

CAPÍTULO III

Modelos de comportamiento mecánico en caliente

La modelización de las curvas de fluencia necesita la determinación de las ecuaciones que permiten relacionar la tensión de fluencia, en cada momento, con la deformación en diferentes etapas de deformación.

En este capítulo se procede a una revisión de diversas teorías para predecir las anteriores curvas tensión – deformación.

3.1 Introducción

La modelización de los procesos de conformado en caliente es una necesidad cada vez más mayor desde el punto de vista industrial y académico. La modelización microestructural de la recrystalización es importante por muchas razones: (i) los métodos empíricos sin un conocimiento de los mecanismos de recrystalización no son suficientes para aumentar la calidad del producto y rebajar el coste de producción, (ii) muchos modelos microestructurales predicen de una forma fiable las condiciones óptimas de los procesos de deformación y describen las propiedades del producto pero sin poder evitar expresiones empíricas, (iii) los ensayos industriales son muy costosos, (iv) la simulación en laboratorio es incapaz de simular todas las condiciones industriales, (v) los ensayos industriales son caros y difíciles de realizar y (vi) la modelización en sí misma puede ayudar a encontrar nuevos experimentos que permitan un profundo conocimiento de los mecanismos responsables de los cambios microestructurales que interviene en los procesos del conformado.

3.2 Modelización de la etapa de endurecimiento y restauración dinámica

La modelización de una curva de fluencia pasa por la modelización de cada una de las tres etapas que la constituyen. La etapa de endurecimiento por deformación y ablandamiento por restauración está siempre relacionada con la evolución de la densidad de dislocaciones durante el proceso de deformación, parámetro fundamental de esta etapa. Mecking y Kocks [1981], proponen un modelo de parámetro único, cuyo objetivo es calcular la tensión de fluencia a través de la variación de densidad de dislocaciones durante el proceso de deformación. Sin embargo, el modelo de Estrin y Mecking [1984], similar al primero y que fue desarrollado años más tarde, distingue entre dos tipos de dislocaciones, la densidad de dislocaciones móviles ρ_m y de dislocaciones inmóviles ρ . Montheillet [1999], en su modelo de apilamiento de granos se basa en la ecuación (3.1), que se comentará más adelante añadiendo un término de ablandamiento adicional debido al aumento del área libre de dislocación a la hora de la migración de un borde de grano. Finalmente, Nes [1998], propone un modelo general con múltiples parámetros, que tiene en cuenta la influencia del tamaño de subgranos, la densidad de dislocaciones dentro del subgrano ρ_i y la densidad de dislocaciones en los bordes de subgranos ρ_b .

Durante la primera etapa de deformación, la densidad de dislocaciones es el resultado de un balance entre las dislocaciones generadas y almacenadas durante el endurecimiento y su reordenación y aniquilación mediante el proceso de restauración dinámica. La ecuación que expresa este mecanismo competitivo viene dada por:

$$d\rho/d\varepsilon = d\rho/d\varepsilon|_{\text{almacenadas}} - d\rho/d\varepsilon|_{\text{restauradas}} \quad (3.1)$$

La resolución de la ecuación (3.1), se considera la respuesta más común (Bergström [1969], Kocks [1976], Roberts [1982] y Blum [1991]) para la modelización de la etapa de endurecimiento y restauración dinámica durante la deformación en caliente. Cuando se soluciona la ecuación (3.1) en términos de densidad de dislocaciones, se puede pasar fácilmente a la tensión aplicando la ecuación siguiente:

$$\sigma = \alpha\mu b\rho^{0.5} \quad (3.2)$$

donde α es un factor geométrico, μ es el módulo de cizalladura (MPa) y b es el vector de Burgers (m). El objetivo común entre los modelos citados anteriormente, es la descripción y la cuantificación de los cambios microestructurales y al mismo tiempo relacionarlos con el comportamiento mecánico mediante una ecuación o ecuaciones que presenta la evolución de tensión en función de la deformación aplicada.

3.2.1 Modelo de Kocks

Kocks [1976], observó que la velocidad de endurecimiento θ , tiene una dependencia lineal con la tensión σ , y propuso una expresión similar a la ecuación clásica de Voce [1948]:

$$\theta = \theta_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_s} \right) \quad (3.3)$$

donde θ_0 es la velocidad de endurecimiento atómica inicial, y σ_s representa la tensión de saturación de la curva de fluencia en ausencia de recristalización dinámica. Sin embargo, según la ecuación (3.3) la velocidad de endurecimiento varía de una forma lineal en función de la tensión desde un valor máximo de θ_0 hasta uno mínimo igual a cero. Con un cálculo relativamente sencillo la densidad dislocaciones queda de la siguiente forma:

$$d\rho/d\varepsilon = \frac{1}{b} (K_1 \sqrt{\rho} - K_2 \rho) \quad (3.4)$$

donde K_1 y K_2 son constantes relacionadas con parámetros microscópicos. El mismo autor, asume que el endurecimiento está controlado por el camino libre medio de las dislocaciones, que es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad de dislocaciones. Además asume que la restauración dinámica sigue una cinética de primer orden. La aproximación de Kocks está de acuerdo con los resultados experimentales a relativas bajas temperaturas y altos velocidades de deformación.

3.2.2 Modelo de Estrin, Mecking y Bergström

Roberts [1982] demostró que θ varía de forma lineal con $1/\sigma$ en altas temperaturas y bajas velocidades de deformación. La densidad de dislocaciones según el mismo autor está dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon} = k_1 + k_2 \sqrt{\rho} \quad (3.5)$$

Así, la velocidad de generación de dislocaciones es constante, mientras que durante la restauración dinámica la velocidad de aniquilación es proporcional a la raíz cuadrada de la densidad de dislocaciones.

Estrin, y Mecking [1984], y Bergström [1972] han combinado los dos comportamientos (lineal y no lineal) y han presentado la siguiente ecuación:

$$\theta = \frac{A}{\theta} - B\theta \quad (3.6)$$

Según Estrin, Mecking y Bergström la expresión equivalente a la ecuación (3.6) es:

$$d\rho/d\varepsilon = U - \Omega\rho \quad (3.7)$$

donde U es el término que representa el endurecimiento por deformación y Ω el ablandamiento causado por la restauración dinámica. Teniendo en cuenta que la variación de la densidad de dislocaciones ρ es una consecuencia del balance entre las dislocaciones almacenadas y restauradas, y la hipótesis de que el recorrido medio de dislocaciones es una constante geoméricamente impuesta, la integración de la ecuación (3.7) proporciona la siguiente expresión:

$$\rho = \rho_0 e^{-\Omega \varepsilon} + \left(\frac{U}{\Omega}\right) (1 - e^{-\Omega \varepsilon}) \quad (3.8)$$

Introduciendo la ecuación (3.2) en la anterior expresión se obtiene la ecuación de modelización:

$$\sigma = \left[\sigma_o^2 e^{-\Omega \varepsilon} + (\alpha \mu b) \left(\frac{U}{\Omega}\right) (1 - e^{-\Omega \varepsilon}) \right]^{0.5} \quad (3.9)$$

$$\sigma^2 = \left[\sigma_s^2 + (\sigma_o^2 - \sigma_s^2) \cdot e^{-\Omega \varepsilon} \right] \quad (3.10)$$

siendo $\sigma_o = \alpha \mu b \rho_0^{0.5}$ y $\sigma_s = \alpha \mu b (U/\Omega)^{0.5}$, donde σ_o es la tensión correspondiente a la densidad de dislocaciones inicial ρ_0 y σ_s es la tensión máxima o de saturación en el caso de la ausencia de la recrystalización dinámica. La ecuación (3.7) ha sido usada en un rango amplio de materiales: Bergström [1972] para un acero suave, Laasraoui y Jonas [1991] para aceros de bajo carbono, y Cabrera [1995], para un acero microaleado de medio carbono 38MnSiVS5.

3.2.3 Modelo de Montheillet

El modelo propuesto por Montheillet [1999] para la descripción de la etapa del endurecimiento y la restauración dinámica se basa en la ecuación (3.7). Este autor añade un término de ablandamiento adicional a dicha ecuación, explicando que cuando un grano crece, su volumen aumenta durante un tiempo dt , lo que conduce a un incremento del volumen libre de dislocaciones en la matriz. Esto, conduce a su vez a un ablandamiento adicional que se ha de añadir en el término de ablandamiento.

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} = (U - \Omega \rho) \dot{\varepsilon} - 3 \frac{\rho - \rho_0}{D} \frac{dD}{dt} & \text{cuando } \rho \leq \rho_0 \\ \frac{d\rho}{dt} = (U - \Omega \rho) \dot{\varepsilon} & \text{cuando } \rho \geq \rho_0 \end{cases} \quad (3.11)$$

donde U es el término de endurecimiento y Ω el término de ablandamiento causado por la restauración dinámica. Estos parámetros son diferentes entre un grano y otro respecto a la orientación cristalográfica de cada grano.

3.2.4 Modelo general de Nes

La diferencia entre los modelos de Kocks y de Estrin y Mecking por una parte y el modelo de Nes por otra, no viene sólo dada por el número de parámetros sino también en la descripción de los procesos que intervienen en esta primera etapa de deformación, como la

aniquilación de dislocaciones, tipos de obstáculos y mecanismos de almacenamiento de dislocaciones. Durante un proceso de conformado una dislocación móvil recorre una distancia promedio L antes de ser captada por un obstáculo; esta distancia es larga si se compara con la distancia que separa los diferentes elementos microestructurales con los cuales se puede interaccionar. Nes [1998] propone un modelo que considera que el promedio de un bucle de dislocación ocupa una área de (πL^2) . La propuesta de Nes difiere de la de Kocks en el sentido de que usa una aproximación estadística que racionaliza la formación de celdas y las considera como un simple obstáculo al movimiento de dislocaciones, mientras que Nes añade el efecto de las dislocaciones móviles, ya que ellas mismas forman obstáculos cuando forman bordes de subgranos. La figura (3.1) muestra de una forma esquemática la microestructura presente en cualquier valor de deformación.

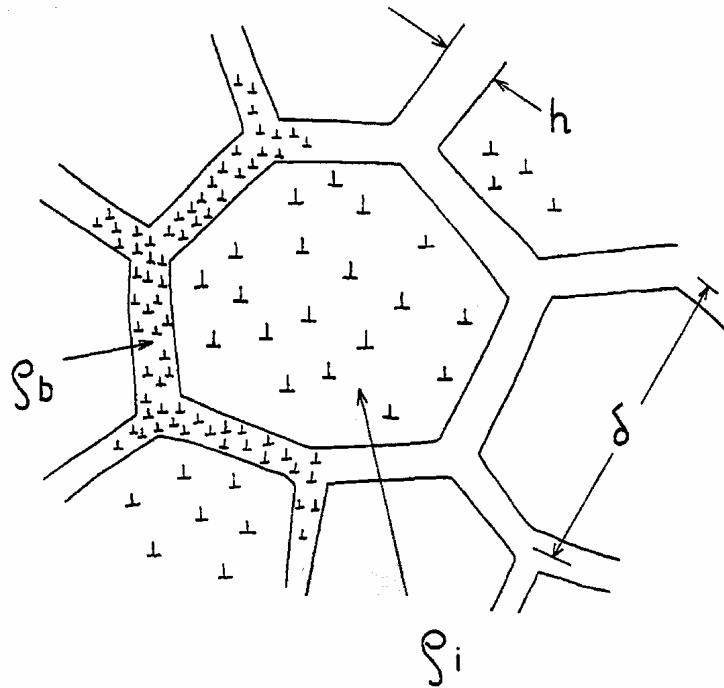


Figura 3.1: Representación esquemática de la microestructura en donde δ es el diámetro del subgranos, h el espesor del borde de subgranos, ρ_b la densidad de dislocaciones en los bordes de subgranos y ρ_i la densidad de dislocaciones dentro del subgrano [Nes, 1998].

Los parámetros de la figura (3.1) son variables en cada momento y se relacionan entre ellos según Nes, de la siguiente forma:

$$\sqrt{\rho_i} = q_c \frac{1}{\delta} \quad (3.12)$$

$$h = q_h \delta \quad (3.13)$$

$$\sqrt{\rho_b} = q_b \sqrt{\rho_i} \quad (3.14)$$

donde q_c , q_h y q_b son constantes a determinar. La aproximación estadística de Nes [1998], postula que la evolución de la subestructura durante la deformación plástica depende de tres parámetros fundamentales que controlan el proceso de almacenamiento, la probabilidad de que una dislocación móvil pueda pararse por la subestructuras que pueden formarse ser en el interior de las celdas, en los bordes de celdas preexistentes y los bordes de las nuevas celdas.

1- En el interior de las celdas:

$$d\rho_i = \frac{\partial\rho_i}{\partial\varepsilon}d\varepsilon \quad (3.15)$$

2- En los bordes de celdas preexistentes:

$$d\rho_{ob} = \frac{k}{\delta} \frac{\partial(h\rho_b)}{\partial\varepsilon}d\varepsilon \quad (3.16)$$

3- En los bordes de las nuevas celdas:

$$d\rho_{nb} = kh\rho_b \frac{\partial}{\partial\varepsilon} \left(\frac{1}{\delta} \right) d\varepsilon \quad (3.17)$$

Cuando aumenta la deformación un $\Delta\varepsilon$ se produce un aumento de la densidad de dislocaciones de la forma siguiente:

$$d\rho = (1-f) \frac{\partial\rho_i}{\partial\varepsilon}d\varepsilon + \frac{k}{\delta} \frac{\partial(h\rho_b)}{\partial\varepsilon}d\varepsilon + kh\rho_b \frac{\partial}{\partial\varepsilon} \left(\frac{1}{\delta} \right) d\varepsilon \quad (3.18)$$

donde f es la fracción en volumen de las subestructuras, $f \approx kh/\delta$, (h es el espesor de los bordes de subestructuras y k es un constante geométrica que vale 3, en el caso celdas de subestructuras regular, la expresión de f dada es válida siempre y cuando $h \ll \delta$).

Por otra parte para cada dislocación, a nivel individual, Nes propone los condiciones necesarias para ser almacenada en función de la deformación. Por eso, cuando la deformación aumenta un $\Delta\varepsilon$, se añade N_m dislocaciones móviles por unidad de volumen. Un número dN de estas dislocaciones se almacenan cuando sus bucles se expanden de r a $r+dr$, como sigue:

$$dN = (N_m - N)2\pi r p \rho dr \quad (3.19)$$

donde N es el número de bucles almacenados entre $r = 0$ y $r = r$. Cabe recordar que p es la probabilidad de que una dislocación móvil será atrapada por una subestructura. Cuando los bucles se expanden al infinito, este número en función de r se expresa como:

$$N(r) = N_m (1 - \exp(-\pi r^2 p \rho)) \quad (3.20)$$

El radio promedio estadístico $\bar{r} = L$ en el que el bucle de dislocaciones se expande después de estar almacenada viene dado por:

$$L = \frac{1}{N_m} \int_0^{N_m} r dr = 2\pi \int_0^\infty r^2 p \rho (\exp -\pi r^2 p \rho) dr = \frac{C}{\sqrt{p\rho}} \quad (3.21)$$

donde $C = 1/(2p^{1/2})$. Esta fórmula aparece en todas las teorías de endurecimiento por deformación. La probabilidad estadística para que una dislocación móvil, dentro de una celda de densidad de dislocaciones $(1-f)\rho_i$, se almacene en un nuevo borde está dada por el parámetro p_{nb} . De acuerdo con la expansión de los bucles de r hasta $r+dr$, dN_{nb} presenta el número de bucles almacenadas en los nuevos bordes:

$$dN_{nb} = (N_m - N)(1-f_{ob})2\pi p_{nb} (1-f)\rho_i r dr \quad (3.22)$$

donde f_{ob} la fracción de bucles atrapados por los antiguos bordes, $N_{ob} = f_{ob} N_m$. Combinando la ecuación (3.20) y la ecuación (3.22), se obtiene la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} N_{nb} &= (N_m - N_{ob}) \int 2\pi p_{nb} (1-f)\rho_i r \exp\left(-\frac{\pi r^2}{L^2}\right) dr \\ &= (N_m - N_{ob}) p_{nb} (1-f)\rho_i L^2 = 4N_m (1-f_{ob})(1-f)p_{nb} \rho_i L^2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Si el número de bucles de dislocaciones móviles N_m es el resultado de un aumento de la deformación, el aumento correspondiente de densidad de dislocaciones $\Delta\rho=2\pi LN_m$ y la ecuación (3.23) se puede escribir de una forma diferencial como sigue:

$$d\rho = d\rho + \frac{1}{4 p_{nb} (1-f) \rho_i L^2} d\rho_{nb} = \frac{1}{S(1-f) \rho_i L^2} d\rho_{nb} \quad (3.24)$$

donde $S = 4(1-f_{ob}) p_{nb}$ es el parámetro de almacenamiento. El objetivo principal de la aproximación estadística de Nes es establecer un sistema de compatibilidad capaz de cuantificar las dislocaciones almacenadas en un determinado valor de deformación y al mismo tiempo dar una descripción analítica sobre la distribución de dislocaciones, incluyendo las estructuras de celdas. La resolución de la ecuación (3.24) se considera la repuesta al problema de almacenamiento atérmico de dislocaciones una vez definidos los parámetros p , p_{nb} y f_{ob} . Un aspecto importante para la aplicación de dicha ecuación es que la microestructura se mantiene a una escala microscópica para cualquier valor de deformación. Mientras su limitación viene dada por la estrechas condiciones de aplicación, temperatura de cero Kelvin, tensión debajo de τ_{III} y sin la intervención de la restauración dinámica.

3.3 Modelización de la recristalización dinámica

Como se ha comentado en el capítulo anterior, la recristalización dinámica es el mecanismo responsable del ablandamiento que se manifiesta de forma directa en las curvas de fluencia. La modelización de esta etapa depende de los mecanismos que intervienen en dicho proceso de ablandamiento, del cual las condiciones de nucleación de la recristalización dinámica forman parte. Sah y col [1973], extienden el modelo de deformación crítica de Luton y Sellars, a la recristalización de pico múltiple y consideran que la deformación crítica del segundo y el tercero ciclo es menor que la deformación crítica inicial. Montheillet [2000] en su modelo sobre la recristalización discontinua considera los granos con una geometría esférica caracterizados por dos variables: el tamaño de grano D y la densidad de dislocaciones ρ . Para la nucleación el mismo autor asocia a cada grano un potencial propio de nucleación. Este modelo tiene en cuenta tres mecanismos de ablandamiento, el debido a la restauración dinámica, el segundo tipo debido a la expansión de los granos blandos en la matriz dura (ablandamiento geométrico) y el tercero debido a la aniquilación de dislocaciones durante la migración de los bordes de granos (ablandamiento físico). Otros modelos consideran que los nuevos granos formados paran de crecer cuando chocan con otros granos (Stüwe, [1974]), mientras otros autores consideran que la densidad de dislocaciones dentro del subgrano es la que determina la tensión de fluencia, y que las dislocaciones de los bordes de subgranos fomentan el esfuerzo motriz necesario para la migración de los bordes de granos. La predicción de la tensión de pico depende según Brawn [1992] de cuatro parámetros: densidad de dislocaciones, la fracción recristalizada, la velocidad de deformación y la temperatura. Por último están los modelos basados en los criterios de nucleación, como el modelo de Robert y Ahlblom [1978], que consideran que la nucleación depende de la energía de los bordes de granos y la diferencia de densidad de dislocaciones entre los nuevos núcleos y la matriz y calculan la densidad de dislocaciones crítica para el comienzo de la recristalización dinámica.

3.3.1 Modelo basado en la cinética de la recristalización dinámica

El comportamiento mecánico cuando tiene lugar la recristalización dinámica se puede tratar como un proceso de transformación de estado sólido que tiene lugar por nucleación y crecimiento. En este caso la cinética de la recristalización dinámica puede representarse por la ecuación clásica de Avrami asumiendo que el ablandamiento de las curvas de fluencia es proporcional a la fracción en volumen recristalizada X . Así, la ecuación constitutiva que se aplica después del inicio de la recristalización dinámica es la siguiente:

$$\sigma = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_{ss}) \cdot X \quad (3.30)$$

donde σ_{ss} es la tensión de estado estable alcanzada tras finalizar la recristalización. Ya que X sigue la cinética de Avrami, se puede expresar como:

$$X = 1 - \exp(-B \cdot t^k) \quad (3.31)$$

donde X es la fracción recristalizada en un tiempo dado t , B y k son constantes asociadas con el modo de nucleación y con la velocidad de nucleación y crecimiento respectivamente. En términos del tiempo para el 50% de recristalización, $t_{50\%}$ y puesto que $\exp(-0,693) = 0,5$ la ecuación (3.31) se transforma en:

$$X = 1 - \exp\left(-0.693 \cdot \left(t/t_{50\%}\right)^k\right) \quad (3.32)$$

de manera que $t_{50\%}$ y B están relacionadas como indica la ecuación.(3.33):

$$t_{50\%} = \left(\frac{0,693}{B}\right)^{1/k} \quad (3.33)$$

El tiempo para 50% de recristalización depende de las condiciones de deformación tanto como del tamaño de grano inicial de la forma siguiente:

$$t_{50\%} = B \cdot \varepsilon^n \cdot d_0^m \cdot \exp\left(\frac{Q_{rec}}{RT}\right) \quad (3.34)$$

donde B , m y n son constantes, Q_{rec} es una energía de activación y R la constante universal de los gases.

En el caso de los ensayos a velocidades de deformación constantes hay una equivalencia entre el tiempo y la deformación, por lo que la expresión (3.34) se puede expresar en términos de deformación:

$$X = 1 - \exp\left(-B \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\dot{\varepsilon}}\right)\right) \quad (3.35)$$

donde ε_p es la deformación correspondiente a la tensión máxima. Del mismo modo la ecuación (3.35) se transformaría en:

$$X = 1 - \exp\left(-0,693\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon_{50\%} - \varepsilon_p}\right)^k\right) \quad (3.36)$$

Sustituyendo esta expresión de la fracción de volumen recrystalizada X en la ecuación (3.30), se obtiene la siguiente expresión que solo es válida cuando $\varepsilon > \varepsilon_p$:

$$\sigma = \sigma_p - (\sigma_p - \sigma_{ss}) \left[1 - \exp\left(-0,693\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\dot{\varepsilon} \cdot t_{50\%}}\right)^k\right) \right] \quad (3.37)$$

Con las ecuaciones (3.9), (3.34) y (3.37) más adelante, se puede modelizar las curvas de fluencia en presencia o ausencia de la recrystalización dinámica.

3.3.2 Modelo de apilamiento de granos

3.3.2.1 Migración de los bordes de granos:

Para la recrystalización dinámica discontinua, Montheillet [1999], propone un modelo de apilamiento de granos. En su modelo considera el grano de forma esférica caracterizado por un diámetro D . Como el esfuerzo motriz para la migración de un borde de grano es proporcional a la diferencia de densidad de dislocaciones entre las dos partes que separan el borde se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = M \tau (\bar{\rho} - \rho) \quad (3.38)$$

con $\tau = Gb^2$, donde M es la movilidad del borde de grano, G es el módulo de cizalladura, b es el vector de Burger y $\bar{\rho}$ la densidad de dislocación promedio dentro de la matriz. La interacción entre un grano y el grano vecino es proporcional a la superficie de contacto entre ambos, y la densidad de dislocaciones promedio adecuada es $\bar{\rho} = \sum \rho_i D_i^2 / \sum D_i^2$ donde el sumatorio se extiende para cubrir todos los granos de sus alrededores. Además, dicha definición impone la conservación de volumen durante la deformación. Según la ecuación (3.38), el grano crece cuando su densidad de dislocaciones es mayor que $\bar{\rho}$ mientras desaparece cuando su densidad de dislocaciones es menor que $\bar{\rho}$.

3.3.2.2 Nucleación de nuevos granos

El mecanismo físico de la nucleación durante un proceso de deformación no está establecido de una forma clara. En el presente modelo se asocia a cada grano, un potencial de nucleación, ϕ que varía en función del tiempo de la siguiente forma:

$$\frac{d\phi}{dt} = k \bar{\rho}^p D^2 \quad (3.39)$$

Durante un tiempo de crecimiento dt , ϕ aumenta de la misma forma que el D^2 . La nucleación, en el caso dinámico, tiene lugar principalmente en los bordes de granos y es proporcional a valores positivos del potencial del promedio de la densidad de dislocaciones. El parámetro de nucleación k depende de la temperatura. Cuando ϕ alcanza un valor crítico, 1, un núcleo de tamaño D_0 con una densidad de dislocación ρ_0 se añade a los granos, y ϕ es igual a cero.

En este modelo se tienen en cuenta tres tipos de mecanismos de ablandamiento: restauración dinámica, el crecimiento de los nuevos granos libres de dislocaciones en la matriz endurecida (ablandamiento geométrico), y la aniquilación de dislocaciones debido a la migración de los bordes de granos (ablandamiento físico).

3.4 Modelización de la etapa de estado estable

3.4.1 Modelización basada en el comportamiento mecánico

En materiales de alta energía de falla de apilamiento, la restauración dinámica es muy eficaz y ocurre con cierta rapidez evitando la recrystalización dinámica por lo que las tensiones de fluencia aumentan rápidamente a valores relativamente bajos de deformación. Sin embargo en materiales de baja energía de falla de apilamiento la restauración dinámica es poco eficaz, la densidad de dislocaciones ρ se mantiene alta, lo que permite el inicio de la recrystalización dinámica. En los dos casos, la tensión de pico y la del estado estable o la de saturación se puede relacionar con la temperatura y la velocidad de deformación de las formas siguientes:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot \sigma_{ss}^n \cdot \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \quad (3.40)$$

$$\dot{\epsilon} = A' \cdot \exp(\beta \cdot \sigma_{ss}) \cdot \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \quad (3.41)$$

donde A , A' y β son constantes del material, n es el exponente de creep, Q la energía de activación y R la constante universal de gases. La ecuación (3.40) es válida a bajos valores de tensiones mientras la ecuación (3.41) se cumple a altas tensiones. Garofalo [1963] en condiciones de creep, y Sellars y Tegart [1966] en condiciones de conformado en caliente propusieron una expresión más general que describiera el comportamiento a fluencia a bajos y altos valores de tensiones, como sigue:

$$\dot{\epsilon} = A'' \cdot [\sinh(\alpha \cdot \sigma_{ss})]^n \cdot \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \quad (3.42)$$

siendo A'' una constante del material y α la tensión inversa que marca el cambio de comportamiento de potencial a exponencial. Para $\alpha \cdot \sigma < 0.8$ la ecuación (3.40) es equivalente a (3.42), mientras la ecuación (3.41) es válida cuando $\alpha \cdot \sigma > 1.2$. Es relativamente fácil de comprobar que α , n y β están relacionadas de la forma siguiente:

$$\beta = \alpha \cdot n \quad (3.43)$$

La ecuación (3.42) ofrece una descripción completa del comportamiento en un amplio intervalo de tensiones aunque adolece de una clara interpretación física.

3.4.2 Modelo analítico de estado estable

En este modelo propuesto por Montheillet [1999], todos los granos tienen el mismo comportamiento mecánico (los parámetros U y Ω son idénticos para todos los granos). De esta forma cada grano se puede substituir con una integral en función del tiempo de la manera siguiente:

$$\bar{D} = \int_0^{t_F} D(t) dt / t_F \quad (3.44)$$

La integración se hace desde la nucleación del grano ($t = 0$) hasta su desaparición ($t = t_F$). De aquí la densidad promedio de dislocaciones se puede escribir en función del tiempo de la siguiente forma:

$$\bar{\rho} = \int_0^{t_F} \rho(t) D^2 dt / \int_0^{t_F} D^2 dt \quad (3.45)$$

$$\bar{\rho} = \int_0^{t_F} \rho(t) dt / t_F \quad (3.46)$$

De un modo forma similar, las condiciones de nucleación pueden ser descritas como:

$$\phi = k \bar{\rho}^P \int_0^{t_F} D^2 dt = 1 \quad (3.47)$$

Si se deja aparte el efecto de la restauración dinámica (el término $\Omega = 0$) y la aniquilación de dislocaciones mediante la migración del borde de grano (ablandamiento físico), en este caso simplificado y durante la etapa de estado estable ($\epsilon = \epsilon_F$), el tamaño de grano D y la densidad de dislocaciones ρ dependen del tiempo como sigue:

$$D = M \tau U (\epsilon_F t - \dot{\epsilon} t^2) / 2 \quad (3.48)$$

$$\rho = U \dot{\epsilon} t \quad (3.49)$$

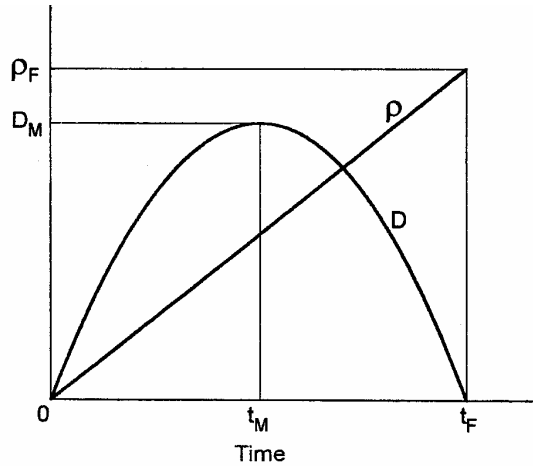


Figura 3.2: El tamaño de grano, D y la densidad de dislocaciones, ρ en función del tiempo durante el estado estable, Montheillet [1999].

Finalmente la tensión de fluencia se obtiene substituyendo la expresión de la densidad de dislocaciones en la fórmula clásica que relaciona la tensión con la densidad de dislocaciones ecuación (3.47) y se obtienen las siguientes expresiones:

$$\sigma = \alpha G b \left[\frac{15}{4} \frac{(h \dot{\epsilon})^3}{k (M \tau)^2} \right]^{1/2(p+5)} \quad (3.50)$$

$$\sigma = \alpha G b \left(\frac{5}{36} \right)^{1/2(p-1)} \left(\frac{M \tau}{k} \right)^{1/2(p+5)} \frac{1}{\bar{D}^{3/2(p-1)}} \quad (3.51)$$

La sensibilidad de la velocidad de deformación m y el parámetro a se derivan de las ecuaciones (3.40) y (3.51) y son respectivamente: $m = \frac{3}{2(p+5)}$ y $a = \frac{3}{2(p-1)}$.

En el presente trabajo se usa para la modelización de la etapa de endurecimiento y restauración dinámica el modelo de Estrin, Mecking y Bergström ya que proporciona resultados concordantes con la práctica experimental. Para la cinética de la recristalización dinámica se supone que el ablandamiento observado en las curvas de fluencia es proporcional a la fracción en volumen recristalizada y mediante la ecuación (3.37) se puede modelizar dicha etapa de recristalización dinámica. Es importante destacar que el modelo tiene una base física clara y no intervienen ecuaciones empíricas. El modelo general de Nes, aunque permite una descripción microestructural más amplia es más complejo, y se limita en temperaturas bajas y se aplica solamente en ausencia de la restauración dinámica.