

8 MODEL GLOBAL DELS ELEMENTS DE TRANSMISSIÓ DE L'ACCIONAMENT

Les resistències passives en els diferents components de l'accionament, i la seva incidència en el comportament mecànic d'aquest, es modelitzen segons s'ha determinat al capítol 6 a partir dels experiments descrits al capítol 5. En aquests experiments les parts fixes de l'accionament ho eren respecte a la bancada del muntatge experimental, que és una referència galileana, en canvi a les articulacions del robot aquestes parts són fixes respecte a diferents membres mòbils del robot, que són referències no galileanes. En els models que representen el comportament mecànic dels elements de l'accionament, es considera negligible l'efecte que, per aquesta causa, puguin tenir les forces d'inèrcia dels components de l'accionament sobre les resistències passives.

En el model de cada component de l'accionament, cal tenir present que les resistències passives s'oposen sempre al moviment relatiu, de manera que els parells de fregament són en tot moment en sentit contrari a la velocitat de rotació relativa.

En l'aplicació considerada els accionaments operen a velocitat variable, amb acceleracions relatives de les parts mòbils respecte a les fixes prou importants perquè sigui necessari tenir-les en compte. Llavors els models han d'integrar la inèrcia de les parts mòbils de cada element.

En aquest capítol es presenten els models globals dels dos elements de transmissió de l'accionament, el reductor *HD* i la transmissió per corretja dentada, tenint en compte les qüestions aquí plantejades del sentit canviant dels parells de fregament i la inèrcia de les parts mòbils de cada element.

8.1 Reductor *Harmonic Drive*[®]

A la Figura 8.1 es mostra un esquema amb els 3 subsistemes en que s'ha descompost el model del reductor *HD*.

Les variables que descriuen les condicions de funcionament a la sortida del reductor són la velocitat de rotació de l'articulació accionada, ω_s , i el parell requerit per assegurar el moviment desitjat entre els membres que formen l'articulació, T_s .

L'evolució de les velocitats de rotació de les diferents articulacions, ω_s , s'ha determinat al capítol 4, com a conseqüència de la trajectòria imposada al peu respecte al cos del robot al llarg d'un cicle de l'anadura.

Els parells requerits a cada instant del cicle per accionar cada articulació de la pota, Γ_s , s'han determinat també al capítol 4, a partir de la simulació del mecanisme portada a terme amb el software *Pro/Engineer*[®].

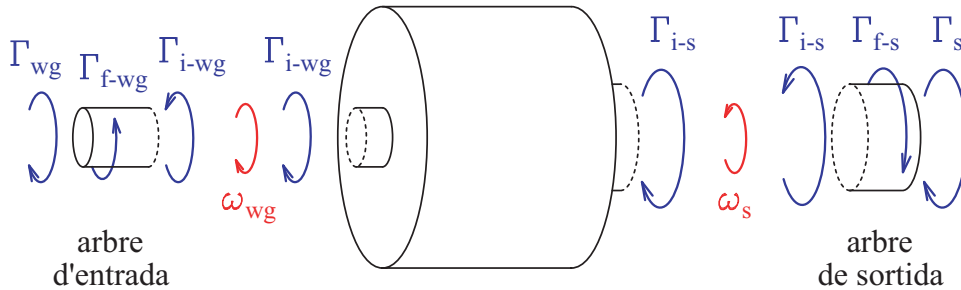


Fig. 8.1. Descomposició del reductor *HD* en 3 subsistemes

8.1.1 Parell de fregament a l'arbre de sortida

Segons el model plantejat, les resistències passives a l'arbre de sortida queden representades per un parell de fregament en buit independent de la càrrega i definit per l'Equació (8.1), i un parell de fregament proporcional al parell transmès a la sortida (veure l'Equació (8.2)). Els paràmetres Γ_o , Γ_a , ω_a i μ corresponen als determinats al capítol 6 a partir dels experiments descrits al capítol 5.

$$\Gamma_b = \Gamma_o + (\Gamma_a - \Gamma_o) \cdot \exp\left(-4 \cdot \left| \frac{\omega_s}{\omega_a} \right| \right) \quad (8.1)$$

$$\Gamma_{f-s} = \Gamma_b + \mu \cdot \Gamma_s \quad (8.2)$$

Si l'arbre de sortida gira a una velocitat angular ω_s , en un determinat sentit, el parell de fregament té el sentit contrari, oposant-se sempre al moviment de l'arbre respecte al bloc del reductor. Llavors, si es consideren com a sentits positius de les diferents variables els que es representen a la Figura 8.1, el parell de fregament, Γ_{f-s} , es pot calcular segons l'Equació (8.3), on $\text{sgn}(\omega_s)$ és igual a 1 per a ω_s positives i -1 per a ω_s negatives.

$$\Gamma_{f-s} = (\Gamma_b + \mu \cdot |\Gamma_s|) \cdot \text{sgn}(\omega_s) \quad (8.3)$$

Si la velocitat de l'arbre de sortida és nul·la llavors es té una indeterminació en el càlcul del parell de fregament segons l'Equació (8.3). Es considera la hipòtesi de que el parell de fregament té en aquest cas el sentit contrari al parell que la càrrega exerceix sobre l'arbre de sortida, oposant-se a que el moviment s'iniciï. El seu valor serà el que calgui per contrarestar el parell que exerceix la càrrega, amb el límit

màxim del parell de fregament a velocitat nul·la derivat de les Equacions (8.1) i (8.2). Així el parell de fregament per a una velocitat nul·la de l'arbre de sortida es pot calcular segons l'Equació (8.4).

$$\Gamma_{f-s} = -\min(\Gamma_a + \mu \cdot |\Gamma_s|, \Gamma_s) \cdot \text{sgn}(\Gamma_s) \quad (8.4)$$

8.1.2 Dinàmica de rotació del subsistema arbre de sortida

El parell Γ_s és el parell requerit a la sortida del reductor per tal d'assegurar el moviment desitjat de l'articulació. En la seva determinació, realitzada mitjançant la simulació del mecanisme de la pota amb el software *Pro/Engineer*[®], es té en compte la inèrcia de l'arbre de sortida del reductor i dels elements que li són solidaris.

El subsistema arbre de sortida de la descomposició del reductor representada a l'esquema de la Figura 8.1, correspon a un tros de l'arbre de sortida d'inèrcia negligible sobre el que actuen els parells Γ_s , Γ_{f-s} i Γ_{i-s} . Llavors plantejant el balanç de potències sobre aquesta part de l'arbre en resulta l'Expressió (8.5), a partir de la qual es determina el parell que cal exercir a l'entrada d'aquest subsistema del model, Γ_{i-s} .

$$\Gamma_{i-s} \cdot \omega_s - \Gamma_{f-s} \cdot \omega_s - \Gamma_s \cdot \omega_s = 0 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_{i-s} = \Gamma_s + \Gamma_{f-s} \quad (8.5)$$

8.1.3 Reductor com a transmissió ideal

El subsistema central del model del reductor es considera que és un reductor ideal, així el parell i la velocitat angular a l'entrada es calcula en funció del parell i la velocitat angular a la sortida segons les Equacions (8.6) i (8.7), on hi intervé la relació de reducció del reductor, i_{HD} .

$$\Gamma_{i-wg} = \frac{\Gamma_{i-s}}{i_{HD}} \quad (8.6)$$

$$\omega_{wg} = \omega_s \cdot i_{HD} \quad (8.7)$$

8.1.4 Parell de fregament a l'arbre d'entrada

El parell de fregament sobre l'arbre d'entrada queda definit per l'Equació (8.8), on hi intervé el signe de la seva velocitat angular de manera que el sentit del parell de fregament és sempre contrari al de la velocitat angular. Els paràmetres c , a i b són els determinats al capítol 6.

$$\Gamma_{f-e} = c \cdot |\Gamma_{i-wg}|^a \cdot |\omega_{wg}|^b \cdot \text{sgn}(\omega_{wg}) \quad (8.8)$$

8.1.5 Dinàmica de rotació de l'arbre d'entrada

A la simulació del mecanisme descrita al capítol 4, per tal de determinar el parell Γ_s requerit per accionar cada articulació, es va implementar a la simulació un motor ideal entre rotor i estator del motor elèctric i una transmissió ideal entre rotor i arbre d'entrada del reductor *HD*. Així s'aconseguia que els moviments de rotació d'aquests elements respecte als seus eixos corresponguessin als moviments que tindrien en l'accionament real donades les condicions de funcionament a la sortida de l'accionament.

Segons el model de reductor de la Figura 8.1, conegut el parell Γ_{i-wg} entre arbre d'entrada i reductor ideal, al analitzar la dinàmica de rotació de l'arbre d'entrada cal tenir en compte la variació de l'energia cinètica de rotació d'aquest arbre respecte al seu eix. Plantejant el balanç de potències en aquesta part del reductor en resulta l'Equació (8.9).

$$\Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{f-e} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{i-wg} \cdot \omega_{wg} = J_{wg} \cdot \omega_{wg} \cdot \alpha_{wg} \quad (8.9)$$

Aïllant el parell que rep l'arbre d'entrada de l'exterior del reductor es té l'Equació (8.10).

$$\Gamma_{wg} = \Gamma_{i-wg} + \Gamma_{f-e} + J_{wg} \cdot \alpha_{wg} \quad (8.10)$$

A la Figura 8.2 es mostra el model tridimensional de l'arbre d'entrada amb totes les peces que li són solidàries. El moment d'inèrcia del conjunt respecte a l'eix de gir de l'arbre és $J_{wg} = 16,285 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

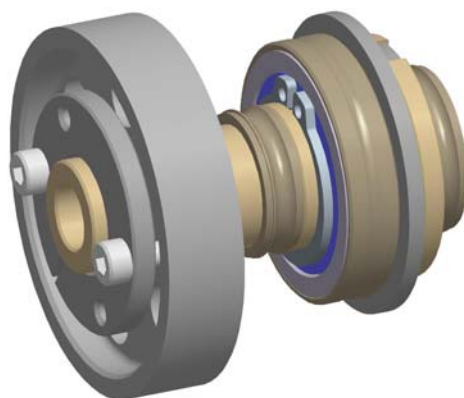


Fig. 8.2. Model en CAD del conjunt de peces que formen l'arbre d'entrada

8.1.6 Balanç de potències al reductor *HD*

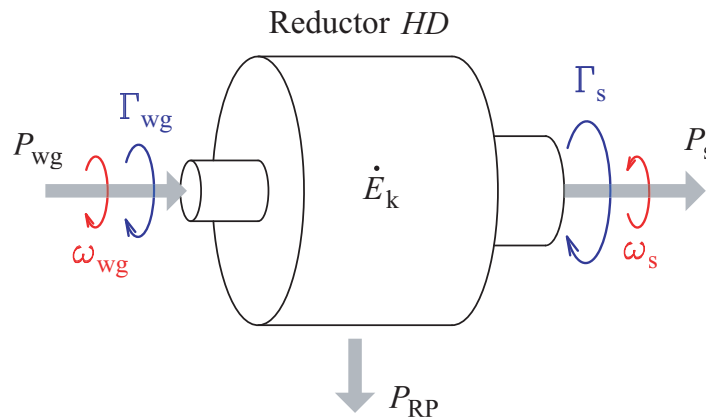


Fig. 8.3. Balanç de potències al reductor *HD*

A la Figura 8.3 es representa un esquema del sistema mecànic format pel reductor *HD* amb els fluxos de potència mecànica entrant i sortint del sistema. Plantejant el balanç de potències al reductor en resulta l'Equació (8.11), en la que s'aprecia que la potència mecànica transmesa al reductor a l'arbre d'entrada, P_{wg} , es reparteix en potència mecànica transmesa a l'arbre de sortida, P_s , derivada respecte al temps de l'energia cinètica del sistema, \dot{E}_k , i potència dissipada per les resistències passives, P_{RP} . Els termes P_{wg} , P_s i \dot{E}_k es calculen a partir de les dades de funcionament del reductor segons les Equacions (8.12) a (8.14).

$$P_{wg} = P_s + \dot{E}_k + P_{RP} \quad (8.11)$$

$$P_{wg} = \Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} \quad (8.12)$$

$$P_s = \Gamma_s \cdot \omega_s \quad (8.13)$$

$$\dot{E}_k = J_{wg} \cdot \omega_{wg} \cdot \alpha_{wg} \quad (8.14)$$

La potència dissipada per les resistències passives al reductor es pot calcular amb l'Equació (8.15), a partir dels termes avaluats amb les Equacions (8.12) a (8.14).

$$P_{RP} = P_{wg} - P_s - \dot{E}_k \quad (8.15)$$

8.2 Transmissió per corretja dentada

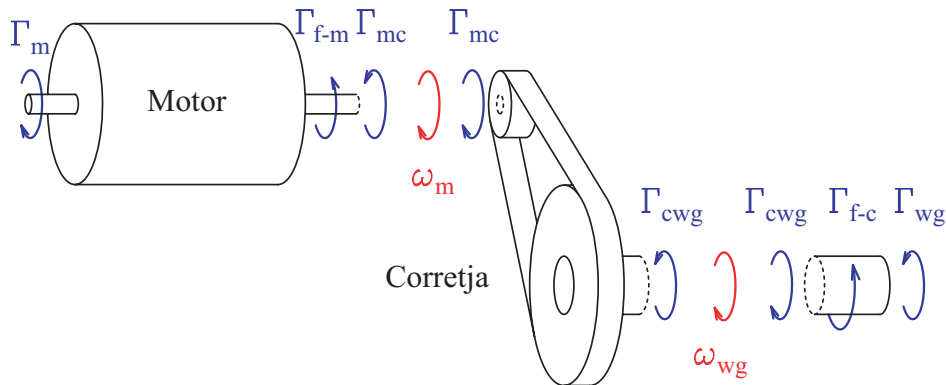


Fig. 8.4. Descomposició de la transmissió per corretja dentada en 3 subsistemes

A la Figura 8.4 es mostra un esquema del model de la transmissió per corretja dentada amb els 3 subsistemes en que s'ha descompost.

Les variables que descriuen les condicions de funcionament a la sortida de la transmissió són la velocitat de rotació del *wave generator* del reductor *HD*, ω_{wg} , i el parell requerit a l'entrada del reductor per assegurar el moviment desitjat, Γ_{wg} . L'evolució d'aquestes dues variables s'obté a partir de l'aplicació del model de reductor descrit a l'apartat anterior.

8.2.1 Parell de fregament a l'arbre de sortida

Segons el model plantejat, les resistències passives a l'arbre de sortida d'aquesta transmissió, que és l'arbre de la politja de 60 dents, queden representades per un parell de fregament en buit independent de la càrrega i definit per l'Equació (8.16), i un parell de fregament proporcional al parell transmès a la sortida (veure l'Equació (8.17)). Els paràmetres Γ_o , Γ_a , ω_a i μ corresponen als determinats al capítol 6 a partir dels experiments descrits al capítol 5.

$$\Gamma_b = \Gamma_o + (\Gamma_a - \Gamma_o) \cdot \exp\left(-4 \cdot \left| \frac{\omega_{wg}}{\omega_a} \right| \right) \quad (8.16)$$

$$\Gamma_{f-c} = \Gamma_b + \mu \cdot \Gamma_{wg} \quad (8.17)$$

Si l'arbre de la politja gira a una velocitat angular ω_{wg} , en un determinat sentit, el parell de fregament té el sentit contrari, oposant-se sempre al moviment de l'arbre respecte al bloc del reductor *HD*. Llavors, si es consideren com a sentits positius de les diferents variables els que es representen a la Figura 8.4, el parell de fregament,

Γ_{f-c} , es pot calcular segons l'Equació (8.18), on $\text{sgn}(\omega_{wg})$ és igual a 1 per a ω_{wg} positives i -1 per a ω_{wg} negatives.

$$\Gamma_{f-c} = (\Gamma_b + \mu \cdot |\Gamma_{wg}|) \cdot \text{sgn}(\omega_{wg}) \quad (8.18)$$

Si la velocitat de gir de la politja és nul·la llavors es té una indeterminació en el càlcul del parell de fregament segons l'Equació (8.18). Es considera la hipòtesi de que el parell de fregament té en aquest cas el sentit contrari al parell que el reductor exerceix sobre l'arbre de sortida de la transmissió per corretja dentada, Γ_{wg} , oposant-se a que el moviment s'iniciï. El seu valor serà el que calgui per contrarestar el parell sobre l'arbre de sortida, amb el límit màxim del parell de fregament a velocitat nul·la derivat de les Equacions (8.16) i (8.17). Així el parell de fregament per a una velocitat nul·la de l'arbre de la politja de 60 dents es calcula segons l'Equació (8.19).

$$\Gamma_{f-c} = -\min(\Gamma_a + \mu \cdot |\Gamma_{wg}|, \Gamma_{wg}) \cdot \text{sgn}(\Gamma_{wg}) \quad (8.19)$$

8.2.2 Dinàmica de rotació del subsistema arbre de sortida

El parell Γ_{wg} és el parell que cal transmetre a l'arbre d'entrada del reductor *HD* per tal d'assegurar el moviment desitjat. En la seva determinació es tenen en compte els requeriments a la sortida del reductor i la inèrcia i l'acceleració angular de l'arbre d'entrada del reductor i de tots els elements que li són solidaris, inclosa la politja de 60 dents de la transmissió per corretja. Així al analitzar el subsistema arbre de sortida de la transmissió per corretja dentada (veure la Figura 8.4), i que transmet a la seva sortida el parell Γ_{wg} , es considera que és d'inèrcia negligible. Llavors plantejant el balanç de potències sobre aquesta part en resulta l'Expressió (8.20), a partir de la qual es determina el parell que cal exercir a l'entrada d'aquest subsistema del model, Γ_{cwg} .

$$\Gamma_{cwg} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{f-c} \cdot \omega_{wg} - \Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_{cwg} = \Gamma_{wg} + \Gamma_{f-c} \quad (8.20)$$

8.2.3 Corretja dentada com a transmissió ideal

El subsistema central del model de la transmissió per corretja dentada es considera que és una transmissió ideal, així el parell i la velocitat angular a l'entrada es calcula en funció del parell i la velocitat angular a la sortida segons les Equacions (8.21) i (8.22), on hi intervé la relació de reducció de la transmissió per corretja dentada, i_c .

$$\Gamma_{mc} = \frac{\Gamma_{cwg}}{i_c} \quad (8.21)$$

$$\omega_m = \omega_{wg} \cdot i_c \quad (8.22)$$

8.2.4 Parell de fregament a l'arbre d'entrada

El parell de fregament sobre l'arbre d'entrada, que correspon al rotor del motor elèctric, queda definit per l'Equació (8.23), on hi intervé el signe de la seva velocitat angular de manera que el sentit del parell de fregament és sempre contrari al de la velocitat angular. Els paràmetres c i b són els determinats al capítol 6.

$$\Gamma_{f-m} = c \cdot |\omega_m|^b \cdot \text{sgn}(\omega_m) \quad (8.23)$$

8.2.5 Dinàmica de rotació de l'arbre d'entrada

Segons el model de la transmissió per corretja dentada de la Figura 8.4, conegut el parell Γ_{mc} entre l'arbre d'entrada i la transmissió ideal, al analitzar la dinàmica de rotació de l'arbre d'entrada cal tenir en compte la variació de l'energia cinètica de rotació d'aquest arbre respecte al seu eix. Plantejant el balanç de potències en aquesta part de la transmissió en resulta l'Equació (8.24), on J_m és el moment d'inèrcia de l'arbre d'entrada respecte al seu eix de gir.

$$\Gamma_m \cdot \omega_m - \Gamma_{f-m} \cdot \omega_m - \Gamma_{mc} \cdot \omega_m = J_m \cdot \omega_m \cdot \alpha_m \quad (8.24)$$

Aïllant el parell electromecànic que exerceix el motor sobre el rotor, Γ_m , es té l'Equació (8.25).

$$\Gamma_m = \Gamma_{mc} + \Gamma_{f-m} + J_m \cdot \alpha_m \quad (8.25)$$

A la Figura 8.5 es mostra el model tridimensional del conjunt de l'arbre d'entrada, que correspon al rotor del motor elèctric amb totes les peces que li són solidàries. El seu moment d'inèrcia respecte a l'eix de gir del motor és $J_m = 13,497 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. La massa de la corretja es considera negligible.

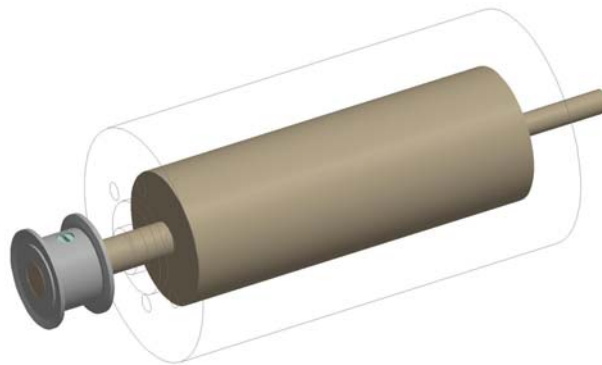


Fig. 8.5. Model en CAD del rotor del motor elèctric i les peces solidàries a ell

8.2.6 Balanç de potències a la transmissió per corretja dentada

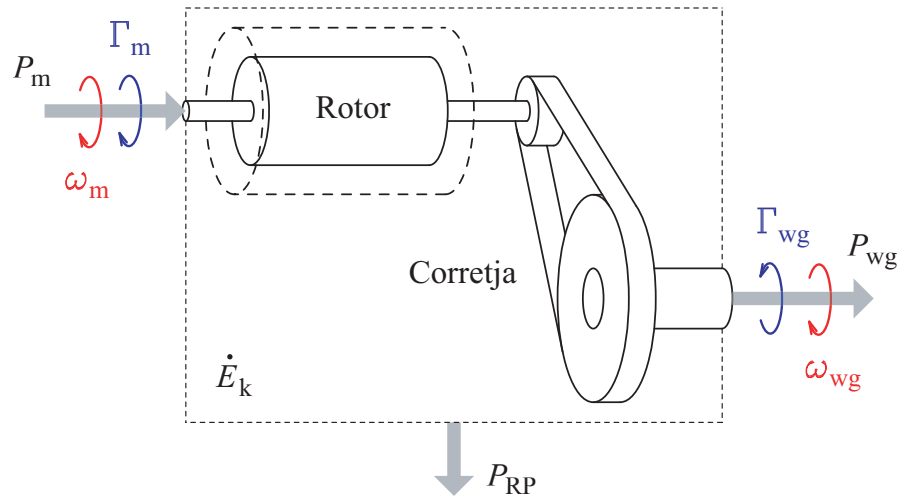


Fig. 8.6. Balanç de potències a la transmissió per corretja dentada

A la Figura 8.6 es representa un esquema del sistema mecànic format per la transmissió per corretja dentada, inclòs el rotor com a arbre d'entrada, amb els fluxos de potència mecànica entrant i sortint del sistema. Plantejant el balanç de potències en el sistema en resulta l'Equació (8.26), en la que s'aprecia que la potència mecànica proporcionada pel motor a l'arbre d'entrada, P_m , es reparteix en potència mecànica transmesa a l'arbre de sortida, P_{wg} , derivada respecte al temps de l'energia cinètica del sistema, \dot{E}_k , i potència dissipada per les resistències passives, P_{RP} . Els termes P_{wg} , P_s i \dot{E}_k es calculen a partir de les dades de funcionament de la transmissió segons les Equacions (8.27) a (8.29).

$$P_m = P_{wg} + \dot{E}_k + P_{RP} \quad (8.26)$$

$$P_{mc} = \Gamma_{mc} \cdot \omega_m \quad (8.27)$$

$$P_{wg} = \Gamma_{wg} \cdot \omega_{wg} \quad (8.28)$$

$$\dot{E}_k = J_m \cdot \omega_m \cdot \alpha_m \quad (8.29)$$

La potència dissipada per les resistències passives a la transmissió per corretja dentada es pot calcular amb l'Equació (8.30), a partir dels termes avaluats amb les Equacions (8.27) a (8.29).

$$P_{RP} = P_{mc} - P_{wg} - \dot{E}_k \quad (8.30)$$