal horizontal [6] y el paso de un flujo en un intercambiador de calor compacto [8]. Con dichos estudios se aportó con nuevos detalles acerca de la aplicación de condiciones de contorno periódicas, mediante la metodología propuesta en esta tesis.

En el capítulo tres se llevó a cabo un estudio numérico, acerca del comportamiento periódico del aire dentro de cavidades rectangulares, inclinadas 45° y en cuyo interior se consideró una estructura honeycomb de tipo rectangular. Se estudiaron dos tipos de dominios: (i) dominios computacionales completos, cuyas relaciones entre el largo y ancho de la cavidad fueron ≥ 20 , y (ii) dominios computacionales reducidos, en cuyo caso el dominio correspondió al tamaño de una celda de honeycomb. Sobre las superficies superior e inferior se impusieron condiciones de pared isotérmica fría y caliente, mientras que para las otras superficies se impusieron condiciones de contorno adiabáticas para dominios computacionales completos y condiciones de contorno periódicas para dominios computacionales reducidos. Para dominios computacionales completos se estudiaron 2 configuraciones: (i) estructura honeycomb en contacto con la superficie fría y (ii) estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas; de esta última configuración se consideraron tres situaciones: simétrica (estructura honeycomb equidistante de las superficies isotérmicas), asimétrica hacia la superficie caliente (estructura honeycomb más cerca de la superficie caliente) y asimétrica hacia la superficie fría (estructura honeycomb más cerca de la superficie fría). Para dominios computacionales reducidos se estudió configuraciones donde la estructura honeycomb estuvo en contacto con las superficies caliente y fría, en contacto sólo con la superficie fría y sin contacto con las superficies isotérmicas. Para el tratamiento de condiciones de contorno periódicas se hizo uso de la formulación EPF, descrita en el capítulo dos.

A partir de la reproducción del trabajo numérico de R. Scozia y Col. [7], se logró verificar el código numérico para un rango extenso de geometrías del capítulo 3; mientras que con la reproducción del trabajo experimental de B.A. Meyer y Col. [4],

se validó los resultados numéricos del caso donde la estructura honeycomb estuvo en contacto con las superficies isotérmicas, encontrándose notables concordancias entre los resultados numéricos de este trabajo con los resultados experimentales de B.A. Meyer y Col.

En base al estudio sobre dominios computacionales completos, cuando la estructura honeycomb estuvo en contacto con la superficie fría, se caracterizó el comportamiento periódico de las variables del flujo. Se apreció que las distribuciones de las variables temperatura y velocidad tuvieron un comportamiento repetitivo en posiciones periódicas; mientras que las distribuciones de las presiones dinámicas fueron semejantes, pero estuvieron separadas entre sí por un valor constante. Dichos comportamientos fueron desapareciendo a medida que disminuía el número de láminas de honeycomb. Se propusieron expresiones matemáticas para representar el comportamiento periódico de las variables del flujo, las cuales fueron utilizadas para las simulaciones en dominios computacionales reducidos. Dichos resultados fueron comparados con los obtenidos en dominios computacionales completos, encontrándose notables similitudes entre ambos resultados.

En los casos donde la estructura honeycomb estuvo separada de las superficies isotérmicas, se apreció para situaciones simétricas que los comportamientos periódicos sólo se evidenciaron cuando el número de láminas de honeycomb fue igual o superior a 18, demostrándose también que para dichas configuraciones la periodicidad estuvo muy influenciada por el valor de la relación entre el largo y ancho de la cavidad. En los casos asimétricos la periodicidad espacial estuvo presente en todo el rango de estudios propuestos.

A partir de la solución de un problema específico se demostró la utilidad de las simulaciones numéricas para abordar geometrías de interés (próximas al aislamiento transparente para sistemas solares térmicos), aplicando condiciones de contorno periódicas en dominios computacionales reducidos a una celda de honeycomb.

En general, los resultados obtenidos en dominios computacionales reducidos cumplieron perfectamente con los requisitos que se plantearon, es decir, una buena aproximación con los resultados numéricos de R. Scozia y Col. [7] y un buen comportamiento físico: la formación de un flujo principal subiendo por la superficie caliente y retornando por el lado extremo de las aletas de honeycomb o por la superficie fría (según si la estructura honeycomb estaba o no en contacto con dicha superficie), y creándose también un flujo secundario dentro de la celda.

En el capítulo cuatro se desarrolló una investigación numérica y la validación experimental de la convección natural del aire en una cavidad rectangular de dimensiones específicas, inclinada 45° y que tuvo en su interior una estructura honeycomb de tipo rectangular. Sobre las superficies superior e inferior se impusieron condiciones de pared isotérmica fría y caliente, mientras que las demás superficies fueron adiabáticas. La estructura honeycomb, constituida por 25 láminas de vidrio, estuvo separada a

distancias iguales de las superficies isotérmicas. Para la investigación experimental se utilizó las técnicas PIV (*Particle Image Velocimetry*), método que permitió visualizar y cuantificar el campo de velocidades. Para el estudio numérico se llevaron a cabo simulaciones en dos y tres dimensiones (2D y 3D, respectivamente). Los resultados numéricos en 3D permitieron comprobar el carácter bidimensional del fluido, hipótesis que fue asumida para la investigación experimental. Los estudios de validación, llevados a cabo comparando los resultados numéricos 2D con los resultados experimentales, dieron como resultado notables proximidades entre ellos, con lo cual se concluyó que los modelos matemáticos asumidos para las simulaciones numéricas reproducen correctamente el comportamiento físico del fluido en situaciones reales.

Los resultados numéricos de cada capítulo fueron correctamente verificados, habiéndose encontrado que los valores del orden de precisión observado se encontraron dentro de los límites esperados (es decir, dentro de los límites correspondientes a los órdenes de precisión teóricos). Así mismo, en general se obtuvieron elevados porcentajes de nodos de Richardson, y los valores del GCI evolucionaron adecuadamente, disminuyendo a medida que se densificaban las mallas. En consecuencia, los valores del GCI se mostraron como buenos estimadores de la incertidumbre debida a la discretización.

La experiencia y herramientas (infraestructura experimental, software, algoritmos, artículos, etc.) de nuestro Grupo sirvieron de base para el desarrollo del presente estudio. Siguiendo con nuestra filosofía de trabajo, las contribuciones de esta tesis se han constituido como un aporte más sobre los campos donde la tesis fue desarrollada. En el caso de la infraestructura numérica para el tratamiento de las condiciones de contorno periódicas, dicha herramienta fue implementada en el DPC (*library for the Development of Programs focussed on the resolution of Combined heat and mass transfer problems*), software desarrollado por nuestro Grupo para la resolución de problemas combinados de transferencia de calor y de masa, y fue aplicada con éxito a otros problemas como fenómenos de cambio de fase sólido-líquido, pistones, coordenadas cilíndricas, etc. Del mismo modo, el montaje experimental basado en las técnicas PIV ha aportado mayor experiencia en el tratamiento de imágenes experimentales, habiendo dejado evidentemente nuevas interrogantes y retos para el futuro, como fueron el problema de la reflexión de la luz, la deflexión de las láminas de honeycomb, etc.

Actuaciones futuras

El presente trabajo contempló el tratamiento de condiciones de contorno periódicas en forma explícita. Si bien el hecho de utilizar dominios computacionales reducidos a la unidad periódica garantiza una reducción sustancial de memoria y de tiempo de CPU, respecto de dominios computacionales completos, se puede mejorar aún más los tiempos de cálculo mediante estrategias de transferencia en forma implícita; dicho

estudio merece una atención especial, pudiéndose optar por una metodología parecida a la que se describió en el capítulo dos.

Aunque resultó satisfactoria la aplicación de las formulaciones EPF y CTF, las cuales garantizaron los criterios de conservación en el método de volúmenes finitos, ello no asegura que la convergencia no se degrade. Esta situación está directamente relacionada con el dimensionamiento de la zona de solapamiento. Se deben realizar estudios más profundos acerca del espesor óptimo de la zona de solapamiento s , considerando que si s es demasiado grande podría conducir hacia soluciones físicamente incorrectas, mientras que si s es demasiado pequeña podría inducir la degradación de la convergencia.

Las expresiones matemáticas que se propusieron en el capítulo tres, con el fin de caracterizar el comportamiento de las variables del flujo presión dinámica, velocidad y temperatura, deben ser comprobadas en geometrías 3D. Ello implicaría estudiar nuevas formas de celdas de honeycomb, como cilíndricas, hexagonales, cuadradas, etc.

Dada la experiencia acumulada en la construcción y evaluación del montaje experimental, se debe plantear nuevas configuraciones donde la estructura honeycomb entre en contacto con la superficie fría, considerando distintos niveles de separación de la misma. Del mismo modo, sería interesante un estudio experimental en relaciones de caja más elevadas, que permita investigar acerca del fenómeno conocido como “convección en múltiples celdas”.

Sería de interés extender los estudios numéricos para relaciones de caja más elevadas, en 2D y 3D, y para valores más elevados del número de Rayleigh. Si bien podrían presentarse limitaciones acerca de la capacidad y velocidad de cálculo, ello forzaría la utilización de técnicas de paralelización. Para estudios sobre números de Rayleigh más elevados se deberá contemplar modelos matemáticos de turbulencia, por la naturaleza compleja del fluido presente en dichos casos.

El trabajo numérico y experimental es potencialmente útil para la obtención en el futuro de correlaciones de diseño en el campo de la tecnología del aislamiento transparente para aplicaciones solares térmicas.

Bibliografía

- [1] J. Cadafalch, A. Oliva, C.D. Pérez-Segarra, M. Costa, and J. Salom. Comparative study of conservative and nonconservative interpolation schemes for the domain decomposition method on laminar incompressible flows. *Numerical Heat Transfer, Part B, Fundamentals*, 35(1):65–84, 1999.
- [2] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, M. Soria, and A. Oliva. Fully conservative multi-block method for the resolution of turbulent incompressible flows. *Proceedings of*

- the Fourth European Computational Fluid Dynamics Conference*, I(2):1234–1239, October 1998.
- [3] K.M. Kelkar and S.V. Patankar. Numerical prediction of flow and heat transfer in a parallel plate channel with staggered fins. *Journal of Heat Transfer*, 109:25–30, February 1987.
- [4] B.A. Meyer, M.M. El-Wakil, and J.W. Mitchell. Natural convection heat transfer in small and moderate aspect ratio enclosures; an application to flate - plate collectors. Technical report, American Society of Mechanical Engineers, New York, 1978.
- [5] M. Quispe, J. Cadafalch, M. Costa, and M. Soria. Comparative study of flow and heat transfer periodic boundary conditions. In *Proceedings of the ECCOMAS 2000*, Barcelona, September 2000.
- [6] H. Schlichting. Teoría de la capa límite. *Ediciones Urmo, Bilbao*, págs. 87 – 98, 1972.
- [7] R. Scozia and R.L. Frederick. Natural convection in slender cavities with multiple fins attached to an active wall. *Numerical Heat Transfer, Part. A*, 20:127–158, 1991.
- [8] L.W. Zhang, D.K. Tafti, F.M. Najjar, and S. Balachandar. Computations of flow and heat transfer in parallel - plate fin heat exchangers on the cm - 5: Effects of flow unsteadiness and three - dimensionality. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(6):1325–1341, 1997.

Trabajos publicados

- M. Quispe, J. Cadafalch, M. Costa, A. Oliva, “Estudio Numérico del Comportamiento Periódico de Estructuras Tipo Honeycomb en Cavidades Inclinadas”, *XV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Asociación Española de Ingeniería Mecánica*, Libro de resúmenes, pag. 500. Cádiz, España, 10 a 13 de diciembre de 2002.
- J. Cadafalch, M. Quispe, J.R. Massipe, A. Oliva, “Stagnation Proof Transparently Insulated Flat Plate Solar Collectors”, *Forum International Sur Les Energies Renouvelables*, Tétouan - Maroc, Tome I, pp. 53 - 58, 8 - 10 may, 2002.
- M. Quispe, J. Cadafalch, M. Costa, M. Soria, “Comparative study of flow and heat transfer periodic boundary conditions”, *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. ECCOMAS 2000*, Barcelona, Setiembre 2000.
- J. Cadafalch, A. Oliva, M. Quispe, J.R. Massipe, “An overheating protection system for flat plate solar collectors with transparent insulation”, *Proceedings EuroSun 2000 Conference*, Copenhagen, Dinamarca, 2000.
- J. Cadafalch, A. Oliva, M. Quispe, J.R. Massipe, “Estudio de la viabilidad del colector solar plano con aislamiento transparente protegido a las condiciones de estancamiento con un canal de ventilación”, *IX Congreso Ibérico de Energía Solar, III Jornadas Técnicas sobre Biomasa*, Córdoba, Marzo 2000.
- J. Castro, L. Leal, A. Oliva, M. Quispe, “Diseño de los elementos constitutivos de una máquina de refrigeración por absorción de LiBr-H₂O refrigerada por aire. Contrastación de los modelos de simulación para sus elementos más críticos”, *XIV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Anales de Ingeniería Mecánica. Revista de la Asociación Española de Ingeniería Mecánica*, Año 13, Vol. 2, Leganés, Diciembre 2000.
- M. Costa, M. Quispe, A. Oliva, “Evaluación de fenómenos de cambio de fase sólido-líquido con fines a la acumulación de energía térmica”, *XIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Anales de Ingeniería Mecánica. Revista de la Asociación Española de Ingeniería Mecánica*, Barcelona, Diciembre 1998.

Apéndice al capítulo 3

A.1 Estudio I: dominios computacionales reducidos

caso $A' = 0.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	84	1.4	9.5e-02	68	1.3	4.5e-02	28	1.6	3.3e-02
10/20/40	92	1.9	1.3e-02	78	1.8	6.6e-03	74	1.0	1.9e-02
caso $A' = 1.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	80	1.9	1.7e-01	72	1.7	2.6e-01	69	2.5	7.9e-02
10/20/40	82	1.7	4.6e-02	86	1.8	4.1e-02	78	1.0	7.7e-02
caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	68	1.3	2.6e-01	76	2.3	1.4e-01	72	1.0	3.2e-01
10/20/40	94	1.8	3.2e-02	96	1.8	4.8e-02	80	1.4	5.0e-02
caso $A' = 4.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	83	1.8	7.7e-02	82	1.8	2.8e-01	73	1.5	2.0e-01
10/20/40	86	1.6	2.1e-02	88	1.6	6.6e-02	83	1.6	4.1e-02

Tabla A.1.1: Estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 5.5 \times 10^3$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 0.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	84	1.2	1.9e-01	72	1.4	5.1e-02	55	3.5	2.3e-02
10/20/40	92	1.9	2.0e-02	74	2.0	8.3e-03	84	1.6	1.8e-02
caso $A' = 1.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	80	1.4	3.6e-01	76	2.1	2.4e-01	48	4.2	2.9e-02
10/20/40	90	1.6	6.6e-02	88	1.9	4.6e-02	71	1.5	2.3e-02
caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	80	1.9	1.1e-01	74	2.6	1.4e-01	48	1.0	5.2e-01
10/20/40	78	1.5	5.3e-02	90	1.6	7.7e-02	72	1.3	6.6e-02
caso $A' = 4.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	54	1.6	1.4e-01	72	2.8	1.5e-01	69	2.2	1.0e-01
10/20/40	91	1.6	3.4e-02	84	1.7	8.3e-02	82	1.8	4.5e-02

Tabla A.1.2: Estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 0.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	56	0.5	1.8e+00	64	1.3	2.2e-01	49	4.2	4.2e-02
10/20/40	92	1.7	7.1e-02	78	2.3	2.0e-02	77	2.6	3.2e-02
caso $A' = 1.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	48	0.8	3.5e+00	40	0.8	1.9e+00	55	3.4	1.6e-01
10/20/40	76	2.2	7.7e-02	82	1.9	1.1e-01	77	1.6	1.1e-01
caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	72	0.9	8.3e-01	48	0.3	7.7e+00	38	1.8	5.7e-01
10/20/40	82	2.2	3.9e-02	85	2.1	1.2e-01	83	2.3	5.7e-02
caso $A' = 4.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	65	2.2	1.2e-01	78	1.3	1.4e+00	41	2.0	3.7e-01
10/20/40	72	2.1	2.1e-02	82	2.3	1.2e-01	83	2.0	6.5e-02

Tabla A.1.3: Estructura honeycomb en contacto con las superficies caliente y fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^5$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.2 Estudio II: dominios computacionales completos

caso $A' = 20.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	82	2.4	3.6e-03	97	1.3	2.8e-01	88	2.4	9.2e-03
16/32/64	95	1.7	1.9e-03	99	2.4	2.1e-02	95	1.8	4.1e-03
caso $A' = 10.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	89	2.2	7.1e-03	95	1.3	2.8e-01	89	2.4	1.4e-02
16/32/64	98	1.6	3.6e-03	99	2.3	2.1e-02	97	1.8	6.1e-03
caso $A' = 5.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	91	2.2	1.4e-02	94	1.3	2.5e-01	99	2.3	2.4e-02
16/32/64	97	1.6	6.6e-03	97	2.2	2.2e-02	97	1.9	9.6e-03
caso $A' = 3.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	93	2.2	2.0e-02	90	1.2	2.9e-01	95	2.3	3.1e-02
16/32/64	98	1.8	8.9e-03	97	2.2	2.1e-02	98	1.9	1.2e-02

Tabla A.2.1: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^3$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	91	1.9	7.1e-02	82	1.2	3.1e-01	77	1.0	2.4e-01
16/32/64	93	1.7	2.4e-02	89	1.7	4.2e-02	86	1.6	2.4e-02
caso $A' = 1.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	64	1.8	1.1e-01	82	0.8	8.3e-01	58	1.5	2.2e-01
16/32/64	62	1.2	8.3e-02	91	1.3	8.3e-02	92	1.5	4.0e-02
caso $A' = 0.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	68	2.1	5.5e-02	75	1.8	4.8e-02	88	1.6	4.7e-02
16/32/64	93	1.9	1.3e-02	92	1.6	2.4e-02	94	1.1	3.9e-02
caso $A' = 0.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	89	2.1	1.2e-02	89	1.7	4.2e-02	96	1.3	8.8e-02
16/32/64	82	1.9	1.1e-02	91	1.7	1.8e-02	96	1.3	3.6e-02
caso $A' = 0.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	89	2.1	8.9e-03	86	1.9	3.7e-02	100	1.2	1.0e-01
16/32/64	84	2.1	5.1e-03	81	1.6	2.4e-02	96	1.3	3.8e-02

Tabla A.2.2: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^3$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 3.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	85	2.0	5.8e-02	77	1.8	2.0e-01	77	1.6	1.9e-01
16/32/64	93	1.4	4.0e-02	85	1.8	4.5e-02	94	1.6	5.1e-02
caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	73	1.6	3.7e-01	72	1.7	4.6e-01	55	2.1	1.7e-01
16/32/64	92	1.8	5.6e-02	87	1.7	9.5e-02	85	1.3	8.8e-02
caso $A' = 1.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	64	1.6	5.1e-01	58	1.6	6.6e-01	62	1.9	5.0e-01
16/32/64	80	1.0	2.7e-01	84	1.9	1.0e-01	85	1.8	8.1e-02
caso $A' = 0.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	55	1.9	1.8e-01	69	1.6	1.5e-01	66	2.1	8.4e-02
16/32/64	78	1.6	5.2e-02	88	1.4	7.7e-02	81	1.5	5.0e-02
caso $A' = 0.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	78	2.3	3.4e-02	79	1.5	1.2e-01	87	1.0	1.4e-01
16/32/64	88	1.9	2.3e-02	87	1.4	7.1e-02	92	1.1	6.1e-02

Tabla A.2.3: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 0.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
8/16/32	78	2.4	2.1e-02	86	1.7	1.1e-01	96	1.3	1.1e-01
16/32/64	89	2.1	1.3e-02	83	1.6	7.1e-02	97	1.2	5.4e-02

Tabla A.2.4: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.3 Estudio II: dominios computacionales reducidos

caso $A' = 10.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	89	2.1	5.5e-03	91	1.3	2.6e-01	72	2.0	9.5e-03
20/40/80	82	1.7	3.8e-03	93	1.5	7.7e-02	86	1.2	9.2e-03
caso $A' = 5.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	86	2.1	1.1e-02	95	1.4	2.2e-01	69	2.0	2.2e-02
20/40/80	81	1.5	8.3e-03	95	1.4	7.7e-02	88	1.1	2.1e-02
caso $A' = 3.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	90	2.0	1.9e-02	97	1.6	2.0e-01	97	2.1	3.2e-02
20/40/80	89	1.6	1.2e-02	95	1.4	9.5e-02	93	1.2	1.3e-02
caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	97	2.4	1.7e-02	77	1.5	8.9e-02	86	2.3	1.9e-02
20/40/80	94	2.1	5.6e-03	95	1.4	2.6e-02	93	1.9	6.3e-03

Tabla A.3.1: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^3$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	84	1.9	2.7e-02	99	1.3	8.3e-02	98	1.7	2.3e-02
20/40/80	93	2.0	6.0e-03	95	1.6	1.8e-02	93	1.7	6.8e-03
caso $A' = 0.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	86	1.8	2.8e-02	90	1.5	4.8e-02	98	1.4	4.0e-02
20/40/80	97	2.2	3.9e-03	93	1.6	1.7e-02	98	1.4	1.4e-02
caso $A' = 0.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	83	2.0	1.0e-02	88	1.4	6.0e-02	100	1.5	4.4e-02
20/40/80	92	2.3	1.8e-03	92	1.7	1.6e-02	99	1.5	1.7e-02
caso $A' = 0.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	79	2.2	5.5e-03	86	1.1	9.5e-02	100	1.5	5.2e-02
20/40/80	86	2.2	1.3e-03	90	1.6	1.8e-02	99	1.5	2.0e-02

Tabla A.3.2: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^3$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 10.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	68	1.8	7.1e-02	68	1.0	5.9e-01	44	-0.4	2.3e+00
20/40/80	88	2.2	1.4e-02	91	2.1	4.8e-02	98	2.3	2.9e-02
caso $A' = 5.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	49	4.5	6.0e-03	42	5.1	7.0e-02	47	5.6	4.8e-03
20/40/80	86	2.4	1.6e-03	82	2.3	2.0e-02	76	2.9	1.7e-03
caso $A' = 3.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	90	1.4	1.1e-01	84	1.4	2.7e-01	75	0.8	3.5e-01
20/40/80	84	2.0	1.3e-02	84	2.4	2.1e-02	61	1.8	2.2e-02
caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	52	1.8	5.9e-02	68	2.1	7.1e-02	50	1.4	1.1e-01
20/40/80	95	1.5	2.3e-02	91	1.6	3.0e-02	93	1.5	3.3e-02

Tabla A.3.3: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	91	1.9	5.9e-02	74	1.6	1.1e-01	82	1.9	5.3e-02
20/40/80	91	1.5	2.9e-02	93	1.3	5.2e-02	86	1.4	2.8e-02
caso $A' = 0.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	66	1.9	5.3e-02	70	1.4	1.3e-01	75	1.3	5.5e-02
20/40/80	90	1.8	1.8e-02	91	1.5	5.5e-02	89	1.5	1.6e-02
caso $A' = 0.33$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	81	2.2	2.0e-02	82	1.4	1.7e-01	98	1.4	4.8e-02
20/40/80	92	2.1	6.6e-03	92	1.6	5.1e-02	99	1.4	1.7e-02
caso $A' = 0.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
10/20/40	81	2.3	1.4e-02	80	1.3	2.1e-01	99	1.5	5.4e-02
20/40/80	86	2.2	4.2e-03	90	1.5	5.8e-02	99	1.5	2.0e-02

Tabla A.3.4: Estructura honeycomb en contacto con la superficie fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.4 Estudio III: dominios computacionales completos, disposición simétrica

caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	87	2.3	2.6e-03	93	1.2	2.4e-01	80	2.1	5.2e-03
6/12/24	91	1.9	1.1e-03	96	2.9	1.1e-02	98	1.9	1.1e-03
caso $A' = 1.819$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	82	2.0	4.1e-03	90	1.2	2.3e-01	82	1.8	3.1e-02
6/12/24	92	1.9	2.6e-03	97	2.5	1.1e-02	94	1.9	2.1e-03
caso $A' = 1.6675$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	91	2.0	1.5e-02	91	1.7	2.1e-01	87	2.2	2.3e-02
6/12/24	97	1.8	5.6e-03	99	2.8	5.2e-02	95	1.8	8.0e-03
caso $A' = 1.539$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	83	2.8	1.1e-02	87	1.3	1.9e-01	86	1.8	4.4e-02
6/12/24	91	1.7	8.3e-03	94	2.6	7.3e-02	94	2.3	1.1e-02

Tabla A.4.1: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición simétrica sobre dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.429$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	91	1.5	5.6e-02	76	1.1	3.0e-01	67	1.1	2.5e-01
6/12/24	93	1.8	1.4e-02	93	2.3	6.1e-02	94	1.9	3.4e-02
caso $A' = 1.334$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	76	1.7	9.1e-03	76	1.1	2.0e-01	76	1.6	3.4e-03
6/12/24	89	2.5	5.1e-03	94	2.2	4.4e-02	88	2.3	1.0e-03
caso $A' = 1.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	74	1.6	5.3e-03	75	1.1	1.3e-01	78	1.5	4.0e-02
6/12/24	88	1.7	1.3e-03	82	2.1	4.3e-02	85	2.7	1.0e-03
caso $A' = 1.177$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	74	1.2	2.3e-02	67	1.2	2.0e-01	63	1.3	1.4e-02
6/12/24	80	1.9	4.1e-03	76	2.3	1.2e-02	87	1.7	2.4e-03
caso $A' = 1.1116$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	76	2.5	3.1e-02	79	1.9	4.3e-01	70	1.9	9.1e-02
6/12/24	78	1.9	3.5e-03	91	2.3	1.5e-02	79	2.8	4.5e-02

Tabla A.4.2: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición simétrica sobre dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.053$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	74	1.6	2.4e-02	79	2.1	4.3e-01	79	1.5	3.4e-01
6/12/24	86	2.3	1.1e-02	86	1.6	1.1e-02	92	2.7	1.5e-02
caso $A' = 1.0005$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	67	1.3	5.1e-03	64	1.5	4.3e-01	79	1.2	9.5e-03
6/12/24	93	2.4	3.1e-03	88	1.9	5.6e-02	90	2.1	5.5e-03
caso $A' = 0.9528$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	77	1.8	9.1e-03	76	1.8	5.8e-01	64	1.8	3.4e-02
6/12/24	93	1.9	4.9e-03	80	2.3	3.3e-02	83	2.2	1.5e-03

Tabla A.4.3: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición simétrica sobre dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 0.9528, A = 30.5$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	65	1.5	3.6e-02	87	1.5	1.3e-01	78	1.5	1.5e-02
6/12/24	79	2.0	1.7e-03	89	2.6	1.6e-02	89	1.9	5.2e-03

caso $A' = 0.9528, A = 60.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	67	2.4	2.1e-02	76	1.6	2.5e-01	67	1.2	7.2e-02
6/12/24	89	2.1	5.6e-03	88	2.0	1.6e-02	93	2.5	2.2e-02

Tabla A.4.4: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición simétrica sobre dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$, $A = 30.5$ y 60.0 . Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.5 Estudio III: dominios computacionales completos, asimetría hacia la superficie caliente

caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	64	2.0	1.9e-01	37	1.2	7.7e-01	41	2.5	5.3e-01
6/12/24	88	1.9	5.0e-02	94	1.4	2.6e-01	87	1.5	1.3e-01
caso $A' = 1.819$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	67	1.4	4.2e-01	41	1.3	7.7e-01	34	2.6	9.8e-02
6/12/24	87	2.0	4.4e-02	93	1.5	2.3e-01	87	1.6	1.0e-02
caso $A' = 1.6675$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	71	1.3	4.3e-01	46	0.8	1.8e+00	37	2.1	1.7e-01
6/12/24	77	2.1	4.2e-02	92	1.6	2.0e-01	80	1.8	8.1e-02
caso $A' = 1.539$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	54	1.3	4.5e-01	50	1.1	1.0e+00	43	1.6	3.5e-01
6/12/24	87	1.9	5.8e-02	92	1.5	2.3e-01	83	1.6	1.1e-01

Tabla A.5.1: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.429$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	52	1.1	5.9e-01	58	1.0	1.2e+00	38	0.9	9.0e-01
6/12/24	77	1.9	5.8e-02	90	1.6	2.0e-01	79	1.8	8.5e-02

caso $A' = 1.334$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	67	1.0	8.9e-01	46	0.8	1.5e+00	48	2.8	8.1e-02
6/12/24	84	1.9	7.1e-02	88	1.5	2.2e-01	78	1.6	2.8e-02

caso $A' = 1.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	68	0.8	1.1e+00	51	1.3	7.7e-01	50	2.7	9.2e-02
6/12/24	74	1.9	7.1e-02	85	1.6	1.8e-01	74	1.7	8.4e-02

caso $A' = 1.177$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	67	1.0	7.7e-01	52	0.9	1.4e+00	51	2.7	8.2e-02
6/12/24	76	1.7	7.7e-02	84	1.6	1.8e-01	72	1.9	6.3e-02

Tabla A.5.2: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.1116$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	51	1.0	8.3e-01	62	1.1	9.5e-01	43	1.2	5.7e-01
6/12/24	81	1.9	8.3e-02	87	1.6	1.8e-01	72	2.0	5.4e-02

caso $A' = 1.053$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	51	0.8	1.1e+00	64	0.9	1.2e+00	46	1.9	2.7e-01
6/12/24	73	1.9	6.6e-02	86	1.8	1.5e-01	66	2.2	3.9e-02

caso $A' = 1.0005$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	64	1.2	6.6e-01	54	1.5	5.9e-01	57	2.9	1.0e-01
6/12/24	82	1.2	1.5e-01	85	1.5	2.0e-01	65	2.3	3.7e-02

caso $A' = 0.9528$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	60	0.2	4.2e+00	68	1.1	7.7e-01	61	0.6	1.5e+00
6/12/24	80	1.8	6.6e-02	87	1.8	1.4e-01	80	2.0	4.9e-02

Tabla A.5.3: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.6 Estudio III: dominios computacionales reducidos, asimetría hacia la superficie caliente

caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	90	1.2	8.9e-02	99	1.3	3.4e-01	91	0.9	3.2e-01
10/20/40	94	1.6	2.0e-02	99	1.5	9.5e-02	97	1.4	5.5e-02

caso $A' = 1.819$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	91	1.2	1.0e-01	98	1.3	3.8e-01	94	1.0	3.0e-01
10/20/40	94	1.6	2.3e-02	99	1.5	1.0e-01	97	1.4	5.8e-02

caso $A' = 1.6675$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	87	1.1	1.4e-01	98	1.3	4.2e-01	90	1.1	2.6e-01
10/20/40	93	1.6	2.7e-02	99	1.5	1.2e-01	94	1.4	6.4e-02

caso $A' = 1.539$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	89	1.1	1.6e-01	98	1.3	4.4e-01	87	0.9	3.8e-01
10/20/40	94	1.6	3.0e-02	99	1.5	1.2e-01	94	1.5	6.1e-02

Tabla A.6.1: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.429$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	89	1.2	1.6e-01	99	1.3	4.9e-01	88	0.8	4.7e-01
10/20/40	94	1.6	3.3e-02	99	1.5	1.3e-01	94	1.5	5.8e-02
caso $A' = 1.334$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	89	1.2	1.7e-01	100	1.3	5.0e-01	88	0.9	3.7e-01
10/20/40	93	1.6	3.6e-02	99	1.5	1.4e-01	95	1.6	5.7e-02
caso $A' = 1.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	86	1.2	1.9e-01	100	1.4	4.9e-01	81	1.0	3.3e-01
10/20/40	95	1.6	3.9e-02	99	1.5	1.5e-01	97	1.6	5.4e-02
caso $A' = 1.177$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	86	1.2	1.9e-01	99	1.3	5.6e-01	80	1.0	2.9e-01
10/20/40	92	1.6	4.1e-02	99	1.5	1.6e-01	96	1.5	5.6e-02

Tabla A.6.2: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.1116$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	83	1.2	1.7e-01	98	1.3	5.5e-01	83	1.0	2.6e-01
10/20/40	93	1.6	4.0e-02	99	1.5	1.7e-01	96	1.5	5.0e-02

caso $A' = 1.053$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	85	1.2	1.9e-01	97	1.3	5.7e-01	86	1.0	2.4e-01
10/20/40	90	1.7	3.5e-02	99	1.5	1.7e-01	95	1.4	5.1e-02

caso $A' = 1.0005$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	84	1.1	2.2e-01	97	1.3	5.8e-01	89	1.3	1.6e-01
10/20/40	93	1.6	3.6e-02	99	1.5	1.7e-01	95	1.6	4.0e-02

caso $A' = 0.9528$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	81	1.2	1.8e-01	95	1.3	5.6e-01	91	1.7	9.3e-02
10/20/40	91	1.6	3.6e-02	99	1.4	1.8e-01	96	1.5	4.2e-02

Tabla A.6.3: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie caliente para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.7 Estudio III: dominios computacionales completos, asimetría hacia la superficie fría

caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	63	2.0	1.8e-01	36	1.2	8.3e-01	42	2.7	8.4e-01
6/12/24	88	1.9	5.2e-02	94	1.4	2.4e-01	87	1.5	1.2e-01
caso $A' = 1.819$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	68	1.4	4.1e-01	39	1.1	9.5e-01	35	2.7	1.3e-01
6/12/24	87	2.0	4.5e-02	93	1.5	2.1e-01	87	1.6	1.4e-02
caso $A' = 1.6675$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	70	1.2	5.0e-01	44	0.6	2.4e+00	37	2.1	1.7e-01
6/12/24	77	2.0	4.3e-02	92	1.6	1.8e-01	80	1.8	8.0e-02
caso $A' = 1.539$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	53	1.3	4.5e-01	50	1.1	1.0e+00	42	1.6	3.7e-01
6/12/24	87	2.0	5.6e-02	91	1.5	2.1e-01	83	1.6	1.1e-01

Tabla A.7.1: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.429$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	52	1.2	5.6e-01	54	0.8	1.6e+00	40	1.1	6.4e-01
6/12/24	75	1.9	5.9e-02	90	1.6	1.8e-01	79	1.8	8.7e-02

caso $A' = 1.334$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	66	1.0	8.3e-01	45	0.8	1.6e+00	50	2.9	6.7e-01
6/12/24	84	1.9	7.7e-02	88	1.5	2.1e-01	78	1.6	4.6e-02

caso $A' = 1.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	68	0.9	1.1e+00	50	1.2	8.3e-01	50	2.6	1.1e-01
6/12/24	74	1.9	7.1e-02	85	1.7	1.7e-01	74	1.7	8.3e-02

caso $A' = 1.177$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	67	1.1	7.7e-01	54	0.8	1.4e+00	53	2.7	8.4e-02
6/12/24	76	1.8	7.7e-02	84	1.6	1.8e-01	72	1.9	6.4e-02

Tabla A.7.2: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.1116$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	51	0.9	8.3e-01	57	1.0	1.1e+00	45	1.3	5.3e-01
6/12/24	78	1.8	9.5e-02	88	1.6	1.7e-01	71	1.9	5.9e-02

caso $A' = 1.053$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	51	0.9	1.0e+00	58	0.9	1.4e+00	46	1.6	3.8e-01
6/12/24	73	1.9	6.6e-02	86	1.8	1.4e-01	66	2.2	4.0e-02

caso $A' = 1.0005$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	63	1.6	4.1e-01	48	1.1	1.1e+00	57	3.0	9.7e-02
6/12/24	83	1.2	1.6e-01	85	1.6	1.8e-01	65	2.3	3.6e-02

caso $A' = 0.9528$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
3/6/12	58	1.1	6.6e-01	63	0.9	1.3e+00	58	0.6	1.4e+00
6/12/24	79	1.6	1.0e-01	86	1.6	1.8e-01	73	2.1	4.9e-02

Tabla A.7.3: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales completos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$ y $A = 20$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.8 Estudio III: dominios computacionales reducidos, asimetría hacia la superficie fría

caso $A' = 2.0$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	89	1.2	8.9e-02	98	1.3	3.6e-01	91	0.9	3.2e-01
10/20/40	94	1.6	2.0e-02	99	1.6	8.9e-02	97	1.5	5.3e-02
caso $A' = 1.819$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	91	1.2	1.1e-01	99	1.3	3.9e-01	93	1.0	3.1e-01
10/20/40	94	1.6	2.4e-02	99	1.5	1.0e-01	97	1.5	5.5e-02
caso $A' = 1.6675$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	88	1.2	1.2e-01	99	1.3	4.4e-01	90	1.0	3.1e-01
10/20/40	94	1.6	2.7e-02	99	1.5	1.1e-01	95	1.4	6.3e-02
caso $A' = 1.539$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	88	1.2	1.4e-01	99	1.3	4.7e-01	90	0.8	4.2e-01
10/20/40	93	1.6	3.0e-02	99	1.6	1.2e-01	94	1.5	5.9e-02

Tabla A.8.1: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.429$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	90	1.2	1.5e-01	99	1.3	5.2e-01	89	0.8	4.5e-01
10/20/40	94	1.6	3.3e-02	99	1.5	1.3e-01	94	1.6	5.6e-02

caso $A' = 1.334$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	88	1.2	1.7e-01	100	1.2	5.6e-01	87	0.9	4.0e-01
10/20/40	94	1.6	3.9e-02	99	1.5	1.4e-01	95	1.6	5.7e-02

caso $A' = 1.25$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	86	1.2	1.7e-01	100	1.3	5.5e-01	81	1.0	3.4e-01
10/20/40	95	1.6	4.1e-02	99	1.5	1.5e-01	96	1.6	5.4e-02

caso $A' = 1.177$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	86	1.3	1.7e-01	99	1.2	5.9e-01	83	0.9	3.3e-01
10/20/40	91	1.6	4.2e-02	99	1.5	1.6e-01	96	1.5	5.4e-02

Tabla A.8.2: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso $A' = 1.1116$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	83	1.2	1.7e-01	98	1.2	5.9e-01	83	1.0	2.8e-01
10/20/40	92	1.6	4.1e-02	99	1.5	1.6e-01	96	1.5	5.0e-02

caso $A' = 1.053$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	84	1.1	1.9e-01	97	1.2	5.9e-01	87	1.1	2.4e-01
10/20/40	90	1.7	3.6e-02	99	1.5	1.7e-01	95	1.5	5.0e-02

caso $A' = 1.0005$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	83	1.1	2.0e-01	97	1.2	6.6e-01	89	1.2	1.8e-01
10/20/40	93	1.6	3.7e-02	99	1.5	1.7e-01	96	1.6	4.0e-02

caso $A' = 0.9528$									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
5/10/20	82	1.3	1.7e-01	95	1.3	5.9e-01	91	1.7	9.4e-02
10/20/40	91	1.6	3.6e-02	99	1.4	1.8e-01	95	1.4	4.3e-02

Tabla A.8.3: Estructura honeycomb sin contacto con las superficies isotérmicas y en posición asimétrica hacia la superficie fría para dominios computacionales reducidos. Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^4$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

A.9 Aplicación de condiciones de contorno periódicas en el estudio de una geometría específica

caso i									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	74	1.4	1.6e-02	67	1.5	1.9e-01	77	1.7	3.5e-02
8/16/32	87	2.1	2.1e-03	78	2.2	3.4e-02	80	1.9	4.6e-03
caso ii									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	56	1.0	4.2e-02	68	1.6	1.5e-01	71	2.0	5.6e-02
8/16/32	73	2.3	5.7e-03	88	2.0	6.6e-02	83	1.5	4.7e-03
caso iii									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	59	1.5	3.2e-02	78	1.3	4.2e-01	66	1.1	1.2e-02
8/16/32	77	2.1	6.2e-03	91	2.3	1.4e-02	78	2.9	5.2e-03
caso iv									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	71	1.8	4.5e-02	65	1.4	3.1e-01	56	1.0	3.6e-02
8/16/32	72	2.4	1.6e-03	90	1.9	4.3e-02	79	1.6	6.6e-03

Tabla A.9.1: Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^5$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso v									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	R_n [%]	p	GCI^* [%]	R_n [%]	p	GCI^* [%]	R_n [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	45	1.1	2.4e-02	77	1.3	1.3e-02	54	1.4	3.5e-01
8/16/32	64	1.4	3.6e-03	92	2.0	4.6e-03	88	2.1	4.6e-02

Tabla A.9.2: Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^5$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.

caso i									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	54	1.1	3.2e-02	65	1.3	3.4e-01	67	1.3	1.3e-02
8/16/32	76	1.4	4.5e-03	89	1.9	6.7e-02	86	1.6	5.2e-03
caso ii									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	65	1.2	2.4e-02	54	1.2	1.4e-01	66	1.2	1.2e-02
8/16/32	78	1.8	2.5e-03	78	1.3	2.7e-02	73	1.6	3.5e-03
caso iii									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	57	1.6	1.3e-02	57	1.4	3.4e-01	87	1.4	3.5e-02
8/16/32	79	2.5	5.3e-03	88	2.1	2.5e-02	91	2.1	3.1e-03
caso iv									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	45	1.5	2.4e-02	63	1.2	2.4e-01	55	1.1	4.5e-02
8/16/32	87	2.3	2.5e-03	84	1.3	1.4e-02	74	1.3	1.5e-03
caso v									
malla $n_3/n_2/n_1$	u			v			T		
	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]	Rn [%]	p	GCI^* [%]
4/8/16	43	1.2	4.2e-02	65	1.2	4.3e-02	76	1.2	3.2e-01
8/16/32	67	1.3	3.5e-03	92	2.3	5.4e-03	77	2.5	1.3e-02

Tabla A.9.3: Resultados de post - procesamiento para $Ra = 10^6$. Esquemas numéricos: SMART para términos convectivos y CDS para términos difusivos.