

**Universitat Politècnica de Catalunya**

**Dep. de Teoria del Senyal i Comunicacions**

**E.T.S. d'Enginyers de Telecomunicació**

**TOMOGRAFIA DE MICROONDAS EN GEOMETRIA CILINDRICA  
PARA APLICACIONES BIOMEDICAS**

**Antoni Broquetas i Ibars**

**Dtor. Luis Jofre Roca**

**Tesis doctoral presentada a la  
Universitat Politècnica de Catalunya  
para la obtención del título de Doctor  
Ingeniero de Telecomunicación**

**Barcelona, Mayo 1989**

### Número de elementos de la agrupación

Para sintetizar una onda plana en el algoritmo de reconstrucción, en principio necesitamos infinitos modos (4.73), sin embargo puede prescindirse del espectro invisible, con lo que el número de modos necesario depende del radio de la región a iluminar. Con una agrupación de  $N$  elementos podemos excitar sin errores de 'aliasing' los  $N$  primeros modos  $(-N/2, +N/2)$  (Ap.A). Por ello la síntesis de ondas planas será correcta en una región de radio

$$\rho \leq \rho_{\max} = \frac{N}{4\pi} \lambda \quad (6.41)$$

En el caso de que la separación espacial entre antenas sea  $\Delta s \leq \lambda/2$  podremos iluminar con ondas planas toda la región interior a la agrupación, en caso contrario la región de reconstrucción sin errores quedará restringida a  $\rho_{\max}$ .

La fig.6.17 es una representación en módulo y fase de una onda plana generada sintéticamente por el algoritmo de reconstrucción (6.33) en una agrupación de 64 elementos y  $\Delta s > \lambda/2$ , podemos ver claramente la región de validez de la síntesis.

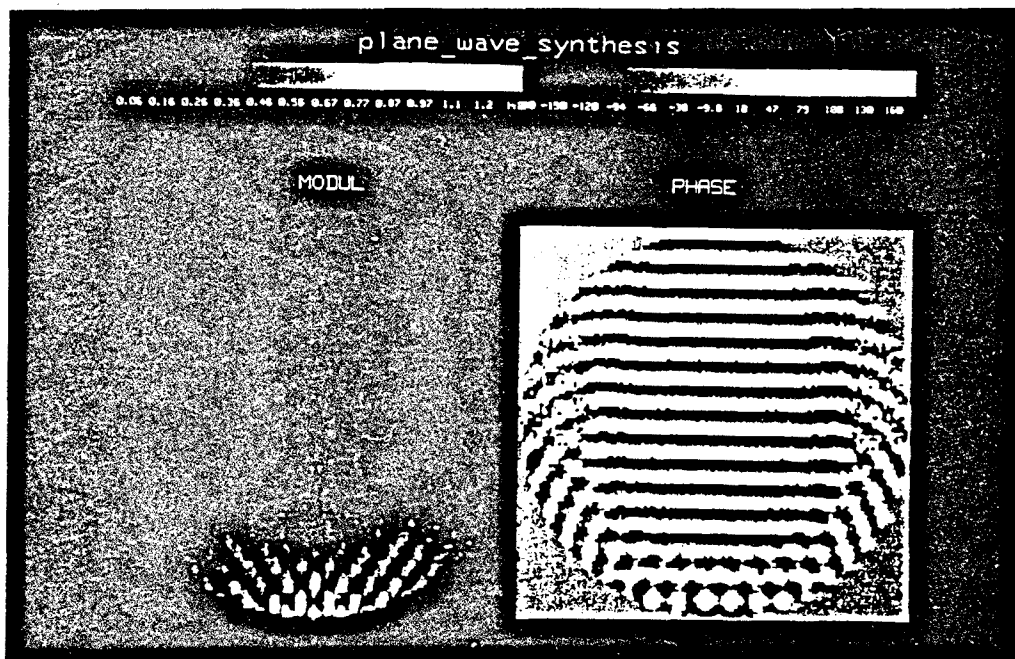
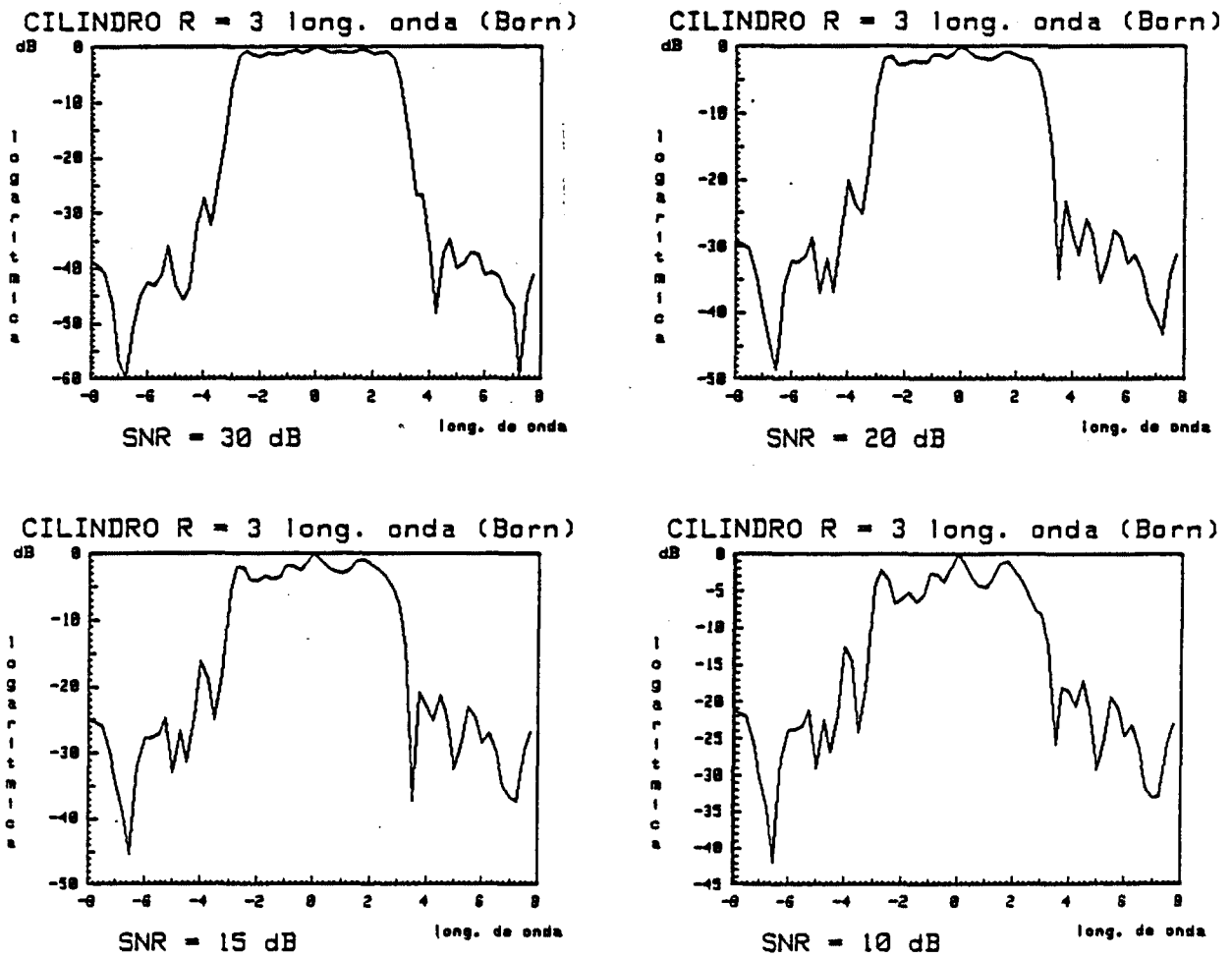


Fig.6.17 Onda plana generada sintéticamente por una agrupación de 64 elementos con espaciado  $\Delta s = 0.7\lambda$ .

**Influencia del error de medida y Margen dinámico**

Para estudiar las repercusiones de los errores de medida en la imagen, se reconstruyó una serie de cilindros poco difractantes de diferente tamaño, añadiendo ruido gaussiano blanco a los campos medidos. La fig.6.18 muestra las imágenes de un cilindro de radio  $3 \lambda$  en un medio con  $\text{tg}\delta = 0.1$  y una agrupación de 64 elementos recibiendo con 33.



*Fig.6.18 Reconstrucción (filtrada) de cilindros de bajo contraste ( $2,4 \lambda$ ) para varias (S/N).*

Podemos apreciar que el nivel de ruido de la reconstrucción es similar al de los campos, lo que indica un buen condicionamiento del problema inverso. De esta forma podemos especificar el error de medida del sistema para un margen dinámico deseado en la imagen.

#### 6.4.2 Aproximación de Rytov

La aproximación de Rytov consiste en utilizar el algoritmo de Born preprocesando los campos dispersados {4.6.1.3}. En un sistema cilíndrico tenemos

$$\Psi_s(\varphi_r, \varphi_e) = E_o(\varphi_r; \varphi_e) \cdot \ln \left[ 1 + \frac{E_s(\varphi_r; \varphi_e)}{E_o(\varphi_r; \varphi_e)} \right] \quad (6.42)$$

donde el logaritmo neperiano actúa sobre  $\varphi_r$  para cada vista  $\varphi_e$ . La parte imaginaria del logaritmo (fase del argumento) es una función multivalor. En (6.42) debe utilizarse la fase total acumulada respecto al campo incidente al calcular el logaritmo.

La aproximación de Rytov es válida para contrastes muy bajos con independencia del tamaño del cuerpo. La aproximación de Born en cambio depende del contraste y del tamaño. Para las dimensiones típicas de los cuerpos biológicos se puso de manifiesto, mediante simulación, la superioridad de la aproximación de Born, pues tolera mayores contrastes. La fig.6.19 muestra las imágenes obtenidas mediante ambas aproximaciones de cilindros de radio  $4 \lambda$  para contrastes bajo y alto.

Para obtener la parte imaginaria del logaritmo (fase total acumulada) se recuperó la fase del argumento eliminando los saltos entre  $-\pi \leftrightarrow \pi$ , aumentando previamente la densidad de las muestras con FFT y extensión con ceros del espectro. Para muy bajo contraste ambas reconstrucciones coinciden, ya que

$$\ln(1+x) \cong x \quad \text{para } x \ll 1 \quad (6.43)$$

sin embargo para contrastes mayores la aproximación de Born proporciona una reconstrucción más fiel.

La aproximación de Rytov se ha utilizado con éxito en otros contextos como la reconstrucción de perfiles atmosféricos [87] donde el contraste es mínimo, y los tamaños del objeto son muy grandes.

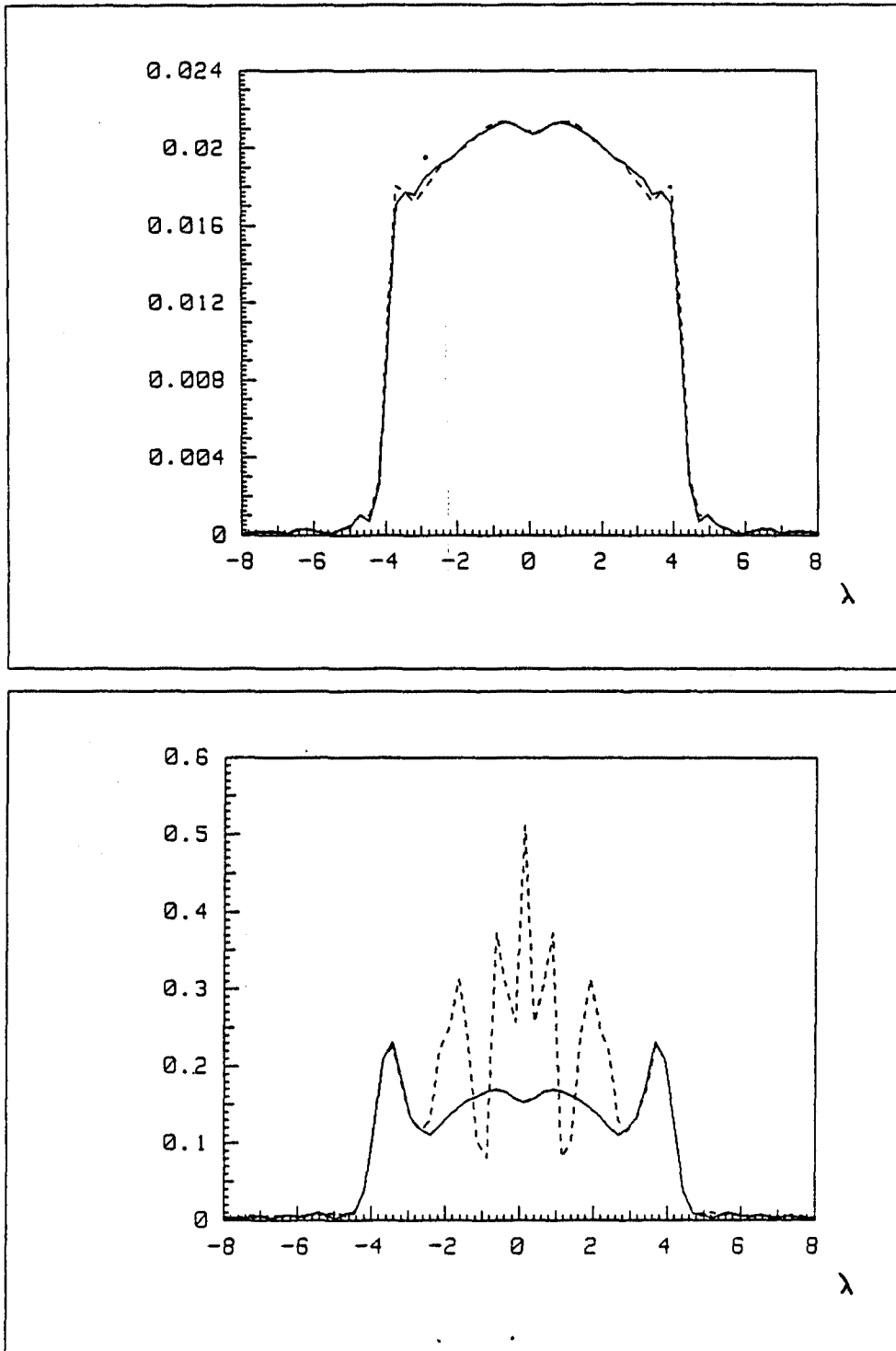


Fig.6.19 Reconstrucción mediante las aproximaciones de Born (curva sólida) y Rytov (curva a trazos) del módulo del contraste de cilindros de radio  $8 \lambda$  con pérdidas iguales al agua ( $\text{tg}\delta \approx 0.1$ ). Fig. superior: contraste=0.019. Fig. inferior: contraste=0.3.

### 6.4.3 Algoritmo de focalización

La combinación aditiva de las imágenes multivista obtenidas con operadores de focalización no garantiza la reconstrucción correcta del cuerpo (4.6.2). Por este motivo la utilización de focalización en un sistema cilíndrico no había sido estudiada en profundidad. La aplicación de esta técnica a geometrías cilíndricas se ha revisado al redactar este apartado de la tesis. Como resultado se ha diseñado un algoritmo eficiente y en principio capaz de reconstruir sin errores en medios con pérdidas. Debido a la novedad, el algoritmo no ha sido implementado hasta el momento.

En un sistema de emisión y recepción secuencial como el cilíndrico, la imagen puede obtenerse focalizando la agrupación sobre los puntos de interés simultáneamente en emisión y recepción. Este procedimiento evita los errores de la combinación de vistas. Las corrientes que sobre una línea circular producen un campo focalizado se calcularon en (4.5.1.3) para un medio homogéneo. El espectro en modos cilíndricos de la corriente que producía un campo focalizado  $E_f$  sobre  $\vec{r}_o' = (\varphi_o', \rho_o')$  es

$$\tilde{J}_f(n; \vec{r}_o') = \frac{-2E_o}{\omega \mu_o \pi} \frac{J_n(k_o \rho_o') e^{-jn\varphi_o'}}{H_n^{(2)}(k_o R)} \quad (6.44)$$

donde  $E_f(\rho', \varphi') = E_o J_o(k_o |\vec{r}' - \vec{r}_o'|)$  es invariante con la posición del foco.

Imaginemos que podemos trabajar simultáneamente con todos los elementos de la agrupación en emisión y recepción. Para reconstruir el contraste del cuerpo en la posición  $\vec{r}_o'$  focalizaremos la emisión sobre este punto, induciendo corrientes sobre el dieléctrico de forma selectiva

$$J(\vec{r}') = -j\omega \epsilon_o C(\vec{r}') E(\vec{r}') \quad (6.45)$$

donde  $C$  y  $E$  son el contraste de permitividad y el campo total respectivamente. Si el cuerpo no es muy difractante podremos utilizar la aproximación de Born sobre el campo total

$$J(\vec{r}') \cong -j\omega \epsilon_o E_o C(\vec{r}') J_o(k_o |\vec{r}' - \vec{r}_o'|) \quad (6.46)$$

$J(\vec{r}')$  producirá un campo dispersado  $E_s(\vec{r})$  en la agrupación sobre el que

podemos aplicar un operador de focalización para reconstruir el valor de la corriente fuente. Para ello utilizaremos la misma distribución  $J_f$  que en emisión

$$J_r(\vec{r}_o') = \mathfrak{F} \{ E_s(\vec{r}); \vec{r}_o' \} = \int_{\mathbf{v}} J_f(\vec{r}; \vec{r}_o') E_s(\vec{r}) d\vec{r} = \int_{\mathbf{v}'} J(\vec{r}') E_f(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (6.47)$$

sustituyendo en la última integral  $J(\vec{r}')$  y  $E_f(\vec{r}')$ , tenemos adoptando un valor conveniente de amplitud  $E_0$

$$C_r(\vec{r}_o') = J_r(\vec{r}_o') = \int_{\mathbf{v}'} C(\vec{r}') J_0^2(k_0 |\vec{r}' - \vec{r}_o'|) d\vec{r}' \quad ; \quad E_0^2 = \frac{j}{\omega \epsilon_0} \quad (6.48)$$

Es decir la reconstrucción del cuerpo es la convolución del contraste real con la función de variación radial  $J_0^2$ , lo que permite establecer los parámetros de resolución y nivel de lóbulo secundario.

$$J_0^2(k_0 |\vec{r}|) \left\{ \begin{array}{l} \text{Primer lóbulo} = -15.8 \text{ dB} \\ \text{Ancho } -3\text{dB} = 0.25 \lambda \end{array} \right. \quad (6.49)$$

### Implementación del algoritmo

Debido a la dificultad tecnológica de realizar una agrupación de amplitud/fase controladas, la focalización será sintética a partir de las medidas individuales entre antenas. La medida multivista será una matriz de campo dispersado  $E_s(\varphi_r, \varphi_e)$ , siendo  $\varphi_r$  y  $\varphi_e$  las posiciones angulares de los elementos emisor y receptor, como muestra la fig.6.10. Recordemos que debido a la fase lineal angular en (6.44), las corrientes de focalización  $J_f$  son invariantes o convolucionales en  $\varphi$ , pero no en  $\rho$ . De esta manera dada una profundidad radial de reconstrucción  $\rho_0$  para focalizar en un ángulo  $\varphi_0'$  basta con desplazar angularmente las corrientes, obteniendo

$$C_r(\varphi_0'; \rho_0') = \int \left[ \int E_s(\varphi_r, \varphi_e) J_f(\varphi_r - \varphi_0'; \rho_0') d\varphi_r \right] J_f(\varphi_e - \varphi_0'; \rho_0') d\varphi_e \quad (6.50)$$

La integral interior es el operador de focalización en recepción. Gracias a la linealidad de la dispersión, podemos combinar las reconstrucciones de cada vista o incidencia con los pesos adecuados para sintetizar la focalización en

emisión, resultando la integral exterior. La doble convolución en  $\varphi_r$ ,  $\varphi_e$  puede expresarse en el dominio espectral discreto como productos

$$\varphi_r, \varphi_e \xleftrightarrow{\mathcal{F}} n, m \tag{6.51}$$

$$\tilde{C}_r(n, m; \rho_o') = \tilde{J}_f(m; \rho_o') \cdot \tilde{J}_f(n; \rho_o') \cdot \tilde{E}_s(n, m) \tag{6.52}$$

el dominio espacial de  $C_r$  se obtendrá como transformada inversa bidimensional de  $\tilde{C}_r$

$$C_r(\varphi_{or}, \varphi_{oe}; \rho_o') = \mathcal{F}_{2D}^{-1} \left\{ \tilde{C}_r(n, m; \rho_o') \right\} \tag{6.53}$$

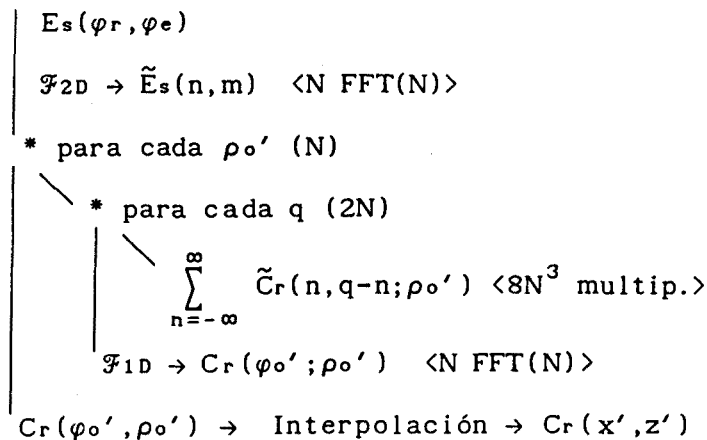
Como  $\varphi_{or} = \varphi_{oe} = \varphi_o'$  al focalizar en emisión y recepción sobre el mismo punto, no es necesario evaluar la transformada inversa bidimensional, basta con calcular

$$C_r(\varphi_o'; \rho_o') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_r(n, m; \rho_o') e^{j(n+m)\varphi_o'} \tag{6.54}$$

llamando  $q = n+m$  podemos expresar  $C_r$  en forma de FFT unidimensional

$$C_r(\varphi_o'; \rho_o') = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_r(n, q-n; \rho_o') \right] e^{jq\varphi_o'} \tag{6.55}$$

La serie de focalización  $\tilde{J}_f(n; \rho_o')$  es una matriz que depende de la geometría de medida y podría tabularse para ahorrar tiempo de CPU. De esta forma el algoritmo de reconstrucción queda para  $N$  elementos y  $N \cdot N$  pixels de imagen





El número de operaciones  $\langle \cdot \rangle$  es similar al del algoritmo anterior basado en el recubrimiento espectral del cuerpo. Como todas las transformadas de Fourier son angulares no estamos condicionados por el valor complejo del número de onda  $k_0$ , por lo que en principio las pérdidas no limitan la validez de este algoritmo.

## 6.5 Algoritmos de orden superior

En (4.8) se formularon varias técnicas destinadas a reconstruir cuerpos de alto contraste. En esta línea se han desarrollado varios algoritmos para geometría cilíndrica, que han sido ensayados mediante simulación numérica y de forma experimental. En este apartado describiremos la implementación de los algoritmos y su evaluación.

### 6.5.1 Reconstrucción diferencial

La reconstrucción diferencial consiste en procesar con un algoritmo de primer orden los cambios en campo dispersado, producidos por una alteración del cuerpo. El objetivo es reconstruir el cambio en el dieléctrico. Como vimos en (4.8.2), el método podría ser utilizado en cuerpos de alto contraste proporcionando imágenes cualitativas. Para verificar esta hipótesis, se simularon cambios en un modelo simplificado de cabeza humana (fig.6.20). La alteración corresponde al calentamiento de 2°C de zonas anulares de distintos diámetros en el cerebro. Se ha utilizado la sensibilidad térmica del agua (2.3.2) para calcular el cambio en permitividad del cerebro. La fig.6.21 muestra la imagen absoluta obtenida con la aproximación de Born y cortes de las imágenes diferenciales. Los parámetros de la simulación son una frecuencia de trabajo de 2.45 GHz, agrupación de 64 elementos y medio externo agua. La posición de los cambios es correcta pero no su amplitud, debido al alto contraste del cuerpo y a sus pérdidas más elevadas respecto al agua. En (8.2.1) se describe una simulación más realista de este método aplicado a la reconstrucción de la cabeza humana.

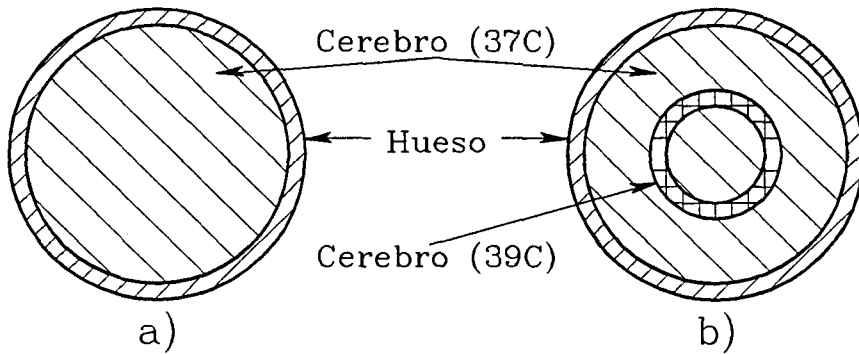


Fig.6.20 a) Modelo cilíndrico simplificado de cabeza humana, b) modelo con cambios térmicos en una zona anular del cerebro. Valores: hueso: 7.5-8 cm,  $\epsilon=4.52-j0.84$ , cerebro (37°C)  $r=7.5$  cm  $\epsilon=33.2-j9.3$ , cerebro (39°C)  $\Delta r=1$  cm  $\epsilon=33.22-j8.92$ .

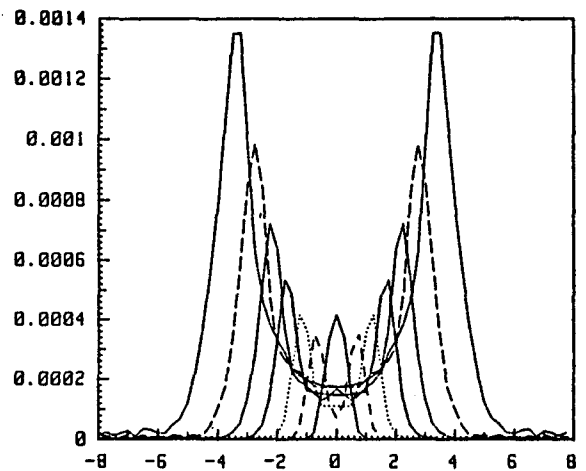
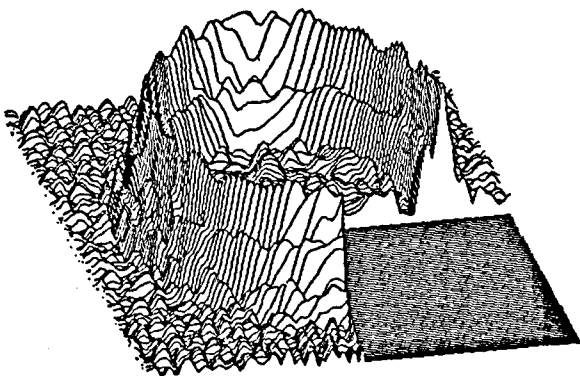


Fig.6.21 a) Imagen absoluta del modelo 6.20a), b) cortes de las imágenes diferenciales correspondientes a varios diámetros de la alteración 6.20b).

### 6.5.2 Método de optimización

El método consiste en optimizar los parámetros de un modelo sencillo del objeto de forma que disminuya el error entre los campos dispersados medidos y

los calculados para el modelo (4.8.3). Un algoritmo de optimización para geometría cilíndrica se evaluó mediante simulación numérica y de forma experimental aplicado a la reconstrucción de cilindros dieléctricos de varias capas. El objeto a reconstruir queda definido por los diámetros de las capas y su permitividad compleja. En la simulación se utilizaron los parámetros de un sistema cilíndrico real a 2.45 GHz, con una agrupación de 20cm de diámetro y 64 elementos, medio externo agua, y recepción sobre la mitad de la agrupación enfrenetada al emisor.

El campo dispersado por el cuerpo y el modelo imagen se calculan analíticamente, resolviendo los coeficientes de los modos cilíndricos o mediante el método recursivo de Richmond. Como método de optimización se ha utilizado el simplex por su robustez frente a la pérdida en mínimos locales. La iteración puede pararse al obtener un error inferior a un umbral prefijado o cuando la mejora aportada por una nueva iteración es pequeña. La tabla 6.1 presenta los resultados obtenidos mediante simulación añadiendo ruido gausiano al campo medido.

S/N(dB)	R1	$\epsilon'1$	$tg\delta1$	R2	$\epsilon'2$	$tg\delta2$
teórico	3.0	32.0	0.2	5.0	62.58	0.05
$\infty$	2.9996	31.97	0.208	5.002	62.58	0.049
30	3.0038	32.06	0.194	5.005	62.62	0.051
20	2.9936	32.21	0.202	5.003	62.62	0.051
15	2.9591	32.65	0.236	5.015	62.45	0.048
10	2.9955	33.58	0.211	5.012	62.08	0.040
5	2.8942	35.32	0.150	4.900	59.33	0.058

Tabla 6.1 Reconstrucción de un cilindro de dos capas en función de la S/N en la medida

Puede observarse la gran robustez del método frente al ruido. Este hecho es consecuencia de la sobre-especificación de este método inverso, ya que reconstruimos 6 parámetros a partir de una matriz de medida de 64\*33 elementos complejos. Los resultados se han obtenido después de unas 150 iteraciones con un tiempo de cálculo de 15' en un ordenador HP9000/840.

La fig.6.22 muestra el campo dispersado por un cilindro homogéneo medido en un sistema cilíndrico y el calculado para el modelo optimizado, puede

observarse la alta correlación entre la medida y el campo calculado. Los valores medidos con el método del coaxial abierto (OECL) (2.2) son similares a los reconstruidos

	R	$\epsilon'$	$\text{tg}\delta$
Método OECL	2.23	56	0.48
Reconstrucción	2.23	61.6	0.38

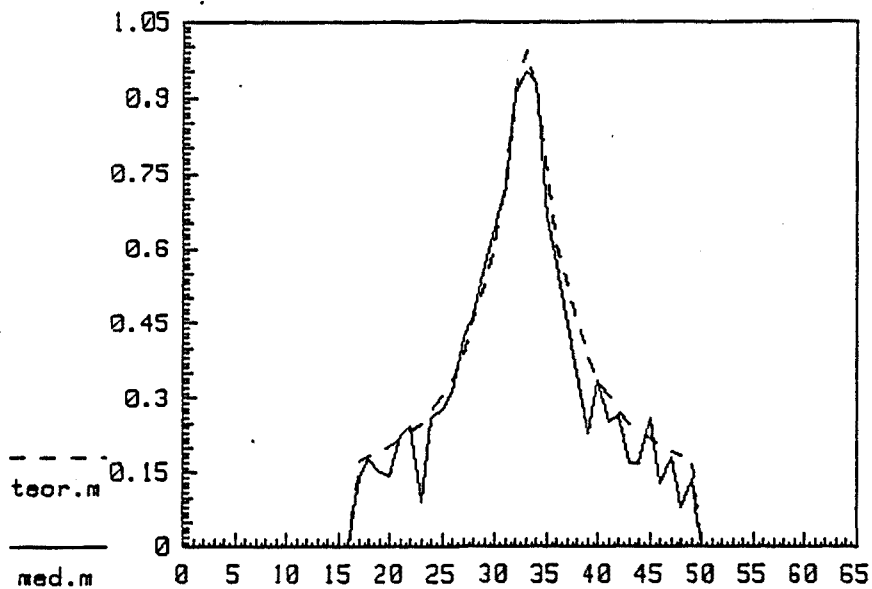


Fig.6.22 Valores reconstruidos y campo dispersado (módulo) por un cilindro homogéneo centrado: medido (continuo) y calculado (a trazos) para el modelo optimizado.

### 6.5.3 Síntesis adaptada de ondas planas

El algoritmo basado en la hipótesis de Born descrito en (6.4.1) permitía el recubrimiento espectral del contraste a partir de los campos medidos según (6.33)

$$\tilde{C}[k_0(\hat{\theta}+\hat{\theta}_0)] = \frac{-16j}{k_0^2 \omega \mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{J}(-n; -\hat{\theta}) \tilde{J}(-m; -\hat{\theta}_0) \tilde{E}_s(n, m) \quad (6.56)$$

donde

$$\tilde{J}(-n; -\hat{\theta}) = \frac{j^n e^{jn\theta}}{H_n^{(2)}(k_0 R)} \quad (6.57)$$

es el espectro de corrientes que produce sobre la agrupación de radio  $R$  una onda plana dirigida según  $-\hat{\theta}$  en el medio externo de número de onda  $k_0$ .

La filosofía del método de síntesis adaptada era crear ondas planas en el interior del cuerpo conociendo su contorno y su permitividad promedio. En la sección (4.8.5.1) calculamos las corrientes que, sobre una agrupación cilíndrica, producían ondas planas en el interior de cilindros homogéneos de permitividad arbitraria. Utilizando (4.169), el espectro de corrientes que produce un onda plana de la misma amplitud dirigida hacia  $-\hat{\theta}$  en un cilindro centrado de radio  $a$  y número de onda  $k_1$  es intercambiando  $n$  por  $-n$

$$\tilde{J}^c(-n; -\hat{\theta}) = \frac{j^n e^{jn\theta}}{H_n^{(2)}(k_0 R)} \frac{J_n(k_1 a) H_n^{(2)'}(k_0 a) - (k_1/k_0) J_n'(k_1 a) H_n^{(2)}(k_1 a)}{J_n(k_0 a) H_n^{(2)'}(k_0 a) - J_n'(k_0 a) H_n^{(2)}(k_0 a)} \quad (6.58)$$

el algoritmo de síntesis adaptada se obtiene simplemente al utilizar  $\tilde{J}^c$  en vez de  $\tilde{J}$  en (6.56). Para comprobar la calidad de la onda plana sintetizada, se calculó la superposición de modos cilíndricos producidos por los 64 elementos de una agrupación, con una ponderación dada por  $J^c$ . El resultado se muestra en la fig.6.23 evidenciando la alta pureza de iluminación obtenida.

La fig.6.24 es un corte de la reconstrucción simulada de un cilindro de dos capas mediante síntesis adaptada, tomando una permitividad de referencia como promedio de las dos capas. La parte real de la permitividad se reconstruye con precisión, aunque la parte imaginaria presenta errores mayores.

La fig.6.25 (imag. superior) es la reconstrucción experimental con el algoritmo de Born de un modelo de brazo humano muy difractante en el que se han simulado los huesos con dos barras de PVC, que no aparecen en la imagen. La imagen inferior corresponde al algoritmo de síntesis adaptada, donde pueden distinguirse los huesos.

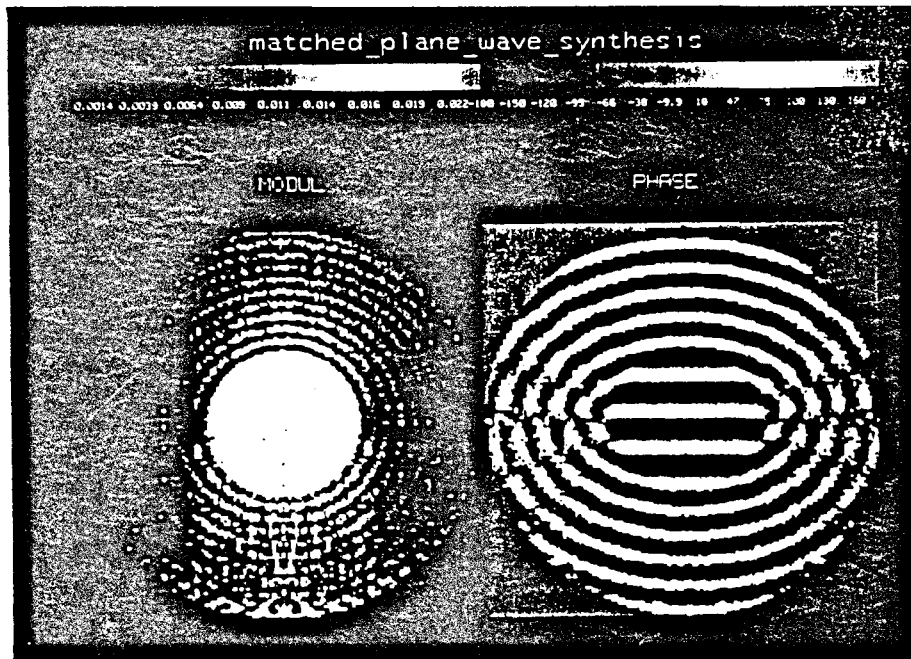


Fig.6.23 Onda plana en el interior de un cilindro de  $\epsilon = 35$  y radio 4cm a 2.45 GHz.

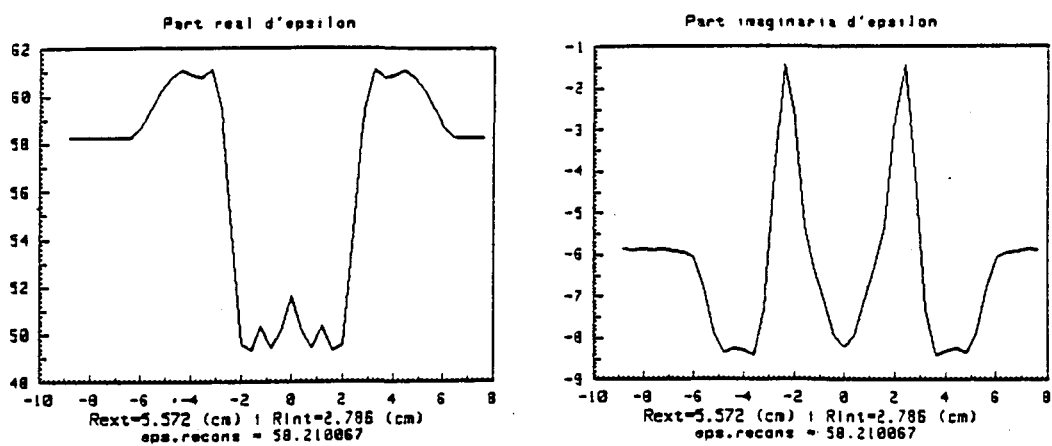


Fig.6.24 Reconstrucción simulada de un cilindro de dos capas en agua. Cilindro interior:  $\epsilon=49.45$ ,  $\text{tg}\delta=0.1$ ,  $r=2.786$  cm. Cilindro exterior:  $\epsilon=62.58$ ,  $\text{tg}\delta=0.1$ ,  $r=5.572$  cm. Cilindro de referencia:  $\epsilon=58.21$ ,  $\text{tg}\delta=0.1$ ,  $r=5.572$  cm

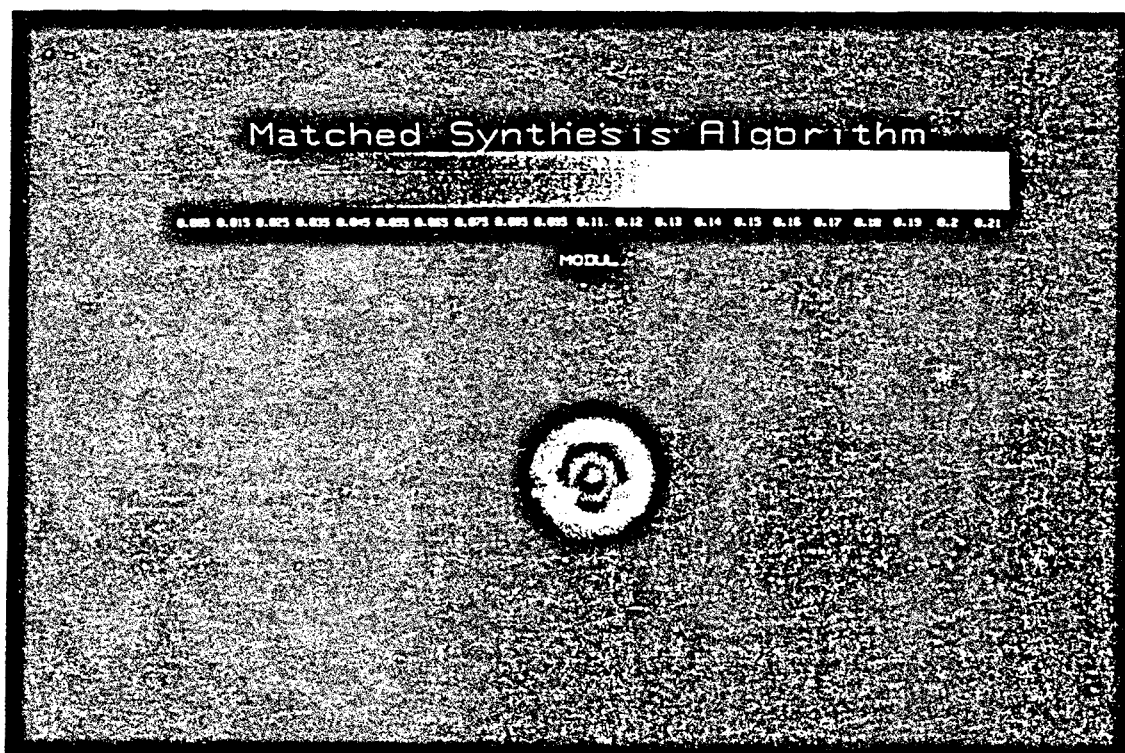
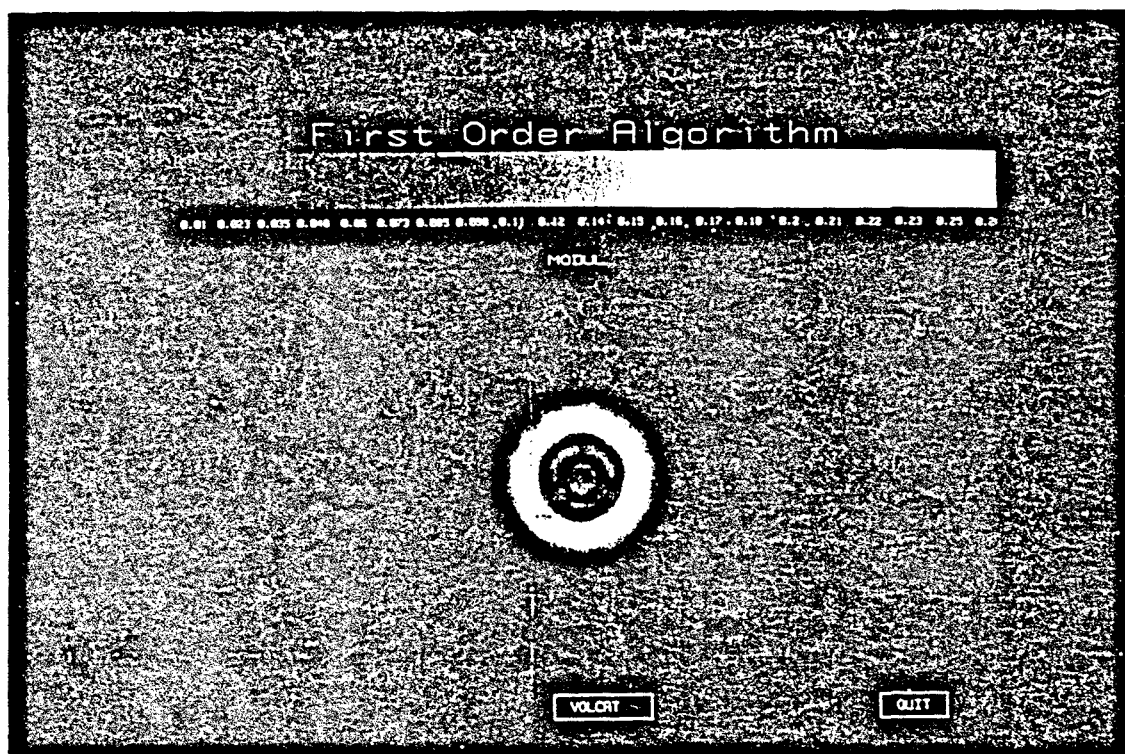


Fig.6.24 Reconstrucción de una maqueta de antebrazo humano muy difractante, imagen superior: Algoritmo de Born, inferior: síntesis adaptada.

En {4.8.5.2} calculamos las corrientes para producir ondas planas en un cilindro homogéneo descentrado. En este caso al perderse la simetría cilíndrica, el espectro de corrientes no es invariante respecto a la dirección de la onda plana

$$\tilde{J}^d(-n; -\hat{\theta}) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p J_{n-p}(k_0 \rho_0) e^{-j(n-p)\varphi_0} \quad (6.59)$$

donde  $C_p$  viene dado por (6.58)

Al sustituir en (6.56), ya no existe una dependencia de fase lineal con  $\theta$ ,  $\theta_0$  y por tanto  $\tilde{C}[k_0(\hat{\theta}+\hat{\theta}_0)]$  no puede obtenerse como transformada inversa bidimensional de Fourier. Por ello la versión para cilindros descentrados del algoritmo de síntesis adaptada es mucho menos eficiente aunque más general que la versión centrada.

#### 6.5.4 Otras técnicas ensayadas

Además de las técnicas presentadas en los apartados anteriores, se ensayaron otros métodos basados en información 'a-priori' sobre el campo interior al cuerpo. La mejora obtenida respecto al algoritmo de primer orden es pequeña. En particular se investigó un algoritmo basado en la corrección multiplicativa de la imagen, estimando el campo total en el cuerpo, y un algoritmo basado en la modificación del número de onda sobre la aproximación de onda plana.

#### Factor de corrección de campo total

La idea básica de este algoritmo es intentar corregir el error causado por la aproximación de Born, en la ecuación integral del campo dispersado

$$E_s(\vec{r}) = -k_0^2 \int C(\vec{r}') E(\vec{r}') G(\vec{r}-\vec{r}') d\vec{r}' \quad (3.31)$$

donde para reconstruir aproximamos (Born)  $E(\vec{r}') \cong E_0(\vec{r}')$ .



En objetos de alto contraste la aproximación no es válida y podemos escribir

$$E_s(\vec{r}) = -k_0^2 \int \left\{ C(\vec{r}') \frac{E(\vec{r}')}{E_0(\vec{r}')} \right\} E_0(\vec{r}') G(\vec{r}-\vec{r}') d\vec{r}' \quad (6.60)$$

donde el término entre llaves que denominaremos  $C_B(\vec{r}')$  es el contraste obtenido (incorrecto) al utilizar la aproximación de Born para invertir (3.31). Si utilizando información 'a-priori' puede estimarse el campo total  $E(\vec{r}')$  en el interior del objeto, en principio podría corregirse la imagen  $C_B(\vec{r}')$  mediante un factor cociente entre los campos incidente y total en el cuerpo

$$C(\vec{r}') = C_B(\vec{r}') \frac{E_0(\vec{r}')}{E(\vec{r}')} \quad (6.61)$$

Sin embargo debe observarse que el campo incidente y total son diferentes para cada vista, mientras que la imagen se obtiene como superposición espectral o espacial de la información multivista. Para ensayar la corrección del campo total se rediseñó el algoritmo de Born para geometría cilíndrica, utilizando la técnica de interpolación espacial en sistemas planos (5.3.3). De esta forma la reconstrucción se obtiene como combinación espacial de las imágenes correspondientes a cada vista, permitiendo en principio la corrección mediante (6.61) de cada vista por separado.

En la fig.6.27 (curva b) se muestra la evaluación de este algoritmo mediante el cálculo del error cuadrático medio. Puede verse que apenas mejora la aproximación de Born. La razón estriba en que la corrección se aplica a una versión paso-banda de  $C_B(\vec{r}')$ , pues cada vista contiene un círculo del dominio espectral  $C_B(\vec{\eta})$ . La corrección multiplicativa sería posible si para cada vista accediésemos al espectro completo de  $C_B$ , lo que no ocurre debido al carácter paso-banda de la función de Green.

#### Modificación del número de onda en el cuerpo

Los algoritmos de recubrimiento espectral deben su eficiencia al hecho de aproximar el campo total en el cuerpo como una onda plana. De esta manera puede establecerse una correspondencia biunívoca entre el espectro de corrientes y el del cuerpo. En la fig.3.2 puede observarse la fase del campo

en el interior de un cilindro muy difractante.

La aproximación del campo total en el cuerpo por el incidente (Born) es incorrecta debido sobre todo al desfase progresivo causado por un número de onda diferente entre medio y cuerpo. Una aproximación mejor sobre el campo total sería suponer una onda plana similar a la incidente pero usando un número de onda promedio del cuerpo en lugar de  $k_0$ . La fig.6.26 muestra la nueva aproximación y como se modifica el recubrimiento espectral al variar el número de onda.

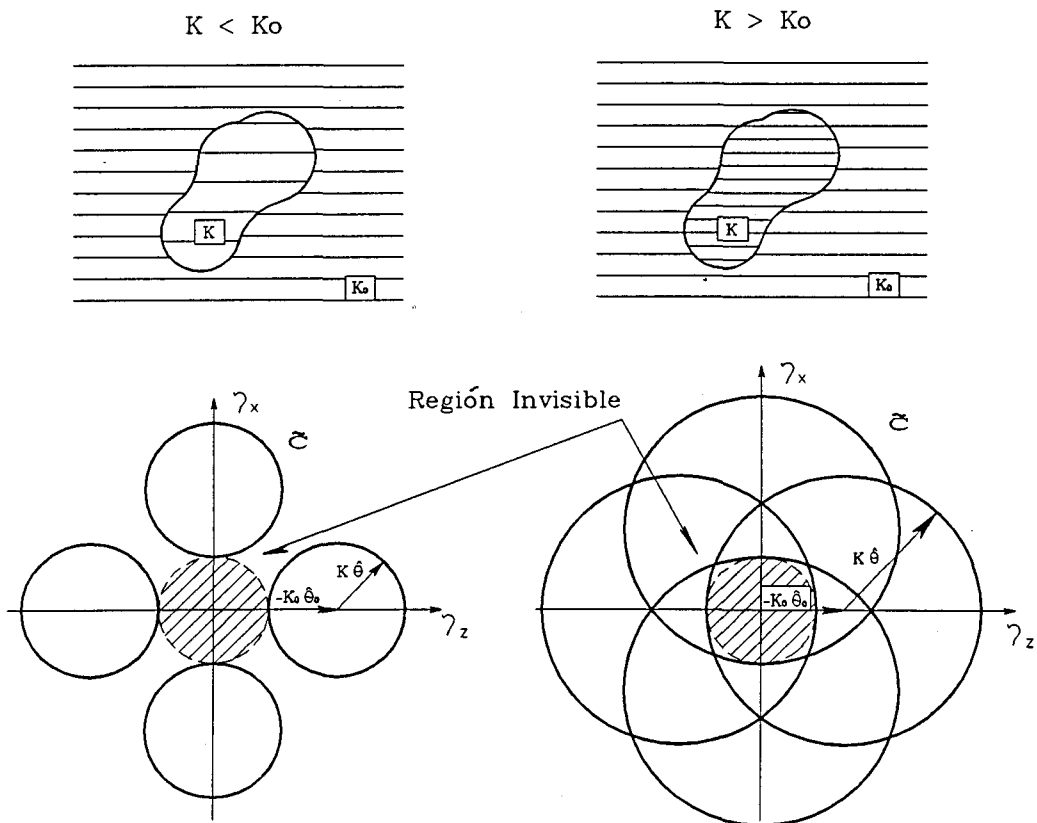


Fig.6.26 Modificación del número de onda en la aproximación y recubrimiento espectral asociado para  $k < k_0$  y  $k > k_0$ .

Desafortunadamente aparece un nuevo problema al constatar que no tenemos acceso a una región circular paso-bajo del espectro. Para recuperar el

espectro de baja frecuencia se ensayó la continuación analítica [88] del espectro utilizando información 'a-priori', en este caso el contorno del cuerpo (la imagen debe ser cero fuera del contorno) y un margen permitido de permitividad. El algoritmo de continuación analítica utilizado es:

```

Espectro inicial :  $\tilde{C}$ 
↓
* bucle de continuación analítica
  |
  | FFT-1 : C
  | fuera del contorno del cuerpo : C = 0
  | aplicar restricciones de permitividad posible a C
  | FFT :  $\tilde{C}$ 

```

No existe un criterio claro para detener la iteración, sin embargo se ha comprobado que tras unas decenas de iteraciones la reconstrucción va empeorando progresivamente. El error de reconstrucción de este algoritmo se muestra en la fig.6.27 donde podemos ver que no mejora sustancialmente la aproximación de Born. La causa de este pobre resultado es probablemente el error introducido por la continuación analítica del espectro, y la distorsión del campo interior respecto a la aproximación de onda plana.

## 6.6 Estudio comparativo de los algoritmos

Aunque puede realizarse un estudio cualitativo de la calidad de las reconstrucciones obtenidas con diversas técnicas, se estimó necesario definir un criterio objetivo de calidad, para cuantificar la mejora obtenida con los algoritmos diseñados para alto contraste. Un criterio utilizado en la evaluación de algoritmos planos es la relación potencia de error / potencia de imagen, o error cuadrático medio normalizado [31]

$$ECM = \frac{\int |C(\vec{r}) - C_r(\vec{r})|^2 d\vec{r}}{\int |C(\vec{r})|^2 d\vec{r}} \quad (6.62)$$

Para evaluar la calidad de los algoritmos desarrollados se llevó a cabo una simulación numérica consistente en reconstruir una serie de cilindros variando su permitividad. Para ello se calcularon los campos dispersados por cilindros homogéneos de 3 cm de diámetro, disminuyendo su permitividad respecto al agua ( $\epsilon \approx 77$ ) y por tanto aumentando su contraste de forma progresiva. La fig.6.27 muestra los resultados obtenidos con las diferentes técnicas.

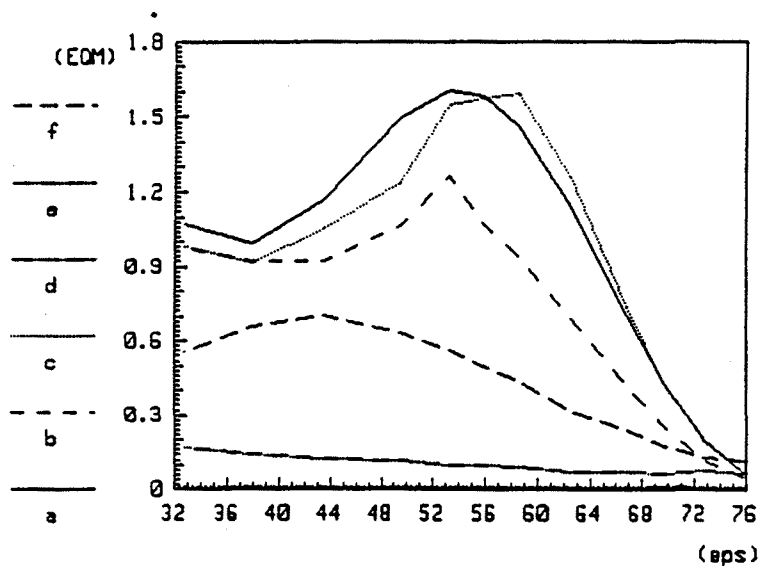


Fig.6.27 Error cuadrático medio obtenido con las técnicas desarrolladas para cuerpos de alto contraste, evaluado para un cilindro de 3cm de radio variando su permitividad. a) Algoritmo convencional de primer orden, b) Factor de corrección. c) Modificación del número de onda. d) Algoritmo de síntesis adaptada con un error de estimación del 5% en permitividad y contraste. e) Síntesis adaptada con error de 10% en el radio y 35% en contraste. f) Síntesis adaptada con error de 10% en radio y 65% en contraste.

Destaca el bajo error del algoritmo de síntesis adaptada. Como el conocimiento 'a-priori' de un cuerpo nunca es exacto, una evaluación realista de esta técnica debe incluir errores en la estimación del tamaño y permitividad del cuerpo. Las curvas d,e,f muestran los resultados del error en la estimación del cilindro. Aún en presencia de fuertes errores el ECM es siempre menor que los proporcionados por otros métodos.

Resumiendo, se han evaluado varios métodos de reconstrucción, basados en algún tipo de conocimiento 'a-priori' sobre el cuerpo:

El método de corrección del campo total utilizaba una ponderación multiplicativa sobre una versión espectralmente incompleta del cuerpo. Como consecuencia no se consigue mejorar apreciablemente la aproximación de primer orden.

El método de modificación del número de onda en el cuerpo, permite una implementación eficiente pues es un algoritmo de recubrimiento espectral. Sin embargo no es posible acceder a la región de baja frecuencia. Se ha ensayado completar la información mediante continuación del espectro a partir del contorno del cuerpo y un margen de permitividades posible sin resultados satisfactorios.

El método de optimización funciona correctamente para cuerpos que puedan parametrizarse con pocas variables, lo que limita su aplicación a cuerpos complicados como los biológicos.

El método diferencial consigue visualizar la estructura interna de cuerpos de alto contraste, a partir de los campos de un cuerpo de referencia con permitividades promedio en su interior. Otra aplicación del algoritmo es la reconstrucción de cambios dieléctricos en el cuerpo.

El algoritmo de síntesis adaptada permite reconstruir cuantitativamente un cuerpo de permitividad muy diferente a la del medio de referencia. Se ha realizado un algoritmo válido para cuerpos de sección aproximadamente circular centrados en el eje de la agrupación. La dificultad de centrar cuerpos biológicos con precisión ha condicionado hasta el momento su evaluación experimental.

Finalmente se ha formulado un algoritmo de síntesis adaptada que evita la necesidad de centrar el cuerpo, y también un algoritmo eficiente utilizando operadores de focalización válido para medios con pérdidas. Debido a la novedad estos algoritmos no han sido aún implementados.

## CAPÍTULO 7 DEFINICIÓN Y DISEÑO DE UN PROTOTIPO CON GEOMETRÍA CILÍNDRICA

Aunque es posible simular numéricamente algunos aspectos de la tomografía de microondas, la evaluación completa de una nueva geometría de medida requiere un estudio experimental. Por ello se decidió diseñar y construir un prototipo de tomografía cilíndrica, lo que además permitiría estudiar algunas aplicaciones biomédicas de esta técnica sobre maquetas y cuerpos 'in-vivo'.

El prototipo a desarrollar debía reproducir en laboratorio las características básicas de un sistema de aplicación clínica, minimizando en lo posible el tiempo de adquisición y el coste del equipo.

### 7.1 Especificaciones de diseño

Los parámetros básicos en la definición de un sistema de tomografía de microondas son la frecuencia de trabajo, la potencia de iluminación, el diámetro y número de elementos de la agrupación de medida y el tiempo de adquisición.

En sistemas capaces de radiar campos al exterior conviene escoger una frecuencia dedicada a aplicaciones industriales-científico-médicas (ISM), para no interferir con otros servicios. Teniendo en cuenta que para esta aplicación debemos trabajar en el margen 1-4GHz (4.3), tenemos básicamente dos frecuencias ISM a elegir: 915MHz y 2.45GHz. A 915 MHz la atenuación disipativa en el agua es del orden de 0.3 dB/cm, y la resolución alcanzable es  $\lambda/2 \approx 2$  cm por lo que estaría indicada en la obtención de imágenes de cuerpos grandes como el tórax humano. A 2.45GHz la atenuación es de 2 dB/cm permitiendo alcanzar resoluciones del orden de 7mm, y obtener imágenes de cuerpos mas pequeños como extremidades, cuello, o la cabeza humana. Las dimensiones de la agrupación a igualdad de elementos son menores a 2.45GHz, por lo que se adoptó esta frecuencia para el prototipo.

La potencia de iluminación debe dimensionarse procurando no exceder el límite de  $5\text{mW}/\text{cm}^2$  recomendado por la norma ANSI C.95.1-1982 (2.5) a estas frecuencias. La tecnología disponible en la actualidad permite generar potencias del orden del watio utilizando amplificadores de estado sólido. Potencias mayores requieren el uso de múltiples amplificadores con una red de combinación de potencia o de tubos de onda progresiva (TWT) incrementando el coste del equipo. Por ello se tomó como potencia de emisión 1W que puede

conseguirse con amplificadores comerciales.

El diámetro de la agrupación debe dimensionarse en función de la atenuación tolerable en la medida del campo, que dependerá del nivel de interferencias del sistema, la potencia de emisión, del nivel de ruido y del ancho de banda del receptor. El número de elementos se escoge para mantener un muestreo espacial próximo a  $\lambda/2$ .

El tiempo de medida por elemento para permitir una adquisición rápida debe estar en torno al milisegundo, lo que conlleva un ancho de banda del sistema de 2KHz debido a la doble ventana de un detector síncrono (DSB). El factor de ruido del sistema utilizando un amplificador de bajo ruido como primera etapa puede quedar entorno a 3 dB. De esta forma el nivel de ruido será

$$N = F k T_0 B \approx -138 \text{ dBm} \quad (7.1)$$

el nivel de señal al atravesar un diámetro para obtener 30 dB de S/N será

$$S = W_t - A_t \approx N + 30 \text{ dB} = -108 \text{ dBm} \quad (7.2)$$

para una potencia de emisión de 1W,  $W_t = 30 \text{ dBm}$  y la atenuación máxima tolerable resulta

$$A_t \approx 138 \text{ dB} \quad (7.3)$$

restando de  $A_t$  las pérdidas en multiplexores (-8 dB), moduladores ASK (-7 dB), cables (-2 dB), alimentación de las antenas (-2 dB), etc. llegamos a una atenuación máxima en el agua del orden de 100 dB. Utilizando (6.24) se obtiene un diámetro máximo de la agrupación de unos 25cm, con antenas de ganancia unidad. El número de elementos para mantener un espaciado de  $\lambda/2$  es  $N \approx 110$ .

## 7.2 Descripción del sistema

El prototipo desarrollado consta básicamente de una sección de microondas y una sección de circuitos de baja frecuencia, con una estructura básica puede verse en la fig.6.1. La sección de microondas incluye la agrupación de medida, las redes de distribución de señal, y el emisor-receptor coherente de

microondas. La sección de baja frecuencia comprende los circuitos de control, los detectores síncronos y otros subsistemas de soporte como circuitos de supervisión y fuentes de alimentación. Finalmente un ordenador de 32 bits realiza las tareas de adquisición de datos, reconstrucción y presentación de las imágenes.

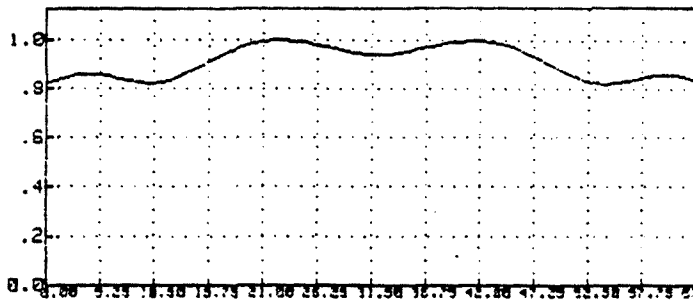
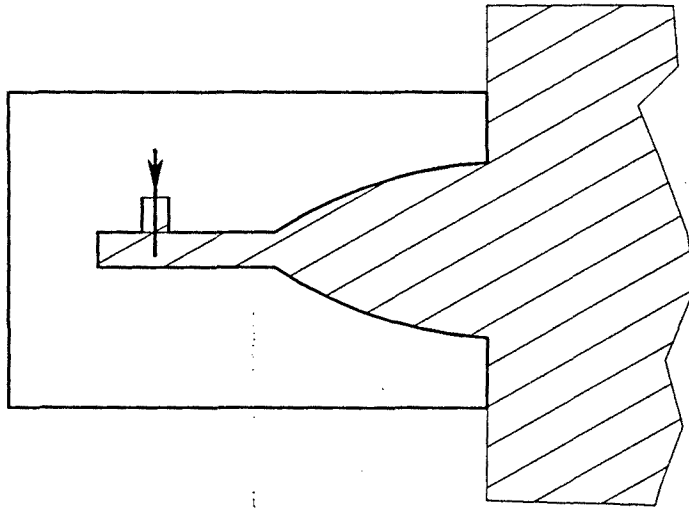
### 7.2.1 Agrupación de medida

De las opciones descritas en {6.2} para realizar la agrupación se decidió utilizar una guía de onda terminada en bocina de plano E como elemento básico, presentando la ventaja de focalizar axialmente el campo. Sin embargo el muestreo con una agrupación de guías para polarización ( $\vec{E}$ ) axial no puede ser muy denso puesto que la anchura de las guías debe ser mayor que  $\lambda/2$  para no estar en corte y además debe tenerse en cuenta el espesor de las paredes. Para una agrupación inmersa en agua, tomando una frecuencia de corte en la guía de 2 GHz la anchura de la guía debe estar en torno a los 9 mm y con un espesor de pared de 2 mm obtenemos un paso de muestreo  $\Delta s \approx 11$  mm. Para un diámetro de 25 cm el número de elementos es  $N \approx 70$ . Se escogió un número binario  $N=64$  por las ventajas de realización de multiplexores y algoritmos utilizando FFT. Con 64 elementos el diámetro de la zona libre de errores de 'aliasing' es de unos 14 cm.

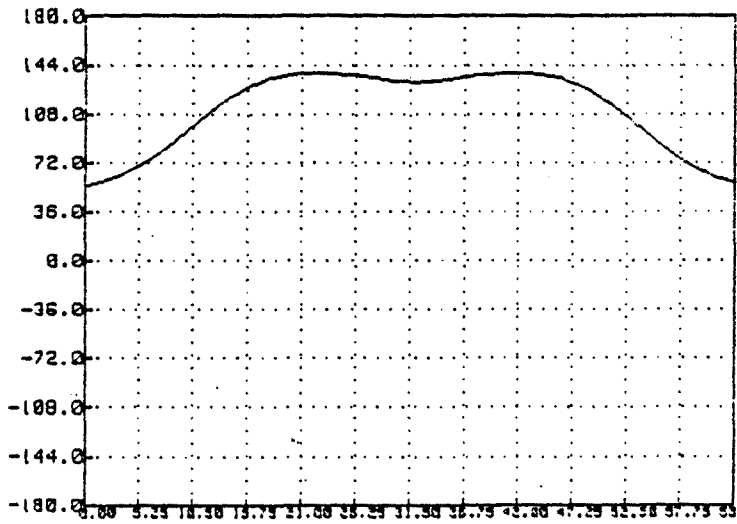
Las guías se realizaron mediante un 'sandwich' de 3 piezas de latón formando además una bocina en plano E común a toda la agrupación. La estructura de la agrupación permite albergar los multiplexores de microondas y la circuitería de control asociada. La agrupación se coloca entre dos cilindros de plástico formando un contenedor que se llena de agua destilada. La excitación de las guías se consigue mediante un poste de longitud  $\approx \lambda/4$  centrado sobre la cara ancha de la guía, y que comunica mediante coaxial al multiplexor.

El perfil de la bocina se optimizó para conseguir una iluminación axial lo más plana posible en amplitud y fase, para ello se utilizó un método incremental {3.6.1} sobre un modelo discretizado del perfil. Como consecuencia de este estudio se adoptó un perfil exponencial para la bocina como indica la fig.7.1, en la que puede verse también las características del campo radiado, obtenido mediante simulación.





**Módulo.**



**Fase.**

Fig.7.1 Detalle de la guía y bocina. Campo en la apertura de la guía en agua.

El diámetro de la bocina es de 20 cm, con una apertura en la dirección axial (plano E) de aproximadamente  $D = 2\lambda$ . Suponiendo iluminación uniforme puede estimarse la divergencia axial del campo en la región de medida utilizando (6.6). La distancia en que el campo puede suponerse colimado a la dimensión de la apertura es

$$R_c \approx \frac{D^2}{\lambda} = 4\lambda \approx 5.5 \text{ cm} \quad (7.4)$$

En la zona central de la agrupación la zona iluminada tendrá un espesor teórico a  $-3$  dB de 6 cm en un medio sin pérdidas (6.8). Sin embargo al tener en cuenta las pérdidas del medio, los caminos que se alejen del plano de la agrupación quedarán más atenuados, por lo que puede esperarse una respuesta axial menor a la obtenida en este análisis.

### 7.2.2 Arquitectura de Radiofrecuencia

Para simplificar las redes de distribución, la agrupación se dividió en 4 cuadrantes de 16 elementos cada uno. En consecuencia se diseñaron 4 multiplexores de 16 elementos formados por un árbol binario de 4 etapas de conmutadores, realizado en tecnología 'microstrip'. El conmutador básico consta de dos interruptores que actúan alternativamente, realizados con dos diodos de conmutación. El número de conmutadores binarios es de 15 por multiplexor, lo que significa un total de 120 diodos. Debido al elevado número de diodos se probaron una serie de tipos de bajo coste destinados a aplicaciones de consumo a frecuencias de VHF y UHF. Curiosamente los mejores resultados se obtuvieron con un diodo de VHF. Debido a la alta capacidad parásita de los diodos en polarización inversa, se utilizaron líneas de transmisión en paralelo con el diodo formando un circuito resonante en el estado aislado del interruptor. Al medir los multiplexores se constató una menor pérdida de inserción a una frecuencia ligeramente inferior a la de diseño. Por este motivo la frecuencia de trabajo adoptada finalmente fue  $F_0 = 2.33$  GHz.

Como consecuencia de la partición, la agrupación de medida queda con 4 puertos de acceso, que deben direccionarse en transmisión o recepción con una matriz de conmutación de dos a 4 vías. Para ello se construyeron dos multiplexores de 1 a 4 puertos y 4 conmutadores binarios con diodos PIN, que

ofrecían un aislamiento de 50 dB. Para separar la señal útil de las interferencias, se modulan las señales en el punto de alimentación de las antenas emisora y receptora. Como moduladores se utilizan los últimos interruptores del multiplexor que direccionan la antena, de forma que cambian de estado según una señal de modulación de baja frecuencia. De esta manera se consigue una modulación ASK sin añadir circuitos adicionales, la señal no transmitida se refleja hacia la entrada del multiplexor y debe tenerse en cuenta al evaluar las interferencias.

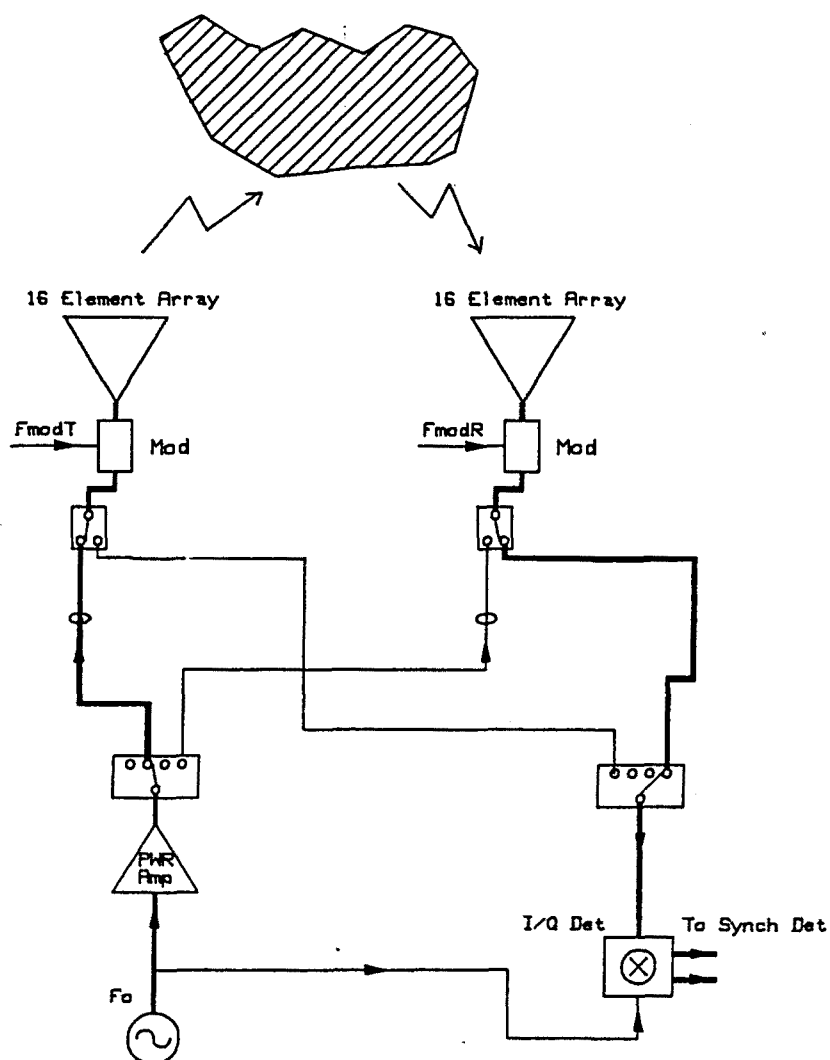


Fig.7.2 Arquitectura inicial del sistema

La arquitectura básica del sistema se muestra en la fig.7.2, se utilizan dos frecuencias de modulación en las antenas emisora y receptora. Para generar la señal de emisión se utiliza un oscilador a la frecuencia de  $F_0 = 2.33$  GHz con un nivel de salida de 14 dBm. Por razones de estabilidad durante la medida, el oscilador se engancha en fase con un sintetizador HP8656B a frecuencia  $1/3 F_0$ , mediante un PLL armónico [89]. El amplificador de potencia posee una ganancia de 30 dB y una potencia máxima de salida de 1W. Para controlar el nivel de potencia se realizó un atenuador variable con diodos PIN colocado entre el oscilador y el amplificador de potencia.

En el camino receptor la señal se amplifica mediante un amplificador de bajo ruido de microondas, con una ganancia del orden de 30 dB. La señal se detecta con un detector coherente fase-cuadratura (I/Q), utilizando como referencia una muestra de la señal de emisión. El detector fue construido en tecnología 'microstrip' incorporando tres híbridos de  $90^\circ$ , un divisor de potencia Wilkinson y diodos Schottky. El emisor y receptor de microondas están integrados en un rack autónomo con un circuito de medida de potencia de emisión y nivel de inyección del mezclador, además de un circuito de limitación de potencia del amplificador.

### 7.2.3 Subsistemas de baja frecuencia

Las salidas del detector fase-cuadratura se llevan a sendos detectores síncronos de alta sensibilidad y ganancia ajustable. La frecuencia de reloj de los detectores es de 200 KHz obtenida mediante multiplicación digital de las señales de modulación del camino emisor  $F_e = 123$  KHz y receptor  $F_r = 77$  KHz y filtrando la frecuencia suma. De esta forma el detector síncrono sólo responde a señales que han pasado por los dos moduladores. A la salida de los detectores síncronos se dispone de señales DC proporcionales a la parte real e imaginaria del fasor campo eléctrico recibido.

El sistema se controla con un ordenador de 32bits (HP9000-320), que direcciona mediante un bus paralelo los elementos emisor y receptor. Además el ordenador incluye una tarjeta conversora analógico-digital (A/D), que muestrea la salida de los detectores síncronos. El ordenador permite visualizar la matriz de campo medida, reconstruir la imagen y visualizar el resultado en una pantalla en color de alta resolución.

La dinámica necesaria en la medida del campo puede calcularse como la

relación entre el campo incidente máximo y mínimo medidos. En el prototipo la relación es de unos 20 dB. Si la relación señal-ruido en la medida del campo más débil se especifica a 30 dB, tendremos el nivel de ruido a -50 dB del máximo valor de campo. El convertidor A/D utilizado posee una precisión de 13 bits y por lo tanto una dinámica de 78 dB, por lo que podremos despreñar los errores de cuantización.

Otros subsistemas de baja frecuencia son los osciladores de baja frecuencia para modular las señales en emisión y recepción, y los circuitos lógicos que gobiernan la red de distribución y multiplexores de la agrupación. También se incluye un sistema que visualiza los elementos y cuadrantes seleccionados. Finalmente un rack aparte contiene las fuentes de alimentación del sistema.

### 7.3 Compatibilidad Electromagnética

Una vez integrado el sistema, se comprobó mediante medidas que la señal interferente superaba a la señal deseada en varios órdenes de magnitud. Por este motivo se realizó un estudio exhaustivo de Compatibilidad Electromagnética (EMC) para identificar las causas de la interferencia y corregir el diseño.

En primer lugar se constató un alto nivel de radiación de los multiplexores al exterior, quedando acopladas las señales de los multiplexores emisor y receptor. Para remediar el problema se realizó un apantallamiento cuidadoso de los multiplexores. Además se reforzaron los desacoplamientos de los circuitos de control adyacentes a los multiplexores con la circuitería exterior. Como resultado de estas acciones se obtuvo un aislamiento en la agrupación de 20 dB por encima de la atenuación de la señal deseada en el caso peor (antenas opuestas).

Una vez apantallada la agrupación debían minimizarse las interferencias causadas por la red de distribución de señal. Para obtener valores fiables, se midieron las pérdidas de inserción, coeficientes de reflexión y aislamientos, de los bloques relevantes del sistema. La tabla 7.1 muestra los valores más importantes obtenidos.

A partir de la configuración del sistema y de los datos de sus componentes pueden calcularse la atenuación del camino deseado y el nivel de interferencias:

*Señal deseada*

$$S_o/S_i = -L_c -2L_m -2L_u -2L_a +2G_a -L_w = -129.6 \text{ dB} \quad (7.5)$$

*Camino interferente*

$$I/S_i = -L_c -4L_u -2R_m -I_x = -50 \text{ dB} -I_x \quad (7.6)$$

Directividad de la antena	$G_a = 6.5 \text{ dB}$
Pérdidas de la antena (guía y bocina)	$L_a = 7.8 \text{ dB}$
Atenuación entre dos antenas opuestas en agua (25°C)	$L_w = 93 \text{ dB}$
Pérdida de inserción del multiplexor (sin modulación)	$L_u = 8 \text{ dB}$
Aislamiento del multiplexor (elementos contiguos)	$I_u = 28 \text{ dB}$
Pérdidas por modulación (ASK)	$L_m = 7 \text{ dB}$
Pérdidas de retorno de la señal modulada	$R_m = 7 \text{ dB}$
Pérdidas del cableado de microondas	$L_c = 4 \text{ dB}$
Aislamiento de la matriz de conmutación	$I_x = 50 \text{ dB}$

*Tabla 7.1 Características de los bloques de microondas*

Si se especifica una relación señal a interferencia mínima de  $(S_o/I) = 20 \text{ dB}$ , utilizando los datos de la tabla 7.1 obtenemos un aislamiento mínimo de la matriz de conmutación  $I_x > 100 \text{ dB}$ . Este valor es muy elevado, la matriz realizada con diodos PIN presentaba un aislamiento de 50 dB. Mediante conmutadores PIN multietapa o conmutadores electromecánicos pueden conseguirse aislamientos del orden de 100 dB, pero el precio de estos dispositivos es prohibitivo, pues se requieren 10 conmutadores binarios para realizar la matriz de conmutación de 2 a 4 vías. Una solución consiste en utilizar elementos no recíprocos como aisladores o amplificadores en las ramas unidireccionales de la matriz de conmutación. Los aisladores ofrecen valores típicos de aislamiento de unos 20 dB. Los amplificadores de una o más etapas además de atenuar considerablemente en la dirección inversa proporcionan mayor sensibilidad al sistema. Una ventaja adicional al usar amplificadores es la posibilidad de despolarizar el dispositivo cuando no está en el camino de medida, por ejemplo cuando el cuadrante actúa como emisor, con lo que se

consigue un aislamiento adicional. Por este motivo se incluyó un amplificador de bajo ruido para cada cuadrante, dotado de un control de polarización de forma que el amplificador sólo actuaba al seleccionar el cuadrante como receptor.

La nueva arquitectura del sistema queda como muestra la fig.7.3. Los amplificadores se realizaron en tecnología 'microstrip' con dos etapas a transistores MESFET, proporcionando las características de la tabla 7.2.

Ganancia en directa (S <sub>21</sub> ):	
Amplificador polarizado	G <sub>on</sub> = 30 dB
Amplificador no polarizado	G <sub>off</sub> = -40 dB
Ganancia en inversa (S <sub>12</sub> ):	G <sub>12</sub> = -48 dB
Factor de ruido	F <sub>a</sub> = 1.8 dB

*Tabla 7.2 Características de los amplificadores diseñados*

La utilización de amplificadores en la red de distribución, permitió usar conmutadores electromecánicos de bajo coste con una aislamiento de 35 dB y una pérdida de inserción despreciable. De esta forma se construyeron dos multiplexores de 1 a 4 y 4 conmutadores de cuadrante. En el multiplexor de 1 a 4 de emisión se utilizaron dos conmutadores en serie para cada rama para conseguir un aislamiento mínimo de I<sub>4T</sub> = 70 dB. Los aislamientos del multiplexor de 1 a 4 de recepción y los conmutadores de cuadrante son los del conmutador básico I<sub>4R</sub> = I<sub>2</sub> = 35 dB. Con estos datos se rehicieron los cálculos de señal y los tres caminos interferentes básicos A,B,C indicados en la fig.7.3.

*Señal deseada*

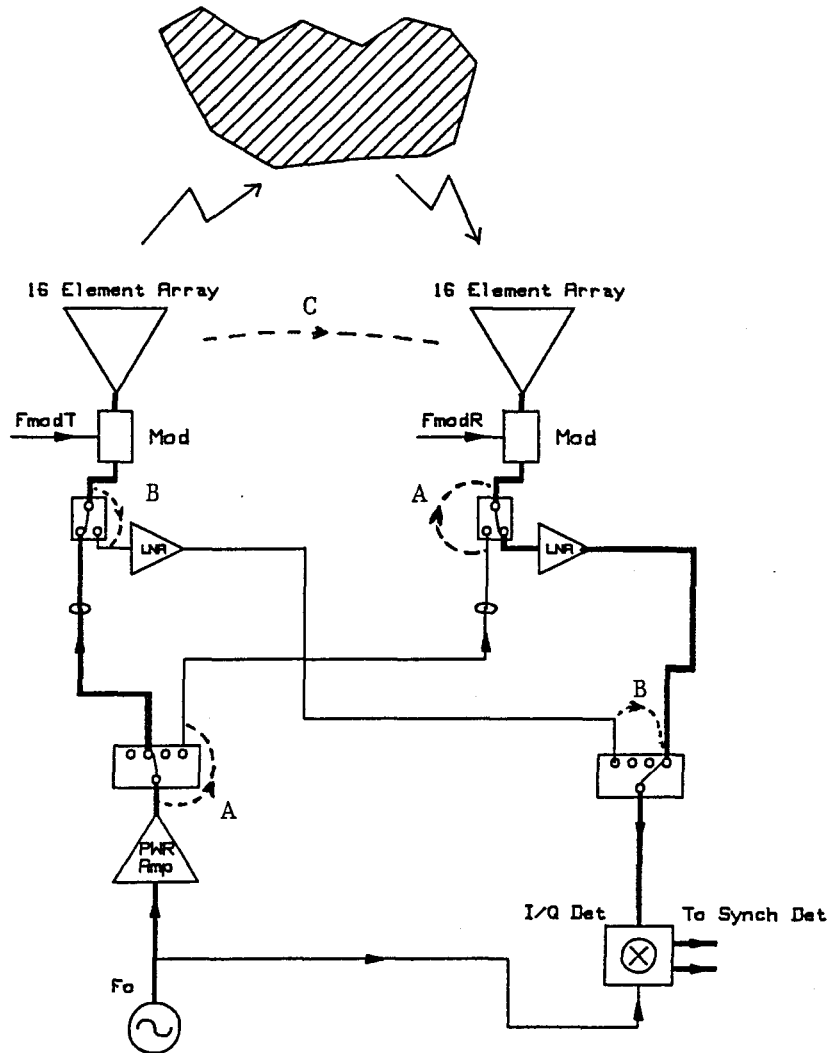
$$S_o/S_i = -L_c -2L_m -2L_u -2L_a +2G_a -L_w +G_{on} = -100 \text{ dB} \quad (7.8)$$

*Caminos interferentes*

$$I_A/S_i = -L_c -4L_u -2R_m -I_{4T} -I_2 +G_{on} = -125 \text{ dB} \quad (7.9)$$

$$I_B/S_i = -L_c -4L_u -2R_m -I_2 +G_{off} -I_{4R} +G_{12} +G_{on} = -170 \text{ dB} \quad (7.10)$$

$$I_C/S_i = S_o/S_i +L_w -I_{ag} = -120 \text{ dB} \quad (7.11)$$



*Fig.7.3 Configuración con amplificadores en la red de distribución. Se indican 3 caminos de interferencias A,B,C.*

El aislamiento de la agrupación constituye el mecanismo dominante de interferencias, proporcionando una relación señal a interferencia para dos antenas opuestas de 20 dB. El campo dispersado se obtiene como sustracción de las medidas de campo total e incidente. Los caminos interferentes no incluyen la región de medida de la agrupación por lo que pueden considerarse invariantes al cambiar los campos recibidos. Por lo tanto es de esperar una



dismutación de la interferencia al restar los campos.

El nivel de ruido del sistema puede calcularse tomando como plano de referencia la entrada del amplificador de bajo ruido como se indic3 en (6.3.4). Utilizando los datos del amplificador de bajo ruido y con el agua a temperatura ambiente, la temperatura total a la entrada es de unos 460 K. El ancho de banda de un receptor DSB es  $2B$  (6.3.4), siendo  $B$  el ancho de banda del filtro paso-bajo de los detectores s3ncronos  $B \approx 1$  KHz. Teniendo en cuenta el nivel de se3al a la entrada del amplificador utilizando la fig.7.3 obtenemos unos niveles de se3al y ruido te3ricos de

$$S = -100 \text{ dBm} ; N = k T_t 2B = -139 \text{ dBm} ; S/N = 39 \text{ dB} \quad (7.12)$$



*Fig.7.4 Aspecto final del prototipo realizado*

La fig.7.4 muestra el prototipo realizado: la agrupación de medida situada alrededor del contenedor de agua, la red activa de distribución situada en la base del sistema y los 'racks' con el emisor-receptor coherente de microondas, los amplificadores síncronos, circuitos de control, etc.

#### 7.4 Adquisición de datos y control

La adquisición se realiza mediante un programa ejecutado con prioridad de tiempo real en el ordenador. Básicamente se seleccionan todos los pares de cuadrantes emisor-receptor, y para cada cuadrante se seleccionan todos los pares de elementos. En realidad para mantener la simetría en la adquisición, sólo se recibe con la mitad de la agrupación enfrentada al emisor. Una vez seleccionado un par de elementos, se espera un cierto tiempo para dejar que la salida de los detectores síncronos se estabilice y se muestrea su salida con el convertidor A/D. El tiempo de espera es básicamente el tiempo de integración de los detectores más un margen de seguridad ( $\approx 2$ ms). Tras una conmutación de cuadrante el tiempo de espera se amplía para obtener un comportamiento estable de los conmutadores eletromecánicos ( $\approx 100$  ms). De esta manera se miden 2112 pares de elementos en un tiempo de unos 6 segundos. Debido a la isotropía de los materiales biológicos, intercambiando los papeles emisor-receptor de un par de elementos se obtiene en teoría la misma medida. Podemos utilizar la reciprocidad para reducir el número de medidas a la mitad con lo que el tiempo de medida mínimo es de 3s.

Existe también la posibilidad de realizar medidas múltiples para cada elemento, lo que permite aumentar la relación señal-ruido mediante promediado, a costa de aumentar el tiempo de adquisición. Conviene promediar en situaciones en que desea minimizar el error de medida, por ejemplo durante la calibración del sistema.

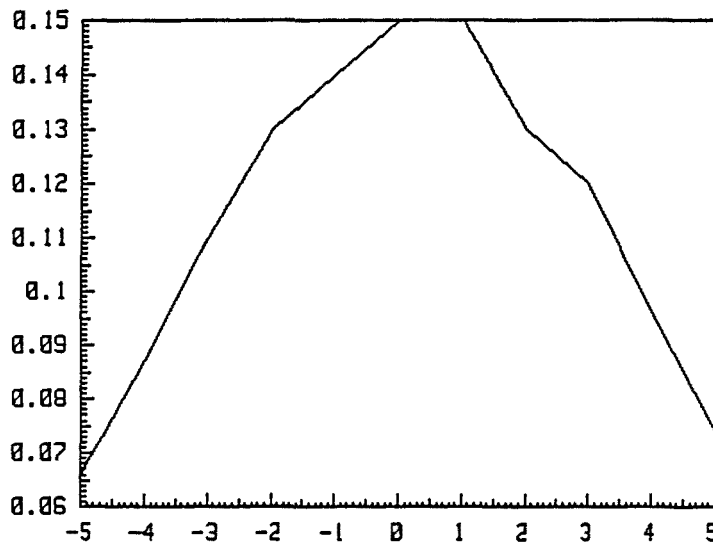
La calibración del sistema se realiza midiendo un cilindro metálico de 2 cm de radio y dividiendo elemento a elemento la matriz teórica calculada analíticamente por la matriz medida. De esta forma se obtiene una matriz de calibración que multiplicada por la medida real nos da la matriz calibrada. Además el método permite la calibración absoluta del sistema al utilizar el mismo campo incidente en el cálculo de la difracción del cilindro de calibración y en el algoritmo de reconstrucción.

## 7.5 Evaluación del sistema

La evaluación del sistema ha permitido verificar hasta que punto eran ciertas las suposiciones teóricas realizadas. Se han evaluado las características de la reconstrucción, de la agrupación de medida, interferencias y ruido del sistema, calibración, etc.

### 7.5.1 Agrupación de medida

La respuesta axial de la agrupación que determina el espesor del corte explorado se evaluó experimentalmente en la zona central. Para ello se desplazó coaxialmente un cilindro metálico de  $0.5 \lambda$  y se midieron los campos a varias distancias del plano de la agrupación. Seguidamente se reconstruyeron las imágenes del cilindro obteniendo una curva de amplitud de la imagen en función de la distancia al plano de la agrupación (fig.7.5)



*Fig.7.5 Amplitud en la reconstrucción de un cilindro corto en función de la distancia al plano de la agrupación.*

Tomando los puntos de corte a  $-3$  dB obtenemos el valor de  $d_a \approx 6$ cm, de esta forma al explorar un cuerpo integraremos sus variaciones axiales en una ventana de extensión  $d_a$ . Este espesor coincide con las previsiones para un medio sin pérdidas. Con pérdidas se esperaba un espesor menor, debido a la mayor distancia recorrida por el campo al alejarse del plano de la agrupación. Probablemente la hipótesis utilizada de iluminación uniforme de la apertura no es realista en un medio con pérdidas, lo que explicaría este resultado.

Otro parámetro característico de una agrupación es la respuesta de sus elementos o firma. La fig.7.6 muestra el campo dispersado por un cilindro metálico centrado de 2cm de radio calculado analíticamente, tal como se mediría en una agrupación ideal. Las filas representan los 64 elementos emisores y las columnas los receptores, la textura de cada elemento indica en la escala superior el valor en módulo y fase del campo medido entre el par seleccionado. La fig.7.7 muestra la medida real obtenida con la agrupación sin calibrar y la fig.7.8 es una medida calibrada del cilindro en la que puede apreciarse la similitud con la medida ideal.

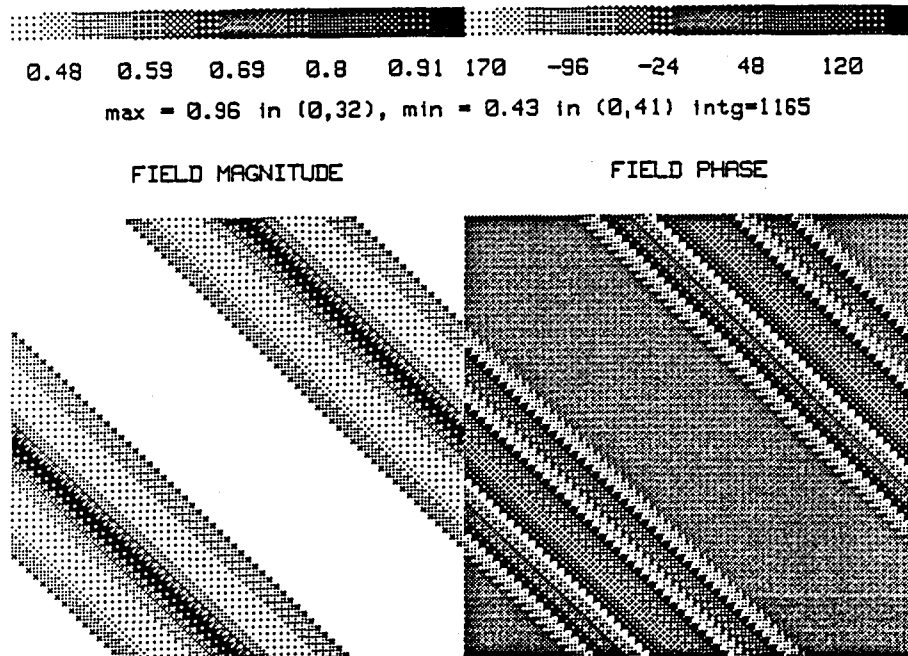


Fig.7.6 Matriz de medida del campo dispersado por un cilindro metálico de 2cm de radio calculada analíticamente

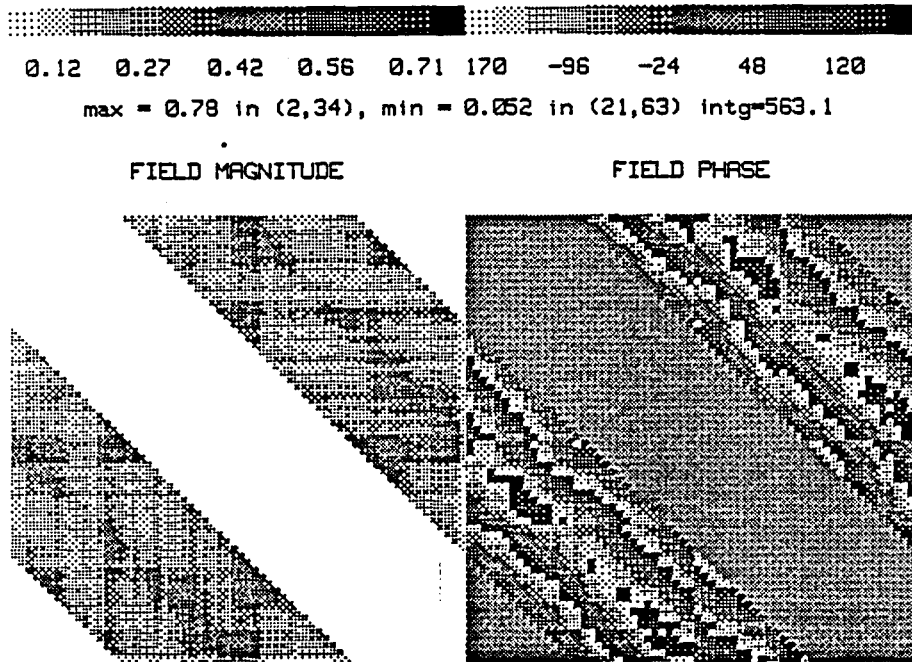


Fig.7.7 Campo real medido sin calibrar el sistema correspondiente a la fig.7.6

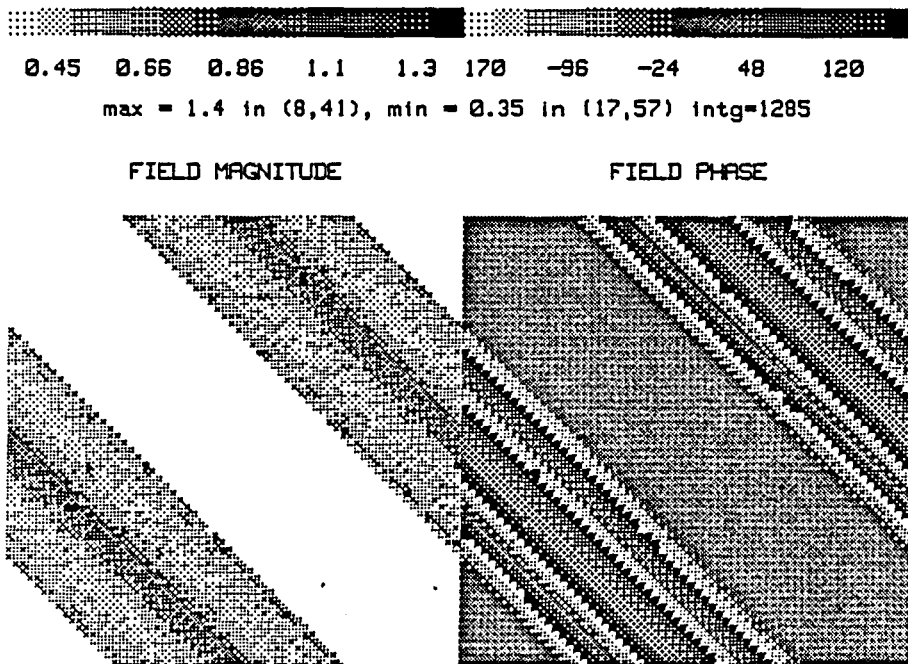
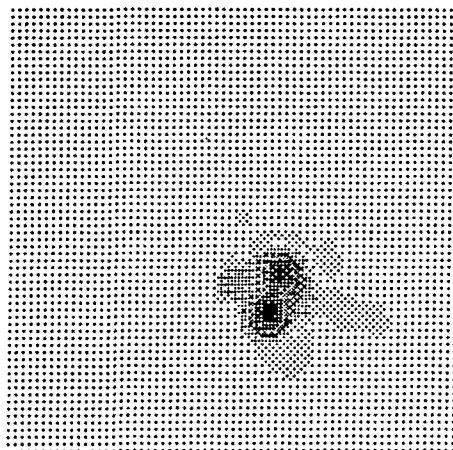
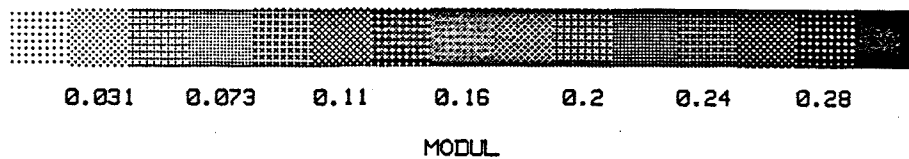


Fig.7.8 Campo real calibrado correspondiente a la fig.7.6.

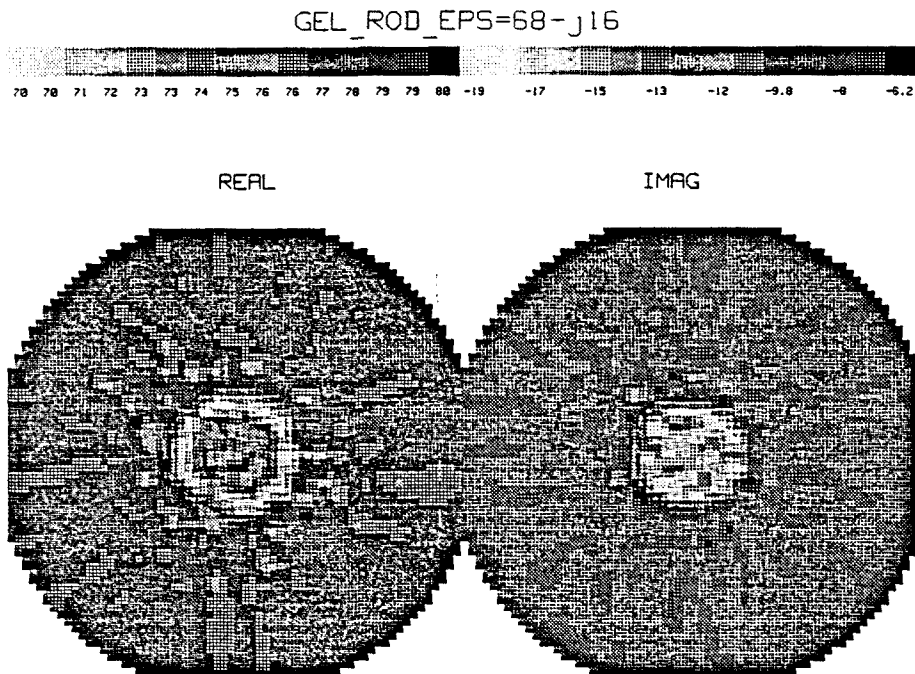
### 7.5.2 Reconstrucción

En el apartado de reconstrucción se evaluó la resolución real conseguida, para ello se colocaron dos varillas metálicas finas aproximadamente centradas en la agrupación y se midieron los campos dispersados para separaciones crecientes. La fig.7.9 muestra la imagen en que empiezan a reconocerse las dos varillas, lo que ocurre para una distancia de  $8.5 \text{ mm} \approx 0.6 \lambda$ . Al filtrar paso-bajo la imagen con objeto de reducir el ruido de alta frecuencia, perdemos resolución y la imagen permite distinguir las dos varillas a una distancia de 10 mm.



*Fig.7.9 Resolución experimental del sistema*

También se verificó la reconstrucción absoluta de permitividad para objetos de bajo contraste. Para ello se midieron los campos dispersados por un cilindro de gel con una permitividad  $\epsilon = 68 - j16$ . La fig.7.10 muestra la reconstrucción de la permitividad, puede observarse que los valores numéricos son aproximadamente correctos, sobre todo la parte imaginaria. Este resultado permite comprobar la calibración absoluta del sistema.



*Fig.7.10 Reconstrucción absoluta de la permitividad de un cilindro*

### 7.5.3 Nivel de interferencias y relación señal-ruido

Para evaluar el nivel de interferencias en el sistema se mide el campo incidente en el caso peor, es decir para dos antenas opuestas que nos servirá de referencia. Seguidamente se procede al vaciado del agua del contenedor con lo que las antenas entran en corte y se repite la medida del campo, el nivel que se obtiene corresponde a las interferencias presentes en el sistema. El valor obtenido es típicamente de unos 20 dB por debajo de la señal deseada, aunque es muy variable dependiendo del par seleccionado. Debe tenerse en cuenta también que la medida del campo dispersado se obtiene como sustracción de las medidas de campo total e incidente, de esta forma las interferencias estáticas se cancelan, aumentando la relación señal a interferencias.

El nivel de ruido del sistema puede calcularse midiendo a la salida de los detectores síncronos para dos antenas opuestas, el valor medio de la señal

y la varianza de ruido. El valor típico obtenido es de unos 25 dB. La especificación inicial establecía una relación señal-ruido de  $S/N = 30\text{dB}$ , la diferencia es debida principalmente a la utilización de una potencia de emisión inferior a la nominal ( $\approx 27\text{ dBm}$ ) para no saturar el amplificador de potencia.

#### 7.5.4 Detector fase-cuadratura

La evaluación del detector coherente consiste básicamente en desfasar la señal recibida mediante una línea extendible y registrar la salida de los detectores síncronos en un gráfico x,y.

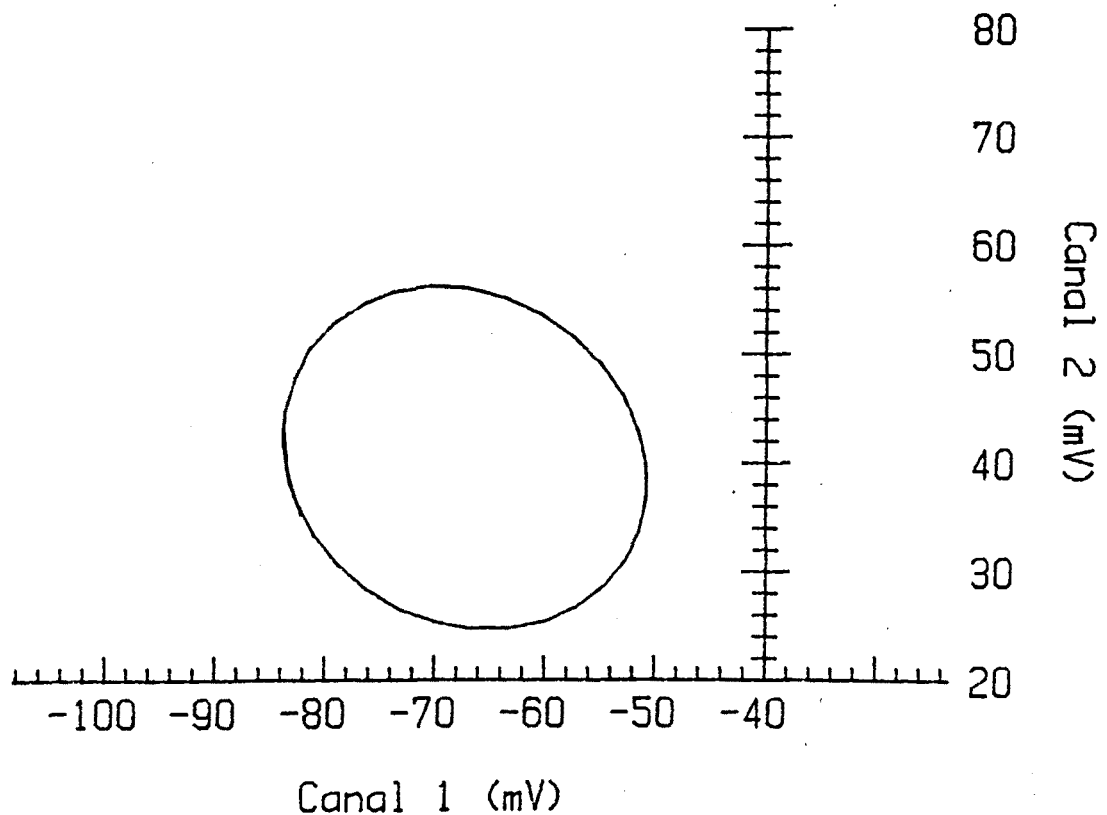


Fig.7.11 Respuesta del detector fase-cuadratura frente al cambio de fase de la señal



Un detector ideal daría como respuesta un círculo correspondiente al cambio de fase de la señal recibida. La respuesta obtenida con el detector utilizado se muestra en la fig.7.11, puede apreciarse una deformación máxima de unos 0.3 dB respecto a la respuesta ideal.

### 7.5.5 Nivel de exposición del cuerpo

El nivel de potencia incidente sobre el cuerpo al realizar la exploración puede determinarse a partir de la potencia de emisión y las características de radiación de la antena en campo próximo. Para evitar saturaciones el amplificador de potencia entrega a la salida  $W_t = 27\text{dBm}$  (3dB por debajo de su potencia máxima). La potencia radiada por la antena teniendo en cuenta las pérdidas del camino emisor y la modulación ASK con un ciclo de trabajo del 50% es

$$W_a = W_t - L_a - L_u - 3\text{dB} - L_c/2 = 6.2 \text{ dBm} \quad (7.13)$$

La densidad de potencia dependerá de la superficie del cuerpo iluminada. El caso peor será cuando el cuerpo esté apoyado sobre la agrupación. Utilizando (6.6) que nos daba aproximadamente la distribución espacial del campo radiado por una apertura uniforme con las dimensiones de la guía y bocina obtenemos  $S \approx 10 \text{ cm}^2$ . La densidad de potencia en este caso es

$$\mathcal{P}_{\max} = W_a / S < 0.4 \text{ mW/cm}^2 \quad (7.14)$$

una década por debajo del límite de  $5\text{mW/cm}^2$  recomendado por la norma ANSI a esta frecuencia. Este valor no corresponde a la iluminación de exploración pues el diámetro libre de errores de 'aliasing' exige colocar el cuerpo a una distancia mínima de 3cm de la agrupación. En este caso  $S \approx 22 \text{ cm}^2$  y tendremos una pérdida disipativa adicional de 6dB resultando una densidad máxima de exploración de

$$\mathcal{P} < 0.04 \text{ mW/cm}^2 \quad (7.15)$$

En realidad como la iluminación no es uniforme  $S$  sería mayor, por lo que el nivel real es todavía inferior al calculado.

## 7.6 Características globales del sistema

La tabla 7.3 resume las características más relevantes del sistema. En la actualidad el sistema lleva unos dos años en funcionamiento, sin que se haya observado degradaciones importantes en su comportamiento. Los únicos componentes que han ocasionado problemas son los conmutadores electromecánicos de vida sensiblemente inferior a la indicada por el fabricante. Por otra parte la repetibilidad al establecer una conexión es baja, ocasionando esporádicamente errores de fase importantes en las medidas.

### Parámetros del sistema

Frecuencia	2.33 GHz
Número de elementos de la agrupación	64
Diámetro útil	20 cm
Diámetro libre de 'aliasing'	14 cm
Espesor de iluminación	6 cm
Densidad de potencia de iluminación	$< 0.04 \text{ mW/cm}^2$
Tiempo mínimo de adquisición	3 s
Tiempo de reconstrucción	37s sobre HP320
Resolución	8.5 mm
Resolución con filtro paso-bajo	10 mm
Relación señal-interferencia	20 dB
Relación señal-ruido	25 dB

*Tabla 7.3 Parámetros fundamentales del sistema*

En general las características conseguidas parecen adecuadas para el uso clínico del sistema. El tiempo de medida permite evitar errores debidos al movimiento del cuerpo. La potencia de iluminación es suficientemente baja para suponer una exploración inocua de los cuerpos biológicos, con las debidas reservas por la posibilidad de efectos no térmicos de las microondas. Al utilizar guías de onda como elemento básico de la agrupación, se obtiene una zona libre de errores de reconstrucción menor que el diámetro útil, lo que debe tenerse en cuenta al dimensionar el sistema.

El espesor del corte explorado es mayor del esperado, este parámetro puede ser una limitación importante de la tomografía por microondas y debe estudiarse la forma de focalizar mejor la iluminación.

Finalmente un problema que plantean estos sistemas es su crítica compatibilidad electromagnética. Por ello es importante en un diseño estudiar con rigor todos los posibles caminos de interferencia y tomar las medidas necesarias para mantener los acoplamientos parásitos a niveles adecuados. En el prototipo desarrollado la compatibilidad se ha conseguido mediante un apantallamiento cuidadoso de la agrupación, el uso de modulaciones de baja frecuencia y detección síncrona de la señal, y la utilización de una red de distribución con amplificadores como elementos no recíprocos.

## CAPÍTULO 8 ESTUDIO DE LAS APLICACIONES BIOMÉDICAS DE LA TOMOGRAFÍA DE MICROONDAS

Se han investigado algunas aplicaciones biomédicas de la tomografía de microondas, mediante simulaciones numéricas, medidas experimentales sobre maquetas biológicas y medidas de cuerpos 'in-vivo'. Las aplicaciones estudiadas son básicamente la reconstrucción absoluta para visualizar la estructura interna de los cuerpos, y la obtención de imágenes diferenciales con el objetivo de visualizar alteraciones de permitividad.

### 8.1 Reconstrucción diferencial de cambios térmicos

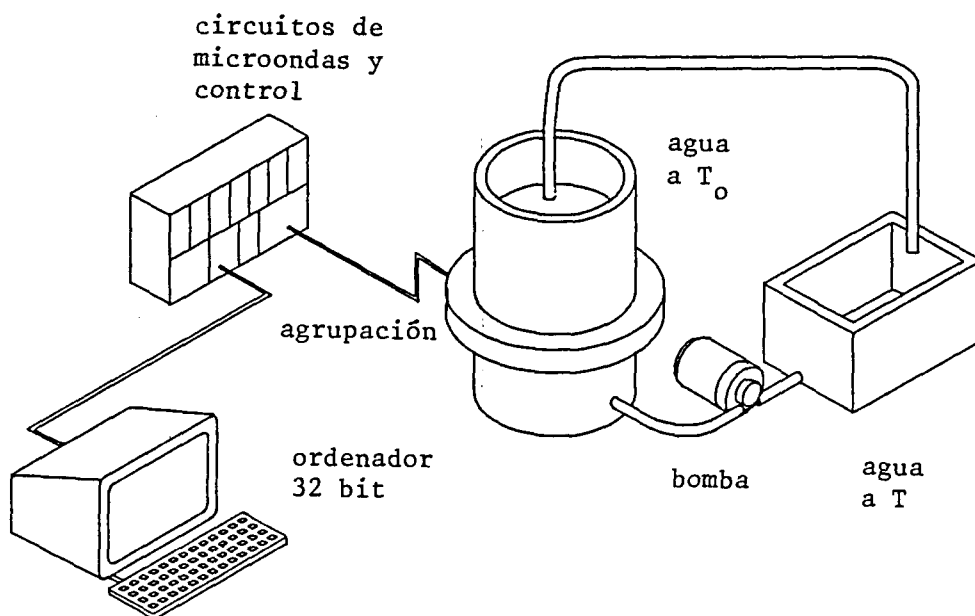
La permitividad del agua posee una alta sensibilidad a la temperatura

$$\frac{\Delta \epsilon'}{\epsilon'} = -0.5\% /C^\circ \quad ; \quad \frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''} = -2\% /C^\circ \quad (8.1)$$

esta cualidad puede utilizarse para obtener imágenes de la variación térmica de los tejidos. El interés de las imágenes térmicas es la visualización de actividad metabólica que en muchos casos va acompañada de una elevación local de temperatura, y la monitorización de tratamientos de hipertermia para cáncer. La hipertermia consiste en el calentamiento selectivo de un cuerpo a fin de elevar la mortalidad de las células malignas. Para ello se aplican campos de microondas para elevar la temperatura de los tejidos cancerosos a unos 42°C. Para no dañar los tejidos sanos es conveniente controlar la distribución espacial de temperatura que depende de la absorción de potencia aplicada sobre el cuerpo y de los cambios de riego sanguíneo que tienden a refrigerar la zona calentada. Hasta el momento el control de la temperatura se realiza mediante sondas invasivas que pueden construirse con fibra óptica para no modificar los campos radiados, y que proporcionan información en un número reducido de puntos. La tomografía de microondas podría utilizarse como método no invasivo de control de temperatura proporcionando información de toda la zona afectada.

Como experimento preliminar para evaluar esta aplicación, se reconstruyó el cambio térmico de un cilindro de agua de unos 3 cm de diámetro. Para ello se colocó un tubo de latex de paredes finas a lo largo del eje de la agrupación, por el que se hacía circular una corriente de agua a temperatura

controlada. Para este propósito se usó una bomba y un contenedor termorregulado dispuestos como indica la fig.8.1.



*Fig.8.1 Disposición experimental para la medida de variaciones térmicas*

Se midieron los campos dispersados elevando la temperatura del agua desde el valor ambiente hasta 10°C por encima, en pasos de medio grado. El agua de la agrupación se mantuvo a temperatura ambiente (24°C) durante todo el experimento gracias a su gran masa térmica. Procesando los cambios en campo dispersado se obtuvieron una serie de imágenes diferenciales con referencia al tubo a temperatura ambiente. La fig.8.2 muestra el contraste de las imágenes en función del incremento de temperatura, puede observarse una variación aproximadamente lineal. La fig.8.3 muestra la reconstrucción correspondiente a la elevación de 2°C. El cambio mínimo que puede detectarse es de medio grado, siendo por lo tanto la resolución térmica del sistema.

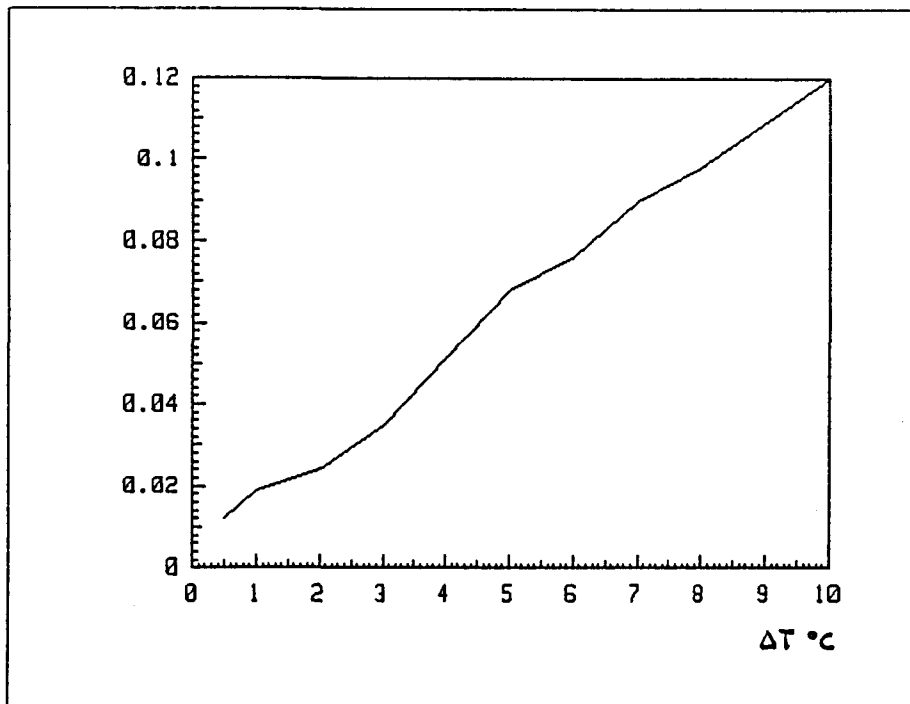


Fig.8.2 Reconstrucción del contraste en función del cambio de temperatura



Fig.8.3 Imagen de contraste para  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$



La extensión de estos resultados a un cuerpo biológico no es inmediata, puesto que el alto contraste dieléctrico de los tejidos atenuará la sensibilidad térmica del sistema. En la aplicación de esta técnica a monitorización de tratamientos de hipertermia, debe tenerse en cuenta que la imagen visualizará los cambios de permitividad debidos a la variación térmica, pero también los debidos a las alteraciones del riego sanguíneo que aparecen como reacción del cuerpo al calentamiento. Por estos motivos sería interesante proseguir la investigación sobre el tema mediante maquetas y ensayos 'in-vivo'.

## **8.2 Formación de imágenes de la cabeza humana**

Un cuerpo de gran interés médico es el cerebro, los métodos de formación de imágenes pueden aplicarse a la detección y diagnóstico de anomalías, y también a la visualización de las zonas de actividad para comprender mejor su funcionamiento. Algunas patologías producen una modificación de la constante dieléctrica del tejido cerebral [16] y por lo tanto podrían detectarse mediante tomografía de microondas.

Por otra parte, la actividad neurológica modifica el pH y composición química de los tejidos modificando además su temperatura e irrigación [90]. Por ello parece razonable suponer que los cambios funcionales en el cerebro producen alteraciones de permitividad. En consecuencia la tomografía de microondas podría proporcionar imágenes de la actividad cerebral, no accesibles mediante técnicas de Rayos X o RMN al no alterarse sustancialmente la estructura atómica de los tejidos. Hasta el momento se han logrado imágenes de actividad mediante tomografía de positrones requiriendo la administración de sustancias radioactivas al paciente [91].

Para evaluar las aplicaciones de la tomografía de microondas en la visualización de la estructura y cambios en el cerebro, se han realizado simulaciones numéricas y ensayos experimentales sobre maquetas.

### **8.2.1 Simulaciones sobre modelos numéricos**

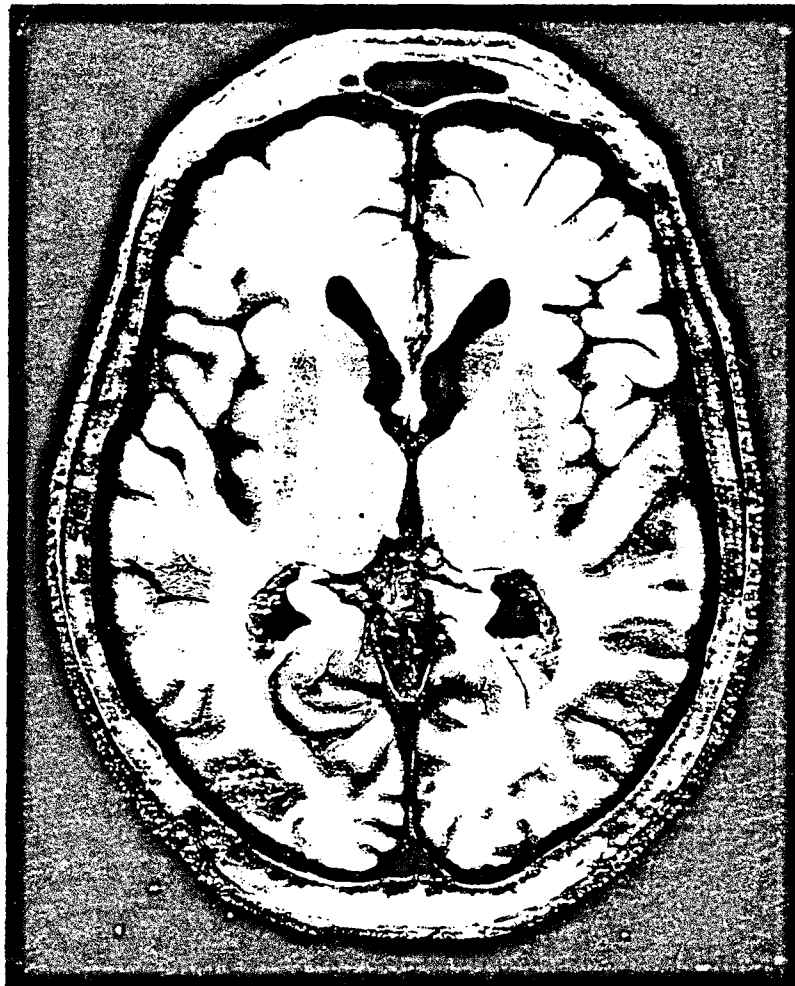
Las simulaciones numéricas permiten un estudio preliminar de las aplicaciones biomédicas poniendo de manifiesto la sensibilidad requerida para



medir los campos, el comportamiento de los algoritmos de reconstrucción, etc. Además al no estar condicionadas por los parámetros de un sistema real, permiten estudiar las geometrías de medida y frecuencias óptimas para cada aplicación.

Una dificultad de las simulaciones es la complejidad de cálculo de los campos dispersados por cuerpos grandes arbitrarios, requiriendo tiempos de cálculo elevados. Por este motivo para obtener resultados orientativos se utilizan modelos con simetría cilíndrica con la ventaja de permitir un cálculo analítico de la difracción más simple.

En (6.5.1) al estudiar la técnica diferencial aplicada a sistemas cilíndricos, se describió una simulación basada en un modelo con simetría cilíndrica de la cabeza. Para realizar una evaluación más realista se definió un modelo numérico más completo de cabeza a partir de un corte anatómico [92] que se muestra en la fig.8.4.



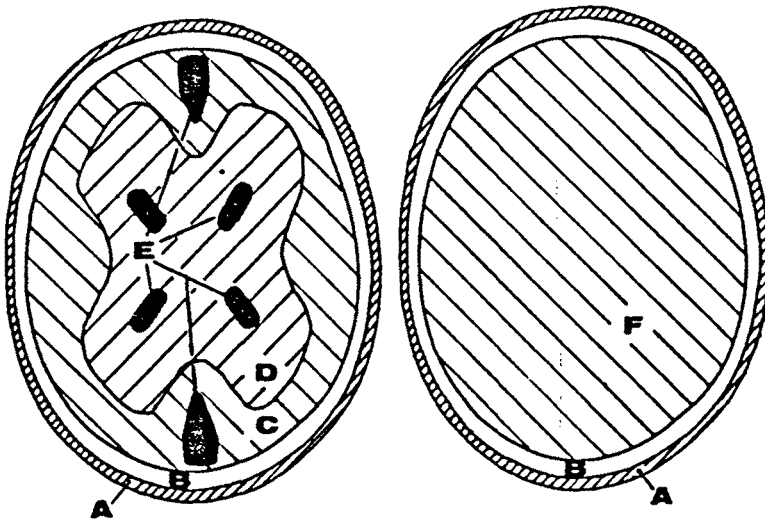
*Fig.8.4 Corte anatómico en un plano horizontal de la cabeza humana, a la altura de los ventrículos cerebrales.*

La fig.8.5a es el modelo numérico adoptado, podemos distinguir una capa de piel de unos 4 mm de grosor, el cráneo con un espesor entre 6 y 10 mm, materia gris y materia blanca. Además pueden observarse cuatro bolsas centrales de líquido cefalorraquídeo que corresponden a cortes del sistema ventricular. En la región anterior y posterior la separación entre los lóbulos del cerebro está ocupada por las meninges y líquido cefalorraquídeo. Las constantes dieléctricas de la piel, hueso, materia blanca y gris se han tomado de la tabla 2.1 [21]. No se han encontrado datos sobre la permitividad del líquido cefalorraquídeo por lo que se ha tomado similar a la de la sangre. En la simulación se utilizaron los parámetros del prototipo realizado: frecuencia, número de elementos, etc. Como el diámetro libre de errores de 'aliasing' es de 14 cm, el modelo de cabeza en realidad es una réplica a escala reducida de una cabeza de un adulto, con un eje mayor de 14 cm, lo que podría corresponder a un niño de pocos años.

Una forma de visualizar la estructura interna de un cuerpo, consiste en realizar una reconstrucción diferencial, adoptando un modelo de referencia utilizando información 'a-priori'. Para evaluar esta hipótesis se definió un modelo simplificado derivado del modelo real, utilizando el contorno exterior además del grosor y permitividad de la piel y el hueso (fig.8.5b). En el interior se ha supuesto un medio homogéneo de permitividad intermedia entre la materia blanca y gris.

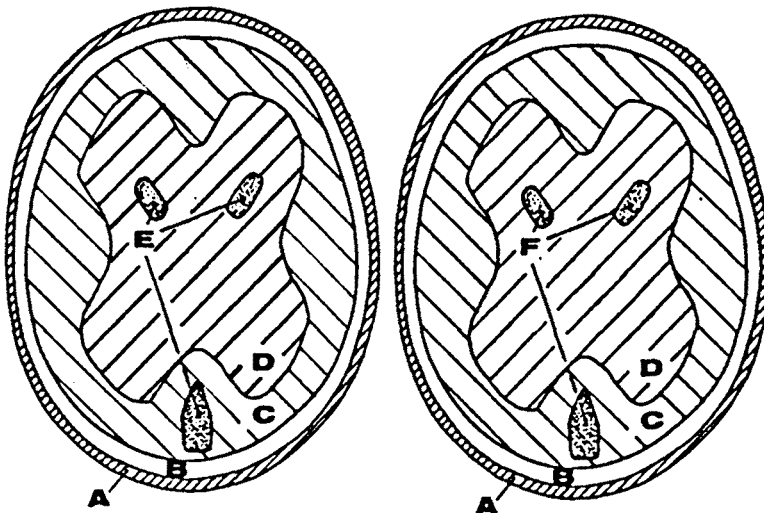
Los campos dispersados se calcularon con un algoritmo directo basado en método de momentos y gradiente conjugado facilitado por SUPELEC (París). La fig.8.7 es la reconstrucción diferencial, en la que pueden observarse detalles de la estructura interna de la cabeza. Puede verse también que la sensibilidad de la imagen a los cambios no es plana, ya que existe un factor de ponderación que depende del campo total en el interior de la cabeza (4.8.2).

Con el propósito de investigar la visualización de la actividad cerebral mediante tomografía, se simuló la reconstrucción diferencial de cambios muy pequeños y localizados de permitividad en el cerebro. El flujo sanguíneo normal en la materia gris es de unos 8ml/100gr [90]. El flujo sanguíneo puede aumentar del orden de un 20% en la corteza visual en respuesta a estímulos ópticos. Suponiendo un aumento de contenido sanguíneo del mismo orden, puede estimarse la nueva permitividad promediando los valores del tejido normal y del incremento de sangre durante el período de actividad. El valor obtenido es un cambio del orden de  $\Delta\epsilon' = 1\%$  y  $\Delta\epsilon'' = 0.2\%$ .



	$\epsilon'$	$\epsilon''$
A	40.0	12.0
B	8.35	1.32
C	43.0	19.0
D	32.3	9.0
E	50.0	18.0
F	35.0	11.8

Fig.8.5 a) Modelo bidimensional de cabeza humana  
 b) Modelo de referencia utilizando información "a-priori" de a)



	$\epsilon'$	$\epsilon''$
A	40.0	12.0
B	8.35	1.32
C	43.0	19.0
D	32.3	9.0
E	50.0	18.0
F	50.5	18.18

Fig.8.6 Modelo de alteración del 1% en dos zonas ventriculares y meninge.

WHOLE\_BRAIN\_DIFFERENTIAL

0.00000 0.00010 0.00020 0.00030 0.00040 0.00050 0.00060 0.00070 0.00080 0.00090 0.00100 0.00110 0.00120 0.00130 0.00140 0.00150 0.00160 0.00170 0.00180 0.00190 0.00200

MODUL

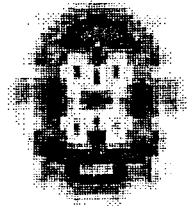


Fig.8.7 Reconstrucción diferencial correspondiente del modelo de la fig.8.5

1%\_CHANGE\_SIMULATION

0.00000 1.00000 2.00000 3.00000 4.00000 5.00000 6.00000 7.00000 8.00000 9.00000 0.00010 0.00020 0.00030 0.00040 0.00050 0.00060 0.00070 0.00080 0.00090 0.00100

MODUL

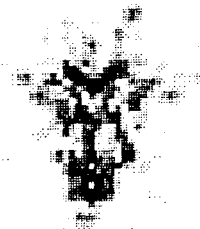


Fig.8.8 Reconstrucción diferencial correspondiente a la fig.8.6



La fig.8.6 muestra el modelo alterado para la simulación de un cambio de permitividad del 1% en dos regiones ventriculares y en la región de la meninge anterior. La reconstrucción diferencial se muestra en la fig.8.8, en la que podemos ver la posición y extensión correcta de los cambios. El cambio en campo dispersado producido por la alteración simulada cae por debajo del nivel de ruido del prototipo realizado. La utilización de la tomografía de microondas para la visualización de alteraciones funcionales débiles, requiere una gran sensibilidad en la medida del campo y la utilización de la máxima potencia posible en la iluminación. Mediante simulación se ha comprobado que la sensibilidad del campo difractado medido respecto a los cambios dieléctricos, aumenta considerablemente al reducir la distancia entre la agrupación y el cuerpo. En consecuencia podría ser interesante disponer de una agrupación conformable al contorno del cuerpo bajo exploración.

### 8.2.2 Medidas experimentales sobre maquetas

Para evaluar de forma experimental la reconstrucción diferencial del cerebro humano se realizó una maqueta basada en el modelo numérico de la fig.8.5a. La maqueta puede verse en la fig.8.13, consta de una capa exterior de escayola que simula el hueso, y una capa de gel con la forma adecuada para simular la materia gris. El espacio interior al gel se llena con un líquido de permitividad parecida a la materia blanca. De esta forma pueden incluirse fácilmente tubos o geles para simular las regiones ventriculares, o alteraciones como tumores, hemorragias, etc. El conjunto está colocado sobre una base de PVC con patas para situar la maqueta a la altura del plano de medida del tomógrafo. La composición del gel y el líquido para la materia blanca son las presentadas en la sección (2.4).

Con la maqueta realizada se simuló de forma experimental la reconstrucción de un cambio extenso de permitividad y un cambio localizado. En el primer caso se cambió el líquido correspondiente a la materia blanca por un líquido de constante dieléctrica mayor, en este caso agua, lo que podría simular una gran hemorragia (fig.8.9). La fig.8.11 es la imagen diferencial obtenida, y visualiza con gran exactitud la zona alterada.

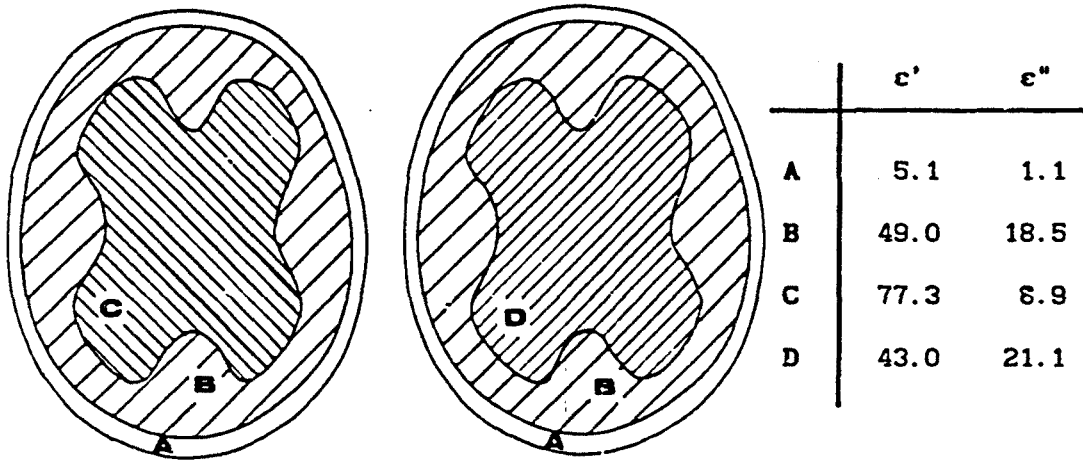


Fig.8.9 Modelo de un cambio extenso de permitividad en el cerebro

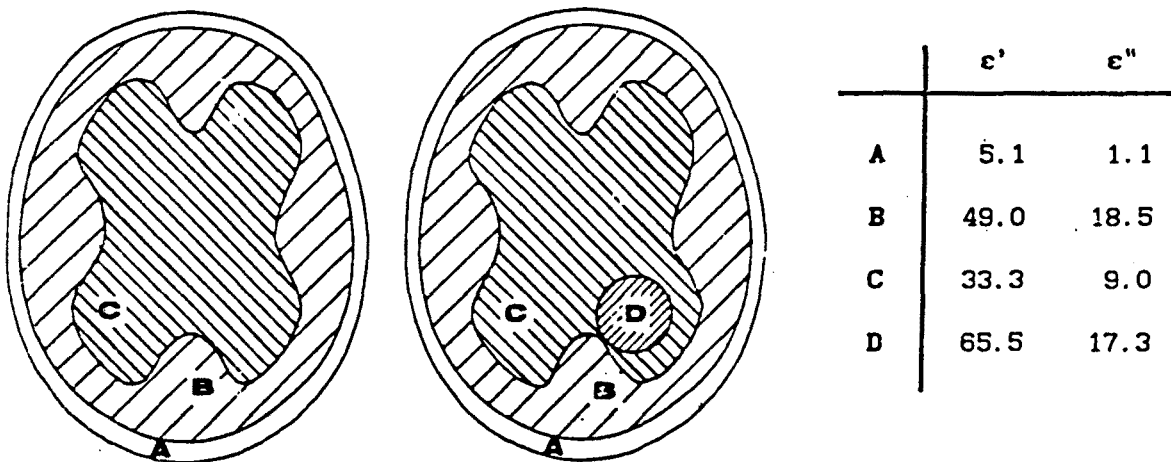


Fig.8.10 Modelo de un cambio localizado de permitividad en el cerebro

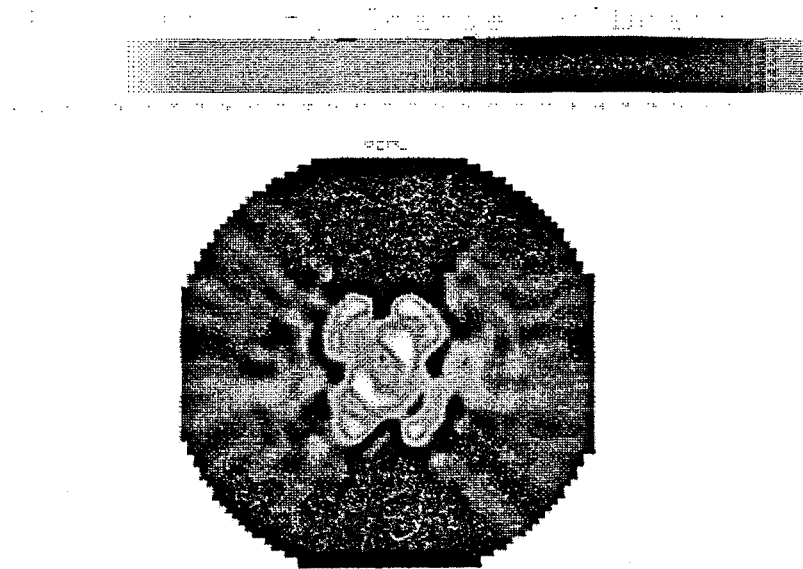


Fig.8.11 Reconstrucción diferencial correspondiente a la fig.8.9

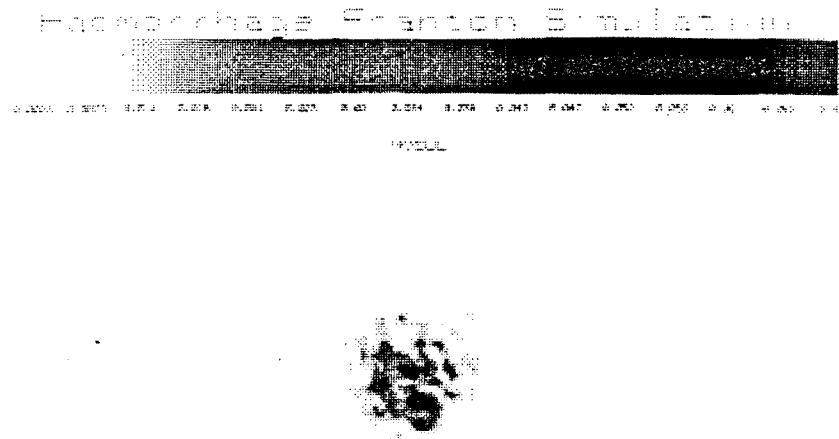
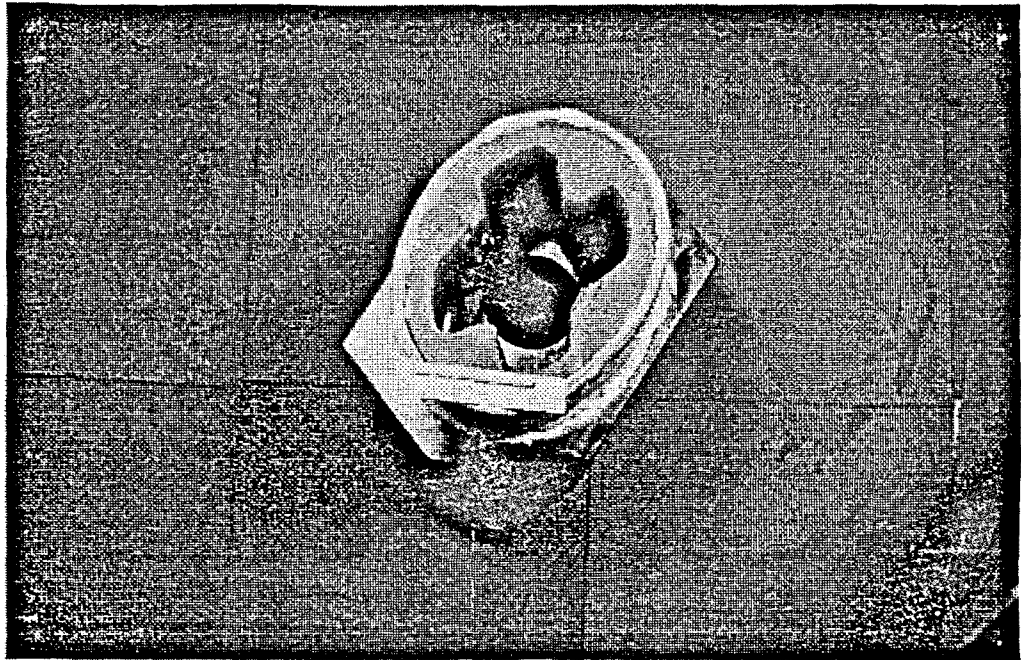
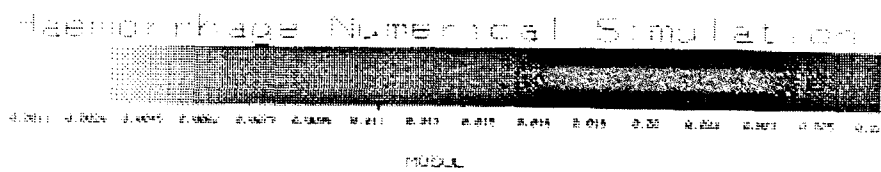


Fig.8.12 Reconstrucción diferencial de la alteración de la fig.8.10





*Fig.8.13 Maqueta de cabeza humana realizada*



*Fig.8.14 Reconstrucción diferencial mediante simulación numérica de la alteración localizada de la fig.8.10*

Para simular un cambio localizado se introdujo una barra de gel de 2.5 cm de diámetro en la región de materia blanca como puede observarse en la fig.8.10, la constante dieléctrica de la barra es algo mayor que la de la sangre y similar a la de algunos tumores [19]. La fig.8.12 es la reconstrucción diferencial mostrando la posición de la alteración, sin embargo puede observarse la aparición de errores que no corresponden al cambio dieléctrico producido. Estos errores inicialmente se atribuyeron al ruido de medida, sin embargo al repetir el experimento se obtenían imágenes similares. Para comprobar el comportamiento del algoritmo diferencial, se simularon numéricamente las condiciones experimentales. La reconstrucción (fig.8.14) es similar a la imagen experimental, por lo que los errores que aparecen en la imagen son probablemente debidos al algoritmo diferencial que no garantiza una reconstrucción fiel del cambio. Se observó también que para obtener imágenes diferenciales, el cuerpo alterado debe estar en la misma posición que en la medida de referencia. Un desplazamiento de algunos mm puede provocar reconstrucciones erróneas. Esto es debido a la importancia que tiene la fase del campo medido en la reconstrucción.

### 8.3 Reconstrucción absoluta de extremidades

Como consecuencia de las limitaciones impuestas por los algoritmos de reconstrucción actuales, la obtención de imágenes absolutas a 2.45 GHz está limitada a cuerpos de sección pequeña como las extremidades. Con el prototipo realizado, se han obtenido imágenes satisfactorias del antebrazo y mano.

Dadas las limitaciones espaciales de la agrupación del prototipo, un cuerpo sobre el que pueden realizarse medidas 'in-vivo' de forma cómoda es el antebrazo humano. Para estudiar la obtención de imágenes absolutas se hizo un estudio preliminar utilizando una maqueta sencilla, construida con un cilindro de PVC para simular la capa de piel, un líquido con la permitividad del músculo, y dos barras de PVC para simular los huesos. La fig.8.15a muestra un corte anatómico de un antebrazo tomado de [93], la fig. 8.15b es la sección de la maqueta realizada. La imagen de permitividad obtenida puede verse en la fig.8.16, donde se aprecia la capa de piel y la posición de los huesos.

La fig.8.17 es la reconstrucción de un antebrazo real, puede observarse la alta calidad de la imagen obtenida. En la parte imaginaria pueden apreciarse la capa de piel y grasa, los huesos radio y ulna, y ciertos

detalles no muy definidos de la región muscular. La imagen de contraste de permitividad correspondiente a la fig.8.17 mostraba tan sólo el contorno del brazo, lo que indica que se está en el límite de tamaño en que el algoritmo es capaz de proporcionar información sobre el interior del cuerpo. La fig. 8.18 es la imagen de un corte de los dedos de una mano.

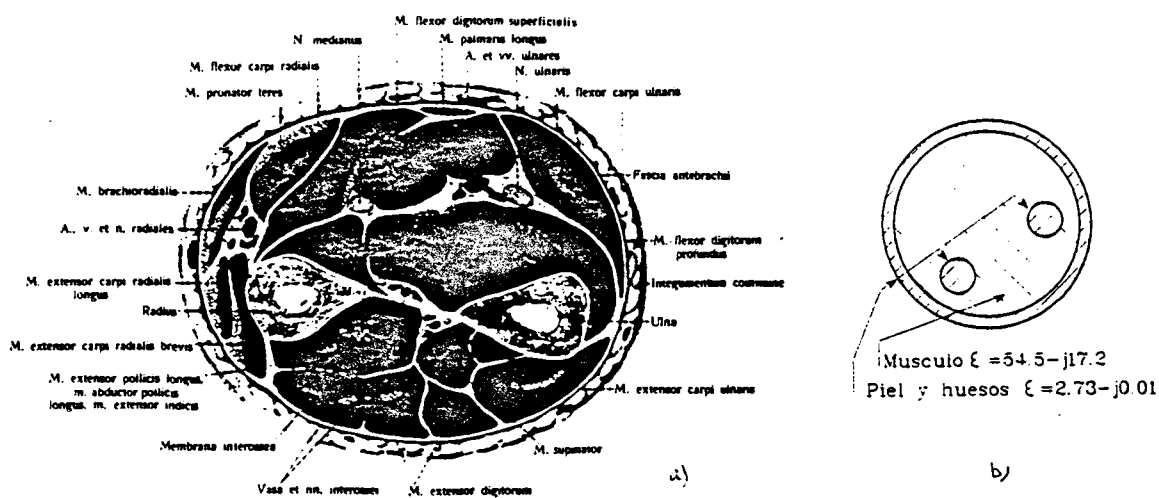


Fig.8.15 a) Corte anatómico de un antebrazo. b) Maqueta de antebrazo

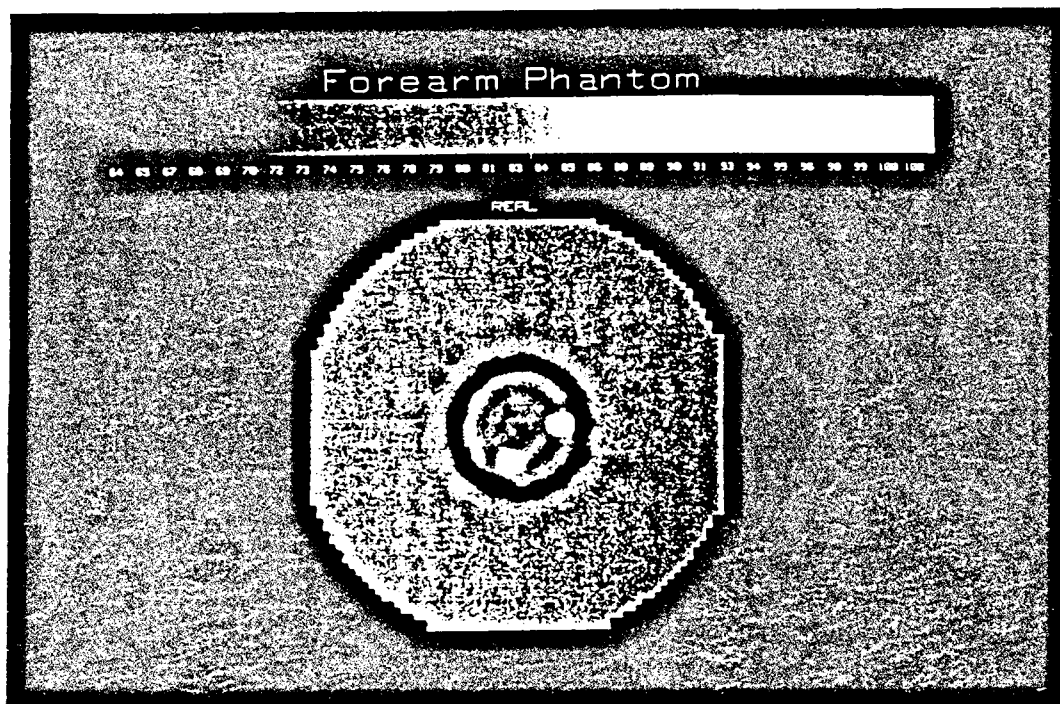


Fig.8.16 Reconstrucción de la maqueta de antebrazo

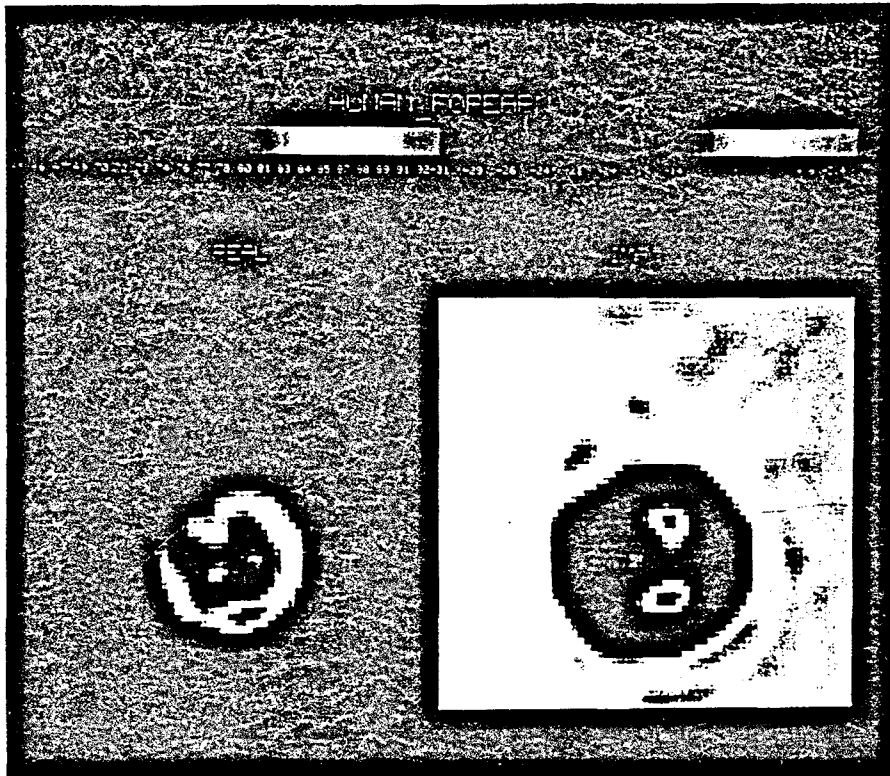


Fig.8.17 Reconstrucción de un antebrazo "in-vivo"

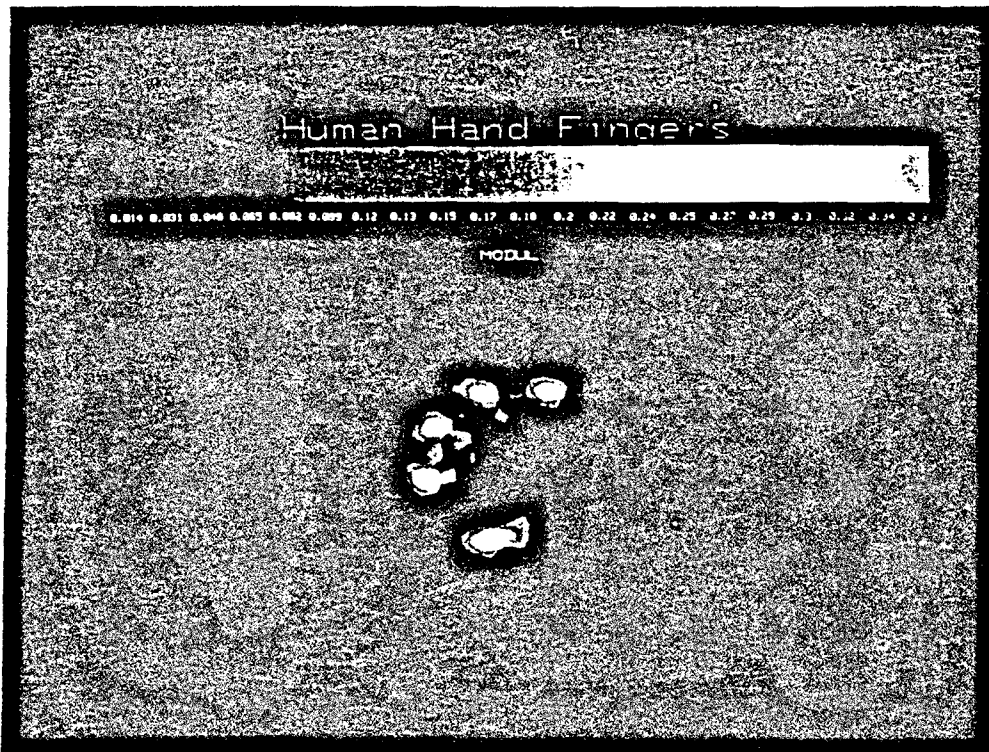
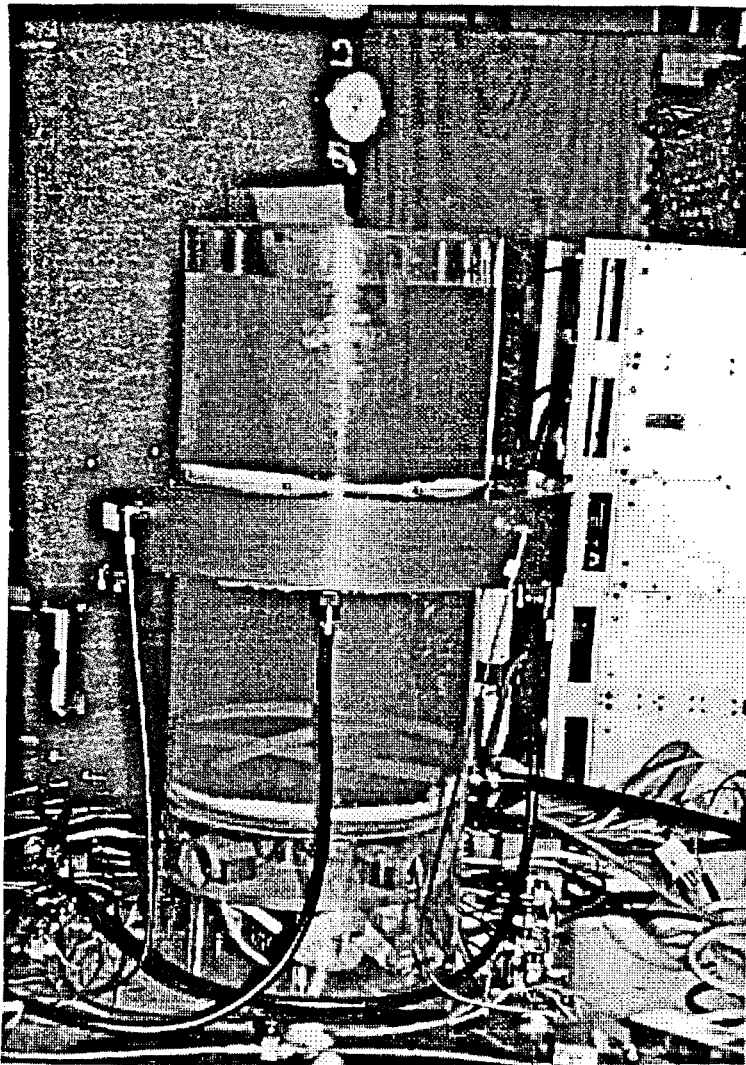


Fig.8.18 Imagen de un corte de los dedos de una mano

#### 8.4 Reconstrucción del contenido sanguíneo del brazo

Para investigar la obtención de imágenes diferenciales de la evolución de un cuerpo biológico, se midieron repetidamente los campos difractados por un antebrazo mientras se alteraban las condiciones de irrigación sanguínea aplicando un torniquete. La fig.8.19 es una fotografía de la disposición experimental.



*Fig.8.19 Disposición experimental para la medida diferencial del contenido sanguíneo del brazo*

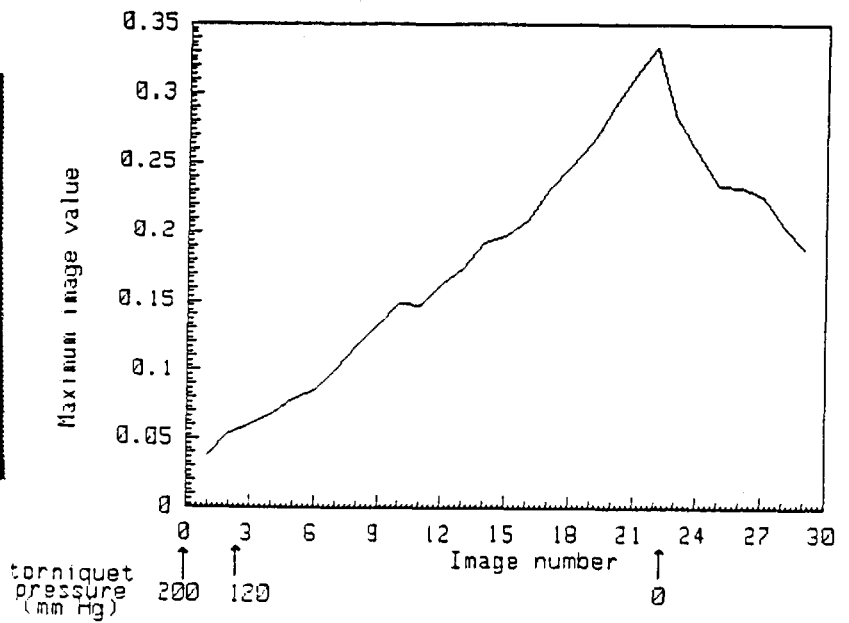
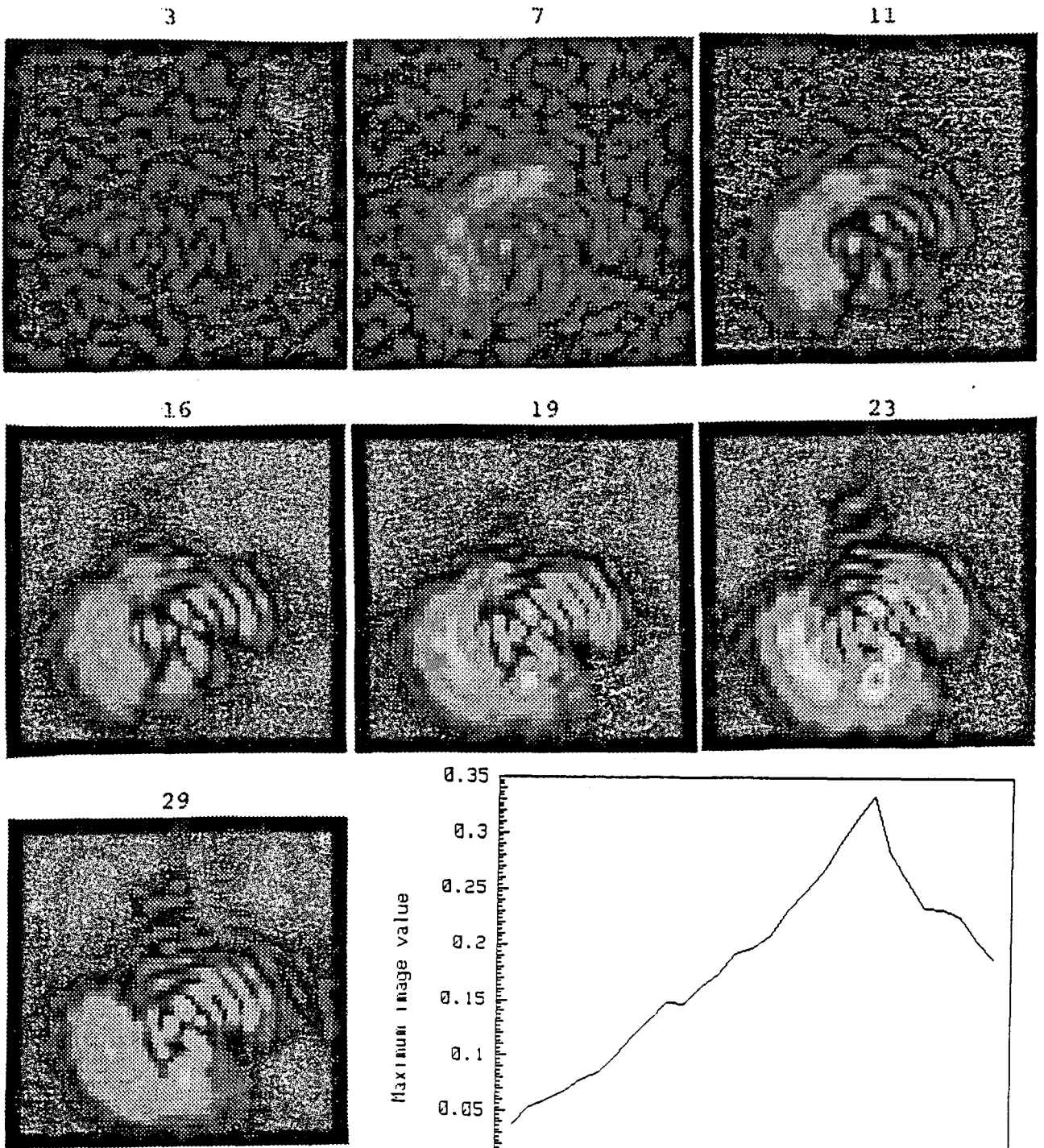


Fig.8.20 Reconstrucción de alteraciones de contenido sanguíneo en el antebrazo. El gráfico muestra la evolución del valor máximo de la imagen durante la adquisición, las flechas indican la presión aplicada por el torniquete.



Inicialmente se elevó el brazo durante unos segundos, para conseguir un mínimo volumen de sangre en los vasos. Seguidamente se aplicó el torniquete con una presión superior a la sistólica, para bloquear el flujo sanguíneo en el brazo. En este momento se tomó la medida inicial de referencia. Aflojando después el torniquete a una presión intermedia entre los valores sistólico y diastólico, sólo se permite la circulación de la sangre hacia el miembro durante los picos de presión, acumulándose progresivamente. Transcurrido un tiempo de 1 minuto se retiró el torniquete con lo que el brazo vuelve a su estado normal. Durante todo el proceso se realizó una medida continuada de los campos con un intervalo de tres segundos con un total de 30 medidas. Tomando los campos iniciales como referencia se reconstruyó la serie de imágenes diferenciales. La fig.8.20 muestra algunas de las imágenes, el gráfico representa el valor máximo de la imagen en función del número de medida que es también una escala de tiempo dada la periodicidad de la adquisición. Se observa una alteración progresiva y aproximadamente lineal de la permitividad durante el tiempo de aplicación del torniquete. En el momento de retirar la presión se observa un descenso progresivo de la alteración hacia los valores normales.

El experimento muestra la posibilidad de monitorizar situaciones dinámicas que produzcan una variación de permitividad de los tejidos. Las imágenes obtenidas son difíciles de interpretar, al no conocer con precisión la estructura del antebrazo utilizado. Sin embargo si se comparan las imágenes con la reconstrucción absoluta de la fig.8.17 puede apreciarse que los máximos de la imagen aparecen en puntos cercanos a los huesos, donde existen vasos importantes.

### **8.5 Formación de imágenes de edemas pulmonares**

Durante una estancia en el Institute Curie (París) se investigó la posibilidad de obtener imágenes de edemas pulmonares con una cámara plana de microondas desarrollada por SUPELEC (París). El edema es básicamente la acumulación en exceso de agua en el tejido pulmonar. También puede producirse una disminución del contenido acuoso del pulmón por debajo de los valores normales, lo que se denomina emfisema. Estas alteraciones son difícilmente detectables con técnicas no invasivas. Por otra parte sería de gran interés

disponer de un sistema de detección precoz del edema, susceptible de ser usado de forma continua en unidades de cuidados intensivos (UCI). Dada la fuerte variación de la permitividad de los tejidos en función del contenido acuoso, un sistema de formación de imágenes de microondas permitiría la detección del edema y además visualizar su extensión y localización.

Para evaluar experimentalmente esta hipótesis, se construyó una maqueta simple de pulmón humano utilizando un depósito plástico lleno de arena húmeda. La arena húmeda ha sido utilizada por otros autores para simular las propiedades dieléctricas del tejido pulmonar [81]. Mediante un sistema de medida de dieléctricos basado en la reflexión de un coaxial abierto, se caracterizó la permitividad de la arena húmeda en función del porcentaje de agua. Para controlar el contenido acuoso de una región localizada en la maqueta, se construyó un pequeño recipiente plástico hermético de paredes finas, con un volumen de 16.5 ml. El contenido de agua del recipiente podía variarse desde el exterior gracias a dos catéteres muy finos. El recipiente se colocó en la zona central de la maqueta como muestra la fig.8.21.

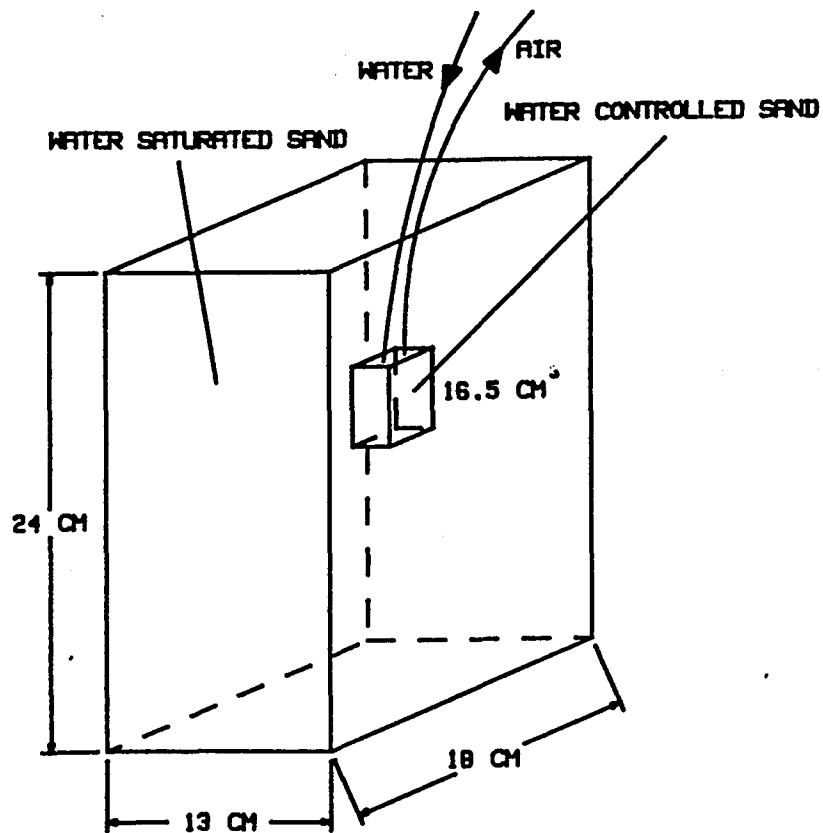


Fig.8.21 Maqueta de pulmón humano con un recipiente permitiendo alterar el contenido acuoso en su interior.



La maqueta se sumergió en un contenedor con agua colocado entre las bocinas emisora y receptora del sistema plano. La arena de la maqueta se mantuvo saturada de agua con una permitividad de  $\epsilon = 30-j13$ . El contenido acuoso de la arena del recipiente se varió progresivamente desde cero con una permitividad de  $\epsilon = 1.73-j0.15$ , hasta saturación con una aportación acuosa total de 6 ml. Los campos difractados por la maqueta se midieron a incrementos de 1 ml de contenido acuoso. Tomando la maqueta inicial como referencia se reconstruyó la serie de imágenes diferenciales. La fig.8.23 es la imagen diferencial correspondiente a un volumen de agua de 5ml en el recipiente. La fig.8.22 muestra la evolución del máximo de la imagen en función del contenido acuoso.

A pesar del alto contraste y tamaño del cuerpo la imagen refleja la posición y extensión correcta del cambio. La sensibilidad al cambio de contenido acuoso es del orden de 1 ml para un volumen total de 16.5 ml. Los resultados obtenidos indican que los sistemas de formación de imágenes por microondas podrían ser utilizados con éxito en la visualización de alteraciones del contenido acuoso pulmonar. Para completar esta evaluación sería necesario iniciar un protocolo de ensayos clínicos 'in-vivo'.

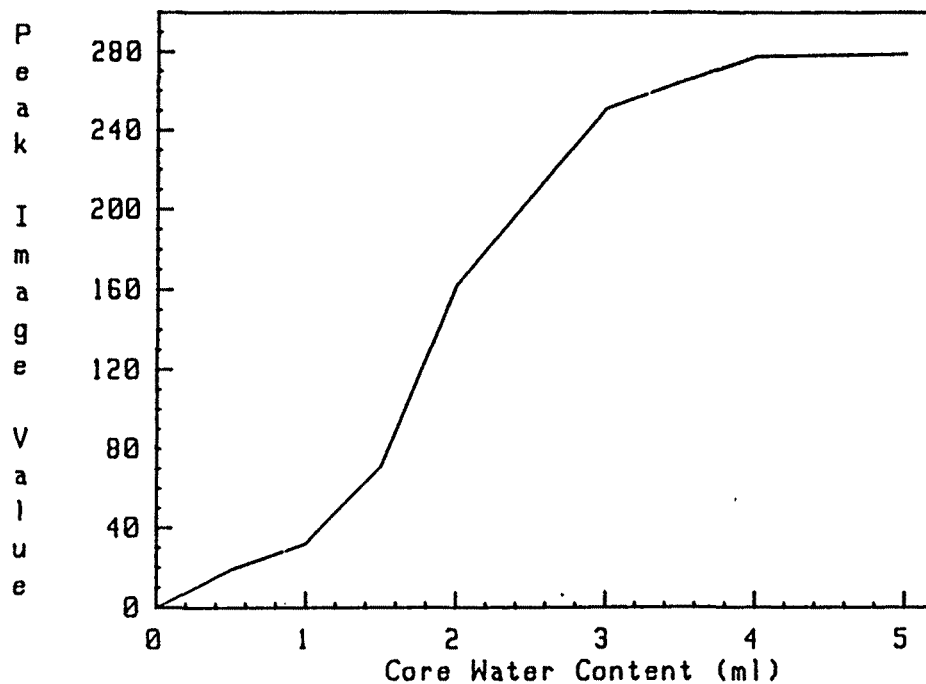


Fig.8.22 Evolución del máximo de la imagen en función del contenido de agua en el recipiente

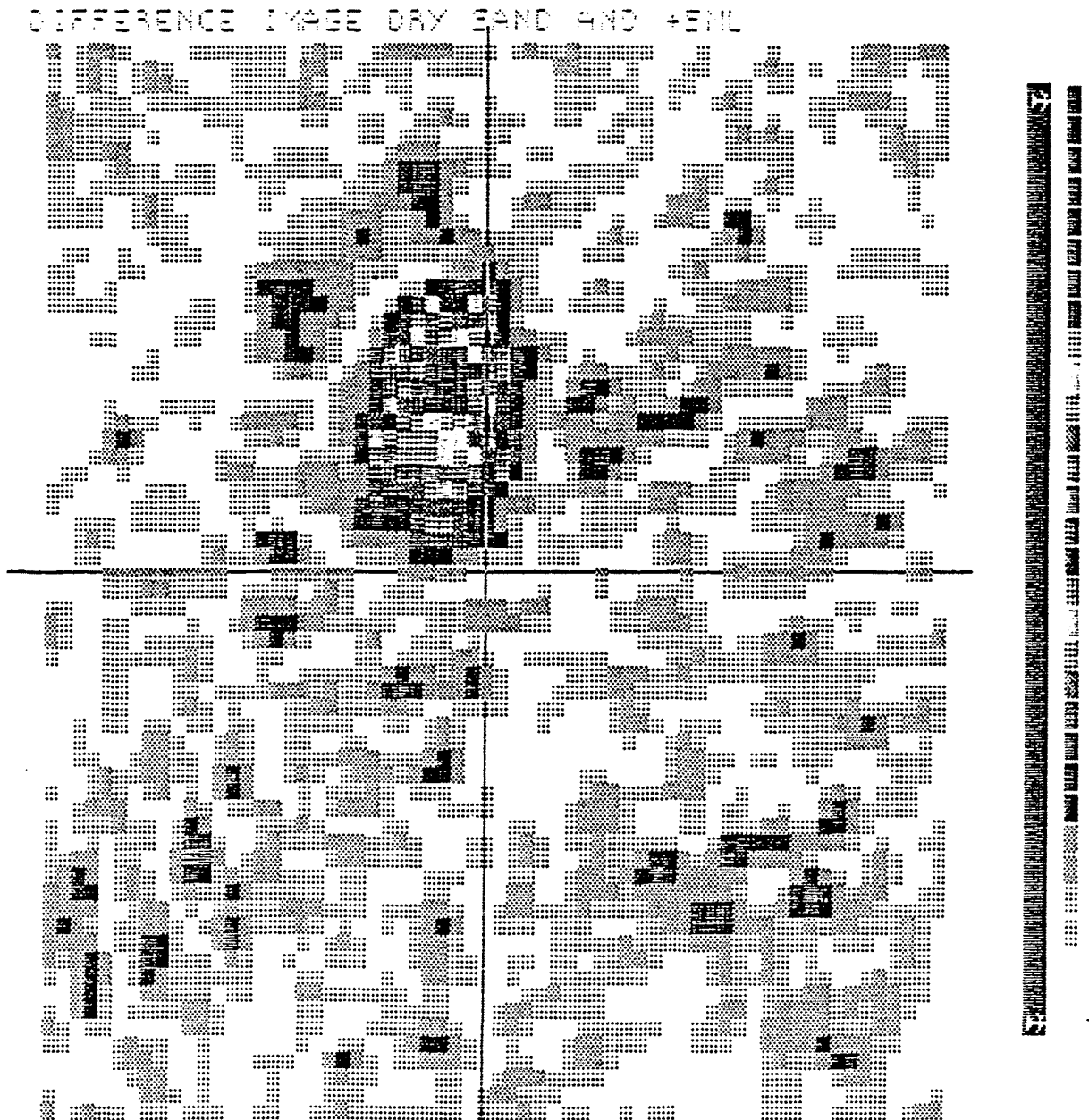


Fig.8.23 Reconstrucción diferencial del cambio de contenido acuoso del recipiente, para un cambio de 5 ml

## 8.6 Sincronización cardíaca de la adquisición

Con el propósito de intentar visualizar el flujo sanguíneo en el antebrazo, se intentó reconstruir diferentes instantes de la onda de pulso. Si el aumento instantáneo de presión en los vasos va acompañado de un aumento de contenido sanguíneo, podría visualizarse el cambio de permitividad correspondiente a las zonas alteradas.

Aunque el tiempo mínimo de adquisición del sistema es de 3 segundos, podemos utilizar la periodicidad del pulso sanguíneo para trocear la adquisición. De esta manera si el ritmo cardíaco se mantiene estable, es posible obtener una serie de medidas correspondientes a diferentes intervalos del período. Para ello se realiza una adquisición de varias matrices de campo de forma que en cada intervalo del período cardíaco se va llenando la matriz de campo asociada. El procedimiento se repite hasta completar todas las matrices, momento en que finaliza la adquisición. Para sincronizar la medida se ha utilizado un transductor de presión colocado en la parte superior del brazo. El programa de adquisición se probó midiendo una barra metálica en movimiento en el interior del tomógrafo. Las imágenes que se obtuvieron mostraban la barra en posiciones correlativas con características similares a una imagen obtenida en reposo. Posteriormente se intentó la medida diferencial del brazo en sincronismo con el ritmo cardíaco. Se midieron unas 16 matrices de campo que correspondían a intervalos de 50 ms a partir del pico de la onda de pulso. Las imágenes obtenidas eran muy ruidosas, por lo que se piensa que la sensibilidad del prototipo actual no es suficiente para esta aplicación.

## 8.7 Otras aplicaciones pendientes de estudio

Existen otras aplicaciones en las que un sistema de tomografía de microondas podría ser útil. Algunos órganos destinados a transplantes se congelan para su conservación. Previamente al transplante se descongela el órgano empleando radiación de microondas debido a su mayor penetración respecto a otras radiaciones. Este proceso es delicado puesto que debe garantizarse un descongelamiento uniforme y completo, sin sobrecalentar ninguna zona del órgano. Por ello sería deseable disponer de un sistema capaz de proporcionar imágenes de la transición de estado de los tejidos. El agua y los tejidos biológicos, sufren un cambio abrupto en sus propiedades

dieléctricas al cambiar de estado. Esta cualidad podría ser aprovechada para obtener imágenes diferenciales que mostrarían las zonas donde se produce la descongelación, con gran sensibilidad dado el cambio dieléctrico asociado. Esta aplicación está pendiente de estudio.

Una aplicación que también podría estudiarse es la monitorización de procesos de descalcificación de los huesos (osteoporosis), puesto que parece razonable que esta dolencia puede ir acompañada de cambios dieléctricos en el tejido óseo.

### 8.8 Discusión de los resultados

El prototipo construido ha permitido evaluar algunas aplicaciones clínicas de la tomografía de microondas y sus limitaciones. Los ensayos de reconstrucción absoluta de cuerpos han proporcionado buenos resultados para las extremidades superiores. La reconstrucción de cuerpos de mayor sección ( $> \lambda$ ) está limitada en la actualidad por la validez de los algoritmos de reconstrucción.

Utilizando técnicas diferenciales es posible reconstruir cambios térmicos en los cuerpos. La sensibilidad térmica en agua del sistema realizado es de  $0.5^{\circ}\text{C}$ . Para un cuerpo biológico la sensibilidad será en principio menor, aunque puede ser influida por cambios de riego sanguíneo asociados. La necesidad de un método no invasivo de monitorización de tratamientos de hipertermia, hace interesante proseguir la investigación sobre termografía diferencial, mediante simulación numérica, maquetas y eventualmente ensayos clínicos.

Los ensayos numéricos y experimentales para visualizar alteraciones en el cerebro humano, han revelado la dificultad de medir los cambios producidos por la actividad cerebral. El cambio en permitividad estimado del 1% se traduce en variaciones muy pequeñas en el campo dispersado. La sensibilidad de medida podría aumentar considerablemente con una agrupación en contacto con la cabeza. Por otra parte se han obtenido experimentalmente imágenes de cambios más importantes de permitividad producidos por ejemplo por una hemorragia.

Las imágenes de contenido sanguíneo en el brazo muestran la posibilidad de visualizar alteraciones circulatorias y la aplicabilidad de las técnicas diferenciales a cuerpos 'in-vivo'. Finalmente las imágenes de la simulación de un edema pulmonar sobre maqueta han mostrado la aplicación potencial de los sistemas planos en la monitorización de pacientes con trastornos pulmonares.

Por otra parte los resultados revelan una fuerte sensibilidad de los sistemas de microondas a los cambios de contenido acuoso de los tejidos.

La concepción como sistema de laboratorio del prototipo limita fuertemente la experimentación sobre cuerpos biológicos. Para realizar una evaluación más realista de la tomografía de microondas sería necesario un protocolo experimental llevado a cabo por personal médico y el diseño de un nuevo sistema compatible con las necesidades y el entorno clínicos.

## CAPÍTULO 9 PREDEFINICIÓN DE UN PROTOTIPO CLÍNICO

Gracias a la actividad experimental realizada y utilizando la experiencia ganada con el prototipo de laboratorio, en este apartado propondremos las líneas maestras de un diseño clínico. En primer lugar en un segundo diseño pueden corregirse las limitaciones o errores cometidos en el anterior. Por otra parte un prototipo clínico está condicionado por aspectos de compatibilidad y comodidad para el paciente, que no se tuvieron en cuenta en el prototipo de laboratorio.

En el primer prototipo pudo comprobarse la conveniencia de particionar la agrupación de medida y emplear modulaciones de baja frecuencia y una detección síncrona para aumentar el aislamiento del sistema. Las limitaciones más importantes que se han observado a nivel de sistema son:

- Agrupación de medida muy voluminosa y pesada
- Paso de muestreo insuficiente que ha dado lugar a una zona útil menor al espacio disponible
- Espesor del corte explorado muy grueso (6cm)
- Fuerte atenuación del camino de señal
- Moduladores de baja frecuencia desadaptados en el estado de no transmisión, constituyendo una fuente de interferencias.
- Acoplamiento entre cuadrantes difícil de apantallar
- Falta de repetibilidad de los conmutadores electromecánicos

Para disminuir las pérdidas es necesario acercar la agrupación al cuerpo tanto como sea posible. Una forma de conseguirlo sería utilizar una agrupación realizada en tecnología impresa con un substrato flexible, que pudiera colocarse en contacto con el cuerpo. Una agrupación de estas características presentaría la ventaja de no requerir un depósito de agua, pudiéndose emplear un gel de alta permitividad para facilitar el acoplamiento electromagnético

entre la agrupación y el cuerpo. Para que esta propuesta sea operativa deben resolverse algunos aspectos:

-Diseño de una antena elemental eficiente en tecnología impresa

-Partición de la agrupación en varios sectores

-Integración de un multiplexor para cada sector, capaz de direccionar individualmente los elementos y modular la señal cerca de la antena.

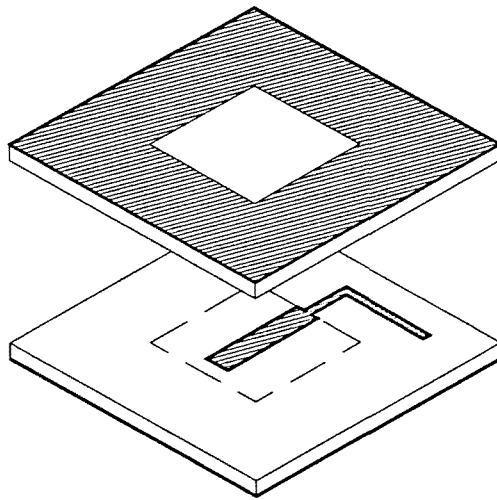
-Integración de la lógica de control del multiplexor minimizando el cableado con el exterior para facilitar su desacoplamiento

-Utilización de focalización axial que permita reducir el espesor de iluminación

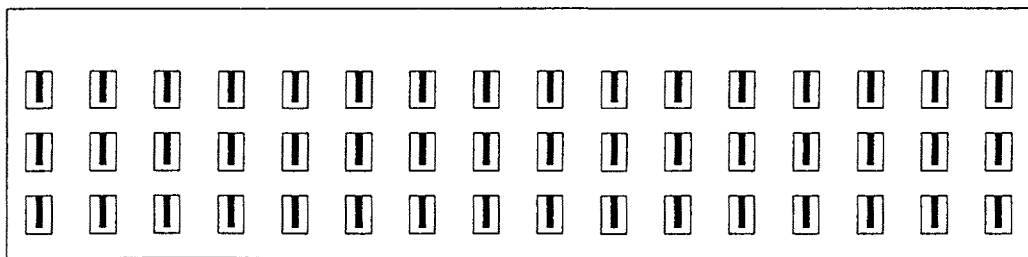
-Conexión de las señales de emisión y recepción con el exterior minimizando la posibilidad de interferencias

Como antena elemental se propone utilizar una antena impresa del tipo 'patch', que sería básicamente una línea de transmisión ancha con una longitud de aproximadamente  $\lambda/2$ . Para evitar la radiación al espacio externo sería conveniente una realización en 'strip-line' con ventanas alrededor de cada antena. La fig.9.1 es un diagrama de la antena propuesta.

Para conseguir una focalización axial eficiente cada elemento de la agrupación podría estar compuesto de una columna de varias antenas según la dirección axial, excitadas con fases convenientes para focalizar sobre el eje de la agrupación. De esta forma podrían construirse varios sectores de agrupación con su multiplexor integrado en 'strip-line'. La fig.9.2 es el aspecto frontal de un sector de 16 elementos, con tres antenas por elemento. El espaciado entre elementos es de  $\lambda/2$  para obtener un muestreo suficiente del campo.



*Fig.9.1 Antena elemental de tipo "patch" realizada en "strip-line".*



*Fig.9.2 Aspecto frontal de un sector de la agrupación con 16 elementos*

La fig.9.3 muestra un circuito en 'strip-line' que podría emplearse como multiplexor, está basado en la utilización de diodos PIN en tecnología 'Beam-Lead'. El conmutador básico de 1 a 4 vías ha sido probado en el laboratorio proporcionando una pérdida de inserción de 0.9 dB y un aislamiento de 26 dB. La fig.9.4 es una fotografía ampliada del dispositivo, la longitud de los diodos es de 800 $\mu$ m. Concatenando varios sectores de este tipo se obtiene una agrupación de perímetro variable según la aplicación deseada.



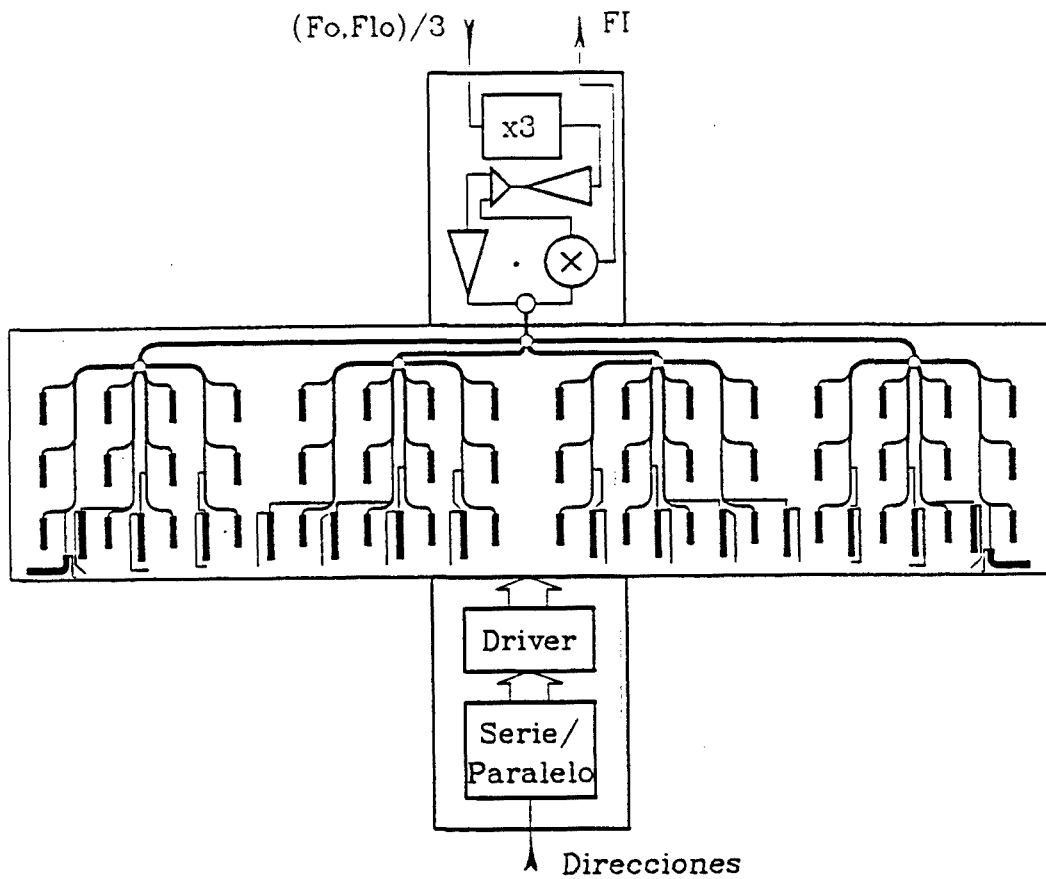


Fig.9.3 Agrupación de medida realizada en 'strip-line' con diodos PIN de tecnología 'Beam-Lead' y circuitos de microondas y control asociados .

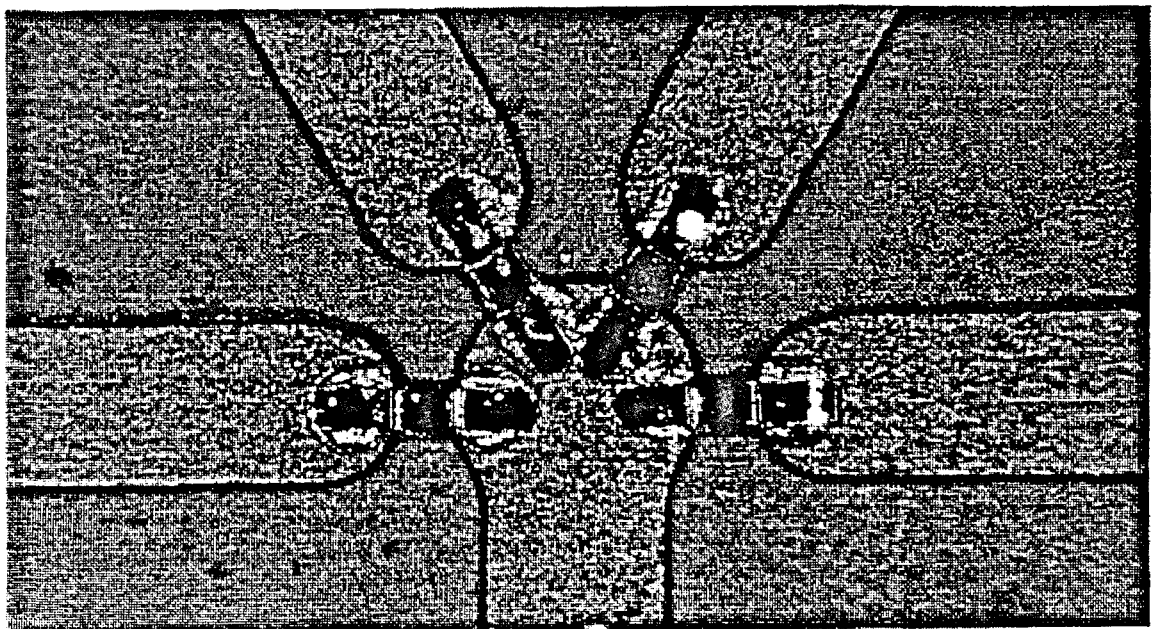


Fig.9.4 Conmutador básico de 1 a 4 vías con diodos PIN-Beam-Lead

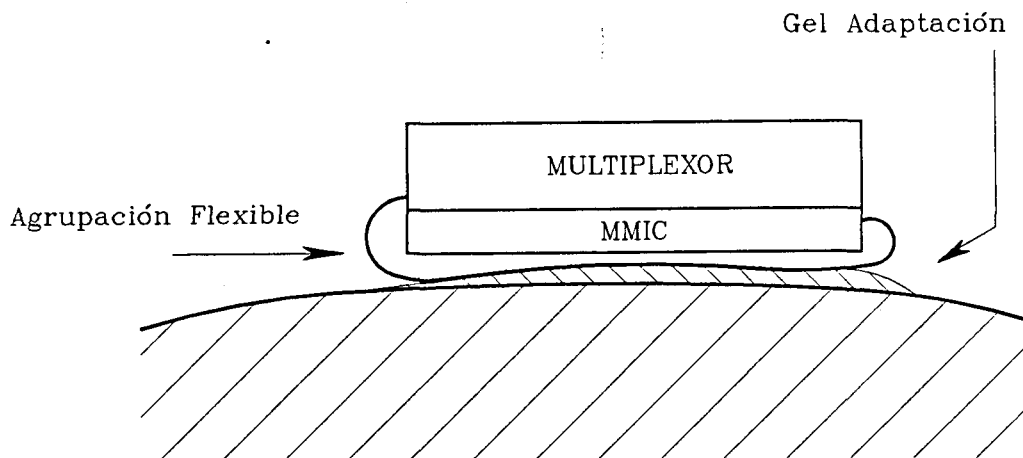
Para disminuir el nivel de interferencias y facilitar la distribución de señal recibida sería conveniente incluir un mezclador para cada sector realizando la conversión a una frecuencia intermedia de decenas de MHz. También la señal emisora y de oscilador local podría llevarse a la agrupación a una frecuencia inferior a la de trabajo, por ejemplo empleando un triplicador de frecuencia en cada sector. Además ambas señales podrían compartir el mismo cable. La utilización de frecuencias más bajas de entrada-salida, presenta la ventaja de reducir la zona crítica susceptible de provocar interferencias. En este caso sólo la agrupación está operando a frecuencia de trabajo. Por lo tanto el resto de la red de distribución no está sujeta a condiciones de atenuación y aislamiento muy exigentes pudiendo utilizar conmutadores de estado sólido y cableado de bajo coste.

Como contrapartida es necesaria la integración de un subsistema de microondas en cada sector. Esto podría conseguirse mediante la utilización de circuitos integrados de microondas (MMIC) actualmente en fase de producción creciente para aplicaciones profesionales (RADAR) y también de consumo (receptores de satélite DBS).

El circuito propuesto puede verse en la fig.9.3, integrado en un sector de la agrupación. Consta de un triplicador de frecuencia basado en un dispositivo no lineal como un diodo Schottky o un transistor polarizado adecuadamente. La salida a frecuencia triple ataca al amplificador de potencia de emisión y al puerto de oscilador local de un mezclador. La entrada del multiplexor del sector se lleva a través de un conmutador a un amplificador de bajo ruido en recepción y a la salida del amplificador de potencia de emisión. De esta forma la señal recibida es amplificada y convertida a una frecuencia intermedia. La potencia de emisión podría ser reducida a niveles integrables, al minimizarse en gran parte las pérdidas del camino emisor. La modulación de las señales podría realizarse en ASK con el último conmutador del multiplexor, al igual que se hizo en el prototipo de laboratorio. Conmutando la señal a la entrada del multiplexor a una carga adaptada en el estado de no transmisión del modulador se podría eliminar la reflexión sobre el amplificador de potencia minimizando las interferencias.

Un subsistema que debe integrarse también en la agrupación es la circuitería de control del multiplexor, en el prototipo de laboratorio se utilizó un 'bus' paralelo para la conexión con el controlador central del sistema, lo que obligó a desacoplar cada uno de los cables. En este nuevo diseño se propone emplear una línea serie para simplificar el cableado. La

fig.9.3 muestra como podrá integrarse el controlador en el sector. Si el protocolo de medida es fijo, la rutina de direccionamiento puede cablearse con lógica standard o memoria ROM, de forma que basta con aportar una señal de reloj, una señal de 'reset' indicando el comienzo del direccionamiento de los elementos del sector, y una señal de modulación. La fig.9.4 muestra como podrían replegarse los circuitos de microondas y de control sobre el sector con un sustrato suficientemente fino y flexible. El resto del sistema sería parecido al utilizado en el prototipo de laboratorio, con excepción de la parte de microondas que en este diseño ha sido desplazada a la agrupación.



*Fig.9.4 Plegado de los subsistemas sobre la agrupación flexible*

Los algoritmos de reconstrucción deberían modificarse para tener en cuenta el contorno arbitrario de la agrupación. La posición de cada elemento podría ser estimada midiendo la distancia entre dos elementos opuestos, y deduciendo las demás distancias a partir de la fase del campo medido. La consecución de un algoritmo capaz de reconstruir un cuerpo de alto contraste con una geometría arbitraria de medida, es un requisito necesario para la explotación clínica del sistema propuesto.

## CAPÍTULO 10 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

La tesis se ha centrado los aspectos más relevantes de la tomografía de microondas utilizando una geometría de medida cilíndrica, en concreto los algoritmos de reconstrucción, arquitectura del sistema y las aplicaciones biomédicas de la técnica.

En el tema de reconstrucción de cuerpos dieléctricos en lugar de realizar un estudio dedicado a la geometría cilíndrica se ha optado por desarrollar una formulación general que puede utilizarse en el diseño de algoritmos para geometrías de medida arbitrarias. Se han estudiado dos filosofías distintas: operadores de focalización e inversión de la ecuación integral, que permiten la obtención de las corrientes equivalentes o inducidas en el dieléctrico. A partir de medidas mutivista la inversión de la ecuación integral mediante aproximaciones de primer orden proporciona una reconstrucción fiel para cuerpos de bajo contraste y además da lugar a algoritmos eficientes utilizando el espectro de Fourier. Se han ensayado métodos con aproximaciones de orden superior para reconstruir cuerpos de alto contraste consiguiendo algunas mejoras respecto a la aproximación de primer orden, sin embargo no se dispone de un algoritmo general que proporcione resultados satisfactorios para objetos arbitrarios.

Se ha estudiado también la arquitectura de los sistemas cilíndricos profundizando en la problemática de compatibilidad electromagnética. La compatibilidad del sistema es crítica al compartir señales de niveles muy distintos un mismo espacio físico. La detección síncrona multifrecuencia ha demostrado ser un método eficaz para minimizar las interferencias entre las secciones de emisión y recepción. También se han desarrollado procedimientos de calibración y adquisición de datos que permiten compensar la no uniformidad de una agrupación y red de distribución reales. Los resultados de este estudio se han aplicado a la construcción de un prototipo de laboratorio que ha permitido evaluar experimentalmente los resultados sobre algoritmos y sistema de medida. Los algoritmos de primer orden admiten en un sistema cilíndrico una implementación muy eficiente utilizando síntesis de ondas planas y técnicas de FFT.

Se han investigado algunas aplicaciones clínicas de la tomografía de microondas mediante simulaciones numéricas y de forma experimental con el prototipo realizado. Un estudio de materiales dieléctricos ha permitido la construcción de maquetas eléctricamente equivalentes a cuerpos biológicos

permitiendo una experimentación cómoda y bien controlada, y la correlación de las imágenes con la estructura de la maqueta.

Se han conseguido imágenes absolutas satisfactorias de cuerpos reales de sección pequeña como las extremidades. Debido al interés en desarrollar métodos para visualizar la estructura y fisiología cerebral, se ha realizado una serie de simulaciones numéricas y experimentos sobre una maqueta de cabeza humana. Los resultados han mostrado la necesidad de utilizar información 'a-priori' para visualizar la estructura interna de la cabeza mediante técnicas diferenciales. El sistema desarrollado ha permitido visualizar cambios de permitividad simulados en una maqueta de cabeza humana, producidos por ejemplo por una hemorragia cerebral. La obtención de imágenes de las zonas de actividad cerebral gracias a los cambios dieléctricos asociados requeriría en principio un sistema de gran sensibilidad, mediante simulación se ha comprobado que ésta aumenta al disminuir la distancia entre la agrupación y el cuerpo. También se ha aplicado la técnica diferencial con éxito en la reconstrucción de variaciones de contenido sanguíneo en un antebrazo humano 'in-vivo'. Utilizando una maqueta simplificada de pulmón humano, se han obtenido imágenes diferenciales de variaciones de contenido acuoso en el tejido pulmonar, utilizando una cámara plana de microondas desarrollada por SUPELEC (París). Los resultados muestran la aplicación potencial de los sistemas activos de imágenes de microondas a la visualización de alteraciones de contenido acuoso en los cuerpos.

La elevada sensibilidad térmica de la permitividad de los tejidos permite en principio reconstruir imágenes de cambios de temperatura de aplicación a la monitorización de tratamientos de hipertermia. Un experimento preliminar ha permitido la medida de variaciones de  $0.5^{\circ}\text{C}$  en agua, aunque es de esperar una sensibilidad menor en un cuerpo biológico. Para continuar la evaluación biomédica del sistema sería conveniente iniciar un protocolo experimental con participación directa de personal clínico, lo que podría exigir el diseño de un nuevo prototipo mejor adaptado al entorno hospitalario.

Finalmente utilizando la experiencia obtenida con el primer prototipo se apuntan las líneas maestras de un nuevo diseño abordable con la tecnología actual, basado en una agrupación impresa realizada sobre sustrato flexible e incorporando circuitos integrados de microondas.

En la actualidad la limitación principal de la tomografía de microondas para aplicaciones biomédicas es la falta de algoritmos de reconstrucción adecuados. El estudio de nuevos métodos de reconstrucción basados por ejemplo

en técnicas de reconstrucción algebraica o de máxima entropía plantea esperanzas para resolver este difícil problema inverso.



## APÉNDICE: MÉTODOS ESPECTRALES

Las ecuaciones que describen los campos en el espacio contienen operadores integrales o diferenciales a menudo de difícil evaluación. Estas ecuaciones pueden reducirse a ecuaciones algebraicas, utilizando transformadas sobre la función espacial  $A(\vec{r})$  que describe los campos o corrientes, obteniendo una función extendida a un dominio espectral  $A(\vec{\eta})$ . Trabajando con materiales lineales, la solución a muchos problemas de difracción puede escribirse como convolución de una distribución de campo o corriente de excitación con la respuesta impulsional o función de Green del problema. En el dominio transformado las convoluciones se reducen a productos permitiendo una resolución sencilla del problema. Por otra parte los algoritmos de transformada rápida de Fourier (FFT) permiten pasar eficientemente entre dominios espacial y transformado. Aparte de las ventajas algebraicas, el trabajar con el dominio espectral aporta una nueva visión del problema facilitando su interpretación.

En términos matemáticos, el espectro no es más que el conjunto de autofunciones de la ecuación de onda, cuya formulación dependerá del sistema de coordenadas adoptado. Como la familia de autofunciones es completa, si la función que describe una situación electromagnética y sus derivadas son continuas o con discontinuidades finitas y absolutamente integrables (corresponde a una situación físicamente realizable), puede expresarse como combinación de autofunciones o en forma espectral. De hecho el espectro puede emplearse también para describir situaciones menos restrictivas, por ejemplo la función delta de Dirac  $\delta(r)$  o escalón  $U(r)$ , en estos casos puede utilizarse el espectro en el sentido de límite [94].

Aunque la formulación espectral se utiliza sobre todo en el tratamiento de problemas monocromáticos, puede generalizarse a variaciones temporales arbitrarias, incluyendo la variable tiempo y su transformada  $t \iff \omega$  en los dominios espacial y transformado respectivamente. Estudiaremos para dos dimensiones las coordenadas rectangulares que dará lugar al espectro continuo de ondas planas, y las coordenadas cilíndricas obteniendo un espectro discreto o modal de ondas cilíndricas. Lo mismo puede hacerse para 3 dimensiones y para otros sistemas como esférico, elíptico, etc.



## A.1 Coordenadas Rectangulares

### A.1.1 Espectro angular de ondas planas

El campo electromagnético en una región del espacio sin fuentes puede describirse como combinación de funciones de una solución completa de la ecuación de onda homogénea. Una familia de funciones completa son las ondas planas, dando lugar a la expresión del campo como espectro o combinación de éstas. El espectro angular puede expresarse en espacios de dos o tres dimensiones, por concisión trabajaremos con dos dimensiones siendo la extensión a tres inmediata.

De la ecuación de onda homogénea obtenemos como solución en coordenadas cartesianas una familia de ondas planas dirigidas según  $\vec{k}_0$ :

$$(\nabla^2 + k_0^2) E(\vec{r}) = 0 \implies E(\vec{r}) = \Sigma e^{-j\vec{k}_0 \cdot \vec{r}} \quad (\text{A.1})$$

donde  $\vec{k}_0$  representa la dirección de la onda plana, en el plano x,z

$$\vec{k}_0 = k_x \hat{x} + k_z \hat{z} \text{ de forma que } k_x^2 + k_z^2 = k_0^2 \quad (\text{A.2})$$

si tomamos  $k_x$  real podemos despejar  $k_z$ . En un medio sin pérdidas  $k_0$  es real y podemos distinguir dos regiones diferenciadas

#### *Dominio Visible*

$$|k_x| \leq k_0 \implies k_z = \pm \sqrt{k_0^2 - k_x^2} \quad (\text{A.3})$$

#### *Dominio Invisible*

$$|k_x| > k_0 \implies k_z = \mp j \sqrt{k_x^2 - k_0^2} \quad (\text{A.4})$$

El doble valor de  $k_z$  corresponde a ondas viajando hacia  $+\hat{z}$  o hacia  $-\hat{z}$ . En el dominio invisible  $k_z$  es imaginario, lo que físicamente representa una onda plana evanescente que se atenúa rápidamente según z. La presencia de ondas evanescentes son necesarias para permitir la existencia local de discontinuidades de campo y están asociadas a la acumulación de energía reactiva como ocurre con los modos en corte en una guía de ondas. En medios

con pérdidas  $k_0$  es complejo y también lo será  $k_z$  para cualquier valor de  $k_x$ , por ello no existe en este caso una frontera clara entre el dominio visible e invisible.

Escribiendo la solución completa como superposición de un espectro continuo de ondas planas y teniendo en cuenta el doble valor de  $k_z$  obtenemos

$$E(x,z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}^+(k_x) e^{-j(k_x x + k_z z)} dk_x + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}^-(k_x) e^{-j(k_x x - k_z z)} dk_x \quad (A.5)$$

donde  $k_z = + \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$

$\tilde{E}^+(k_x)$  y  $\tilde{E}^-(k_x)$  son el espectro angular de ondas planas dirigidas según  $+\hat{z}$  o  $-\hat{z}$ , y que una vez conocido determina completamente el campo en una zona sin fuentes. Si todas las fuentes están en el semiplano izquierdo  $z < 0$  sólo tendremos  $\tilde{E}^+(k_x)$  y obtenemos

$$E^+(x,z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}^+(k_x) e^{-j(k_x x + k_z z)} dk_x \quad (A.6)$$

que permite el cálculo del espectro angular conocido el campo en un plano  $z$

$$\tilde{E}^+(k_x; z=0) = \int_{-\infty}^{\infty} E^+(x,z) e^{j(k_x x + k_z z)} dk_x = \mathcal{F}_x\{ E^+(x,z) \} e^{j k_z z} \quad (A.7)$$

si las fuentes están en el semiplano derecho se obtiene un expresión análoga,

$$\tilde{E}^-(k_x; z=0) = \int_{-\infty}^{\infty} E^-(x,z) e^{j(k_x x - k_z z)} dk_x = \mathcal{F}_x\{ E^-(x,z) \} e^{-j k_z z} \quad (A.8)$$

es decir el espectro angular y el campo en una recta sobre el mismo plano  $z$  son pares transformados. Situando adecuadamente el origen de coordenadas, puede obtenerse la relación entre el espectro angular evaluado en una línea  $z_b$  y el espectro perteneciente a otra línea  $z_a$

$$\tilde{E}^+(k_x; z_a) = \tilde{E}^+(k_x; z_b) e^{-jk_z(z_a - z_b)} \quad (\text{A.9})$$

$$\tilde{E}^-(k_x; z_a) = \tilde{E}^-(k_x; z_b) e^{jk_z(z_a - z_b)} \quad (\text{A.10})$$

El espectro angular puede expresarse también en función el ángulo de propagación  $\theta$  de la onda plana respecto al eje  $z$ , de esta forma

$$k_x = k_o \sin\theta ; k_z = k_o \cos\theta \quad (\text{A.11})$$

si  $k_x > k_o$ ,  $\theta$  toma una valor complejo [6]. En el margen visible sustituyendo en (A.5) y utilizando el vector unitario  $\hat{\theta}$  dirigido según  $\theta$ , podemos expresar el campo como combinación de ondas planas en la dirección  $\hat{\theta}$

$$E(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{E}(k_o \sin\theta) e^{-jk_o \hat{\theta} \cdot \vec{r}} |k_o \cos\theta| d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{\xi}(\theta) e^{-jk_o \hat{\theta} \cdot \vec{r}} d\theta \quad (\text{A.12})$$

donde

$$\tilde{\xi}(\theta) = \tilde{E}(k_o \sin\theta) |k_o \cos\theta| = \begin{cases} \tilde{E}^+(k_x) |k_z| ; & |\theta| \leq \pi/2 \\ \tilde{E}^-(k_x) |k_z| ; & |\theta| > \pi/2 \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

es una forma equivalente de expresar el espectro de ondas planas, que evita la ambigüedad derivada de las dos direcciones posibles para cada valor  $k_x$ .

### A.1.2 Espectro bidimensional de Fourier

El teorema integral de Fourier extendido a un espacio de  $n$  dimensiones puede expresarse como

$$A(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} A(\vec{r}') e^{j\vec{\eta} \cdot \vec{r}'} d\vec{r}' \right] e^{-j\vec{\eta} \cdot \vec{r}} d\vec{\eta} \quad (\text{A.14})$$

siendo válido para funciones absolutamente integrables, y continuas con sus dervidas, o con discontinuidades finitas, en este caso  $A(\vec{r})$  tiende al valor

medio de la discontinuidad de  $A(\vec{r}')$ .

En este trabajo utilizaremos la transformada directa e inversa de Fourier definidas como

$$\mathcal{F} \{ A(\vec{r}) \} = \tilde{A}(\vec{\eta}) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\vec{r}) e^{j\vec{\eta} \cdot \vec{r}} d\vec{r} \quad (\text{A.16})$$

$$\mathcal{F}^{-1} \{ \tilde{A}(\vec{\eta}) \} = A(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(\vec{\eta}) e^{-j\vec{\eta} \cdot \vec{r}} d\vec{\eta} \quad (\text{A.17})$$

$N$  es la dimensión de los dominios  $\vec{r}$  y  $\vec{\eta}$ . La transformada puede realizarse sobre las  $N$  dimensiones del problema o sobre un subconjunto de éstas según nos convenga, como ocurre con el espectro angular de ondas planas.

El espectro angular está relacionado con el espectro bidimensional mediante una transformada longitudinal según  $z$ , si se evalúa en la línea  $z = 0$  el espectro angular es simplemente la proyección del espectro bidimensional sobre el eje transversal  $\eta_x$ .

$$\tilde{E}^+(k_x; z=0) = \mathcal{F}_z^{-1} \left\{ \tilde{E}(\eta_x, \eta_z) \right\} \Big|_{\eta_x=k_x} = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{E}(\eta_x, \eta_z) d\eta_z \Big|_{\eta_x=k_x} \quad (\text{A.18})$$

En la tesis utilizaremos la variable  $\vec{\eta}$  para el dominio espectral de funciones en general, en el caso en que  $\vec{\eta}$  represente una onda plana a menudo utilizaremos  $\vec{k}$  para denotar que el módulo  $|\vec{\eta}|$  está fijado al valor del número de onda en el medio, sin embargo  $\vec{\eta}$  y  $\vec{k}$  son matemáticamente equivalentes.

## A.2 Coordenadas cilíndricas

### A.2.1 Espectro de modos cilíndricos

Resolviendo por separación de variables la ecuación de onda homogénea en coordenadas cilíndricas, obtenemos una familia completa de autofunciones con dependencia armónica en las coordenadas angular y axial y un comportamiento radial descrito por funciones de Bessel, como vimos en (3.2). Para un problema en dos dimensiones no tendremos variación según  $z$  y un campo eléctrico polarizado axialmente puede expresarse de forma escalar como serie discreta de

autofunciones o modos cilíndricos (TM)

$$(\nabla^2 + k_0^2) E(\vec{r}) = 0 \implies E(\vec{r}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_n A_n(k_0 \rho) + b_n B_n(k_0 \rho)] e^{jn\varphi} \quad (\text{A.19})$$

siendo  $A_n, B_n$  un par de funciones de Bessel o Hankel a escoger entre  $J_n, Y_n, H_n^{(1)}, H_n^{(2)}$  según nos convenga. Cualquier par permite escribir una solución completa, sin embargo al describir los campos en una región que incluya el origen sólo podremos utilizar  $J_n$  pues es la única no singular para un argumento nulo.  $H_n^{(1)}$  representa ondas cilíndricas viajando hacia el origen y  $H_n^{(2)}$  son ondas propagándose hacia el exterior lo que permite escoger las funciones más convenientes según el caso.

En aquellos casos en que sólo interviene un tipo de función de Bessel  $A_n$  en la descripción del campo de una zona sin fuentes, si calculamos los coeficientes de la serie de Fourier para un círculo de radio  $\rho_0$  obtenemos

$$E(\rho_0, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n A_n(k_0 \rho_0) e^{jn\varphi} \quad (\text{A.20})$$

$$E(\rho_0, \varphi) \xrightarrow{\mathcal{F}\varphi} \tilde{E}(\rho_0, n) = 1/2\pi \int_0^{2\pi} E(\rho_0, \varphi) e^{-jn\varphi} d\varphi \quad (\text{A.21})$$

de donde podremos calcular el espectro modal  $a_n$  que determina los campos como

$$a_n = \frac{\tilde{E}(\rho_0, n)}{A_n(k_0 \rho_0)} \quad (\text{A.22})$$

de esta forma puede calcularse el espectro del campo para cualquier punto  $(\rho, \varphi)$  de la región sin fuentes

$$\tilde{E}(\rho, n) = \tilde{E}(\rho_0, n) \frac{A_n(k_0 \rho)}{A_n(k_0 \rho_0)}; E(\rho, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\rho, n) e^{jn\varphi} \quad (\text{A.23})$$

#### *Dominios visible e invisible del espectro*

Al igual que ocurre en coordenadas rectangulares, existirá un dominio visible e invisible que en este caso dependerán de la coordenada radial  $\rho$ . Por ejemplo al describir los campos en torno al origen mediante la serie

$$E(\rho, \varphi) = \sum a_n J_n(k_0 \rho) e^{jn\varphi} \quad (\text{A.24})$$

observamos que  $J_n(x)$  decae rápidamente para argumentos  $x < n/2$ , mientras que para  $x > n/2$  el decaimiento es suave correspondiendo a la pérdida de densidad de energía propio de una onda cilíndrica. Así pues el valor  $k_0 \rho = n/2$  establece la frontera de visibilidad en la expresión en modos cilíndricos de los campos, lo que corresponde a una variación espacial sobre un círculo de período  $T = 2\pi\rho/n = \lambda/2$ .

*Dominio visible*

$$\rho \geq n/2k_0 \quad ; \quad n \leq 2k_0 \cdot \rho \quad (\text{A.25})$$

*Dominio invisible*

$$\rho < n/2k_0 \quad ; \quad n > 2k_0 \cdot \rho \quad (\text{A.26})$$

Habitualmente estaremos interesados en expresar sólo los campos visibles en una región del espacio, lo que permite truncar la serie infinita de modos al margen visible optimizando el tiempo de cálculo.

### A.2.2 Transformada de Hankel

En regiones con fuentes no es posible describir los campos con el espectro modal de coeficientes  $a_n, b_n$  como vimos en el apartado anterior ya que la ecuación de onda no es homogénea. En este caso y en general para expresar cualquier función bidimensional en términos de autofunciones cilíndricas, será necesario disponer de una transformada bidimensional entre el dominio espacial  $f(\rho, \varphi)$  y un dominio transformado consistente en una familia de autofunciones cilíndricas. El objetivo sería obtener una herramienta análoga a la transformada bidimensional de Fourier para problemas rectangulares. Debido al carácter periódico según  $\varphi$  de  $f(\rho, \varphi)$  la transformada de la coordenada angular será una serie discreta de Fourier como ocurría en la expansión en modos cilíndricos del apartado anterior. Debemos encontrar un dominio transformado para la coordenada radial  $\rho$  y demostrar la "clausura" de la transformada bidimensional obtenida lo que significa llegar a una expresión del tipo

$$f(r) = T^{-1} \left[ T [ f(r) ] \right] \quad (\text{A.27})$$

Obtendremos la transformada en dos pasos, una transformada angular en serie de Fourier y una transformada radial como transformada de Hankel de orden n,

$$f(\rho, \varphi) \xleftrightarrow{\mathcal{F}\varphi} f(\rho, n) \xleftrightarrow{\mathcal{H}\rho} f(\gamma, n) \quad (\text{A.28})$$

dada una función  $f(\rho, \varphi)$  para cada valor de  $\rho$  tendremos una función periódica en  $\varphi$  por lo que podremos escribir en serie de Fourier

$$f(\rho, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\rho, \varphi') e^{-jn\varphi'} d\varphi' \right] e^{jn\varphi} \quad (\text{A.29})$$

lo que permite definir las transformadas directa e inversa como

$$\tilde{f}(\rho, n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\rho, \varphi) e^{-jn\varphi} d\varphi \quad ; \quad f(\rho, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\rho, n) e^{jn\varphi} \quad (\text{A.30})$$

para cada valor de  $\rho$  obtenemos un espectro de modos angulares  $\tilde{f}(\rho, n)$ , o equivalentemente cada modo angular  $n$  posee una variación radial arbitraria. Obtendremos ahora una transformada según  $\rho$  para cada modo angular, si tomamos por ejemplo el modo  $n$  podremos escribir

$$f_n(\rho, \varphi) = f(\rho) e^{jn\varphi} \quad (\text{A.31})$$

si partimos del teorema de Fourier para dos dimensiones

$$f(x', z') = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \left[ \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, z) e^{-j(x\eta_x + z\eta_z)} dx dz \right] e^{j(\eta_x x' + \eta_z z')} d\eta_x d\eta_z \quad (\text{A.32})$$

expresando en polares los dominios espacial y transformado

$$x + jy = \rho e^{j\varphi}; \quad \eta_x + j\eta_z = \gamma e^{j\theta} \quad (\text{A.33})$$

obtenemos

$$f(\rho', \varphi') = 1/4\pi^2 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left[ \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(\rho, \varphi) e^{-j\rho\gamma\cos(\varphi-\theta)} \rho d\rho d\varphi \right] e^{j\rho'\gamma\cos(\varphi'-\theta)} \gamma d\gamma d\theta \quad (A.34)$$

utilizando las expresiones integrales de la función  $J_n$

$$\int_0^{2\pi} e^{j(n\beta - s\cos\beta)} d\beta = 2\pi e^{-jn\pi/2} J_n(s) \quad (A.35)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{j(n\beta + s\cos\beta)} d\beta = 2\pi e^{jn\pi/2} J_n(s) \quad (A.36)$$

tomando  $\beta = \varphi - \theta$  en la integral interior y  $\beta = \theta - \varphi'$  en la exterior tras algunas manipulaciones obtenemos el teorema de Fourier-Bessel o de Hankel de orden  $n$

$$f_n(\rho', \varphi') = \tilde{f}(\rho'; n) e^{jn\varphi} = \int_0^\infty \left[ \int_0^\infty \tilde{f}(\rho; n) J_n(\gamma\rho) \rho d\rho \right] J_n(\gamma\rho') \gamma d\gamma e^{jn\varphi} \quad (A.37)$$

lo que permite definir una transformada radial para el modo  $n$  como

$$\tilde{f}(\gamma, n) = \int_0^\infty \tilde{f}(\rho; n) J_n(\gamma\rho) \rho d\rho \quad ; \quad \tilde{f}(\rho; n) = \int_0^\infty \tilde{f}(\gamma, n) J_n(\gamma\rho) \gamma d\gamma \quad (A.38)$$

sustituyendo en (A.29) obtenemos la expresión global

$$f(\rho', \varphi') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty \left[ \int_0^\infty 1/2\pi \int_0^{2\pi} f(\rho, \varphi) e^{-jn\varphi} d\varphi J_n(\gamma\rho) \rho d\rho \right] J_n(\gamma\rho') \gamma d\gamma e^{jn\varphi'} \quad (A.39)$$

permitiendo definir una par de transformadas directa e inversa de Hankel como



$$\mathcal{H} \{ f(\rho, \varphi) \} = \tilde{f}(\gamma, n) = 1/2\pi \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(\rho, \varphi) e^{-jn\varphi} J_n(\gamma\rho) d\varphi \rho d\rho \quad (\text{A.40})$$

$$\mathcal{H}^{-1} \{ \tilde{f}(\gamma, n) \} = f(\rho, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty \tilde{f}(\gamma, n) J_n(\gamma\rho) \gamma d\gamma e^{jn\varphi} \quad (\text{A.41})$$

### A.3 Condiciones de muestreo

En la formulación de los problemas de difracción se manejan expresiones que presuponen un conocimiento perfecto de los campos sobre el espacio, una línea de medida, etc., lo que en la práctica requeriría una agrupación de sensores de extensión infinita y un paso de medida nulo. Por ello conviene estudiar las consecuencias de utilizar agrupaciones de medida realizables y por tanto de una cierta extensión y paso de medida. El problema es análogo al muestreo y inventanado de señales temporales.

Supongamos que deseamos obtener el espectro angular de ondas planas a partir de la medida del campo en un plano. Debido a la periodicidad del espectro de una señal muestreada [66], el espectro del campo real será recuperable sin errores a partir de las muestras del campo a condición de cumplir el criterio de Rayleigh (análogo al criterio de Nyquist en señal), es decir paso de muestreo  $\Delta r \leq \pi/\eta_{\max}$ , suponiendo un campo de espectro limitado a la frecuencia máxima  $\eta_{\max}$ . Si estamos muy cerca de las fuentes o discontinuidades, la amplitud de las ondas evanescentes puede ser grande, estaremos en presencia de variaciones rápidas o altas frecuencias y por tanto para no tener errores de aliasing el muestreo debe ser muy fino. Sin embargo en general estaremos a distancias de una longitud de onda o mayores de las fuentes. Como vimos en A.1.1, el espectro evanescente sufre una fuerte atenuación al propagarse la onda, para medios sin pérdidas el espectro es prácticamente de banda limitada a  $|\eta| \leq k_0$  y bastará con un paso de muestreo  $\Delta r \leq \lambda/2$ . En medios con pérdidas no existe una frontera definida entre el espectro visible e invisible, con lo que el paso de muestreo se dimensiona para la banda de frecuencias que son medibles sobre la agrupación, teniendo en cuenta la sensibilidad y dinámica del receptor [6].

Para coordenadas cilíndricas, las funciones serán periódicas en  $\varphi$  con un periodo  $2\pi$ , por lo tanto podrán expresarse como serie de Fourier. El paso de

muestreo para no tener errores de 'aliasing' será  $\Delta\varphi \leq \pi/n_{\max}$ , siendo  $n_{\max}$  el modo más alto presente en la función. Si nos restringimos al margen visible, para una radio  $\rho$ , obtenemos un muestreo suficiente para un paso menor o igual a  $\lambda/2$

$$\Delta s = \Delta\varphi \cdot \rho \leq \lambda/2 \quad (\text{A.42})$$

El muestreo radial deberá hacerse con un paso no uniforme, correspondiente a los zeros de la función  $J_n$  escalados al ancho de banda  $\gamma_{\max} = \nu$

$$J_n(z_{ni}) = 0 \quad ; \quad \text{muestra } i\text{ésima} \quad F_n(i) = F_n(z_{ni}/\nu) \quad (\text{A.43})$$

de esta forma la interpolación o recuperación de  $F_n(\rho)$  se realiza mediante combinación de funciones interpoladoras equivalentes a la sinc en Fourier, ponderadas por las muestras [95]

$$F_n(\rho) = \sum_{i=1}^{\infty} F_n(\alpha_{ni}) \Phi_{ni}(\rho); \quad \Phi_{ni}(\rho) = \frac{2\alpha_{ni} J_n(\rho\nu)}{\nu J_{n+1}(\alpha_{ni}\nu)(\alpha_{ni}^2 - \rho^2)} \quad (\text{A.44})$$

En cuanto a la extensión de la agrupación de medida estamos ante un problema de enventanado. El espectro que se obtendrá será la convolución del espectro real con la transformada de la ventana. Una línea de medida acotada equivale a una ventana rectangular, cuya transformada es una sinc

$$A'(\eta) = A(\eta) * W(\eta) \quad ; \quad W(\eta) = L \frac{\sin(\eta L/2)}{\eta L/2} \quad (\text{A.45})$$

donde  $L$  es la longitud de la línea de medida. La consecuencia es la pérdida de resolución en el dominio espectral que vendrá limitada por el tamaño del lóbulo principal de la sinc  $\Delta\eta \cong 2\pi/L$ . Si se utiliza un algoritmo de FFT en la transformación del campo medido sobre  $N$  elementos, el paso en el dominio transformado es precisamente  $\Delta\eta = 2\pi/N\Delta r = 2\pi/L$ .



## BIBLIOGRAFÍA

- [1] L.E. Larsen, J.H. Jacobi, "Microwave scattering parameter imagery of an isolated canine kidney", *Medical Physics*, Vol. 6, No. 5, pp. 394-403, Sept./Oct. 1979.
- [2] H. Ermert, G. Fülle, D. Hiller, "Microwave computed tomography", *Proc. 11th. Europ. Microwave Conf.*, Amsterdam 1981, pp. 421-425.
- [3] T.C. Guo, W.W. Guo, L.E. Larsen, "A local field study of a water-immersed microwave antenna array for medical imagery and therapy", *IEEE Trans. on Micr. Theory and Tech.*, Vol. MTT-32, No. 8, August 1984, pp. 844-854.
- [4] R.K.Mueller, M.Kaveh, G.Wade, "Reconstructive tomography and applications to ultrasonics", *Proc. IEEE*, Vol.67, pp.567-587, April. 1979.
- [5] C. Pichot, L. Jofre, G. Peronnet, J.C. Bolomey "Active microwave imaging of inhomogeneous bodies", *IEEE Trans. on Ant. and Prop.*, Vol. AP-33, No. 4, pp. 416-425, April 1985.
- [6] L.Jofre "Formulación espectral de problams de difracción y su aplicación a la formación de imágenes en microondas", Tesis Doctoral, ETS de Ing. de Telecom. Barcelona, Junio 1982.
- [7] J.C. Bolomey, L. Jofre, G. Peronnet, " On the possible use of microwave active imaging for remote thermal sensing", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.* Vol. MTT-31, No. 9, pp. 777-781, Sept. 1983.
- [8] A. Broquetas, M. Hawley y otros "Experimental microwave imaging of pulmonary water abnormalities" a ser presentado a *IEEE Trans. on Biomedical Engineering* para publicación.
- [9] S.Ramo, J.R.Whinnery, T van Duzer, "Fields and waves in communications electronics", John Wiley & Sons, New York, 1965.
- [10] M.N.Afsar, J.R.Birch, R.N.Clarke, "The measurement of the properties of materials", Ed. G.W.Chantry, *Proc. IEEE*, Vol.74, No.1, pp.183-199, Jan. 1986.
- [11] A.R Von Hippel "Dielectric material and applications", Cambridge, MA, MIT Press, 1954.
- [12] T.W.Athey, M.A.Stuchly, S.S.Stuchly et al., "Dielectric properties of biological substances at radio frequencies, Part I: measurement method and Part II: Experimental results" *IEEE Trans. on Micr. Theory and Tech.*, Vol. MTT-29 ,pp. 82-92, 1981.
- [13] A.Broquetas, G.Gastón, M.Hawley, A.Elías, A.Cardama, "Obtención y medida de dieléctricos para la construcción de maquetas biológicas en microondas" pp. 449-454, Actas de la VII Reunión de la Com. B del Comité Español de la URSI, Cuenca 1988.
- [14] G. Gastón "Realización de maquetas de microondas" Proy. Fin de Carrera ETS Ingenieros de Telec. de Barcelona 1988.

- [15] H.P.Schwan "Electrical properties of tissue and cell suspensions" Adv. in Biol. and Med. Physics, Vol.5, pp.147-209, 1957.
- [16] E.C. Burdette, F.L. Cain, J.Seals, " In-situ tissue permittivity at microwave frequencies: perspective, techniques, results", Medical Appl. of Microwave Imaging, pp.13-40, L.E. Larsen, J.H.Jacobi, Eds., IEEE Press, New York 1986.
- [17] H.F. Cook "A comparison of the dielectric behaviour of pure water and human blood at microwave frequencies" British Jour. Appl. Phys. Vol. 3, pp. 249-255, 1952.
- [18] A.Stogryn "Equations for calculating the dielectric constant of saline water", IEEE Trans. on Mic. Theory and Tech., pp. 733-736, Aug. 1971.
- [19] R.L.Magin, E.C.Burdette, "Measurement of electrical properties of tissue at microwave frequencies: a new approach to detection and treatment of abnormalities", in Non-invasive physiological measurements, Vol.2, Ed. P.Rolfe, Academic Press, New York, 1983.
- [20] A.V.J.Martin, "Propriétés électriques macroscopiques des matériaux biologiques, Ann. de Physique Biol. et Med., Vol.8, No.2., pp.117-132.
- [21] M.A. Stuchly, S.S.Stuchly, "Dielectric properties of biological substances tabulated" Jour. of Microwave Power, Vol.15, pp.19-26, 1980.
- [22] C.H.Durney et al., "Radiofrequency radiation dosimetry handbook" 2nd Ed. Dep. of Elect. Eng and Bioeng. of the Univ. of Utah, 1978.
- [23] M.F.Iskander, R.Maini, C.H.Durney, D.G.Bragg, "A microwave method for measuring changes in lung water content: numerical simulation", IEEE Trans. on Biomed. Eng., Vol.BME-28, No.12, pp.797-803, Dec. 1981.
- [24] L.E.Larsen, J.H.Jacobi, A.K.Krey, "Preliminary observations with an electromagnetic method for the non-invasive analysis of cell suspension physiology and induced patophysiology", Trans. on Mic. Theory and Tech., Vol.MTT-26, No.8, pp.581-595, August 1978.
- [25] E.C. Burdette, P.F.Friederich, R.L.Seaman, L.E.Larsen, "In situ permittivity of canine brain: regional variations and postmortem changes", IEEE Trans. on Mic. Theory and Tech., Vol.MTT-34, No.1, pp.38-50, Jan. 1986.
- [26] American National Standards Institute ANSI C95.1-1982 "Safety levels with respect to human exposure to radiofrequency electromagnetic fields, 300 KHz to 100 GHz", printed by the IEEE, Inc., 345 East 45th Street, New York, NY10017.
- [27] Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo, "Valores TLV para sustancias químicas y agentes físicos en el medio ambiente de trabajo", 1984/25, pp. 85-87, 1984.
- [28] M.H.Repacholi, "Radiofrequency electromagnetic field exposure standards" IEEE Eng. in Med. and Biol. Magazine, pp.18-21, March 1987.

- [29] Advisory Committee on the Nonthermal Effects of Nonionizing Radiation, Board on Radiation Effects Research, Commission on Life Sciences, National Research Council (USA), "Nonthermal effects of nonionizing radiation", Final Rep., National Academy Press, Washington D.C. 1986.
- [30] Special issue on biological effects & medical applications of EM energy, IEEE Proc. Vol.68, No.1, Jan. 1980.
- [31] M.Slaney, A.C.Kak, "Imaging with diffraction tomography", Purdue University, School of Elect. Eng., Technical Report TR-EE 85-5, 1985.
- [32] R.F. Harrington "Time-harmonic electromagnetic fields", Mc Graw Hill, New York, 1961.
- [33] M.Abramowitz, I.A. Stegun (Editors), "Handbook of mathematical functions", Dover, New York, 1970.
- [34] J.L. Llorens, M.Ferrando, L.Jofre, "Cálculo del campo difractado por objetos cilíndricos metálicos o multidieléctricos al incidir sobre ellos una onda" Actas del III Symp. Nac. del Comité Esp. de la URSI pp. 303-305, Girona 1986.
- [35] H.E.Bussey, J.H.Richmond, "Scattering by a lossy dielectric circular cylindrical multilayer, numerical values", IEEE Trans. on Ant. and Prop., pp.723-725, Sept. 1975.
- [36] J.D.Jackson, "Classical Electrodynamics", John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [37] G.Tyras, "Radiation and propagation of electromagnetic waves", Academic Press, New York, 1969.
- [38] A.Ishimaru, "Wave propagation and scattering in random media", Academic Press, New York, 1978.
- [39] K.Arbenz, A.Wohlhauser, "Advanced mathematics for practicing engineers", Artech House, Norwood, 1986.
- [40] R.F. Harrington "Field computation by moment methods", Macmillan Co., New York 1968.
- [41] J.H.Richmond, "Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape", IEEE Trans. on Ant. and Prop., May 1965, pp.334-341.
- [42] P.M. van der Berg, "Iterative computational techniques in scattering based upon the integrated square error criterion", IEEE Trans. on Ant. and Prop., Vol. AP-32, No.10, pp.1063-1071, Oct. 1984.
- [43] D.T.Borup, D.M.Sullivan, O.P.Gandhi, "Comparison of the FFT conjugated gradient method and the finite-difference time-domain method for the 2-D absorption problem", IEEE Trans. on Mic. Theory and Tech., Vol. MTT-35, No.4, pp.383-395, April 1987.
- [44] A.P. Anderson, G.G. Cook "Incremental propagation procedure for calculating scattered fields from arbitrary conductors", 15th European Microwave Conf. Paris, Sept. 1985, pp.213, 218.

- [45] R.Kastner, R.Mittra, "A spectral-iteration technique for analysing scattering from arbitrary bodies, part I: cylindrical scatters with E-mode incidence", IEEE Trans. on Ant. and Prop., Vol. AP-31, No.3, pp.499-506, May 1983.
- [46] K.S.Yee, "Numerical solution of initial boundary problems involving Maxwell's equations in isotropic media, IEEE Trans. on Ant. and Prop., Vol AP-14, pp.302-307, May 1966.
- [47] A.H.Barret, P.C.Myers, "Basic principles and applications of microwave thermography", Medical Appl. of Microwave Imaging, pp.41-46, L.E. Larsen, J.H.Jacobi, Eds., IEEE Press, New York 1986.
- [48] M.S.Hawley, "Microwave radiometric thermometry in layered tissue structures", PhD Thesis, Dep. of Medical Physics, Univ. of Sheffield, 1986.
- [49] J.C.Lin, "Frequency optimization for microwave imaging of biological tissues", Proc. IEEE, Vol. 73, No.2, pp.374-375, Feb. 1985.
- [50] L.E.Larsen, J.H.Jacobi, "Methods of active microwave imagery for dosimetric applications", in Medical Appl. of Microwave Imaging, pp.118-137, L.E. Larsen, J.H.Jacobi, Eds., IEEE Press, New York 1986.
- [51] H.P.Baltes (Ed.) "Inverse source problems in optics", Topics in current physics, Vol.9, Springer-Verlag, Berlin 1978.
- [52] W.M.Boerner et al. (Eds.), "Inverse methods in electromagnetic imaging", NATO ASI series C:Mathematical and physical sciences Vol.143, D. Reidel Publishing Co. , Dordrecht 1985.
- [53] W.M.Boerner "Inverse methods in electromagnetic imaging", in Medical Appl. of Microwave Imaging, pp.213-228, L.E. Larsen, J.H.Jacobi, Eds., IEEE Press, New York 1986.
- [54] A.K.Louis, F.Natterer, "Mathematical problems of computerized tomography", in Imaging technology pp.179-189, IEEE Press, New York 1985.
- [55] B.R.Frieden, C.K.Zoltani, "Maximum bounded entropy: application to tomographic reconstruction", App. Optics, Vol.24, No.23, pp.3993-3999, Dec. 1985.
- [56] A.Mohammad-Djafari, G.Demoment, "Maximum entropy Fourier synthesis with application to diffraction tomography", Appl. Optics, Vol.26, No.9, pp.1745-1754, May 1987.
- [57] B.J.Hoenders, "The uniqueness of inverse problems" in Inverse source problems in optics, Chap.3, H.P.Baltes (Ed.), Topics in current physics, Vol.9, Springer-Verlag, Berlin 1978.
- [58] A.J. Devaney, G.C.Sherman, "Nonuniqueness in inverse source and inverse scattering problems", IEEE Trans on Ant. and Prop., Vol. AP-30, No.5, pp.1034-1041, Sept. 1982.; In the same issue: N.J. Bojarsky / W.R. Stone "Comments on Nonuniqueness..."; Authors' Reply.

- [59] M.Bertero, C. de Mol, "The stability of inverse problems" in Inverse scattering problems in optics, H.P.Baltes (Ed.), Topics in current physics, Vol.20, Springer-Verlag, Berlin 1980.
- [60] Special issue on "Inverse methods in electromagnetics", IEEE Trans. on Ant. and Prop. Vol. Ap-29, March 1981.
- [61] M.F.Adams, A.P.Anderson, "Three-dimensional image-construction technique and its application to coherent microwave diagnostics", IEE Proc. Vol.127, Pt.H, No.3, pp.138-142, June 1980.
- [62] J.M.Gironés, L.Jofre, M.Ferrando, E.Reyes, J.Ch.Bolomey, "Microwave imaging with crossed linear arrays", Proc IEE, Pt.H, Vol.134, No.3, pp.249-252.
- [63] T.C.Guo, W.W.Guo, L.E.Larsen, "Recent developments in microwave medical imagery-Phase and amplitud conjugations and the inverse scattering theorem" in Medical Appl. of Microwave Imaging, pp.167-183, L.E. Larsen, J.H.Jacobi, Eds., IEEE Press, New York 1986.
- [64] J.W.Goodman, "Introduction to Fourier optics", McGraw Hill, New York, 1968.
- [65] M.I.Skolnik, "Introduction to radar systems", Chap. 10, McGraw Hill, New York, 1981.
- [66] A.B.Carson "Communication Systems",Apend.A, McGraw-Hill, New York, 1980.
- [67] J.J.Stamnes, "Focusing of two-dimensional waves", Jour. Opt. Soc. Am., Vol.71, No.1, pp.15-31, Jan. 1981.
- [68] A.Elderly, W.Magnus, F.Oberhettinger, F.Tricomi, "Higher trascendental functions", McGraw Hill, New York, 1955.
- [69] J.Stratton "Electromagnetic theory", McGraw Hill, New York, 1941.
- [70] R.Collin "Field theory of guided waves", McGraw Hill, New York, 1960.
- [71] W.R.Le Page, "Complex variables and the Laplace transform for engineers", Chap.10, McGraw-Hill, New York 1961.
- [72] M.Azimi, A.C.Kak, "Multiple scattering and attenuation phenomena in diffraction imaging", Purdue Univ., School of Elect. Eng., Technical Rep. TR-EE 85-4, 1985.
- [73] D.K.Ghodgaonkar, O.P.Gandhi, M.J.Hagmann, "Estimation of complex permittivities of three-dimensional inhomogeneous biological bodies", IEEE Trans. on Mic. Theory and Tech., Vol. MTT-31, No.6, pp.442-446, June 1983.
- [74] T.J.Cavicchi, S.A. Johnson, W.D.O'brien, "Application of the sinc basis moment method to the recosntruction of infinite circular cylinders" IEEE trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Freq. Control, Vol.35, No.1, Jan. 1988.



- [75] A. Lemer, "Tomographie en microondes, algorithme de reconstruction d'objet de haut contraste", Proyecto Fin de Carrera, E.N.S. des Telecomm. de Bretagne, Juin 1988.
- [76] S.J.Foti, R.P.Flam, J.F.Aubin, L.E.Larsen, J.H.Jacobi, "A water-immersed phased array system for interrogation of biological targets", in Medical Appl. of Microwave Imaging, pp.148-166, L.E. Larsen, J.H.Jacobi, Eds., IEEE Press, New York 1986.
- [77] R.Aitmehdi, A.P.Anderson, S.Sali, "Phase imaging in microwave tomographic diagnostics", IEE Colloq. on Inverse Methods, London, May 1985.
- [78] J.C.Bennet, S.Al-Adhami, A.P.Anderson, "A novel radar array and its imaging properties", IEEE Trans. on Ant. and Prop. Vol.AP.27, pp.567-570, 1979.
- [79] H.Ermert, M.U.Dohlus, "Microwave diffraction tomography of cylindrical objects using 3-dimensional wave fields", NTZ Archiv, Bd. 8, H.5, pp.111-117, 1986.
- [80] L.Chommeloux, C.Pichot, J.C.Bolomey, "Electromagnetic modeling for microwave imaging of cylindrical buried inhomogeneities" IEEE Trans. on Mic. Theory and Tech., Vol.MTT-34, No.10, pp.1064-1076, Oct.1986.
- [81] H.Coldefy, "Controle non invasif de l'hyperthermie par imagerie microonde active. Etude preliminaire sur fantome homogene", These de Docteur Ingenieur, Université Paris-Sud, Centre d'Orsay, SUPELEC.
- [82] B.A.Roberts, A.C.Kak, "Reflection mode diffraction tomography", Ultrasonic Imaging 7, pp.300-320, 1985
- [83] J.A.Parker, R.V.Kenyon, D.E.Troxel, "Comparison of interpolating methods for imaging resampling", IEEE Trans. on Medical Imag., Vol.MI-2, No.1, pp.31-39, March 1983.
- [84] A.J.Devaney, "A computer simulation study of diffraction tomography", IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol. BME-30, No.7, pp.377-386, July 1983.
- [85] A.Macovski "Medical imaging systems" Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ 1983.
- [86] J.M.Rius, M.Ferrando, L.Jofre, E. de los Reyes, A.Elías, A.Broquetas, "Microwave tomography: an algorithm for cylindrical geometries", Electronics Letters, Vol.23, No.11, pp. 564-565, May 1987. También: J.M Rius, "Algoritmos para tomografía de microondas para geometría cilíndrica", Proy. Final de Carrera, E.T.S. Ing. Telec. Barcelona, 1987.
- [87] V.I.Tatarsky, "Wave propagation in a turbulent medium", Chap. 7, McGraw Hill, New York, 1961.
- [88] D.L.Mensa, "High resolution radar imaging" Chap.5, Artech House, Dedham MA 1981.
- [89] J.Berenguer, "Síntesis de frecuencias en microondas mediante sistemas PLL: aplicación a la recepción coherente de señales emitidas por satélite hasta 30GHz, Tesis Doctoral, ETS Ing. Telec., UPC, Barcelona 1988.

## BIBLIOGRAFIA

- [90] H.Almirall, "Actividad, metabolismo y flujo sanguíneo cerebrales: conceptos e interrelación funcional" Informe Interno, Dep. de Psiquiatría y Psicobiología Clínica, Facultad de Psicología, Universidad de Barcelona, 1987.
- [91] N.A.Lassen, D.H.Inguar, E.Skinhoj, "Función cerebral y flujo sanguíneo, Investigación y Ciencia 25, pp.18-28, 1978.
- [92] McGrath, Mills, "Atlas of sectional anatomy", Ed. Karger, New York 1984
- [93] R.D.Sinelnikov, "Atlas de anatomía humana".
- [94] R.N.Bracewell, "The Fourier transform and its applications", McGraw-Hill, New York 1986.
- [95] H.Stark, "Sampling theorems in polar coordinates", Jour. Opt. Soc. Am., Vol.69, No.11, pp.1519-1525, Nov. 1979.