

2. MODELS MATEMÀTICS DEL MOTOR D'INDUCCIÓ I DELS SISTEMES *SENSORLESS*

2.1 Model del motor d'inducció

2.1.1 Sistemes de referència i transformacions vectorials

Per poder treballar amb el model del motor s'utilitzen diversos eixos de referència. Bàsicament es poden utilitzar tres criteris per classificar-los. En primer lloc, segons si són estàtics o mòbils, es parla d'eixos fixos en l'espai o d'eixos rotatius. El segon criteri es basa en l'ortonormalitat: segons aquest criteri es distingeix entre eixos ortonormals i eixos trifàsics (sistema format per tres eixos en el mateix pla, on cadascun representa una de les tres línies d'alimentació). El tercer criteri es basa en el sistema sobre el qual es projecten totes les magnituds del sistema de referència: sobre l'estator o sobre el rotor. La taula següent resumeix aquesta classificació:

Taula 2-01 Eixos de referència

EIXOS	trifàsics	ortonormals
estacionaris	sistema de referència trifàsic fix (A, B, C o I, II, III)	sistema de referència ortonormal estacionari (i, ii o D, Q)
rotatius	sistema de referència trifàsic giratori (a, b, c)	sistema de referència ortonormal giratori (x, y)

Pel que fa a la projecció de les magnituds es posa un exemple: les magnituds rotòriques en eixos ortonormals estacionaris referits a l'estator s'anomenen amb el subíndex d, q .

Dins del grup dels eixos giratoris hi ha una extensa subclassificació, ja que es pot fixar un d'aquests eixos a qualsevol de les magnituds fasorials del sistema. D'aquesta manera s'obtenen tants sistemes de referència com variables diferents hi ha en el sistema descrit.

Depenent del tipus de magnitud que es vulgui descriure, serà més eficient utilitzar un sistema de referència o un altre. Tot seguit es posa un exemple per a l'ús de cada un dels sistemes de referència anteriors. El sistema d'eixos trifàsics estacionaris es pot emprar per descriure les tensions

d'alimentació estatòriques del motor; el sistema d'eixos trifàsics rotatius solidaris al rotor pot ser útil a l'hora de descriure els corrents dels bobinatges rotòrics en el model trifàsic del rotor; els eixos estacionaris ortonormals s'utilitzen per descriure o fer el seguiment de la màquina mitjançant només dues equacions en comptes de tres donat que en sistemes amb neutre aïllat una de les equacions és combinació lineal de les altres dues, i els sistema d'eixos ortonormals giratoris, una vegada seleccionada acuradament la magnitud sobre la qual es fixa un dels eixos, es pot utilitzar per realitzar el control de parell i de flux per separat, ja que es tracta d'un sistema desacoblat (FOC) [Blaschke 1972]. La implementació real es mostra a [TI BPRA043 1996].

2.1.1.1 TRANSFORMADA DE CLARK

La transformada de Clark permet transformar els valors de qualsevol magnitud, \bar{x} , d'eixos trifàsics, (x_I, x_{II}, x_{III}) a eixos ortonormals (x_i, x_{ii}) . Per fer això primer cal conèixer el valor del fasor resultant; com que es tracta d'eixos no ortogonals desfasats $2\pi/3$ rad, cal recórrer a l'operador complex espacial a ($a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$):

$$\bar{x} = 1 \cdot x_I + a \cdot x_{II} + a^2 \cdot x_{III} \quad (\text{Eq. 2-01})$$

$$\bar{x} = |\bar{x}|e^{j\alpha} = x_i + jx_{ii} \quad (\text{Eq. 2-02})$$

$$x_i = c \left[x_I - \frac{1}{2}x_{II} - \frac{1}{2}x_{III} \right] \quad (\text{Eq. 2-03})$$

$$x_{ii} = c \left(\frac{\sqrt{3}}{2} (x_{II} - x_{III}) \right) \quad (\text{Eq. 2-04})$$

amb $c = \sqrt{2/3}$ en la formulació de la potència com a invariant.

La figura següent mostra la disposició d'aquests dos eixos de coordenades (fig. 2-01). L'única condició necessària perquè la transformació sigui vàlida és que el primer eix de les coordenades trifàsiques ha de ser solidari a l'eix d'abscisses de les coordenades ortonormals:

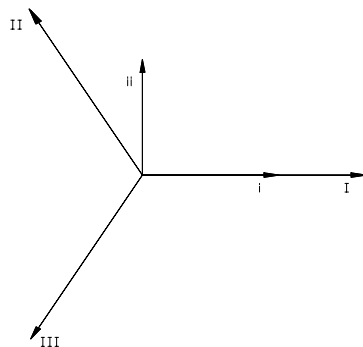


Fig. 2-01 Eixos de coordenades genèriques trifàsiques (I, II, III) i eixos de coordenades genèriques ortonormals (i, ii)

La transformada de Clark es pot interpretar físicament com als valors que haurien de prendre dues bobines imaginàries disposades en quadratura per obtenir els mateixos efectes electromagnètics que s'obtenen amb els valors que se subministren a les tres bobines reals. La implementació física es mostra a [TI BPRA048 1997].

2.1.1.2 TRANSFORMADA DE PARK

Aquesta transformació permet obtenir els valors trifàsics en un sistema de referència fix (x_A, x_B, x_C) d'una magnitud fasorial \bar{x} expressada en un sistema de referència ortonormal giratori (x_d, x_q), coneixent l'angle entre aquests dos sistemes de referència θ . L'antitransformada o transformada inversa de Park permet fer justament el contrari. Si es coneixen els valors trifàsics en el sistema de referència fix, i l'angle entre aquest i el sistema ortonormal giratori, es pot obtenir els valors de la magnitud sobre els eixos ortonormals giratoris. La implementació física es mostra a [TI BPRA048 1997].

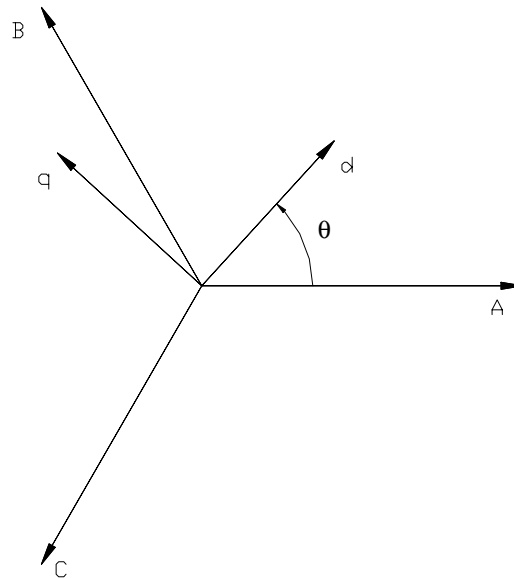


Fig. 2-02 Sistema de coordenades trifàsiques estatoriques (fix) i sistema de coordenades ortonormals rotòriques (giratori) desfasades un angle θ

Així doncs, es pot escriure, si es pren la potència com a invariant:

$$\begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} = [P(\theta)] \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = [P(\theta)]^{-1} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-05})$$

amb

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-06})$$

$$[P(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-07})$$

Com que s'ha pres la potència com a invariant, quan es transformin corrents o intensitats per obtenir els seus valors, caldrà multiplicar el resultat pel factor $\sqrt{2/3}$.

La transformada de Park utilitza la transformada de Clark per a la transformació d'eixos trifàsic a ortonormals quan són solidaris i utilitza la matriu de rotació següent per passar d'uns eixos ortonormals (i, ii) a uns altres (i', ii') desfasats un angle θ :

$$\begin{bmatrix} x_{i'} \\ x_{ii'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_{ii} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-08})$$

2.1.2 Model del motor d'inducció en règim transitori

El model proposat s'ha fet a partir de les hipòtesis simplificatives que s'enumeren a continuació, i que són acceptades generalment en qualsevol estudi de la màquina:

- Màquina simètrica, neutre aïllat.
- Entre ferro constant i superfícies llises.
- Permeabilitat magnètica del ferro infinita; per tant, la màquina mai no entrarà en saturació.
- No es consideren les pèrdues per histèresi.
- No es consideren les pèrdues per corrents induïts de Foucault.
- La distribució espacial dels camps magnètics es considera de forma sinusoidal, i es menystenen els efectes punta dels bobinats rotòrics i l'efecte de doble gàbia.
- Els coeficients d'acoblament es consideren constants, i es menystenen les no-linealitats entre fluxos i intensitats, que són conseqüència de les saturacions dels materials.
- El funcionament del convertidor, tot i que es considera com a discret, s'admet com a simètric; per tant, en tot moment els components homopolars seran nuls.

La figura 2-03 esquematitza el pla radial de la màquina que s'ha tingut en consideració per al desenvolupament del model del motor.

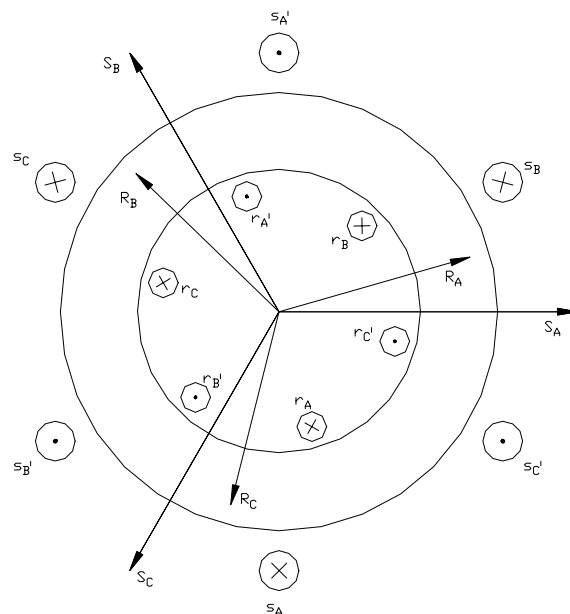


Fig. 2-03 Pla radial de la màquina d'inducció considerada amb els eixos trifàsics estatorics i rotòrics

Els eixos ortonormals considerats són: (D, Q) per a l'estator i (d, q) per al rotor, i es menysté la component homopolar per les hipòtesis de partida (figura 2-04). L'angle de desfasament és θ . Aquest angle no té per què variar amb el temps i pot ser zero.

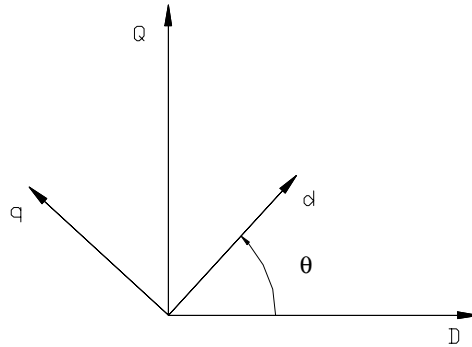


Fig. 2-04 Eixos ortonormals estatorics (D, Q) i rotòrics (d, q)

2.1.2.1 EQUACIONS ELECTROMAGNÈTIQUES

Segons les hipòtesis de partida, les equacions que regeixen el comportament del motor d'inducció de manera general són les següents:

Equació elèctrica
$$[v] = [i][R] + \frac{d[\phi]}{dt} \tag{Eq. 2-09}$$

Equació magnètica
$$[\Psi] = [L][i]' + [M][i] \tag{Eq. 2-10}$$

En conjunt es representa per l'equació 2-11

$$\begin{bmatrix} [v_s] \\ [v_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & [0] \\ [0] & [R_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sr}(\theta)] \\ [M_{rs}(\theta)] & [M_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} \tag{Eq. 2-11}$$

on les matrius indicades estan compostes de:

Vectors tensió:
$$[v_s] = \begin{bmatrix} v_{sA} \\ v_{sB} \\ v_{sC} \end{bmatrix} \quad [v_r] = \begin{bmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{bmatrix}$$

Vectors corrent:
$$[i_s] = \begin{bmatrix} i_{sA} \\ i_{sB} \\ i_{sC} \end{bmatrix} \quad [i_r] = \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$$

$$\text{Matrius de resistències: } [R_s] = \begin{bmatrix} R_{sA} & 0 & 0 \\ 0 & R_{sB} & 0 \\ 0 & 0 & R_{sC} \end{bmatrix} \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_{ra} & 0 & 0 \\ 0 & R_{rb} & 0 \\ 0 & 0 & R_{rc} \end{bmatrix}$$

El circuit magnètic queda definit amb l'equació 2-12

$$\begin{bmatrix} [\Psi_s] \\ [\Psi_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sr}(\theta)] \\ [M_{rs}(\theta)] & [M_{rr}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix}$$

(Eq. 2-12)

on

$$[M_{ss}] = \begin{bmatrix} L_s & M \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & M \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \\ M \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & L_s & M \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ M \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & M \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & L_s \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-13})$$

$$[M_{rr}] = \begin{bmatrix} L_r & M \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & M \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \\ M \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & L_r & M \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ M \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & M \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & L_r \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-14})$$

$$[M_{sr}(\theta)] = \begin{bmatrix} M \cos(\theta) & M \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & M \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ M \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & M \cos(\theta) & M \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ M \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & M \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & M \cos(\theta) \end{bmatrix} = [M_{rs}(\theta)]^T \quad (\text{Eq. 2-15})$$

En aquestes darreres matrius els coeficients són variables dependents de la posició del rotor respecte a l'estator.

Aplicant la transformació de Park sobre l'equació 2-11, es poden obtenir diversos models del motor que tindran les característiques següents:

- Apareixeran tres equacions que descriuen el comportament de l'estator i tres per al rotor.
- D'aquestes, hi haurà un component homopolar per a cada circuit, que en tots els casos valdrà zero per hipòtesi de partida. Per tant, quedaran dues equacions per a l'estator i dues per al rotor.

- Segons on es projecti el sistema de referència, les equacions poden estar referides a l'estator o al rotor.
- Independentment de l'apartat anterior, les equacions poden estar referides a eixos giratoris o estàtics.
- Quan s'obtenen equacions referides a eixos giratoris, pot ser que els eixos estiguin fixats a la posició de qualsevol magnitud giratòria de la màquina, que tant pot ser la posició zero del rotor com qualsevol flux del motor (estàtic, rotòric o a l'entreferro).

Les equacions generals electromagnètiques resultants són:

$$\begin{bmatrix} v_{sg} \\ v_{sg} \\ v_{rg} \\ v_{rg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & -L_s \frac{d\theta_s}{dt} & L_m p & -L_m \left(\omega_m + \frac{d\theta_r}{dt} \right) \\ L_s \frac{d\theta_s}{dt} & R_s + L_s p & L_m \left(\omega_m + \frac{d\theta_r}{dt} \right) & L_m p \\ L_m p & -L_m \left(\frac{d\theta_s}{dt} - \omega_m \right) & R_r + L_r p & -L_r \frac{d\theta_r}{dt} \\ L_m \left(\frac{d\theta_s}{dt} - \omega_m \right) & L_m p & L_r \frac{d\theta_r}{dt} & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sg} \\ i_{sg} \\ i_{rg} \\ i_{rg} \end{bmatrix}$$

Eq. 2-16

θ_s Angle de posició del sistema de referència respecte a l'observador extern

θ_r Angle entre el sistema de referència i el rotor

θ_m Angle de posició del rotor respecte a l'observador extern

$$\theta_s = \theta_r + \theta_m \quad (\text{Eq. 2-17})$$

$\omega_s = \frac{d\theta_s}{dt}$ Velocitat de gir del sistema de referència respecte a l'observador extern

$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt}$ Diferència de velocitats entre el sistema de referència i el rotor

$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}$ Velocitat de gir del rotor respecte a l'observador extern

$$\omega_s = \omega_r + \omega_m \quad (\text{Eq. 2-18})$$

$$\text{on } L_s = L_m + l_s, L_r = L_m + l_r, L_m = 3/2 M \text{ i } p = \frac{d}{dt} \quad (\text{Eq. 2-19})$$

2.1.2.2 EQUACIONS ELECTROMAGNÈTIQUES REFERIDES A L'ESTATOR

Equacions representades en eixos ortonormals fixes a l'estator i equacions referides a l'estator.

Si es tria com a referència l'estator, les equacions electromagnètiques del motor d'inducció queden de la manera següent:

$$\begin{bmatrix} v_{sD} \\ v_{sQ} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & 0 & L_m p & 0 \\ 0 & R_s + L_s p & 0 & L_m p \\ L_m p & L_m \omega_m & R_r + L_r p & L_m \omega_m \\ -L_m \omega_m & -L_m p & -L_m \omega_m & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sD} \\ i_{sQ} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-20})$$

2.1.2.3 EQUACIONS ELECTROMAGNÈTIQUES REFERIDES AL SINCRONISME

Equacions representades en eixos ortonormals giratoris, equacions referides a l'estator i amb l'eix directe fix al vector espacial de la tensió estàtica.

Les equacions electromagnètiques del motor d'inducció queden de la manera següent:

$$\begin{bmatrix} v_{sx} \\ v_{sy} \\ v_{rx} \\ v_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & -L_s \omega_1 & L_m p & -L_m \omega_1 \\ L_s \omega_1 & R_s + L_s p & L_m \omega_1 & L_m p \\ L_m p & -L_m s \omega_1 & R_r + L_r p & -L_r s \omega_1 \\ L_m s \omega_1 & L_m p & -L_r s \omega_1 & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-21})$$

2.1.2.4 EQUACIONS MECÀNIQUES

El parell desenvolupat per la màquina és el següent:

$$\Gamma_{elec} = \frac{1}{2} \cdot [i]^t \cdot \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \cdot M(\theta) \right] \cdot [i] \quad (\text{Eq. 2-22})$$

$$\Gamma_{elec} = [i_s]^t \cdot \frac{d}{d\theta} [M_{sr}(\theta)] [i_r] \quad (\text{Eq. 2-23})$$

En general, es pot plantejar l'equació anterior de quatre formes diferents:

$$\Gamma_{elec} = -\frac{3}{2} P \bar{\Psi}_{rg} \times \bar{i}_{rg} \quad (\text{Eq. 2-24})$$

$$\Gamma_{elec} = -\frac{3}{2} P L_m \bar{i}_{sg} \times \bar{i}_{rg} \quad (\text{Eq. 2-25})$$

$$\Gamma_{elec} = \frac{3}{2} P \bar{\Psi}_{sg} \times \bar{i}_{sg} \quad (\text{Eq. 2-26})$$

$$\Gamma_{elec} = -\frac{3}{2} PL_m \bar{i}_{rg} \times \bar{i}_{sg} \quad (\text{Eq. 2-27})$$

El parell accelerador resultant ha de complir l'equació d'inèrcies:

$$(\Gamma_{elec} - \Gamma_{mec}) = D\omega_m + \frac{1}{J} \frac{d\omega_m}{dt} \quad (\text{Eq. 2-24})$$

Cal tenir en compte, però, que la constant de fregament viscos serà nul·la, ja que ja s'ha considerat en la deducció experimental de l'expressió del parell de càrrega.

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad (\text{Eq. 2-25})$$

2.1.2.5 EQUACIONS MECÀNIQUES REFERIDES A L'ESTATOR

Desenvolupant l'equació 2-26 podem obtenir un valor del parell amb l'equació següent:

$$\Gamma_{elec} = \frac{3}{2} \Psi_{sD} i_{sQ} - \Psi_{sQ} i_{sD} \quad (\text{Eq. 2-26})$$

2.1.2.6 EQUACIONS MECÀNIQUES REFERIDES AL SINCRONISME

Quan disposem d'una referència en sincronisme, l'elecció de la magnitud sobre la qual es fixarà un dels eixos giratoris serà determinant per a la resolució de l'equació del parell electromecànic del motor. Els controls vectorials, per exemple, es basen a posicionar un eix sobre el flux rotòric, estatori o magnetitzant. S'obté així un corrent sobre aquest eix proporcional al flux i , per tant, el corrent en quadratura amb aquest és proporcional al parell.

L'expressió que pot obtenir-se té la forma següent:

$$\Gamma_{elec} = -\frac{3}{2} PL_m i_{mx} i_{sy} \quad (\text{Eq. 2-27})$$

Per poder emprar l'equació anterior, o perquè aquesta sigui vàlida, el sistema ha de tenir desacoblats els dos corrents. És a dir, cal conèixer exactament l'angle amb el qual s'aplica la transformada de Park per obtenir el nou sistema de referència. I, a més, cal definir el corrent i_{mx} (corrent magnetitzant) de la manera següent:

$$i_{mx} = i_{sx} + i_{rx} \quad (\text{Eq. 2-28})$$

2.1.2.7 MODEL MONOFÀSIC DE LA MÀQUINA D'INDUCCIÓ

La figura 2-05 és l'esquema monofàsic equivalent de la màquina d'inducció en règim transitori.

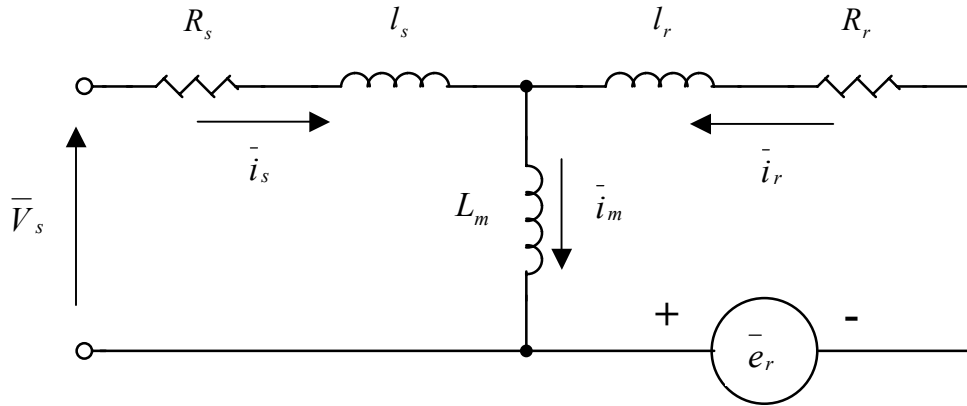


Fig. 2.05 El model monofàsic de la màquina d'inducció

En aquest model ja es té en compte la càrrega mecànica sobre l'eix del motor, ja que la força electromotriu induïda al rotor és funció de la seva velocitat de gir.

Aquest model permet escriure les equacions següents d'inductàncies i de fluxos:

$$|\bar{\psi}_s| = L_s \cdot |\bar{i}_s| + L_m \cdot |\bar{i}_r| \quad (\text{Eq. 2-29})$$

$$|\bar{\psi}_r| = L_m \cdot |\bar{i}_s| + L_r \cdot |\bar{i}_r| \quad (\text{Eq. 2-30})$$

$$|\bar{\psi}_m| = L_m \cdot |\bar{i}_s| + L_m \cdot |\bar{i}_r| \quad (\text{Eq. 2-31})$$

i les equacions electromagnètiques següents:

$$\bar{V}_s = R_s \bar{i}_s + (l_s + L_m) \frac{d\bar{i}_s}{dt} + L_m \frac{d\bar{i}_r}{dt} \quad (\text{Eq. 2-32})$$

$$0 = R_r \bar{i}_r + (l_r + L_m) \left(\frac{d\bar{i}_r}{dt} - j\omega_m P \bar{i}_r \right) + L_m \left(\frac{d\bar{i}_s}{dt} - j\omega_m P \bar{i}_s \right) \quad (\text{Eq. 2-33})$$

$$e_r = -j\omega_m [L_m \bar{i}_s + (l_r + L_m) \bar{i}_r] \quad (\text{Eq. 2-34})$$

2.1.3 Model del motor d'inducció en règim permanent

Partint de les equacions 2-32, 2-33 i 2-34 i del model monofàsic equivalent del motor d'inducció, es pot trobar el model del motor en règim permanent.

Les equacions abans esmentades en règim permanent per una pulsació ω_s són:

$$\bar{V}_1 = R_s \bar{I}_1 + j\omega_s (l_s + L_m) \bar{I}_1 + j\omega_s L_m \bar{I}_2 \quad (\text{Eq. 2-35})$$

$$0 = R_r \bar{I}_1 + j\omega_s (l_r + L_m) \bar{I}_2 + j\omega_s L_m \bar{I}_1 \quad (\text{Eq. 2-36})$$

on \bar{I}_1 és el valor del fasor en règim permanent del fasor del corrent \bar{i}_s i \bar{I}_2 és el fasor corresponent a \bar{i}_r , etc.

Tenint present que el producte de la pulsació sincrònica per una inductància dóna una impedància i plantejant de nou l'esquema equivalent de la màquina d'inducció, el resultat és el que es veu a la figura 2-06.

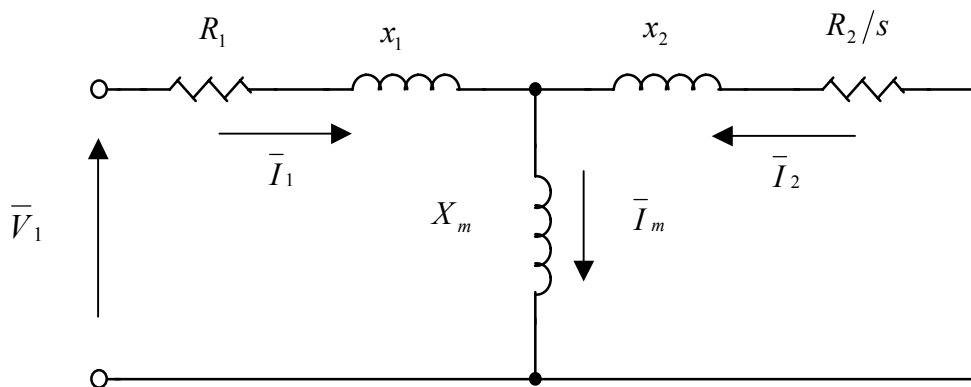


Fig. 2-06. Esquema equivalent en règim permanent del motor d'inducció

El parell electromagnètic es pot expressar com

$$\Gamma = 3 \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_s} I_2^2 \frac{R_2}{s} \quad (\text{Eq. 2-37})$$

i el corrent \bar{I}_2 com

$$\bar{I}_2 = \frac{jX_m \bar{I}_m}{R_2/2 + jx_2} \quad (\text{Eq. 2-38})$$

El valor del mòdul del qual és

$$I_2^2 = \frac{X_m^2}{(R_2/s)^2 + x_2^2} I_m^2 \quad (\text{Eq. 2-39})$$

que, substituït a l'expressió del parell resultant, és

$$\Gamma = \frac{3P}{2} R_2 s \omega_s \left(\frac{L_m}{R_s^2 + (s\omega_s)^2 L_2^2} \right) I_m^2 \quad (\text{Eq. 2-40})$$

on queda evidenciat que si es manté el corrent magnetitzant I_m constant, el parell desenvolupat és proporcional i aproximadament lineal al valor del lliscament $s\omega_s$.

2.1.3.1 CIRCUIT EQUIVALENT DE LA MÀQUINA D'INDUCCIÓ

El principi del control FAM (*Fied Acceleration Method*) [Yamamura 1986] es basa a mantenir el corrent magnetitzant constant en mòdul i fase, evitant els transitoris el flux electromagnètic, de manera que es pugui controlar el lliscament. Perquè això sigui possible s'haurien de calcular els valors de les variables d'entrada, ja sigui el corrent (control per corrent) o la tensió (control per tensió), que cal aplicar al motor en cada moment. Les funcions generadores d'aquestes variables es poden obtenir més fàcilment a través de circuits equivalents del model del motor en règim permanent.

Partint de l'equació en règim permanent

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j(x_1 + X_m) & jX_m \\ jX_m & R_2/s + j(x_2 + X_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-41})$$

es proposa aplicar la transformació següent

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1^a \\ \bar{I}_2^a \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-42})$$

on

$$\bar{I}_2 = a' \bar{I}_2^a \quad (\text{Eq. 2-43})$$

i d'aquesta manera s'obté:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j(x_1 + X_m) & ja' X_m \\ jX_m & a'^2 R_2/s + a'^2 jX_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1^a \\ \bar{I}_2^a \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-44})$$

Es pot observar que el canvi de variable consisteix fonamentalment a suposar una relació entre corrents d'estator i de rotor arbitràries.

Canviant el valor del paràmetre a' es modifica el valor de la matriu d'impedàncies, i així s'obtenen diferents circuits equivalents, de forma que alguns d'aquests circuits són particulars, ja que no

presenten reactància al primari o al secundari. Les variables generals com el corrent i la tensió d'entrada i el valor del parell desenvolupat es mantenen igual. Per a la implementació posterior del sistema FAM només es mostrarà el circuit equivalent T2.

Si al paràmetre a' se li dóna el valor α_2 tal que

$$a' = \alpha_2 = \frac{X_1}{X_m} = \frac{x_1 + X_m}{X_m} = \frac{l_1 + L_m}{L_m} \quad (\text{Eq. 2-45})$$

s'obtenen els valors següents de reactàncies i resistències transformades:

$$X_2^{\alpha_2} = \omega_s \left(\frac{L_1^2}{L_m^2} L_2 - L_1 \right) \quad (\text{Eq. 2-46})$$

$$X_1^{\alpha_2} = \omega_s (l_1 + l_2) \quad (\text{Eq. 2-47})$$

$$X_m^{\alpha_2} = \omega_s (l_1 + L_m) = \omega_s L_1 \quad (\text{Eq. 2-48})$$

$$R_2^{\alpha_2} = \left(\frac{L_1}{L_m} \right)^2 R_2 \quad (\text{Eq. 2-49})$$

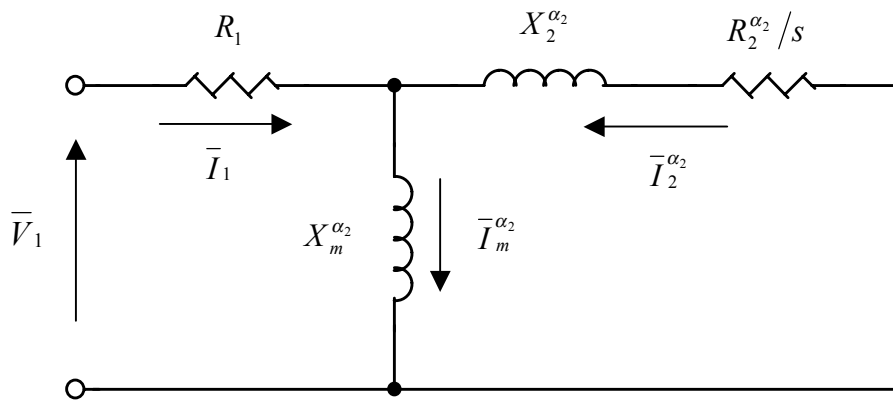


Fig. 2-07. Circuit equivalent estacionari T2 del motor d'inducció

D'aquest circuit, amb el mateix procediment que s'han obtingut les equacions a l'apartat anterior, s'obté:

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 R_1 + j \bar{I}_m^{\alpha_2} X_m^{\alpha_2} \quad (\text{Eq. 2-50})$$

Sabent que

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_m^{\alpha_2} \left[\frac{s \omega_s L_1 L_2 - j L_1 R_2}{s \omega_s (L_1 L_2 - L_m^2) - j L_1 R_2} \right] \quad (\text{Eq. 2-51})$$

es pot obtenir el valor de la tensió en funció del corrent magnetitzant

$$\underline{V}_1 = \underline{I}_m^{\alpha_2} \left[\frac{s\omega_s L_1 L_2 - jL_1 R_2}{s\omega_s (L_1 L_2 - L_m^2) - jL_1 R_2} R_1 + j\omega_s L_1 \right] \quad (\text{Eq. 2-52})$$

i l'expressió final del parell

$$\Gamma_3 = \frac{3P}{2} R_2 \left[\frac{L_1^2 L_m^2}{(L_1 R_2)^2 + (s\omega_s)^2 (L_2 L_1 - L_m^2)^2} \right] s\omega_s (I_m^{\alpha_2}) \quad (\text{Eq. 2-53})$$

Es pot enunciar que, si es manté el valor del corrent magnetitzant, el parell depèn del valor del lliscament $s\omega_s$.

2.2 Estat de l'art dels sistemes de regulació de velocitat *sensorless*

El camp de l'estudi del control i l'accionament de motors elèctrics creix cada dia. L'interès en aquest camp és aconseguir un estalvi econòmic. Aconseguir una regulació més precisa, econòmica i fiable dels motors elèctrics serà doncs una peça clau a l'hora de reduir costos i millorar la qualitat de qualsevol procés industrial.

El control dels motors ha experimentat en els darrers anys canvis substancials basats gairebé tots en l'aparició de microprocessadors d'alt nivell de còmput però de cost reduït. El desenvolupament en el control i l'accionament de motors asíncrons d'inducció permet que aquests motors abastin uns mercats que tradicionalment estaven dominats pels motors de corrent continu, més cars i amb un cost de manteniment més alt per la mateixa potència, encara que més fàcils de controlar. Per això, la recerca en aquest camp ens ofereix la possibilitat d'aconseguir equipament d'accionament de motors de corrent altern amb més prestacions i menys manteniment.

No obstant això, els controls avançats dels motors d'inducció (controls vectorials) acostumen a necessitar un coneixement molt precís de la posició del rotor, amb la qual cosa apareix la necessitat d'emprar codificadors. Aquests elements encareixen l'equipament i, per tant, s'obre un camp de recerca per trobar un mètode d'accionament del motor d'inducció (MI) que no necessiti un sensor (*sensorless*) que mesuri la velocitat o la posició sobre el rotor del motor.

Tots els mètodes d'obtenció de la velocitat sense mesura directa empren el valor de la tensió aplicada al motor i el corrent que hi circula; o, si no, la tensió de referència de consigna que aplicarà el modulador vectorial i el corrent que hi circula.

Es poden establir diferents classificacions d'aquests sistemes [Holtz 1993, Rajashekara, Kawamura i Matsuse 1996, Vas 1998]. La classificació més general és la que distingeix entre els mètodes que treballen amb el model del motor en **règim permanent** [Abbondanti i Brenner 1975] i els que ho fan amb el **model en règim transitori** [Kanmachi i Takahashi 1993]. Els primers són més adequats per a controls que no siguin molt sensibles al coneixement de la posició del flux a l'interior del motor d'inducció (MI) (controls amb baixes prestacions), i els altres ho són per a controls orientats a camp (controls vectorials i controls amb altes prestacions).

Podem fer una altra selecció entre mètodes que es basen en l'ús de les **no-idealitats de l'MI** i l'efecte que produeixen sobre les magnituds directament mesurades sobre aquest motor per obtenir el valor de la velocitat [Ishida i Iwata 1984, Zinguer *et al.* 1988, Kreindler *et al.* 1992, Holtz 2000, Consoli *et al.* 2000] i els mètodes que parteixen de les equacions generals del **model del motor** [Jötten i Mäder 1983, Kazmierkowski i Köpcke 1985, Shin *et al.* 2000, Lin i Chen 1999, Akatasu i Kawamura 2000, Jezernik 2000, Veszprémi i Schmidt 2000, etc.] per resoldre amb algun mètode aquestes equacions i obtenir així la velocitat.

Entre els que utilitzen les no-idealitats de l'MI, hi trobem bàsicament dues alternatives. La primera és la que extreu la velocitat del motor partint de l'estimació del **tercer harmònic en el voltatge** [Kreindler *et al.* 1992, Consoli *et al.* 2000] del motor a causa de la saturació espacial. La segona

obté el valor desitjat amb d'**altres efectes** del motor, per exemple els **deguts a la seva geometria i als harmònics induïts** [Ishida i Iwata 1984, Zinguer *et al.* 1988, Holtz 2000]. Un sistema addicional als anteriors és el que té en compte les no-idealitats del motor i que comporta injectar un senyal d'alta freqüència al motor i utilitzar la resposta obtinguda [Yong *et al.* 1994].

El grup restant parteix de les equacions del motor i es pot classificar en tres nous grups, segons la manera de resoldre aquestes equacions. El primer grup és el dels **estimadors** [Jötten i Mäder 1983, Holtz i Lotzkat 1993, Shin *et al.* 2000, Akatasu i Kawamura 2000, Jezernik 2000, Veszprémi i Schmidt 2000, AD 2000], que fan una resolució directa de les equacions implementant derivadors i integradors amb l'ús dels paràmetres de resistència i inductància de la màquina. El càlcul és directe i, en principi, no cal cap tipus de llaç tancat per assegurar el càlcul de la velocitat. El segon grup és el dels **observadors** [Kubota *et al.* 1993, Hannenberg *et al.* 1991, Kim *et al.* 1994, Lin i Chen 1999, TI 1997, Tusini *et al.* 2000], una eina de control que "observa" el valor de la velocitat a partir de les equacions. Aquest sistema, però, a diferència de l'altre, pel sol fet de ser un observador porta implícit un llaç tancat sobre el valor de la velocitat. El tercer grup és el derivat de l'aplicació d'un sistema de referència adaptatiu (*Model Reference Adaptive System MRAS*) [Schauder 1989, Peng i Fukao 1994]. Aquest sistema, partint del mesurat i del simulat amb el sistema de referència, és capaç d'obtenir el valor de la velocitat tancant un llaç de control amb l'error del valor mesurat real i el valor de sistema de referència. Com es pot veure, en el cas dels estimadors no porten implícit un llaç de realimentació i per això sovint se'ls coneix com a *estimadors en llaç obert*, però normalment s'acaba tancant algun llaç de control encara que sigui per estimar el valor d'algun paràmetre de l'MI [Kubota i Matsuse 1994].

Resum de la classificació

Segons models

- Model en règim permanent
- Model en règim transitori

Segons mètodes

- Mètodes que empren les no-idealitats del motor
 - Tercer harmònic al voltatge
 - Efecte degut a la geometria
 - Injecció de corrent d'alta freqüència
- Mètodes que empren les equacions generals
 - Estimadors
 - Observadors
 - MRAS

Per altra banda, dins de cada un d'aquests sistemes es pot trobar subclassificacions segons el flux a què estigui encarat el control vectorial, el rotòric, l'estatòric o a l'entreferro. I també podem fer una

subclassificació en funció del tipus de coordenades i transformacions vectorials que s'empren en aquest control.

Tots els sistemes empren alguns o tots els paràmetres del motor d'inducció per estimar, observar o determinar el valor de la velocitat. Alguns són més sensibles a les variacions d'aquests paràmetres [Orlowska-Kowalska *et al.* 2001] i, per tant, més difícils d'implementar en una sistema real. Per això les millores afegides a qualsevol mètode dels esmentats passa per ajustar el valor d'algun d'aquests paràmetres [Kubota i Matsuse 1994, Lin i Chen 1999, Akatasu i Kawamura 2000, Jezernik 2000, Veszprémi i Schmidt 2000].

Altres millores poden consistir a fer integracions millorades amb algorismes matemàtics adequats [Shin *et al.* 2000] o a trobar un algorisme de càlcul que no utilitzi el valor d'algun dels paràmetres del motor susceptible de canvis [Kanmachi i Takahashi 1993].

També es pot fer un llaç tancat sobre la mateixa velocitat, o millorar el llaç tancat de què es disposa. Per exemple: en els observadors, el pas d'un observador convencional a un observador de Kalman consisteix a substituir la matriu G de realimentació per una matriu K (filtre de Kalman) [Hannenber *et al.* 1991, TI 1997]. Al treball [Doki *et al.* 1992] es presenta un observador adaptatiu en mode lliscant per obtenir la velocitat i a [Tajima i Hori 1993] l'observador implementat és d'ordre reduït. Tots dos són exemples de modificació d'observadors. En el cas dels sistemes de referència adaptatius, aquesta adaptació es pot dur a terme mitjançant algorismes d'intel·ligència artificial [Ben-Brahim i Kurosava 1993, Simoes i Bose 1993].

L'estimació de la velocitat està estretament lligada a l'estimació del flux i del parell, ja que l'objectiu final és tenir un control acurat d'aquestes dues magnituds del motor d'inducció. A causa d'això, els mateixos algorismes d'estimació de velocitat s'empren sovint per fer el control d'alguna magnitud estimada estretament vinculada al parell o al flux de la màquina, o bé és en la implementació dels algorismes d'estimació de flux i parell on es pot derivar l'estimació de la velocitat per poder fer un control sobre aquesta velocitat [Abbondanti 1977, Xu *et al.* 1988, Ohtani *et al.* 1992, etc.].

Hi ha altres estimadors dedicats a controls d'altres prestacions, com el DTC (Direct Torque Control) [Takahashi i Noguchi 1985, Depenbrock 1988] que s'empren en aquests controls com a estimadors de flux i parell sense mesura de la velocitat [Takahashi i Noguchi 1985, Depenbrock 1988] o directament com a estimadors de velocitat [Baader, Depenbrock *et al.* 1992]

Agrupació per mètode d'estimació de velocitat

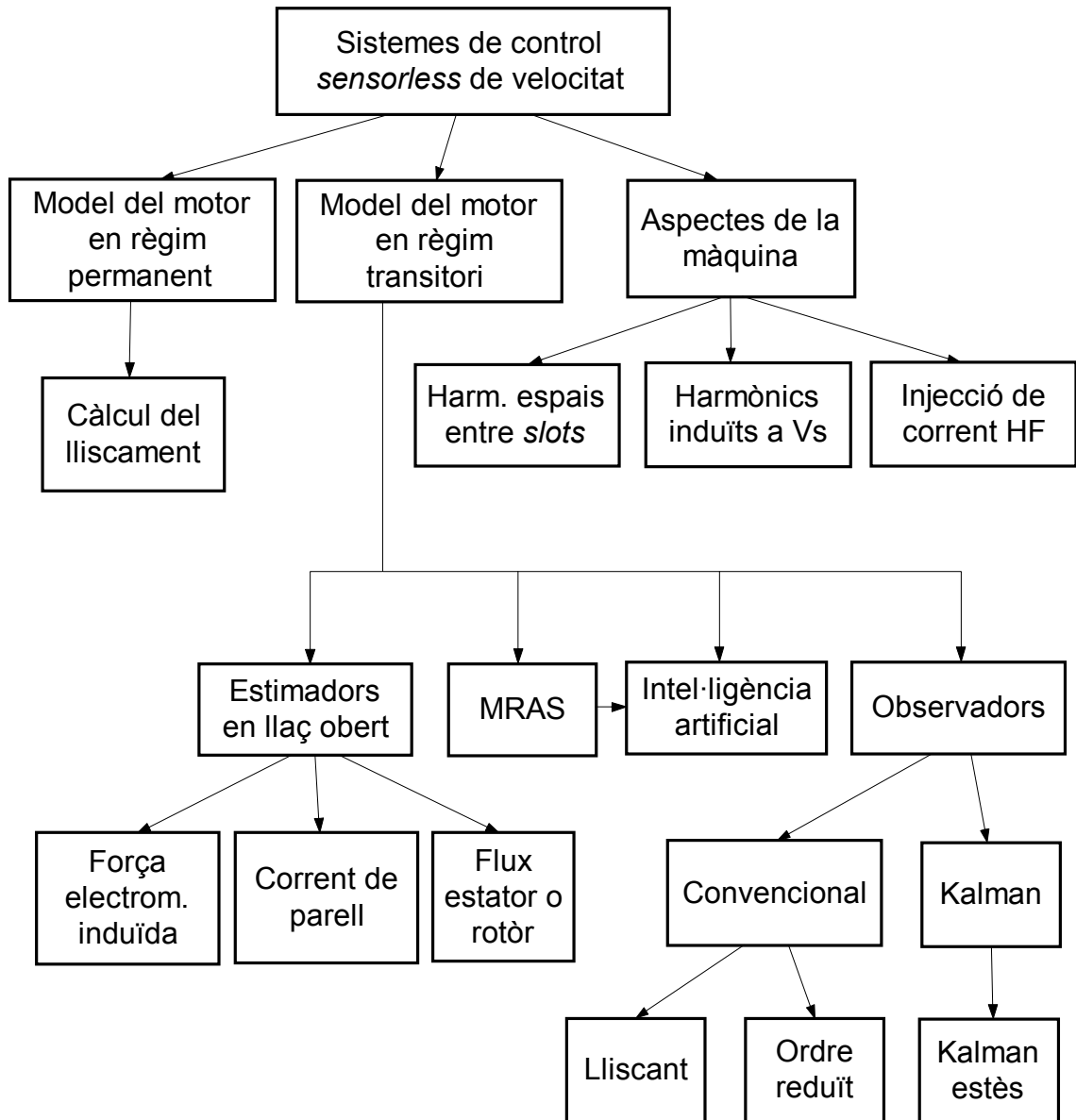


Fig. 2-08. Classificació dels sistemes *sensorless*

2.2.1 MÈTODES BASATS EN EL MODEL DEL MOTOR

2.2.1.1 MODEL EN RÈGIM PERMANENT

Els sistemes *sensorless* que treballen amb el model en règim permanent no estan indicats, en un principi, per a controls d'altres prestacions. Tenen, però, el seu camp d'aplicació en els sistemes en què es pretén implementar un sistema sense sensor amb el mínim cost possible sense que sigui massa rigorós en les prestacions a baixes velocitats. Són sistemes que necessiten poca capacitat de càlcul per part del sistema.

Hi ha diverses maneres de calcular la velocitat del rotor, i totes calculen primer el valor del lliscament. Per exemple [Vas 1998]

$$s = \frac{(R'_r/3)\omega_1\Gamma}{|\bar{V}_m|^2} \quad (\text{Eq. 2-54})$$

on són necessaris els valors del mòdul de la tensió magnetitzant, la pulsació de la tensió aplicada, el valor de la resistència rotòrica i el valor del parell del motor.

Si es parteix d'un model en règim transitori i es fan aproximacions i simplificacions, es poden obtenir equacions de règim permanent. Alguns sistemes es basen en aquest procés i en les transformacions vectorials per simplificar el sistema resultant.

Partint de la base que la pulsació de la tensió que apliquem és coneguda, podem arribar a obtenir l'angle aproximat del flux estatòric en règim permanent. Això s'aconsegueix si fem un modulador vectorial que sigui capaç d'imposar el valor instantani de tensió desitjada, és a dir, que treballi amb mòdul de tensió i angle ε . Podem emprar aquest mateix angle (ε) per fer la transformada de Park dels corrents estatòrics, amb la qual cosa aconseguim dos corrents que, en règim permanent, representaran l'un el parell i l'altre el flux, i_{sx} i i_{sy} , respectivament. Si considerem que, en règim permanent, el valor del lliscament és proporcional al parell realitzat pel motor, tindrem el valor de la velocitat del motor restant el valor del lliscament a la pulsació aplicada per l'inversor (pulsació síncrona).

$$i_{sx} + ji_{sy} = e^{-j\varepsilon} (i_{sD} + ji_{sQ}) \quad (\text{Eq. 2-55})$$

$$\hat{\omega}_m = \omega_1 - k' i_{sy} \quad (\text{Eq. 2-56})$$

L'origen d'aquest tipus d'estimador parteix de [Kazmierkowski i Köpcke 1983], que basa l'estimació de la velocitat i el control posterior sobre el corrent i_{sy} . [Okuyama *et al.* 1986], basant-se en el mateix corrent, dissenya un nou sistema per tancar el llaç de control. [Lotzkat 1991] simplifica el conjunt total de l'estimador i control minimitzant l'accionament resultant [Holtz i Lotzkat 1993, Holtz *et al.* 1994].

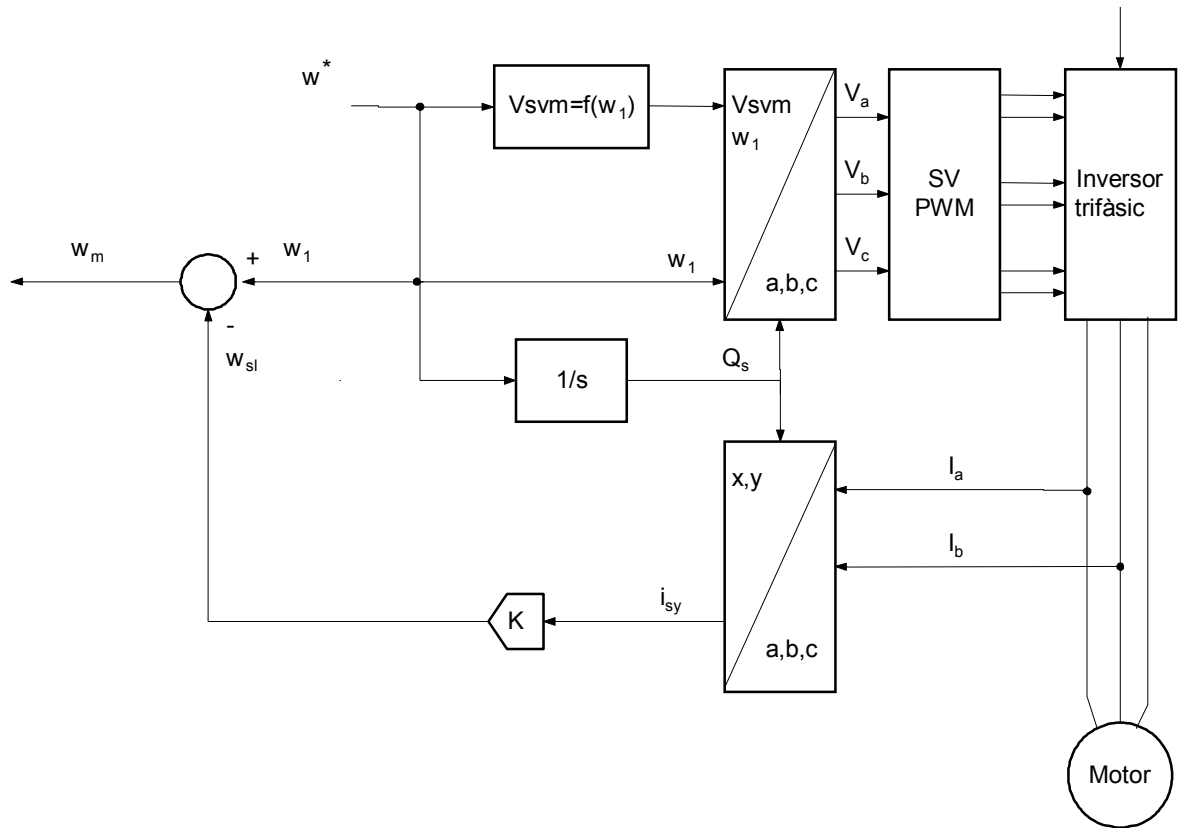


Fig. 2-09 Model de l'estimador de velocitat en règim permanent [Lotzkat 1991]

2.2.1.2 MODEL DEL MOTOR EN RÈGIM TRANSITORI

Els models en règim transitori estan indicats per a sistemes d'altres prestacions que, fins i tot, necessiten estimar el valor de la velocitat quan és propera a zero. L'estimació millora quan augmenta la dificultat dels càlculs o l'increment de llaços interns tancats sobre l'estimació de la pròpia velocitat o sobre algun paràmetre de la màquina.

2.2.1.2.1 Estimadors en llaç obert

La majoria dels estimadors parteixen de l'equació

$$\bar{\Psi}_s = \int (\bar{V}_s - R_s \bar{I}_s) dt \tag{Eq. 2-57}$$

en la referència desitjada (D, Q o x, y).

I també de l'equació que relaciona el flux estatòric amb el rotòric en funció del model del motor escollit:

$$\bar{\Psi}_r = \frac{L_r}{L_m} (\bar{\Psi}_s - L'_s \bar{i}_s) \tag{Eq. 2-58}$$

en la referència desitjada (d, q o x, y).

Seguint el model del motor, arribem a expressions per trobar el valor de la velocitat del rotor similars a

$$\hat{\omega}_m = \left[-\frac{d\Psi_{rd}}{dt} - \frac{\Psi_{rd}}{T_r} + \frac{L_m}{T_r} i_{sD} \right] / \Psi_{rq} \quad (\text{Eq. 2-59})$$

Aquest sistema d'estimació de la velocitat parteix de [Jötten i Mäder 1983] i és desenvolupat per [Rajashekara 1991].

Els principals problemes d'aquest tipus d'estimació de la velocitat són:

- El mètode d'integració. Se soluciona en alguns articles amb la inclusió d'un mètode d'integració similar a un filtre [Shin *et al.* 2000].
- El nombre de derivadors que es fan servir juntament amb el nombre de divisions, que provoca errors de càlcul en punts indesitjables (corrents massa petits, etc.).
- La dependència de manera directa d'un gran nombre de paràmetres de la màquina. Se soluciona en alguns articles per l'estimació d'algun paràmetre [Veszprémi i Schmidt 2000].

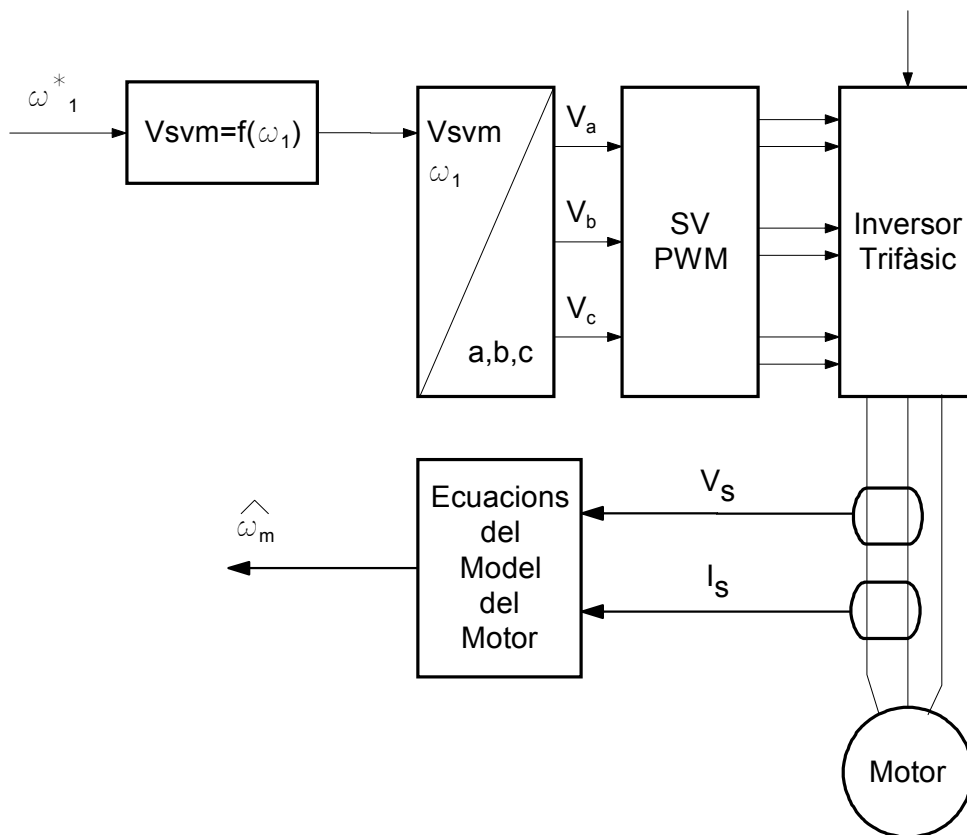


Fig. 2-10. Esquema d'un estimador en llaç obert convencional

L'avantatge d'emprar un mètode com aquest és bàsicament de simplicitat de càlcul.

Com es pot observar, el problema principal d'aquest tipus d'estimadors és el fet que cal introduir derivades i/o divisions en el procés de càlcul. La solució inicial pot portar a aplicar un filtre a la sortida de l'estimador com a millora inicial. No obstant això, aquesta solució comporta un endarreriment evident en el senyal de sortida, no apte per al control vectorial.

2.2.1.2.2 Sistemes adaptatius amb model de referència (MRAS)

Els MRAS parteixen de les mateixes equacions que els estimadors, però implanten dos models en l'algoritme d'estimació de la velocitat.

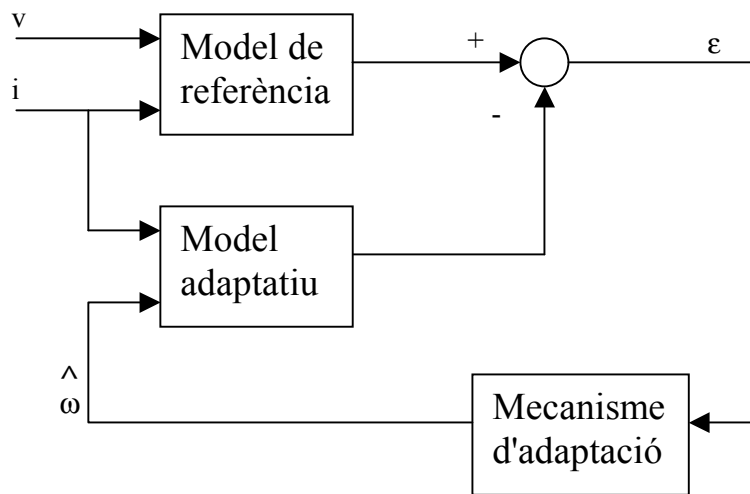


Fig. 2-11. Diagrama de blocs de l'MRAS

Per una banda, implementen un model de referència (en tensió) que exciten amb les tensions i corrents mesurades directament sobre el motor i extreuen el valor de la força electromotriu induïda.

$$\bar{\Psi}_r = \frac{L_r}{L_m} \left[\int (\bar{v}_s - R_s \bar{i}_s) dt - L'_s \bar{i}_s \right] \tag{Eq. 2-60}$$

$$\bar{e}_r = \frac{L_m}{L_r} \bar{\Psi}_r \tag{Eq. 2-61}$$

Per l'altra, implementen un model (en corrent) que serà adaptatiu ja que la seva sortida dependrà del paràmetre que s'estigui estimant, concretament la velocitat. La sortida d'aquest model també la força electromotriu (FEM) induïda:

$$\hat{\Psi}_r = \frac{1}{T_r} \int (L_m \bar{i}_s - \hat{\Psi}_r - \omega_m T_r \hat{\Psi}_r) dt \tag{Eq. 2-62}$$

on definim

$$\varepsilon_\omega = \text{Im}(\bar{\Psi}_r \times \hat{\Psi}_r^*) = \Psi_{rq} \hat{\Psi}_{rd} - \Psi_{rd} \hat{\Psi}_{rq} \tag{Eq. 2-63}$$

i podem obtenir el valor de la velocitat, que serà el resultat d'aplicar aquest ε_ω com a error en un regulador PI.

$$\hat{\omega}_m = K_p \varepsilon_\omega + K_I \int \varepsilon_\omega dt \tag{Eq. 2-64}$$

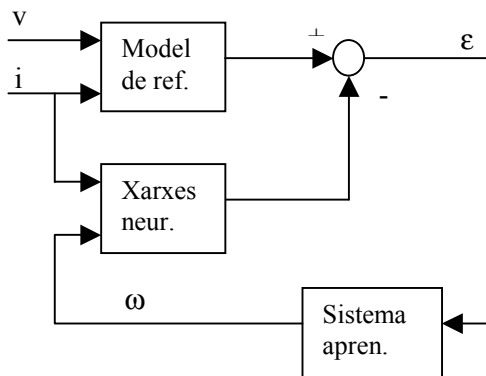
Aquest sistema parteix de [Schauder 1989, 1992] i, posteriorment, se n'han desenvolupat modificacions pel que fa a les equacions del model de referència i de l'adaptatiu [Peng i Fukao 1994].

Han aparegut variacions d'aquest tipus de sistema d'estimació de la velocitat en substituir el model adaptatiu per xarxes neuronals [Ben-Brahim i Kurosava 1993].

Els resultats són significativament millors respecte als estimadors en llaç obert.

El desavantatge d'aquest tipus d'estimadors és, com en tots, la necessitat de disposar dels paràmetres del motor. A més, comparat amb un estimador senzill, aquest sistema és més complicat d'implementar. Això no obstant, les millores són notables.

2.2.1.2.3 Sistemes adaptatius amb model de referència (MRAS) basat en xarxes neuronals



Els sistemes MRAS poden col·locar un model adaptatiu basat en xarxes neuronals i un mecanisme d'adaptació d'aquest model consistent en un sistema d'aprenentatge d'aquestes xarxes. Aquest sistema d'estimació de la velocitat mitjançant xarxes neuronals és, per tant, un derivat del sistema MRAS.

Fig. 2-12. Diagrama de blocs de l'MRAS amb xarxes neuronals

2.2.1.2.4 Observadors

Un observador parteix, igual que els altres sistemes de les equacions generals, del motor d'inducció, però en aquest cas es col·loquen en forma d'espai d'estat. El sistema és no lineal i, evidentment, això queda mostrat pel fet que la velocitat rotòrica (que no és un estat) és un dels paràmetres de les matrius d'aquest espai d'estat.

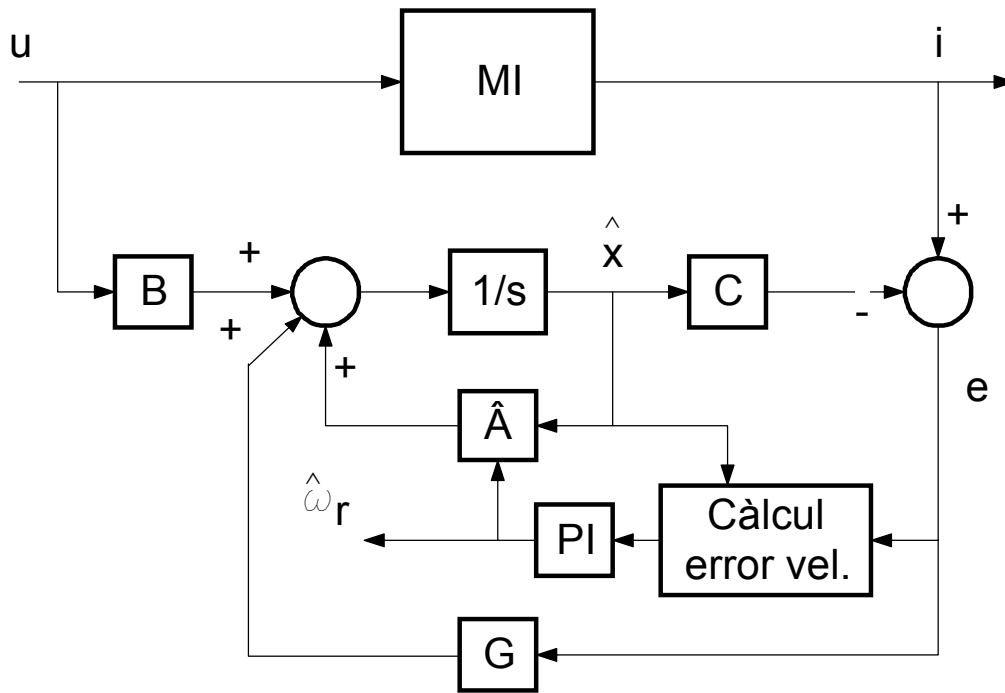


Fig. 2-13. Diagrama de blocs de l'estructura d'un observador

Partim de l'equació general de l'espai d'estat, en què el símbol ^ significa estimat:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{A}\hat{x} + Bu \tag{Eq. 2-65}$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \tag{Eq. 2-66}$$

L'única variació significativa respecte a un espai d'estat qualsevol és que la matriu A també és estimada, ja que depèn del valor instantani de la velocitat (variable objectiu del sistema).

Els vectors estat i entrada són els següents:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} i_{sD} \\ i_{sQ} \\ \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} v_{sD} \\ v_{sQ} \end{bmatrix} \tag{Eq. 2-67}$$

Les matrius de la dinàmica d'entrades i de sortida són les següents:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{T'_s} + (1-\sigma)\frac{1}{T'_r}\right) & 0 & \frac{L_m}{L'_s L_r} \frac{1}{T'_r} & \frac{L_m}{L'_s L_r} \hat{\omega}_r \\ 0 & -\left(\frac{1}{T'_s} + (1-\sigma)\frac{1}{T'_r}\right) & -\frac{L_m}{L'_s L_r} \hat{\omega}_r & \frac{L_m}{L'_s L_r} \frac{1}{T'_r} \\ \frac{L_m}{T'_r} & 0 & -\frac{1}{T'_r} & -\hat{\omega}_r \\ 0 & \frac{L_m}{T'_r} & \hat{\omega}_r & -\frac{1}{T'_r} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-68})$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L'_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-69})$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-70})$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}; \quad L'_s = \sigma L_s; \quad L'_r = \sigma L_r; \quad T'_s = \frac{L'_s}{R_s}; \quad T'_r = \frac{L'_r}{R_r} \quad (\text{Eq. 2-71})$$

Per obtenir l'equació d'estat de l'observador cal afegir al model el terme de correcció de l'error que tot observador porta incorporat. Aquest terme és un llaç tancat per corregir l'estimació dels estats amb l'error observat. L'equació que descriu l'observador és finalment

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{A}\hat{x} + Bu + Ge \quad (\text{Eq. 2-72})$$

on els dos termes afegits són

$$e = \begin{bmatrix} i_{sD} - \hat{i}_{sD} \\ i_{sQ} - \hat{i}_{sQ} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-73})$$

$$G = \begin{bmatrix} -g_1 & g_2 \\ -g_2 & g_1 \\ -g_3 & g_4 \\ -g_4 & g_3 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-74})$$

Els valors de g_1 , g_2 , g_3 i g_4 són

$$g_1 = -(k-1) \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_r} \right) \quad (\text{Eq. 2-75})$$

$$g_2 = (k-1)\hat{\omega}_r \quad (\text{Eq. 2-76})$$

$$g_3 = (k^2 - 1) \left\{ - \left[\frac{1}{T'_s} + \frac{(1-\sigma)}{T'_r} \right] \frac{L'_s L_m}{L_r} + \frac{L_m}{T_r} \right\} + L'_s \frac{L_m}{L_r} (k-1) \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_r} \right) \quad (\text{Eq. 2-77})$$

$$g_4 = -(k-1)\hat{\omega}_r \frac{L'_r L_m}{L_r} \quad (\text{Eq. 2-78})$$

Es pot observar que hi ha un bloc descriptiu que és el càlcul de l'error de velocitat. Les següents equacions descriuen el càlcul que es fa en aquest bloc:

$$\hat{\omega}_m = K_p \varepsilon_{\omega_r} + K_i \int \varepsilon_{\omega_r} dt \quad (\text{Eq. 2-79})$$

on

$$\varepsilon_{\omega_r} = (e_{sD} \hat{\Psi}_{rq} - e_{sQ} \hat{\Psi}_{rd}) \quad (\text{Eq. 2-80})$$

Per tant,

$$\hat{\omega}_m = K_p (e_{sD} \hat{\Psi}_{rq} - e_{sQ} \hat{\Psi}_{rd}) + K_i \int (e_{sD} \hat{\Psi}_{rq} - e_{sQ} \hat{\Psi}_{rd}) dt \quad (\text{Eq. 2-81})$$

Es pot observar que aquesta darrera equació que és molt similar a la que emprava l'MRAS per obtenir la velocitat.

En resum, es pot enunciar que la diferència principal entre l'MRAS i l'observador és que aquest darrer porta implícit un llaç tancat (matriu G) per minimitzar l'error en l'observació dels estats.

L'estimació de la velocitat del motor d'inducció mitjançant observadors s'inicia amb [Hannenberg *et al.* 1991] amb la implantació d'un filtre de Kalman, mentre que [Kubota, Matsuse i Nakano 1993] implanten un observador convencional i [Doki *et al.* 1990], un observador adaptatiu lliscant.

Els inconvenients principals d'aquest sistema són la dificultat d'implementació pel gran nombre d'operacions que s'han de dur a terme i el fet que tot el sistema en si és força sensible a la variació dels paràmetres [Holtz 1993].

2.2.2 Estimador en règim permanent

L'estimador en règim permanent desenvolupat en aquesta tesi es basa en el sistema desenvolupat per [Holtz i Lotzkat 1993, Holtz *et al.* 1994], que parteix del control d'un corrent obtingut a partir de transformacions vectorials que representa el parell electromagnètic generat per la màquina [Kazmierkowski i Köpcke 1983].

Si es disposa d'un sistema inversor alimentat en tensió (VSI) i el control de què es disposa (SVPWM) permet imposar una magnitud vectorial de la tensió (mòdul i fase), podem obtenir un control del vector tensió imposat (figura 2-14).

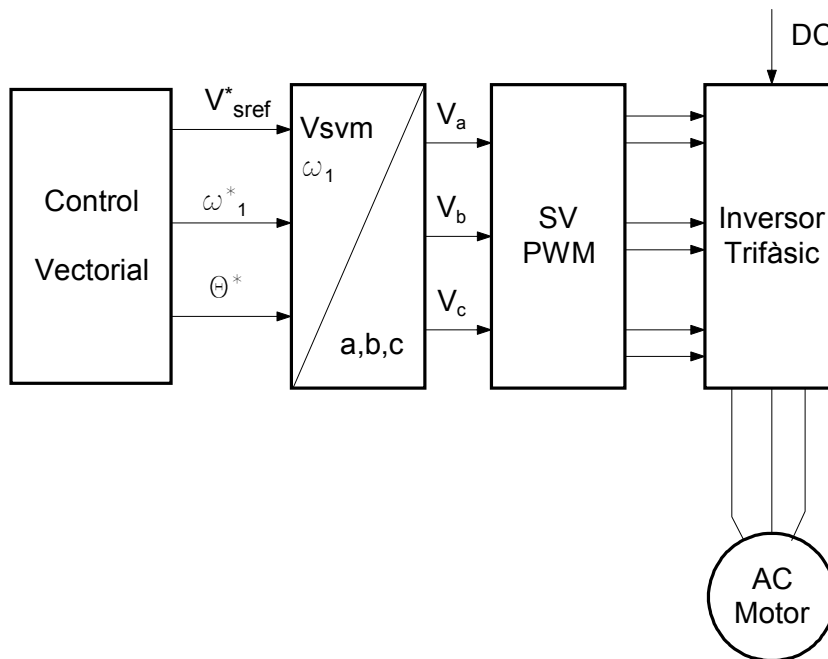


Fig. 2-14. Sistema emprat per accionar el motor d'inducció

$$v_{sAref} = \left| \bar{v}_{sref} \right| \cos(\theta); v_{sBref} = \left| \bar{v}_{sref} \right| \cos(\theta - 2\pi / 3); v_{sCref} = \left| \bar{v}_{sref} \right| \cos(\theta + 2\pi / 3) \quad (\text{Eq. 2-82})$$

on $\left| \bar{v}_{sref} \right|$ és el mòdul del fasor a imposar i θ és l'angle. Aquest angle es pot obtenir com a resultat de l'equació 2-82 en sistemes controlats pel valor de la freqüència síncrona (V/f)

$$\theta(t) = \int \omega_1(t) dt + \theta_1(0) \quad (\text{Eq. 2-83})$$

o bé pot ser l'angle de sortida d'un sistema de control vectorial (FOC, FAM). L'important en ambdós casos és controlar l'angle inicial de partida del fasor tensió $\theta_1(0)$. Aquest valor inicial pot imposar-se mitjançant un període de magnetització de la màquina.

Si s'aplica la transformació vectorial de Park sobre els corrents estàtics mesurats del motor d'inducció emprant l'angle θ , obtenim uns corrents transformats sobre eixos giratoris (l'angle θ varia amb el temps des del punt de vista d'un observador extern), referits al sincronisme (l'angle θ varia a la pulsació sincrònica) i fixos al vector espacial de la tensió estàtica.

$$\begin{pmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta-2\pi/3 & \cos\theta+2\pi/3 \\ -\sin\theta & -\sin\theta-2\pi/3 & -\sin\theta+2\pi/3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. 2-84})$$

Com ja s'ha comentat en paràgrafs anteriors, un cop fixat el sistema de referència sobre el fasor de tensió obtenim dos corrents, un dels quals representa una magnitud proporcional al parell (i_{sy}), i l'altre (i_{sx}), una magnitud proporcional al flux de la màquina.

Partint de l'equació 2-27 podem obtenir una equació simplificada de la relació existent entre el parell desenvolupat i el corrent i_{sy} .

$$\Gamma_{elec} = k_1 i_{sy} \quad (\text{Eq. 2-85})$$

on k_1 respon a l'equació 2-86:

$$k_1 = -\frac{3}{2} PL_m (i_{sx} + i_{rx}) \quad (\text{Eq. 2-86})$$

La velocitat del rotor es pot trobar si coneixem el valor de la pulsació sincrònica que imposen (referència) i el valor de la velocitat de lliscament. Podem obtenir finalment la velocitat si considerem que la velocitat de lliscament és funció directa del parell electromagnètic desenvolupat pel motor. En concret, per a certes zones de treball del motor, fins i tot es pot considerar que aquesta freqüència és directament proporcional al parell. Per tant, per obtenir el valor de la velocitat apliquem les dues equacions següents.

$$\hat{\omega}_{sl} = k_2 * i_{sy} = \left[\frac{R_r}{T_r^2} \left(-\frac{3}{2} PL_m (i_{sx} + i_{rx}) \right) \right] * i_{sy} \quad (\text{Eq. 2-87})$$

$$\hat{\omega}_m = \omega_1 - \omega_{sl} \quad (\text{Eq. 2-88})$$

La figura 2-15 mostra l'estimador en règim permanent final.

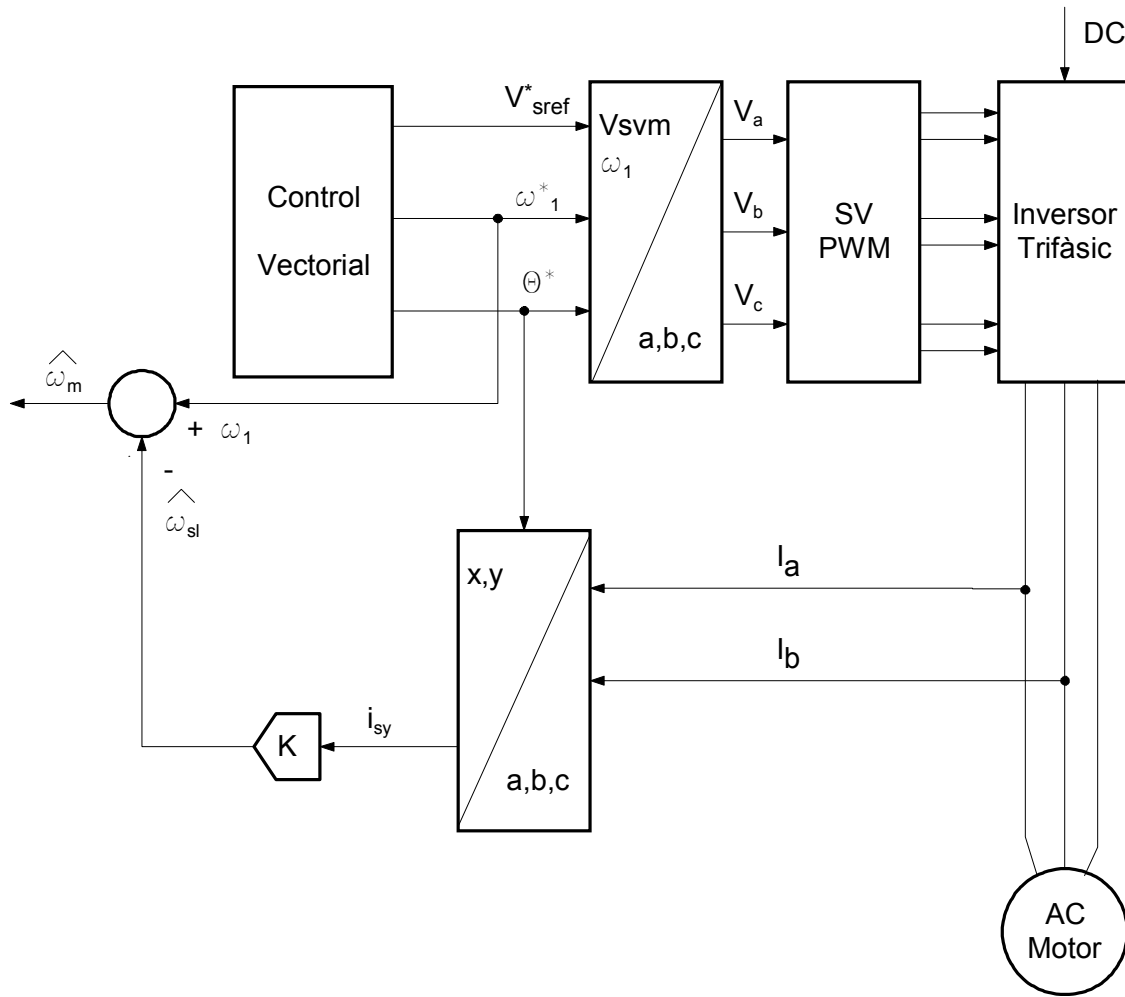


Fig. 2-15. Estimador en règim permanent implementat

El sistema descrit té principalment un problema. Les variables i_{sy} i i_{sx} , com que estan subjectes a un sistema de referència fix al fasor de tensió, estan fortament influïdes pel transitori elèctric de la màquina, per l'assoliment d'un flux magnetitzant a l'interior de la màquina i pel mateix transitori mecànic. Per tot això, les equacions descrites es poden representar i poden treballar sense cap problema durant el règim permanent del motor, però són lleugerament inoperatives durant el transitori. Les solucions a aquest problema passen no solament per magnetitzar la màquina (cosa ja necessària per establir el punt d'inici de les transformacions vectorials) sinó per la programació de respostes lentes del motor d'inducció. Aquesta darrera solució comporta que aquest sistema no sigui emprat en controls d'altres prestacions amb requeriments de dinàmiques ràpides, acceleracions, canvis bruscos de parell, etc.

Els avantatges d'aquest sistema són el seu baix cost i la seva poca influència en les variacions dels paràmetres de la màquina (discutit al capítol 5).

2.2.3 Estimador en règim transitori

És possible obtenir una expressió de la velocitat del rotor emprant una equació de la tensió rotòrica del model del motor descrit per l'equació 2-20 (model del motor referit a l'estator) [Jötten i Mäder 1983, Rajashekara 1991]. Tenint en compte que el motor sobre el qual s'aplica el sistema desenvolupat en aquesta tesi és de rotor en curtcircuit, l'equació 2-20 es pot expressar com

$$\begin{bmatrix} v_{sD} \\ v_{sQ} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & 0 & L_m p & 0 \\ 0 & R_s + L_s p & 0 & L_m p \\ L_m p & L_m \omega_m & R_r + L_r p & L_m \omega_m \\ -L_m \omega_m & -L_m p & -L_m \omega_m & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sD} \\ i_{sQ} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 2-89})$$

L'eix directe de les equacions de tensió rotòriques és

$$0 = R_r i_{rd} + \frac{d\Psi_{rd}}{dt} + \omega_m \Psi_{rq} \quad (\text{Eq. 2-90})$$

El corrent rotòric és difícil d'obtenir. Per tant, a través de l'equació 2-30 desenvolupada

$$\Psi_{rd} = L_m i_{sD} + L_r i_{rd} \quad (\text{Eq. 2-91})$$

$$\Psi_{rq} = L_m i_{sQ} + L_r i_{rq} \quad (\text{Eq. 2-92})$$

podem obtenir el valor de i_{rd} a partir de l'obtenció del flux rotòric Ψ_{rd} i un dels corrents estatòrics.

L'equació final amb què s'obté la velocitat del rotor ω_m és

$$\hat{\omega}_m = \left[-\frac{d\Psi_{rd}}{dt} - \frac{\Psi_{rd}}{T_r} + \frac{L_m}{T_r} i_{sD} \right] / \Psi_{rq} \quad (\text{Eq. 2-93})$$

Per obtenir el flux rotòric cal implementar i desenvolupar un seguit d'equacions, que es descriuen a continuació.

L'equació 2-29 desenvolupada és

$$\Psi_{sD} = L_s i_{sD} + L_m i_{rd} \quad (\text{Eq. 2-94})$$

$$\Psi_{sQ} = L_s i_{sQ} + L_m i_{rq} \quad (\text{Eq. 2-95})$$

Col·loquem els corrents rotòrics en funció de la resta i substituïm a 2-91 i 2-92:

$$\Psi_{rd} = \frac{L_r}{L_m} (\Psi_{sD} - L_s i_{sD}) + L_m i_{sD} \quad (\text{Eq. 2-96})$$

$$\Psi_{rq} = \frac{L_r}{L_m} (\Psi_{sQ} - L_s i_{sQ}) + L_m i_{sQ} \quad (\text{Eq. 2-97})$$

Operant obtenim

$$\Psi_{rd} = \frac{L_r}{L_m} (\Psi_{sD} - l_s i_{sD}) \quad (\text{Eq. 2-98})$$

$$\Psi_{rq} = \frac{L_r}{L_m} (\Psi_{sQ} - l_s i_{sQ}) \quad (\text{Eq. 2-99})$$

El valor derivat del flux rotòric, també necessari, és

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left(\frac{d\Psi_{sD}}{dt} - l_s \frac{di_{sD}}{dt} \right) \quad (\text{Eq. 2-100})$$

$$\frac{d\Psi_{rq}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left(\frac{d\Psi_{sQ}}{dt} - l_s \frac{di_{sQ}}{dt} \right) \quad (\text{Eq. 2-101})$$

Per obtenir el flux estatòric cal aplicar les equacions

$$\Psi_{sD} = \int (v_{sD} - R_s i_{sD}) dt \quad (\text{Eq. 2-102})$$

$$\Psi_{sQ} = \int (v_{sQ} - R_s i_{sQ}) dt \quad (\text{Eq. 2-103})$$

o bé

$$\frac{d\Psi_{sD}}{dt} = v_{sD} - R_s i_{sD} \quad (\text{Eq. 2-104})$$

$$\frac{d\Psi_{sQ}}{dt} = v_{sQ} - R_s i_{sQ} \quad (\text{Eq. 2-105})$$

Substituint, obtenim les equacions següents:

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left(v_{sD} - R_s i_{sD} - l_s \frac{di_{sD}}{dt} \right) \quad (\text{Eq. 2-106})$$

$$\frac{d\Psi_{rq}}{dt} = \frac{L_r}{L_m} \left(v_{sQ} - R_s i_{sQ} - l_s \frac{di_{sQ}}{dt} \right) \quad (\text{Eq. 2-107})$$

Finalment, es pot concretar que l'expressió de la velocitat rotòrica del motor d'inducció és funció de les tensions i els corrents d'aquest i dels paràmetres propis de la màquina.

$$\hat{\omega}_m = \frac{-\frac{L_r}{L_m} \left(v_{sD} - R_s i_{sD} - l_s \frac{di_{sD}}{dt} \right) - \int \left[\frac{L_r}{L_m} \left(v_{sD} - R_s i_{sD} - l_s \frac{di_{sD}}{dt} \right) \right] dt + \frac{L_m}{T_r} i_{sD}}{\int \left[\frac{L_r}{L_m} \left(v_{sQ} - R_s i_{sQ} - l_s \frac{di_{sQ}}{dt} \right) \right] dt} \quad (\text{Eq. 2-108})$$

La figura 2-16 mostra l'esquema de l'estimador implementat.

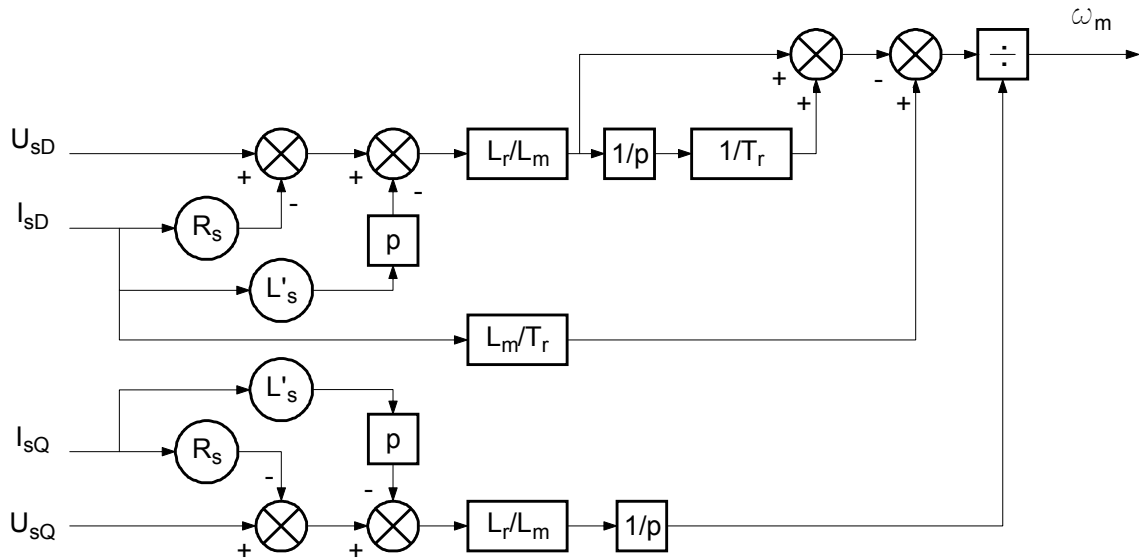


Fig. 2-16. Esquema d'un estimador en règim transitori

Els problemes d'aquest sistema *sensorless* són, principalment, la dependència dels paràmetres del motor [Veszprémi i Schmidt 2000] (discutit al capítol 5) i la utilització de derivadors i integradors [Shin *et al.* 2000]. Això representa que l'estimador en conjunt serà molt sensible al soroll en el mesurament del corrent i la tensió, als valors baixos de corrent en què la relació senyal-soroll és molt desfavorable, a les zones de saturació de la màquina, etc.

A més, hi ha una divisió en la implementació que, per a valors petits, pot tendir a fer el seu valor infinit amb certa facilitat.

Les solucions per poder implementar aquest sistema passen per l'estimació dels paràmetres del motor en temps real i per la realització de filtratges tant dels senyals d'entrada com del senyal de sortida, amb l'endarreriment en la resposta corresponent que això pot ocasionar.

L'avantatge d'aquest sistema és que s'obté el valor de la velocitat per a qualsevol punt de treball del motor, inclòs el règim transitori.

2.3 Conclusions

Al present capítol s'han plantejat les equacions generals que descriuen el motor asíncron d'inducció. Les equacions en règim transitori s'han obtingut per dos sistemes de referència. Per una banda, el model del motor s'ha obtingut en coordenades fixes referides a l'estator. Per l'altra, s'han obtingut, partint del model general en règim transitori, les equacions transformades en eixos giratoris referits al sincronisme fixant el fasor de tensió a l'eix de referència.

També s'han obtingut les equacions en règim permanent. Per a aquestes equacions s'ha plantejat un esquema equivalent general i s'ha desenvolupat un esquema equivalent alternatiu reagrupant paràmetres per tal d'obtenir un model en el qual es basi el control FAM, sistema de control de parell vectorial que es farà servir en els capítols experimentals.

També s'ha plantejat l'estat de l'art dels sistemes d'estimació de la velocitat del motor d'inducció (*sensorless*) i s'extreuen les següents conclusions:

- els sistemes amb més resolució són més complexos i més difícils d'implementar, industrialment menys viables
- els sistemes més complexos necessiten un coneixement exacte dels paràmetres del motor i són molt influenciables per les variacions, per això, necessiten rutines d'estimació de paràmetres
- els sistemes més simples són més fàcils d'implementar però tenen una pitjor resposta dinàmica.

També s'han desenvolupat les equacions de dos estimadors que, basant-se tots dos en el model del motor en règim transitori, obtenen la velocitat del motor de manera simple. Aquests sistemes d'estimació, senzills, tenen problemes de filtratge (estimadors en règim transitori) i de zones de treball no útils (estimadors en règim permanent).