

Capítulo 5

DIMENSIONAMIENTO DE VIGAS DE ACERO INOXIDABLE FRENTE AL ESTADO LÍMITE DE DEFORMACIONES

5.1.- INTRODUCCIÓN.

El cálculo preciso de flechas en elementos de acero inoxidable es un problema complejo con dos particularidades destacables. En primer lugar, la no linealidad del material hace que el módulo de elasticidad dependa del nivel de tensiones en cada punto, cosa que provoca una variación de dicho módulo tanto a nivel seccional como longitudinal a lo largo de la pieza. Dicha variación dificulta el cálculo de flechas mediante la teoría clásica que basa su formulación en un módulo de elasticidad constante.

En segundo lugar el cálculo de secciones eficaces en elementos esbeltos depende también del módulo de elasticidad del material, que en este caso dependerá del nivel de tensiones al que esté sometida la pieza. Se está en presencia de un problema no lineal que deberá resolverse mediante un cálculo iterativo.

Las características no lineales y de endurecimiento del acero inoxidable requieren el uso de curvas de cálculo diferentes a las aplicables para el acero al carbono e introduce dificultades en el análisis plástico global. Estructuralmente el acero inoxidable tiene, en general una resistencia última mayor que el acero al carbono, pero en comparación con las estructuras de acero al carbono, los criterios de servicio son más importantes en estructuras de acero inoxidable. (ESDEP, 2000)

Tal y como se ha visto en el capítulo anterior, la forma de la curva carga-flecha está afectada por la relación tensión-deformación no lineal del material y puede estar influenciada por los efectos de la abolladura del ala comprimida. Se ha visto también que los métodos de cálculo propuestos por Eurocódigo 3, Parte 1-4, que contemplan el cálculo de flechas mediante la utilización de un único valor del módulo de elasticidad secante a lo largo de todo el elemento, son recomendables para cálculo de flechas hasta valores de carga cercanos al 60% del límite elástico; no obstante, para cargas superiores tienden a sobrestimar las flechas, dando lugar a un dimensionamiento frente al estado límite de servicio de deformaciones conservador.

La verificación de los estados límite de servicio en estructuras estáticas se plantea bajo combinaciones de acciones que generan habitualmente tensiones menores que el límite elástico. No obstante, se cree oportuno desarrollar nuevas expresiones de diseño para el cálculo de flechas en piezas de acero inoxidable que permitan valorar adecuadamente el comportamiento en servicio de las estructuras de acero inoxidable, incluso para tensiones cercanas al límite elástico y para condiciones de vinculación cualesquiera. De este modo se mejoran las fórmulas propuestas en las normativas actuales referentes al diseño estructural de acero inoxidable en las que se plantean expresiones conservadoras que penalizan el uso de este material.

En el presente capítulo se analiza el comportamiento de una serie de vigas de acero inoxidable biapoyadas con diferentes estados de carga con el fin de determinar la importancia de las variaciones del módulo de elasticidad a lo largo de la sección transversal y de la viga. Seguidamente se presenta una expresión del diagrama momento-curvatura para cualquier sección transversal (doblemente simétrica y sin que sea circular). En base a dicha expresión del diagrama momento-curvatura se obtienen fórmulas analíticas y semiempíricas para la determinación de flechas en vigas biapoyadas y continuas de acero inoxidable bajo determinados estados de carga y con cualquier condición de vinculación.

Dada la dificultad del análisis éste se ha realizado sobre secciones Clase 1, 2 y 3 sin evaluar el cálculo de secciones eficaces en elementos esbeltos, considerando que la evaluación de los anchos eficaces queda fuera del alcance de esta tesis. Las secciones transversales analizadas son doblemente simétricas, aunque se proponen líneas de actuación para abordar el problema en estos casos.

5.2.- MÓDULO DE ELASTICIDAD SECANTE.

5.2.1.- Cálculo de flechas.

Para poder evaluar la importancia de las variaciones del módulo de elasticidad a nivel seccional y a nivel longitudinal, se realiza un análisis del cálculo de flechas en vigas biapoyadas con distintos estados de carga, variando la luz de las vigas y el canto de la sección transversal. El acero inoxidable utilizado es el S220 (AISI 304) dado que es el tipo de acero inoxidable más comúnmente utilizado en aplicaciones estructurales. En la Figura 5-1 se presenta un esquema de las vigas analizadas.

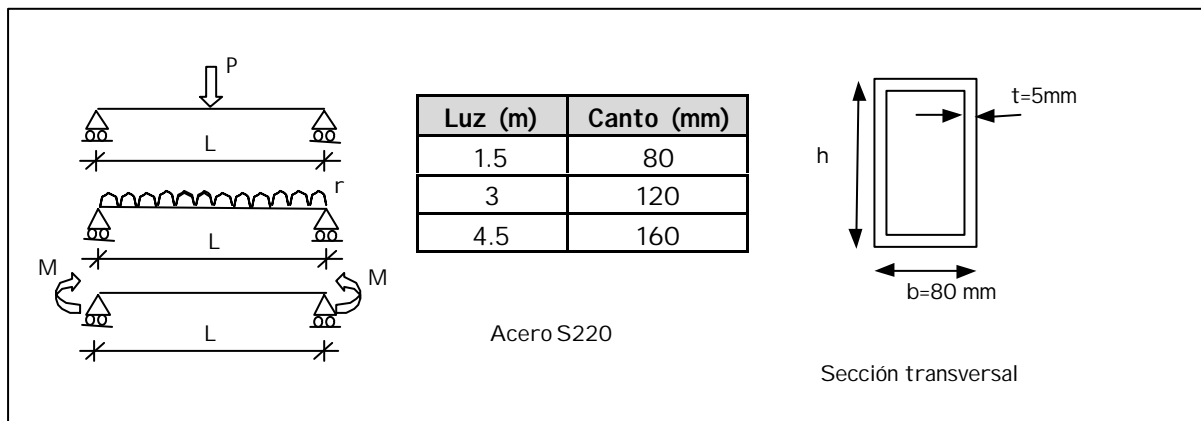


Figura 5-1. Esquema de las vigas analizadas.

El cálculo de flechas se ha efectuado utilizando tres métodos diferentes. El análisis comparativo de los resultados obtenidos permitirá, entre otras cosas, extraer conclusiones respecto a la bondad de los métodos simplificados de cálculo de flechas, preconizados por la mayoría de guías de diseño estructural del acero inoxidable, y en particular por Eurocódigo 3, Parte 1-4 (1996).

Uno de los métodos se basa en la utilización del código Abaqus (Hibbit et al.,1996), basado en el método de los elementos finitos. La modelización se plantea con elementos tipo viga y se considera la no linealidad del material. A las flechas obtenidas mediante este método las designaremos como f_{abaqus} .

En el segundo método, se calculan las flechas mediante un análisis lineal y con un único módulo de elasticidad secante para toda la viga. Es decir, a partir del momento en la sección más solicitada se determina la tensión máxima de manera lineal $\sigma=M/W$, y conocida la tensión máxima, se determina la deformación correspondiente mediante la expresión de Ramberg-Osgood y el módulo de elasticidad secante como $E_s=\sigma/\varepsilon$. Conocido E_s , la flecha se calcula con las expresiones habituales de cálculo lineal elástico. Las flechas obtenidas de este modo las designaremos como f_i .

El tercer método de cálculo de flechas se realiza linealmente, como en el método anterior, pero considerando la variación del módulo de elasticidad a lo largo de la longitud del elemento. Conocido E_s para cada sección, la flecha se calcula integrando las curvaturas. A las flechas calculadas de este modo las denominaremos f_{ij} .

Una vez calculadas las flechas se comparan los resultados obtenidos con los tres métodos y se evalúan las diferencias. Tal como se ha comentado anteriormente, el modelo numérico tiene en cuenta la ecuación constitutiva real del material y por tanto el efecto de la no linealidad, de modo que los resultados de flechas obtenidos mediante la aplicación del código Abaqus (f_{abaqus}) se toman como base de la comparación. De este modo se evalúa la diferencia porcentual en la determinación de las flechas obtenidas mediante un análisis lineal con un único valor de E_s para toda la viga (f_i) y las flechas obtenidas linealmente, pero integrando el módulo de elasticidad secante de cada sección (f_{ij}) frente a las flechas obtenidas del modelo numérico.

En la Figura 5-2 se presentan las gráficas carga-diferencia para cada uno de los estados de carga analizados. En esta figura, la expresión "diferencia" del eje de abscisas representa la diferencia existente, en tanto por ciento entre la flecha f_i (o f_{ij}) y la flecha f_{abaqus} con respecto a la flecha f_{abaqus} .

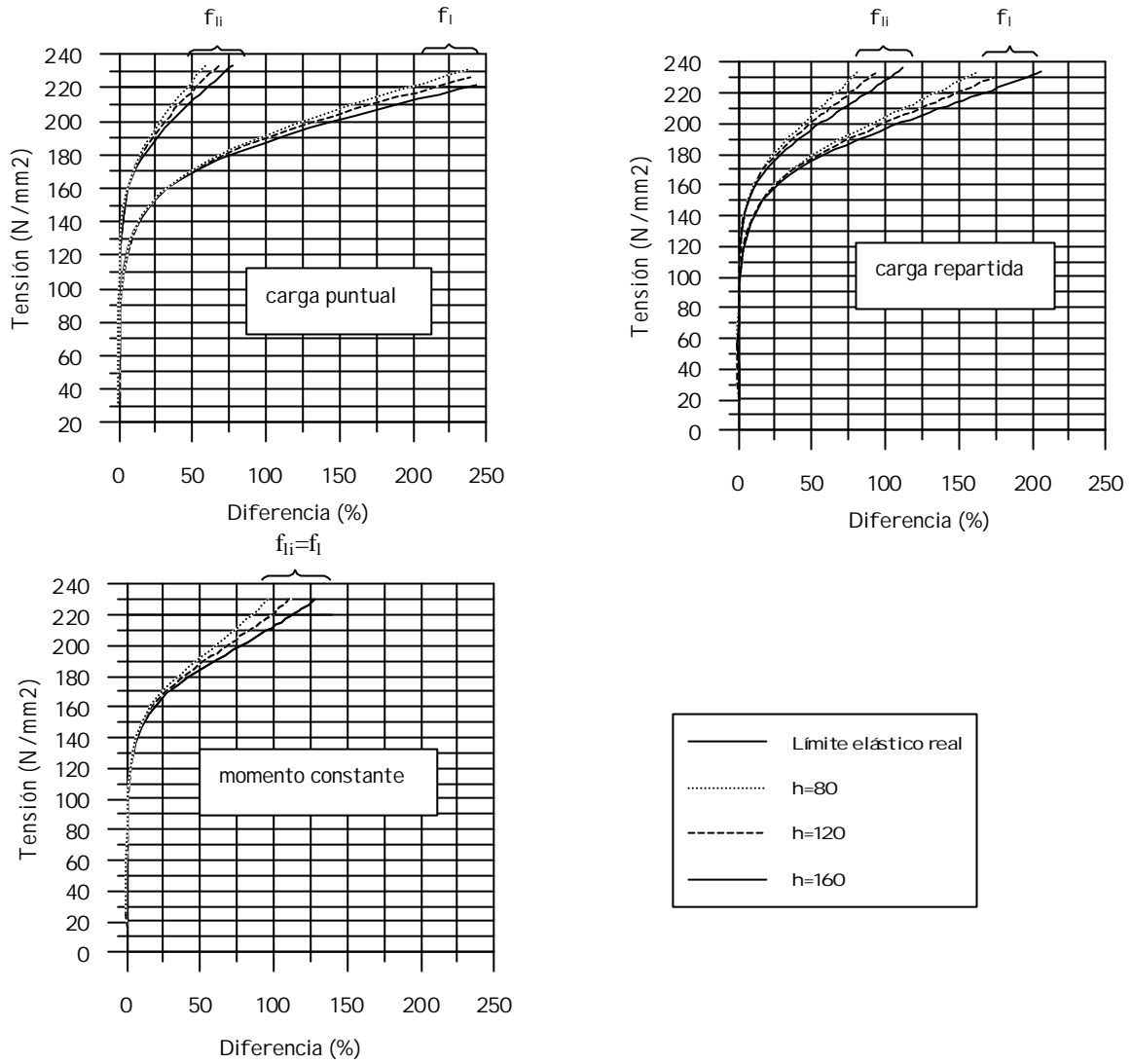


Figura 5-2. Diferencia entre los distintos métodos de determinación de flechas.

Del análisis de estas curvas se desprende que la diferencia en la determinación de la flecha mediante los distintos métodos aumenta con el canto y varía con la forma de la ley de momentos. Además resulta ser independiente de la luz de la viga. En la Tabla 5-1 se presentan las diferencias en la determinación de las flechas para un nivel de tensiones correspondiente al límite elástico.

Tabla 5-1. Diferencias en la determinación de la flecha.

Diferencia (%)	h=80 mm		h=120 mm		h=160 mm	
	f_l	f_{li}	f_l	f_{li}	f_l	f_{li}
	190	45	215	50	230	60
	140	70	155	80	170	90
	85	85	100	100	115	115
	a)	b)				c)

Del análisis de esta tabla pueden extraerse varias conclusiones:

- a) Diferencias obtenidas en el cálculo de la flecha f_i para distintos estados de carga. Al calcular la flecha de manera lineal con el módulo de elasticidad secante de la sección más solicitada cometemos un error en dicha sección, que luego extrapolamos a toda la viga. Cuanto más uniforme es la ley de momentos menos error cometemos en las demás secciones ya que las solicitaciones son más parecidas.
- b) Diferencias obtenidas en el cálculo de la flecha f_{ii} para distintos estados de carga. Al calcular la flecha de manera lineal integrada, utilizando el módulo de elasticidad correspondiente a cada sección transversal, el error que se comete es menor. De todos modos, cuanto mayor es la solicitación a la que se ve sometida la viga longitudinalmente mayor es la diferencia resultante en el valor de las flechas.
- c) Diferencias obtenidas en el cálculo de las flechas f_l y f_{ii} para secciones con distinto canto. Al aumentar el canto aumenta la diferencia.
- d) La diferencia entre f_l y f_{ii} disminuye cuanto más uniforme es la ley de momentos, hasta hacerse nula para momentos constantes.

A la vista de estos resultados, parece evidente que en primer lugar debemos estudiar el comportamiento de la sección transversal, o mejor dicho, la determinación a nivel sección de las tensiones, deformaciones y/o el módulo E_s , para poder evaluar correctamente el comportamiento longitudinal de la viga.

5.2.2.- Análisis de la sección transversal.

La fórmula de la flexión elástica [5-1], utilizada anteriormente para calcular las flechas linealmente en vigas de acero inoxidable, sólo es válida para aquellos materiales que cumplen la ley de Hooke y en los que, por tanto, la tensión es proporcional a la deformación.

$$\sigma = \frac{Mz}{I} \quad [5-1]$$

Para resolver problemas con relaciones tensión-deformación no lineales es necesario recurrir a la teoría general de flexión, asumiendo que las secciones planas de una viga antes de la deformación permanecen planas después de la deformación y planteando las condiciones generales de equilibrio de la estática [5-2] y [5-3].

$$\sum F_x = 0 \longrightarrow \int_A \sigma_x dA = 0 \quad [5-2]$$

$$\sum M_y = 0 \longrightarrow -\int_A \sigma_x z dA = M \quad [5-3]$$

En el capítulo anterior se ha demostrado que las secciones planas permanecen planas después de la deformación incluso en materiales cuyo comportamiento es no lineal.

Sin embargo en cálculo no lineal no se puede obtener una relación directa entre el momento aplicado y la tensión máxima, sino que la solución del problema pasa por satisfacer las ecuaciones de equilibrio de la estática [5-2] y [5-3] a través de un proceso iterativo hasta que la sección está en equilibrio. Este método iterativo es muy tedioso y es necesario buscar métodos más sencillos que permitan resolver los problemas no lineales.

En la Figura 5-3 se observa la diferencia en la determinación de las tensiones, en un problema no lineal, utilizando métodos lineales o la teoría general de flexión. Para ello se presenta un ejemplo simple de viga de sección rectangular sometida a flexión y un acero S220 con un diagrama tensión-deformación igual en tracción y compresión.

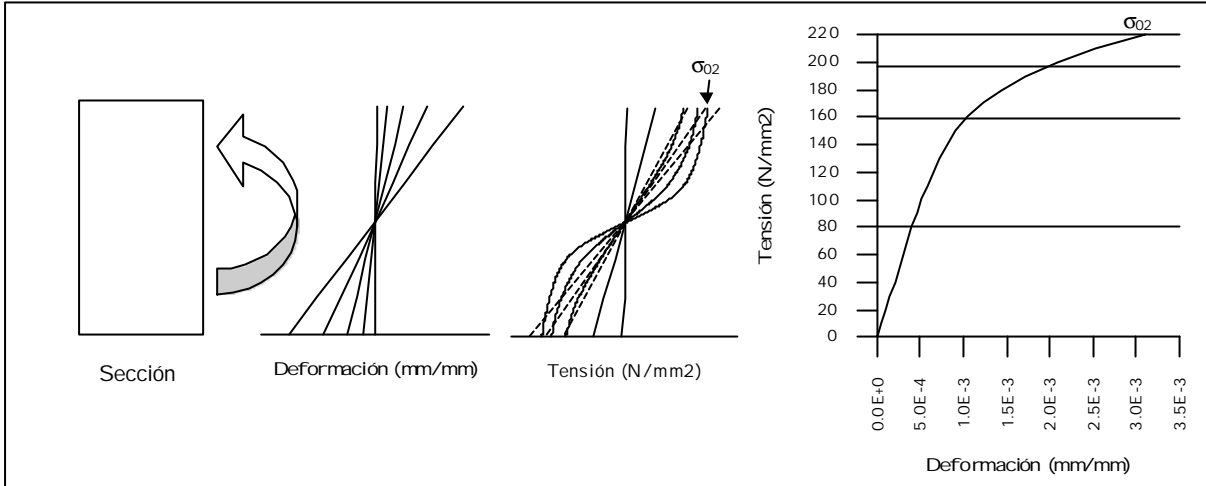


Figura 5-3. Evolución de tensiones no lineales.

En la figura σ_{02} es la tensión máxima que puede resistir el material (límite elástico convencional para acero inoxidable) y la línea discontinua de la misma figura muestra la resistencia equivalente al momento flector asumiendo una distribución de tensiones lineal. Aunque en ambos casos las distribuciones de tensiones resisten el mismo momento, las tensiones en el caso lineal son menores cerca del eje neutro y mayores en las fibras extremas.

La tensión en la fibra extrema calculada de manera elástica se llama "Módulo de rotura" del material en flexión (Popov, 1968), y es mayor que la tensión real. Para materiales en los que el diagrama tensión-deformación es casi recto hasta el límite elástico, la diferencia entre el módulo de rotura y la máxima tensión real es pequeña. Sin embargo, para materiales con curvaturas pronunciadas en el diagrama tensión-deformación las diferencias son mayores.

El cálculo de flechas en vigas de acero inoxidable, mediante expresiones lineales de teoría clásica y usando un módulo de elasticidad secante determinado linealmente tiende a sobrestimar las flechas. Ello es debido, entre otras cosas, a que la tensión máxima determinada linealmente es mayor que la tensión máxima real y por tanto le corresponde un módulo de elasticidad secante menor que conduce a valores de flecha superiores.

5.3.- DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA.

5.3.1.- Diagrama momento-curvatura.

En vista de la poca eficacia que se obtiene al aplicar métodos lineales de cálculo a problemas no lineales, se analiza el diagrama momento-curvatura, para poder obtener una relación directa entre el momento aplicado y la curvatura de la sección. Una vez determinada la curvatura, y asumiendo deformación plana, la determinación de la deformación máxima será directa.

La relación momento-curvatura de una sección cualquiera sometida a flexión puede determinarse asumiendo que la sección transversal permanece plana después de la deformación. En general el problema se resuelve numéricamente a través de la discretización de la sección transversal y aplicando las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad. Sin embargo, el diagrama momento-curvatura ($M-\chi$) de una sección cualquiera puede aproximarse por una expresión de la forma de la ecuación de Ramberg-Osgood [5-4]

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^n \quad [5-4]$$

en donde σ es la tensión, E_0 es el módulo de elasticidad tangente en el inicio, σ_{02} es el límite elástico definido convencionalmente como aquella tensión para la que al descargar, presenta una deformación remanente del 0.2% y n es una constante que indica el grado de no linealidad del acero.

La Figura 5-4 muestra, a modo de ejemplo, el diagrama tensión-deformación del acero inoxidable S220 (AISI 304) y el diagrama momento-curvatura de una sección rectangular del mismo acero inoxidable.

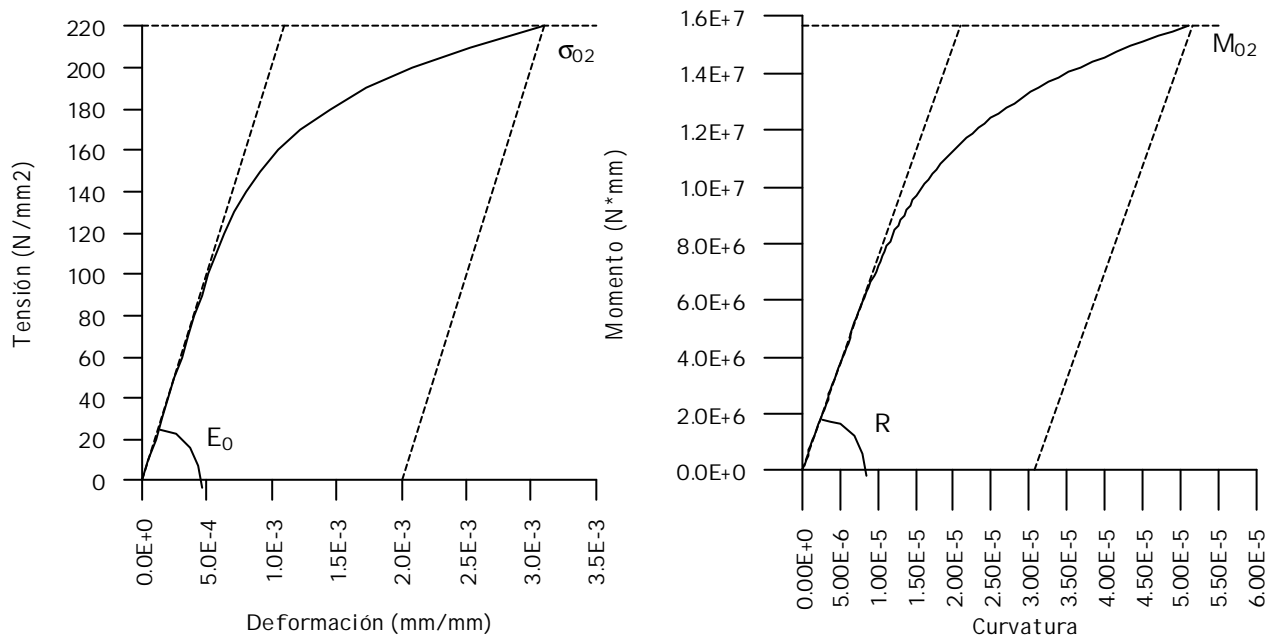


Figura 5-4. Diagramas $\sigma-\varepsilon$ y $M-\chi$.

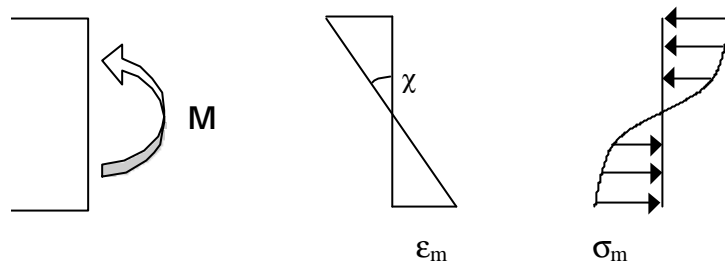
Utilizando una similitud con la ecuación de Ramberg-Osgood, puede determinarse una expresión analítica aproximada para el diagrama momento-curvatura como suma de una componente elástica de la curvatura más una componente plástica

$$\chi = \frac{M}{R} + \chi_p \left(\frac{M}{M_{02}} \right)^m \quad [5-5]$$

en donde R es la rigidez elástica, χ_p la curvatura plástica asociada a M_{02} , m un coeficiente que indica el grado de no linealidad del diagrama y M_{02} es el momento actuante cuando la tensión máxima es el límite elástico ($f_y = \sigma_{02}$).

Estos coeficientes pueden determinarse mediante el análisis seccional de una sección transversal sometida a un proceso de carga y descarga. Se supone que la sección es simétrica respecto al eje de flexión sin que ello reste generalidad al problema.

a) Proceso de carga

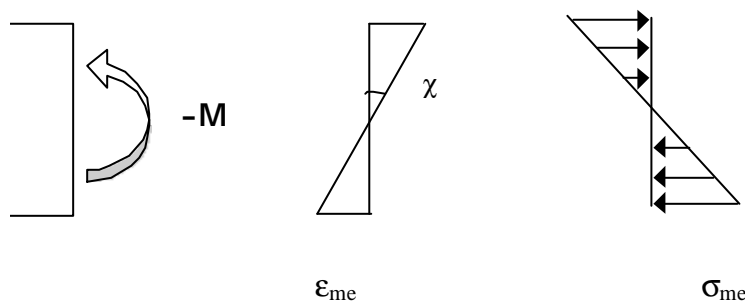


$$\epsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_0} + 0.002 \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{02}} \right)^n \quad \chi = \frac{\epsilon_m}{\left(\frac{h}{2} \right)}$$

$$\epsilon(z) = \chi z = \frac{2}{h} \left(\frac{\sigma_m}{E_0} + 0.002 \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{02}} \right)^n \right) z = \frac{\sigma(z)}{E_0} + 0.002 \left(\frac{\sigma(z)}{\sigma_{02}} \right)^n$$

$$M = \int_A \sigma(z) z dA \longrightarrow \sigma_m ?$$

b) Proceso de descarga (lineal)



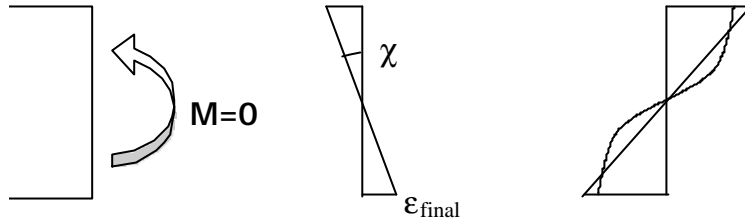
$$\sigma_{me} = E_0 \epsilon_{me} \quad \chi = \frac{2\epsilon_{me}}{h}$$

$$\epsilon(z) = \chi z = \frac{\epsilon_{me} 2}{h} z = \frac{\sigma(z)}{E} \longrightarrow \sigma(z) = E_0 \chi z$$

$$M = \int_A \sigma(z) z dA = \int_A E_0 \chi z^2 dA = E_0 \chi I \longrightarrow \sigma(z) = \frac{Mz}{I} \longrightarrow \sigma_{me} = \frac{Mh}{2I} \longrightarrow \epsilon_{em} = \frac{Mh}{2E_0 I}$$

Dicha deformación ϵ_{em} debe entenderse como la deformación máxima asociada a un momento M adoptando cálculo lineal elástico (no es la parte elástica de la deformación total ϵ_m en el proceso de carga).

c) Estado final.



La rigidez elástica es $R=E_0I$. La curvatura plástica puede determinarse a partir de la deformación final que experimenta la fibra más alejada y asumiendo deformación plana, tras un proceso de carga y descarga. Los cálculos se realizan para un momento igual a M_{02} y una tensión máxima no lineal $\sigma_m=\sigma_{02}$, con lo que:

$$\epsilon_{final} = \epsilon_m - \epsilon_{me} = \frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002 - \frac{M_{02}h}{2E_0I} \longrightarrow \chi_p = \frac{\epsilon_{final} 2}{h} = \frac{2}{h} \left(\frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002 \right) - \frac{M_{02}}{E_0I}$$

En lo referente al valor del coeficiente m , éste se ha ajustado numéricamente obteniéndose una aproximación correcta de $m=n-1$, siendo n el exponente de la curva $\sigma-\epsilon$ de Ramberg-Osgood para el material acero inoxidable.

La determinación del momento M_{02} debe realizarse de manera numérica ya que requiere la integración de una distribución de tensiones no lineal, de la que no conocemos una expresión explícita, porque el diagrama $\sigma-\epsilon$ no es directamente invertible. De todos modos, más adelante se propone una expresión analítica para la determinación de dicho coeficiente.

Cabe destacar aquí que la deformación total no lineal es plana, pero las partes elástica y plástica de la deformación de cada fibra no son planas.

En definitiva se ha obtenido una expresión del diagrama momento-curvatura para una sección cualquiera de acero inoxidable de la siguiente manera:

$$\chi = \frac{M}{E_0I} + \chi_p \left(\frac{M}{M_{02}} \right)^{n-1} \quad ; \quad \chi_p = \frac{2}{h} \left(\frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002 \right) - \frac{M_{02}}{E_0I} \quad [5-6]$$

La utilización de esta fórmula no sólo permite obtener una estimación de las flechas mucho más ajustada a la realidad, sino que además permite determinar con suficiente exactitud cuál es el nivel de tensiones al que está sometida la sección analizada.

Una vez determinada la curvatura de una sección, la determinación de la deformación máxima es función directa del canto. Conocida la deformación, puede determinarse la tensión asociada a dicha deformación resolviendo la ecuación de Ramberg-Osgood. Dicha ecuación no es fácilmente invertible, por lo que deberá resolverse mediante métodos iterativos. Sin embargo,

actualmente, cualquier calculadora tiene sistemas de resolución numéricos, que pueden aplicarse en este caso.

5.3.2.- Calibración de la fórmula momento-curvatura propuesta.

En este apartado, se comparan diagramas momento-curvatura obtenidos experimentalmente y mediante el código Abaqus con los obtenidos mediante la formulación propuesta en el apartado anterior (eq. [5-6]). Ello permitirá valorar la aproximación de la fórmula propuesta al problema y acotar las diferencias encontradas entre ambos métodos, en función de los parámetros de diseño más relevantes.

En primer lugar, se estudia una de las vigas ensayadas y analizada en el capítulo anterior. Se comparan los diagramas $M-\chi$ experimental, numérico y analítico de la viga biapoyada RHS 80x120-2; se dispone de suficientes galgas en la sección transversal central como para determinar la curvatura hasta el momento en que entra en juego la abolladura (Figura 5-5).

En este caso, las curvas se representan hasta el instante en que, en la fibra más alejada del eje neutro, la tensión alcanza el valor del límite elástico.

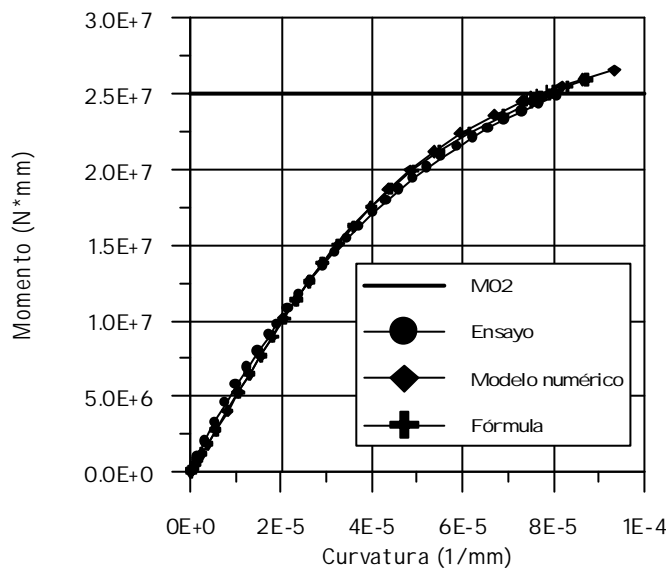


Figura 5-5. Diagramas momento-curvatura RHS 80x120-2.

Como puede verse en dicha figura, la formulación propuesta para la determinación del diagrama $M-\chi$ aproxima de manera satisfactoria los diagramas numérico y experimental hasta M_{02} .

A modo de ejemplo, se presentan a continuación (Figura 5-6) los diagramas $M-\chi$ de dos aceros distintos, con dos secciones transversales distintas. En primer lugar se presenta el diagrama de un acero S220 y una sección tubular rectangular de 80x80x5, y en segundo lugar, un acero S240 y una sección tubular rectangular de 80x120x5. En la tabla 5-2 se presentan los datos necesarios para la determinación analítica de los diagramas $M-\chi$.

Tabla 5-2. Datos para la determinación de los diagramas M- ϵ de la Figura 5-6.

Acero	f_v (N/mm ²)	E_0 (N/mm ²)	n
S220	220	200000	6.5
S240	240	200000	7
Sección	ancho (mm)	canto (mm)	espesor (mm)
80x80x5	80	80	5
80x120x5	80	120	5

En esta figura, se comparan los diagramas analíticos con los diagramas reales asociados a la sección transversal analizada. Los diagramas reales se han calculado mediante un sencillo programa de cálculo en el que imponiendo un plano de deformaciones para la sección transversal, se calcula la distribución de tensiones correspondiente e integrando dichas tensiones se obtiene el momento aplicado. Ello se hace así para un conjunto finito de planos de deformaciones.

Con el fin de poder comparar mejor los dos ejemplos, se representan las curvas de manera adimensional, $M/M_{02}-\chi/\chi_{02}$. En ambas curvas se observa que la diferencia entre la curvatura real y la curvatura calculada analíticamente es prácticamente despreciable.

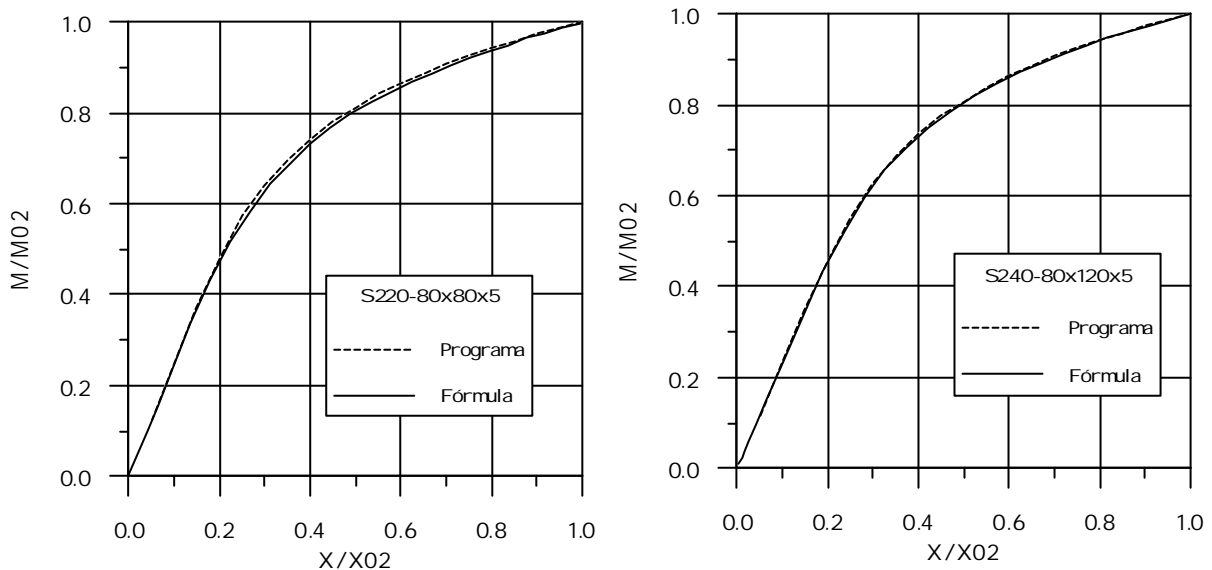


Figura 5-6. Diagramas momento-curvatura.

A continuación se realiza un análisis para cuantificar dichas diferencias. Teniendo en cuenta que se trata de una formulación semiempírica, se hace difícil conocer con exactitud cuál será el error máximo cometido para una sección cualquiera y con cualquier tipo de acero, aunque sí es posible estudiar la variación del error al variar el tipo de acero y las dimensiones de la sección transversal. En un primer estadio, se comparan los resultados reales obtenidos mediante un sencillo programa de cálculo con los resultados analíticos derivados de la aplicación de la formulación propuesta de una sección tubular rectangular o en doble T variando el tipo de acero y las dimensiones de la sección transversal.

Para estudiar las diferencias en función del tipo de acero utilizado se han usado los aceros S220 (AISI 304), S240 (AISI 316) y S480 (Dúplex 2205) por ser los comúnmente utilizados en aplicaciones estructurales y el acero S422 por ser uno de los aceros utilizados en la campaña experimental correspondiente, en concreto al utilizado en la sección RHS 80x120. La sección transversal utilizada ha sido una sección rectangular tubular de 120mm de canto, 80mm de ancho y 5mm de espesor de alas y almas, igual en todos los casos.

A continuación, se ha estudiado la variación de las dimensiones de la sección transversal, manteniendo el mismo tipo de acero. En la Tabla 5-3 se presentan las características de cada acero y las dimensiones de las secciones transversales utilizadas y en la Figura 5-7 se presentan las gráficas obtenidas para cada caso.

En esta figura, la expresión "diferencia" del eje de abscisas representa la diferencia existente, en tanto por ciento entre la curvatura obtenida mediante la aplicación de la fórmula momento-curvatura propuesta (eq. [5-6]) y la curvatura real obtenida numéricamente mediante un programa de cálculo con respecto a la curvatura real obtenida numéricamente.

Tabla 5-3. Características de las secciones analizadas y aceros utilizados.

CASO	f_y (N/mm ²)	E_o (N/mm ²)	n	b (mm)	h (mm)	ew (mm)	ef (mm)
Acero1	220	200000	6.5	80	120	10	5
Acero2	240	200000	7	80	120	10	5
Acero3	480	200000	5	80	120	10	5
Acero4	422	165570	4.8	80	120	10	5
Canto1	220	200000	6.5	80	80	10	5
Canto2	220	200000	6.5	80	120	10	5
Canto3	220	200000	6.5	80	160	10	5
Ancho1	220	200000	6.5	80	120	10	5
Ancho2	220	200000	6.5	120	120	10	5
Ancho3	220	200000	6.5	160	120	10	5
Alma1	220	200000	6.5	80	120	8	5
Alma2	220	200000	6.5	80	120	10	5
Alma3	220	200000	6.5	80	120	12	5
Ala1	220	200000	6.5	80	120	10	4
Ala2	220	200000	6.5	80	120	10	5
Ala3	220	200000	6.5	80	120	10	6

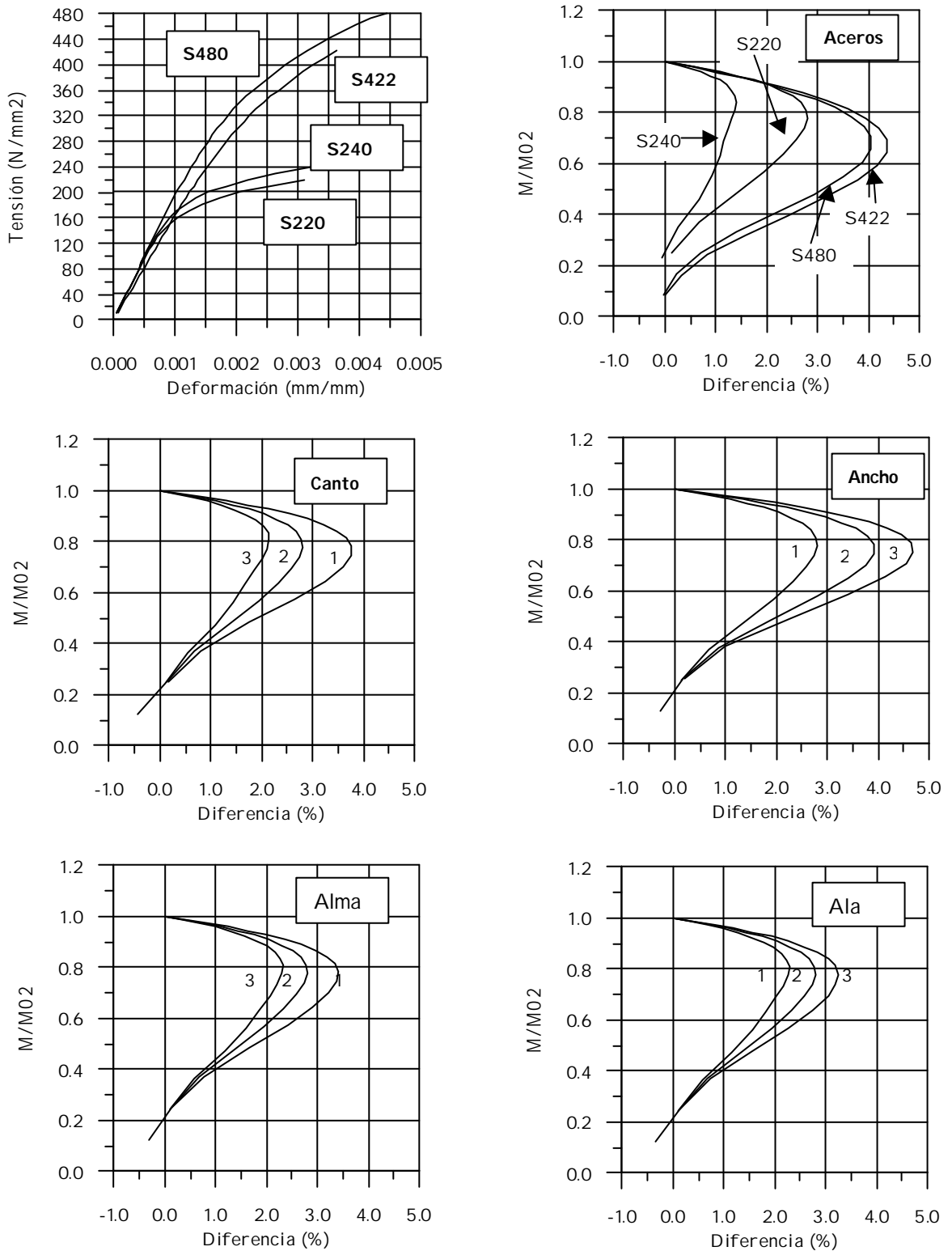


Figura 5-7. Evaluación de las diferencias.

Del análisis de las curvas de la figura anterior se desprende que las diferencias existentes en la determinación del diagrama $M-\chi$ mediante la formulación propuesta depende del tipo de acero. También puede apreciarse que la forma de la sección transversal influye en el error, obteniéndose mayores errores para secciones con menos canto, más ancho, menos espesor de alma y más espesor de ala. Es decir, cuanto mayor es el área de las alas respecto a la sección total, mayor es el error cometido. Esto es debido a que en las zonas de ala las tensiones son mayores y por tanto afecta más la no linealidad del material.

En base a estos resultados se ha examinado un amplio grupo de perfiles con aceros inoxidables con diferentes grados de no linealidad, y se ha comprobado que en ningún caso se comenten errores en la determinación de la curvatura mayores del 5.0 %, quedando siempre del lado de la seguridad.

5.3.3.- Determinación del momento cuando la tensión máxima es el límite elástico (M_{02}).

Para la utilización de la fórmula propuesta del diagrama momento-curvatura, es necesario calcular el coeficiente M_{02} . Dicho coeficiente depende de la sección transversal analizada y del tipo de acero inoxidable utilizado, con lo que se hace necesario su cálculo en cada caso concreto.

El momento M_{02} se ha definido como el momento flector actuante en la sección que produce una tensión máxima, mediante cálculo no lineal, igual al límite elástico. La determinación exacta de dicho coeficiente debe realizarse numéricamente, ya que la ecuación constitutiva del acero inoxidable no es directamente invertible. Es decir, se supone una deformación máxima igual a la deformación correspondiente al límite elástico. Imponiendo deformación plana se calcula la deformación de algunos puntos de la sección transversal. Conocida la deformación es posible determinar la tensión en dichos puntos resolviendo la ecuación de Ramberg-Osgood. Dicha ecuación debe resolverse numéricamente con métodos iterativos como por ejemplo el método de Newton-Raphson. Una vez determinada la distribución de tensiones, se puede calcular el momento actuante M_{02} integrando numéricamente las tensiones.

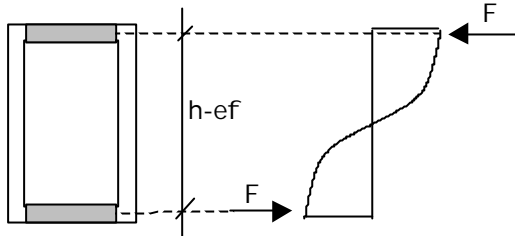
Es obvio que este procedimiento de cálculo, a pesar de producir resultados muy buenos, puede resultar algo tedioso en algunos casos, con lo que se hace necesario proponer métodos alternativos. A continuación se presenta una propuesta para la determinación de M_{02} de forma analítica, para secciones simétricas respecto al eje de flexión.

Todas las secciones analizadas en este capítulo son secciones tubulares rectangulares o secciones en doble T, para las que se puede proponer un tratamiento único de manera que; las dimensiones de las secciones en doble T son h =canto total, b =ancho, e_w =espesor de alma y e_f =espesor de las alas, y para las secciones tubulares rectangulares son h =canto total, b =ancho, $e_w/2$ =espesor de alma y e_f =espesor de alas.

El momento M_{02} se calcula como suma de dos partes, una correspondiente a las alas y la otra correspondiente al alma. Veamos a continuación como se definen cada uno de los dos términos.

M_{02.alas}

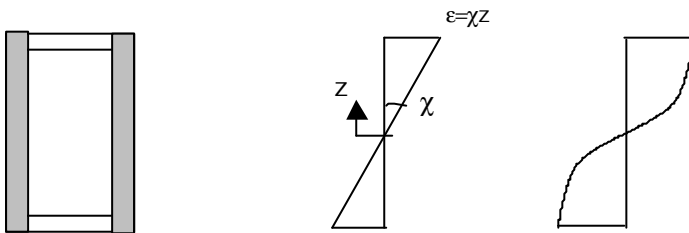
Al ser, en general, los espesores de alas pequeños en comparación con el canto total de la sección, se puede aproximar la distribución de tensiones en las alas de manera constante. De este modo resulta una fuerza total aplicada en cada ala de:



$$M_{02.alas} = \sigma_{02} e_f (b - e_w)(h - e_f) \quad [5-7]$$

M_{02.alma}

Para la determinación analítica del momento que produce la distribución de tensiones en el alma, es necesario conocer una expresión analítica de estas tensiones en función del canto. Dado que la ecuación de Ramberg-Osgood no es invertible, esta expresión analítica la obtenemos aproximando la ecuación constitutiva por una función fácilmente integrable como puede ser una parábola.



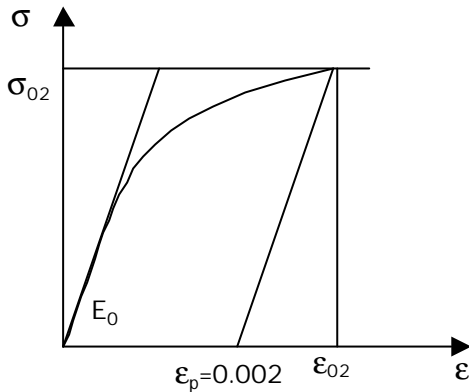
$$\sigma(\epsilon) = A\epsilon^2 + B\epsilon = A\chi^2 z^2 + B\chi z$$

$$M_{02.alma} = 2 \int_0^{h/2} \sigma(z) z dA = 2 \int_0^{h/2} (A\chi^2 z^3 + B\chi z^2) e_w dz = h^3 \chi e_w \left(\frac{A\chi h}{32} + \frac{B}{12} \right) \quad [5-8]$$

Los coeficientes A y B dependen de la aproximación parabólica y χ es la curvatura asociada al momento M₀₂.

$$\chi = \chi_{02} = \frac{\epsilon_{02}}{\left(\frac{h}{2}\right)} = \frac{2}{h} \left(\frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002 \right) \quad [5-9]$$

La aproximación parabólica debe ser lo suficientemente sencilla como para dar lugar a una fórmula utilizable en la práctica; por tanto, se propone una curva que pase por el origen y por el límite elástico y que tenga en el origen la pendiente del módulo de deformación longitudinal inicial (módulo de Young).



$$\begin{aligned} \epsilon(\sigma) &= \frac{\sigma}{E_0} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^n \\ \sigma(\epsilon) &= A\epsilon^2 + B\epsilon + C \end{aligned}$$

De este modo:

$$1) \epsilon=0 \quad \sigma=0 \rightarrow C=0$$

$$2) \left. \frac{d\sigma}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=0} = E_0 \rightarrow B=E_0$$

$$3) \epsilon=\epsilon_{02} \quad \sigma=\sigma_{02} \rightarrow A = \frac{-0.002E_0}{\epsilon_{02}^2} = \frac{-0.002E_0}{\left(\frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002 \right)^2}$$

Esta aproximación parabólica resulta muy buena para aceros con límites elásticos altos; sin embargo, para aceros con bajo límite elástico, la no linealidad del diagrama tensión-deformación es más acusada y la aproximación no resulta tan buena. De todos modos se toma como válida ya que otras aproximaciones del diagrama darían lugar a expresiones de cálculo demasiado complejas.

La evaluación del error cometido en la determinación de M_{02} mediante la expresión analítica propuesta se ha realizado a través del análisis de varias secciones transversales y varios tipos de acero, y se ha puesto de manifiesto que el error cometido es función del tipo de acero y de las dimensiones de la sección transversal, no alcanzándose en ningún caso errores superiores al 10% en la determinación de M_{02} . De este modo, si se pretende ofrecer una expresión analítica para la determinación de M_{02} debe tenerse en cuenta que ello se consigue a cambio de precisión en el resultado. Sin embargo, el valor del momento M_{02} calculado numéricamente, podría estar tabulado en prontuarios y catálogos tal y como sucede con otras características geométricas y mecánicas de las secciones transversales, aunque en este caso dependa también del tipo de acero inoxidable utilizado.

Mediante la formulación analítica se obtienen valores de M_{02} superiores al real. Esta sobreestimación del momento influye en la exactitud del diagrama momento-curvatura

propuesto en el apartado anterior. Tras un análisis de la influencia de dicho parámetro en el valor de la curvatura, se puede concluir que para aceros con límite elástico bajo (S220, S240) en los que el error cometido en la determinación de M_{02} es mayor, el diagrama momento-curvatura con la expresión analítica del momento puede dar lugar a errores del lado de la inseguridad. En vista de este resultado, parece lógico dividir el M_{02} analítico por un coeficiente de ajuste que se ha estimado del orden de $\gamma=1.05$.

Una determinación más ajustada de dicho coeficiente puede obtenerse a través de la evaluación sistemática del error para todas las secciones transversales disponibles en el mercado. Incluso es posible plantear un coeficiente de ajuste determinado para cada tipo de acero.

5.3.4.- Cálculo de flechas.

En los apartados anteriores de este capítulo se ha presentado una propuesta para la determinación del diagrama momento-curvatura de una sección cualquiera, y se han evaluado las diferencias obtenidas con respecto al diagrama real calculado a través de un sencillo programa.

El hecho de disponer de una fórmula que permita obtener una expresión de la curvatura de una sección en función del momento aplicado en dicha sección soluciona enormemente el problema de la determinación de flechas.

A continuación se presentan algunos casos sencillos, de vigas simples, en los que la integración de las curvaturas, permite obtener una expresión sencilla de las flechas en función de la carga aplicada.

Vigas biapoyadas

Sea una viga biapoyada de longitud l , con ley de momentos simétrica. Si conocemos la expresión de la ley de momentos a lo largo de la longitud de la viga $M(x)$, podemos conocer también la ley de curvaturas a lo largo de la viga $\chi(x)$.

$$\chi(x) = \frac{M(x)}{E_0 I} + \chi_p \left(\frac{M(x)}{M_{02}} \right)^{n-1} = \frac{M(x)}{E_0 I} + \left(\frac{2\varepsilon_{02}}{h} - \frac{M_{02}}{E_0 I} \right) \left(\frac{M(x)}{M_{02}} \right)^{n-1} \quad [5-10]$$

Si la ley de momentos es simétrica la flecha máxima en centro de luz se obtiene como

$$f = \int_0^{1/2} \chi(x) x dx = \underbrace{\int_0^{1/2} \frac{M(x)x}{E_0 I} dx}_{I1} + \underbrace{\int_0^{1/2} \chi_p \left(\frac{M(x)}{M_{02}} \right)^{n-1} x dx}_{I2} \quad [5-11]$$

El primer término de la integral (I1) es la expresión de la flecha en cálculo lineal elástico y el segundo término (I2) debe resolverse en cada caso en función de $M(x)$.

a) Carga puntual en centro de luz: $M(x)=Px/2$

$$I_1 = \frac{Pl^3}{48E_0 I}$$

$$I_2 = \int_0^{1/2} \chi_p \left(\frac{Px}{2M_{02}} \right)^{n-1} x dx = \chi_p \left(\frac{P}{2M_{02}} \right)^{n-1} \int_0^{1/2} x^n dx = \chi_p \left(\frac{P}{2M_{02}} \right)^{n-1} \left(\frac{(1/2)^{n+1}}{n+1} \right)$$

b) Momentos en los extremos: $M(x)=M$

$$I_1 = \frac{Ml^2}{8E_0 I}$$

$$I_2 = \int_0^{1/2} \chi_p \left(\frac{M}{M_{02}} \right)^{n-1} x dx = \chi_p \left(\frac{M}{M_{02}} \right)^{n-1} \frac{l^2}{8}$$

c) Carga uniformemente repartida: $M(x)=px(1-x)/2$

$$I_1 = \frac{5pl^4}{384E_0 I}$$

$$I_2 = \int_0^{1/2} \chi_p \left(\frac{px(1-x)}{2M_{02}} \right)^{n-1} x dx = \chi_p \left(\frac{p}{2M_{02}} \right)^{n-1} \underbrace{\int_0^{1/2} x^n (1-x)^{n-1} dx}_{I_2'}$$

La expresión I_2' no es integrable analíticamente, de modo que para obtener una expresión analítica que aproxime la solución de la integral se ha efectuado en primer lugar un cambio de variable ($y=x/l$) para independizarla de la longitud de la viga y posteriormente se ha ajustado numéricamente a una exponencial. Los coeficientes de la expresión exponencial obtenida son los que mejor aproximan a la integral para los valores del coeficiente n situados entre 3.5 y 9, ya que es el rango en el que se encuentra el exponente n de la curva de Ramberg-Osgood.

$$I_2' = \int_0^{1/2} x^n (1-x)^{n-1} dx = \int_0^{1/2} (ly)^n (1-ly)^{n-1} l dy = l^{2n} \int_0^{1/2} y^n (1-y)^{n-1} dy \approx l^{2n} * 0.1 * e^{-1.45(n-1)}$$

Voladizo

Dado que en los voladizos se tiene giro nulo en la sección de empotramiento, aún no siendo simétrica la ley de momentos, puede determinarse la flecha en el extremo integrando la ley de curvaturas. Igual que se ha hecho con las vigas biapoyadas, podemos hallar expresiones analíticas de la flecha en el extremo de un voladizo en algunos casos concretos.

d) Carga puntual: $M(x)=Px$

$$\Pi = \frac{Pl^3}{3E_0I}$$

$$I_2 = \int_0^l \chi_p \left(\frac{Px}{M_{02}} \right)^{n-1} x dx = \chi_p \left(\frac{P}{M_{02}} \right)^{n-1} \int_0^l x^n dx = \chi_p \left(\frac{P}{M_{02}} \right)^{n-1} \frac{l^{n+1}}{n+1}$$

En este caso la variable x tiene su origen en el extremo del voladizo.

e) Carga repartida: $M(x)=px^2/2$

$$\Pi = \frac{pl^4}{8E_0I}$$

$$I_2 = \int_0^l \chi_p \left(\frac{px^2}{2M_{02}} \right)^{n-1} x dx = \chi_p \left(\frac{p}{2M_{02}} \right)^{n-1} \int_0^l x^{2n-1} dx = \chi_p \left(\frac{p}{2M_{02}} \right)^{n-1} \frac{l^{2n}}{2n}$$

Estas expresiones solamente pueden hallarse en algunos casos concretos en los que la ley de curvaturas es integrable de manera sencilla. En cuanto hay que sumar giros o las leyes son más complejas se hace del todo imposible hallar expresiones explícitas de la flecha. En cualquier caso, conociendo la ley de momentos y el diagrama momento curvatura, la flecha puede hallarse con un sencillo programa de cálculo.

Tal y como se ha comentado anteriormente, al disponer de una expresión analítica del diagrama momento-curvatura se pueden obtener flechas en vigas de acero inoxidable de manera sencilla sin tener que recurrir a métodos simplificados derivados de la aplicación de un análisis lineal y que conducen a errores considerables en la determinación de las flechas.

Para poder evaluar gráficamente el resultado de la integración del diagrama $M-\chi$ en el cálculo de flechas se repite el estudio realizado al inicio del capítulo en el que se realiza un análisis del cálculo de flechas en vigas biapoyadas de acero inoxidable S220 con distintos estados de carga, variando la luz de las vigas y el canto de la sección transversal.

El cálculo de flechas se ha efectuado utilizando cuatro métodos diferentes. En primer lugar se utiliza un modelo numérico (Abaqus) que considera la no linealidad del material (f_{abaqus}). En segundo lugar, se calculan las flechas mediante un análisis lineal y con un único módulo de elasticidad secante para toda la viga (f_i).

Un tercer método de cálculo de flechas se basa en análisis lineal, como en el método anterior, pero considerando la variación del módulo de elasticidad a lo largo de la longitud del elemento (f_{i1}). Y en cuarto lugar se calcula la flecha integrando el diagrama momento-curvatura de cada sección ($f_{M-\chi}$).

Una vez calculadas las flechas se comparan los resultados obtenidos con los cuatro métodos y se evalúan las diferencias porcentuales en la determinación de las flechas obtenidas analíticamente frente a las flechas obtenidas del modelo numérico.

En la Figura 5-8 se presentan las gráficas tensión-diferencia para cada uno de los estados de carga analizados. En esta figura, la expresión "diferencia" del eje de abscisas representa la diferencia existente, en tanto por ciento entre la flecha $f_{m-\chi}$ (o f_i , f_{ii}) y la flecha f_{abaqus} con respecto a la flecha f_{abaqus} .

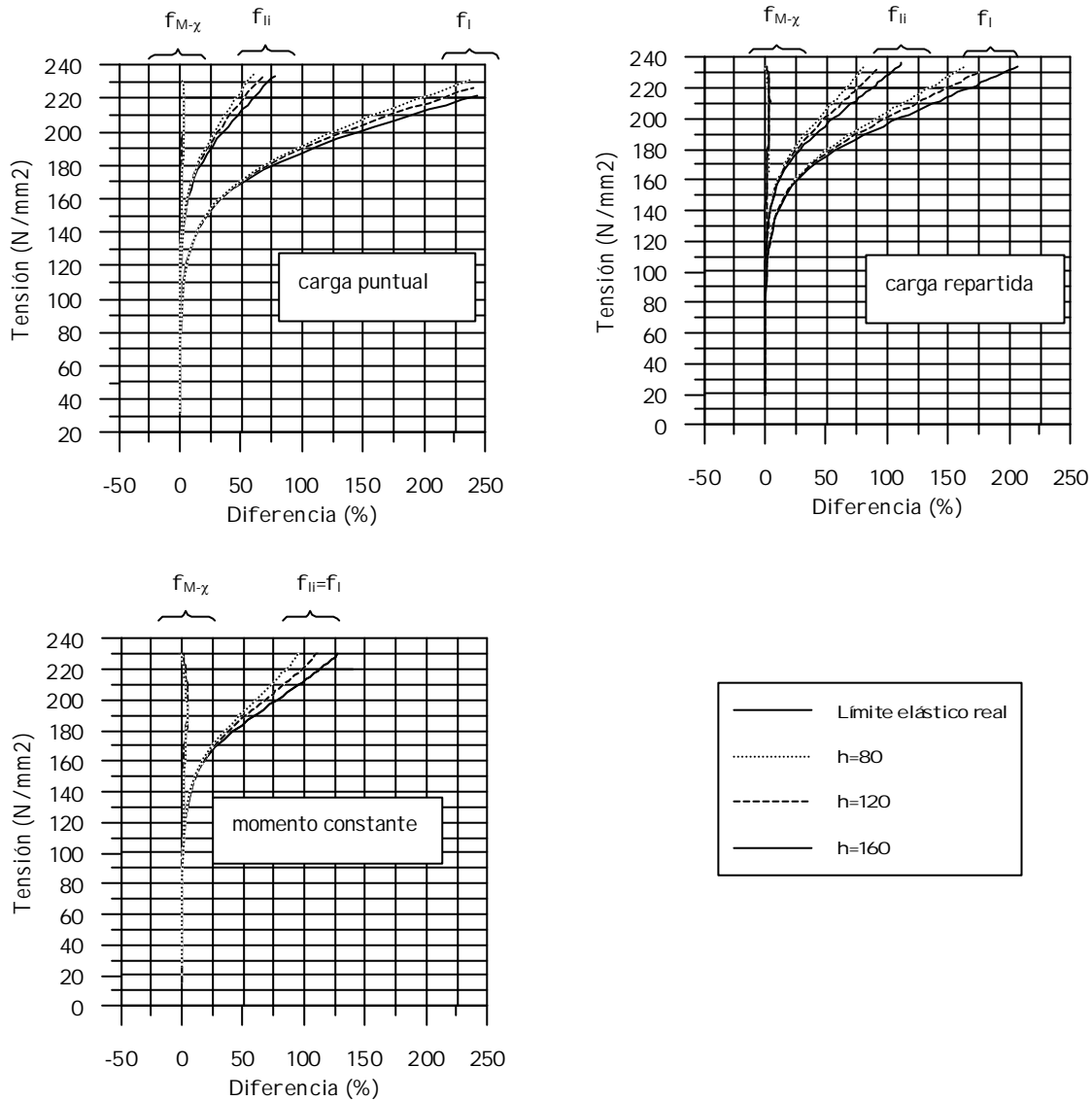


Figura 5-8. Diferencias entre los distintos métodos de determinación de flechas.

Del análisis de la figura se observa que la mejora al utilizar un diagrama momento-curvatura para el cálculo de flechas teniendo en cuenta la no linealidad del problema, es realmente muy significativa.

Los posibles inconvenientes de la aplicación de este método para cálculo de flechas son, en primer lugar, que al tratarse de un análisis no lineal, no es válido el principio de superposición, con lo que se requiere una expresión de cálculo para cada estado de carga distinto. Y en segundo lugar, no siempre será posible hallar expresiones integrables

analíticamente, sobre todo en vigas hiperestáticas. Más adelante se presentan métodos alternativos para el cálculo de flechas en estos casos.

5.3.5.- Secciones no simétricas y secciones esbeltas.

Los métodos de cálculo propuestos hasta el momento hacen referencia a secciones doblemente simétricas en las que no se produce ningún fenómeno de abolladura, ni de redistribución de tensiones a nivel seccional.

En el caso de estar en presencia de secciones simplemente simétricas, plásticas y compactas, el problema se resuelve fácilmente introduciendo en las formulaciones planteadas una ecuación adicional de equilibrio seccional.

En el caso de secciones esbeltas es necesario, en primer lugar, clasificar la sección y posteriormente obtener expresiones para determinar el ancho eficaz de los elementos comprimidos y para definir la geometría de las secciones desde el punto de vista resistente. Ambos temas son objeto de recientes investigaciones desarrolladas en el Institute of Steel Construction (RWTH) de Alemania en donde los resultados parciales de las investigaciones apuntan a que la expresión de las relaciones de dimensión característica en función del espesor b/t que aparecen en Eurocódigo 3, Parte 1-4 (1996) para la clasificación de secciones deben aumentarse entre un 14 y un 20% (ECSC, 2000).

El concepto de clasificación de secciones no es completamente aplicable al acero inoxidable porque es un material no lineal sin un límite elástico claramente diferenciado. Tanto los investigadores del RWTH (ECSC, 2000) como Mazzolani y Piluso (1997) proponen utilizar resultados de un "four point bending test" para desarrollar modelos que determinen la relación momento-rotación de una sección, como alternativa para predecir la resistencia última en materiales con comportamiento no lineal como el acero inoxidable o el aluminio.

Las curvas momento-rotación servirán entonces para determinar la resistencia de la sección y la evolución del comportamiento hasta rotura independientemente de la clasificación de la sección. La utilización de la herramienta del diagrama momento-curvatura será adecuada para reproducir el comportamiento seccional y las condiciones de ductilidad y rotación de la pieza en función de la esbeltez de los elementos que la constituyen.

Estos estudios pueden ser objeto de futuras líneas de investigación a desarrollar en este campo.

5.4.- FLECHAS EN VIGAS CONTINUAS.

5.4.1.- Introducción.

Conocida la expresión del diagrama momento-curvatura para secciones de acero inoxidable es posible determinar la deformada de vigas de acero inoxidable, sometidas a cualquier estado de cargas y con condiciones de vinculación cualesquiera. Es necesario hacer uso de las condiciones de equilibrio y compatibilidad y de las ecuaciones constitutivas de los materiales.

Para comparar los resultados derivados de este método con los propuestos por la normativa, se ha desarrollado un programa de cálculo para determinar flechas en vigas de acero inoxidable

utilizando el diagrama $M-\chi$ propuesto y teniendo en cuenta la no linealidad del material y, por consiguiente, la redistribución de esfuerzos asociada. A las flechas calculadas de este modo las llamaremos $f_{M-\chi}$.

Asimismo, se calculan las flechas linealmente con un único valor del módulo de elasticidad secante para toda la viga correspondiente a la sección de máximo momento negativo. Se repite el proceso con el módulo de elasticidad secante de la sección de máximo momento positivo y finalmente se calcula la flecha de manera lineal, pero considerando la variación del módulo de elasticidad secante a lo largo de la viga. A las flechas calculadas de este modo las llamaremos respectivamente, f_{ineg} , f_{ipos} , f_{li} .

Igual que en el apartado anterior, las flechas obtenidas mediante estos cuatro métodos se comparan con las flechas derivadas de la aplicación de un modelo numérico. Esta comparación se realiza a través de la evaluación de las diferencias porcentuales en la determinación de las flechas $f_{M-\chi}$, f_{ineg} , f_{ipos} y f_{li} frente a las flechas obtenidas del modelo numérico.

En la Figura 5-9 se presentan, a modo de ejemplo, los resultados del análisis de una viga continua de dos vanos con carga puntual en el centro de luz de cada vano, con sección tubular rectangular y acero inoxidable S220.

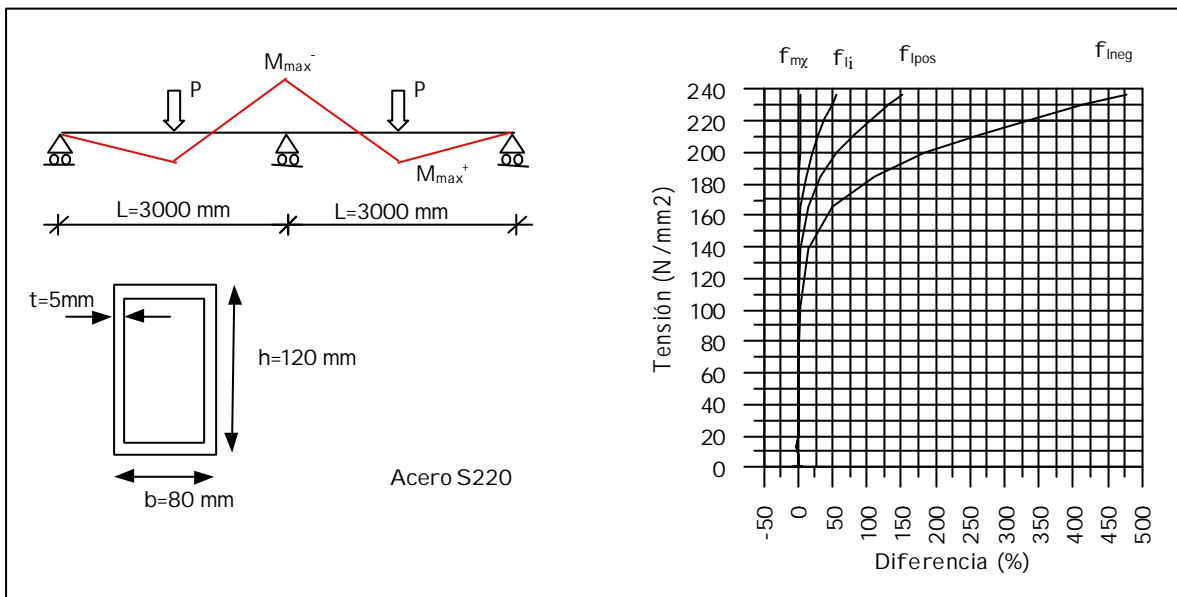


Figura 5-9. Diferencias en la determinación de flechas en vigas continuas, linealmente y con M- ϵ .

De la figura anterior se desprende que, al igual que en vigas isostáticas, la determinación de las flechas utilizando métodos lineales produce errores muy grandes, incluso para niveles de tensión inferiores al límite elástico. Tal y como se había visto en el capítulo anterior, la utilización del módulo de elasticidad secante correspondiente a la sección de máximo momento da lugar a flechas demasiado grandes, siendo en este caso, más representativo del comportamiento general de la viga, el módulo de elasticidad secante de la sección de máximo momento positivo. En cualquier caso, se observa que la determinación más precisa de las flechas se obtiene integrando la ley de curvaturas, obtenidas éstas mediante el diagrama momento-curvatura.

No obstante, la utilización de este método presenta gran dificultad para obtener expresiones analíticas de cálculo de flechas en vigas hiperestáticas ya que, en primer lugar, es necesario determinar una expresión analítica de la incógnita hiperestática y posteriormente se debe integrar la ley de curvaturas.

5.4.2.- Módulo de elasticidad equivalente (E_{eq}).

A la vista de la dificultad de obtener expresiones analíticas de flechas para vigas hiperestáticas de acero inoxidable, se propone obtener un módulo de elasticidad equivalente (o rigidez equivalente) para la determinación de la flecha máxima en vigas de este material.

En el capítulo anterior se destacaba la necesidad de determinar cuál debe ser el módulo de elasticidad secante equivalente a utilizar en vigas continuas de manera que sea representativo del comportamiento global de la viga.

Para la determinación de este módulo, se calcula, en primer lugar, la flecha no lineal con un modelo de elementos finitos (Abaqus) y se determina cuál debería ser el valor del módulo de elasticidad asociado a la flecha calculada linealmente. Por ejemplo, para una viga biempotrada con carga uniformemente repartida.

$$E_{eq} = \frac{pl^4}{384If_{nl}} \rightarrow$$

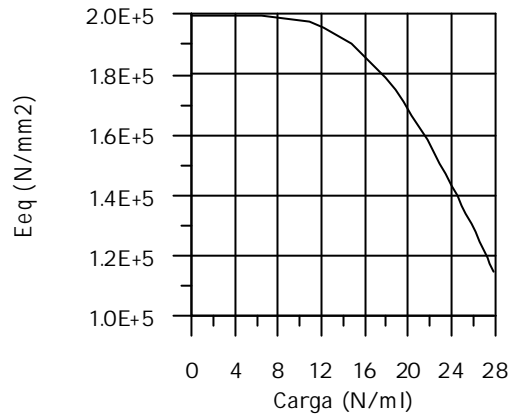


Figura 5-10. Variación del módulo de elasticidad equivalente.

En la Figura 5-10 se observa como el valor de E_{eq} varía con el nivel de carga, pero de forma no lineal. Para entender mejor el comportamiento de la viga, se compara este módulo de elasticidad equivalente con los módulos de elasticidad secantes de la sección de máximo momento en la viga biempotrada calculados de varias maneras distintas (Figura 5-11).

En primer lugar se obtiene el módulo de elasticidad secante calculado a partir de los valores de tensión y deformación derivados de la aplicación del código Abaqus (E_{real}^s). En segundo lugar se determina el módulo de elasticidad secante (E_l^s) a partir del momento máximo calculado linealmente y las tensiones y deformaciones correspondientes a dicho momento, calculadas también mediante un análisis lineal.

Teniendo en cuenta que existe redistribución de esfuerzos a nivel estructural en la sección de momento máximo positivo el momento real es diferente al momento calculado de forma lineal. Debido a ello, se calculan dos módulos de elasticidad secantes con el diagrama momento-curvatura, uno utilizando el momento máximo calculado de forma lineal (E_{mxl}^s) y el

otro calculado con el momento máximo real ($E_{m\chi 2}^s$), con el fin de evaluar el efecto de la redistribución.

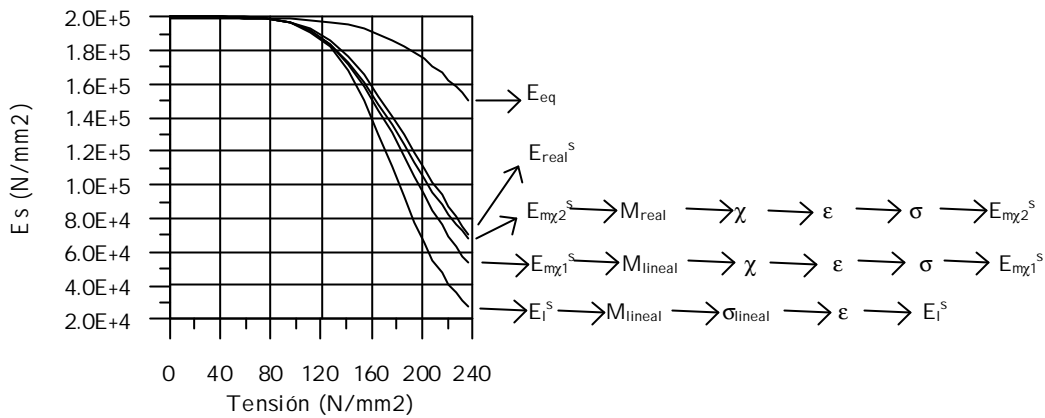


Figura 5-11. Variación de los módulos de elasticidad.

En la figura anterior, se presentan los módulos secantes calculados en función de la tensión máxima real. Analizando la Figura 5-11 se observa que el módulo de elasticidad secante real (E_{real}^s) se aproxima bien con el módulo de elasticidad calculado con el diagrama momento-curvatura y el momento máximo real ($E_{m\chi 2}^s$); sin embargo si no se considera la redistribución de esfuerzos y se calcula el módulo de elasticidad secante con el diagrama momento-curvatura a partir del momento máximo calculado linealmente ($E_{m\chi 1}^s$), se obtiene una ligera diferencia. El módulo de elasticidad secante calculado linealmente (E_l^s) se aleja demasiado del módulo de elasticidad real. En cualquier caso, es importante destacar que ninguno de estos módulos secantes aproxima correctamente al módulo de elasticidad equivalente.

A la vista de estos resultados, se analiza el comportamiento del cociente entre el módulo de elasticidad equivalente y el módulo de elasticidad secante real de la sección de máximo momento (E_{eq}/E_{real}^s). Teniendo en cuenta la buena aproximación obtenida mediante la utilización del diagrama momento-curvatura, el análisis se realiza con los módulos secantes ($E_{m\chi 1}^s$ y $E_{m\chi 2}^s$) (Figura 5-12).

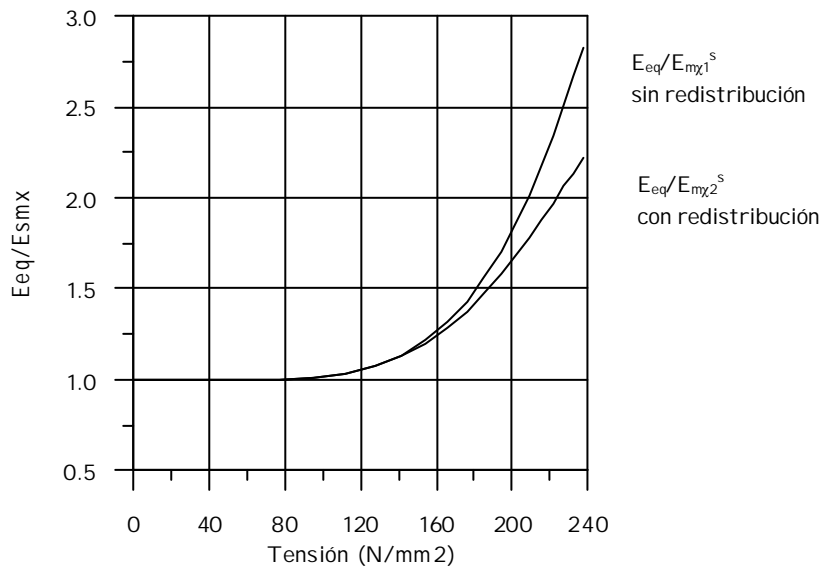


Figura 5-12. Relación entre E_{eq} y $E_{m\chi}^s$.

Analizando dicha figura se observa que las dos curvas tienen un comportamiento parecido, aunque para tensiones cercanas al límite elástico (220 MPa) existe una pequeña diferencia entre ambas.

La diferencia entre el módulo de elasticidad equivalente y el módulo secante en la sección de momento máximo se debe principalmente a las linealizaciones realizadas en la determinación de $E_{m\chi}^s$ tanto a nivel seccional como a nivel estructura. Debido a ello, y al hecho de que la determinación del módulo de elasticidad secante utilizando el diagrama momento-curvatura y el momento máximo calculado linealmente ($E_{m\chi 1}^s$) puede realizarse directamente, sin la utilización de programas de cálculo no lineal, se continúa el análisis con dicho módulo.

Un análisis más profundo de la curva ($E_{eq}/E_{m\chi 1}^s$) pone de manifiesto que la variación de dicho cociente con la tensión máxima es análoga a la variación de la parte plástica de la deformación de la ecuación de Ramberg-Osgood (Figura 5-13).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^n \qquad \varepsilon_p = 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^n$$

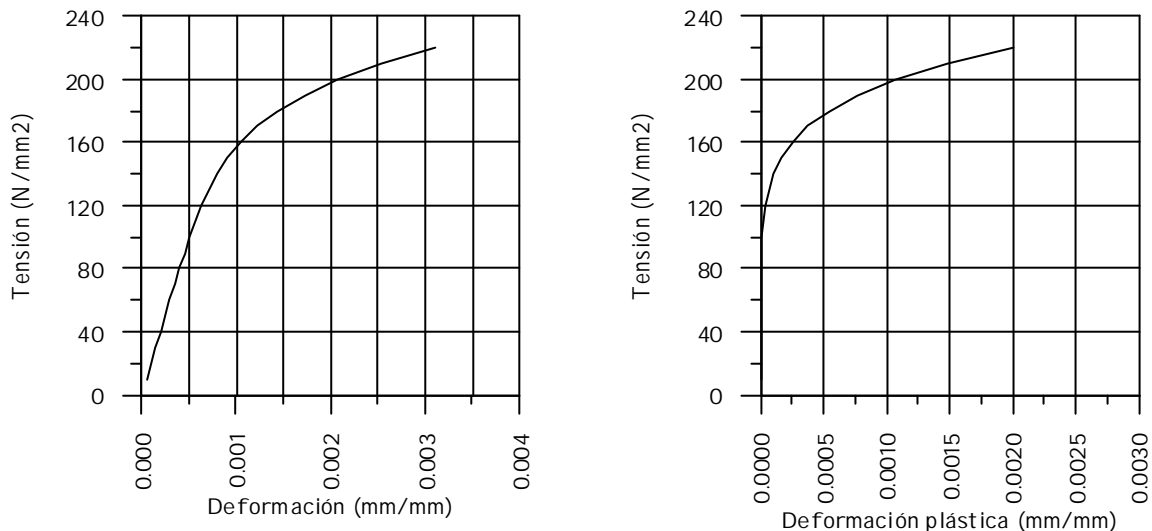


Figura 5-13. Curvas tensión-deformación y tensión-deformación plástica del acero inoxidable S220.

En concreto, bajo ciertas hipótesis de carga y con distintas condiciones de contorno, es posible aproximar la curva $E_{eq}/E_{m\chi}^s$ mediante la expresión [5-12]:

$$\frac{E_{eq}}{E_{m\chi}^s} = 1 + k \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^{n-1} \qquad [5-12]$$

siendo $E_{m\chi}^s$, módulo de elasticidad secante calculado con el diagrama $M-\chi$ y el momento máximo lineal y k el coeficiente de ajuste función del tipo de carga y las condiciones de contorno.

De este modo, una vez determinado el módulo de elasticidad equivalente (E_{eq}), en función del nivel de tensiones al que se ve sometida la estructura, se puede aproximar la flecha real utilizando las expresiones clásicas de cálculo lineal, sustituyendo el módulo de Young (E) por el módulo de elasticidad equivalente [5-13].

$$f_{nl} = f_l \frac{E}{E_{eq}} \quad [5-13]$$

Cabe comentar aquí que el proceso seguido para la determinación del módulo de elasticidad equivalente a partir del módulo de elasticidad secante ($E_{m\chi^s}$) podría realizarse, de igual modo con el módulo de elasticidad secante lineal (E_l^s). Lógicamente los coeficientes de ajuste serán distintos.

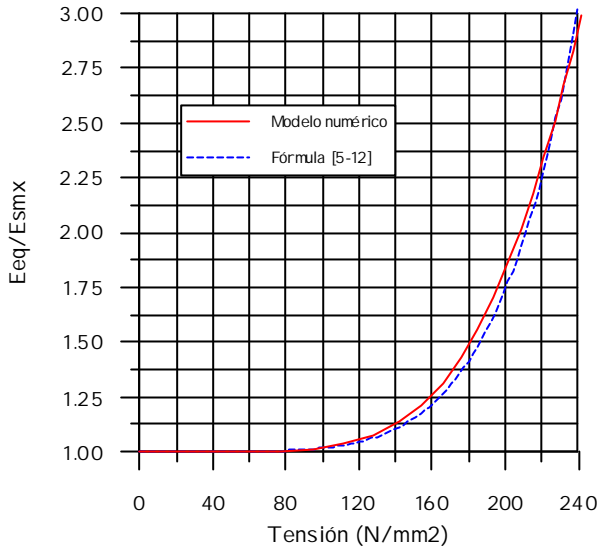
El cálculo de flechas considerando un módulo de elasticidad secante calculado linealmente simplifica mucho los cálculos frente a la determinación del módulo de elasticidad secante calculado utilizando el diagrama momento-curvatura. En el segundo caso, los cálculos previos a la determinación de E_s son más complicados; sin embargo, el proceso de cálculo es coherente con el comportamiento real de la estructura. Si usamos el módulo de elasticidad secante lineal, podemos llegar a obtener una buena aproximación de las flechas, pero los resultados parciales de cálculo (tensiones y deformaciones máximas) no coinciden con los que se obtendrían mediante un análisis no lineal.

5.4.3.- Determinación del coeficiente de ajuste del módulo de elasticidad equivalente.

En base a la expresión propuesta en el apartado anterior (eq. [5-12]), se han estudiado diferentes vigas con diferentes cargas y condiciones de contorno para determinar los valores de k en cada caso. En la Figura 5-14 se presentan, a modo de ejemplo, los resultados obtenidos para una viga biempotrada, con carga uniformemente repartida, sección transversal tubular rectangular 80x120x5 y acero inoxidable S220.

En primer lugar se presenta la curva del módulo de elasticidad $E_{eq}/E_{m\chi^s}$ obtenida mediante la aplicación del modelo numérico (línea continua) junto con la curva derivada de la aplicación de la fórmula [5-12] ajustada a la anterior utilizando un coeficiente de $k=1.25$ (línea discontinua).

En la figura se incluye una gráfica con las flechas calculadas linealmente, según las recomendaciones de Eurocódigo 3, Parte 1-4 (1996), las flechas derivadas de la aplicación del modelo numérico y las flechas obtenidas a partir de la utilización del módulo de elasticidad equivalente (eq. [5-13]). Asimismo se presenta una gráfica en la que se evalúa la diferencia porcentual entre las flechas obtenidas según las recomendaciones de Eurocódigo y las flechas obtenidas con el módulo de elasticidad equivalente, en función de los resultados del modelo numérico.



$$E_{eq} = E_{m\chi^s} \left(1 + k \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^{n-1} \right)$$

$$k = 1.25$$

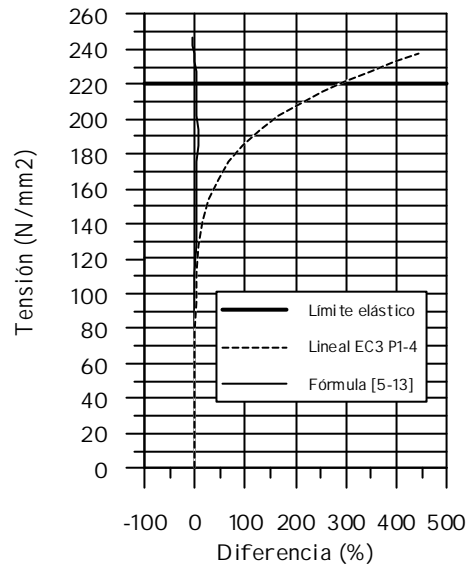
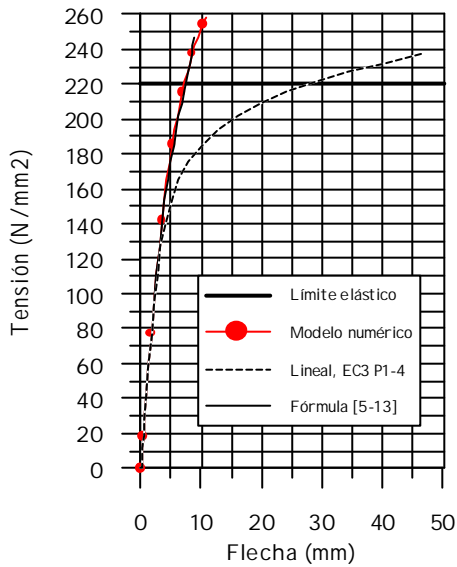


Figura 5-14. Flechas en viga de acero inoxidable biempotrada con carga repartida.

Del análisis de la figura anterior se observa en primer lugar, la buena aproximación de $(E_{eq}/E_{m\chi^s})$ mediante la fórmula [5-12]. En segundo lugar, en la gráfica tensión-flecha, se aprecia que la flecha calculada con el E_{eq} obtenido mediante la fórmula [5-12] aproxima la flecha real mucho mejor que la flecha calculada siguiendo el procedimiento de cálculo lineal propuesto por Eurocódigo 3, Parte 1-4 (1996). Esta diferencia queda claramente en evidencia cuando las comparaciones se realizan en términos de las diferencias obtenidas al utilizar uno u otro método de cálculo. Para el caso lineal, la determinación de la flecha en este ejemplo proporciona diferencias con los resultados del modelo numérico del 300%, mientras que la utilización de la formulación propuesta conduce a diferencias máximas del orden del 5%.

Se ha realizado un estudio similar al presentado en la figura anterior para distintas vigas con diferentes estados de carga y diferentes condiciones de contorno. El resultado del análisis es similar en todos los casos estudiados, obteniéndose distintos valores del coeficiente k en

función de la carga y de las condiciones de contorno. En la Tabla 5-4 se presentan los resultados de dicho análisis con valores de k y las diferencias máximas producidas en cada caso para un acero S220. Los valores de k se han ajustado empíricamente, asumiendo un incremento de $\Delta k=0.25$, de manera que las diferencias máximas encontradas en la determinación de la flecha sean del orden del 10%.

A continuación se ha estudiado la variación de las diferencias en función de la luz de las vigas, las dimensiones de la sección transversal y el tipo de acero utilizado. Los resultados de este análisis permiten concluir que son independientes de la luz y que la variación de estas diferencias con las dimensiones de la sección transversal es prácticamente despreciable; no obstante, existen diferencias significativas en función del tipo de acero.

Después de realizar análisis en varias vigas, utilizando los aceros inoxidables S220, S240, S480 y S422 (experimental), se ha observado que hay diferencias considerables en la aproximación del módulo de elasticidad equivalente E_{eq} para cada tipo de acero. Más concretamente, la variación depende, principalmente, del límite elástico del acero.

En la Figura 5-15 se presentan las curvas tensión-deformación de los cuatro tipos de acero estudiados. En ella se aprecia que en los aceros de menor límite elástico (S220 y S240) la curva presenta un grado de no linealidad mayor. Esta mayor no linealidad de la ecuación constitutiva hace que, en los aceros con límite elástico bajo, la influencia de las componentes plásticas (parte no lineal) sea mayor, lo que repercute en coeficientes k mayores.

Dicho de otro modo, en los aceros con límite elástico alto (S480 y S422) el módulo de elasticidad secante para cualquier nivel de tensiones es más parecido al módulo de Young que en aceros con límite elástico bajo. Esto significa que la componente no lineal (proporcional a k) que se debe sumar al módulo de elasticidad secante para obtener el E_{eq} , en aceros con límite elástico alto, sea menor.

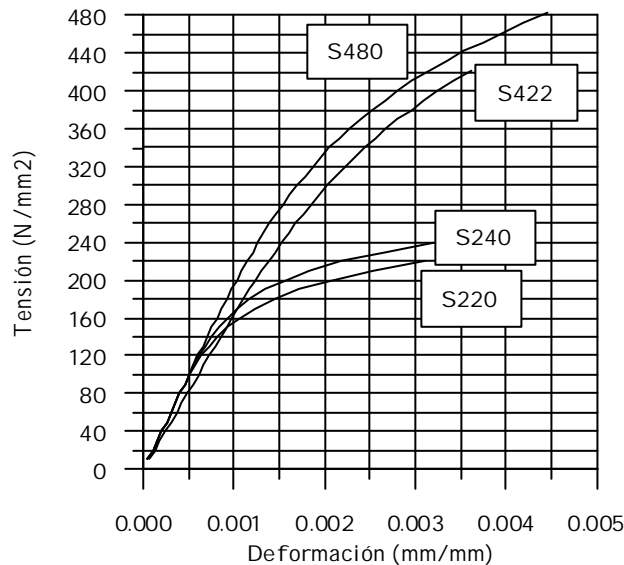




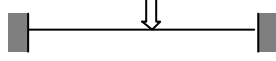
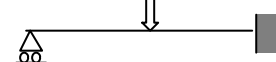
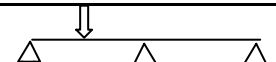
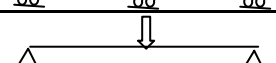
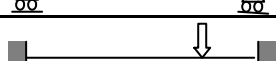
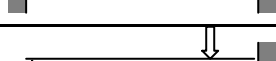
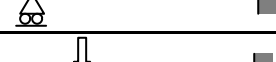
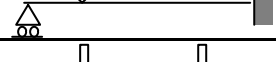


Figura 5-15. Curvas tensión-deformación de los aceros utilizados.

A la vista de estos resultados se realiza un nuevo análisis de las vigas estudiadas para el acero S220, con acero S480 de límite elástico alto. Los resultados de dicho análisis con valores de k y diferencias máximas producidas en cada caso se presentan también en la Tabla 5-4.

Los valores de k se han ajustado empíricamente, adoptando para el acero S480 incrementos menores a los asumidos para el acero S220, ya que, al obtenerse coeficientes k menores, la sensibilidad a la variación de k es mayor. El incremento utilizado ha sido de $\Delta k=0.1$, de manera que las diferencias máximas encontradas en la determinación de la flecha sean del orden del 7%.

Tabla 5-4. Coeficientes k y diferencias para aceros S220 y S480.

Viga	S220- $Dk = 0.25$			S480- $Dk = 0.1$		
		k	diferencia (%)		k	diferencia (%)
	r1	1.25	5.10	r1b	0.6	1.67
	r2	1.25	9.69	r2b	0.6	4.28
	cr	0.75	7.95	crb	0.3	7.01
	r3	0.5	6.86	r3b	0.2	6.25
	p1	0.75	10.04	p1b	0.4	3.72
	p2	1.0	10.75	p2b	0.5	3.86
	cp	1.0	8.0	cpb	0.5	2.67
	p3	0.75	10.12	p3b	0.4	3.72
	pd1	1.25	9.16	pd1b	0.6	3.7
	pd2	1.25	7.41	pd2b	0.6	2.93
	pd3	1.0	5.56	pd3b	0.4	5.69
	2p1	1.25	4.14	2p1b	0.6	1.24

Una vez definidos los coeficientes k para una serie de vigas sencillas, se estudia el comportamiento de las mismas bajo diferentes hipótesis de combinación de acciones, ya que al tratarse de un cálculo no lineal no puede aplicarse el principio de superposición.

En estos casos, el valor del coeficiente k depende de la proporción de sobrecarga aplicada respecto a la carga permanente. Se analizan entonces los casos de dos y tres vanos, más habituales en la práctica, con diferentes valores de la sobrecarga. Los resultados de k pueden horquillarse para diferentes valores de sobrecarga para los tipos de aceros más representativos. Ver Tabla 5-5.

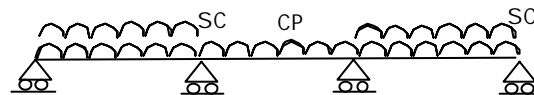
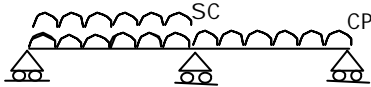
Tabla 5-5. Coeficientes k y diferencias para aceros S220 y S480, en vigas continuas de dos y tres vanos con sobrecarga.

2 vanos - S220		
SC	k	dif. máx %
$0.00CP \leq SC \leq 0.35CP$	1.25	8.26
$0.35CP < SC \leq 0.85CP$	1.00	13.21
$0.85CP < SC \leq 1.35CP$	0.75	14.78
$1.35CP < SC \leq 3.75CP$	0.50	17.91
$3.75CP < SC \leq 4.00CP$	0.75	5.45

3 vanos - S220		
SC	k	dif. máx %
$0.00CP \leq SC \leq 0.10CP$	1.00	8.75
$0.10CP < SC \leq 0.25CP$	0.75	14.68
$0.25CP < SC \leq 0.95CP$	0.50	20.14
$0.95CP < SC \leq 4.00CP$	0.75	7.04

2 vanos - S480		
SC	k	dif. máx %
$0.00CP \leq SC \leq 0.20CP$	0.6	3.08
$0.20CP < SC \leq 0.60CP$	0.5	6.03
$0.60CP < SC \leq 1.15CP$	0.4	7.39
$1.15CP < SC \leq 4.00CP$	0.3	7.63

3 vanos - S480		
SC	k	dif. máx %
$SC = 0.00CP$	0.5	3.06
$0.00CP < SC \leq 0.20CP$	0.4	10.25
$0.20CP < SC \leq 4.00CP$	0.3	7.29



5.4.4.- Utilización de coeficientes de ajuste.

En el capítulo anterior se ha presentado un método de cálculo de flechas en vigas de acero inoxidable mediante la utilización de un coeficiente k_{σ} por el que se multiplica la tensión máxima calculada linealmente. Al comparar los resultados de flechas obtenidos con este método, con los derivados de la campaña experimental y con los resultados obtenidos mediante la aplicación del código Abaqus se ha concluido que el método, con los coeficientes propuestos por Rasmussen y Hancock (1993), aproxima correctamente las flechas hasta el límite elástico, aunque en algún caso, proporciona valores de flecha algo inferiores a los determinados experimentalmente. Dicha diferencia puede estar debida a que el coeficiente utilizado en algunos casos debería ser otro.

En base a los análisis realizados en apartados anteriores de este capítulo, es posible desarrollar un método parecido en el que se multiplique la tensión máxima calculada linealmente por un coeficiente k_{σ} , de modo que al calcular las flechas con el módulo de elasticidad secante asociado a la tensión corregida se obtengan flechas más exactas que las que se obtendrían con un cálculo lineal.

El coeficiente k_{σ} dependerá del tipo de viga, cargas y condiciones de contorno, así como de las dimensiones de la sección transversal y del tipo de acero inoxidable utilizado. Las flechas calculas con este método proporcionarán resultados parecidos a los reales, tanto como lo sea la aproximación de k_{σ} .

Para calcular el coeficiente k_{σ} deben seguirse los siguientes pasos:

- a) Calcular el módulo de elasticidad secante equivalente que a través de un cálculo lineal elástico proporciona flechas iguales a las obtenidas mediante procedimientos de análisis no lineal. Por ejemplo, al igual que en la Figura 5-10, para una viga biempotrada con carga uniformemente repartida:

$$E_{eq} = \frac{pl^4}{384If_{nl}}$$

- b) Determinar el valor de la tensión asociado a dicho coeficiente utilizando la ecuación de Ramberg-Osgood.

$$E_{eq} = \frac{E_0}{\left(1 + 0.002 \frac{E_0}{\sigma_{02}} \left(\frac{\sigma'}{\sigma_{02}}\right)^{n-1}\right)} \rightarrow \sigma' = \left(\left(\left(\frac{E_0}{E_{eq}} - 1 \right) \frac{\sigma_{02}}{0.002E_0} \right)^{n-1} \right) \sigma_{02}$$

- c) Conocido el valor de la tensión σ' y calculando la tensión máxima mediante un análisis lineal elástico σ_1 , el valor del coeficiente k_{σ} se obtiene directamente de:

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma'}{\sigma_1}$$

La utilización de este método, al igual que en el método propuesto en apartados anteriores, implica la necesidad de tabular los valores de los coeficientes para cada caso.

El problema es que, a diferencia del método anterior, los valores de tensiones σ' no coinciden con los valores de la tensión máxima en la sección calculados con métodos no lineales. Esta tensión tiene en cuenta, de forma implícita, las simplificaciones seccionales y longitudinales realizadas al utilizar un único módulo de elasticidad secante para toda la viga y la posible redistribución de tensiones a nivel estructural.

5.5.- CONCLUSIONES.

El estudio de las diferencias obtenidas en el cálculo de flechas, utilizando distintos métodos de análisis, permite concluir que calcular la flecha linealmente con el módulo de elasticidad secante de la sección más solicitada conlleva un error al considerar un módulo de elasticidad menor al que correspondería a dicha sección, que luego se extrapola a toda la viga y que conduce a diferencias considerables en el valor de las flechas. Cuanto más uniforme es la ley

de momentos menos error se comete en las demás secciones ya que las solicitaciones son más parecidas.

El análisis del comportamiento de una sección transversal de acero inoxidable, bajo la aplicación de un momento flector, permite concluir que el cálculo de flechas en vigas de acero inoxidable, mediante expresiones lineales de teoría clásica y usando un módulo de elasticidad secante determinado linealmente tiende a sobrestimar las flechas. Ello es debido, entre otras cosas, a que la tensión máxima determinada linealmente es mayor que la tensión máxima real y por tanto le corresponde un módulo de elasticidad secante menor que conduce a valores de flecha superiores.

Se propone una metodología de cálculo de flechas considerando la no linealidad del material, la cual se basa en una expresión analítica que permite obtener el diagrama momento-curvatura de una sección transversal cualquiera de piezas de acero inoxidable (eq. [5-6]).

$$\chi = \frac{M}{E_0 I} + \chi_p \left(\frac{M}{M_{02}} \right)^{n-1} \quad ; \quad \chi_p = \frac{2}{h} \left(\frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002 \right) - \frac{M_{02}}{E_0 I}$$

en donde χ_p la curvatura plástica asociada a M_{02} y M_{02} es el momento que genera una tensión máxima igual al límite elástico convencional ($f_y = \sigma_{02}$).

La utilización de esta fórmula no sólo permite obtener una estimación de las flechas mucho más ajustada a la realidad, sino que además permite determinar con suficiente precisión el nivel de tensiones al que está sometida la sección analizada. Dicha expresión se ajusta muy bien a los resultados derivados de los ensayos experimentales efectuados y a los resultados obtenidos de la aplicación de modelos numéricos para diferentes secciones transversales y distintos tipos de acero. Los errores cometidos en la determinación de la curvatura son menores del 5%, y ello es así para cualquier nivel de tensiones en cualquier sección y con todos los tipos de acero recogidos en Eurocódigo 3, Parte 1-4 (1996).

Se presenta además una expresión que permite calcular el momento M_{02} de manera analítica, para secciones transversales en doble T y secciones transversales tubulares rectangulares, que son las secciones transversales utilizadas de forma más habitual en el conjunto de vigas de acero inoxidable:

$$M_{02} = (M_{02.alas} + M_{02.alma}) / 1.05 \quad [5-14]$$

En esta expresión $M_{02.alas}$ y $M_{02.alma}$ pueden determinarse a través de las expresiones [5-7] y [5-8] respectivamente.

$$M_{02.alas} = \sigma_{02} e_f (b - e_w)(h - e_f)$$

$$M_{02.alma} = 2 \int_0^{h/2} \sigma(z) z dA = 2 \int_0^{h/2} (A\chi^2 z^3 + B\chi z^2) e_w dz = h^3 \chi e_w \left(\frac{A\chi h}{32} + \frac{B}{12} \right)$$

$$A = \frac{-0.002E_0}{\epsilon_{02}^2} = \frac{-0.002E_0}{\left(\frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002\right)^2}$$

$$B = E_0$$

$$\chi = \chi_{02} = \frac{\epsilon_{02}}{\left(\frac{h}{2}\right)} = \frac{2}{h} \left(\frac{\sigma_{02}}{E_0} + 0.002\right)$$

En el caso de secciones esbeltas es necesario, en primer lugar, clasificar la sección y posteriormente obtener expresiones para determinar el ancho eficaz de los elementos comprimidos y definir así la geometría de las secciones desde el punto de vista resistente.

En materiales no lineales como el acero inoxidable, sin un límite elástico claramente diferenciado, no es completamente aplicable el concepto de clasificación de secciones. La resistencia de la sección debe determinarse a través de curvas momento-rotación y estudiar la evolución del comportamiento hasta rotura independientemente de la clasificación de la sección. La utilización de la herramienta del diagrama momento-curvatura será adecuada para reproducir el comportamiento seccional y las condiciones de ductilidad y rotación de la pieza en función de la esbeltez de los elementos que la constituyen.

La utilización del diagrama momento-curvatura permite obtener flechas en vigas de acero inoxidable considerando la no linealidad del material. En el caso de vigas isostáticas en las que la ley de curvaturas sea fácilmente integrable, se pueden obtener directamente expresiones analíticas de la flecha; los demás casos se resuelven fácilmente mediante la utilización de modelos de análisis no lineal en los que se incluya la expresión del diagrama momento-curvatura.

En los casos en los que para la determinación de flechas no se quiera recurrir a modelos de análisis no lineal se ha obtenido una expresión del módulo de elasticidad equivalente, representativo del comportamiento global de la viga, de manera que a partir de dicho valor y utilizando las expresiones habituales de cálculo lineal, se puede determinar la flecha máxima en vigas de acero inoxidable con suficiente precisión.

La expresión del módulo de elasticidad equivalente es (eq. [5-12]):

$$E_{eq} = E_{m\chi}^s \left(1 + k \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^{n-1} \right)$$

siendo $E_{m\chi}^s$ el módulo de elasticidad secante de la sección más solicitada determinado mediante el diagrama M- χ y k un coeficiente que depende del tipo de viga (carga y condiciones de contorno) y del tipo de acero.

Se han determinado diferentes valores del coeficiente k para un número elevado de casos, los más habituales en la práctica, incluyendo hipótesis de combinación de acciones.

Asimismo, se realiza un estudio de la aplicación de otros métodos de cálculo de flechas algo más simples que el aquí propuesto, llegando a la conclusión de que, a pesar de que proporcionan resultados ajustados de flechas, los valores de tensión y deformación que se utilizan para su determinación no informan adecuadamente del estado tensional de las piezas en régimen de servicio.