



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona
Departamento de Ingeniería Mecánica

Tesis Doctoral

**APORTE AL DISEÑO DE ENGRANAJES NO CIRCULARES
CILÍNDRICOS RECTOS**

Presentada por

HÉCTOR FABIO QUINTERO RIAZA

Directores

Dr. Salvador Cardona Foix
Dra. Lluïsa Jordi Nebot

Barcelona, 2006

CAPÍTULO 7

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DEL PAR

En este capítulo se realiza la comprobación experimental del par motor en el mecanismo articulado y en el engranaje no circular, ambos con idéntica ley de desplazamiento, que se analizan en el capítulo 6. En el montaje experimental, se utiliza un motor de corriente continua alimentado con tensión constante, por lo que proporciona una velocidad angular nominalmente constante del eje del eslabón conductor. Como carga se utiliza un motor en el eje del eslabón conducido que opera con intensidad constante, con lo que se consigue un par resistivo nominalmente constante en el eje del eslabón conducido. Con la finalidad de diferenciar ambos motores, al motor del eslabón conductor se le denominará *motor* ya que el par y la velocidad angular son del mismo sentido y al del eslabón conducido *freno*, ya que actúa un par en sentido opuesto a la velocidad de rotación. Con el montaje del motor y del freno, teniendo en cuenta los sentidos del par y de la velocidad angular, el motor entrega la potencia al mecanismo y el freno la quita.

7.1 DESCRIPCIÓN DEL MONTAJE

En la figura (7.1) se presenta el montaje del engranaje no circular para su análisis experimental. En el eje de la rueda conductora –rueda izquierda de la figura (7.1)– se instala un motor-reductor y un encóder incremental de doble canal de 500 pulsos por vuelta y en el eje de la rueda conducida se instala otro motor-reductor. Los conjuntos motor-reductor y el encóder son de la compañía Dunkermotoren®; la referencia del motor es GR 63x55, la del reductor es PLG 52.0 –con una relación de reducción $i_{red} = 20,25$ – y la referencia del encóder es RE 30-2-500.

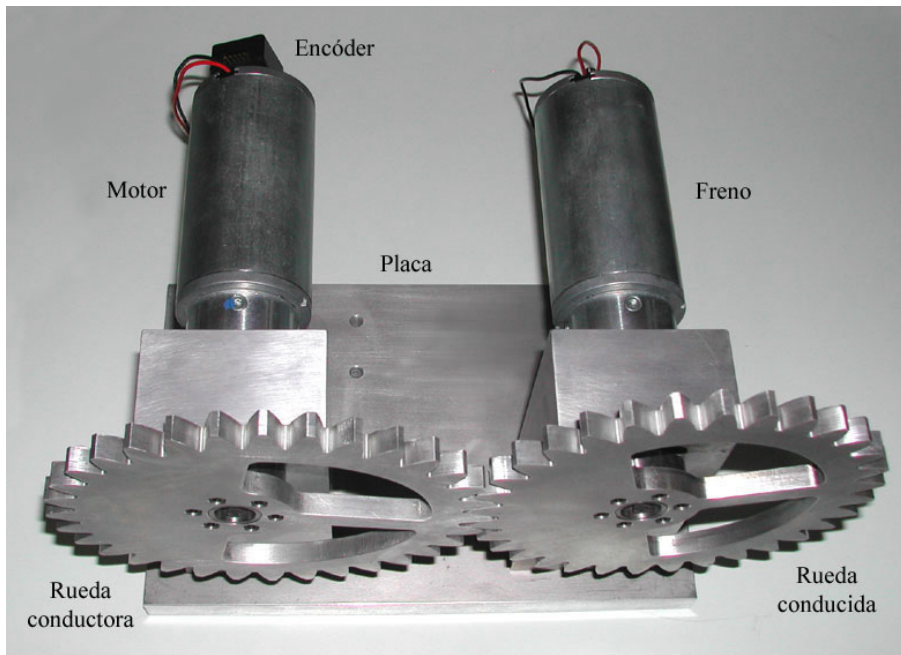


Figura 7.1 Engranaje no circular preparado para su análisis experimental

El motor es alimentado a tensión constante mediante un controlador industrial MBA 12–80 de Galil Motion Control[®], consiguiendo así una velocidad nominalmente constante en el eje de la rueda conductora; con el procesamiento de la señal del contador del encóder se obtiene la velocidad angular de la rueda conductora. En el eje de la rueda conducida, el freno es alimentado a intensidad constante mediante otro controlador, que aplica un par nominalmente constante en el eje de la rueda conducida tal que frena al mecanismo. El controlador genera una señal de tensión de salida proporcional a la intensidad en la armadura del motor; esta señal permite la medición indirecta del par en ambos motores ya que, en los motores de corriente continua, el par es proporcional a la intensidad.

El montaje del mecanismo articulado se presenta en la figura (7.2). En el montaje se observa la instalación del motor y del encóder en el eje del eslabón conductor, eje izquierdo en la figura (7.2), y del freno en el eje del eslabón conducido. En este montaje se utilizan la placa base y los soportes verticales del montaje de la rueda conductora; estos elementos se diseñan para ser utilizados en ambos ensayos. En el montaje del mecanismo articulado, el motor y el freno deben instalarse en lados opuestos ya que los eslabones conductor y conducido dan giros completos y giran en el mismo sentido; en el engranaje no circular las ruedas conductora y conducida giran en sentido contrario.

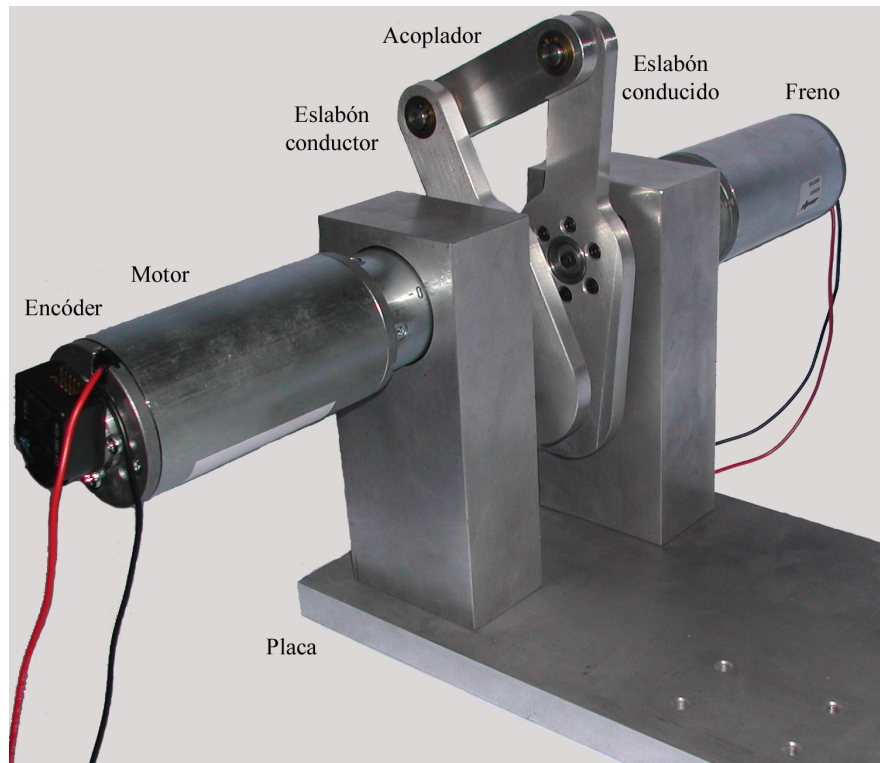


Figura 7.2 Mecanismo articulado preparado para su análisis experimental

La señales de referencia requeridas por el controlador de tensión del motor y de intensidad del freno son suministradas por la tarjeta de adquisición de datos NI-DAQ 6036E; con esta tarjeta se adquieren las señales de intensidad en la armadura de los motores, suministradas por el respectivo controlador, y la señal del controlador del encóder. En la figura (7.3) se representan esquemáticamente los componentes del ensayo experimental; esta representación también es válida en el caso del mecanismo de doble manivela.

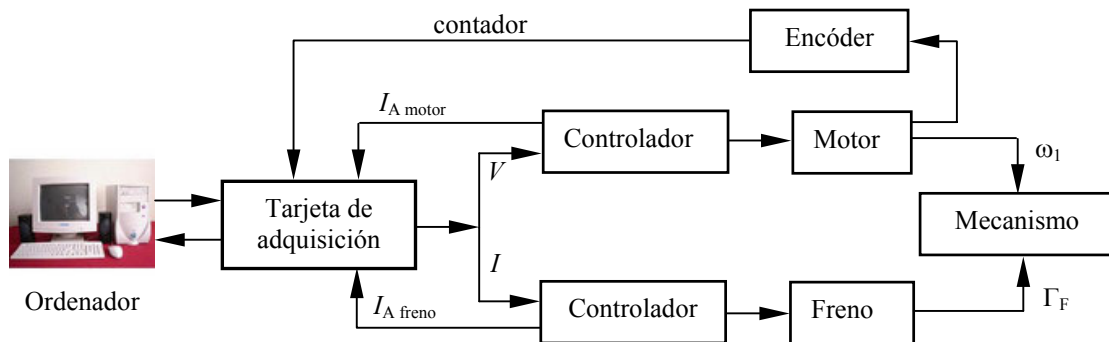


Figura 7.3 Representación esquemática de los componentes para el análisis experimental

En la figura (7.4) se presenta el engranaje no circular, los controladores de tensión en el motor e intensidad en el freno, la fuente de alimentación y el bloque de conectores de la tarjeta de adquisición de datos NI-DAQ 6036E.

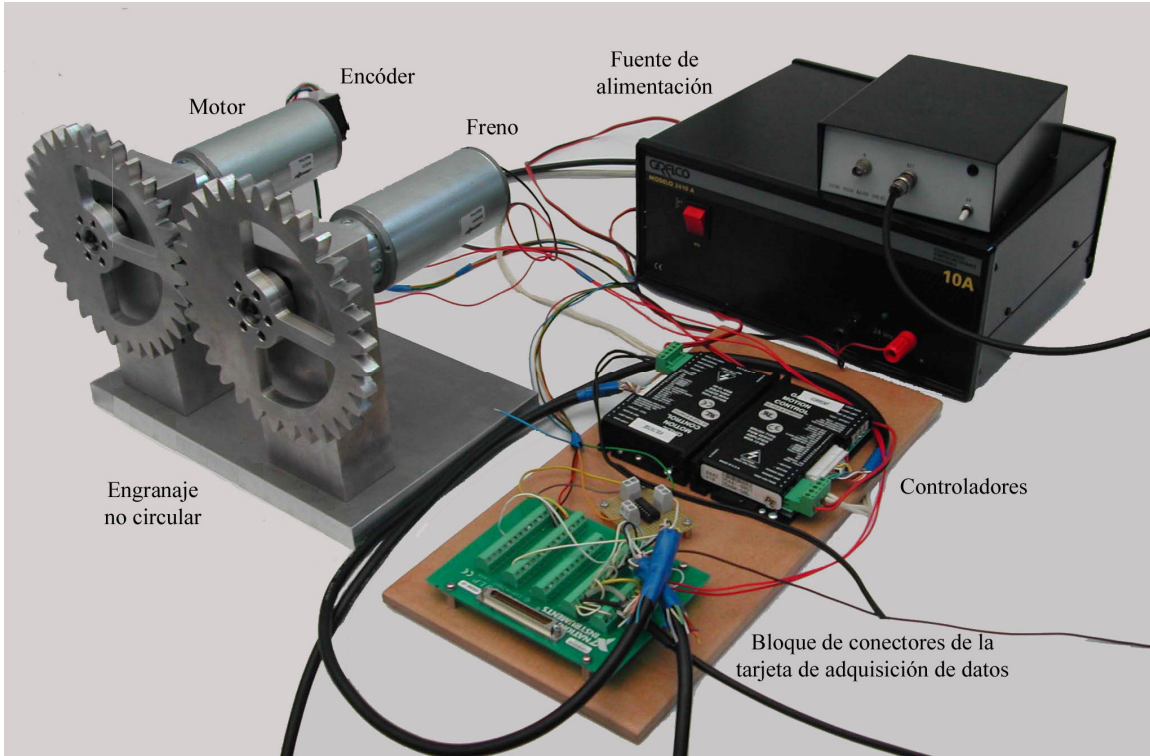


Figura 7.4 Montaje experimental preparado para el estudio del engranaje no circular

7.2 MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA: ENGRANAJES NO CIRCULARES

El modelo del sistema se obtiene del análisis del teorema de la energía aplicado a cada uno de los componentes del sistema. En la figura (7.5) se representan los pares externos que actúan sobre el conjunto motor-reductor y las velocidades angulares del eje del motor y del eje de salida del reductor.

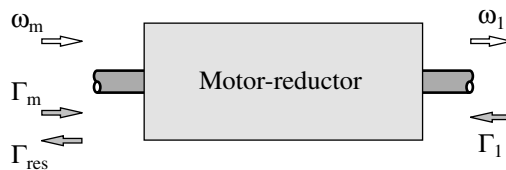


Figura 7.5 Velocidades angulares y pares en el conjunto motor-reductor

De la aplicación del teorema de la energía sobre el conjunto motor-reductor se obtiene:

$$\Gamma_m \omega_m - \Gamma_1 \omega_1 - \Gamma_{res} \omega_m = I_m \omega_m \alpha_m \quad (7.1)$$

siendo ω_m y ω_1 , respectivamente, la velocidad angular del motor y de la rueda conductora; éstas están relacionadas por la relación del reductor, i_{red} . Γ_m y Γ_1 son, respectivamente, el par motor y el par en el eje de la rueda conductora; Γ_{res} es el par de fricción de las resistencias pasivas que actúan en el conjunto motor-reductor, reducidas al eje motor; en el apartado (7.4) se presenta el procedimiento con el que se evalúan las resistencias pasivas en el conjunto motor-reductor. I_m es la inercia total del conjunto motor-reductor reducida al eje motor.

Después de simplificar términos en la expresión (7.1) se obtiene:

$$\Gamma_m = \Gamma_1 \tau_{red} + \Gamma_{res} + I_m \alpha_m \quad \text{ó} \quad \Gamma_m = \Gamma_1 \tau_{red} + \Gamma_{res} + I_m \alpha_1 / \tau_{red} \quad (7.2)$$

siendo τ_{red} la relación de transmisión entre la velocidad angular del engranaje y la velocidad angular del motor:

$$\tau_{red} = \frac{\omega_1}{\omega_m} = \frac{1}{i_{red}} = \frac{1}{20,25} \quad (7.3)$$

La figura (7.6) representa los pares que actúan en el engranaje no circular y las velocidades angulares en los ejes de las ruedas conductora y conducida.

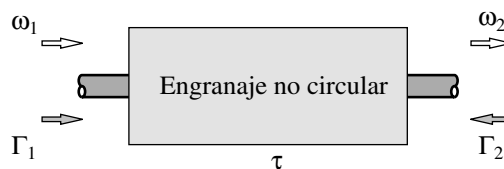


Figura 7.6 Velocidades angulares y pares en el engranaje no circular

Aplicando el teorema de la energía al engranaje no circular se obtiene:

$$\Gamma_1 \omega_1 - \Gamma_2 \omega_2 + (m_1 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{G1} + m_2 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{G2}) = I_1 \omega_1 \alpha_1 + I_2 \omega_2 \alpha_2 \quad (7.4)$$

siendo ω_2 la velocidad angular de la rueda conducida, Γ_2 el par en el eje de la rueda conducida, I_1 y I_2 , respectivamente, las inercias de la rueda conductora y conducida con respecto al centro de rotación, m_1 y m_2 las masas de las ruedas conductora y conducida, \mathbf{v}_{G1} y \mathbf{v}_{G2} las velocidades de sus centros de masas, \mathbf{g} es el vector aceleración de gravedad y τ la relación de transmisión del engranaje no circular:

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (7.5)$$

Después de substituir (7.5) en (7.4) se obtiene el par en el eje de la rueda conductora:

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 \tau + (I_1 \alpha_1 + I_2 \alpha_2 \tau) - (m_1 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{G1} + m_2 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{G2}) / \omega_1 \quad (7.6)$$

La figura (7.7) representa los pares que actúan en el conjunto freno-reductor y las velocidades angulares en los ejes del freno y de la rueda conducida del engranaje no circular.

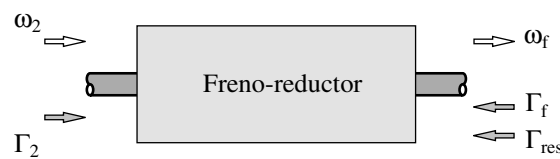


Figura 7.7 Velocidades angulares y pares en el freno-reductor

Aplicando el teorema de la energía al conjunto freno-reductor se obtiene:

$$\Gamma_2 \omega_2 - \Gamma_f \omega_f - \Gamma_{res} \omega_f = I_f \omega_f \alpha_f \quad (7.7)$$

siendo Γ_f y ω_f , respectivamente, el par que actúa sobre el eje del freno y la velocidad angular del eje del freno. Simplificando términos se obtiene:

$$\Gamma_2 = \Gamma_f / \tau_{red} + \Gamma_{res} / \tau_{red} + I_f \alpha_f / \tau_{red} \quad \text{ó} \quad \Gamma_2 = \Gamma_f / \tau_{red} + \Gamma_{res} \tau_{red} + I_f \alpha_2 / \tau_{red}^2 \quad (7.8)$$

La aceleración angular de la rueda conducida $-\alpha_2$ se obtiene al derivar con respecto al tiempo la velocidad angular de la rueda conducida $-\omega_2$:

$$\alpha_2 = \frac{d(\tau\omega_1)}{dt} = \tau\alpha_1 + f''\omega_1^2 \quad (7.9)$$

siendo f'' la segunda derivada de la ley desplazamiento del engranaje no circular con respecto al ángulo de giro de la rueda conductora.

7.3 MODELO CINEMÁTICO DEL SISTEMA: MECANISMO ARTICULADO

En el modelo del sistema con el mecanismo articulado la descripción del motor y del freno es la misma que en el caso anterior. En la figura (7.8) se representa el motor y su nomenclatura para la aplicación del teorema de la energía, con lo que se obtiene:

$$\Gamma_m \omega_m - \Gamma_{\phi 1} \omega_{\phi 1} - \Gamma_{res} \omega_m = I_m \omega_m \alpha_m \quad (7.10)$$

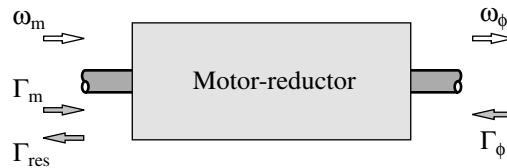


Figura 7.8 Velocidades angulares y pares en el motor- reductor

siendo $\Gamma_{\phi 1}$ el par que actúa sobre el eje de la manivela y $\omega_{\phi 1}$ es la velocidad angular de la manivela. Simplificando términos se obtiene:

$$\Gamma_m = \Gamma_{\phi 1} \tau_{red} + \Gamma_{res,m} + I_m \alpha_{\phi 1} / \tau_{red} \quad (7.11)$$

En la figura (7.9) se representan los pares que actúan en el mecanismo articulado y las velocidades angulares de los eslabones conductor y conducido. Aplicando el teorema de la energía al mecanismo articulado se obtiene:

$$\Gamma_{\phi 1} \omega_{\phi 1} - \Gamma_{\phi 3} \omega_{\phi 3} + (m_1 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{G1} + m_2 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{G2} + m_3 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{G3}) = (I_{\phi 1} \omega_{\phi 1} \alpha_{\phi 1} + I_{\phi 2} \omega_{\phi 2} \alpha_{\phi 2} + I_{\phi 3} \omega_{\phi 3} \alpha_{\phi 3}) + (m_1 \mathbf{v}_{G1} \cdot \mathbf{a}_{G1} + m_2 \mathbf{v}_{G2} \cdot \mathbf{a}_{G2} + m_3 \mathbf{v}_{G3} \cdot \mathbf{a}_{G3}) \quad (7.12)$$

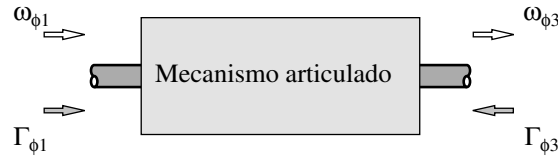


Figura 7.9 Velocidades angulares y pares en el mecanismo articulado

siendo ω_{ϕ_1} , ω_{ϕ_2} y ω_{ϕ_3} , respectivamente las velocidades angulares de la manivela, acoplador y eslabón conducido; Γ_{ϕ_3} es el par en el eje del eslabón conducido; I_{ϕ_1} , I_{ϕ_2} y I_{ϕ_3} son, respectivamente, las inercias de la manivela, acoplador y eslabón conducido, con respecto a su centro de inercia; \mathbf{v}_{gi} y \mathbf{a}_{gi} representan la velocidad y aceleración del centro de inercia de cada uno de los eslabones.

Simplificando términos en la expresión (7.12) se obtiene el par en el eje de la rueda conductora.

$$\Gamma_{\phi_1} = \left[\Gamma_{\phi_3} \omega_{\phi_3} - (m_1 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{g1} + m_2 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{g2} + m_3 \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_{g3}) \right] / \omega_{\phi_1} + \left[(I_{\phi_1} \omega_{\phi_1} \alpha_{\phi_1} + I_{\phi_2} \omega_{\phi_2} \alpha_{\phi_2} + I_{\phi_3} \omega_{\phi_3} \alpha_{\phi_3}) \right] / \omega_{\phi_1} + \left[(m_1 \mathbf{v}_{g1} \cdot \mathbf{a}_{g1} + m_2 \mathbf{v}_{g2} \cdot \mathbf{a}_{g2} + m_3 \mathbf{v}_{g3} \cdot \mathbf{a}_{g3}) \right] / \omega_{\phi_1} \tag{7.13}$$

La figura (7.10) representa los pares y velocidades angulares en el conjunto freno-reductor que se instala en el eje del eslabón conducido.

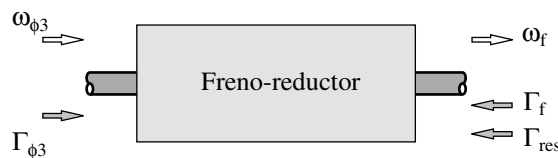


Figura 7.10 Velocidades angulares y pares en el freno-reductor

De la aplicación del teorema de la energía al freno-reductor se obtiene:

$$\Gamma_{\phi_3} \omega_{\phi_3} - \Gamma_f \omega_f - \Gamma_{res} \omega_f = I_f \omega_f \alpha_f \tag{7.14}$$

siendo Γ_f y ω_f , respectivamente, el par que actúa sobre el eje del freno y la velocidad angular del freno. Simplificando términos se obtiene:

$$\Gamma_{\phi_3} = \Gamma_f / \tau_{red} + \Gamma_{res} / \tau_{red} + I_f \alpha_f / \tau_{red} \quad \text{ó} \quad \Gamma_{\phi_3} = \Gamma_f / \tau_{red} + \Gamma_{res} / \tau_{red} + I_f \alpha_{\phi_3} / \tau_{red}^2 \quad (7.15)$$

En el apartado (6.2) se presentan las expresiones con las que se calculan las velocidades y aceleraciones del acoplador y eslabón conducido del mecanismo articulado considerando que el eslabón conductor gira a velocidad angular constante. Mediante la expresión (6.18) se obtiene la posición angular del eslabón conducido $-\phi_3-$ en función de la posición angular del eslabón conductor. Con el cálculo de la posición angular del eslabón conducido se determina la posición angular del acoplador mediante la expresión (6.17); después de organizar términos se obtiene:

$$\phi_2 = \arctan \left(\frac{L_3 \sin \phi_3 - L_1 \sin \phi_1}{L_3 \cos \phi_3 + L_4 - L_1 \cos \phi_1} \right) \quad (7.16)$$

Las aceleraciones angulares del acoplador y del eslabón conducido del mecanismo articulado, conocida la aceleración angular del eslabón conductor, se obtienen al incluir en la expresión (6.23) la aceleración angular de la manivela.

$$[\mathbf{J}_{q,i}] \{\ddot{\mathbf{q}}_i\} + [\mathbf{J}_{q,d}] \{\ddot{\mathbf{q}}_d\} + [\dot{\mathbf{J}}_{q,d}] \{\dot{\mathbf{q}}_d\} + [\dot{\mathbf{J}}_{q,i}] \{\dot{\mathbf{q}}_i\} = 0$$

$$\{\ddot{\mathbf{q}}_d\} = -[\mathbf{J}_{q,d}]^{-1} \left([\mathbf{J}_{q,i}] \{\ddot{\mathbf{q}}_i\} + [\dot{\mathbf{J}}_{q,d}] \{\dot{\mathbf{q}}_d\} + [\dot{\mathbf{J}}_{q,i}] \{\dot{\mathbf{q}}_i\} \right)$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{\phi_2} \\ \alpha_{\phi_3} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} -L_2 \sin \phi_2 & L_3 \sin \phi_3 \\ L_2 \cos \phi_2 & -L_3 \cos \phi_3 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} -L_1 \sin \phi_1 \\ L_1 \cos \phi_1 \end{bmatrix} \alpha_{\phi_1} + \begin{bmatrix} -L_2 \cos \phi_2 \omega_{\phi_2} & L_3 \cos \phi_3 \omega_{\phi_3} \\ -L_2 \sin \phi_2 \omega_{\phi_2} & L_3 \sin \phi_3 \omega_{\phi_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_{\phi_2} \\ \omega_{\phi_3} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_1 \cos \phi_1 \\ -L_1 \sin \phi_1 \end{bmatrix} \omega_{\phi_1}^2 \right) \quad (7.17)$$

Así pues, el análisis cinemático completo del mecanismo articulado, que incluye el cálculo de la posición, velocidad y aceleración angulares del acoplador y del eslabón conducido se realiza mediante las expresiones (6.18), (7.16), (6.21) y (7.17).

7.4 EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS RESISTENCIAS PASIVAS EN EL CONJUNTO MOTOR-REDUCTOR

Las resistencias pasivas requieren ser evaluadas experimentalmente ya que son desconocidas; generalmente son debidas a la fricción entre los elementos del mecanismo; en este apartado se presenta una metodología para evaluar las resistencias pasivas reducidas al eje de entrada del motor en función de la velocidad angular del motor y del par aplicado.

La evaluación del par requerido para vencer las resistencias pasivas que actúan en el conjunto motor-reductor se obtiene al hacer funcionar al conjunto con velocidad angular nominalmente constante.

En la figura (7.11) se presentan los pares que actúan en el motor y la velocidad angular del eje del motor. Sobre el motor actúan el par debido a la potencia eléctrica $-\Gamma_m$, el par que le transmite el reductor $-\Gamma_{m1}$ y el par generado por las resistencias pasivas que actúan en el motor $-\Gamma_{res,m}$.

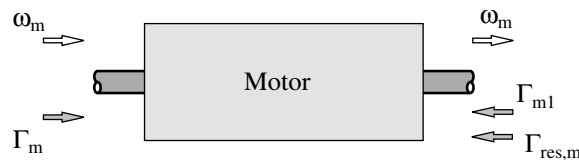


Figura 7.11 Pares y velocidades angulares en el motor

Aplicando el teorema de la energía al motor, se obtiene:

$$\Gamma_m \omega_m - \Gamma_{m1} \omega_m - \Gamma_{res,m} \omega_m = I_{mt} \omega_m \alpha_m \quad (7.18)$$

siendo I_{mt} el momento de inercia del motor. Simplificando términos se obtiene:

$$\Gamma_m = \Gamma_{m1} + \Gamma_{res,m} + I_{mt} \alpha_m \quad (7.19)$$

En la figura (7.12) se presentan los pares y velocidades que actúan en el reductor. Los pares que actúan sobre el reductor son el que transmite el motor y el par debido a la carga.

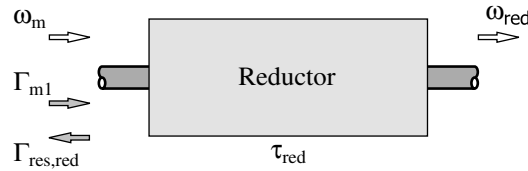


Figura 7.12 Pares y velocidades angulares en el reductor

Aplicando el teorema de la energía al reductor se obtiene:

$$\Gamma_{m1} \omega_m - \Gamma_{res,red} \omega_m = I_{red,\omega_{red}} \omega_{red} \alpha_{red} \quad (7.20)$$

La velocidad angular en el eje de salida del reductor $-\omega_{red}$ es la velocidad angular del eslabón conductor $-\omega_1$. Simplificando términos se obtiene:

$$\Gamma_{m1} = \Gamma_{res,red} + I_{red,\omega_{red}} \alpha_{red} \tau_{red} \quad (7.21)$$

Al reemplazar esta expresión en la expresión (7.19), se obtiene:

$$\Gamma_m - (\Gamma_{res,m} + \Gamma_{res,red}) = (I_{mt} / \tau_{red} + I_{red,\omega_{red}} \tau_{red}) \alpha_{red} \quad (7.22)$$

ó

$$\Gamma_m - \Gamma_{res} = (I_{mt} / \tau_{red} + I_{red,\omega_{red}} \tau_{red}) \alpha_{red} \quad (7.23)$$

Esta expresión permite evaluar las resistencias pasivas en el conjunto motor-reductor, reducidas al eje del motor, mediante la medición de la intensidad en la armadura del motor. La expresión (7.23) permite, además, estimar la inercia del reductor en un ensayo en vacío con aceleración angular constante, previa evaluación del par de las resistencias pasivas.

7.5 PAR GENERADO POR UN MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA

El par desarrollado por un motor de corriente continua $-\Gamma_m$ es proporcional a la intensidad que circula a través de su armadura, la relación de proporcionalidad viene dada por la constante del par K_t [73].

$$\Gamma_m = K_t i_a \quad (7.24)$$

La constante del par del motor que suministra el fabricante del motor Dunkermotén® GR 63x55 es $K_t = 0,064 \text{ N m/A}$. Al utilizar el teorema del momento cinético sobre el rotor del motor, se obtiene:

$$\Gamma_m - \Gamma_f = I_{mt} \alpha \quad (7.25)$$

siendo Γ_f el par resistivo que actúa sobre el motor.

7.6 RESULTADOS

7.6.1 Obtención de la velocidad angular mediante la lectura del contador del encóder

La velocidad angular del eslabón conductor se obtiene mediante la lectura del contador del número de pulsos del encóder, de 500 pulsos por revolución; los pulsos generados se leen 200 veces por segundo. La velocidad angular del eslabón conductor se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\omega_{1,k+1} = \frac{2\pi\tau_{red}}{500} \frac{Z_{k+1} - Z_k}{T_z} \quad (7.26)$$

siendo $\omega_{1,k+1}$ la velocidad angular del eslabón conductor en el instante en que se realiza la lectura $k+1$; Z_{k+1} y Z_k son, respectivamente, las lecturas $k+1$ y k del número de pulsos generados y $T_z = 0,005 \text{ s}$ es el tiempo de muestreo entre lecturas.

En la figura (7.13) se presenta en línea punteada la velocidad angular del eslabón conductor que se obtiene al emplear la expresión (7.26) –marcada como ω_{cal} . Al utilizar la expresión (7.27), se obtiene una velocidad angular con fluctuaciones debidas a la resolución del encóder. La resolución en la lectura del contador se corresponde con la pérdida de la lectura de un pulso en el tiempo de muestreo:

$$\frac{\pm 1 \text{ pulso}}{\tau_{red} T_z} = \frac{(2\pi/500) \text{ rad}}{20,25 \cdot (1/200) \text{ s}} = 0,12 \text{ rad/s} \quad (7.27)$$

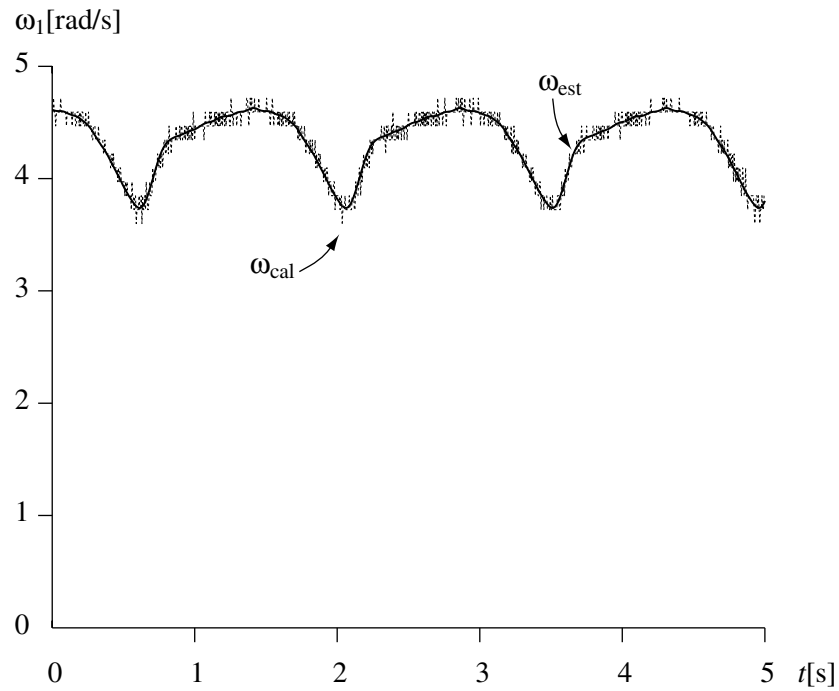


Figura 7.13 Estimación de la velocidad angular del eslabón conductor

Para eliminar la fluctuación de la velocidad angular debidas a la resolución del contador del encóder, se realiza una estimación de la velocidad angular a partir de los datos calculados –expresión (7.26)– utilizando funciones armónicas con frecuencia fundamental igual a la frecuencia de giro del eslabón conductor, mediante la siguiente expresión:

$$\omega_{est}(t) = \bar{\omega}_1 + \sum_{n=1}^7 [a_n \cos(n\bar{\omega}_1 t) + b_n \sin(n\bar{\omega}_1 t)] \quad (7.28)$$

siendo $\bar{\omega}_1$ la velocidad angular media del eslabón conductor que se estima con los datos obtenidos utilizando el primer y último dato del contador; a_n y b_n son coeficientes que se determinan mediante un proceso de regresión con mínimos cuadrados. Se tomaron 7 términos de la funciones seno y coseno por considerarlos suficientes para realizar una buena estimación.

En la figura (7.13) se presenta la estimación de la velocidad angular del eslabón conductor utilizando la expresión (7.28) –mostrado en línea continua y marcada como ω_{est} . En la figura (7.13) se observa como la velocidad angular calculada mediante la expresión (7.26) oscila alrededor de la velocidad angular estimada con un valor de oscilación que coincide con el calculado mediante (7.27).

7.6.2 Evaluación experimental de las resistencias pasivas en el conjunto motor-reductor

La evaluación de las resistencias pasivas en función de la velocidad angular del motor, se realiza mediante un ensayo en vacío en el que se alimenta con tensión constante el conjunto motor-reductor. En este ensayo se registra la intensidad en el motor y con el procesamiento de la lectura del contador del encóder se obtiene la velocidad angular en el eje del reductor. Con este procedimiento se construye un modelo del par de las resistencias pasivas cuando opera en vacío.

En la figura (7.14) se presenta el par motor y la velocidad angular del reductor en un ensayo en el que motor opera con tensión constante. En este caso se observa que ambas variables son nominalmente constantes.

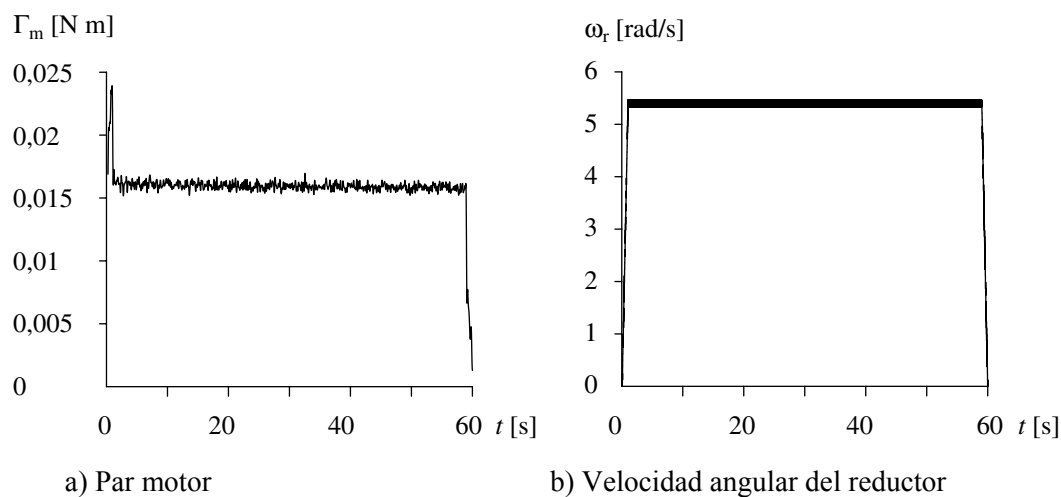


Figura 7.14 Determinación de las resistencias pasivas en vacío

En la figura (7.15) se presenta el par de las resistencias pasivas, reducido a la velocidad angular del motor, en función de la velocidad angular del reductor obtenidos en distintos ensayos a velocidad angular constante; en cada ensayo se toman los datos después de superar la fase transitoria. La expresión (7.23) permite evaluar la resistencias pasivas en un ensayo con velocidad angular constante y sin pares externos.

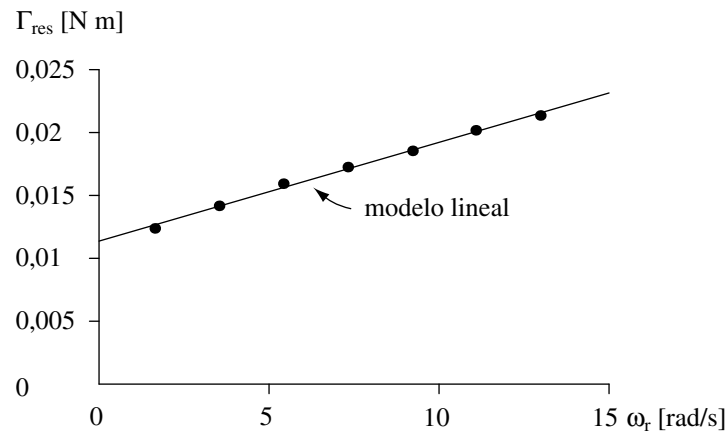


Figura 7.15 Relación de las resistencias pasivas en vacío en función de la velocidad angular

Se observa que puede asumirse una relación lineal entre el par de las resistencias pasivas en vacío y la velocidad angular, así pues se toma, a partir de una regresión lineal, la expresión:

$$\Gamma_{res} = 0,01137 + 0,00078\omega_r \text{ Nm} \quad (7.33)$$

El modelo de las resistencias pasivas en vacío se modifica cuando existe un par resistente para tener un mayor ajuste. Si existe un par resistente, aumenta la fricción en los componentes del motor reductor y por ende el par debido a las resistencias pasivas. Por esto se propone multiplicar a la expresión (7.33) por un factor que dependa sólo del par reducido al eje del motor. El nuevo modelo es:

$$\Gamma_{res} = (0,01137 + 0,00078\omega_r)(1 + D\Gamma_{L,or}) \text{ Nm}$$

siendo D una constante que minimiza el error entre el par teórico y el experimental $-D=13,1-$ y $\Gamma_{L,or}$ el par en el eje de salida del reductor reducido al eje del motor.

7.6.3 Determinación de la inercia del reductor

De la información suministrada por el fabricante, se conoce la inercia del motor mas no la del reductor. Esta información adicional se solicitó al fabricante pero no fue suministrada, por lo que se procede a evaluarla experimentalmente. La inercia del reductor se obtiene en un ensayo en vacío con variación lineal de la tensión de alimentación del motor, obteniendo así una

variación lineal de la velocidad angular o aceleración angular constante. Con este ensayo se determina la inercia del conjunto motor reductor.

La figura (7.16) presenta el par del motor en un ensayo con aceleración angular constante y sin carga externa sobre el conjunto motor-reductor. El cálculo de la inercia del reductor se obtiene mediante la expresión (7.23), ya que el par de las resistencias pasivas se evalúa previamente.

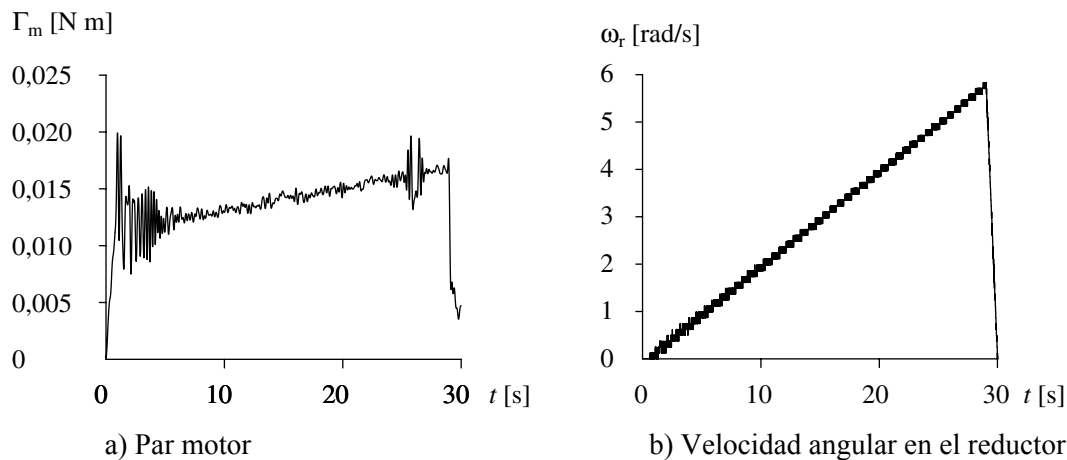


Figura 7.16 Ensayo con aceleración constante

Para la determinación de la inercia del reductor, se toman el par motor y la velocidad angular en la zona estable del intervalo $10 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s}$. El momento del reductor reducido al eje del motor representa el 27% de la inercia del motor; ésta última es suministrada por el fabricante.

$$I_{OR, \omega_R} = 8,339 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2; \quad I_{OR, \omega_M} = 200,8 \times 10^{-7} \text{ kg m}^2$$

7.6.4 Validación del par motor en el engranaje no circular

En este apartado se presentan los resultados de la comprobación experimental del par motor del engranaje no circular bajo las condiciones mencionadas en la introducción de este capítulo. En la figura (7.17) se presenta la velocidad angular de la rueda conductora; el valor medio de la velocidad angular de la rueda conductora es $\omega_1 = 4,066 \text{ rad/s}$.

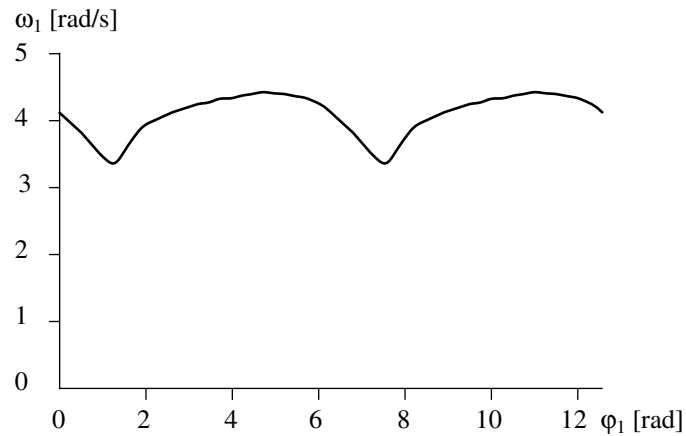


Figura 7.17 Velocidad angular en la rueda conductora

En la figura (7.18) se presenta el par generado en el freno que se obtiene al multiplicar la constante del par por la intensidad en la armadura suministrada por el controlador del freno; el par medio en el freno es $\Gamma_f = 0,0849 \text{ N m}$.

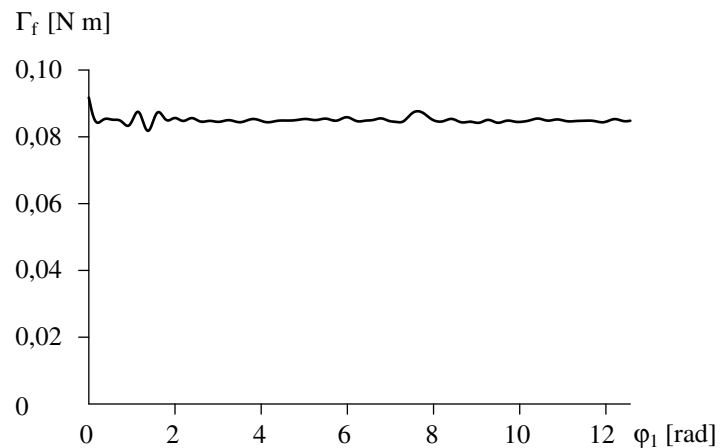


Figura 7.18 Par en el freno

En la figura (7.19) se presenta el par que actúa en el eje de la rueda conducida; este par se calcula mediante la expresión (7.8) una vez conocido el par generado en el freno y la velocidad y aceleración angular del rotor del freno. Utilizando las expresiones (7.3) y (7.9) se calcula la velocidad y aceleración angular de la rueda conducida; al dividir estas variables por la relación de transmisión del reductor se obtienen la velocidad y aceleración angular del freno.

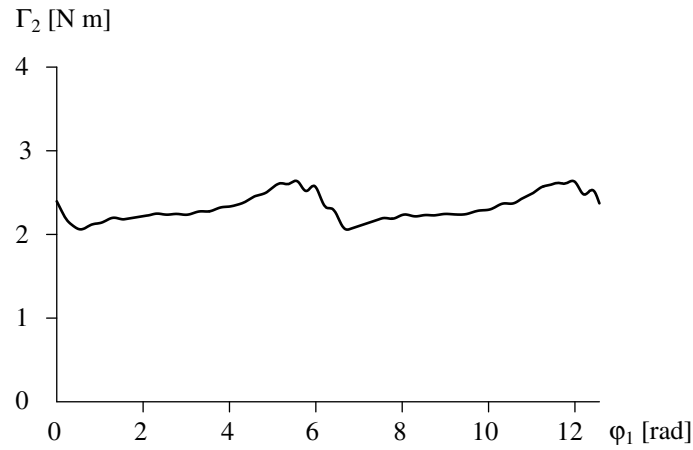


Figura 7.19 Par sobre el eje de la rueda conducida

En la figura (7.20) se presenta el par en el eje de la rueda conductora, que se obtiene después del cálculo del par en el eje de la rueda conducida y de la velocidad y aceleración angular de la rueda conducida –expresión (7.6).

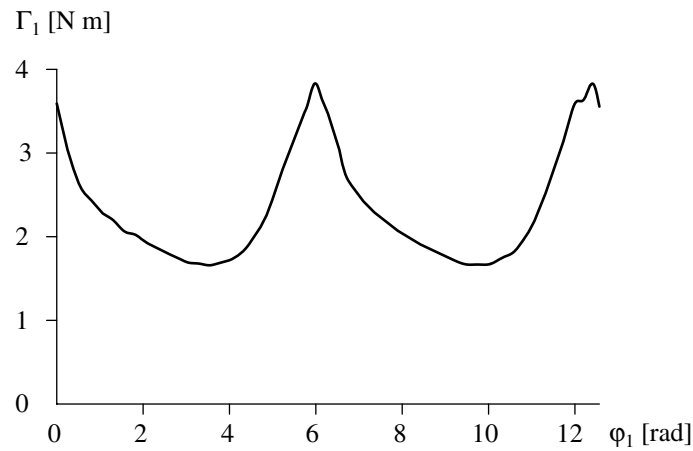


Figura 7.20 Par sobre el eje de la rueda conductora

En la figura (7.21) se presenta el par requerido en el motor para satisfacer las condiciones de operación requeridas, que se obtiene mediante la expresión (7.2).

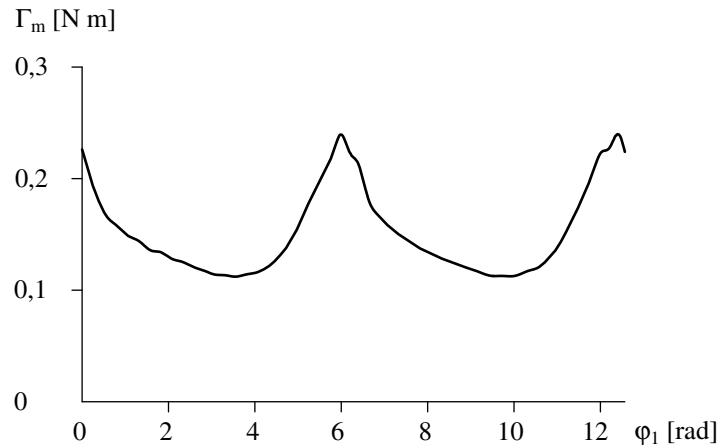


Figura 7.21 Par del motor teórico

En la figura (7.22) se compara el par teórico del motor –figura (7.21)– con el par experimental del motor que se calcula al multiplicar la intensidad en la armadura del motor por la constante del par del motor –expresión (7.24). Con el modelo implementado, se obtienen valores muy similares a los que se obtienen por la medición indirecta del par.

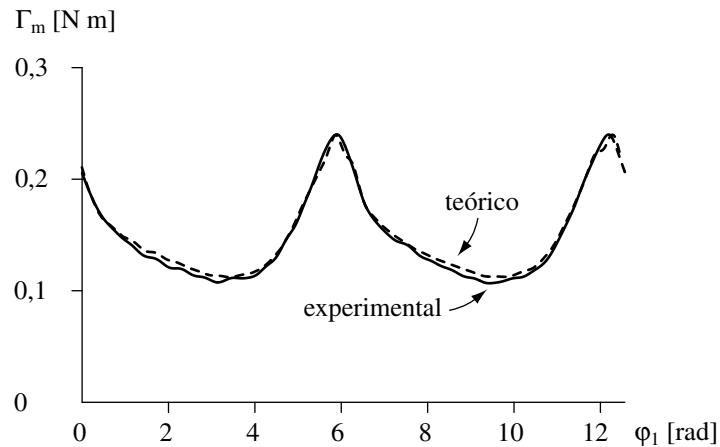


Figura 7.22 Comparación de resultados

7.6.4 Validación del par motor en el mecanismo articulado

En este apartado se presentan los resultados de la comprobación experimental del par motor en el mecanismo articulado, de manera similar a la comprobación en el engranaje no circular. En la figura (7.23) se presenta la velocidad angular del eslabón conductor en un ensayo

similar al ensayo que se realiza con los engranajes no circulares; la velocidad angular media es $\omega_1 = 4,237 \text{ rad/s}$.

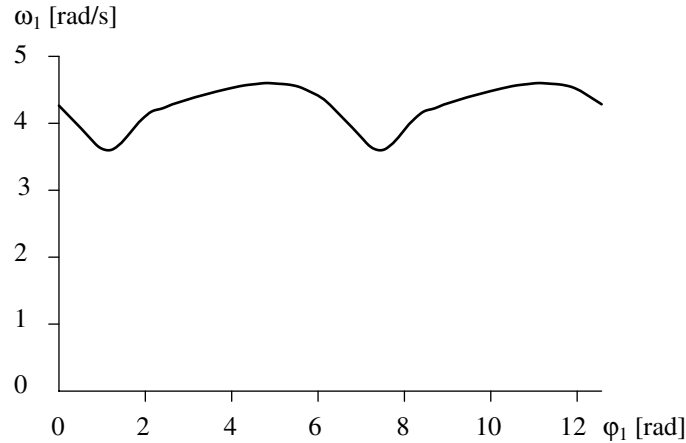


Figura 7.23 Velocidad angular del eslabón conductor en el mecanismo articulado

El par que se genera en el freno, que se mide indirectamente mediante la intensidad en la armadura del motor, se presenta en la figura (7.24); el valor medio del par en el freno es de $\Gamma_F = 0,0867 \text{ N m}$.

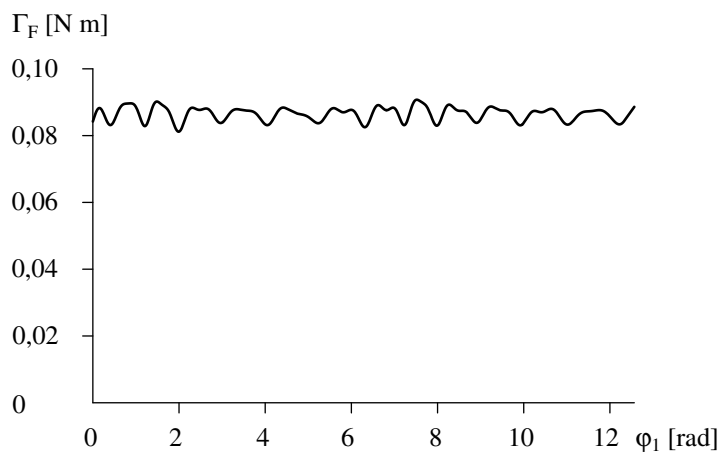


Figura 7.24 Par en el eje del freno en el mecanismo articulado

En la figura (7.25) se presenta el par que actúa en el eje del eslabón conducido del mecanismo articulado para las condiciones establecidas y que se calcula mediante la expresión (7.15).

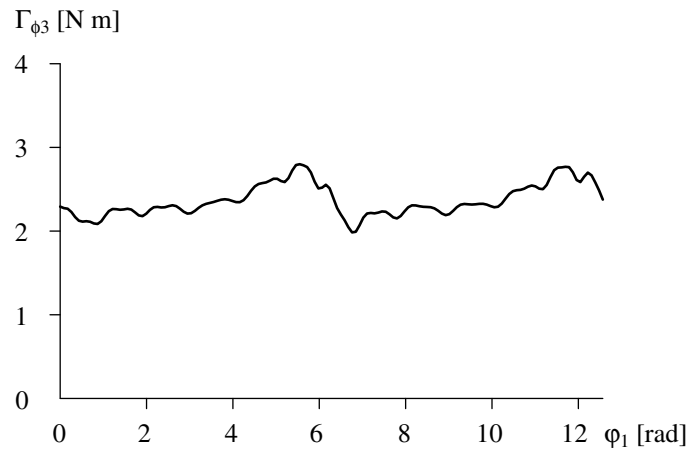


Figura 7.25 Par en el eje del eslabón conducido en el mecanismo articulado

En la figura (7.26) se presenta el par en el eje del eslabón conductor –expresión (7.13)– previo cálculo del par en el eje de la rueda conducida y de las velocidades y aceleraciones angulares de los eslabones del mecanismo articulado.

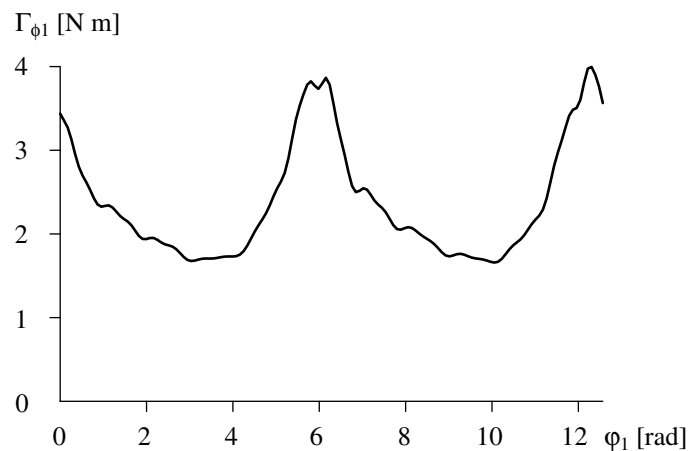


Figura 7.26 Par en el eje del eslabón conductor en el mecanismo articulado

En la figura (7.27) se compara el par requerido en el motor de acuerdo con el modelo teórico –expresión (7.11)– con el que se obtiene al multiplicar la intensidad del motor, obtenida del controlador industrial, por la constante del par del motor. Como se observa en esta figura, se obtienen muy buenos resultados.

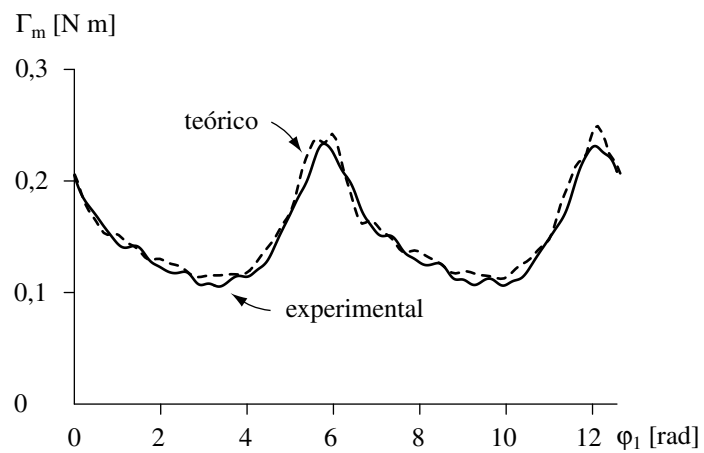


Figura 7.27 Comparación del par motor teórico con el experimental en el mecanismo articulado