

Capítulo 3

Modelado del Convertidor CC/CA Multinivel

Resumen – En este capítulo se presentan unas consideraciones generales sobre el modelado, y se propone un proceso o metodología de modelado. Aunque esta tesis está focalizada sobre la topología NPC, tanto las consideraciones como el proceso de modelado son aplicables a los convertidores CC/CA en general, al margen de cual sea su topología, filtros y cargas conectados, o su número de niveles.

La metodología de modelado propuesta se ha empleado sobre el convertidor NPC, considerando diferentes filtros, cargas y aplicaciones, en distintos apartados. Entre ellos, se puede encontrar un apartado ilustrativo en cuanto a la aplicación del proceso de modelado, referido al modelado del convertidor NPC con filtro LC y carga resistiva, por ello debe considerarse complementario a la explicación general de la metodología de modelado. Finalmente, se aplica el proceso de modelado a un convertidor Diode-Clamped con N niveles, con objeto de mostrar su extensión a un número de niveles distinto de tres.

El proceso de modelado propuesto no difiere sustancialmente del empleado por algunos autores en sus trabajos publicados y no puede considerarse una aportación de esta tesis. No obstante, la aplicación de esta metodología sobre el convertidor NPC considerando funciones de conmutación de fase, sobre determinadas aplicaciones, y los modelos obtenidos, constituyen aportaciones originales y deben considerarse contribuciones de esta tesis.

3.1. Consideraciones generales sobre el modelado

Este capítulo trata del modelado del convertidor *Diode-Clamped* de tres niveles o *Neutral-Point-Clamped*, no obstante la extensión del proceso de modelado a otras topologías y/o un número de niveles diferente de tres es sencilla.

Como paso previo a la presentación del proceso de modelado, se mencionan algunos aspectos que influyen significativamente en el modelado de un sistema o aplicación.

a) Topología del convertidor.

La elección de la topología del convertidor es un aspecto importante en el diseño de una aplicación de potencia. Se escoge una topología dependiendo de la aplicación concreta y de los criterios de diseño, atendiendo a las prestaciones de la topología. En el capítulo anterior se han mostrado las topologías más usuales de los convertidores multinivel, donde se ha visto que la topología *Diode-Clamped* es la más empleada. En esta tesis se ha escogido trabajar con la topología *Diode-Clamped* de tres niveles o *Neutral-Point-Clamped* (NPC), al ser la topología que reúne mejor compromiso entre ventajas e inconvenientes, conjuntamente con ser la más experimentada en la industria y la más estudiada en la literatura. La selección de la topología puede ser determinante en la definición de las funciones de conmutación empleadas en el proceso de modelado del sistema o aplicación.

b) Tipo de carga.

El tipo de carga depende obviamente de la aplicación, se puede pensar en muy variado tipo de cargas (resistiva, motores, red, baterías, bobina superconductora, etc). Teniendo en cuenta que el flujo de potencia en un convertidor NPC puede ser bidireccional, el convertidor puede trabajar como rectificador o como inversor, y la carga puede estar tanto en el lado de continua como en el lado de alterna. Es más, pensando en aplicaciones donde el flujo de potencia a través del convertidor es bidireccional (una aplicación SMES, por ejemplo), el concepto de fuente o generador y carga o receptor no puede asociarse a un lado del convertidor. Por esa razón, en muchos casos se prefiere la palabra convertidor, de aplicación más amplia, frente a las denominaciones inversor o rectificador, que llevan implícito un sentido en el flujo de potencia.

La carga del convertidor es de un tipo u otro dependiendo de la aplicación. En general, el tipo de carga influye de forma importante en el modelo que se obtiene del sistema.

c) Filtros.

La conexión del convertidor a fuentes o cargas tanto en lado de continua como en el de alterna se suele realizar a través de filtros. El tipo de filtros viene dado, en general, por la aplicación, junto con el tipo de fuente y carga del sistema.

Los filtros inciden significativamente en el proceso de modelado, puesto que determinan las variables que describen el comportamiento del sistema.

d) Variables de estado y variables de entrada.

Si se desea obtener un modelo del sistema en el espacio de estado, es necesario escoger convenientemente las variables de estado y las variables de entrada. Su elección depende tanto de la configuración del sistema (carga, filtros de CA y CC, tipo de fuente), como del tipo de aplicación, que determina cuales son las variables que se deben controlar. Un mismo sistema puede presentar diferentes elecciones de variables de estado y de entrada en función de cual sea su aplicación.

3.2. Proceso de modelado

El modelo de un convertidor es susceptible de ser expresado de diversas maneras, por ejemplo, modelos circuitales, representados mediante circuitos equivalentes, modelos basados en ecuaciones diferenciales o modelos en el espacio de estado, entre otros. El empleo de uno u otro modelo depende del tipo de sistema que se desee modelar. Debe escogerse aquel modelo que contenga la mayor cantidad de información sobre el sistema, expresada de la manera más simple y que permita un diseño fácil y efectivo del controlador.

En el campo de los convertidores multinivel, especialmente si el convertidor es trifásico (caso más habitual), es fácil deducir que existen diversas variables de entrada y de salida en el sistema. En consecuencia, el sistema presenta una estructura de múltiples entradas y múltiples salidas (*Multiple Input-Multiple Output –MIMO–*). Con este tipo de estructura, el uso de modelos en el espacio de estado se muestra como una herramienta apropiada para modelar y controlar el sistema [205][206]. Los modelos de la presente tesis se realizan sobre el espacio de estado, aunque hay autores que emplean modelos circuitales [106][114][115][121].

3.2.1. Metodología de modelado

En este apartado se presenta una metodología general de modelado de convertidores multinivel. La comprensión de la metodología es algo más compleja cuando se describe de forma general y muy sencilla si ésta se expone sobre un ejemplo. A modo ilustrativo, en el apartado 3.3.1 se aplica la metodología de modelado sobre un inversor NPC con filtro LC y carga resistiva, contribuyendo a su comprensión.

La metodología consta de los siguientes pasos:

Paso 1. Elección de las funciones de conmutación.

La elección de las funciones de conmutación del convertidor puede considerarse como el paso inicial de la metodología de modelado o como un paso previo, si se decide emplear un único tipo de funciones de conmutación. En el convertidor NPC, se pueden considerar dos tipos de funciones de conmutación: funciones de conmutación de fase (*line* o *phase switching functions*) o de línea (*line-to-line switching functions*). Si se emplean funciones de conmutación de fase, el modelo ofrece más información que empleando funciones de conmutación de línea [124]. Por esta razón, en la presente tesis se escogen funciones de conmutación de fase para el proceso de modelado del convertidor.

En el proceso de modelado, se considera que los interruptores conmutan idealmente, por tanto, no se consideran pérdidas en los interruptores. Con ello, se introduce una pequeña desviación del modelo respecto el comportamiento real del convertidor, pero el modelo obtenido es más simple y de más fácil empleo.

Paso 2. Relacionar tensiones y corrientes entre los lados de continua y alterna.

Una vez definidas las funciones de conmutación, se relacionan tensiones y corrientes entre los lados de continua y alterna. Las expresiones que se obtienen suponen un modelo de conmutación del convertidor y, por tanto, discreto, al depender del valor de las funciones de conmutación, cuya variación es discreta cada periodo de conmutación. Las funciones de conmutación deben entenderse como las variables de control del sistema.

Paso 3. Aplicación del operador de promediado.

Puesto que la teoría de control clásico se basa en sistemas continuos, se aplica el operador de promediado a todas las variables (3.1) [104][106] (Apéndice A), con objeto de emplear variables de control continuas (funciones de conmutación promediadas o relaciones de conducción *-duty-ratios-*) en lugar de variables de control discretas (funciones de conmutación). Todas las variables del sistema se promedian sobre el periodo de conmutación (T_s) del convertidor empleando el operador de promediado (3.1).

$$x_{av}(t) = \bar{x}(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t x(\tau) d\tau \quad (3.1)$$

Para que la diferencia entre los valores reales de las variables y los valores promediados sea mínima, especialmente en las variables de alterna, debe cumplirse que la frecuencia de conmutación sea mucho mayor que la frecuencia de las variables de alterna (frecuencia del sistema trifásico). Considerando que la frecuencia de los sistemas de alterna suele estar comprendida entre 0 y 100 Hz (control de motores), esta condición supone que la frecuencia de conmutación del convertidor debe ser, como mínimo, de 5 kHz, para garantizar una relación mínima de 50 entre frecuencia de conmutación y frecuencia del sistema de alterna (ver

Apéndice A). Teniendo en cuenta que se pretende trabajar con convertidores multinivel realizados con dispositivos electrónicos de alta velocidad de conmutación, como IGBT, está condición no supone una restricción en la aplicación de la metodología de modelado.

A partir de este punto, una vez aplicado el operador de promediado, se trabaja sobre variables y modelos promediados. Por brevedad y simplicidad, no se emplea ninguna notación especial para diferenciar las variables promediadas de las variables reales.

Paso 4. Aplicación de las leyes de Kirchhoff. Modelo de gran señal.

Se aplican las leyes de Kirchhoff tanto al lado de continua como al lado de alterna. Para ello, es necesario establecer las variables de estado y de entrada del sistema. Dependiendo de la aplicación, una misma tensión o corriente puede ser considerada variable de estado o de entrada. En los circuitos eléctricos, se escogerán como variables de estado las tensiones de las capacidades y las corrientes de las bobinas.

Una aproximación habitual consiste en considerar el sistema trifásico de alterna simétrico y equilibrado, puesto que suele ser el caso más habitual y permite simplificar las ecuaciones del lado de alterna. Además, se suele considerar que los componentes pasivos son ideales y de valor constante. No obstante, la metodología es general y puede aplicarse sin estas simplificaciones o restricciones.

Las ecuaciones obtenidas de la aplicación de las leyes de Kirchhoff se combinan con las ecuaciones del modelo de conmutación del convertidor (paso 2), que relacionan el lado de continua con el lado de alterna mediante las relaciones de conducción de las funciones de conmutación. Como resultado, se obtiene un modelo multivariable de gran señal en el espacio de estado, variable en el tiempo, incluso en régimen permanente, puesto que las variables de lado de alterna presentan una forma de onda senoidal. El modelo obtenido suele ser no lineal, puesto que las variables de control (relaciones de conducción) suelen estar dentro de la matriz de estado, existiendo acoplamientos entre variables de estado y variables de control.

Paso 5. Transformación de Park o D-Q. Modelo de gran señal en D-Q.

En conversión multinivel, en la mayoría de los casos el lado de alterna consiste en un sistema trifásico. En este tipo de sistemas, un tratamiento habitual supone aplicar la transformación de Park o D-Q, con la finalidad de convertir las tres variables trifásicas en dos variables expresadas en las coordenadas rotativas, que presentan valores constantes en régimen permanente.

Aplicando la transformación D-Q a las variables trifásicas del modelo del paso 4, se obtiene un nuevo modelo en el espacio de estado y coordenadas D-Q, multivariable, de gran señal, no lineal (variables de control –relaciones de conducción– dentro de la matriz de estado), pero con valores constantes en régimen permanente, siempre que las relaciones de conducción en el

dominio trifásico o 'abc' se aproximen a funciones que dependan de senoides de la misma frecuencia que las variables alternas de salida y de la transformación de Park, ver Capítulo 4.

Paso 6. Modelo (ecuaciones) de régimen permanente.

A partir del modelo de gran señal, las ecuaciones de régimen permanente se obtienen igualando las derivadas temporales a cero y sustituyendo todas las variables por sus expresiones de régimen permanente.

Paso 7. Linealización. Modelo de pequeña señal.

El modelo obtenido en el paso 5 es un modelo no lineal y, en consecuencia, no es susceptible de emplearse con la teoría clásica de control, basada en sistemas lineales. Como se ha mencionado en el apartado 2.4.2, se suelen preferir técnicas de control lineal para el control de los convertidores multinivel, por su mayor simplicidad y la mayor experiencia acumulada frente a las técnicas no lineales. Para ello es necesario, por tanto, linealizar el modelo del paso 5.

Para linealizar el modelo de gran señal, se emplea la conocida técnica de perturbación y linealización alrededor de un punto de trabajo en régimen permanente. Para ello, se sustituyen las variables del modelo de gran señal $x(t)$ por la suma (3.2) de su valor de régimen permanente X y su perturbación o desviación $\hat{x}(t)$. Con esta operación, los valores de régimen permanente del modelo se anulan entre ellos y, despreciando los términos de segundo orden y superiores de las variables perturbadas, se obtiene un modelo lineal del sistema.

$$x(t) = X + \hat{x}(t) \quad (3.2)$$

Con esta aproximación, se considera que el sistema trabaja en un entorno cercano a un punto de trabajo régimen permanente. El modelo lineal obtenido pierde precisión conforme el punto de trabajo real del convertidor se aleja del punto de régimen permanente empleado en el cálculo del modelo lineal. Por esta razón, este modelo se denomina modelo de pequeña señal, puesto que describe el comportamiento del sistema alrededor de un determinado punto de operación.

3.2.2. Pasos y supuestos en la metodología de modelado

A modo de compendio, los pasos a realizar en el proceso de modelado se detallan a continuación, siendo ilustrados en la figura 3.1:

Paso 1. Elección de las funciones de conmutación.

Paso 2. Relacionar tensiones y corrientes entre los lados de continua y alterna.

Paso 3. Aplicación del operador de promediado.

Paso 4. Aplicación de las leyes de Kirchhoff. Modelo de gran señal.

Paso 5. Transformación de Park o D-Q. Modelo de gran señal en D-Q.

Paso 6. Modelo (ecuaciones) de régimen permanente.

Paso 7. Linealización. Modelo de pequeña señal.

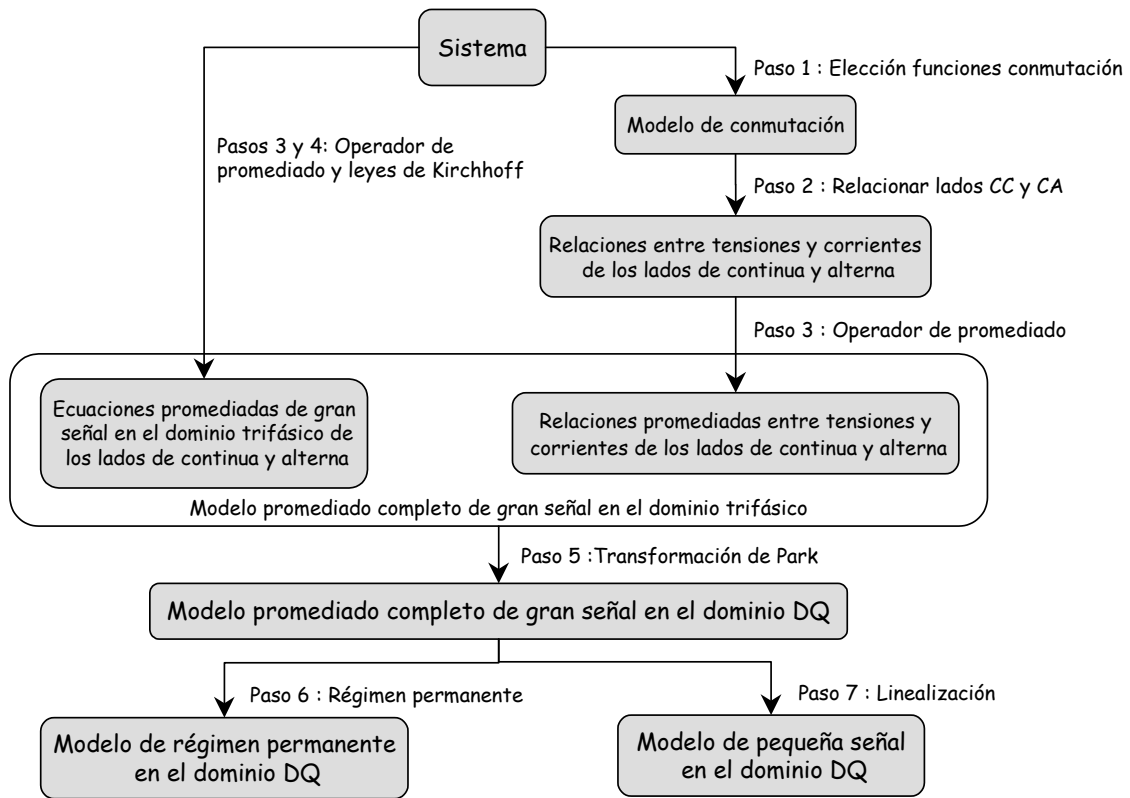


Figura 3.1. Metodología de modelado.

Por otro lado, las suposiciones realizadas en el proceso de modelado son:

- Los interruptores conmutan de forma ideal. No se consideran pérdidas en los interruptores.
- La frecuencia de conmutación es mucho mayor que frecuencia del sistema de alterna.
- Se aplica el operador de promediado a todas las variables sobre el periodo de conmutación.
- El sistema de alterna se supone trifásico, simétrico y equilibrado.
- Los componentes pasivos se consideran ideales y constantes.
- Las relaciones de conducción se pueden aproximar a funciones dependientes de senoides a la frecuencia de la transformación de Park.

3.3. Modelado de la topología NPC con filtro LC y carga R

En los apartados que siguen, se procede a aplicar la metodología de modelado a la topología NPC con filtro LC y carga resistiva. El apartado 3.3.1 pretende ser ilustrativo en cuanto al proceso de modelado, siendo complementario a la explicación general de la metodología de modelado realizada en el apartado 3.2.1. En los restantes apartados se modeliza el mismo sistema bajo diferentes condiciones de trabajo, con el propósito de mostrar la utilidad de la

metodología. En estos subapartados se ha optado por obviar el desarrollo detallado de cada modelo, en aras de una mayor claridad y simplicidad. No obstante, se remarcan aquellos puntos o pasos especialmente significativos.

3.3.1. Aplicación detallada del proceso de modelado. v_{pn} conocida

La figura 3.2 muestra la estructura del convertidor NPC, donde en el lado de continua se conoce la tensión total del bus de continua (v_{pn}), impuesta por algún medio externo, y en el lado de alterna se conecta un filtro LC y carga resistiva. En estas condiciones, el convertidor sólo puede trabajar como inversor, puesto que el lado de alterna es pasivo.

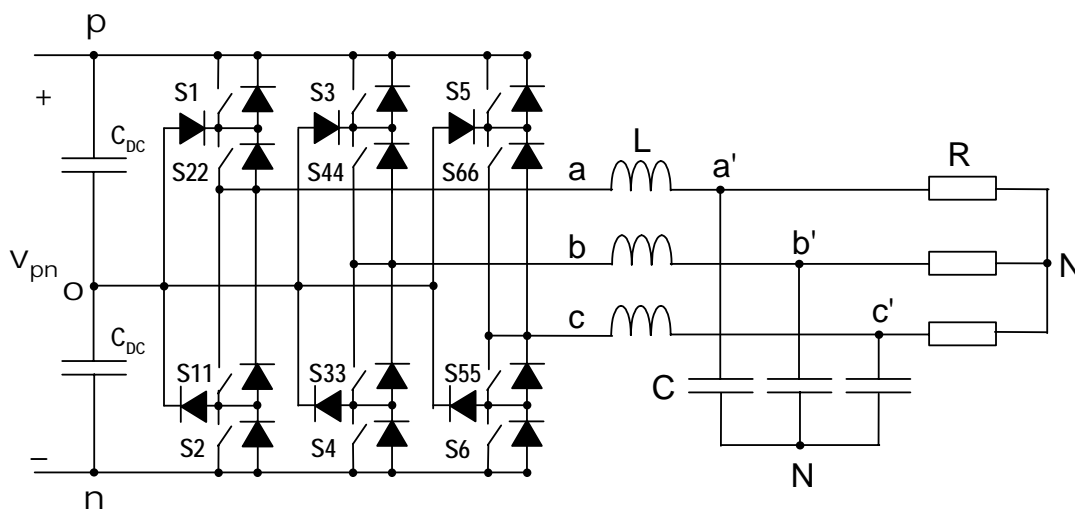


Figura 3.2. Inversor NPC con filtro LC y carga resistiva.

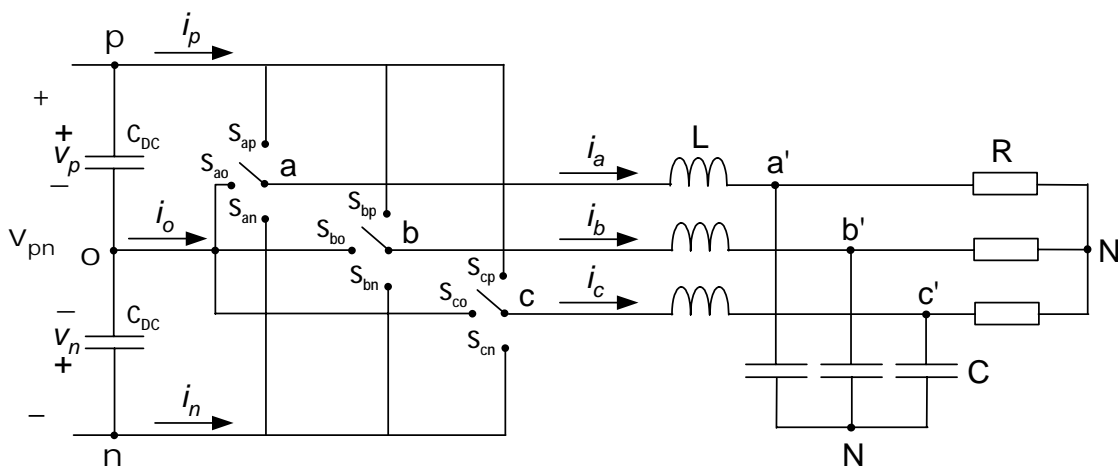


Figura 3.3. Modelo de conmutación del inversor NPC con filtro LC y carga resistiva.

El accionamiento de los interruptores apropiados permite conectar cada fase de alterna (a,b,c) a cada línea de continua (p,o,n). Ello se ilustra mediante el modelo de conmutación de la

figura 3.3, donde se definen las funciones de conmutación del convertidor (3.3). Obsérvese que las funciones de conmutación no coinciden necesariamente con las señales de control de los transistores, puesto que reflejan la conducción del transistor o del diodo en antiparalelo. Resulta obvio que las fases de alterna (a,b,c) no pueden quedar en circuito abierto, a causa de las inductancias de los cables y del filtro, por tanto cada fase de alterna debe estar conectada a alguna de las líneas de continua (p,o,n), en todo instante. Esta condición se expresa en la ecuación (3.4a). De forma similar, las capacidades del bus de continua no pueden quedar cortocircuitadas por la acción de los interruptores, lo que impone la ecuación (3.4b). La unión de las restricciones impuestas por (3.4a) y (3.4b) resulta en la ecuación (3.4), que es la restricción que debe cumplirse efectivamente.

$$S_{ij} = \begin{cases} 1 & , i \text{ conectado a } j \\ 0 & , i \text{ no conectado a } j \end{cases} \quad \text{donde} \quad \begin{matrix} i \in \{a,b,c\} \\ j \in \{p,o,n\} \end{matrix} \quad (3.3)$$

$$S_{ip} + S_{io} + S_{in} \geq 1 \quad \text{donde} \quad i \in \{a,b,c\} \quad (3.4a)$$

$$S_{ip} + S_{io} + S_{in} \leq 1 \quad \text{donde} \quad i \in \{a,b,c\} \quad (3.4b)$$

$$S_{ip} + S_{io} + S_{in} = 1 \quad \text{donde} \quad i \in \{a,b,c\} \quad (3.4)$$

Se procede a aplicar la metodología de modelado sobre el convertidor de la figura 3.2 y su modelo de conmutación, figura 3.3.

Paso 1. Elección de las funciones de conmutación.

Las ecuaciones (3.3) y (3.4) describen el funcionamiento de los interruptores del convertidor mediante las denominadas funciones de conmutación de fase. Sin embargo, en el proceso de modelado, es posible emplear tanto las funciones de conmutación de fase como las funciones de conmutación de línea (3.5) [17][22][106][121].

$$S_{ijk} = S_{ik} - S_{jk} \quad \text{donde} \quad \begin{matrix} i, j \in \{a,b,c\} & i \neq j \\ k \in \{p,o,n\} \end{matrix} \quad (3.5)$$

En la presente tesis, el modelo del sistema se realiza empleando las funciones de conmutación de fase (3.3), con la finalidad de obtener una descripción completa del sistema, incluyendo las componentes de secuencia cero en el dominio D-Q [124], las cuales son cero si se utilizan las funciones de conmutación de fase.

Paso 2. Relacionar tensiones y corrientes entre los lados de continua y alterna.

Según la ecuación (3.3) y la figura 3.3, se observa que las funciones de conmutación de fase son nueve (S_{ap} , S_{ao} , S_{an} , S_{bp} , S_{bo} , S_{bn} , S_{cp} , S_{co} , S_{cn}), de las cuales sólo dos por fase son independientes, seis en total, como resultado de aplicar (3.4). Teniendo en cuenta esta

consideración e inspeccionando la figura 3.3, se hallan las relaciones de tensiones y corrientes entre los lados de continua y alterna (3.6).

$$\begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ap} & S_{an} \\ S_{bp} & S_{bn} \\ S_{cp} & S_{cn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} = [S] \cdot \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} i_p \\ i_n \end{bmatrix} = [S]^T \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

donde $[S] = \begin{bmatrix} S_{ap} & S_{an} \\ S_{bp} & S_{bn} \\ S_{cp} & S_{cn} \end{bmatrix}$

Paso 3. Aplicación del operador de promediado.

Todas las variables del sistema se promedian sobre el periodo de conmutación (T_s) del convertidor empleando el operador de promediado (3.1). La expresión (3.7) es la versión promediada de la ecuaciones (3.6).

$$\begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ap} & d_{an} \\ d_{bp} & d_{bn} \\ d_{cp} & d_{cn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} = [d] \cdot \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} i_p \\ i_n \end{bmatrix} = [d]^T \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

donde $[d] = \begin{bmatrix} d_{ap} & d_{an} \\ d_{bp} & d_{bn} \\ d_{cp} & d_{cn} \end{bmatrix}$

Según la definición (3.3), las funciones de conmutación de fase pueden presentar un valor 0 ó 1. En consecuencia, las relaciones de conducción de (3.7) son siempre positivas y comprendidas entre 0 y 1. Por otro lado, la ecuación (3.8) es la versión promediada de la condición (3.4).

$$d_{ip} + d_{io} + d_{in} = 1 \quad \text{donde } i \in \{a, b, c\} \quad (3.8)$$

Recuérdese que, por simplicidad y brevedad, no se emplea ninguna notación específica para indicar que las están promediadas a partir de este punto.

Paso 4. Aplicación de las leyes de Kirchhoff. Modelo de gran señal.

El sistema de la figura 3.2 trabaja como inversor, siendo variables conocidas la tensión del bus de continua (v_{pn}), que viene dada por algún sistema externo, y la frecuencia de la tensión de salida ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$). Se pretende realizar el control de la tensión aplicada a la carga. Se supone que los componentes pasivos son ideales y que el sistema trifásico está equilibrado. También se considera que las dos capacidades del bus de continua son ideales y de idéntico valor (C_{DC}). No obstante, suponer capacidades de diferente valor no complica significativamente el modelo.

La elección de las variables de estado del convertidor es muy simple: tensiones de las capacidades y corrientes de las bobinas. Por inspección de las figuras 3.2 y 3.3, las variables a considerar son:

- lado CA: $i_a, i_b, i_c, v_{a'N}, v_{b'N}, v_{c'N}$
- lado CC: v_p, v_n

La figura 3.4 presenta el detalle del lado de alterna del sistema. Aplicando las leyes de Kirchoff sobre la figura 3.4, se obtienen las expresiones (3.9).

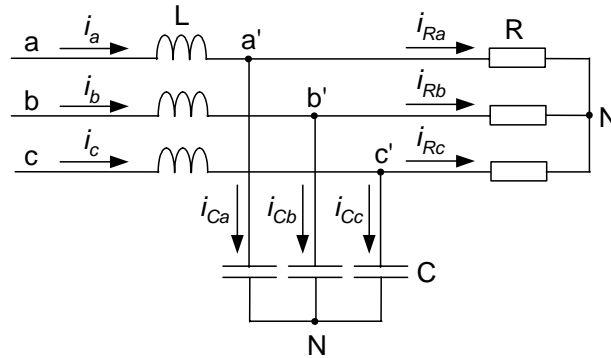


Figura 3.4. Detalle del lado de alterna.

$$\left. \begin{aligned} v_{ao} = v_L + v_{a'o} = L \cdot \frac{di_a}{dt} + v_{a'N} + v_{No} \\ v_{bo} = v_L + v_{b'o} = L \cdot \frac{di_b}{dt} + v_{b'N} + v_{No} \\ v_{co} = v_L + v_{c'o} = L \cdot \frac{di_c}{dt} + v_{c'N} + v_{No} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} [v] = L \cdot \frac{d}{dt} [i_Y] + [v_Y] \\ [v] = L \cdot \frac{d}{dt} [i_Y] + [v_{YN}] + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot v_{No} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\left. \begin{aligned} i_a = i_{Ca} + i_{Ra} = C \cdot \frac{dv_{a'N}}{dt} + i_{Ra} = C \cdot \frac{dv_{a'N}}{dt} + \frac{v_{a'N}}{R} \\ i_b = i_{Cb} + i_{Rb} = C \cdot \frac{dv_{b'N}}{dt} + i_{Rb} = C \cdot \frac{dv_{b'N}}{dt} + \frac{v_{b'N}}{R} \\ i_c = i_{Cc} + i_{Rc} = C \cdot \frac{dv_{c'N}}{dt} + i_{Rc} = C \cdot \frac{dv_{c'N}}{dt} + \frac{v_{c'N}}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [i_Y] = C \cdot \frac{d}{dt} [v_{YN}] + \frac{1}{R} \cdot [v_{YN}]$$

siendo

$$[v] = \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} ; [i_Y] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} ; [v_Y] = \begin{bmatrix} v_{a'o} \\ v_{b'o} \\ v_{c'o} \end{bmatrix} ; [v_{YN}] = \begin{bmatrix} v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Despejando las derivadas temporales de (3.9), se tiene (3.11).

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= -\frac{1}{L} \cdot v_{a'N} + \frac{1}{L} \cdot (v_{ao} - v_{No}) \\ \frac{di_b}{dt} &= -\frac{1}{L} \cdot v_{b'N} + \frac{1}{L} \cdot (v_{bo} - v_{No}) \\ \frac{di_c}{dt} &= -\frac{1}{L} \cdot v_{c'N} + \frac{1}{L} \cdot (v_{co} - v_{No}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{dt} [i_Y] = -\frac{1}{L} \cdot [v_{YN}] + \frac{1}{L} \cdot [v_Y] - \frac{1}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot v_{No} \quad (3.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_{a'N}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_a - \frac{1}{RC} \cdot v_{a'N} \\ \frac{dv_{b'N}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_b - \frac{1}{RC} \cdot v_{b'N} \\ \frac{dv_{c'N}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_c - \frac{1}{RC} \cdot v_{c'N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{dt} [v_{YN}] = -\frac{1}{C} \cdot [i_Y] - \frac{1}{RC} \cdot [v_{YN}]$$

Por otro lado, del modelo de conmutación de la figura 3.3, considerando que la impedancia de carga es igual en las tres fases (carga equilibrada), se puede deducir (3.12).

$$v_{ao} + v_{bo} + v_{co} = (v_{a'N} + v_{b'N} + v_{c'N}) + 3 \cdot v_{No} = Z_{fase} \cdot (i_a + i_b + i_c) + 3 \cdot v_{No} \quad (3.12)$$

Puesto que el neutro está aislado ($i_a + i_b + i_c = 0$), se tiene

$$v_{No} = \frac{v_{ao} + v_{bo} + v_{co}}{3} \quad (3.13)$$

Finalizado el estudio del lado de alterna, el análisis del lado de continua se plantea sobre el detalle mostrado en la figura 3.5.

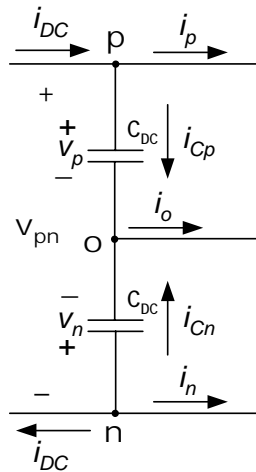


Figura 3.5. Detalle del lado de continua.

Inspeccionando la figura 3.4 se extraen las expresiones (3.14) y (3.15).

$$i_{DC} = i_{Cp} + i_p = C_{DC} \cdot \frac{dv_p}{dt} + i_p = -i_{Cn} - i_n = -C_{DC} \cdot \frac{dv_n}{dt} - i_n \quad (3.14)$$

$$i_o = -(i_p + i_n) = i_{Cp} + i_{Cn} = C_{DC} \cdot \frac{dv_p}{dt} + C_{DC} \cdot \frac{dv_n}{dt} \quad (3.15)$$

Teniendo en cuenta que la tensión total del bus de continua (v_{pn}) es conocida y constante, se tiene (3.16).

$$v_{pn} = v_p - v_n \Rightarrow \frac{dv_{pn}}{dt} = 0 = \frac{dv_p}{dt} - \frac{dv_n}{dt} \Rightarrow \frac{dv_p}{dt} = \frac{dv_n}{dt} \quad (3.16)$$

En consecuencia, se extrae de (3.14), (3.15) y (3.16):

$$i_{DC} = \frac{i_p - i_n}{2} \quad (3.17)$$

De (3.14) y (3.17):

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{dv_n}{dt} = -\frac{1}{2 \cdot C_{DC}} \cdot (i_p + i_n) \quad (3.18)$$

La tensión total del bus de continua (v_{pn}) viene impuesta externamente y es un valor conocido, debe entenderse como variable de entrada del sistema. Una consecuencia evidente, se deduce de (3.16), es que sólo una de las tensiones del bus de continua (v_p , v_n) es independiente y se puede considerar como variable de estado.

En las ecuaciones anteriores se emplean las tensiones de las capacidades (v_p , v_n). Sin embargo, la descripción del lado de continua es más intuitiva si se realiza con la tensión total del bus de continua (v_{pn}) y la denominada tensión de desequilibrio (v_o), las cuales se relacionan con las tensiones de las capacidades de lado de continua (v_p , v_n), según (3.19). En todo momento se desea que el bus de continua se mantenga equilibrado ($v_p = -v_n$), por tanto, $v_{pn} = 2 \cdot v_p = -2 \cdot v_n$, $v_o = 0$.

$$\begin{aligned} v_{pn} &= v_p - v_n & v_p &= \frac{v_o + v_{pn}}{2} \\ v_o &= v_p + v_n & v_n &= \frac{v_o - v_{pn}}{2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

En referencia al desarrollo del modelo del sistema, es indiferente emplear v_p , v_n o bien v_o , v_{pn} . En cualquier punto del desarrollo del modelo puede realizarse el cambio de variables en un sentido u otro, sin que el modelo pierda información. Parece lógico, pues, emplear aquel par de variables que ofrezca mayor comodidad en el desarrollo del modelo, y expresar el modelo final con aquellas variables que resulten más claras o intuitivas.

La ecuación (3.18) se puede expresar, empleando (3.19), como sigue:

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_p + i_n) \quad (3.20)$$

Y, utilizando (3.7), se tiene:

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot \left[(d_{ap} + d_{an}) \cdot i_a + (d_{bp} + d_{bn}) \cdot i_b + (d_{cp} + d_{cn}) \cdot i_c \right] \quad (3.21)$$

Análogamente, aplicando (3.19) a la expresión (3.7), se obtiene una nueva ecuación que relaciona las tensiones de continua y alterna (3.22).

$$\begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (d_{ap} + d_{an}) & (d_{ap} - d_{an}) \\ (d_{bp} + d_{bn}) & (d_{bp} - d_{bn}) \\ (d_{cp} + d_{cn}) & (d_{cp} - d_{cn}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Finalmente, las ecuaciones del lado de alterna (3.11) y del lado de continua (3.21) se pueden expresar en el espacio de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/L \\ 1/C & 0 & 0 & -1/RC & 0 & 0 \\ 0 & 1/C & 0 & 0 & -1/RC & 0 \\ 0 & 0 & 1/C & 0 & 0 & -1/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 0 \\ 0 & 0 & 1/L \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ao} - v_{No} \\ v_{bo} - v_{No} \\ v_{co} - v_{No} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt} [v_o] = -\frac{1}{C_{DC}} \begin{bmatrix} (d_{ap} + d_{an}) & (d_{bp} + d_{bn}) & (d_{cp} + d_{cn}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Observaciones sobre el modelo (3.23):

- Las tensiones de salida del convertidor (v_{ao} , v_{bo} , v_{co}) de (3.23) deberían expresarse en términos de las tensiones de continua (v_o –variable de estado– y v_{pn} –variable de entrada–) y de las relaciones de conducción (d_{ij} –variables de control–), empleando (3.22).
- El modelo es variable en el tiempo incluso en régimen permanente, puesto que las variables de estado del lado de alterna evolucionan senoidalmente en el tiempo. Las relaciones de conducción (d_{ij}) también varían en el tiempo.
- El modelo es no lineal, ya que las variables de control están dentro de la matriz de estado.

Paso 5. Transformación de Park o D-Q. Modelo de gran señal en D-Q.

Se procede a aplicar la transformación de Park o D-Q (Apéndice B) sobre el modelo en el espacio de estado y dominio 'abc' (3.23). Un paso previo consiste en establecer las denominaciones de tensiones y corrientes en el dominio D-Q. Las siguientes ecuaciones definen:

- tensión de salida del convertidor (3.24)
- corriente de salida del convertidor (3.25)
- tensión en bornes de la carga (3.26)
- tensión de carga referida al punto medio del bus de continua (3.27)
- relaciones de conducción transformadas (3.28)

$$\begin{bmatrix} v_{VSI d} \\ v_{VSI q} \\ v_{VSI 0} \end{bmatrix} = [T] \cdot \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} \quad ; \quad [v_r] = [T] \cdot [v] \quad ; \quad [v] = [T]^T \cdot [v_r] \quad (3.24)$$

$$\begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \end{bmatrix} = [T] \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad ; \quad [i_{Yr}] = [T] \cdot [i_Y] \quad ; \quad [i_Y] = [T]^T \cdot [i_{Yr}] \quad (3.25)$$

$$\begin{bmatrix} v_{YNd} \\ v_{YNq} \\ v_{YN0} \end{bmatrix} = [T] \cdot \begin{bmatrix} v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} \quad ; \quad [v_{YNr}] = [T] \cdot [v_{YN}] \quad ; \quad [v_{YN}] = [T]^T \cdot [v_{YNr}] \quad (3.26)$$

$$\begin{bmatrix} v_{Yd} \\ v_{Yq} \\ v_{Y0} \end{bmatrix} = [T] \cdot \begin{bmatrix} v_{a'o} \\ v_{b'o} \\ v_{c'o} \end{bmatrix} \quad ; \quad [v_{Yr}] = [T] \cdot [v_Y] \quad ; \quad [v_Y] = [T]^T \cdot [v_{Yr}] \quad (3.27)$$

$$\begin{bmatrix} d_{pd} & d_{nd} \\ d_{pq} & d_{nq} \\ d_{p0} & d_{n0} \end{bmatrix} = [T] \cdot \begin{bmatrix} d_{ap} & d_{an} \\ d_{bp} & d_{bn} \\ d_{cp} & d_{cn} \end{bmatrix} \quad ; \quad [d_r] = [T] \cdot [d] \quad ; \quad [d] = [T]^T \cdot [d_r] \quad (3.28)$$

En consecuencia, la ecuación (3.7) que relaciona tensiones y corrientes de los lados de continua y alterna se puede expresar en el dominio D-Q (3.29).

$$\begin{bmatrix} v_{VSI d} \\ v_{VSI q} \\ v_{VSI 0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{pd} & d_{nd} \\ d_{pq} & d_{nq} \\ d_{p0} & d_{n0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} = [d_r] \cdot \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} i_p \\ i_n \end{bmatrix} = [d_r]^T \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Si se consideran las tensiones v_o , v_{pn} en lugar de v_p , v_n , se tiene:

$$\begin{bmatrix} v_{VSI d} \\ v_{VSI q} \\ v_{VSI 0} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} (d_{pd} + d_{nd}) & (d_{pd} - d_{nd}) \\ (d_{pq} + d_{nq}) & (d_{pq} - d_{nq}) \\ (d_{p0} + d_{n0}) & (d_{p0} - d_{n0}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Una observación importante se debe realizar sobre las relaciones de conducción a secuencia cero de (3.28), que se detallan en (3.31).

$$d_{p0} = \frac{d_{ap} + d_{bp} + d_{cp}}{\sqrt{3}} \quad ; \quad d_{n0} = \frac{d_{an} + d_{bn} + d_{cn}}{\sqrt{3}} \quad (3.31)$$

Las relaciones de conducción a secuencia cero de (3.31) son positivas y no nulas, como consecuencia de haber escogido funciones de conmutación de fase para el proceso de modelado, que pueden tomar un valor 0 ó 1, según se ha definido en (3.3). Por tanto, las relaciones de conducción resultado del promediado de las funciones de conmutación de fase son funciones definidas positivas, puesto que pueden tomar un valor comprendido en el intervalo $\{0,1\}$. Si se hubieran escogido funciones de conmutación de línea (3.5), éstas pueden tomar tres valores diferentes $(-1,0,1)$. Por tanto, sus relaciones de conducción estarán comprendidas en el intervalo $\{-1,1\}$ y las relaciones de conducción a secuencia cero de (3.31) podrían ser nulas. Esto sucede, por ejemplo, en régimen permanente si el sistema trifásico es simétrico [124]. En este caso, no aparece información sobre la secuencia cero en el modelo en el dominio D-Q y se pierde información sobre el sistema. La secuencia cero puede aportar informaciones significativas sobre el comportamiento del equilibrio del punto medio del bus de continua y sobre las tensiones y corrientes de modo común. Esta constituye la principal razón para emplear las funciones de conmutación de fase en el modelado.

Establecidas las anteriores expresiones, se aplica la transformación de Park o D-Q al modelo (3.23) del sistema en el espacio de estado y dominio trifásico. El proceso de transformación se detalla en el Apéndice B. El nuevo modelo en el espacio de estado y dominio D-Q se muestra en (3.32).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ \frac{-(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (d_{pd} - d_{nd}) \\ 0 \\ (d_{pq} - d_{nq}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{v_{pn}}{2 \cdot L} \quad (3.32)$$

Observaciones genéricas sobre el modelo de (3.32):

- El modelo es general y válido en gran señal.
- Se tienen cinco variables de estado (i_{Yd} , v_{Yd} , i_{Yq} , v_{Yq} , v_o), una variable de entrada (v_{pn}) y cuatro variables de control (d_{pd} , d_{nd} , d_{pq} , d_{nq}).
- El modelo es no lineal, puesto que las variables de control se encuentran dentro de la matriz de estado. No obstante, las variables presentan valores constantes en régimen

permanente, siempre que las relaciones de conducción 'abc' se puedan aproximar por funciones senoidales a la frecuencia de la transformación de Park. En general, ello siempre será posible, dentro de un límite, según se detalla en el Capítulo 4.

Las funciones de conmutación de fase se han escogido para modelar con objeto de disponer de información a secuencia cero. Sin embargo, en el modelo (3.32) no aparece influencia alguna de la secuencia cero. Sobre este punto, conviene realizar algunas consideraciones:

- Las relaciones de conducción a secuencia cero aparecen en las ecuaciones de estado relacionadas con las tensiones del bus de continua (v_p , v_n ó v_o , v_{pn}), ver (3.29)(3.30). Al ser un sistema de neutro aislado ($i_{Y0} = 0$, $v_{YN0} = 0$), y las ecuaciones de secuencia cero quedan reducidas a cero, ver Apéndice B. La secuencia cero sólo aparece en la ecuación (3.33).

$$v_{VS10} = v_{Y0} = d_{p0} \cdot v_p + d_{n0} \cdot v_n = \frac{1}{2} \cdot \left[(d_{p0} + d_{n0}) \cdot v_o + (d_{p0} - d_{n0}) \cdot v_{pn} \right] = \sqrt{3} \cdot v_{No} \quad (3.33)$$

- La tensión de salida del convertidor (v_{VS10}) y la tensión entre el punto medio del bus de continua y el neutro de la carga secuencia cero (v_{No}) son las únicas variables que dependen de las relaciones de conducción a secuencia cero. La tensión v_{No} es otra medida del desequilibrio del bus de continua. Si el bus de continua está equilibrado ($v_p = -v_n$) y en régimen permanente ($d_{p0} = d_{n0}$, caso más simple), $v_{VS10} = \sqrt{3} \cdot v_{No} = 0$. La tensión v_{No} se desvía de cero en caso de desequilibrio.
- Por simple inspección de la figura 3.4, se deduce que la corriente del punto medio del bus de continua (i_o) desarrolla un papel importante en el desequilibrio del bus de continua. Es obvio que, si está corriente fuese nula, no habría desequilibrio.

$$i_o = -i_p - i_n = -(d_{pd} + d_{nd}) \cdot i_{Yd} - (d_{pd} + d_{nd}) \cdot i_{Yq} \quad (3.34)$$

- La secuencia cero sólo influye en la tensión homopolar entre el punto medio del bus de continua y el neutro de la carga. Las tensiones de carga a secuencia 'd' y 'q' no reciben influencia de la componente homopolar, siendo equivalente referirlas a 'o' ó a 'N' (Apéndice B).
- En otro tipo de cargas, y/o en caso de neutro no aislado, la secuencia cero presenta mayor influencia en el modelo.
- Un aspecto interesante es que todas las variables de control (las seis relaciones de conducción 'dq0') aparecen en la dinámica del sistema (3.32)(3.33), ofreciendo un modelo más general que los empleados habitualmente en la literatura.

Paso 6. Modelo de régimen permanente.

El modelo de régimen permanente se obtiene igualando las derivadas temporales a cero en el modelo de gran señal (3.32) y sustituyendo todas las variables por sus expresiones de régimen permanente (en mayúsculas), ver Apéndice B.

Si se desea controlar la tensión de salida, se conocen los valores V_{Yd} , V_{Yq} , ω y V_{pn} . Si se emplea una estrategia de conmutación simétrica, las relaciones de conducción transformadas verifican la condición (3.35), ver Capítulo 4.

$$D_d = D_{pd} = -D_{nd} \quad ; \quad D_q = D_{pq} = -D_{nq} \quad ; \quad D_0 = D_{p0} = D_{n0} \quad (3.35)$$

Las relaciones de (3.35) representan que, en régimen permanente, las funciones de conmutación 'abc' –y las relaciones de conducción– para el raíl 'p' y para el raíl 'n' son iguales, con un desfase de 180° . Este desfase en el dominio 'abc' se convierte en un cambio de signo en el dominio D-Q ($D_{pd} = -D_{nd}$, $D_{pq} = -D_{nq}$). Esta simetría es típica en convertidores en puente de dos o más niveles. Además, las relaciones de conducción a secuencia cero en el dominio D-Q son una medida del desplazamiento o componente continua (*offset*) de las relaciones de conducción 'abc'. Si las relaciones de conducción 'abc' presentan la misma forma de onda para los raíles 'p' y 'n', con un desfase, el desplazamiento es el mismo y, por tanto, las relaciones de conducción a secuencia cero deben ser iguales en régimen permanente ($D_{p0} = D_{n0}$).

El modelo de régimen permanente se muestra en (3.36).

$$D_d = \frac{V_{Yd} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) - \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yq}}{V_{pn}} \quad ; \quad D_q = \frac{V_{Yq} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) + \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yd}}{V_{pn}} \quad (3.36)$$

$$I_{Yd} = \frac{1}{R} \cdot V_{Yd} - C \cdot \omega \cdot V_{Yq} \quad ; \quad I_{Yq} = C \cdot \omega \cdot V_{Yd} + \frac{1}{R} \cdot V_{Yq}$$

Otras ecuaciones de interés son:

$$V_{VSI d} = D_d \cdot V_{pn} \quad ; \quad V_{VSI q} = D_q \cdot V_{pn} \quad ; \quad V_{VSI 0} = 0 \quad ; \quad V_{No} = 0$$

$$I_p = D_d \cdot I_{Yd} + D_q \cdot I_{Yq} \quad ; \quad I_n = -I_p \quad ; \quad I_o = 0 \quad ; \quad I_{DC} = I_p \quad (3.37)$$

$$P = \frac{V_{Yd}^2}{R} + \frac{V_{Yq}^2}{R} \quad ; \quad I_{DC} = \frac{P}{V_{pn}}$$

Observaciones sobre el las ecuaciones de régimen permanente (3.36)(3.37):

- De las cinco ecuaciones del modelo de gran señal (3.32) se ha pasado a cuatro ecuaciones en (3.36). La quinta ecuación indica que la corriente del punto medio del bus de continua debe ser nula (Apéndice B). Es necesario recordar que se emplea el operador de promediado, por tanto, este valor nulo se refiere al valor promediado.
- La tensión de desequilibrio V_o no aparece en el modelo (3.36). Con una estrategia de conmutación simétrica en régimen permanente, el convertidor trabaja en el punto de operación deseado, independientemente del desequilibrio del bus de continua.
- Las corrientes de salida dependen únicamente de las especificaciones de tensión de salida y del valor de la carga R.

- Las relaciones de conducción D_d, D_q dependen de las especificaciones de tensión de salida, de la tensión del bus de continua y del valor de la carga.
- Las relaciones de conducción en el dominio 'abc' deben estar comprendidas entre 0 y 1, por definición, y se generan a partir de las relaciones de conducción en el dominio D-Q. Los valores de las componentes 'd' y 'q' se extraen de (3.36). Las componentes a secuencia cero no aparecen en el modelo, pero es necesario que estén comprendidas dentro de un cierto margen de valores, con objeto que las relaciones de conducción en el dominio 'abc' se hallen entre 0 y 1. Esta condición debe cumplirse en cualquier condición de trabajo, sea permanente o transitoria, véase el Capítulo 4.

Paso 7. Linealización. Modelo de pequeña señal.

Se aplica el método general de linealización, basado en la hipótesis de pequeña señal y la aplicación de la fórmula de Taylor. El desarrollo del modelo de pequeña señal (3.38) se detalla en el Apéndice B. Las cantidades con el símbolo '^' muestran perturbaciones y las letras mayúsculas, los valores de régimen permanente. En la expresión (3.38) no se ha tenido en cuenta la simetría en la estrategia de conmutación. En caso de considerarla, se aplica (3.35) y algunos términos de la ecuación se simplifican.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & \frac{(D_{pd} + D_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{(D_{pq} + D_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ -\frac{(D_{pd} + D_{nd})}{C_{DC}} & 0 & -\frac{(D_{pq} + D_{nq})}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{(V_o + V_{pn})}{2 \cdot L} & \frac{(V_o - V_{pn})}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(V_o + V_{pn})}{2 \cdot L} & \frac{(V_o - V_{pn})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (D_{pd} - D_{nd}) \\ 0 \\ (D_{pq} - D_{nq}) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{\hat{v}_{pn}}{2 \cdot L}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Otras ecuaciones de interés se derivan de las ecuaciones (3.33) y (3.34):

$$\begin{aligned}
 \hat{i}_o &= -(D_{pd} + D_{nd}) \cdot \hat{i}_{Yd} - (D_{pq} + D_{nq}) \cdot \hat{i}_{Yq} - I_{Yd} \cdot \hat{d}_{pd} - I_{Yd} \cdot \hat{d}_{nd} - I_{Yq} \cdot \hat{d}_{pq} - I_{Yq} \cdot \hat{d}_{nq} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \hat{i}_o &= -I_{Yd} \cdot \hat{d}_{pd} - I_{Yd} \cdot \hat{d}_{nd} - I_{Yq} \cdot \hat{d}_{pq} - I_{Yq} \cdot \hat{d}_{nq}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}\hat{v}_{No} &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot \left[(D_{p0} + D_{n0}) \cdot \hat{v}_o + (V_o + V_{pn}) \cdot \hat{d}_{p0} + (V_o - V_{pn}) \cdot \hat{d}_{n0} + (D_{p0} - D_{n0}) \cdot \hat{v}_{pn} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \quad \hat{v}_{No} &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot \left[2 \cdot D_0 \cdot \hat{v}_o + (V_o + V_{pn}) \cdot \hat{d}_{p0} + (V_o - V_{pn}) \cdot \hat{d}_{n0} \right]\end{aligned}\quad (3.40)$$

El modelo en pequeña señal tiene varias propiedades:

- En caso de considerar estrategia de conmutación simétrica, se anulan algunos términos en la ecuación (3.38), puesto que $D_{pd} + D_{nd} = 0$ y $D_{pq} + D_{nq} = 0$, según (3.35). En consecuencia, la tensión de desequilibrio no afecta ni es afectada por otras variables de estado.
- También se deducen, de (3.35), las expresiones $D_{pd} - D_{nd} = 2 \cdot D_d$ y $D_{pq} - D_{nq} = 2 \cdot D_q$.
- La dinámica de todas las variables de estado depende solamente de cuatro de las relaciones de conducción (componentes 'd' y 'q'), siendo independientes de las componentes cero. Únicamente la dinámica de la perturbación de la tensión v_{No} depende de la componente cero. En cambio, esta magnitud no afecta al control del convertidor.
- La dinámica de las corrientes de carga es compleja, pues depende de cuatro variables de estado (y de control).
- La dinámica del desequilibrio del bus de continua depende de las corrientes de carga y de las variables de control.

3.3.2. Modelo con corriente del bus de continua i_{DC} conocida

En el anterior apartado se ha considerado la tensión total del bus de continua (v_{pn}) como variable de entrada. En el presente apartado se modeliza el mismo sistema, pero se considera conocida la corriente en el bus de continua (i_{DC}), ver figura 3.6. Esta condición se puede encontrar, por ejemplo, en aplicaciones SMES o en convertidores CA/CA indirectos con circuito intermedio de corriente. Sobre el sistema de la figura 3.6 se aplica la metodología de modelado propuesta.

Respecto el modelo del apartado 3.3.1, la diferencia reside en el bus de continua. La corriente del bus de continua i_{DC} es un valor conocido, las tensiones v_p , v_n no están fijadas y son independientes, por tanto la tensión total del bus v_{pn} puede tomar cualquier valor, dentro de los límites que imponen los componentes del convertidor. En estas condiciones, no existen cambios en el modelo de lado de alterna (3.11), pero el lado de continua presenta ahora dos ecuaciones (3.41).

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \cdot (-i_p + i_{DC}) \quad ; \quad \frac{dv_n}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_n + i_{DC}) \quad (3.41)$$

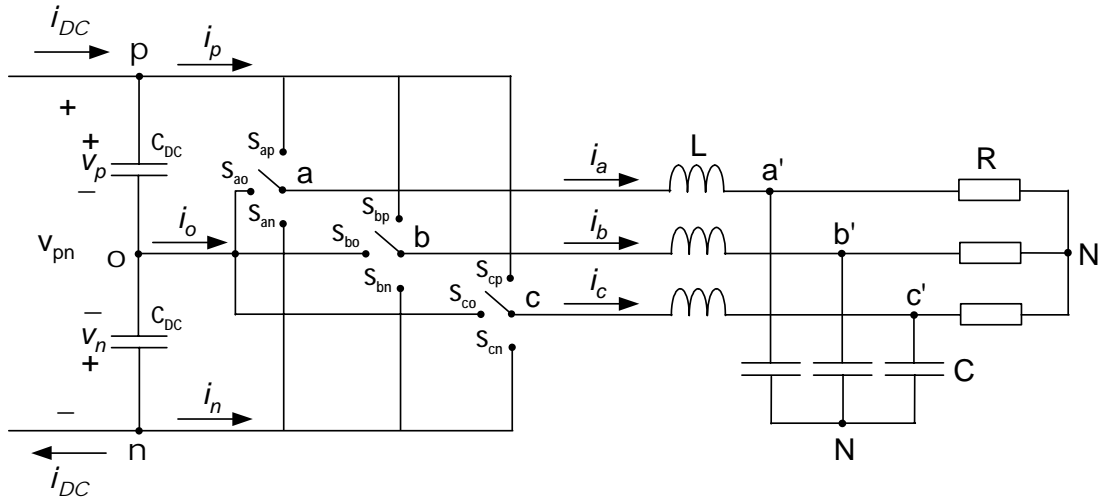


Figura 3.6. Modelo de conmutación. Se considera i_{DC} como variable de entrada.

Expresando las mismas ecuaciones, pero empleando v_o , v_{pn} en lugar de v_p , v_n :

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_p + i_n) \quad ; \quad \frac{dv_{pn}}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \cdot (2 \cdot i_{DC} - i_p + i_n) \quad (3.42)$$

Las ecuaciones (3.11) y (3.41) o (3.42) conforman el modelo completo del convertidor en el dominio 'abc'. Aplicando la transformación de Park, se obtiene el modelo de gran señal en el dominio D-Q (3.43) ó (3.44).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ v_p \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & \omega & 0 & \frac{d_{pd}}{L} & \frac{d_{nd}}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{d_{pq}}{L} & \frac{d_{nd}}{L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ -\frac{d_{pd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{d_{pq}}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d_{pd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{d_{pq}}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ v_p \\ v_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{C_{DC}} \\ -\frac{1}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot i_{DC} \quad (3.43)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & \omega & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pd} - d_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pq} - d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ -\frac{(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & -\frac{(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{(d_{pd} - d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & -\frac{(d_{pq} - d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot i_{DC} \quad (3.44)$$

Las diferencias del modelo con i_{DC} conocida (3.43) ó (3.44) respecto el modelo con v_{pn} conocida (3.32) son:

- Las variables de estado son seis (i_{Yd} , v_{Yd} , i_{Yq} , v_{Yq} y v_p , v_n , ó v_o , v_{pn}), se tiene una variable de entrada (i_{DC}) y cuatro variables de control (d_{pd} , d_{nd} , d_{pq} , d_{nq}).
- La tensión de bus de continua (v_{pn}) no está fijada y es la única variable de estado influida por la variable de entrada i_{DC} . Una de las misiones del controlador consiste en llevar esta tensión al valor de consigna deseado, que depende de la potencia que se desee entregar a la carga.
- La tensión de desequilibrio v_o no está afectada por la corriente del bus de continua i_{DC} .

Las ecuaciones de régimen permanente (3.45) no cambian respecto el caso v_{pn} conocida, pero el valor de V_{pn} se deduce de la ecuación de la potencia (3.46). Si se desea controlar la tensión de salida, se conocen los valores V_{Yd} , V_{Yq} , ω e I_{DC} .

$$D_d = \frac{V_{Yd} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) - \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yq}}{V_{pn}} \quad ; \quad D_q = \frac{V_{Yq} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) + \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yd}}{V_{pn}} \quad (3.45)$$

$$I_{Yd} = \frac{1}{R} \cdot V_{Yd} - C \cdot \omega \cdot V_{Yq} \quad ; \quad I_{Yq} = C \cdot \omega \cdot V_{Yd} + \frac{1}{R} \cdot V_{Yq}$$

donde V_{pn} se deduce de:

$$P = \frac{V_{Yd}^2}{R} + \frac{V_{Yq}^2}{R} \quad ; \quad V_{pn} = \frac{P}{I_{DC}} \quad (3.46)$$

El resto de ecuaciones de régimen permanente (3.37) restan invariadas, y la única diferencia significativa respecto el modelo para v_{pn} conocida reside en que las relaciones de conducción

D_d , D_q dependen de las especificaciones de tensión de salida y de la corriente del bus de continua.

Las ecuaciones (3.47) y (3.48) muestran el modelo lineal de pequeña señal.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{v}_p \\ \hat{v}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & \omega & 0 & \frac{D_{pd}}{L} & \frac{D_{nd}}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{D_{pq}}{L} & \frac{D_{nq}}{L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ -\frac{D_{pd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{D_{pq}}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{D_{nd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{D_{nq}}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{v}_p \\ \hat{v}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_p}{L} & \frac{V_n}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_p}{L} & \frac{V_n}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & 0 \\ 0 & -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{C_{DC}} \\ \frac{1}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \hat{i}_{DC} \quad (3.47)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & \omega & 0 & \frac{D_{pd} + D_{nd}}{2 \cdot L} & \frac{D_{pd} - D_{nd}}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{D_{pq} + D_{nq}}{2 \cdot L} & \frac{D_{pq} - D_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ -\frac{D_{pd} + D_{nd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{D_{pq} + D_{nq}}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{D_{pd} - D_{nd}}{C_{DC}} & 0 & -\frac{D_{pq} - D_{nq}}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{I_{Yq}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \hat{i}_{DC} \quad (3.48)$$

Observaciones sobre el modelo de pequeña señal:

- Los modelos (3.47) y (3.48) no tienen en cuenta la simetría en la estrategia de conmutación. En caso de considerarla, se anulan algunos términos en la ecuación (3.48), puesto que $D_{pd} + D_{nd} = 0$ y $D_{pq} + D_{nq} = 0$, según (3.35). En consecuencia, la tensión de desequilibrio no afecta ni es afectada por otras variables de estado.
- También se deducen de (3.35) las expresiones $D_{pd} - D_{nd} = 2 \cdot D_d$ y $D_{pq} - D_{nq} = 2 \cdot D_q$.
- No se observan otras diferencias importantes respecto el modelo para v_{pn} conocida, aparte de las ya mencionadas para el modelo de gran señal.

3.3.3. Modelo con 'N' conectado a 'o' e i_{DC} conocida

Si se considera un sistema trifásico con neutro accesible, se dispone de conductor neutro y se procede a conectar el neutro de la(s) carga(s) con el punto medio del bus de continua 'o', considerado como referencia. Estos puntos conectados entre sí se caracterizan por presentar, teóricamente, tensión nula; el punto medio del bus de continua 'o', por considerarse como referencia; el neutro de la carga 'N', porque en un sistema trifásico simétrico y equilibrado, con carga equilibrada, su tensión es nula. Además, en los sistemas de distribución de neutro, éste suele presentar tensión nula.

La figura 3.7 muestra el modelo de conmutación del convertidor NPC, con filtro LC y carga resistiva, donde se ha conectado el neutro de filtro y carga directamente al punto medio del bus de continua 'o'. En el lado de continua, se conoce la corriente del bus de continua i_{DC} . Se pretende controlar la tensión entregada a la carga, siendo conocida la frecuencia de salida (ω). Las variables a considerar son:

- lado CA: $i_a, i_b, i_c, v_{a'N}, v_{b'N}, v_{c'N}$
- lado CC: v_p, v_n

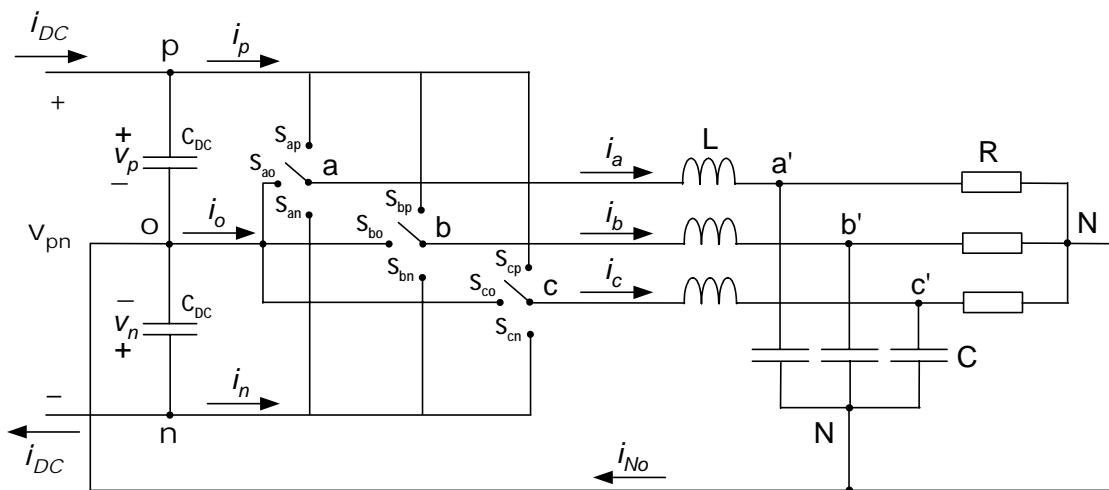


Figura 3.7. Conexión del neutro de la carga con el punto medio del bus de continua.

Del análisis del circuito, los puntos 'N' y 'o' presentan la misma tensión, en consecuencia, se tiene $v_{No} = 0$ y, por tanto, se verifica que las tensiones de la carga tienen el mismo valor referidas al neutro de la carga 'N' [v_{YN}] o al punto medio del bus de continua 'o' [v_Y] (3.49).

$$[v] = L \cdot \frac{d}{dt} [i_Y] + [v_Y] = L \cdot \frac{d}{dt} [i_Y] + [v_{YN}] + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot v_{No} \quad ; \quad v_{No} = 0 \Rightarrow [v_Y] = [v_{YN}] \quad (3.49)$$

$$[i_Y] = C \cdot \frac{d}{dt} [v_{YN}] + \frac{1}{R} \cdot [v_{YN}] = C \cdot \frac{d}{dt} [v_Y] + \frac{1}{R} \cdot [v_Y]$$

Puesto que el neutro de la carga 'N' no está aislado, puede existir una corriente de neutro, según (3.50).

$$i_a + i_b + i_c = i_{No} \quad (3.50)$$

Aplicando convenientemente la transformación Park, se tiene el modelo de gran señal en el dominio D-Q (3.51).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pd} - d_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pq} - d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{(d_{p0} + d_{n0})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{p0} - d_{n0})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 \\ \frac{-(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{p0} + d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-(d_{pd} - d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{pq} - d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{p0} - d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot i_{DC} \quad (3.51)$$

Observaciones sobre el modelo de (3.51):

- Se tienen ocho variables de estado (i_{Yd} , v_{Yd} , i_{Yq} , v_{Yq} , i_{Y0} , v_{Y0} , v_o , v_{pn}), una variable de entrada (i_{DC}) y seis variables de control (d_{pd} , d_{nd} , d_{pq} , d_{nq} , d_{p0} , d_{n0}).
- En el sistema de neutro aislado, se ha comprobado que la secuencia cero únicamente interviene en la tensión (v_{No}) entre el punto medio del bus de continua 'o' y el neutro de la carga 'N' (3.33). Sin embargo, para el sistema de la figura 3.7, la conexión entre 'o' y 'N' fuerza $v_{No} = 0$ y habilita un camino para la posible circulación de la corriente homopolar i_{Y0} (3.52). Por esta razón, las ecuaciones de secuencia cero aparecen en el modelo (3.51).

$$i_{Y0} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (i_a + i_b + i_c) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot i_{No} \quad (3.52)$$

- La existencia de una corriente homopolar que circula por filtro y carga, y retorna a través de la conexión entre 'N' y 'o' puede estar motivada por un desequilibrio en la carga, en tal caso la componente homopolar de la corriente es diferente de cero, $i_{Y0} \neq 0$, en (3.52), y/o por la existencia de una componente homopolar de tensión de salida del convertidor, como se deduce de la quinta ecuación de (3.51).
- La componente homopolar de tensión de salida del convertidor (3.53) puede presentar un valor diferente de cero si existe desequilibrio del bus de continua ($v_o \neq 0$, $v_p \neq -v_n$), y/o la estrategia de conmutación no está equilibrada ($d_{p0} \neq d_{n0}$).

$$v_{VS10} = v_{Y0} = d_{p0} \cdot v_p + d_{n0} \cdot v_n = \frac{1}{2} \cdot \left[(d_{p0} + d_{n0}) \cdot v_o + (d_{p0} - d_{n0}) \cdot v_{pn} \right] \quad (3.53)$$

- De la séptima y octava ecuación del modelo (3.51), se observa que la componente homopolar influye en la tensión de desequilibrio (v_o) y en la tensión total del bus de continua (v_{pn}).
- Para mantener el equilibrio del bus de continua, es necesario que la corriente del punto medio (resta $i_o - i_{No}$) mostrada en (3.54) sea nula. Si se controla apropiadamente la corriente homopolar, puede ser empleada para mantener el equilibrio del bus de continua.

$$i_o - i_{No} = i_o - \sqrt{3} \cdot i_{Y0} = -(d_{pd} + d_{nd}) \cdot i_{Yd} - (d_{pd} - d_{nd}) \cdot i_{Yq} \quad (3.54)$$

- La conexión entre 'o' y 'N' supone la creación de un camino de circulación para la corriente homopolar, y hace necesaria la incorporación de las ecuaciones de secuencia homopolar al modelo. Con ello, se incrementa la complejidad del modelo del sistema (más variables de estado) y la dificultad del control pero, al disponer de más variables de control, se amplían las posibilidades de actuación del controlador.

Se puede plantear con detalle la influencia de la secuencia cero en el desequilibrio del bus de continua. Si se considera el bus de continua desequilibrado ($v_p > -v_n \Rightarrow v_o = v_p + v_n > 0$) y relaciones de conducción con simetría, se tiene:

$$v_{VS10} = D_0 \cdot v_o > 0 \quad \text{puesto que} \quad \begin{cases} D_0 > 0 \\ v_o > 0 \end{cases} \quad (3.55)$$

Por inspección de (3.56), es de suponer que una tensión $v_{VS10} > 0$ va a crear una corriente homopolar $i_{Y0} > 0$. Por lo tanto, si $v_o > 0$, entonces $v_{VS10} > 0$, $i_{Y0} > 0$ y v_o disminuye (3.57), compensando el desequilibrio.

$$\frac{d}{dt} i_{Y0} = -\frac{1}{L} \cdot v_{Y0} + \frac{1}{L} \cdot D_0 \cdot v_o \Rightarrow v_{VS10} - v_{Y0} = L \cdot \frac{d}{dt} i_{Y0} \quad (3.56)$$

$$\frac{d}{dt} v_o = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot D_0 \cdot i_{Y0} < 0 \quad (3.57)$$

Con el análisis realizado es de suponer, por tanto, que la conexión entre el neutro de la carga y el punto medio del bus de continua va a beneficiar al equilibrado del bus de continua.

Se deducen las ecuaciones de régimen permanente (3.58), con la habitual suposición que las relaciones de conducción 'abc' son simétricas para los raíles 'p' y 'n'.

$$\begin{aligned}
D_d &= \frac{V_{Yd} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) - \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yq}}{V_{pn}} & ; & & D_q &= \frac{V_{Yq} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) + \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yd}}{V_{pn}} \\
I_{Yd} &= \frac{1}{R} \cdot V_{Yd} - C \cdot \omega \cdot V_{Yq} & ; & & I_{Yq} &= C \cdot \omega \cdot V_{Yd} + \frac{1}{R} \cdot V_{Yq} \\
P &= \frac{V_{Yd}^2}{R} + \frac{V_{Yq}^2}{R} = V_{Yd} \cdot I_{Yd} + V_{Yq} \cdot I_{Yq} & ; & & V_{pn} &= \frac{P}{I_{DC}} \\
V_{Y0} &= D_0 \cdot V_o & ; & & V_{Y0} &= R \cdot I_{Y0}
\end{aligned} \tag{3.58}$$

De las ecuaciones séptima y octava de (3.51) se deducen, de forma general, dos expresiones para 'p' y 'n':

$$\begin{aligned}
0 &= (D_{pd} + D_{nd}) \cdot I_{Yd} + (D_{pq} + D_{nq}) \cdot I_{Yq} + (D_{p0} + D_{n0}) \cdot I_{Y0} \\
0 &= (D_{pd} - D_{nd}) \cdot I_{Yd} + (D_{pq} - D_{nq}) \cdot I_{Yq} + (D_{p0} - D_{n0}) \cdot I_{Y0} - 2 \cdot I_{DC}
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Aplicando la condición de simetría para las relaciones de conducción, las expresiones (3.59) se convierten en:

$$\begin{aligned}
0 &= (D_d - D_d) \cdot I_{Yd} + (D_q - D_q) \cdot I_{Yq} + (D_0 + D_0) \cdot I_{Y0} = 2 \cdot D_0 \cdot I_{Y0} \Rightarrow \\
&\Rightarrow I_{Y0} = 0 \\
0 &= (D_d + D_d) \cdot I_{Yd} + (D_q + D_q) \cdot I_{Yq} + (D_0 - D_0) \cdot I_{Y0} - 2 \cdot I_{DC} \Rightarrow \\
&\Rightarrow I_{DC} = D_d \cdot I_{Yd} + D_q \cdot I_{Yq}
\end{aligned} \tag{3.60}$$

En consecuencia, teniendo en cuenta (3.60), y aplicándolo sobre (3.58), se tiene:

$$\begin{aligned}
I_{Y0} = 0 &\Rightarrow V_{Y0} = R \cdot I_{Y0} = 0 \\
V_{Y0} = D_0 \cdot V_o &\Rightarrow V_o = 0 \Rightarrow V_p = -V_n
\end{aligned} \tag{3.61}$$

En estas condiciones, otras relaciones de interés son:

$$I_p = -I_n = I_{DC} \quad ; \quad I_o = I_{Y0} = 0 \tag{3.62}$$

Observaciones sobre las ecuaciones de régimen permanente (3.58)-(3.62):

- Se incorporan dos ecuaciones relacionadas con la secuencia cero (3.58).
- La simetría en la estrategia de conmutación conduce al comportamiento óptimo del sistema, al hacer que corriente y tensión a secuencia cero sean nulas ($I_{Y0} = 0$, $V_{Y0} = 0$), y mantener equilibrado el bus de continua ($V_o = 0$).

El modelo de pequeña señal se muestra en (3.63).

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_{Y0} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & 0 & 0 & \frac{(D_{pd} + D_{nd})}{2 \cdot L} & \frac{(D_{pd} - D_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{(D_{pq} + D_{nq})}{2 \cdot L} & \frac{(D_{pq} - D_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{(D_{p0} + D_{n0})}{2 \cdot L} & \frac{(D_{p0} - D_{n0})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 \\ \frac{-(D_{pd} + D_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(D_{pq} + D_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(D_{p0} + D_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-(D_{pd} - D_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(D_{pq} - D_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(D_{p0} - D_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_{Y0} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} + \\
 + \begin{bmatrix} \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Y0}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Y0}}{C_{DC}} \\ \frac{-I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Y0}}{C_{DC}} & \frac{I_{Y0}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \\ \hat{d}_{p0} \\ \hat{d}_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \hat{i}_{DC} \quad (3.63)
 \end{aligned}$$

Observaciones sobre el modelo de pequeña señal (3.63):

- Si se considera la simetría de la estrategia de conmutación, se anulan algunos términos en la matriz de estado ($D_{pd} + D_{nd} = 0$; $D_{pq} + D_{nq} = 0$; $D_{p0} - D_{n0} = 0$), resultando que la tensión de desequilibrio sólo afecta y es afectada por la secuencia cero. También desaparecen los términos $V_o = 0$ e $I_{Y0} = 0$.

3.3.4. Modelo con 'N' conectado a 'o' y v_{pn} conocida

Sea el sistema de la figura 3.7, donde es conocida la tensión del bus de continua v_{pn} . Se pretende controlar la tensión entregada a la carga, siendo conocida la frecuencia de salida (ω). Las variables a considerar son:

- lado CA: $i_a, i_b, i_c, v_{a'N}, v_{b'N}, v_{c'N}$
- lado CC: v_p, v_n

El modelo de gran señal en el dominio D-Q es (3.64).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{(d_{p0} + d_{n0})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ \frac{-(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{p0} + d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_{pd} - d_{nd}}{2 \cdot L} \\ 0 \\ \frac{d_{pq} - d_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 \\ \frac{d_{p0} - d_{n0}}{2 \cdot L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot v_{pn} \quad (3.64)$$

Diferencias del modelo (3.64) respecto del modelo (3.51):

- Se tienen siete variables de estado (i_{Yd} , v_{Yd} , i_{Yq} , v_{Yq} , i_{Y0} , v_{Y0} , v_o), una variable de entrada (v_{pn}) y seis variables de control (d_{pd} , d_{nd} , d_{pq} , d_{nq} , d_{p0} , d_{n0}).
- La tensión v_{pn} es una variable de entrada, mientras que la corriente del bus de continua i_{DC} es ahora una variable de salida (3.65).

$$i_{DC} = \frac{1}{2} \cdot (d_{pd} - d_{nd}) \cdot i_{Yd} + \frac{1}{2} \cdot (d_{pq} - d_{nq}) \cdot i_{Yq} + \frac{1}{2} \cdot (d_{p0} - d_{n0}) \cdot i_{Y0} \quad (3.65)$$

Las ecuaciones de régimen permanente se muestran en (3.66). No existen cambios significativos respecto el caso con i_{DC} conocida.

$$\begin{aligned} D_d &= \frac{V_{Yd} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) - \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yq}}{V_{pn}} & ; & & D_q &= \frac{V_{Yq} \cdot (1 - L \cdot C \cdot \omega^2) + \frac{L \cdot \omega}{R} \cdot V_{Yd}}{V_{pn}} \\ I_{Yd} &= \frac{1}{R} \cdot V_{Yd} - C \cdot \omega \cdot V_{Yq} & ; & & I_{Yq} &= C \cdot \omega \cdot V_{Yd} + \frac{1}{R} \cdot V_{Yq} \\ V_{Y0} &= D_0 \cdot V_o & ; & & V_{Y0} &= R \cdot I_{Y0} \\ I_{DC} &= D_d \cdot I_{Yd} + D_q \cdot I_{Yq} \end{aligned} \quad (3.66)$$

Teniendo en cuenta la simetría de la estrategia de conmutación, se deduce:

$$\begin{aligned} I_{Y0} = 0 & \Rightarrow V_{Y0} = R \cdot I_{Y0} = 0 \\ V_{Y0} = D_0 \cdot V_o & \Rightarrow V_o = 0 \Rightarrow V_p = -V_n \\ I_p = -I_n = I_{DC} & ; I_o = I_{Y0} = 0 \end{aligned} \quad (3.67)$$

El modelo de pequeña señal se expresa en (3.68). Algunos términos del modelo desaparecen si se considera la condición de simetría de las relaciones de conducción. No se aprecian diferencias significativas en el modelo respecto el caso con i_{DC} conocida.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_{Y0} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & 0 & 0 & \frac{(D_{pd} + D_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{(D_{pq} + D_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{(D_{p0} + D_{n0})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ \frac{-(D_{pd} + D_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(D_{pq} + D_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(D_{p0} + D_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{v}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_{Y0} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} + \\
 + \begin{bmatrix} \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-I_{Yd}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Yq}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Y0}}{C_{DC}} & \frac{-I_{Y0}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \\ \hat{d}_{p0} \\ \hat{d}_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(D_{pd} - D_{nd})}{2 \cdot L} \\ 0 \\ \frac{(D_{pq} - D_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 \\ \frac{(D_{p0} - D_{n0})}{2 \cdot L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{v}_{pn} \quad (3.68)
 \end{aligned}$$

3.3.5. Modelo con 'N' conectado a 'o' a través de una inductancia

La figura 3.8 presenta el modelo de conmutación del convertidor NPC, con filtro LC y carga resistiva, donde se ha conectado el neutro 'N' de filtro y carga al punto medio del bus de continua 'o' a través de una inductancia L_N . Esta inductancia puede representar la inductancia propia del cable de conexión o bien ser una inductancia expresamente ubicada en esta posición. Dependiendo de la realización del filtro, puede ser necesario insertar una inductancia entre 'o' y 'N', tal como se detalla en [117].

Se desarrolla el modelo en los supuestos de conocer, en el lado de continua, la corriente del bus de continua i_{DC} o la tensión total del bus v_{pn} . Se pretende controlar la tensión entregada a la carga, siendo conocida la frecuencia de salida (ω). Las variables a considerar son:

- lado CA: $i_a, i_b, i_c, v_{a'N}, v_{b'N}, v_{c'N}$
- lado CC: v_p, v_n
- conexión 'N'-'o': i_{No}

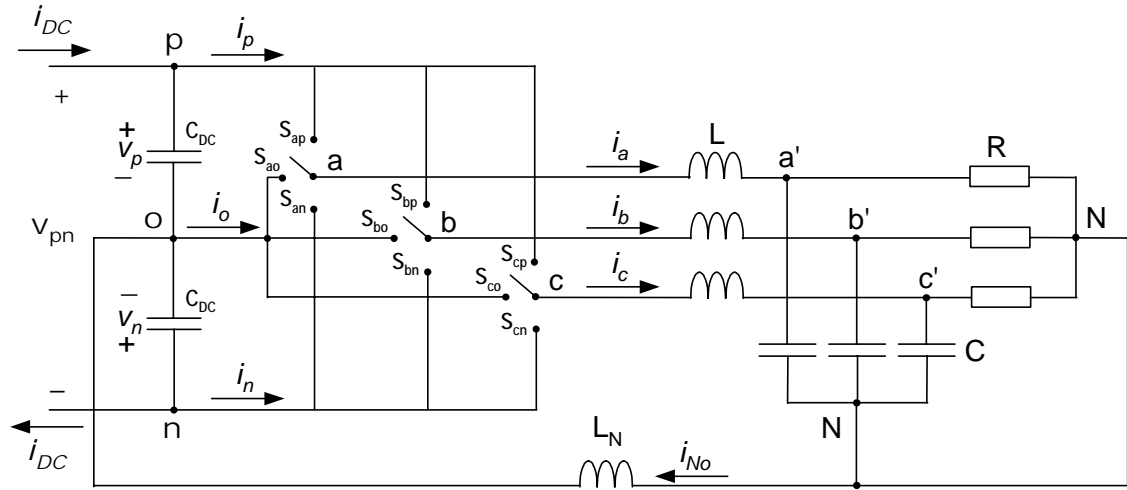


Figura 3.8. Conexión 'N'-'o' a través de una inductancia L_N .

Para el lado de alterna, deben considerarse las ecuaciones (3.69)(3.70).

$$[v] = L \cdot \frac{d}{dt} [i_Y] + [v_Y] = L \cdot \frac{d}{dt} [i_Y] + [v_{YN}] + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot v_{No} \quad (3.69)$$

$$[i_Y] = C \cdot \frac{d}{dt} [v_{YN}] + \frac{1}{R} \cdot [v_{YN}] \quad (3.70)$$

La conexión entre 'N' y 'o' no es directa, por tanto existe tensión entre estos dos puntos. Además, el neutro de la carga 'N' no está aislado, puede existir una corriente a través de L_N . De ello se extrae la expresión (3.71).

$$v_{No} = L_N \cdot \frac{d}{dt} i_{No} = L_N \cdot \frac{d}{dt} (i_a + i_b + i_c) = L_N \cdot \frac{d}{dt} i_a + L_N \cdot \frac{d}{dt} i_b + L_N \cdot \frac{d}{dt} i_c \quad (3.71)$$

Y, aplicando (3.71) sobre (3.69), se obtiene:

$$\begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L + L_N & L & L \\ L & L + L_N & L \\ L & L & L + L_N \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} \Rightarrow [v] = [L] \cdot \frac{d}{dt} [i_Y] + [v_{YN}] \quad (3.72)$$

Realizando la conversión a dominio D-Q a través de la transformación de Park, resulta el modelo de gran señal (3.73), para i_{DC} conocida o (3.74) para v_{pn} conocida.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pd} - d_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pq} - d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{(L+3 \cdot L_N)} & \frac{(d_{p0} + d_{n0})}{2(L+3 \cdot L_N)} & \frac{(d_{p0} - d_{n0})}{2(L+3 \cdot L_N)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 \\ \frac{-(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{p0} + d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-(d_{pd} - d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{pq} - d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{p0} - d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot i_{DC}
 \end{aligned} \tag{3.73}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & \omega & 0 & 0 & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\omega & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{(L+3 \cdot L_N)} & \frac{(d_{p0} + d_{n0})}{2(L+3 \cdot L_N)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ \frac{-(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & \frac{-(d_{p0} + d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ v_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{d_{pd} - d_{nd}}{2 \cdot L} \\ 0 \\ \frac{d_{pq} - d_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 \\ \frac{d_{p0} - d_{n0}}{2(L+3 \cdot L_N)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot v_{pn}
 \end{aligned} \tag{3.74}$$

Observaciones sobre los modelos de gran señal (3.73) y (3.74):

- La inclusión de L_N no supone introducir una nueva variable de estado respecto a la conexión 'N'-'o' directa, puesto que la corriente i_{No} a través de L_N coincide con la corriente homopolar i_{Y0} .
- La inclusión de L_N sólo afecta a la ecuación de la corriente homopolar. Puede entenderse que se incrementa la impedancia en el camino de la corriente a secuencia cero.

- La conexión 'N'-'o' reporta beneficios en el equilibrado del bus de continua.

Los modelos de régimen permanente y de pequeña señal se obtienen según los pasos de la metodología de modelado. No se incluyen dado que no aportan informaciones significativas.

3.4. Modelado de la topología NPC con carga R

Un sistema más simple que el analizado hasta el momento se muestra en la figura 3.9. En lado de alterna se configura como una simple carga resistiva trifásica. En estas condiciones, las únicas variables a considerar son las dos tensiones del bus de continua (v_o , v_{pn}). Se pretende realizar el control de la tensión de salida y se pueden considerar valores conocidos la corriente del bus de continua i_{DC} o la tensión total del bus v_{pn} , además de la frecuencia de salida (ω). Se considera que el neutro de la carga está aislado.

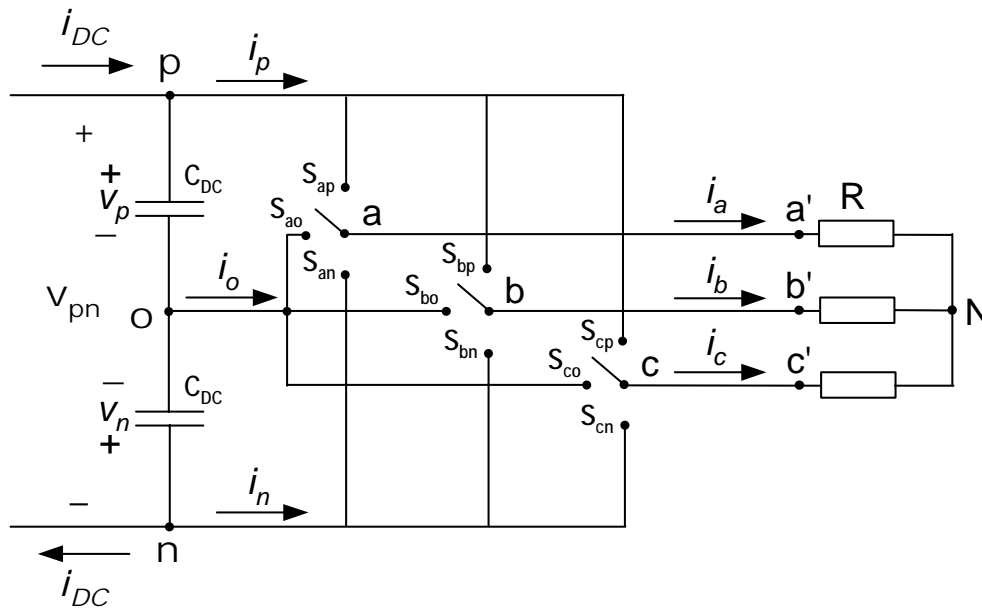


Figura 3.9. Modelo de conmutación del convertidor NPC con carga resistiva.

Con las condiciones anteriormente expresadas, se obtiene el modelo de gran señal en el dominio D-Q, con i_{DC} conocida (3.75) o v_{pn} conocida (3.76). La corriente a secuencia cero es nula, por estar el neutro aislado, mientras que la tensión a secuencia cero sólo influye en la tensión entre 'o' y 'N', tal como se ha estudiado en apartados precedentes.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} = \frac{-1}{R \cdot C_{DC}} \cdot \begin{bmatrix} (d_{pd}^2 + d_{pq}^2) & (d_{pd} \cdot d_{nd} + d_{pq} \cdot d_{nq}) \\ (d_{pd} \cdot d_{nd} + d_{pq} \cdot d_{nq}) & (d_{nd}^2 + d_{nq}^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_p \\ v_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{i_{DC}}{C_{DC}} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_o = & \frac{-1}{R \cdot C_{DC}} \cdot \left[(d_{pd} + d_{nd})^2 + (d_{pq} + d_{nq})^2 \right] \cdot v_o - \\ & - \frac{1}{R \cdot C_{DC}} \cdot \left[\left((d_{pd} + d_{nd})^2 + (d_{pq} + d_{nq})^2 \right) - 2 \cdot (d_{nd} \cdot (d_{pd} + d_{nd}) + d_{nq} \cdot (d_{pq} + d_{nq})) \right] \cdot v_{pn} \end{aligned} \quad (3.76)$$

Aunque el modelo de gran señal es aparentemente complejo en comparación con la sencillez de la carga, el modelo de régimen permanente resulta muy simple (3.77). Las ecuaciones de (3.77) son válidas tanto para v_{pn} conocida como para i_{DC} conocida.

$$\begin{aligned} V_p &= \frac{R}{2 \cdot (D_d^2 + D_q^2)} \cdot I_{DC} \quad ; \quad V_n = \frac{-R}{2 \cdot (D_d^2 + D_q^2)} \cdot I_{DC} \\ V_{pn} &= \frac{R}{D_d^2 + D_q^2} \cdot I_{DC} \quad ; \quad V_o = 0 \\ V_{Yd} = V_{VSI d} &= D_d \cdot V_{pn} \quad ; \quad V_{Yq} = V_{VSI q} = D_q \cdot V_{pn} \end{aligned} \quad (3.77)$$

3.5. Modelado de la topología NPC con carga R-L

La figura 3.10 muestra el convertidor NPC con carga R-L. Las variables a considerar son las dos tensiones del bus de continua (v_o , v_{pn}) y las corrientes de carga (i_a , i_b , i_c). Las consideraciones son las ya conocidas: control de la tensión de salida, variables conocidas frecuencia de salida (ω), y corriente del bus de continua i_{DC} o la tensión total del bus v_{pn} . En la figura 3.10 se observa que el neutro de la carga está aislado.

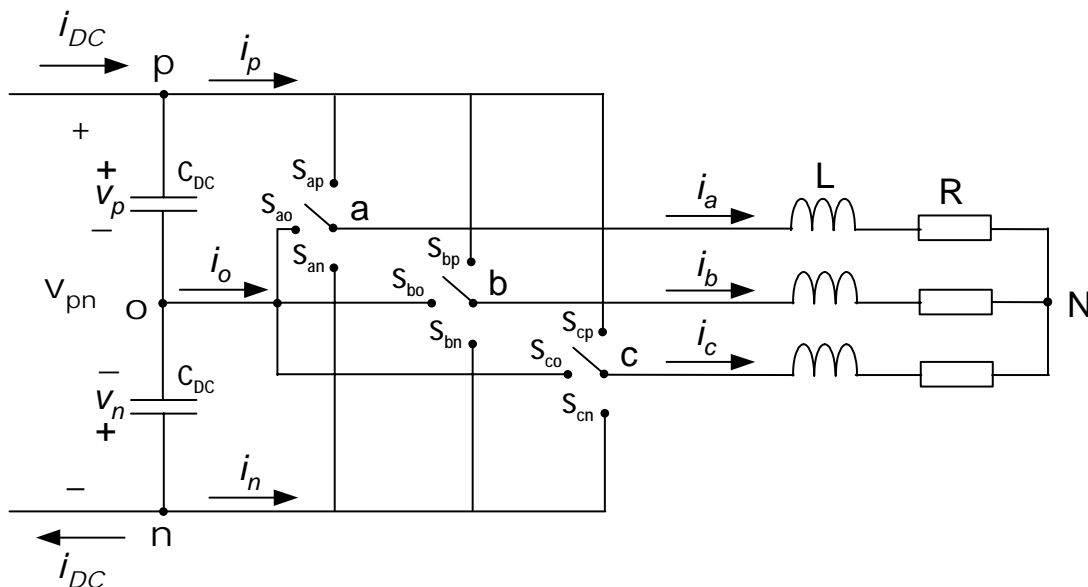


Figura 3.10. Modelo de conmutación del convertidor NPC con carga R-L.

El modelo de gran señal en el dominio D-Q es, para i_{DC} conocida (3.78), para v_{pn} conocida (3.79). Estos modelos no presentan particularidades a remarcar respecto los modelos ya estudiados. Las ecuaciones de régimen permanente y el modelo de pequeña señal se obtienen aplicando los pasos apropiados del proceso de modelado.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pd} - d_{nd})}{2 \cdot L} \\ -\omega & -\frac{R}{L} & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pq} - d_{nq})}{2 \cdot L} \\ -\frac{(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & 0 \\ -\frac{(d_{pd} - d_{nd})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{pq} - d_{nq})}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot i_{DC} \quad (3.78)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} \\ -\omega & -\frac{R}{L} & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} \\ -\frac{(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (d_{pd} - d_{nd}) \\ (d_{pq} - d_{nq}) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{v_{pn}}{2 \cdot L} \quad (3.79)$$

3.6. Modelado de la topología NPC con conexión a red

En la figura 3.11, se conecta la topología NPC a red a través de un filtro inductivo y teniendo en cuenta la inductancia de la red. Con una ley de control apropiada, se puede regular el flujo de potencia a través del convertidor, de forma que puede operar como inversor o como rectificador.

En esta aplicación, la red impone la tensión y la frecuencia, mientras que en el lado de continua son variables conocidas la tensión total (v_{pn}) o la corriente (i_{DC}) del bus de continua. Se pretende controlar la corriente de salida del inversor y, por tanto, los flujos de potencia activa y reactiva entre convertidor y red.

El sistema trifásico de la figura 3.11 es de neutro aislado, más adelante se verá el caso de la conexión entre 'o' y 'N'.

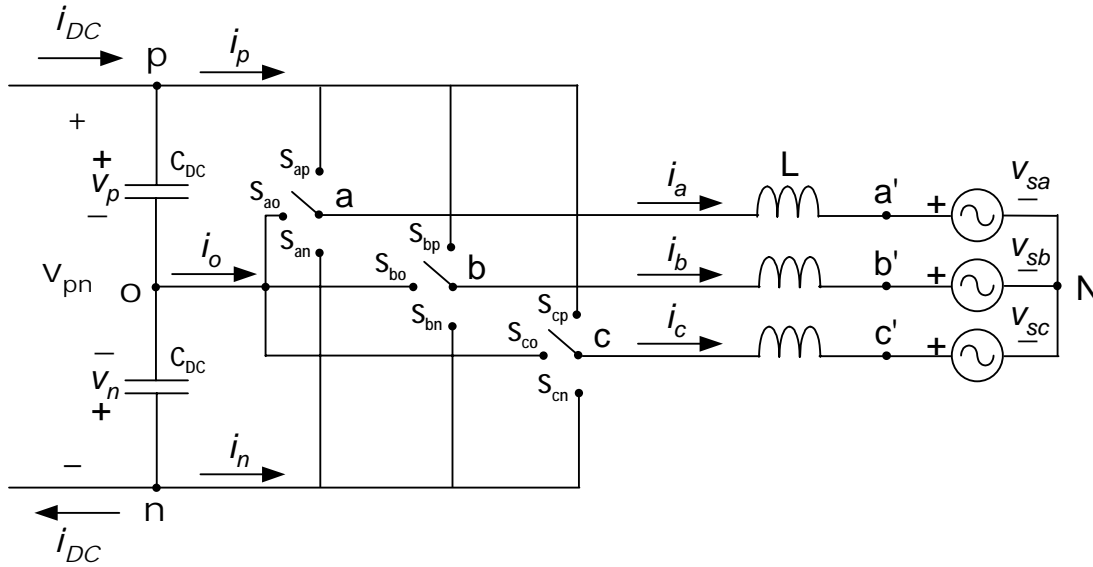


Figura 3.11. Modelo de conmutación del convertidor NPC con conexión a red.

3.6.1. Modelo con i_{DC} conocida

Para el sistema de la figura 3.11 las variables conocidas son la tensión (v_{sa} , v_{sb} , v_{sc}) y frecuencia de la red (ω), además de la corriente del bus de continua (i_{DC}). Se pretende controlar la corriente de salida del convertidor. Las variables a considerar son:

- lado CA: i_a , i_b , i_c
- lado CC: v_p , v_n

No es necesario volver a presentar las expresiones detalladas en el apartado 3.3.1. No obstante, se introduce un matiz sobre $[v_{YN}]$ en la expresión (3.10), al considerar las tensiones de red (3.80).

$$[v_{YN}] = \begin{bmatrix} v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = [v_s] \quad (3.80)$$

Este matiz también afecta a la tensión $[v_{YN}]$ transformada (3.26), por tanto se obtiene (3.81).

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{YNd} \\ v_{YNq} \\ v_{YN0} \end{bmatrix} = [T] \cdot \begin{bmatrix} v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} = [T] \cdot \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

$$[v_{sr}] = [v_{YNr}] = [T] \cdot [v_{YN}] = [T] \cdot [v_s] \quad ; \quad [v_s] = [v_{YN}] = [T]^T \cdot [v_{YNr}] = [T]^T \cdot [v_{sr}]$$

El sistema trifásico de la red suele ser simétrico y equilibrado, por tanto no existe secuencia cero y se tiene $v_{s0} = v_{YN0} = 0$ en (3.81). Las componentes v_{sd} y v_{sq} dependen de la alineación de la

referencia D-Q con el fasor de tensión de red. Con una alineación apropiada, se puede igualar a cero una de las dos componentes, 'd' o 'q'.

Las ecuaciones que describen el comportamiento del convertidor en el dominio 'abc' son (3.82) para el lado de alterna y (3.83) considerando v_p, v_n ó (3.84) considerando v_o, v_{pn} para el lado de continua.

$$\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= -\frac{1}{L} \cdot v_{a'N} + \frac{1}{L} \cdot (v_{ao} - v_{No}) = -\frac{1}{L} \cdot v_{sa} + \frac{1}{L} \cdot (v_{ao} - v_{No}) \\ \frac{di_b}{dt} &= -\frac{1}{L} \cdot v_{b'N} + \frac{1}{L} \cdot (v_{bo} - v_{No}) = -\frac{1}{L} \cdot v_{sb} + \frac{1}{L} \cdot (v_{bo} - v_{No}) \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_c}{dt} &= -\frac{1}{L} \cdot v_{c'N} + \frac{1}{L} \cdot (v_{co} - v_{No}) = -\frac{1}{L} \cdot v_{sc} + \frac{1}{L} \cdot (v_{co} - v_{No}) \\ \frac{dv_p}{dt} &= \frac{1}{C_{DC}} \cdot (-i_p + i_{DC}) \quad ; \quad \frac{dv_n}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_n + i_{DC}) \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_p + i_n) \quad ; \quad \frac{dv_{pn}}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \cdot (2 \cdot i_{DC} - i_p + i_n) \quad (3.84)$$

Aplicando la transformación de Park, se obtiene el modelo de gran señal en el dominio de Park o D-Q (3.85).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & \frac{d_{pd} + d_{nd}}{2 \cdot L} & \frac{d_{pd} - d_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & \frac{d_{pq} + d_{nq}}{2 \cdot L} & \frac{d_{pq} - d_{nq}}{2 \cdot L} \\ \frac{d_{pd} + d_{nd}}{C_{DC}} & \frac{d_{pq} + d_{nq}}{C_{DC}} & 0 & 0 \\ \frac{d_{pd} - d_{nd}}{C_{DC}} & \frac{d_{pq} - d_{nq}}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ i_{DC} \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Observaciones genéricas sobre el modelo de (3.85):

- El modelo es general, válido en gran señal y no lineal.
- Se tienen cuatro variables de estado ($i_{Yd}, i_{Yq}, v_o, v_{pn}$), tres variables de entrada (v_{sd}, v_{sq}, i_{DC}) y cuatro variables de control ($d_{pd}, d_{nd}, d_{pq}, d_{nq}$).
- La tensión de bus de continua (v_{pn}) no está fijada y es la única variable de estado influida por la variable de entrada (i_{DC}).
- La tensión de desequilibrio (v_o) debe mantenerse a cero, condición indispensable para un correcto funcionamiento de la topología NPC. La tensión de desequilibrio (v_o) no está afectada por la corriente del bus de continua i_{DC} .
- Al ser un sistema de neutro aislado, la tensión de salida del convertidor (v_{VSI0}) y la tensión entre el punto medio del bus de continua y el neutro de la carga secuencia cero (v_{No})

(3.33) son las únicas variables que dependen de las relaciones de conducción a secuencia cero.

- La corriente del punto medio del bus de continua (i_o) desarrolla un papel importante en el desequilibrio del bus de continua (3.34).

En las ecuaciones de régimen permanente, se suponen conocidas la tensión y frecuencia de la red V_{sd} , V_{sq} , ω , la corriente del bus de continua I_{DC} , y la corriente de salida I_{Yd} , I_{Yq} , puesto que se desea realizar el control de esta corriente. Se supone que las relaciones de conducción presentan simetría (3.35).

$$D_d = \frac{-L \cdot \omega \cdot I_{Yq} + V_{sd}}{V_{pn}} \quad ; \quad D_q = \frac{L \cdot \omega \cdot I_{Yd} + V_{sq}}{V_{pn}} \quad (3.86)$$

$$V_{pn} = \frac{P}{I_{DC}} = \frac{V_{sd} \cdot I_{Yd} + V_{sq} \cdot I_{Yq}}{I_{DC}}$$

El modelo de pequeña señal se muestra en (3.87).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{I}_{Yd} \\ \hat{I}_{Yq} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & \frac{D_{pd} + D_{nd}}{2 \cdot L} & \frac{D_{pd} - D_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & \frac{D_{pq} + D_{nq}}{2 \cdot L} & \frac{D_{pq} - D_{nq}}{2 \cdot L} \\ -\frac{D_{pd} + D_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{D_{pq} + D_{nq}}{C_{DC}} & 0 & 0 \\ -\frac{D_{pd} - D_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{D_{pq} - D_{nq}}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_{Yd} \\ \hat{I}_{Yq} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{sd} \\ \hat{v}_{sq} \\ \hat{I}_{DC} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

Las observaciones sobre el modelo de pequeña señal (3.87) no difieren sustancialmente de las realizadas para los modelos correspondientes al filtro LC con carga R (3.38)(3.47)(3.48):

- La dinámica de las variables de estado depende de las componentes 'd' y 'q' de las relaciones de conducción. Las componentes a secuencia cero sólo influyen en la dinámica de la perturbación de la tensión v_{No} , no afectando al control del convertidor.
- El modelo (3.87) no tiene en cuenta la simetría en las relaciones de conducción. En caso de considerarla, se aplica (3.35) y se simplifican y/o anulan algunos términos en la ecuación ($D_{pd} + D_{nd} = 0$; $D_{pq} + D_{nq} = 0$, $D_{pd} - D_{nd} = 2 \cdot D_d$; $D_{pq} - D_{nq} = 2 \cdot D_q$). En este caso, la tensión de desequilibrio no afecta ni es afectada por otras variables de estado.

- La dinámica del desequilibrio del bus de continua (v_o) depende de las corrientes de salida y de las variables de control. No hay dependencia directa de las variables de entrada.
- La dinámica de la tensión del bus de continua (v_{pn}) depende de las corrientes de salida, de las variables de control y de la corriente de bus (i_{DC}).

3.6.2. Modelo con v_{pn} conocida

El planteamiento es el mismo que el realizado en el apartado precedente, ahora se conoce la tensión total del bus de continua (v_{pn}) en lugar de la corriente (i_{DC}). Se pretende controlar la corriente de salida del convertidor. Las variables a considerar son:

- lado CA: i_a, i_b, i_c
- lado CC: v_p, v_n (sólo una es independiente puesto que v_{pn} es conocida)

Las ecuaciones del sistema de la figura 3.11 en el dominio 'abc' son (3.82) para el lado de alterna y (3.21) para el lado de continua. Aplicando la transformación D-Q se tiene el modelo de gran señal en el dominio D-Q (3.88).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & \frac{d_{pd} + d_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & \frac{d_{pq} + d_{nq}}{2 \cdot L} \\ -\frac{d_{pd} + d_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{d_{pq} + d_{nq}}{C_{DC}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \frac{d_{pd} - d_{nd}}{2 \cdot L} \\ 0 & -\frac{1}{L} & \frac{d_{pq} - d_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

Algunas observaciones sobre (3.88), en comparación con el modelo (3.85) son:

- El número de variables de estado se reduce a tres (i_{Yd}, i_{Yq}, v_o).
- La tensión de desequilibrio v_o tampoco está afectada directamente por las variables de entrada.

El modelo de régimen permanente no ofrece cambios respecto el obtenido en el apartado anterior.

$$D_d = \frac{-L \cdot \omega \cdot I_{Yq} + V_{sd}}{V_{pn}} \quad ; \quad D_q = \frac{L \cdot \omega \cdot I_{Yd} + V_{sq}}{V_{pn}} \quad (3.89)$$

$$I_{DC} = \frac{P}{V_{pn}} = \frac{V_{sd} \cdot I_{Yd} + V_{sq} \cdot I_{Yq}}{V_{pn}} = D_d \cdot I_{Yd} + D_q \cdot I_{Yq}$$

El modelo de pequeña señal se presenta en (3.90). Si las relaciones de conducción son simétricas, pueden simplificarse algunos términos. No es necesario añadir comentarios adicionales sobre este modelo, aparte de los ya realizados para el modelo de gran señal.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & \frac{D_{pd} + D_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & \frac{D_{pq} + D_{nq}}{2 \cdot L} \\ -\frac{D_{pd} + D_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{D_{pq} + D_{nq}}{C_{DC}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \frac{D_{pd} - D_{nd}}{2 \cdot L} \\ 0 & -\frac{1}{L} & \frac{D_{pq} - D_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_{sd} \\ \hat{v}_{sq} \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

3.6.3. Modelo con 'N' conectado a 'o' e i_{DC} conocida

La figura 3.12 muestra el modelo de conmutación del convertidor NPC con conexión a red, donde se ha realizado la conexión directa entre el punto medio del bus de continua 'o' y el neutro del sistema trifásico 'N'. Las variables conocidas son la corriente del bus de continua, y la tensión y frecuencia de la red. Se pretende controlar la corriente de salida del convertidor e indirectamente, el flujo de potencia activa y reactiva.

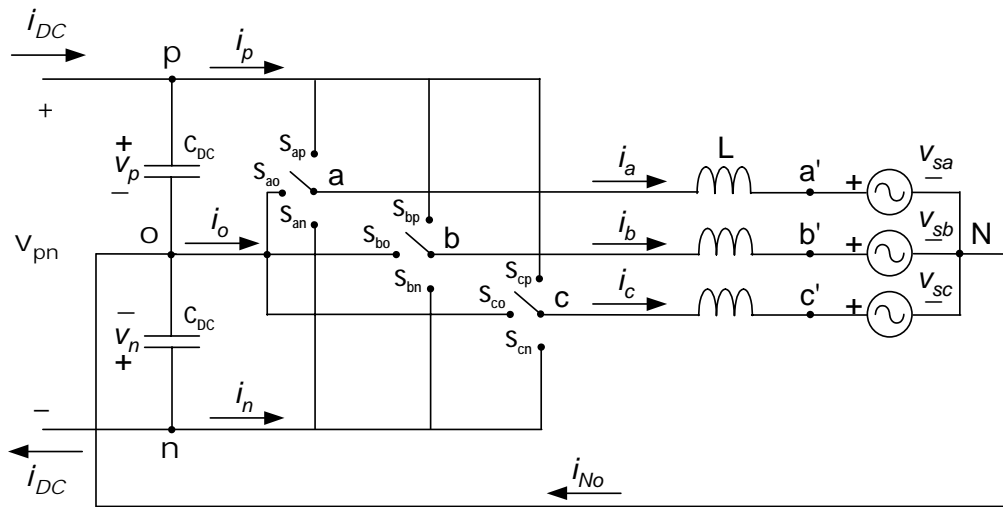


Figura 3.12. Conexión del neutro del sistema trifásico con el punto medio del bus de continua.

Del análisis ya realizado en el apartado 3.3.3, se extrae que $[v_Y] = [v_{YN}] = [v_s]$. Además, es posible la circulación de una corriente por el neutro ($i_{No} = i_a + i_b + i_c$).

El modelo del sistema en el dominio 'abc' se muestra en (3.91), para el lado de alterna y (3.92) o (3.93) para el lado de continua, según se utilice v_p, v_n ó v_o, v_{pn} .

$$\begin{aligned}\frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L} \cdot (v_{ao} - v_{sa}) \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{L} \cdot (v_{bo} - v_{sb}) \\ \frac{di_c}{dt} &= \frac{1}{L} \cdot (v_{co} - v_{sc})\end{aligned}\tag{3.91}$$

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \cdot (-i_p + i_{DC}) \quad ; \quad \frac{dv_n}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_n + i_{DC})\tag{3.92}$$

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_p + i_n) \quad ; \quad \frac{dv_{pn}}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \cdot (2 \cdot i_{DC} - i_p + i_n)\tag{3.93}$$

Aplicando la transformación de Park, se obtiene el modelo en el dominio D-Q (3.94).

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 & \frac{d_{pd} + d_{nd}}{2 \cdot L} & \frac{d_{pd} - d_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{d_{pq} + d_{nq}}{2 \cdot L} & \frac{d_{pq} - d_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d_{p0} + d_{n0}}{2 \cdot L} & \frac{d_{p0} - d_{n0}}{2 \cdot L} \\ -\frac{d_{pd} + d_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{d_{pq} + d_{nq}}{C_{DC}} & -\frac{d_{p0} + d_{n0}}{C_{DC}} & 0 & 0 \\ -\frac{d_{pd} - d_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{d_{pq} - d_{nq}}{C_{DC}} & -\frac{d_{p0} - d_{n0}}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ i_{DC} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3.94}$$

Las observaciones sobre el modelo de (3.94) no difieren de las realizadas para el caso de filtro LC y carga R en el apartado 3.3.3:

- Se tienen cinco variables de estado (i_{Yd} , i_{Yq} , i_{Y0} , v_o , v_{pn}), una variable de entrada (i_{DC}) y seis variables de control (d_{pd} , d_{nd} , d_{pq} , d_{nq} , d_{p0} , d_{n0}).
- La conexión entre 'o' y 'N' habilita un camino para la posible circulación de la corriente homopolar (i_{Y0}) y las ecuaciones de secuencia cero aparecen en el modelo.
- La corriente homopolar influye en la tensión de desequilibrio (v_o) y en la tensión total del bus de continua (v_{pn}).
- Si se controla apropiadamente la corriente homopolar, puede ser empleada para mantener el equilibrio del bus de continua.

- La conexión entre 'N' y 'o' puede resultar beneficiosa para el equilibrio del bus de continua.

El modelo de régimen permanente presenta unas características similares al presentado en el apartado 3.3.3. Si se considera simetría en las relaciones de conducción, se tiene el comportamiento óptimo del sistema, al ser nulas la tensión y corriente a secuencia cero.

$$\begin{aligned}
 D_d &= \frac{-L \cdot \omega \cdot I_{Yq} + V_{sd}}{V_{pn}} \quad ; \quad D_q = \frac{L \cdot \omega \cdot I_{Yd} + V_{sq}}{V_{pn}} \\
 V_{pn} &= \frac{P}{I_{DC}} = \frac{V_{sd} \cdot I_{Yd} + V_{sq} \cdot I_{Yq}}{I_{DC}} \\
 V_{Y0} &= D_0 \cdot V_o = 0 \quad ; \quad V_{Y0} = R \cdot I_{Y0} = 0
 \end{aligned} \tag{3.95}$$

Aplicando los conocidos pasos de la metodología de modelado, se deduce el modelo de pequeña señal (3.96).

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 & \frac{D_{pd} + D_{nd}}{2 \cdot L} & \frac{D_{pd} - D_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{D_{pq} + D_{nq}}{2 \cdot L} & \frac{D_{pq} - D_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{D_{p0} + D_{n0}}{2 \cdot L} & \frac{D_{p0} - D_{n0}}{2 \cdot L} \\ -\frac{D_{pd} + D_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{D_{pq} + D_{nq}}{C_{DC}} & -\frac{D_{p0} + D_{n0}}{C_{DC}} & 0 & 0 \\ -\frac{D_{pd} - D_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{D_{pq} - D_{nq}}{C_{DC}} & -\frac{D_{p0} - D_{n0}}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_o \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix} + \\
 + \begin{bmatrix} \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Y0}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Y0}}{C_{DC}} \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Y0}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Y0}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \\ \hat{d}_{p0} \\ \hat{d}_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{sd} \\ \hat{v}_{sq} \\ \hat{i}_{DC} \end{bmatrix} \tag{3.96}
 \end{aligned}$$

3.6.4. Modelo con 'N' conectado a 'o' y v_{pn} conocida

En este apartado se obtiene el modelo para el sistema de la figura 3.12, igual que en el apartado anterior, pero conociendo la tensión total del bus de continua (v_{pn}) en lugar de la corriente (i_{DC}). Siguiendo los pasos de la metodología de modelado, se obtiene el modelo de gran señal (3.97), de régimen permanente (3.98) y de pequeña señal (3.99).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 & \frac{d_{pd} + d_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{d_{pq} + d_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d_{p0} + d_{n0}}{2 \cdot L} \\ -\frac{d_{pd} + d_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{d_{pq} + d_{nq}}{C_{DC}} & -\frac{d_{p0} + d_{n0}}{C_{DC}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \frac{d_{pd} - d_{nd}}{2 \cdot L} \\ 0 & -\frac{1}{L} & \frac{d_{pq} - d_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & \frac{d_{p0} - d_{n0}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

$$D_d = \frac{-L \cdot \omega \cdot I_{Yq} + V_{sd}}{V_{pn}} \quad ; \quad D_q = \frac{L \cdot \omega \cdot I_{Yd} + V_{sq}}{V_{pn}}$$

$$I_{DC} = \frac{P}{V_{pn}} = \frac{V_{sd} \cdot I_{Yd} + V_{sq} \cdot I_{Yq}}{V_{pn}} = D_d \cdot I_{Yd} + D_q \cdot I_{Yq} \quad (3.98)$$

$$V_{Y0} = D_0 \cdot V_o = 0 \quad ; \quad V_{Y0} = R \cdot I_{Y0} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 & \frac{D_{pd} + D_{nd}}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{D_{pq} + D_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{D_{p0} + D_{n0}}{2 \cdot L} \\ -\frac{D_{pd} + D_{nd}}{C_{DC}} & -\frac{D_{pq} + D_{nq}}{C_{DC}} & -\frac{D_{p0} + D_{n0}}{C_{DC}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_{Yd} \\ \hat{i}_{Yq} \\ \hat{i}_{Y0} \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} + \quad (3.99)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V_o + V_{pn}}{2 \cdot L} & \frac{V_o - V_{pn}}{2 \cdot L} \\ -\frac{I_{Yd}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Yq}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Y0}}{C_{DC}} & -\frac{I_{Y0}}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_{pd} \\ \hat{d}_{nd} \\ \hat{d}_{pq} \\ \hat{d}_{nq} \\ \hat{d}_{p0} \\ \hat{d}_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \frac{D_{pd} - D_{nd}}{2 \cdot L} \\ 0 & -\frac{1}{L} & \frac{D_{pq} - D_{nq}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & \frac{D_{p0} - D_{n0}}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{sd} \\ \hat{v}_{sq} \\ \hat{v}_{pn} \end{bmatrix}$$

3.6.5. Modelo con 'N' conectado a 'o' a través de una inductancia

Sea el convertidor NPC con conexión a red, donde se conecta el punto medio del bus de continua 'o' con el neutro de la red 'N' a través de una inductancia L_N , ver figura 3.13. Se realiza un planteamiento similar al realizado en el apartado 3.3.5, con filtro LC y carga R. Se conoce, en el lado de continua, la corriente del bus (i_{DC}) o la tensión total (v_{pn}). En el lado de alterna son variables conocidas la tensión y la frecuencia de la red. Se desea controlar la corriente de salida del convertidor. Las variables a considerar son:

- lado CA: i_a, i_b, i_c
- lado CC: v_p, v_n
- conexión 'N'-'o': i_{No}

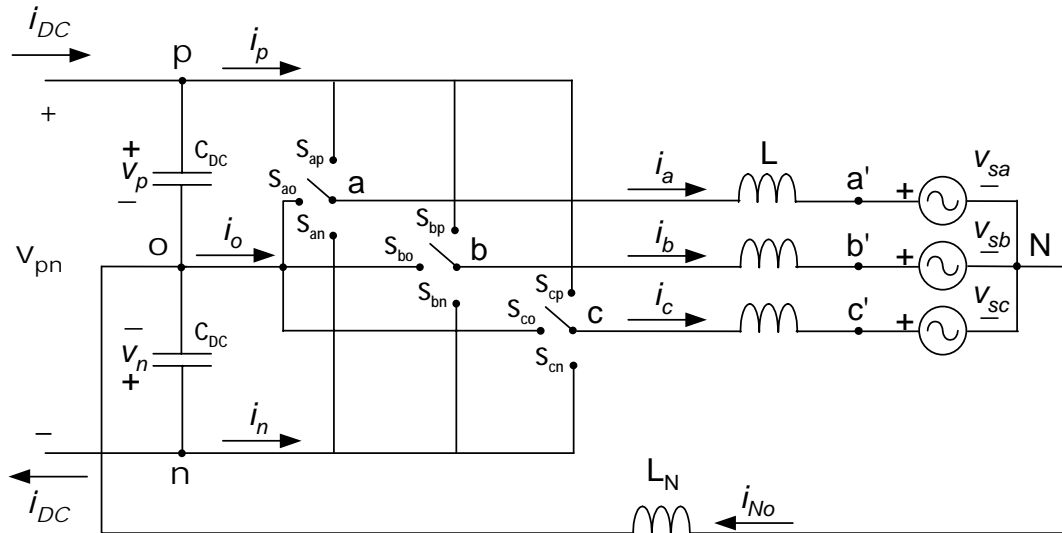


Figura 3.13. Conexión entre 'N' y 'o' a través de una inductancia L_N .

Se puede comprobar que la presencia de la inductancia L_N produce una nueva relación entre las variables de alterna (3.100)

$$\begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L+L_N & L & L \\ L & L+L_N & L \\ L & L & L+L_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{a'N} \\ v_{b'N} \\ v_{c'N} \end{bmatrix} = [L] \cdot [i_Y] + \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \Rightarrow \quad (3.100)$$

$$\Rightarrow [v] = [L] \cdot [i_Y] + [v_{YN}] = [L] \cdot [i_Y] + [v_s]$$

Empleando la metodología de modelado, se obtienen los modelos de gran señal en el dominio D-Q, con i_{DC} conocida (3.101) o con v_{pn} conocida (3.102). Los modelos de régimen permanente y de pequeña señal se pueden calcular aplicando los correspondientes pasos del proceso de modelado.

Las observaciones sobre los modelos de gran señal (3.101) y (3.102) son las mismas que las realizadas para el caso de filtro LC y carga R:

- La inclusión de L_N no supone introducir una nueva variable de estado respecto a la conexión 'N'-'o' directa, puesto que la corriente i_{No} a través de L_N es la corriente homopolar i_{Y0} .
- La inclusión de L_N sólo afecta a la ecuación de la corriente homopolar. Puede entenderse que se incrementa la impedancia en el camino de la corriente a secuencia cero.
- La conexión 'N'-'o' reporta beneficios en el equilibrado del bus de continua.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pd} - d_{nd})}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} & \frac{(d_{pq} - d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(d_{p0} + d_{n0})}{2 \cdot (L + 3 \cdot L_N)} & \frac{(d_{p0} - d_{n0})}{2 \cdot (L + 3 \cdot L_N)} \\ -\frac{(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{p0} + d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 \\ -\frac{(d_{pd} - d_{nd})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{pq} - d_{nq})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{p0} - d_{n0})}{C_{DC}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \\ v_{pn} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{C_{DC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ i_{DC} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.101}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 & \frac{(d_{pd} + d_{nd})}{2 \cdot L} \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{(d_{pq} + d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(d_{p0} + d_{n0})}{2 \cdot (L + 3 \cdot L_N)} \\ -\frac{(d_{pd} + d_{nd})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{pq} + d_{nq})}{C_{DC}} & -\frac{(d_{p0} + d_{n0})}{C_{DC}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \\ v_o \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \frac{(d_{pd} - d_{nd})}{2 \cdot L} \\ 0 & -\frac{1}{L} & \frac{(d_{pq} - d_{nq})}{2 \cdot L} \\ 0 & 0 & \frac{(d_{p0} - d_{n0})}{2 \cdot (L + 3 \cdot L_N)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{pn} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.102}$$

3.7. Extensión del modelo a N niveles

En este apartado se extiende a N niveles el modelo para tres niveles con filtro LC y carga R hallado en el apartado 3.3.1. Con ello, se pretende ilustrar que la metodología de modelado es apta, además de para cualquier tipo de filtros y cargas, para cualquier número de niveles.

El número par o impar de niveles puede influir en el modelado. Si el número de niveles es impar, el bus de continua presenta punto medio y, por tanto, resulta más intuitivo tomar este punto como referencia. Si el número de niveles es par, no existe punto medio en el bus de continua y, en este caso, la referencia más lógica es el raíl negativo del bus de continua. Esta última referencia también puede ser empleada con un número impar de niveles. Por esta causa, se ha dividido el modelado en dos bloques, teniendo en cuenta la posibilidad de disponer de un número par o impar de niveles en el bus de continua. No obstante, también se puede considerar, para un número par de niveles, un punto medio virtual en el bus de continua.

3.7.1. Número de niveles N impar

La figura 3.14 muestra el modelo de conmutación para la fase 'a' cuando se tienen N niveles, con N impar. Este modelo debe extenderse idénticamente a las fases 'b' y 'c'. La carga trifásica es la presentada en la figura 3.4, un filtro LC con carga R. La tensión del bus de continua (v_{pn}) es conocida y se pretende realizar el control de la tensión aplicada a la carga. Como referencia, se considera el punto medio del bus de continua.

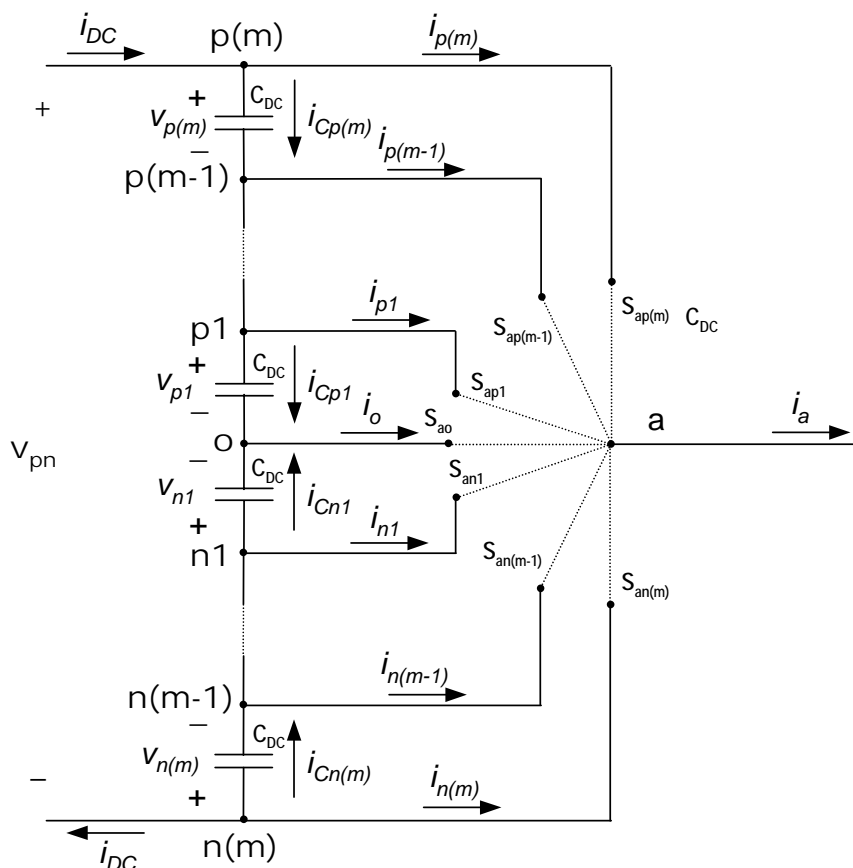


Figura 3.14. Modelo de conmutación para la fase 'a' con un número impar de niveles.

Para un número N impar de niveles se define:

$$m = \frac{N - 1}{2} \quad (3.103)$$

Paso 1. Elección de las funciones de conmutación.

Se emplean funciones de conmutación de fase, con la definición ya conocida. Para el caso general con N niveles, N impar, se debe cumplir la condición (3.104).

$$\sum_{j=1}^m S_{ipj} + S_{io} + \sum_{j=1}^m S_{inj} = 1 \quad \text{donde} \quad i \in \{a, b, c\} \quad (3.104)$$

Paso 2. Relacionar tensiones y corrientes entre los lados de continua y alterna.

De la figura 3.5, se deducen (3.105) y (3.106).

$$[v] = \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ap(m)} & S_{ap(m-1)} & \dots & S_{ap1} & S_{an1} & \dots & S_{an(m-1)} & S_{an(m)} \\ S_{bp(m)} & S_{bp(m-1)} & \dots & S_{bp1} & S_{bn1} & \dots & S_{bn(m-1)} & S_{bn(m)} \\ S_{cp(m)} & S_{cp(m-1)} & \dots & S_{cp1} & S_{cn1} & \dots & S_{cn(m-1)} & S_{cn(m)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m v_{p(i)} \\ \sum_{i=1}^{m-1} v_{p(i)} \\ \vdots \\ v_{p1} \\ v_{n1} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{m-1} v_{n(i)} \\ \sum_{i=1}^m v_{n(i)} \end{bmatrix} = [S_1] \cdot [v_{cc1}]$$

donde

$$[S_1] = \begin{bmatrix} S_{ap(m)} & S_{ap(m-1)} & \dots & S_{ap1} & S_{an1} & \dots & S_{an(m-1)} & S_{an(m)} \\ S_{bp(m)} & S_{bp(m-1)} & \dots & S_{bp1} & S_{bn1} & \dots & S_{bn(m-1)} & S_{bn(m)} \\ S_{cp(m)} & S_{cp(m-1)} & \dots & S_{cp1} & S_{cn1} & \dots & S_{cn(m-1)} & S_{cn(m)} \end{bmatrix}$$

$$[v_{cc1}] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m v_{p(i)} \\ \sum_{i=1}^{m-1} v_{p(i)} \\ \vdots \\ v_{p1} \\ v_{n1} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{m-1} v_{n(i)} \\ \sum_{i=1}^m v_{n(i)} \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

$$[i_{cc1}] = \begin{bmatrix} i_{p(m)} \\ i_{p(m-1)} \\ \vdots \\ i_{p1} \\ i_{n1} \\ \vdots \\ i_{n(m-1)} \\ i_{n(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ap(m)} & S_{bp(m)} & S_{cp(m)} \\ S_{ap(m-1)} & S_{bp(m-1)} & S_{cp(m-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{ap1} & S_{bp1} & S_{cp1} \\ S_{an1} & S_{bn1} & S_{cn1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{an(m-1)} & S_{bn(m-1)} & S_{cn(m-1)} \\ S_{an(m)} & S_{bn(m)} & S_{cn(m)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [S_1]^T \cdot [i_Y] \quad (3.106)$$

Paso 3. Aplicación del operador de promediado.

Las expresiones (3.107)-(3.109) son las versiones promediadas de (3.104)-(3.106).

$$\sum_{j=1}^m d_{ipj} + d_{io} + \sum_{j=1}^m d_{inj} = 1 \quad \text{donde} \quad i \in \{a, b, c\} \quad (3.107)$$

$$[v] = \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ap(m)} & d_{ap(m-1)} & \dots & d_{ap1} & d_{an1} & \dots & d_{an(m-1)} & d_{an(m)} \\ d_{bp(m)} & d_{bp(m-1)} & \dots & d_{bp1} & d_{bn1} & \dots & d_{bn(m-1)} & d_{bn(m)} \\ d_{cp(m)} & d_{cp(m-1)} & \dots & d_{cp1} & d_{cn1} & \dots & d_{cn(m-1)} & d_{cn(m)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m v_{p(i)} \\ \sum_{i=1}^{m-1} v_{p(i)} \\ \vdots \\ v_{p1} \\ v_{n1} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{m-1} v_{n(i)} \\ \sum_{i=1}^m v_{n(i)} \end{bmatrix} = [d_1] \cdot [v_{cc1}] \quad (3.108)$$

$$[i_{cc1}] = \begin{bmatrix} i_{p(m)} \\ i_{p(m-1)} \\ \vdots \\ i_{p1} \\ i_{n1} \\ \vdots \\ i_{n(m-1)} \\ i_{n(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ap(m)} & d_{bp(m)} & d_{cp(m)} \\ d_{ap(m-1)} & d_{bp(m-1)} & d_{cp(m-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{ap1} & d_{bp1} & d_{cp1} \\ d_{an1} & d_{bn1} & d_{cn1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{an(m-1)} & d_{bn(m-1)} & d_{cn(m-1)} \\ d_{an(m)} & d_{bn(m)} & d_{cn(m)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [d_1]^T \cdot [i_Y] \quad (3.109)$$

Paso 4. Aplicación de las leyes de Kirchhoff. Modelo de gran señal.

En el sistema a modelar son variables conocidas la tensión del bus de continua (v_{pn}) y la frecuencia de la tensión de salida ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$). Se pretende realizar el control de la tensión aplicada a la carga. Los componentes pasivos son ideales y el sistema trifásico es simétrico y equilibrado. Las capacidades del bus de continua son ideales y de idéntico valor (C_{DC}).

Las variables a considerar son:

- lado CA: $i_a, i_b, i_c, v_{a'N}, v_{b'N}, v_{c'N}$
- lado CC: $v_{p(m)}, v_{p(m-1)}, \dots, v_{p1}, v_{n1}, \dots, v_{n(m-1)}, v_{n(m)}$

El lado de alterna del sistema no presenta diferencias aunque el número de niveles varíe. Por ello, el modelo extraído para tres niveles sigue siendo válido para un número de niveles N impar, ver ecuaciones (3.9)-(3.13).

El lado de continua ofrece cambios sustanciales respecto el caso de tres niveles. En cualquier caso, puesto que la tensión del bus de continua (v_{pn}) es un valor conocido, una de las tensiones de las N-1 capacidades será dependiente y no se puede considerar como variable de estado.

Del análisis de la figura 3.14, se extraen las ecuaciones del bus de continua (3.110)(3.111).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{p(m)} \\ v_{p(m-1)} \\ \vdots \\ v_{p1} \\ v_{n1} \\ \vdots \\ v_{n(m-1)} \\ v_{n(m)} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot i_{DC} - \frac{1}{C} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{p(m)} \\ i_{p(m-1)} \\ \vdots \\ i_{p1} \\ i_{n1} \\ \vdots \\ i_{n(m-1)} \\ i_{n(m)} \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

siendo

$$i_{DC} = \frac{1}{N-1} \cdot \begin{bmatrix} m & m-1 & \dots & 1 & -1 & \dots & -(m-1) & -m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{p(m)} \\ i_{p(m-1)} \\ \vdots \\ i_{p1} \\ i_{n1} \\ \vdots \\ i_{n(m-1)} \\ i_{n(m)} \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

En consecuencia, (3.110) se puede expresar:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{p(m)} \\ v_{p(m-1)} \\ \vdots \\ v_{p1} \\ v_{n1} \\ \vdots \\ v_{n(m-1)} \\ v_{n(m)} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \cdot \left(\begin{bmatrix} m & (m-1) & \dots & 1 & -1 & \dots & -(m-1) & -m \\ m & (m-1) & \dots & 1 & -1 & \dots & -(m-1) & -m \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ m & (m-1) & \dots & 1 & -1 & \dots & -(m-1) & -m \\ -m & -(m-1) & \dots & -1 & 1 & \dots & (m-1) & m \\ -m & -(m-1) & \dots & -1 & 1 & \dots & (m-1) & m \\ -m & -(m-1) & \dots & -1 & 1 & \dots & (m-1) & m \\ -m & -(m-1) & \dots & -1 & 1 & \dots & (m-1) & m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{p(m)} \\ i_{p(m-1)} \\ \vdots \\ i_{p1} \\ i_{n1} \\ \vdots \\ i_{n(m-1)} \\ i_{n(m)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{p(m)} \\ i_{p(m-1)} \\ \vdots \\ i_{p1} \\ i_{n1} \\ \vdots \\ i_{n(m-1)} \\ i_{n(m)} \end{bmatrix} \right) \quad (3.112)$$

El modelo del sistema en el espacio de estado y dominio 'abc' se obtiene reuniendo las ecuaciones (3.11) y (3.112).

Paso 5. Transformación de Park o D-Q. Modelo de gran señal en D-Q.

De la aplicación de la transformación de Park se establecen las relaciones de conducción transformadas (3.113).

$$[d_{1r}] = \begin{bmatrix} d_{p(m)d} & d_{p(m-1)d} & \cdots & d_{p1d} & d_{n1d} & \cdots & d_{n(m-1)d} & d_{n(m)d} \\ d_{p(m)q} & d_{p(m-1)q} & \cdots & d_{p1q} & d_{n1q} & \cdots & d_{n(m-1)q} & d_{n(m)q} \\ d_{p(m)0} & d_{p(m-1)0} & \cdots & d_{p10} & d_{n10} & \cdots & d_{n(m-1)0} & d_{n(m)0} \end{bmatrix} = [T] \cdot [d_1] \quad (3.113)$$

de donde se extraen las relaciones de conducción a secuencia cero (3.114).

$$d_{p(i)0} = \frac{d_{ap(i)} + d_{bp(i)} + d_{cp(i)}}{\sqrt{3}} ; \quad d_{n(i)0} = \frac{d_{an(i)} + d_{bn(i)} + d_{cn(i)}}{\sqrt{3}} \quad \text{donde } i \in \{1, m\} \quad (3.114)$$

Considerando las ecuaciones (3.24)-(3.27), válidas para cualquier número N de niveles, se obtienen las relaciones entre tensiones y corrientes de los lados de continua y alterna en el dominio D-Q (3.115)(3.116).

$$\begin{bmatrix} v_{VS1d} \\ v_{VS1q} \\ v_{VS10} \end{bmatrix} = [d_{1r}] \cdot [v_{cc1}] \quad (3.115)$$

$$[i_{cc1}] = [d_{1r}]^T \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

La transformación de Park se aplica separadamente a los lados de alterna y de continua del sistema. Del Apéndice B se tiene, para el lado de alterna, la expresión (3.117).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \end{bmatrix} &= -\omega \cdot \begin{bmatrix} -i_{Yq} \\ i_{Yd} \end{bmatrix} - \frac{1}{L} \cdot \begin{bmatrix} v_{Yd} \\ v_{Yq} \end{bmatrix} + \frac{1}{L} \cdot \begin{bmatrix} v_{VS1d} \\ v_{VS1q} \end{bmatrix} \\ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{Yd} \\ v_{Yq} \end{bmatrix} &= \frac{1}{C} \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \end{bmatrix} - \omega \cdot \begin{bmatrix} -v_{Yq} \\ v_{Yd} \end{bmatrix} - \frac{1}{RC} \cdot \begin{bmatrix} v_{Yd} \\ v_{Yq} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.117)$$

Aplicando la expresión (3.115) sobre (3.117), resulta el modelo en el espacio de estado y dominio D-Q que representa el lado de alterna del sistema, puesto que la ecuación (3.117) expresa las tensiones de salida del convertidor en función de las relaciones de conducción transformadas y de las tensiones del bus de continua.

El modelo en D-Q que representa el lado de continua se obtiene de aplicar la ecuación de corrientes (3.116) sobre la expresión (3.112). De esta manera, las tensiones del bus de continua

quedan expresadas en función de las corrientes de alterna D-Q (i_{yd} , i_{yq}) y de las relaciones de conducción transformadas.

Considerando los modelos en D-Q para el lado de alterna y de continua, se obtiene el modelo completo en el espacio de estado, dominio D-Q, modelo de gran señal y no lineal. La figura 3.15 ilustra la obtención del modelo a partir de las ecuaciones ya descritas.

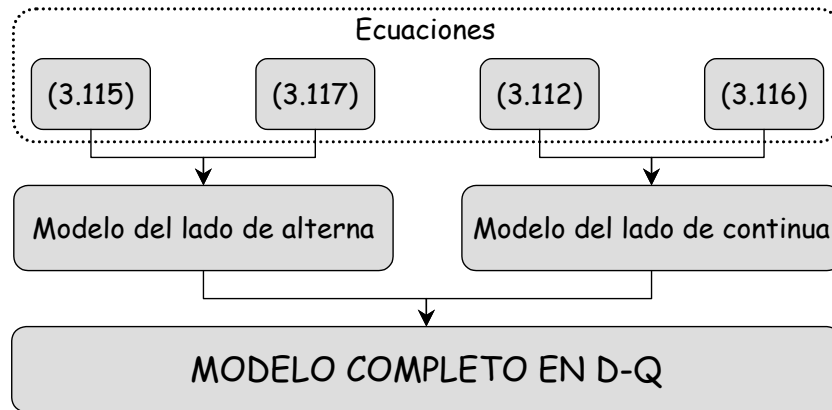


Figura 3.15. Obtención del modelo completo del sistema en D-Q, para N niveles, N impar.

Los modelos de régimen permanente y de pequeña señal se obtienen aplicando los ya conocidos pasos 6 y 7 del proceso de modelado, tal como se describe en el Apéndice B.

3.7.2. Número de niveles N par o impar

La figura 3.16 muestra el modelo de conmutación para la fase 'a' cuando se tienen N niveles, con N par o impar. Este modelo debe extenderse idénticamente a las fases 'b' y 'c'. La carga trifásica es la presentada en la figura 3.4, un filtro LC con carga R. La tensión del bus de continua (v_{pn}) es conocida y se pretende realizar el control de la tensión aplicada a la carga. Como referencia, se considera el raíl negativo del bus de continua.

Paso 1. Elección de las funciones de conmutación.

Por inspección de la figura 3.16, empleando funciones de conmutación de fase, se debe cumplir la condición (3.118), para el caso general con N niveles, donde N puede ser un número par o impar.

$$S_{i0} + S_{i1} + \dots + S_{i(N-1)} = \sum_{j=0}^{N-1} S_{ij} = 1 \quad \text{donde} \quad i \in \{a, b, c\} \quad (3.118)$$

Paso 2. Relacionar tensiones y corrientes entre los lados de continua y alterna.

De la figura 3.16, se deducen (3.119) y (3.120).

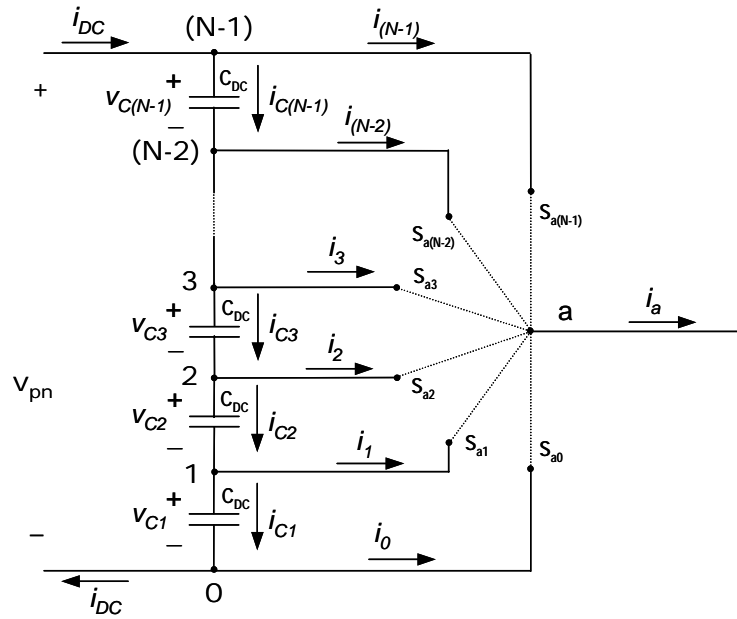


Figura 3.16. Modelo de conmutación para la fase 'a', referido al raíl negativo del bus de continua.

$$[v] = \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{a(N-1)} & S_{a(N-2)} & \cdots & S_{a2} & S_{a1} \\ S_{b(N-1)} & S_{b(N-2)} & \cdots & S_{b2} & S_{b1} \\ S_{c(N-1)} & S_{c(N-2)} & \cdots & S_{c2} & S_{c1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N-1} v_{C(i)} \\ \sum_{i=1}^{N-2} v_{C(i)} \\ \vdots \\ v_{C1} + v_{C2} \\ v_{C1} \end{bmatrix} = [S_2] \cdot [v_{cc2}]$$

donde

$$[S_2] = \begin{bmatrix} S_{a(N-1)} & S_{a(N-2)} & \cdots & S_{a2} & S_{a1} \\ S_{b(N-1)} & S_{b(N-2)} & \cdots & S_{b2} & S_{b1} \\ S_{c(N-1)} & S_{c(N-2)} & \cdots & S_{c2} & S_{c1} \end{bmatrix}$$

$$[v_{cc2}] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N-1} v_{C(i)} \\ \sum_{i=1}^{N-2} v_{C(i)} \\ \vdots \\ v_{C1} + v_{C2} \\ v_{C1} \end{bmatrix} \quad (3.119)$$

$$[i_{cc2}] = \begin{bmatrix} i_{(N-1)} \\ i_{(N-2)} \\ \vdots \\ i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{a(N-1)} & S_{b(N-1)} & S_{c(N-1)} \\ S_{a(N-2)} & S_{b(N-2)} & S_{c(N-2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{a2} & S_{b2} & S_{c2} \\ S_{a1} & S_{b1} & S_{c1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [S_2]^T \cdot [i_Y] \quad (3.120)$$

Paso 3. Aplicación del operador de promediado.

Las expresiones (3.121)-(3.123) son las versiones promediadas de (3.118)-(3.120).

$$d_{i0} + d_{i1} + \dots + d_{i(N-1)} = \sum_{j=0}^{N-1} d_{ij} = 1 \quad \text{donde} \quad i \in \{a, b, c\} \quad (3.121)$$

$$[v] = \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{a(N-1)} & d_{a(N-2)} & \dots & d_{a2} & d_{a1} \\ d_{b(N-1)} & d_{b(N-2)} & \dots & d_{b2} & d_{b1} \\ d_{c(N-1)} & d_{c(N-2)} & \dots & d_{c2} & d_{c1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N-1} v_{C(i)} \\ \sum_{i=1}^{N-2} v_{C(i)} \\ \vdots \\ v_{C1} + v_{C2} \\ v_{C1} \end{bmatrix} = [d_2] \cdot [v_{cc2}] \quad (3.122)$$

$$[i_{cc2}] = \begin{bmatrix} i_{(N-1)} \\ i_{(N-2)} \\ \vdots \\ i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{a(N-1)} & d_{b(N-1)} & d_{c(N-1)} \\ d_{a(N-2)} & d_{b(N-2)} & d_{c(N-2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{a2} & d_{b2} & d_{c2} \\ d_{a1} & d_{b1} & d_{c1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [d_2]^T \cdot [i_Y] \quad (3.123)$$

Paso 4. Aplicación de las leyes de Kirchoff. Modelo de gran señal.

Teniendo en cuenta idénticas condiciones respecto al caso N impar, las variables a considerar son:

- lado CA: $i_a, i_b, i_c, v_{a'N}, v_{b'N}, v_{c'N}$
- lado CC: $v_{C(N-1)}, v_{C(N-2)}, \dots, v_{C2}, v_{C1}$

El lado de alterna del sistema resta invariado respecto los sistemas ya estudiados, expresado en la ecuación (3.11). El lado de continua queda referido al raíl negativo del bus de continua. Nuevamente, una de las tensiones de las N-1 capacidades será dependiente y no se puede considerar como variable de estado, puesto que la tensión del bus de continua (v_{pm}) es un valor conocido.

Del análisis de la figura 3.16, se extraen las ecuaciones del bus de continua (3.124)-(3.126).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{C(N-1)} \\ v_{C(N-2)} \\ \vdots \\ v_{C2} \\ v_{C1} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot i_{DC} - \frac{1}{C} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{(N-1)} \\ i_{(N-2)} \\ \vdots \\ i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} \quad (3.124)$$

siendo

$$i_{DC} = \frac{1}{N-1} \cdot \begin{bmatrix} (N-1) & (N-2) & \dots & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{(N-1)} \\ i_{(N-2)} \\ \vdots \\ i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} \quad (3.125)$$

En consecuencia, (3.124) se puede expresar:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{C(N-1)} \\ v_{C(N-2)} \\ \vdots \\ v_{C2} \\ v_{C1} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \cdot \left(\begin{bmatrix} (N-1) & (N-2) & \dots & 2 & 1 \\ (N-1) & (N-2) & \dots & 2 & 1 \\ (N-1) & (N-2) & \dots & 2 & 1 \\ (N-1) & (N-2) & \dots & 2 & 1 \\ (N-1) & (N-2) & \dots & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{(N-1)} \\ i_{(N-2)} \\ \vdots \\ i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{(N-1)} \\ i_{(N-2)} \\ \vdots \\ i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} \right) \quad (3.126)$$

El modelo del sistema en el espacio de estado y dominio 'abc' se obtiene reuniendo las ecuaciones (3.11), por el lado de alterna y (3.126), por el lado de continua.

Paso 5. Transformación de Park o D-Q. Modelo de gran señal en D-Q.

De la aplicación de la transformación de Park se establecen las relaciones de conducción transformadas (3.127).

$$[d_{2r}] = \begin{bmatrix} d_{(N-1)d} & d_{(N-2)d} & \dots & d_{2d} & d_{1d} \\ d_{(N-1)q} & d_{(N-2)q} & \dots & d_{2q} & d_{1q} \\ d_{(N-1)0} & d_{(N-2)0} & \dots & d_{20} & d_{10} \end{bmatrix} = [T] \cdot [d_2] \quad (3.127)$$

de donde se extraen las relaciones de conducción a secuencia cero (3.128).

$$d_{(i)0} = \frac{d_{a(i)} + d_{b(i)} + d_{c(i)}}{\sqrt{3}} \quad \text{donde } i \in \{1, N-1\} \quad (3.128)$$

Considerando las ecuaciones (3.24)-(3.27), válidas para cualquier número N de niveles, se obtienen las relaciones entre tensiones y corrientes de los lados de continua y alterna en el dominio D-Q (3.129)(3.130).

$$\begin{bmatrix} v_{VSI d} \\ v_{VSI q} \\ v_{VSI 0} \end{bmatrix} = [d_{2r}] \cdot [v_{cc2}] \quad (3.129)$$

$$[i_{cc2}] = [d_{2r}]^T \cdot \begin{bmatrix} i_{Yd} \\ i_{Yq} \\ i_{Y0} \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

La transformación de Park se aplica separadamente a los lados de alterna y de continua del sistema. Del Apéndice B se tiene, para el lado de alterna, la expresión (3.117), independiente del número de niveles.

De forma análoga al caso con N impar, se aplica la relación (3.129) sobre (3.117), donde resulta el modelo en el espacio de estado y dominio D-Q que representa el lado de alterna del sistema. Por otro lado, se aplica la ecuación de corrientes (3.130) sobre la expresión (3.112), para obtener el modelo D-Q del lado de continua.

Considerando los modelos en D-Q para el lado de alterna y de continua, se obtiene el modelo completo en el espacio de estado, dominio D-Q, modelo de gran señal y no lineal, tal como se observa en la figura 3.17.

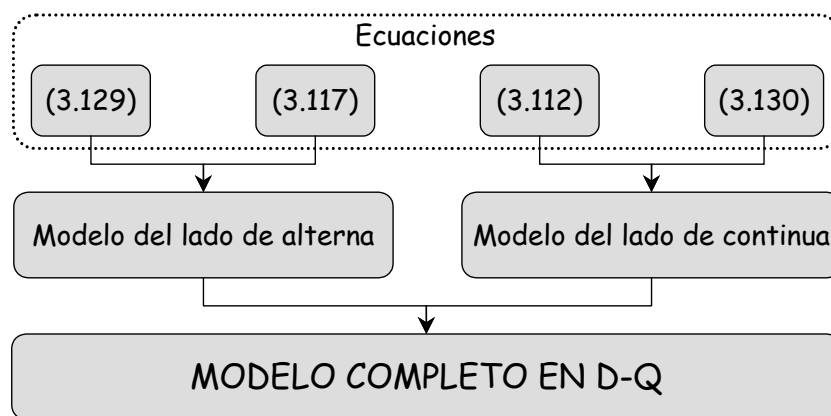


Figura 3.17. Obtención del modelo completo del sistema en D-Q, N niveles.

Los modelos de régimen permanente y de pequeña señal se obtienen aplicando los ya conocidos pasos 6 y 7 del proceso de modelado, ver Apéndice B.

3.8. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una metodología de modelado aplicable a cualquier tipo de convertidor CC/CA, sea cual sea su topología, su número de niveles, el filtro empleado o la carga conectada.

Este proceso de modelado se ha aplicado de forma ilustrativa sobre la topología NPC con filtro LC pasabajos y carga resistiva, permitiendo obtener los modelos de gran señal, régimen permanente y pequeña señal en el dominio de Park o D-Q. También se ha aplicado la metodología de modelado para hallar el modelo del convertidor NPC con otros filtros y cargas (R, RL, conexión a red, sistemas trifásicos con neutro accesible). El proceso de modelado se

muestra válido, además, para cualquier número de niveles, aunque la complejidad del modelo se incrementa notablemente conforme aumenta el número de niveles.

Con la metodología descrita, pueden modelarse otras aplicaciones aparte de las mostradas. Por ejemplo, accionamientos de motores de alterna donde, además del modelo del convertidor, debe incorporarse el modelo del motor en el dominio D-Q o convertidores CA/CC/CA (*back-to-back*), donde se tiene el modelo de dos convertidores unidos por el bus de continua.

Se ha sistematizado el proceso de modelado presentando los pasos a seguir para modelar cualquier convertidor CC/CA. El proceso de modelado o la sistematización de la metodología propuesta no pueden considerarse aportaciones de esta tesis, puesto que este método de modelado ha sido empleado por diversos autores. En cualquier caso, algunos de los modelos presentados en este capítulo, resultado de la aplicación de la metodología de modelado, son originales y constituyen contribuciones de esta tesis.

En el proceso de modelado se ha considerado que el sistema trifásico es simétrico y equilibrado, además de suponer carga equilibrada. Una posible línea de trabajo futura consiste en desarrollar los modelos presentados en este capítulo, en el supuesto que el sistema trifásico esté desequilibrado y/o carga trifásica desequilibrada.