

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**

*Programa de doctorat de Matemàtica Aplicada*

**CONTRIBUCIÓ A L'ESTUDI DELS  
MORFISMES ENTRE OPERADORS  
D'INDISTINGIBILITAT.  
APLICACIÓ AL RAONAMENT  
APROXIMAT.**

Autor: Dionís Boixader Ibáñez  
Director: Joan Jacas Moral

## Conclusions i treballs futurs.

Les aportacions d'aquesta memòria es poden agrupar al voltant de quatre idees fonamentals que donen lloc a quatre capítols (2, 3, 4 i 5 respectivament), i que són:

- 1.- Relació entre el concepte de dimensió d'un operador de T-indistingibilitat  $E$  en  $X$ , i l'existència de conjunts d'ordenacions de  $X$  (preordres parcials) òptimes respecte  $E$  (Proposició 2.3.13, Teorema 2.3.14). Aquesta idea permet estendre l'estudi de la dimensió als conjunts  $X$  de cardinal infinit, a l'hora que introdueix un element intuïtiu de reflexió en aquest camp, allunyant-lo una mica del seu caràcter marcadament combinatori.
- 2.- Existència de l'operador de T-indistingibilitat dual, format pels morfismes (febles) amb la T-indistingibilitat natural, que reproduïx de forma fidel l'estructura original, i que permet intercanviar els papers entre elements i subconjunts difusos. Resulta especialment interessant l'estudi del morfisme dual d'un donat, que transforma sistemes generadors en sistemes generadors, i de l'isomorfisme dual d'un donat, que transforma bases en bases.
- 3.- Formulació, mitjançant la T-indistingibilitat natural i l'extensionalitat, d'un principi general de Raonament Aproximat (de fet semblants se'n deriven semblants conseqüències), que satisfan tant l'extensió de funcions com tots els operadors tipus CRI, amb independència de la relació emprada per modelitzar la implicació (residuada, Mamdani, o altres) (Teorema 4.2.7, proposició 4.2.8).

Aquest mateix principi porta, per sí sol, a la definició de l'Operador Natural d'Inferència (definició 4.3.1), com a mecanisme òptim d'inferèn-

cia des del punt de vista de l'extensionalitat.

- 4.- Els operadors extensionals són interpolables per regles "si/llavors" difuses (Teoremes 5.2.2, 5.2.4, 5.2.6 i 5.2.9), i per tant, constitueixen un model efectiu de Raonament Aproximat Interpolatiu en presència de sistemes de regles paral·leles. Aquesta idea es troba a la base de l'estudi de l'estructura reticular dels operadors extensionals, que culmina amb els Teoremes de Representació (Teoremes 5.2.2, 5.2.5, 5.2.7 i 5.2.10) i Caracterització (Teoremes 5.1.9, 5.1.15, 5.1.20, 5.1.24 i 5.1.28).

El desenvolupament formal d'aquests quatre punts precisa d'algunes propietats relatives a les t-normes i, sobre tot, a les seves quasi-inverses, que s'han establert en el Capítol 1.

Tota empresa de recerca obre més portes que no pas en tanca. Així, encara que els resultats que s'han exposat al llarg d'aquesta memòria responen plenament a les qüestions que els han precedit, cada un d'ells en planteja també de noves, i la sensació de la feina que encara hi ha per fer preval per sobre de la satisfacció de la feina feta.

Encara que resulta incert el parlar del que es desconeix, sembla que hi ha tres fites que marquen l'inici de tres camins de recerca posteriors.

- 1.- La relació entre els conceptes d'isomorfisme i base (Corol·lari 3.3.13) d'una banda, i entre base i preordre parcial (Teorema 4.2.7), assenyala una nova via per a l'estudi de la dimensió en aquells operadors de T-indistingibilitat que presentin un grup d'isometries prou ric.
- 2.- Interpretació, en termes de mesures de possibilitat i necessitat, de les tesis derivades a través de l'Operador Natural d'Inferència, de l'Operador Natural Simetrizant, i dels altres operadors introduïts per raons estructurals. També cal emprendre l'estudi de tots ells en el marc deductiu de la Lògica Difusa.
- 3.- Finalment, són necessàries les proves en context experimental de l'Operador Natural d'Inferència (i altres). S'ha d'avaluar costos i comparar resultats amb altres mètodes de Raonament Aproximat.

Aquestes tres vies donen lloc, respectivament, a tres extensos projectes de recerca ben diferenciats, tant per continguts com per metodologia. El primer,

que relaciona isometries amb dimensions, és de naturalesa purament matemàtica, el segon és lògic i d'interpretació, i el tercer té caràcter aplicat.

Aquesta diversitat és, a judici de l'autor, la millor garantia d'entreteniment i estímul intel·lectual, tant necessaris per a poder seguir treballant durant llarg temps al voltant dels temes encetats en aquesta memòria. I vol finalitzar-la deixant constància que aquest és el seu compromís.