

# Apéndice C

## Consideraciones sobre la estrategia de conmutación para el convertidor NPC

### C.1. Relaciones de conducción 'abc' con bus de continua desequilibrado

En el apartado 4.2.2 se han obtenido las relaciones de conducción 'abc', considerando que el bus de continua está equilibrado. Esta es una hipótesis razonable, puesto que el funcionamiento del convertidor con bus de continua desequilibrado suele ser inaceptable, dado que provoca una distorsión armónica indeseada en la tensión de salida e incluso la destrucción del convertidor. No obstante, se ha creído conveniente mostrar las expresiones de las relaciones de conducción 'abc' en el caso más general.

La tensión de salida que se desea obtener en el convertidor NPC y la señal moduladora se muestran en (C.1).

$$\begin{aligned} v_{ao} &= \frac{V_{pn}}{2} \cdot m_a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \frac{V_{pn}}{2} \cdot d_a & d_a &= m_a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \\ v_{bo} &= \frac{V_{pn}}{2} \cdot m_a \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) = \frac{V_{pn}}{2} \cdot d_b & \text{donde } d_b &= m_a \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\ v_{co} &= \frac{V_{pn}}{2} \cdot m_a \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) = \frac{V_{pn}}{2} \cdot d_c & d_c &= m_a \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Empleando la ecuación (4.15) y la expresión general de la tensión de salida (4.37), en combinación con (C.1), permite obtener las relaciones de conducción 'abc' teniendo en cuenta la tensión de desequilibrio del bus de continua (C.2).

$$\begin{aligned}
d_{ap} &= \frac{(v_{pn} - v_o) + d_a \cdot v_{pn} - d_{ao} \cdot (v_{pn} - v_o)}{2 \cdot v_{pn}} ; & d_{an} &= \frac{(v_{pn} - v_o) - d_a \cdot v_{pn} - d_{ao} \cdot (v_{pn} - v_o)}{2 \cdot v_{pn}} \\
d_{bp} &= \frac{(v_{pn} - v_o) + d_b \cdot v_{pn} - d_{bo} \cdot (v_{pn} - v_o)}{2 \cdot v_{pn}} ; & d_{bn} &= \frac{(v_{pn} - v_o) - d_b \cdot v_{pn} - d_{bo} \cdot (v_{pn} - v_o)}{2 \cdot v_{pn}} \\
d_{cp} &= \frac{(v_{pn} - v_o) + d_c \cdot v_{pn} - d_{co} \cdot (v_{pn} - v_o)}{2 \cdot v_{pn}} ; & d_{cn} &= \frac{(v_{pn} - v_o) - d_c \cdot v_{pn} - d_{co} \cdot (v_{pn} - v_o)}{2 \cdot v_{pn}}
\end{aligned} \quad (C.2)$$

En caso de considerar bus de continua equilibrado, las relaciones de conducción de (C.2) se simplifican y se convierten en las expresiones (C.3), coincidentes con (4.17), deducidas en el apartado 4.4.2 con el supuesto de bus de continua equilibrado.

$$\begin{aligned}
d_{ap} &= \frac{1 + d_a - d_{ao}}{2} ; & d_{an} &= \frac{1 - d_a - d_{ao}}{2} \\
d_{bp} &= \frac{1 + d_b - d_{bo}}{2} ; & d_{bn} &= \frac{1 - d_b - d_{bo}}{2} \\
d_{cp} &= \frac{1 + d_c - d_{co}}{2} ; & d_{cn} &= \frac{1 - d_c - d_{co}}{2}
\end{aligned} \quad (C.3)$$

## C.2. Tensión de salida y relaciones de conducción 'd' y 'q'

En este apartado se obtiene la relación entre las relaciones de conducción 'd' y 'q' y la tensión de salida que producen.

Por un lado, se tiene la tensión de salida que se desea obtener en el convertidor NPC y por otro lado la moduladora (C.1). Se considera régimen permanente, tensión total del bus de continua ( $V_{pn}$ ) constante, bus de continua equilibrado ( $V_o = 0$ ) y el mismo índice de amplitud para cada fase. Por otro lado, en (4.37) se tiene, de forma general, la expresión de la tensión de salida en función de las relaciones de conducción 'abc' y de las tensiones  $v_{pn}$ ,  $v_o$ .

$$\begin{aligned}
v_{ao} &= \frac{1}{2}(d_{ap} + d_{an}) \cdot v_o + \frac{1}{2}(d_{ap} - d_{an}) \cdot v_{pn} = (v_{ao})_{continua} + (v_{ao})_{alterna} \\
v_{bo} &= \frac{1}{2}(d_{bp} + d_{bn}) \cdot v_o + \frac{1}{2}(d_{bp} - d_{bn}) \cdot v_{pn} = (v_{bo})_{continua} + (v_{bo})_{alterna} \\
v_{co} &= \frac{1}{2}(d_{cp} + d_{cn}) \cdot v_o + \frac{1}{2}(d_{cp} - d_{cn}) \cdot v_{pn} = (v_{co})_{continua} + (v_{co})_{alterna}
\end{aligned} \quad (C.4)$$

Partiendo de la expresión (4.17), se sabe que las relaciones de conducción 'abc' se pueden entender como la suma de una componente alterna y una componente continua. Para la fase 'a', se tiene la expresión (C.5).

$$d_{ap} = \frac{1+d_a-d_{ao}}{2} = \frac{d_a}{2} + \frac{1}{2} - \frac{d_{ao}}{2} = \frac{1}{2} \cdot m_a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + OF_a = d \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + OF_a \quad (C.5)$$

$$d_{an} = \frac{1-d_a-d_{ao}}{2} = -\frac{d_a}{2} + \frac{1}{2} - \frac{d_{ao}}{2} = -\frac{1}{2} \cdot m_a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + OF_a = -d \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + OF_a$$

donde

$$d_a = m_a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad ; \quad OF_a = \frac{1}{2} - \frac{d_{ao}}{2} \quad ; \quad d = \frac{1}{2} \cdot m_a \quad (C.6)$$

Por extensión, se tienen las expresiones para las fases 'b' y 'c':

$$d_{bp} = d \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + OF_b \quad ; \quad d_{cp} = d \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) + OF_c \quad (C.7)$$

$$d_{bn} = -d \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + OF_b \quad ; \quad d_{cn} = -d \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) + OF_c$$

Por otro lado, de (4.15) y (C.5) se deduce (C.8) para la fase 'a', extensible a las fases 'b' y 'c':

$$d_{ao} = 1 - d_{ap} - d_{an} = 1 - (d \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + OF_a) - (-d \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + OF_a) = 1 - 2 \cdot OF_a$$

$$d_{bo} = 1 - 2 \cdot OF_b \quad (C.8)$$

$$d_{co} = 1 - 2 \cdot OF_c$$

Se plantea el caso más simple, donde se considera, para las tres fases, el mismo índice de amplitud ( $m_a$ ) y la misma relación de conducción al punto 'o' ( $d_{ao} = d_{bo} = d_{co}$ ), lo que resulta en un desplazamiento (*offset*) idéntico ( $OF = OF_a = OF_b = OF_c$ ), ver figura 4.6. En estas condiciones, se analiza, como ejemplo, la relación de conducción  $d_{pd}$ . Según la transformación de Park,  $d_{pd}$  se expresa:

$$d_{pd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[ d_{ap} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{bp} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) + d_{cp} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (C.9)$$

Sustituyendo  $d_{ap}$ ,  $d_{bp}$ ,  $d_{cp}$  por las expresiones de (C.5)(C.7), se tiene (C.10). Los desplazamientos (*offset*) de las tres fases configuran un sistema equilibrado, su suma resulta nula y, por tanto, no aparecen en (C.10).

$$d_{pd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[ d \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ \left. + d \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (C.10)$$

Aplicando la expresión trigonométrica (C.11) y alineando el eje 'd' de la referencia D-Q con el fasor de tensión ( $\varphi = \theta_o$ ), se obtiene (C.12).

$$\cos^2(\psi) = \frac{1}{2} \cdot [1 + \cos(2 \cdot \psi)] \quad (C.11)$$

$$d_{pd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot d \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ 3 + \cos(2 \cdot (\omega \cdot t + \theta_o)) + \cos\left(2 \cdot \left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right)\right) + \cos\left(2 \cdot \left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \right] \quad (C.12)$$

La suma de cosenos en (C.12) es nula para cualquier valor del término  $(\omega \cdot t + \theta_o)$ . Por tanto, la relación de conducción  $d_{pd}$  resulta:

$$d_{pd} = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot d \cdot 3 = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot d = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_a \quad (C.13)$$

El índice de amplitud  $m_a$  está comprendido entre 0 y 1, si se trabaja en la zona lineal. En consecuencia, de (C.13) se deduce que el valor máximo de  $d_{pd}$  es  $\sqrt{3}/(2 \cdot \sqrt{2}) = 0.612$ . Este resultado se interpreta gráficamente en el figura C.1.

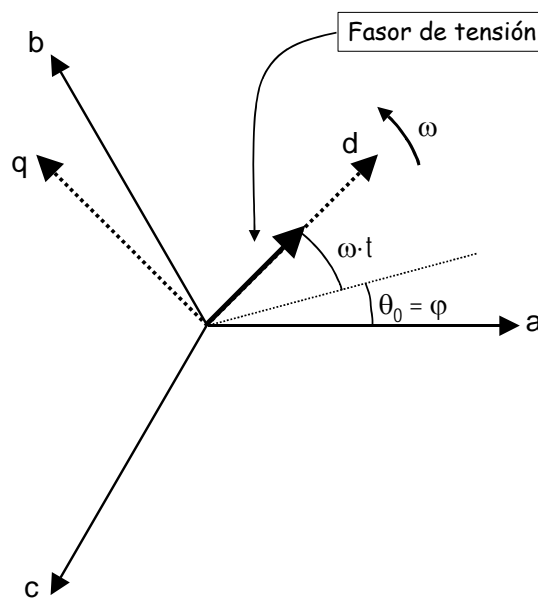


Figura C.1. Diagrama fasorial con la referencia D-Q alineada con el fasor de tensión.

La alineación del eje 'd' de la referencia D-Q con el fasor de tensión ocasiona que la componente 'q' sea nula. En consecuencia, se tiene (C.14) y se puede deducir que el módulo del vector a proyectar para obtener las relaciones de conducción a secuencia 'd' y 'q' es  $0.612 \cdot m_a$ .

$$d_{pd} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot d = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_a = 0.612 \cdot m_a \quad (C.14)$$

$$d_{pq} = 0$$

En el caso más general, la referencia D-Q no presenta ninguna alineación específica ni con el fasor de tensión ni con la referencia 'abc'. En esta condición, el diagrama fasorial se presenta en la figura C.2 y las expresiones de las relaciones de conducción se muestran en (C.15).

$$\begin{aligned}
 d_{pd} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot d \cdot \cos(\varphi - \theta_o) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_a \cdot \cos(\varphi - \theta_o) \\
 d_{pq} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot d \cdot \sin(\varphi - \theta_o) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_a \cdot \sin(\varphi - \theta_o) \\
 d_{p0} &= \sqrt{3} \cdot OF
 \end{aligned}
 \tag{C.15}$$

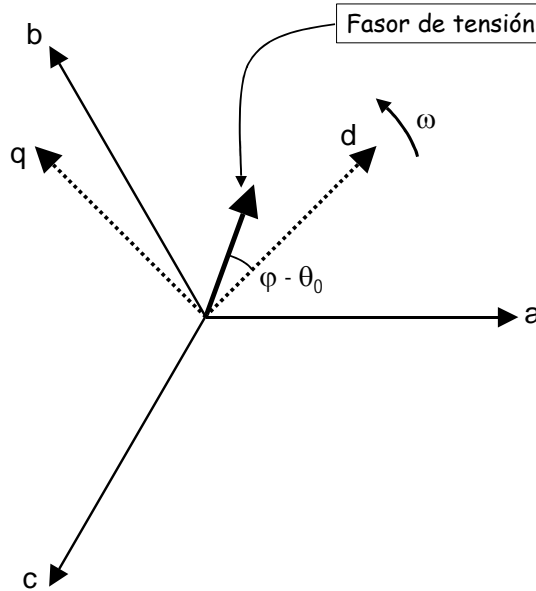


Figura C.2. Fasor de tensión y referencia D-Q, caso general.

Teniendo en cuenta la consideración de régimen permanente, mismo índice de amplitud ( $m_a$ ) y mismo desplazamiento (*offset* –  $OF$  –), es fácil comprobar que se verifica (C.16), coincidente con la demostración del apartado 4.4.3.

$$d_{pd} = -d_{nd} \quad ; \quad d_{pq} = -d_{nq} \quad ; \quad d_{p0} = d_{n0}
 \tag{C.16}$$

Atendiendo a la figura C.2, y sabiendo que el módulo máximo del fasor de tensión se da para  $m_a = 1$ , se puede extraer que, en cualquier caso, el módulo máximo del vector a proyectar es  $\sqrt{3}/(2 \cdot \sqrt{2}) = 0.612$ , lo que se refleja en la figura C.3. En consecuencia, se deducen, de las proyecciones sobre los ejes 'd' y 'q', las condiciones que deben cumplir las relaciones de conducción a secuencia 'd' y 'q' (C.17).

$$\begin{aligned}
 \sqrt{d_{pd}^2 + d_{pq}^2} &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot m_a \quad \Rightarrow \quad d_{pd}^2 + d_{pq}^2 \leq \frac{3}{8} \\
 \sqrt{d_{nd}^2 + d_{nq}^2} &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot m_a \quad \Rightarrow \quad d_{nd}^2 + d_{nq}^2 \leq \frac{3}{8}
 \end{aligned}
 \tag{C.17}$$

En otros términos, las relaciones de conducción a secuencia 'd' y 'q' deben cumplir la expresión (C.17) para que las tensiones de salida del convertidor presenten una forma de onda senoidal (C.18), con el índice de amplitud  $m_a$  comprendido entre 0 y 1.

$$\begin{aligned}
 v_{ao} &= \frac{V_{pn}}{2} \cdot m_a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \\
 v_{bo} &= \frac{V_{pn}}{2} \cdot m_a \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\
 v_{co} &= \frac{V_{pn}}{2} \cdot m_a \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{C.18}$$

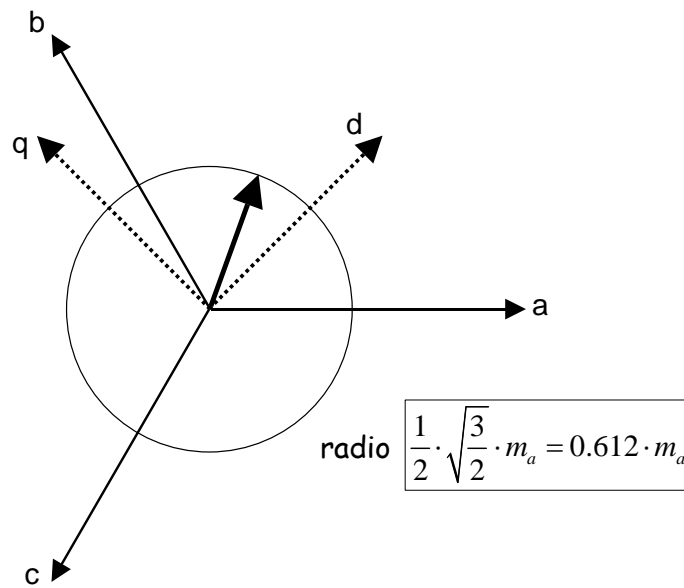


Figura C.3. Límites del fasor.

### C.3. Valores límite para las relaciones de conducción $d_{p0}$ y $d_{n0}$

En el apartado anterior se han deducido los límites que deben respetar las relaciones de conducción a secuencia 'd' y 'q' para obtener la tensión de salida deseada (C.17). Sin embargo, esta condición es necesaria pero no suficiente, puesto que es necesario conocer, además de las relaciones de conducción a secuencia 'd' y 'q', los valores de las relaciones de conducción a secuencia cero, para generar las relaciones de conducción 'abc', tal como se extrae de la figura 4.1. En consecuencia, es necesario determinar cuales son los límites para las relaciones de conducción  $d_{p0}$  y  $d_{n0}$ , tal que se obtengan las relaciones de conducción 'abc' apropiadas.

Los límites de  $d_{p0}$  y  $d_{n0}$  están condicionados por los límites de las relaciones de conducción 'abc', que pueden agruparse en dos limitaciones:

- Limitación 1: Todas las relaciones de conducción 'abc' deben estar comprendidas entre 0 y 1.

$$\begin{aligned}
0 \leq d_{ap} \leq 1 & \quad ; \quad 0 \leq d_{an} \leq 1 & \quad ; \quad 0 \leq d_{ao} \leq 1 \\
0 \leq d_{bp} \leq 1 & \quad ; \quad 0 \leq d_{bn} \leq 1 & \quad ; \quad 0 \leq d_{bo} \leq 1 \\
0 \leq d_{cp} \leq 1 & \quad ; \quad 0 \leq d_{cn} \leq 1 & \quad ; \quad 0 \leq d_{co} \leq 1
\end{aligned} \tag{C.19}$$

- Limitación 2: La suma de las relaciones de conducción para cada fase debe sumar la unidad en cualquier instante de tiempo.

$$\begin{aligned}
d_{ap} + d_{ao} + d_{an} &= 1 \\
d_{bp} + d_{bo} + d_{bn} &= 1 \\
d_{cp} + d_{co} + d_{cn} &= 1
\end{aligned} \tag{C.20}$$

Con el planteamiento realizado, la tercera columna de (C.19) es redundante, puesto que se cumple automáticamente si se verifican las dos primeras columnas de (C.19) junto con las tres ecuaciones de (C.20). A efectos prácticos, se puede prescindir de la tercera columna de (C.19).

#### a) Aplicación de la limitación 1.

Se aplica la limitación 1, por ejemplo, sobre la relación de conducción  $d_{ap}$ . Si se tiene en cuenta que  $d_{ap} \leq 1$ , se obtiene la expresión (C.21). Despejando  $d_{p0}$  en (C.21), resulta (C.22).

$$d_{ap} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[ d_{pd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) - d_{pq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot d_{p0} \right] \leq 1 \tag{C.21}$$

$$d_{p0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{pq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \tag{C.22}$$

Por trigonometría, es fácil demostrar que

$$\left[ -d_{pd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{pq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \leq \sqrt{d_{pd}^2 + d_{pq}^2} \tag{C.23}$$

En consecuencia, la condición  $d_{ap} \leq 1$  supone que la relación de conducción  $d_{p0}$  debe cumplir la desigualdad (C.24).

$$d_{p0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{pq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \leq \sqrt{3} + \sqrt{2 \cdot (d_{pd}^2 + d_{pq}^2)} \tag{C.24}$$

Por extensión, se puede demostrar fácilmente que la condición  $0 \leq d_{ap}$  se convierte en la desigualdad (C.25) para  $d_{p0}$ .

$$d_{p0} \geq \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{pq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \leq \sqrt{2 \cdot (d_{pd}^2 + d_{pq}^2)} \tag{C.25}$$

La interpretación gráfica de los anteriores resultados se presenta en la figura C.4. Puede observarse que la condición  $0 \leq d_{ap} \leq 1$  fuerza que  $d_{p0}$  deba estar comprendido dentro de los límites, variables en el tiempo, mostrados en la figura C.4.

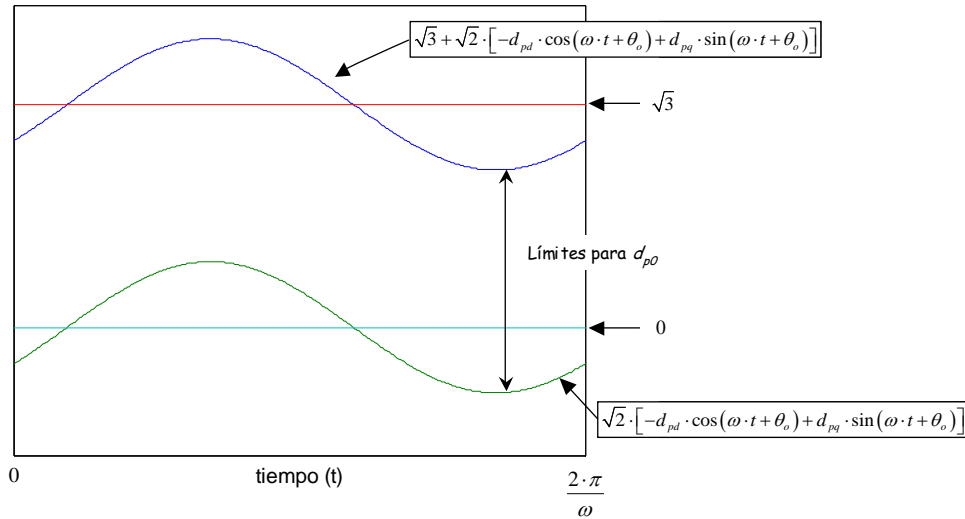
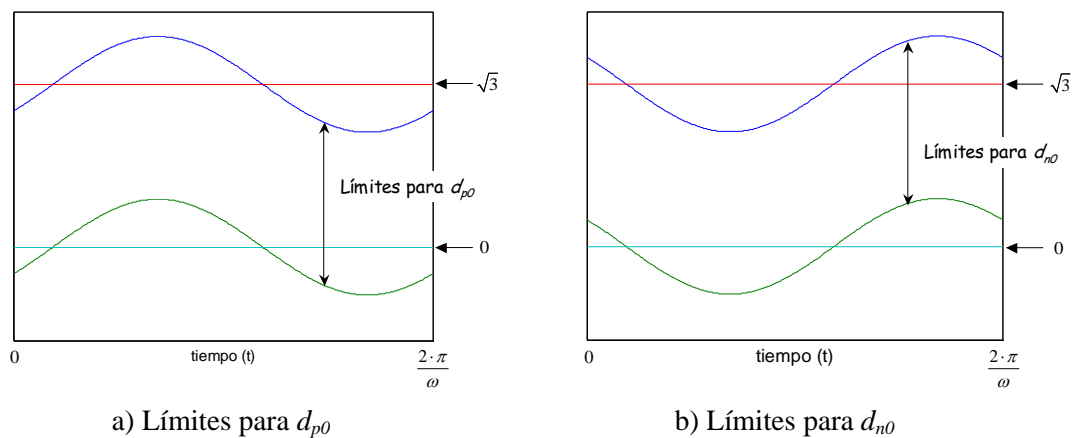


Figura C.4. Límites de  $d_{p0}$  para verificar la condición  $0 \leq d_{ap} \leq 1$ .

Análogamente, la limitación  $0 \leq d_{an} \leq 1$  supone que  $d_{n0}$  debe estar dentro de ciertos límites (C.26)(C.27). Si la estrategia de conmutación es simétrica ( $d_{nd} = -d_{pd}$  ;  $d_{nq} = -d_{pq}$ ), las senoides que limitan los valores de  $d_{n0}$  están desfasadas  $180^\circ$  respecto las senoides que limitan los valores de  $d_{p0}$ , y sus amplitudes son iguales, ver figura C.5.

$$d_{n0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot [-d_{nd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{nq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o)] \leq \sqrt{3} + \sqrt{2 \cdot (d_{nd}^2 + d_{nq}^2)} \quad (C.26)$$

$$d_{n0} \geq \sqrt{2} \cdot [-d_{nd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{nq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o)] \leq \sqrt{2 \cdot (d_{nd}^2 + d_{nq}^2)} \quad (C.27)$$



a) Límites para  $d_{p0}$

b) Límites para  $d_{n0}$

Figura C.5. Límites para  $d_{p0}$  y  $d_{n0}$  con estrategia de conmutación simétrica.



**b) Aplicación de la limitación 1. Extensión a las tres fases.**

Los límites para  $d_{p0}$  son:

- derivados de  $0 \leq d_{ap} \leq 1$

$$d_{p0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{pq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \quad (C.28)$$

$$d_{p0} \geq \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{pq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \quad (C.29)$$

- derivados de  $0 \leq d_{bp} \leq 1$

$$d_{p0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{pq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.30)$$

$$d_{p0} \geq \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{pq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.31)$$

- derivados de  $0 \leq d_{cp} \leq 1$

$$d_{p0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{pq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.32)$$

$$d_{p0} \geq \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{pd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{pq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.33)$$

Los límites para  $d_{p0}$  expresados en (C.28)-(C.33) se muestran gráficamente en la figura C.6 donde se representan dos periodos ( $f = 50$  Hz) y se emplean valores arbitrarios de  $d_{pd}$ ,  $d_{pq}$ ,  $d_{nd}$ ,  $d_{nq}$ . Se observa que el rango válido para  $d_{p0}$  está comprendido entre la envolvente superior de las senoides inferiores y la envolvente inferior de las senoides superiores. Las relaciones de conducción  $d_{pd}$  y  $d_{pq}$  pueden variar, por tanto el margen válido para  $d_{p0}$  se amplía cuando  $d_{pd}$  y  $d_{pq}$  disminuyen y se reduce cuando  $d_{pd}$  y  $d_{pq}$  aumentan.

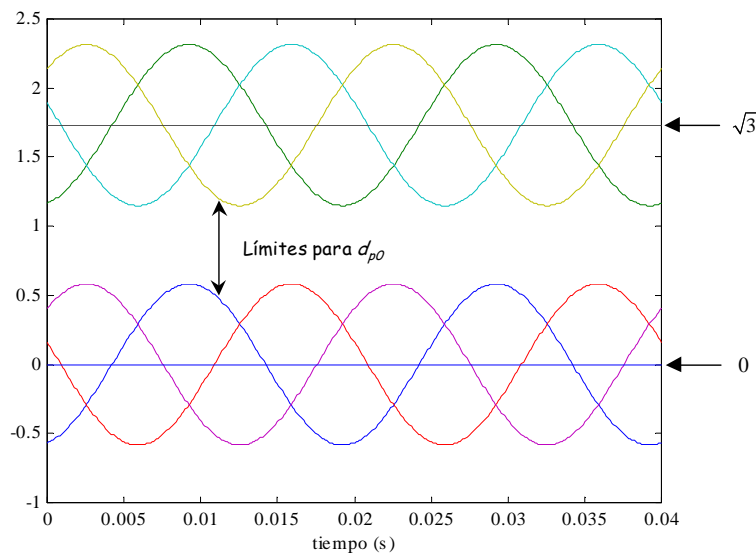


Figura C.6. Rango válido para  $d_{p0}$  tal que se verifica  $0 \leq d_{ap} \leq 1$ ,  $0 \leq d_{ao} \leq 1$ ,  $0 \leq d_{an} \leq 1$ .

Por otro lado, los límites para  $d_{n0}$  son:

- derivados de  $0 \leq d_{an} \leq 1$

$$d_{n0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot [-d_{nd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{nq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o)] \quad (C.34)$$

$$d_{n0} \geq \sqrt{2} \cdot [-d_{nd} \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) + d_{nq} \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o)] \quad (C.35)$$

- derivados de  $0 \leq d_{bn} \leq 1$

$$d_{n0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{nd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{nq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.36)$$

$$d_{n0} \geq \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{nd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{nq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.37)$$

- derivados de  $0 \leq d_{cn} \leq 1$

$$d_{n0} \leq \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{nd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{nq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.38)$$

$$d_{n0} \geq \sqrt{2} \cdot \left[ -d_{nd} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + d_{nq} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.39)$$

La interpretación gráfica de las expresiones (C.34)-(C.39) es similar a la mostrada en la figura C.6. Si se considera estrategia de conmutación simétrica, se tienen las mismas senoides que en la figura C.6, con un desfase de 180°.

**c) Limitación 1. Valores extremos.**

Si se analizan con más detalle los límites correspondientes a la relación de conducción  $d_{p0}$ , se obtiene la figura C.7.

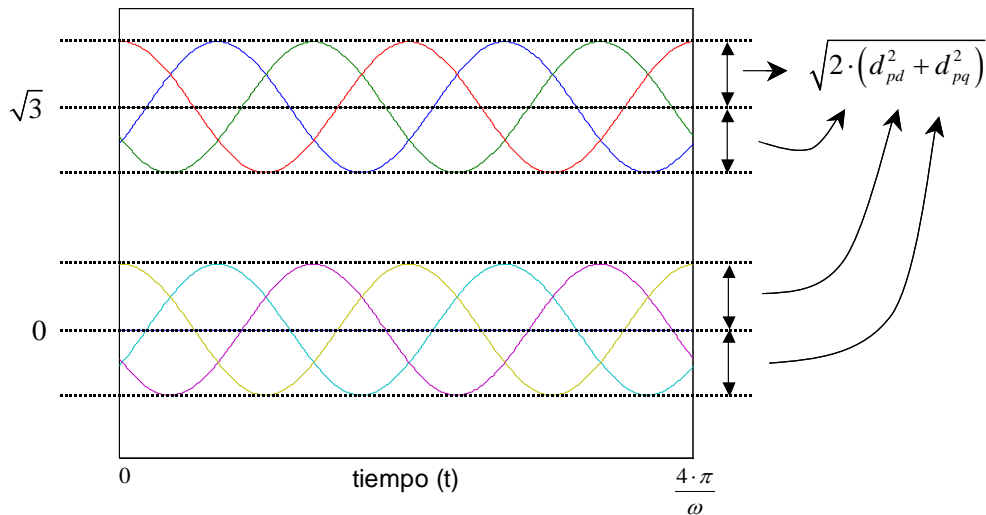


Figura C.7. Análisis detallado del margen para  $d_{p0}$ .

El margen para  $d_{p0}$  de la figura C.7 debe ser mayor que cero, con objeto que se verifique la limitación 1 para las relaciones de conducción  $d_{ap}$ ,  $d_{bp}$ ,  $d_{cp}$ . Si  $d_{pd}$  y/o  $d_{pq}$  aumentan, en el caso extremo, el valor mínimo de las senoides superiores coincidirá con el valor máximo de las senoides inferiores (C.40). En este caso límite resulta la condición (C.41), extraída de (C.40).

$$\sqrt{3} - \sqrt{2 \cdot (d_{pd}^2 + d_{pq}^2)} = \sqrt{2 \cdot (d_{pd}^2 + d_{pq}^2)} \tag{C.40}$$

$$d_{pd}^2 + d_{pq}^2 = \frac{3}{8} \tag{C.41}$$

En consecuencia, para poder garantizar que se cumple la limitación 1 para las relaciones de conducción  $d_{ap}$ ,  $d_{bp}$ ,  $d_{cp}$ , se debe verificar (C.42). Obsérvese la coincidencia de (C.42) con (C.17), obtenida por otra vía distinta.

$$d_{pd}^2 + d_{pq}^2 \leq \frac{3}{8} \tag{C.42}$$

Por extensión, se puede demostrar para  $d_{n0}$  que se debe verificar la ecuación (C.43) para poder garantizar que se cumple la limitación 1 para las relaciones de conducción  $d_{an}$ ,  $d_{bn}$ ,  $d_{cn}$ . Esta expresión coincide también con (C.17).

$$d_{nd}^2 + d_{nq}^2 \leq \frac{3}{8} \tag{C.43}$$

**d) Limitación 1. Régimen permanente y estrategia de conmutación simétrica.**

Con la consideración de régimen permanente y estrategia de conmutación simétrica, se aplican las conocidas relaciones ( $D_d = D_{pd} = -D_{nd}$  ;  $D_q = D_{pq} = -D_{nq}$  ;  $D_0 = D_{p0} = D_{n0}$ ) a las ecuaciones de los apartados b) y c) precedentes.

Se deduce, de las ecuaciones (C.28)-(C.39) que  $D_0$  debe estar comprendida entre los límites de (C.44), resultado ilustrado en la figura C.8.

$$\sqrt{2 \cdot (D_d^2 + D_q^2)} \leq D_0 \leq \sqrt{3} - \sqrt{2 \cdot (D_d^2 + D_q^2)} \tag{C.44}$$

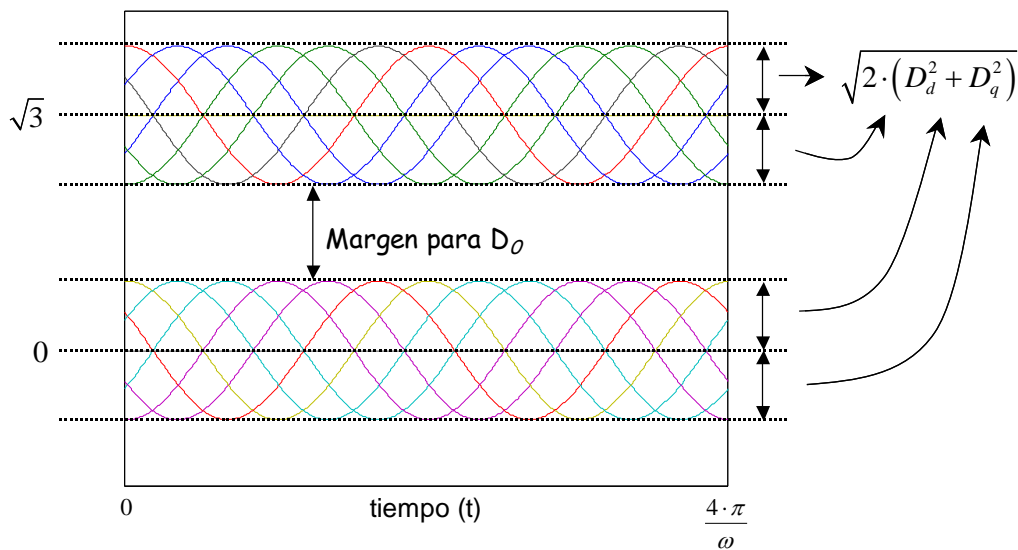


Figura C.8. Margen para  $D_0$ .

Por otro lado, de (C.42)-(C.43), se extraen los límites para  $D_d$  y  $D_q$  (C.45).

$$D_d^2 + D_q^2 \leq \frac{3}{8} \quad (C.45)$$

**e) Aplicación de la limitación 2.**

Se aplica la limitación 2, por ejemplo, sobre la fase 'a'. En consecuencia, se tiene (C.46) y, sustituyendo por los valores de Park (C.47).

$$d_{ao} = 1 - d_{ap} - d_{an} \quad (C.46)$$

$$d_{ao} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (d_{p0} + d_{n0}) - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left[ (d_{pd} + d_{nd}) \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) - (d_{pq} + d_{nq}) \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \quad (C.47)$$

Obviamente, se debe cumplir  $0 \leq d_{ao} \leq 1$ . Aplicando  $0 \leq d_{ao}$  sobre (C.47) se obtiene (C.48), mientras que si se aplica  $d_{ao} \leq 1$  sobre (C.47) se extrae (C.49). Se observa que el resultado supone una restricción para la suma  $(d_{p0} + d_{n0})$ , tal como ilustra la figura C.9.

$$(d_{p0} + d_{n0}) \leq \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \left[ (d_{pd} + d_{nd}) \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) - (d_{pq} + d_{nq}) \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \quad (C.48)$$

$$(d_{p0} + d_{n0}) \geq -\sqrt{2} \cdot \left[ (d_{pd} + d_{nd}) \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o) - (d_{pq} + d_{nq}) \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_o) \right] \quad (C.49)$$

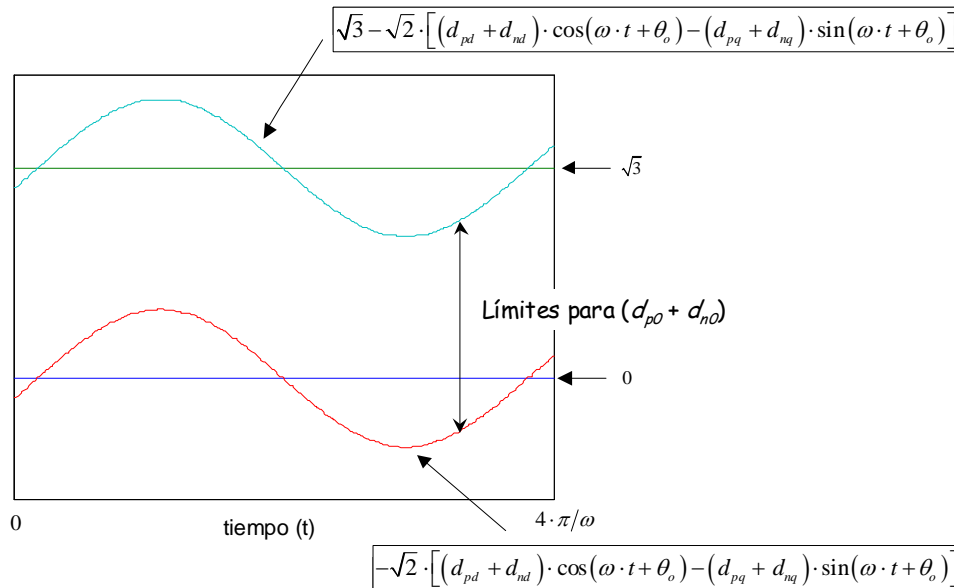


Figura C.9. Margen para  $(d_{p0} + d_{n0})$  impuesto por la limitación 2 en la fase 'a'.

Este proceso se extiende a las fases 'b' y 'c'. Para la fase 'b', se tiene

- $0 \leq d_{bo}$

$$(d_{p0} + d_{n0}) \leq \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \left[ (d_{pd} + d_{nd}) \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) - (d_{pq} + d_{nq}) \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.50)$$

- $d_{bo} \leq 1$

$$(d_{p0} + d_{n0}) \leq -\sqrt{2} \cdot \left[ (d_{pd} + d_{nd}) \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) - (d_{pq} + d_{nq}) \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.51)$$

Para la fase 'c':

- $0 \leq d_{co}$

$$(d_{p0} + d_{n0}) \leq \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \left[ (d_{pd} + d_{nd}) \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) - (d_{pq} + d_{nq}) \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.52)$$

- $d_{co} \leq 1$

$$(d_{p0} + d_{n0}) \leq -\sqrt{2} \cdot \left[ (d_{pd} + d_{nd}) \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) - (d_{pq} + d_{nq}) \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta_o + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] \quad (C.53)$$

En consecuencia, teniendo en cuenta las tres fases, la figura C.10 ilustra el margen válido para  $(d_{p0} + d_{n0})$ .

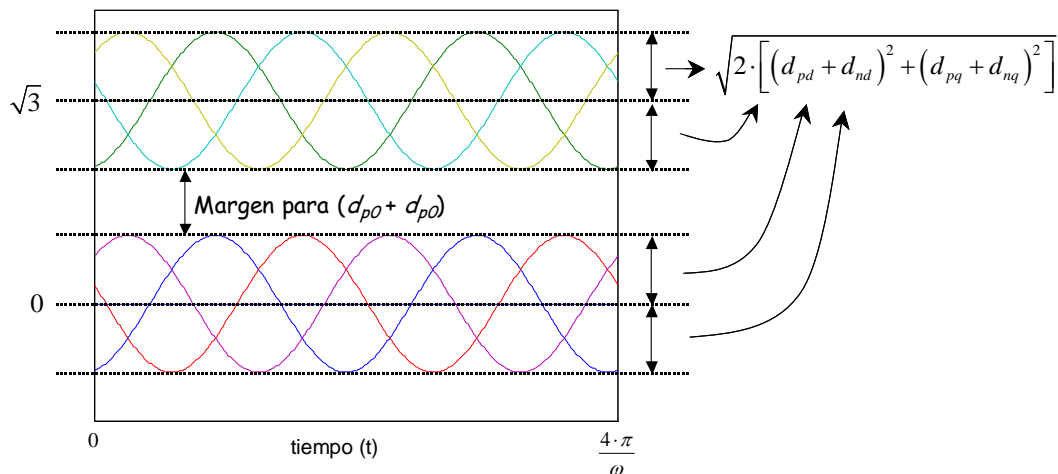


Figura C.10. Rango válido para  $(d_{p0} + d_{n0})$  tal que se verifica la limitación 2.

**f) Limitación 2. Régimen permanente y estrategia de conmutación simétrica.**

Considerando régimen permanente y estrategia de conmutación simétrica, las expresiones (C.48)-(C.53) se simplifican en la ecuación (C.54).

$$0 \leq D_0 \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (C.54)$$

**g) Observaciones sobre las limitaciones.**

Limitación 1:

- Se obtiene el margen de valores admisible de  $d_{pd}, d_{nd}, d_{pq}, d_{nq}, d_{p0}, d_{n0}$  para que  $d_{ap}, d_{an}, d_{bp}, d_{bn}, d_{cp}, d_{cn}$  estén comprendidos entre 0 y 1.
- El margen de valores admisible no presenta variación significativa si se analiza de forma general o suponiendo régimen permanente y estrategia de conmutación simétrica.

## Limitación 2:

- Se obtiene el margen de valores admisible de la suma  $(d_{p0} + d_{n0})$  para que  $d_{ao}, d_{bo}, d_{co}$  respeten la suma  $d_{xp} + d_{xo} + d_{xn} = 1, x \in \{a,b,c\}$  y  $d_{ao}, d_{bo}, d_{co}$  estén comprendidos entre 0 y 1.
- El margen de valores obtenido es más restrictivo en el análisis general que en régimen permanente. El margen admisible de valores disminuye conforme se incrementa la diferencia entre las relaciones de conducción que son iguales en régimen permanente.