UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D´ENGINYERS INDUSTRIALS DE TERRASSA

Tesis Doctoral que bajo la dirección del

Catedrático Dr. Lorenzo Alvarez Martínez

y con el título

ESTUDIO TEORICO-EXPERIMENTAL DE LA REDUCCION DE LA PROPAGACION SONORA EN CONDUCTOS, UTILIZANDO TECNICAS DE ABSORCION ACTIVA

presenta el candidato

Jaime Gibert Pedrosa

para la obtención del

Grado de Doctor Ingeniero Industrial

Terrassa, Julio de 1990

A mi esposa y

a mis hijas.

PROLOGO.

El problema de la propagación sonora en conductos, se presenta frecuentemente en el terreno industrial, así los canales de instalaciones de aire acondicionado, los conductos para transporte de gases, etc., son casos corrientes en los que debe procederse a una reducción del nivel de presión sonora.

Una de mis experiencias profesionales en este sentido se produjo durante la construcción y entrega, por parte de la empresa Material y Construcciones, S.A.(MACOSA), a la que prestaba mis servicios en calidad de Ingeniero Industrial y tenía encomendada la responsabilidad de los ensayos y pruebas que debían hacerse en los ferrocarrriles, de una serie de coches-camas modelo T-2, para la Red Nacional de los Ferrocarriles Españoles (RENFE) y la Compañía Internacional de Coches-Camas (Wagons-Lits).

La exigencia de RENFE y W.L. en cuanto al nivel de presión sonora admisible, que el aire acondicionado podía producir en los departamentos, era muy estricto, pues tratándose de un vehículo nocturno en el que los viajeros deben poder dormir, resulta muy molesto e inconfortable el zumbido constante que el aire acondicionado produce. Para cumplir la normativa exigida se empleaba la colocación de sustancias absorbentes. Sin embargo, en los departamentos cuya ubicación coincidía con los conductos de conexión entre el canal de aire bajo el bastidor, donde se encuentra la unidad acondicionadora y, por consiguiente, los ventiladores, y el canal longitudinal interior, del que a

través de las inductoras se canaliza el aire, por debajo de la ventana, a cada departamento, el nivel sonoro era tan alto que resultaba practicamente imposible atenuarlo suficientemente. Posteriormente, ya trabajando en esta tesis doctoral, hicimos un análisis en frecuencia del mismo ruido, observándose que los picos más importantes del espectro se encontraban a 750 y 800 Hz, frecuencias que resultan demasiado bajas para que la absorción pasiva resultase eficaz, lo que explica el escaso éxito que se obtenía con la adición del material absorbente.

Al objeto de conocer la situación actual del problema en los vehículos ferroviarios de reciente construcción o proyecto, se ha contactado con la empresa STONE IBERICA, SA, fabricante y suministradora de la práctica totalidad de los equipos de aire acondicionado instalados en los ferrocarriles de RENFE. Ellos nos han informado que diseñan las actuales unidades acondicionadoras de modo que la velocidad de rotación de los ventiladores sea menor, es decir del orden de 1400 r.p.m., mientras que en los referidos coches camas T-2, dicha velocidad de rotación se encontraba comprendida entre 1800 y 1900 r.p.m., por lo que el ventilador producía mucho más ruido. Sin embargo, para que las velocidades de rotación sean de 1400 r.p.m. los motores de los ventiladores deben ser mayores, por lo que el empleo de motores más grandes para disminuir el ruido de dichos ventiladores encarece el precio de las unidades acondicionadoras.

El empleo de la absorción activa de ruido, siendo perfectamente eficaz a las bajas frecuencias referidas que

se producen al funcionar los ventiladores de dichos equipos, no cabe duda que puede tener un interesante futuro en este tipo de aplicaciones. El mismo Director Técnico de la empresa STONE IBERICA, S.A. manifestó ver con buenas perspectivas el presente trabajo de investigación.

****

RESUMEN

Se presenta en lo que sigue una breve descripción de los capítulos que constituyen este trabajo.

El primer capítulo, bajo el título RECOPILACION BASICA SOBRE RUIDO, contiene los conceptos generales sobre sonido y ruido, definiciones de los parámetros que intervienen en su estudio, funcionamiento del mecanismo de la audición, así como procedimientos y variables empleados en su evaluación.

Constituye un medio de dar entrada a los siguientes capítulos que, obviamente, son trabajados de forma detallada. Dado el carácter general del mismo, es evidente que su lectura puede ser omitida por las personas especializadas en sonido, pero, sin embargo, ofrece una ayuda importante para quienes no esten tan versados en el tema.

El estudio del capítulo segundo, PROPAGACION SONORA, resulta necesario, dentro del contexto de esta tesis sobre reducción de la propagación sonora en conductos empleando técnicas de absorción activa, porque deben conocerse profundamente los fenómenos de propagación, y sus ecuaciones, al objeto de poder actuar sobre ellos mediante las técnicas citadas.

Se definen los diferentes tipos de ondas sonoras, la velocidad de propagación en conductos, se formula la ecuación de onda, aplicándola a ondas planas y esféricas, se estudia la densidad de energía que interviene en la transmisión de las ondas de presión a lo largo de un conducto lleno de gas, la intensidad sonora correspondiente.

Asimismo, la acústica en un conducto de sección rectangular constituye un apartado interesante para conocer a fondo los fenómenos acústicos en los conductos que se tratan a lo largo del trabajo.

Antes de entrar en los procedimientos de absorción activa, resulta de interés llevar a cabo un amplio estudio sobre ABSORCION PASIVA, lo cual se realiza en el Capítulo tercero, ya que este tipo de absorción es la que se emplea habitualmente en la industria.

Ello permite conocer, no solo los diferentes métodos de absorción pasiva de acuerdo con las distintas aplicaciones industriales, sino las limitaciones que presentan y, por consiguiente, su campo de aplicación, quedando con ello, establecidas las circunstancias en que, por su poca eficacia, haya que buscar nuevas técnicas de absorción, como pueden ser las de absorción activa, y asimismo, prever los casos en que sea conveniente una solución mixta en la que se empleen ambas técnicas.

En este capítulo se estudian los fenómenos de transmisión, reflexión y absorción, definiendo sus respectivos coeficientes, tiempo de reverberación, diferentes tipos de amortiguación, aislamiento del sonido en conductos con los diferentes procedimientos para conseguirlo, amortiguación del sonido en conductos teniendo en cuenta el uso de sustancias absorbentes de sonido y el empleo de resonadores. Se presenta el diseño de algunos amortiguadores de absorción.

En el capítulo cuarto EVOLUCION HISTORICA Y ESTADO ACTUAL DE LA ABSORCION ACTIVA, tras una breve introducción

sobre el tema, se expone de forma resumida la evolución histórica que han experimentado las técnicas basadas en este tipo de absorción, desde sus incipientes comienzos en 1936 hasta la actualidad, para a continuación proceder a un análisis detallado de los trabajos más importantes realizados, lo que permite obtener una visión de su estado actual. Dentro de los citados análisis, los trabajos realizados se han desglosado en dos etapas. Los primeros que se estudian abarcan desde el año 1968 hasta el 1977, ya que en esta etapa surgen los trabajos de investigadores importantes con gran rigor científico en los planteamientos teóricos y experimentales. Cabe destacar entre los pioneros a M.Jessel y a M.A.Swinbanks que, con técnicas completamente diferentes, persiguen los mismos objetivos. Además de analizar en profundidad los trabajos de los antes citados investigadores, se hace lo propio con los realizados por G.A.Mangiante, G.Canévet, que emplean las bases de M.J.M.Jessel, así como J.Poole y H.G.Leventhall que utilizan las de M.A.Swinbanks.

La segunda etapa, comprendida entre 1978 y la actualidad, contiene el estudio de nuevos trabajos de H.G.Leventhall que realiza conjuntamente con Kh.Eghtesadi, incluso un muy reciente el trabajo sobre atenuadores de monopolo compacto acoplado y de tándem compacto acoplado que llevan a cabo con un tercer autor W.K.W.Hong.

Finalmente, se presenta y analiza un estudio teórico y experimental realizado por R.F.La Fontaine y C.Shepherd sobre un atenuador activo de banda ancha.

A lo largo de los diferentes apartados del capítulo

quinto MODELO PROPIO, se presenta el método desarrollado para la atenuación de la propagación sonora en conductos, objeto de esta tesis, y se llevan a cabo los cálculos que conducen a sus ecuaciones definitivas demostrando su eficacia.

La forma de conseguir que el sistema de fuentes secundarias, que son las que producirán la atenuación, emita solamente en la dirección corriente abajo y, por consiguiente, en la región corriente arriba pueda detectarse exclusivamente el sonido primario a cancelar, ha surgido de la corriente iniciada por M.A.Swinbanks, puesto que dicho procedimiento presenta gran versatilidad. El modelo que se propone, basado en la combinación adecuada de varios sistemas unidireccionales con desfases oportunos entre ellos, presenta la ventaja de poder atenuar los modos transversales que las mismas fuentes secundarias generan en el conducto, cuestión que, si bien referida por diversos autores, se encontraba pendiente de resolver y, asimismo, la de acentuar, todavía más, la unidireccionalidad con respecto a la obtenida por otros procedimientos.

Se realiza, en este capítulo, un análisis comparativo de la propagación de modos transversales en conductos de secciones cuadrada y rectangular, ya que éstos se encuentran habitualmente en instalaciones de aire acondicionado. Se estudia, asimismo, la propagación longitudinal del modo de onda plana y de modos transversales excitados por las fuentes secundarias montadas en las paredes de los conductos. Se determinan las ecuaciones que permiten definir la atenuación de los modos transversales en los mismos

conductos. Se presentan, expresándolo analíticamente, mejoras que pueden introducirse añadiendo más fuentes secundarias a cada conjunto unidireccional, o incluso, añadiendo más conjuntos unidireccionales. Finalmente, se hace un breve estudio sobre la estabilidad del sistema de regulación existente entre la detección de la onda incidente de sonido primario y la alimentación a las fuentes secundarias, así como una propuesta de optimización, del sistema.

El capítulo sexto, bajo el título DESARROLLO EXPERIMENTAL, está dedicado a los ensayos que se han llevado a cabo para confirmar la teoría expuesta en el anterior capítulo. Se describen los equipos constituyentes de la fuente primaria, los que componen el sistema de atenuación y la instrumentación empleada para las mediciones y análisis.

Asimismo, se describe la instalación del sistema de atenuación, desglosando sus diversas partes y detallando el funcionamiento de cada una de ellas, así como las funciones que se consiguen a medida que se van combinando, con la intervención de los filtros y los desfasadores oportunos.

Se exponen, también, las operaciones que deben realizarse en la instalación para que, cuando se ponga en marcha, se produzca la atenuación deseada del ruido primario. Para ello, se hace un análisis del comportamiento intrínseco del sistema atenuador y su puesta a punto, así como, un análisis del comportamiento del sistema atenuador frente al ruido primario.

Finalmente, se muestran una serie de ensayos realizados con la citada instalación, que corroboran la teoría

desarrollada.

En los apartados donde se muestran los diferentes ensayos realizados, con los resultados obtenidos, se pueden ir observando las características que ofrece el sistema de absorción activa propuesto en este trabajo.

CONCLUSIONES es el título del séptimo capítulo, en el cual, a la vista de la teoría desarrollada y de los ensayos llevados a cabo, se extraen las propiedades, características y ventajas del modelo propuesto para la reducción de la propagación sonora en conductos.

A continuación, en BIBLIOGRAFIA, se relacionan las referencias bibliográficas empleadas como fuente de documentación útil en la realización del trabajo.

Finalmente, se presenta un ANEXO que contiene los gráficos de los espectros obtenidos durante los ensayos, realizados en la fase correspondiente al Desarrollo Experimental.

****

AGRADECIMIENTOS.

El Profesor Dr. Lorenzo Alvarez Martínez y el Profesor Dr. Ramón Capdevila Pagés, catedráticos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Terrassa, me expusieron las posibilidades de la absorción activa, en la reducción de la propagación sonora, de tal modo que hicieron reavivar mis inquietudes de experiencias industriales anteriores, en las que resultaba muy difícil, y algunas veces imposible, empleando los medios convencionales, es decir los procedimientos de absorción pasiva, como el uso de sustancias absorbentes, obtener resultados suficientemente satisfactorios.

Deseo expresar mi agradecimiento al Profesor Lorenzo Alvarez Martínez por su dedicación, interés y consejos que me ha ofrecido mediante su dirección de esta tesis.

Agradezco al Profesor Ramón Capdevila Pagés su constante participación y el estímulo que me ha prestado, en el desarrollo de este trabajo.

Quiero agradecer a Robert Piqué López y Félix Gutiérrez Escrivà, profesores de Electrónica de l´Escola Universitària d´Enginyeria Tècnica Industrial de Barcelona, la colaboración que me han dispensado al diseñar y construir los desfasadores electrónicos imprescindibles para el desarrollo del modelo experimental, así como su disposición, en todo momento, a las consultas que sobre Electrónica les he ido formulando.

Agradezco a mi compañero de cátedra, Esteve Comas Céspedes su permanente predisposición en ayudarme. Sus

conocimientos de fotografía han facilitado esta labor.

Expreso mi reconocimiento al Sr. Fernando Bolaños Balari, de la empresa BrÜel-Kjaer Ibérica S.A., por habernos facilitado publicaciones e informaciones relacionadas con el tema.

Las instalaciones, para llevar a cabo la fase experimental de la tesis, han sido realizadas en el Laboratorio de Cinemática y Dinámica de Máquinas de mi cátedra en l'Escola Universitària d'Enginyeria Tècnica Industrial de Barcelona, por lo que agradezco a la Dirección del Centro su apoyo.

****

SIMBOLOS MAS UTILIZADOS.

A	Absorción total, área de sección, amplitud.
$A_{recinto}$	Absorción del recinto.
a	Aceleración de desplazamiento de una masa elemental de fluido.
c	Velocidad de propagación del sonido.
D	Densidad de energía total.
D_c	Densidad de energía cinética.
D_p	Densidad de energía potencial.
D_{ef}	Densidad efectiva de energía.
$\underline{D}$	Densidad de energía eficaz promedida a todo el espacio limitado por un conducto.
d	Diferencial d, distancia entre anillos de fuentes secundarias.
d/dt	Derivada total respecto al tiempo.
d/dx_1	Derivada respecto a la dirección x_1.
div	Divergencia.
E	Energía.
f	Frecuencia.
f_n	Frecuencia natural.
f_r	Frecuencia de reflexión.
f_t	Frecuencia de transmisión.
grad	Gradiente.
$H(s)$, $H_1(s)$	Transmitancia.
h	Distancia entre anillos de fuentes secundarias.
I	Intensidad sonora.
I_{ef}	Intensidad sonora efectiva.
i	Unidad imaginaria.

k	Coeficiente de compresibilidad, constante(w/c).
L	Nivel de presión sonora relativo (dB), longitud, transformada de Laplace.
l	Longitud de un conducto o de columna de gas, distancia entre micrófono detector de sonido primario y primer anillo de fuentes.
M	Número de Mach.
m	Distancia entre anillos de fuentes secundarias.
$\underline{m}$	Función transformada de Fourier.
N.P.S.	Nivel de presión sonora.
n	Número natural.
P	Tensión acústica.
p	Presión instantánea, presión sonora.
p´	Presión sonora.
p_o	Presión inicial, presión sonora a una altura z_o del conducto.
p_o´	Presión sonora a una altura z_o del conducto.
p_1,p_1´	Presión sonora.
p_{ef}	Valor eficaz de la presión.
$\underline{p}$,$\underline{q}$	Funciones transformadas de Fourier.
R	Indice de aislamiento expresado en forma logarítmica.
r	Coordenada esférica (radio esfera pulsante).
T	Período, transmitancia.
T_{sabine}	Tiempo de reverberación de Sabine.
t	Tiempo
u	Velocidad de desplazamiento de una masa elemental de fluido.
V	Volumen.

$W(s), W_1(s)$ Transmitancias.

x, y, z Ejes de coordenadas.

Z, Z_1 Impedancias.

α Coeficiente de atenuación según Poole y Leventhall.

α_r Coeficiente de reflexión.

α_t Coeficiente de transmisión.

α_{ab} Coeficiente de absorción.

β Factor de compresibilidad cúbica.

Γ Longitud de onda.

δ Masa por unidad de longitud, función delta.

$\delta/\delta t$ Derivada parcial respecto al tiempo.

$\delta/\delta x_1$ Derivada parcial respecto x_1.

$\delta^2/\delta t^2$ Derivada parcial segunda respecto al tiempo.

$\delta^2/\delta x_1^2$ Derivada parcial segunda respecto a x_1.

θ Coordenada esférica, desfase angular.

ϕ Coordenada esférica, desfase angular.

$\delta/\delta r$, $\delta/\delta\theta$, $\delta/\delta\phi$ Derivadas parciales respecto a coordenadas esféricas.

$\delta^2/\delta r^2$ Derivada parcial segunda respecto a coordenada esférica r.

Σ Signo sumatorio.

σ Densidad instantánea del medio, densidad acústica.

σ_o Densidad inicial del medio.

μ Constante adiabática de los gases.

w Frecuencia angular.

w_n Frecuencia natural angular.

w_{cy} Frecuencia angular de corte del conducto

en la dirección y.

w_{cz} Frecuencia angular de corte del conducto en la dirección z.

Ω Relación de amplitudes de emisión del sistema de fuentes secundarias, según el número de anillos de altavoces, a la de un solo anillo.

τ_i, τ_i' Retardos.

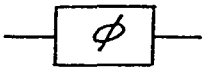
∇ Operador nabla.

$\triangle$ Operador laplaciana.

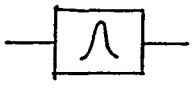
$\triangle L$ Coeficiente de atenuación de un absorbedor activo.

$\sqrt{[\ ]}$ Raiz cuadrada de lo contenido en el corchete.

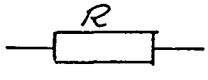
Amplificador.



Desfasador.



Filtro.



Resistencia.

Altavoz.

Generador de funciones senoidales.

****

INDICE

- PROLOGO. 5
- RESUMEN. 9
- AGRADECIMIENTOS. 15
- SIMBOLOS MAS UTILIZADOS. 17

-CAPITULO 1. RECOPILACION BASICA SOBRE RUIDO.

1.1. Sonido. 35
1.2. Composición del mecanismo de la audición. ... 36
1.3. Funcionamiento del mecanismo de la audición... 37
1.4. Presión sonora. 41
1.5. Tono. 41
1.6. Timbre. 41
1.7. Sonido y ruido. 41
1.8. Evaluación del nivel de sonido o de ruido. ... 43
1.8.1. Presión sonora. 43
1.8.2. Intensidad subjetiva. 44
1.8.3. Intensidad objetiva. 47
1.8.4. Sonoridad. 49

-CAPITULO 2. PROPAGACION SONORA.

2.1. Ondas sonoras. 55
2.2. Ondas longitudinales. 56
2.3. Velocidad de propagación en un gas contenido en un conducto de sección constante. 59
2.4. Ecuación de onda. 64

2.5. Onda plana. 74

2.6. Densidad de energía. 89

2.7. Intensidad sonora. 94

2.8. Onda esférica. 97

2.9. Densidad de energía en el caso de ondas esféricas. 104

2.10. Intensidad sonora en el caso de ondas esféricas. 107

2.11. Acústica en un conducto de sección rectangular. 109

-CAPITULO 3. ABSORCION PASIVA.

3.1. Transmisión. 133

3.1.1. Introducción. 133

3.2. Transmisión y reflexión en superficies límite. 134

3.2.1. Incidencia normal. 134

3.2.2. Coeficientes de transmisión y de reflexión. 139

3.2.3. Incidencia oblícua. 140

3.2.4. Transmisión y reflexión a través de tres capas. 147

3.2.5. Transmisión a través de una pared. 153

3.3. Absorción. 157

3.3.1. Reflexión de ondas planas con incidencia normal. 157

3.3.2. Reflexión de ondas planas con incidencia oblícua. 159

3.3.3. Coeficiente de absorción. 161
3.3.4. Absorción de un recinto o conducto de sección rectangular. 162
3.3.5. Tiempo de reverberación. 169
3.4. Amortiguación. 172
3.4.1. Amortiguamiento de propagación. 172
3.4.2. Amortiguación "clásica". 172
3.4.3. Amortiguación molecular. 173
3.5. Aislamiento del sonido en conductos. 177
3.5.1. Reflexión por aumento de sección. 177
3.5.2. Atenuador de reflexión por ensanchamiento. 182
3.5.3. Atenuador de interferencia. 186
3.5.4. Atenuador de resonancia. 187
3.5.5. Atenuador de tobera Venturi. 192
3.5.6. Observaciones sobre los atenuadores de reflexión. 195
3.6. Amortiguación del sonido en conductos. 197
3.6.1. Sustancias absorbentes de sonido. 197
3.6.2. Resonadores de placas. 202
3.6.3. Resonador de Helmoltz como amortiguador de sonido. 207
3.6.4. Observadores sobre los resonadores.. 210
3.6.5. Disposiciones para producir la absorción del sonido en conductos. 212
3.6.6. Cálculo de la amortiguación en un conducto con revestimiento absorbente. 216
3.6.7. Diseño de los amortiguadores de absorción. 222

3.6.8. Observaciones sobre los amortiguadores de absorción. 224

-CAPITULO 4. EVOLUCION HISTORICA Y ESTADO ACTUAL DE LA ABSORCION ACTIVA.

4.1. Introducción. 229

4.2. Evolución histórica. 231

4.3. Estado actual de la absorción activa. 243

4.3.1. Hasta el año 1977. 243

4.3.1.1. Criterio de Jessel sobre los absorsores activos de sonido en conductos de aire. [11], [12] 243

4.3.1.2. Investigaciones realizadas por Swinbanks sobre el control activo de la propagación sonora en conductos largos. [17] 261

4.3.1.3. Trabajos realizados conjuntamente por Mangiante y Canevet. [5], [6] y [7] 329

4.3.1.4. Estudio experimental realizado por Poole y Leventhall, aplicando el método de Swinbanks. [9] 370

4.3.1.5. Análisis experimental realizado por Canévet en dipolos y tripolos. Su aplicación a la absorción activa del sonido en un canal de acondicionamiento de aire. [10] 398

4.3.2. Desde 1978. 422

4.3.2.1. Trabajos teóricos y experimentales, llevados a cabo por Eghtesadi y Leventhall, sobre el dipolo de Chelsea. [13], [14] 422

4.3.2.2. Análisis de los estudios realizados por Leventhall y Eghtesadi, sobre los atenuadores activos de n fuentes, para absorción del ruido en conductos. [15] 440

4.3.2.3. Aspectos teóricos y experimentales de los atenuadores de monopolo compacto acoplado (TCM) y de tándem compacto acoplado (TCT), para la absorción en conductos. [16] 463

4.3.2.4. Estudio teórico y experimental, realizado por La Fontaine y Shepherd, de un atenuador activo de banda ancha, para la cancelación del ruido aleatorio en conductos. [18] 499

-CAPITULO 5. MODELO PROPIO.

5.1. Objetivos. 523

5.2. Elección del método básico empleado. 524

5.3. Descripción del modelo propuesto. 525

5.4. Análisis comparativo de la propagación de modos tranversales en conductos de sección rectangular y cuadrada. Frecuencia del primer modo transversal excitado por fuentes

secundarias, montadas en las paredes de lados más cortos de un conducto de sección rectangular, en el caso de que no haya corriente de aire. 527

5.5. Propagación longitudinal del modo de onda plana y de modos tranversales, excitados por fuentes secundarias montadas en las paredes de lados más cortos de un conducto de sección rectangular, en el caso de presencia de corriente de aire. 536

5.6. Propagación transversal, en la dirección definida por el lado mayor de la sección rectangular del conducto, de modos transversales excitados por fuentes secundarias montadas en las paredes de lados mas cortos. 551

5.7. Atenuación de modos transversales en un conducto de sección rectangular. 563

5.8. Mejora de la variación de amplitud de emisión, en la dirección corriente abajo, del sistema de fuentes secundarias, en función de la frecuencia. Aumento del rango útil de frecuencias. 583

5.9. Propagación longitudinal del modo de onda plana en un conducto de sección cuadrada, en presencia de corriente de aire. 588

5.10. Propagación transversal de modos transversales excitados por fuentes secundarias, en un conducto de sección cuadrada. 592

5.11. Atenuación de modos transversales en un con-

ducto de sección cuadrada. 598

5.12. Atenuación de modos transversales en un conducto de sección rectangular, utilizando dos conjuntos de tres anillos de fuentes, cada uno. 612

5.13. Atenuación longitudinal del sonido incidente.631

5.14. Sistema de regulación entre detección de la onda incidente y alimentación a fuentes secundarias. 634

5.14.1. Determinación de la transmitancia. 634

5.14.2. Estudio de la estabilidad del sistema. .643

5.15. Optimización del sistema de regulación. 648

5.16. Sistema de regulación entre detección de la onda incidente y alimentación a fuentes secundarias, en el caso de un atenuador compuesto por dos conjuntos de tres anillos de fuentes. 653

5.17. Atenuación, en conductos, de sonidos compuestos por dos o más frecuencias y de ruidos de banda ancha. 668

-CAPITULO 6. DESARROLLO EXPERIMENTAL.

6.1. Descripción de los equipos. 673

6.1.1. Equipos constituyentes de la fuente primaria. 673

6.1.2. Equipos componentes del sistema de atenuación. 676

6.1.3. Equipos de medición y análisis. 679

6.2. Descripción de la instalación. 681

6.2.1. Instalación del sistema de atenuación en un conducto de sección cuadrada. 682

6.2.2. Instalación del sistema de atenuación en un conducto de sección rectangular. ..689

6.3. Análisis del comportamiento del sistema atenuador. 694

6.3.1. Análisis del comportamiento intrínseco del sistema atenuador. Puesta a punto. 694

6.3.2. Análisis del comportamiento del sistema atenuador frente al ruido primario. ..700

6.4. Ensayo de comprobación del comportamiento intrínseco del sistema atenuador en un conducto de sección cuadrada y a una frecuencia de 1750 Hz. 704

6.5. Ensayo de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo en un conducto de sección cuadrada y a una frecuencia de 1750 Hz. 708

6.6. Ensayo de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo, frente a un sonido primario de 750 Hz, en un conducto de sección cuadrada. 713

6.6.1. Comportamiento intrínseco del sistema atenuador. Puesta a punto. 713

6.6.2. Comportamiento del sistema atenuador frente al sonido primario. 716

6.7. Ensayo de comprobación del comportamiento del

sistema atenuador completo, frente a un sonido primario de 2212,5 Hz, en un conducto de sección cuadrada. 717

6.7.1. Comportamiento intrínseco del sistema atenuador. Puesta a punto. 717

6.7.2. Comportamiento del sistema atenuador frente al sonido primario. 720

6.8. Ensayo de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo, frente a un sonido primario compuesto por dos frecuencias de 837,5 Hz y 2512,5 Hz, en un conducto de sección cuadrada. 722

6.8.1. Comportamiento intrínseco del sistema atenuador. Puesta a punto. 722

6.8.2. Comportamiento del sistema atenuador frente al sonido primario. 726

6.9. Ensayo de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo, frente a un sonido primario de 750 Hz, en un conducto de sección rectangular. 728

6.9.1. Comportamiento intrínseco del sistema atenuador. Puesta a punto. 728

6.9.2. Comportamiento del sistema atenuador frente al sonido primario. 731

6.10. Ensayo de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo, frente a un sonido de 820 Hz, en un conducto de sección rectangular. 732

6.10.1. Comportamiento intrínseco del sistema

atenuador. Puesta a punto. 732
6.10.2. Comportamiento del sistema atenuador frente al sonido primario. 735
6.11. Ensayo de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo, frente a un sonido de 1305 Hz, en un conducto de seccion rectangular. 737
6.11.1. Comportamiento intrínseco del sistema atenuador. Puesta a punto. 737
6.11.2. Comportamiento del sistema atenuador frente al sonido primario. 740
6.12. Ensayo de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo, frente a un sonido de 845 Hz, en un conducto de sección rectangular. 742
6.12.1. Comportamiento intrínseco del sistema atenuador. Puesta a punto. 742
6.12.2. Comportamiento del sistema atenuador frente al sonido primario. 745
6.13. Puesta a punto del sistema atenuador en estado de funcionamiento y proceso de atenuación. 746
6.14. Puesta a punto en estado de funcionamiento y proceso de atenuación del sistema, frente a un sonido primario de 482,5 Hz, en un conducto de sección rectangular. 750
6.14.1. Puesta a punto del sistema atenuador. ..750
6.14.2. Proceso de atenuación del sonido primario. 752

6.15. Puesta a punto en estado de funcionamiento y proceso de atenuación del sistema, frente a un sonido primario de 645 Hz, en un conducto de sección rectangular. 753

6.15.1. Puesta a punto del sistema atenuador. ..753

6.15.2. Proceso de atenuación del sonido primario. 755

6.16. Puesta a punto del sistema en estado de funcionamiento y proceso de atenuación, frente al ruido primario producido por un ventilador, en un conducto de sección rectangular. 756

6.16.1. Puesta a punto del sistema atenuador. ..756

6.16.2. Proceso de atenuación del ruido primario. 757

- CAPITULO 7. CONCLUSIONES. 761

- BIBLIOGRAFIA. 765

- ANEXOS : GRAFICOS.

  - Espectros obtenidos en los ensayos de comprobación del comportamiento del sistema atenuador completo, frente a sonidos de las siguientes frecuencias, en los conductos cuyo tipo de sección se indica :

    * Frecuencia de 750 Hz y conducto de sección cuadrada. (apartado 6.6.) 787

    * Frecuencia de 2212,5 Hz y conducto de sección cuadrada. (apart. 6.7.) 807

* Frecuencias de 837,5 Hz y 2512,5 Hz, simultaneamente, y conducto de sección cuadrada (apart. 6.8.) 827

* Frecuencia de 750 Hz y conducto de sección rectangular. (apart. 6.9.) 839

* Frecuencia de 820 Hz y conducto de sección rectangular. (apart. 6.10.) 859

* Frecuencia de 1305 Hz y conducto de sección rectangular. (apart. 6.11.) 883

* Frecuencia de 845 Hz y conducto de sección rectangular. (apart. 6.12.) 905

* Frecuencia de 482,5 Hz y conducto de sección rectangular. (apart. 6.14.) 923

* Frecuencia de 645 Hz y conducto de sección rectangular. (apart. 6.15.) 931

- Espectros obtenidos en el ensayo del sistema de atenuación, frente al ruido producido por un ventilador, en un conducto de sección rectangular. (apart. 6.16.) 939

****

C A P I T U L O 1

RECOPILACION BASICA SOBRE RUIDO

1. RECOPILACION BASICA SOBRE RUIDO.

1.1. SONIDO.[1]

El sonido es originado por un sistema en vibración que, por consiguiente, lo emite. Es transmitido por medio de sobrepresiones y depresiones en el aire, que se propagan, dando lugar a una onda elástica o de presión.

La recepción del sonido se produce por las vibraciones en el tímpano, provocadas por la energía transportada por la onda de presión, y que, a través del oido medio, pasa al oido interno desde donde se transmite al cerebro.

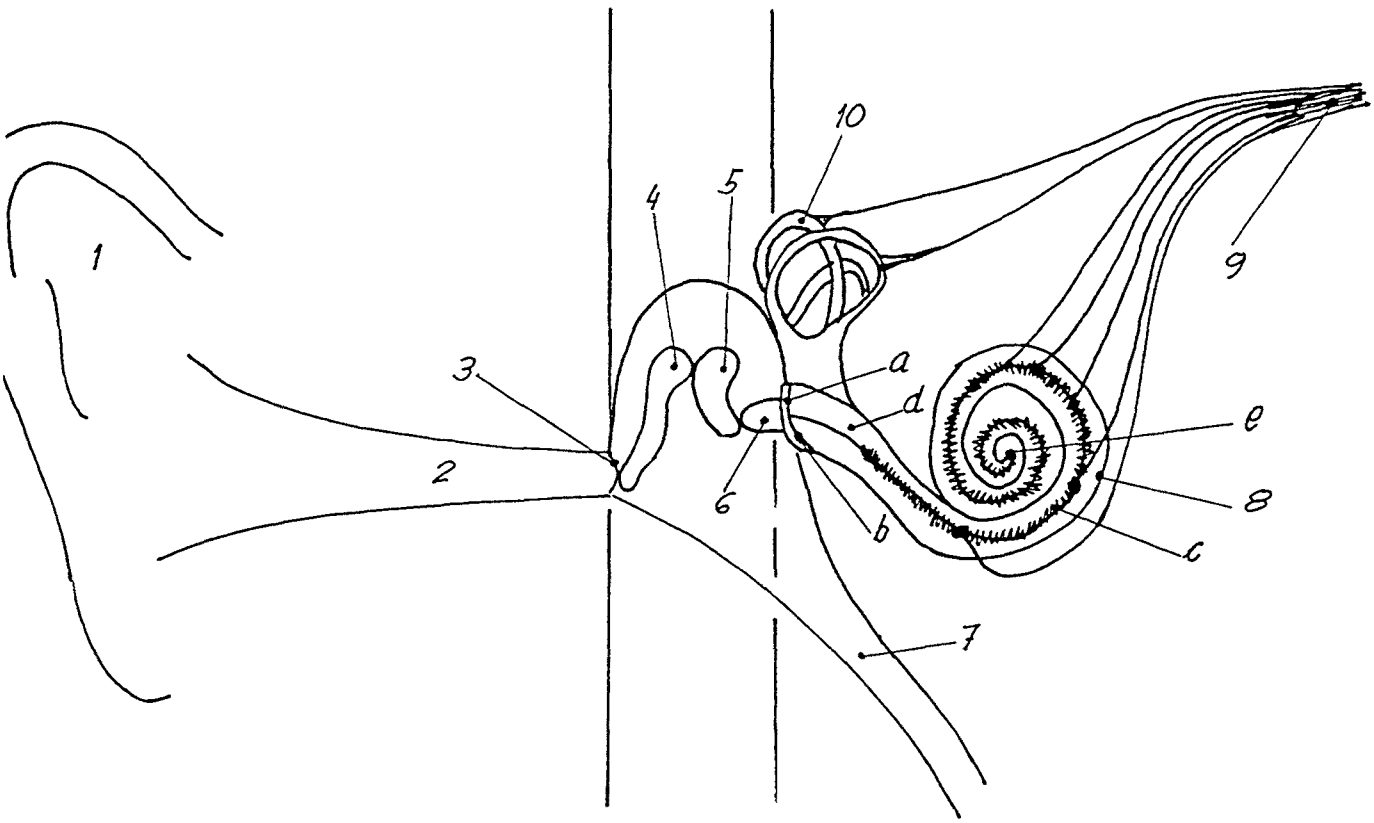
Las frecuencias de vibración audibles por el oido humano están comprendidas entre 20 Hz y 20000 Hz.

El oido tiene tan alta sensibilidad que aprecia variaciones de presión de $2x10^{-10}$ atmósferas.

****

1.2. COMPOSICION DEL MECANISMO DE LA AUDICION.[1].[2]

En la figura 1.1 se indican las partes fundamentales de que se compone el oido.



1.Concha auditiva
2.Conducto auditivo
3.Membrana del tímpano
4.Martillo
5.Yunque
6.Estribo
7.Trompa de Eustaquio
a.Ventana oval
b.Ventana redonda
8.Caracol
c.Membrana basal
d.Rampa vesticular
e.Helicotrema (cloquea)
f.Rampa timpánica
9.Nervio auditivo
10.Organo de corti

Figura 1.1. Componentes fundamentales del oido.

****

1.3. FUNCIONAMIENTO DEL MECANISMO DE LA AUDICION.

Las variaciones de presión del aire, comprendidas entre 20 Hz y 20000 Hz, procedentes de un emisor de sonido, penetran por la concha auditiva y, a través del conducto auditivo, alcanzan la delgada membrana del tímpano, que se deforma elasticamente de forma oscilatoria de acuerdo con la frecuencia y la magnitud de las referidas variaciones de presión.[1]

Como estas variaciones de presión del aire son muy pequeñas comparadas con la presión atmosférica, la membrana del tímpano, solamente, podrá presentar las deformaciones elásticas oscilatorias cuando las presiones elásticas, a ambos lados de esta membrana, sean iguales, es decir, cuando la presión estática del aire en el conducto auditivo, y en el oido medio sean la misma.[2]

Asimismo, el oido medio no puede estar constantemente en comunicación con el exterior, ya que, si ello fuera así, las variaciones de presión del aire llegaran por ambos lados del tímpano y no lo pondrían en vibración. Esta circunstancia queda, sin embargo, resuelta por la comunicación que se establece entre el oido medio y la cavidad nasofaríngia, a través de las trompas de Eustaquio, que sólo permanecen abiertas en determinados momentos, como, por ejemplo, al tragar. De este modo, se va igualando la presión estática del oido medio con la exterior. Este mecanismo de igualación de presiones es, sólo, efectivo estáticamente, pues no es capaz de seguir las rápidas variaciones de presión que constituyen el sonido.

De acuerdo con todos los procesos descritos hasta este momento, la membrana del tímpano se encuentra en estado de vibración con la magnitud y frecuencia determinadas por las variaciones de presión del aire, provocadas por el emisor del sonido.

Los tres huesecillos, denominados martillo, yunque y estribo, que constituyen el oido medio, forman una cadena cinemática que transmite la energía de vibración de la membrana del tímpano a la ventana oval del oido interno. El martillo se encuentra unido por el extremo de su "mango" al centro de la membrana del tímpano y por su cabeza se une, por medio de un par superior al yunque al que empuja. Este se une, por el otro extremo y también por medio de un par superior, al estribo, que se encuentra, ya, en comunicación con el oido interno.

El mecanismo al que da lugar la cadena cinemática formada por estos tres huesos, tiene una relación de transmisión tal que el movimiento del estribo es menor que el del extremo del "mango" del martillo, es decir, que el del centro de la membrana del tímpano y, por consiguiente, la fuerza que realiza el estribo es superior, así como, también lo es, la presión que se origina en la ventana oval por el empuje, sobre ella, del estribo. La magnitud de las variaciones de presión que llegan a la ventana oval es de unas sesenta veces superior a la de las correspondientes en el tímpano. Ello es necesario porque para la producción de sonidos en los líquidos, medio empleado en el mecanismo de la audición del oido interno, se necesitan presiones mayores y amplitudes menores que en los gases.[1],[2]

La base fundamental del proceso de audición en el oido interno la constituye la membrana basal, que divide longitudinalmente el caracol en dos zonas, la rampa vesicular y la rampa timpánica, que se encuentra en comunicación, por el extremo opuesto a la ventana oval, a través del helicotrema.[2]

Estas zonas están llenas de líquido linfático, el cual envuelve totalmente a la membrana basal.

La membrana basal está constituida por fibras orientadas transversalmente al eje del caracol, como se observa en la sección recta del mismo.

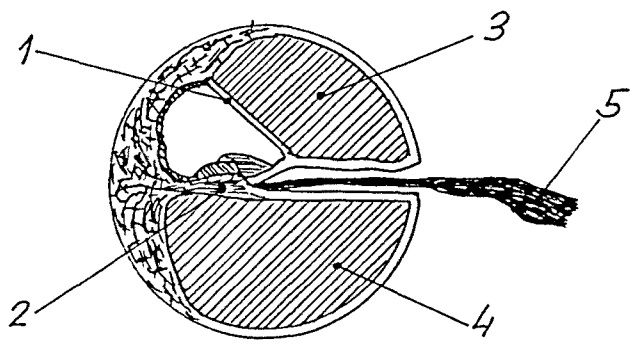


Figura 1.2. Corte transversal del oido interno.

Las fibras, que constituyen la membrana basal, tienen diferente longitud, de forma que las más cortas se encuentran cerca de la ventana oval y las más largas cerca del helicotrema. Por tanto, tienen frecuencias propias de vibración diferentes.

Las variaciones de presión, y por tanto, el sonido, que

procedentes del oido externo y transmitidas por el oido medio, alcanzan la ventana oval, comunican, a su través, variaciones de presión en el líquido linfático que se encuentra en contacto directo con la membrana basal. Las fibras, de dicha membrana, cuyas frecuencias propias de vibración coinciden con las frecuencias de las variaciones de presión del líquido linfático, entran en resonancia.

Estas, a través de las células nerviosas correspondientes, transmiten al cerebro la información, tanto de la intensidad como del tono (frecuencia), del sonido o sonidos recibidos.

****

1.4. PRESION SONORA.

Se define como la diferencia entre la presión máxima o la mínima de la onda sonora y su presión media.[2]

****

1.5. TONO.

Es una frecuencia pura de la presión sonora.[2]

****

1.6. TIMBRE.

En la composición de una frecuencia fundamental (tono) y de frecuencias múltiples de ella. Es lo que caracteriza un instrumento musical.[2]

****

1.7. SONIDO Y RUIDO.

Una vez descrito el mecanismo de la audición, pueden precisarse los conceptos de sonido y de ruido.
Se entiende por sonido la señal acústica compuesta por uno o

varios tonos, es decir la presión sonora determinada por una o varias frecuencias de variación de presión. Por consiguiente, el espectro de un sonido presenta uno o varios picos claramente definidos.

Las señales acústicas que no presentan ningún tono definido, o claramente definido, se denominan ruidos. Su espectro es de tipo continuo, pues, en él, se encuentran representadas gran cantidad de frecuencias. Se trata, por tanto, de señales acústicas aleatorias y no periódicas.

Los fenómenos acústicos, que aparecen en la práctica, generalmente, presentan, de forma simultánea, sonidos y ruidos, de manera que su espectro contiene picos que determinan tonos concretos del sonido y, además, un fondo continuo característico del ruido.[1],[2]

****

1.8. EVALUACION DEL NIVEL DE SONIDO O DE RUIDO.

1.8.1. PRESION SONORA.

En lugar de medir la presión sonora en unidades absolutas de presión, se ha generalizado medirla como un coeficiente referido al umbral auditivo a 1000 Hz. Entendiéndose por umbral auditivo el valor mínimo de la presión sonora para el cual se hace audible un sonido de una frecuencia determinada.

El umbral auditivo, a la frecuencia de 1000 Hz, se ha establecido, por acuerdo internacional, en $p_o = 2x10^{-4}$ microbar.[2]

Con ello, el nivel sonoro viene dado por

$$L = 20 \log \frac{p}{p_o}$$

donde p es la presión sonora absoluta.

El nivel sonoro L se expresa en decibelios (dB), que no es una unidad en sentido estricto puesto que no tiene dimensiones, sino que se obtiene multiplicando por 20 el logaritmo de la relación de amplitudes.

La presión sonora más baja que puede detectar el oido humano es aproximadamente de $2x10^{-4}$ microbar a la frecuencia de 1000 Hz (umbral auditivo) y la más alta que es capaz de soportar se encuentra alrededor de 200 microbar, que se denomina "umbral doloroso".

Este es, pues, un millón de veces superior que el umbral auditivo. Este amplio campo de la audición humana obligaría,

si se emplearan unidades absolutas de presión, a trabajar con números poco manejables, mientras que empleando el decibelio el umbral auditivo se situa en cero dB y el doloroso en 120 dB.

$$L_{auditivo} = 20 \log \frac{2x10^{-4}}{2x10^{-4}} = 0 \text{ dB}$$

$$L_{doloroso} = 20 \log \frac{200}{2x10^{-4}} = 120 \text{ dB}$$

Además esta escala ofrece la ventaja de que la sensibilidad sonora humana es aproximadamente proporcional al logaritmo de la presión sonora.

****

1.8.2. INTENSIDAD SUBJETIVA.

La presión sonora y, por consiguiente el nivel sonoro pueden ser medidos objetivamente. Sin embargo, la misma presión sonora, pero a diferentes frecuencias, produce diferentes sensaciones de la magnitud del sonido o ruido. Como las sensaciones no son medibles objetivamente, a esta magnitud sonora se la denomina intensidad subjetiva.

La escala de intensidades subjetivas, tiene por unidad el fonio, y se define del siguiente modo :

"El valor numérico de la intensidad subjetiva de un sonido o ruido cualquiera en fonios, es igual al valor numérico, en dB, del nivel sonoro medido objetivamente de un

sonido de 1000 Hz, que se haya percibido con la misma intensidad subjetiva".

El procedimiento de medición de la intensidad subjetiva consiste, siempre, en la comparación de la sensación de la magnitud de un sonido o ruido cualquiera con la de un sonido de 1000 Hz de magnitud regulable.

Utilizando este método de comparación, Fletcher y Munson construyeron las curvas de la misma intensidad que se reproducen a continuación.[2],[3],[24]

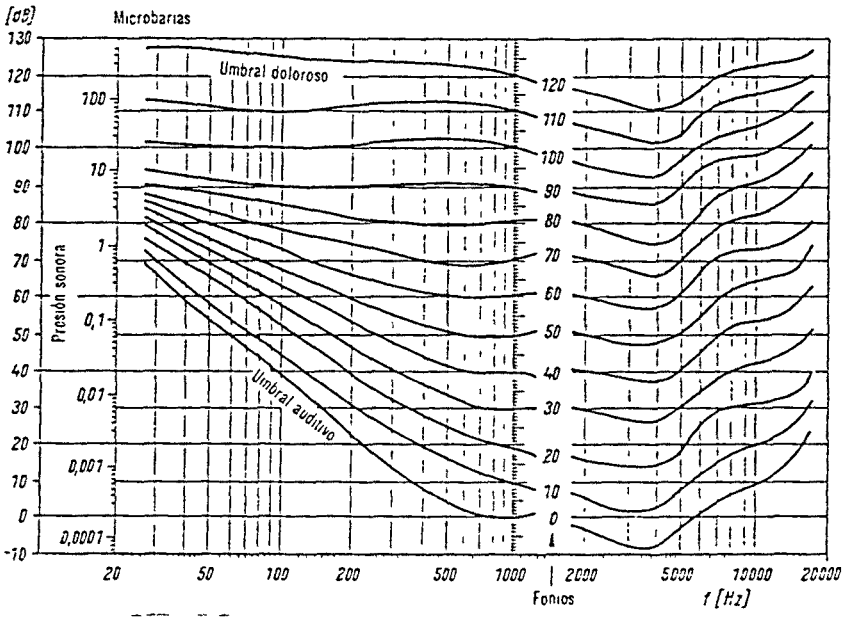


Figura 1.3. Curvas de la misma intensidad
Fletcher y Munson.[2],[3],[24]

Puede observarse en las curvas de la misma intensidad que, los ruidos que presentan, generalmente, frecuencias bajas, ofrecen una intensidad subjetiva en fonios menor que el nivel sonoro en decibelios, y que este fenómeno se produce especialmente para pequeñas magnitudes del ruido,

pues mientas en el umbral auditivo la curva de igual intensidad crece rapidamente al disminuir la frecuencia, resulta que en el umbral doloroso la curva correspondiente es casi horizontal.

****

1.8.3. INTENSIDAD OBJETIVA.

El método comparativo para la medición de intensidades subjetivas, establecido por la escala de fonios, es muy difícil de realizar sobre todo cuando se aplica a ruidos de pequeña duración, o cuando éstos son fuertemente oscilantes, además de estar basado en sensaciones que siempre son diferentes de un sujeto a otro.

Para evitar estos problemas se han diseñado instrumentos que, por medio de filtros electrónicos, dan una intensidad de acuerdo con la sensibilidad del oido humano a las diferentes frecuencias. Dado que dicha sensibilidad se obtiene por procedimientos electrónicos, y no por comparación de sensaciones, a los instrumentos empleados se les llama medidores de intensidad objetivos y a la magnitud del sonido podría denominársele intensidad objetiva.

En las curvas de igual intensidad de Fletcher y Munson, se ha observado que dichas curvas presentan, para niveles sonoros bajos, grandes pendientes, las cuales van disminuyendo progresivamente hasta quedar casi horizontales para niveles sonoros altos.[2],[3],[24]

A partir de dichas curvas de igual intensidad, y al objeto de obtener filtros electrónicos practicamente construibles, se han establecido tres curvas simplificadas reconocidas internacionalmente, que se las designa por A, B y C.

La curva de ponderación A se obtiene por mediación de un filtro electrónico cuya respuesta de frecuencia sigue, aproximadamente, la curva de igual intensidad subjetiva de

Fletcher y Munson de 40 fonios. Esta curva, que expresa los dB (A), es de aplicación para los casos de niveles sonoros bajos. Del mismo modo, queda definida la curva de ponderación B, por medio de un filtro cuya respuesta de frecuencia sigue, aproximadamente, la curva de igual intensidad subjetiva de 70 fonios y la C siguiendo la de 100 fonios.[3]

Recientemente se han añadido, a las anteriores, tres curvas de ponderación más, D, E y SI, para su aplicación en áreas específicas.

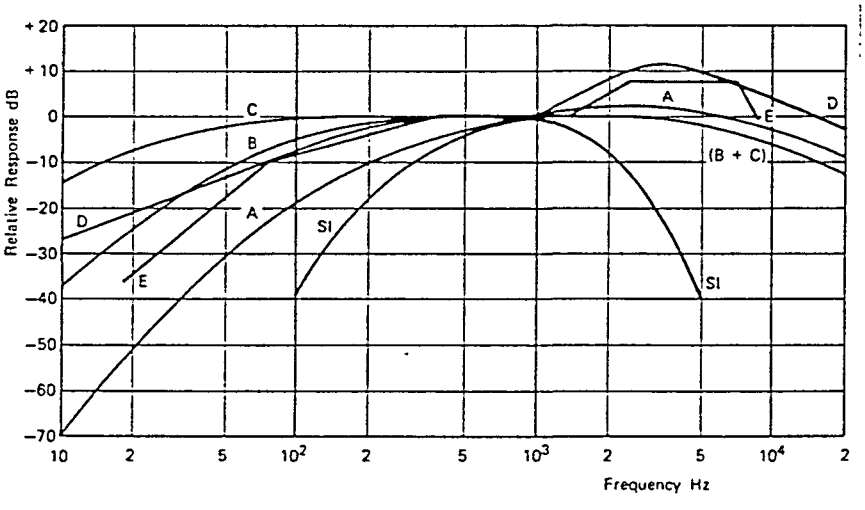


Figura 1.4. Curvas de ponderación para la determinación de la intensidad objetiva.[3]

En los sonómetros se elige el sistema de ponderación, por medio de un mando que lo sitúa en escala A, B, C o lineal. De modo que estando en escala lineal los decibelios indican exactamente el nivel sonoro propiamente dicho ($L=20\log[p/p_o]$), mientras que en la escala A la lectura se da en dB (A) que son, en realidad, los fonios correspondientes a niveles sonoros bajos. Las escalas B y C, dan lugar a los dB

(B) y dB (C), que se trata, también, de fonios correspondientes a niveles sonoros medios y altos, respectivamente.

****

1.8.4. SONORIDAD.

La sensibilidad del oido humano disminuye para la detección simultánea de sonidos que tienen frecuencias muy parecidas.

Ello se debe a que la excitación producida por un tono hace vibrar, no sólo una fibra sino, una zona de la membrana basal y, por consiguiente, la percepción de otro tono, muy próximo al primero, no se producirá hasta que la excitación, que éste produce en esta zona de la membrana basal, alcance el mismo orden de magnitud que el primero. Este fenómeno se denomina efecto de enmascaramiento.

Dos sonidos que tengan la misma frecuencia, o dos ruidos que presenten el mismo espectro y que tengan el mismo nivel sonoro, dan juntos un nivel sonoro de, solamente, unos tres decibelios más alto, lo que en la escala de intensidad objetiva correspondería a tres fonios si la frecuencia fuera de 1000 Hz. y que, para cualquier frecuencia, puede medirse mediante el sonómetro (medidor de intensidad objetivo), ya que ambos sonidos, o ruidos, son de la misma naturaleza.[2]

Dos sonidos o dos ruidos, igualmente altos, cuyas frecuencias sean muy diferentes o cuyos espectros sean

completamente distintos, respectivamente, y que, por consiguiente, no se enmascaren, dan una duplicación en la sensación de intensidad. Esta intensidad subjetiva se denomina sonoridad y da lugar a la escala de sonoridad cuya unidad es el sonio.

Para enlazar la escala de sonoridad con la escala fónica, se fijó, arbitrariamente, que 1 sonio equivalga a 40 fonios.

En la figura 1.5 se muestran las curvas de sonoridad empleadas corrientemente. De ellas, cabe destacar la curva recomendada por ISO, en la que la duplicación de la sonoridad corresponde a un salto de 10 fonios.[2]

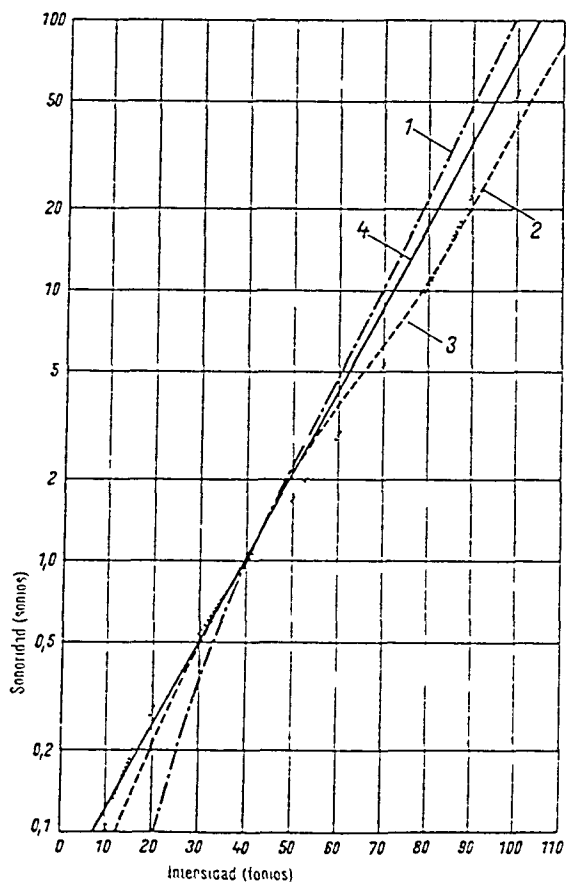


Figura 1.5. Curvas de sonoridad.

El cálculo de la intensidad de un conjunto de sonidos o de ruidos se realiza de la siguiente forma :

Con el medidor de intensidades objetivo o sonómetro se mide la intensidad parcial, en fonios, para los distintos campos de filtro. Por medio de la curva de sonoridad, se transforman en sonios, pudiéndose sumar y, una vez sumados, se transforman nuevamente en fonios empleando la misma curva de sonoridad.

****

C A P I T U L O 2

P R O P A G A C I O N S O N O R A

2. PROPAGACION SONORA.[1],[2],[3]

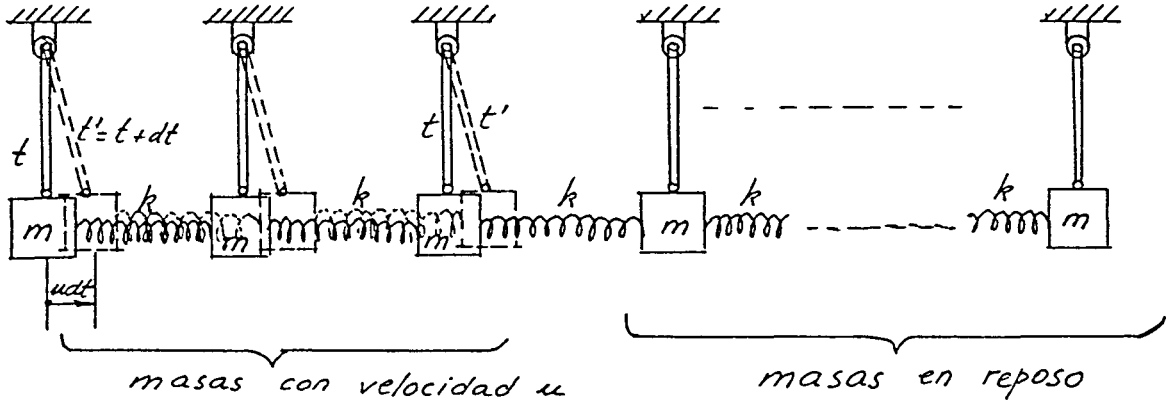
2.1. ONDAS SONORAS.

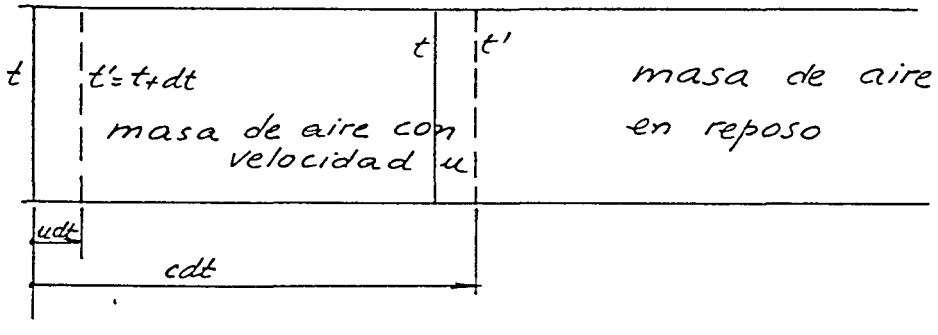
La transmisión del sonido, entre el emisor y el receptor, se realiza por medio de ondas elásticas o de presión. Estas ondas son de tipo longitudinal puesto que los fluidos, entre ellos el aire que constituye el medio más usual de propagación, pueden absorber presiones en la dirección de propagación y, por tanto, los desplazamientos de masa que dan lugar a la onda de presión se producen en la citada dirección. No aparecen, en estos medios, ondas transversales por no ser capaces de absorber esfuerzos cortantes.

****

2.2. ONDAS LONGITUDINALES.

Al objeto de obtener una interpretación más intuitiva del fenómeno, se establecerá un paralelismo entre lo que sucede en el aire contenido en un conducto y lo que sucede en un sistema mecánico discreto compuesto de masas y resortes.





Al aplicar, sobre la primera masa del sistema mecánico, en el instante inicial (t) una fuerza F, y manteniéndola aplicada durante un intervalo de tiempo dt, eso es, aplicando un impulso, resulta que las primeras masas (las tres primeras en el ejemplo) adquieren una velocidad u durante un tiempo dt. Ello es así, porque durante este

tiempo se transmite la fuerza aplicada a la primera, a través de los resortes elásticos, a las siguientes.

De este modo, transcurrido este intervalo de tiempo dt, la primera masa habrá experimentado un desplazamiento udt, mientras que el frente de la perturbación, dado por la posición de la tercera masa del ejemplo, se ha adelantado, respecto al origen, una distancia cdt, donde c es la velocidad de propagación.

En el aire sucede lo mismo, teniendo en cuenta, sin embargo, que se trata de un sistema continuo, cuya masa se encuentra repartida uniformemente a lo largo del conducto y que la elasticidad del propio aire sustituye a la de los resortes.

En este caso, la masa de aire en movimiento, movimiento ocasionado por la aplicación de una fuerza F en su extremo, por medio de un émbolo por ejemplo, durante el intervalo de tiempo dt, tiene una velocidad u.

El extremo, donde se aplicó la fuerza, habrá avanzado una distancia udt, mientras que el frente de la perturbación (el extremo opuesto de la masa de aire en movimiento) ha adelantado una distancia cdt.

La masa de aire que se encuentra en movimiento es

$$\delta \, c \, dt$$

donde δ es la masa del aire del conducto por unidad de longitud.

Como toda la masa del aire que está en movimiento, tiene la misma velocidad u, su cantidad de movimiento será :

$$C = \delta\ c\ dt\ u$$

Y como :

$$I = C$$

$$F\ dt = C$$

Será posible determinar la fuerza que ocasiona dicho movimiento :

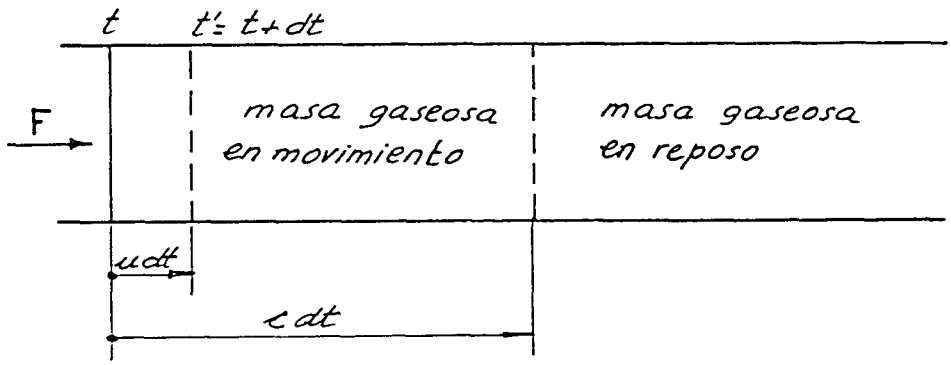
$$F = \frac{C}{dt}$$

$$F = \frac{\delta\ c\ dt\ u}{dt} = \delta\ c\ u$$

Una vez transcurrido el intervalo de tiempo dt y, por consiguiente, cuando cesa la acción exterior F, la perturbación producida sigue evolucionando a lo largo del conducto como consecuencia de la propia elasticidad del aire. La parte de aire deformado (comprimido o expandido) ejerce sobre la masa en reposo, que se encuentra a continuación, una fuerza igual a la creadora del impulso,δcu, que es la necesaria para modificar la cantidad de movimiento del siguiente tramo de aire del conducto, y así sucesivamente.[1]

****

2.3. VELOCIDAD DE PROPAGACION EN UN GAS CONTENIDO EN UN CONDUCTO DE SECCION CONSTANTE.[1]



Para un determinado gas, contenido en un conducto de longitud determinada, sometido por un extremo del mismo, y a través de un émbolo, a una fuerza que se añade a la necesaria para su equilibrio inicial, la variación de longitud de columna del mismo es proporcional a la fuerza añadida y a la longitud del conducto. Esta constante de proporcionalidad se denomina compresibilidad lineal. Es decir :

$$\triangle l = - k \; F \; l$$

donde :

$\triangle l$ es la variación de longitud de columna de gas.

l es la longitud del conducto.

F es la fuerza añadida.

k es la compresibilidad

La anterior afirmación es cierta si $\triangle l$ es mucho menor

que l.

Durante el intervalo de tiempo dt, en el que se ha añadido la fuerza F y, por consiguiente, se ha aplicado un impulso, mientras el extremo del émbolo ha recorrido una distancia udt, el frente de onda ha recorrido una distancia cdt, por lo que la longitud perturbada del gas en el conducto cdt se habrá acortado en udt. Por tanto, la razón de acortamiento del tramo en estudio es:

$$- \frac{\triangle l}{l} = \frac{u\ dt}{c\ dt} = \frac{u}{c}$$

Dado que, tal como se dedujo en el apartado anterior, la fuerza causante de este acortamiento viene dada por $F=\delta c u$, se podrá escribir lo siguiente:

$$\triangle l = - k\ F\ l$$

$$\frac{\triangle l}{l} = - k\ F$$

$$- \frac{u}{c} = - k\ \delta\ c\ u$$

$$\frac{1}{k\ \delta} = c^2$$

$$c = \sqrt{[1/k\ \delta]}$$

Que da la velocidad de propagación que, como puede apreciarse, es independiente de la velocidad u de la masa en movimiento.[1]

Al considerar una columna de gas de sección constante, la disminución unitaria de longitud es igual a la disminución unitaria de volumen y opuesta al aumento unitario de densidad.

$$-\frac{\triangle l}{l} = -\frac{\triangle V}{V} = \frac{\triangle \sigma}{\sigma o}$$

Suponiendo que el área de la sección recta del conducto es A, la fuerza necesaria para provocar una variación de presión ^p, con respecto a la presión inicial, será:

$$F = A \triangle p$$

Sustituyendo la variación unitaria de longitud ^l/l y la fuerza F, en la expresión de la compresibilidad, se tendrá:

$$k = -\frac{\triangle l}{l}\frac{1}{F}$$

$$k = \frac{\triangle \sigma}{\sigma o \; A \triangle p}$$

Por otra parte, la masa por unidad de longitud δ, será en este caso:

$$\delta = \sigma o \; A$$

Sustituyendo, finalmente, estos valores de k y de δ en la expresión de la velocidad de propagación c, se tendrá:

$$c = f[1/k\ \delta]$$

$$c = f\left[\frac{1}{\frac{\triangle\sigma}{\sigma_o A\,\triangle p}\,\sigma_o A}\right] = f\left[\frac{\triangle p}{\triangle\sigma}\right]$$

Si las perturbaciones son pequeñas resulta que

$\triangle\sigma/\sigma_o$ es mucho menor que 1, y que

$\triangle p/p_o$ es mucho menor que 1,

por lo que podrá sustituirse $\triangle p/\triangle\sigma$ por $dp/d\sigma$.

Teniendo en cuenta, además, que en el caso del sonido se pueden aplicar las leyes de los gases para transformaciones adiabáticas, ya que las variaciones de presión son muy rápidas, mientras que la conductividad calorífica de los gases es muy pequeña, se puede escribir:

$$p\ (1/\sigma)^{\mu} = cte$$

donde :

p es la presión instantánea

σ es la densidad instantánea

$\mu=Cp/Cv$ es la constante adiabática de los gases, que es el cociente entre el calor específico del mismo a presión constante y a volumen constante.

Diferenciando la expresión anterior se obtiene :

$$dp\ (1/\sigma)^{\mu} + \mu\ p\ (1/\sigma)^{\mu-1}\ \left(-\frac{d\sigma}{\sigma^2}\right) = 0$$

$$dp\ (1/\sigma)^{\mu} = \mu\ p\ (1/\sigma)^{\mu-1}\ \frac{d\sigma}{\sigma^2}$$

$$dp = \frac{\mu\ p\ d\sigma}{\sigma}$$

$$\frac{dp}{d\sigma} = \frac{\mu\ p}{\sigma} \approx \frac{\mu\ po}{\sigma o}$$

Por lo que la velocidad de propagación será :

$$c = \sqrt{[\mu\ po/\sigma o]}$$

En función del factor de compresibilidad cúbica del gas

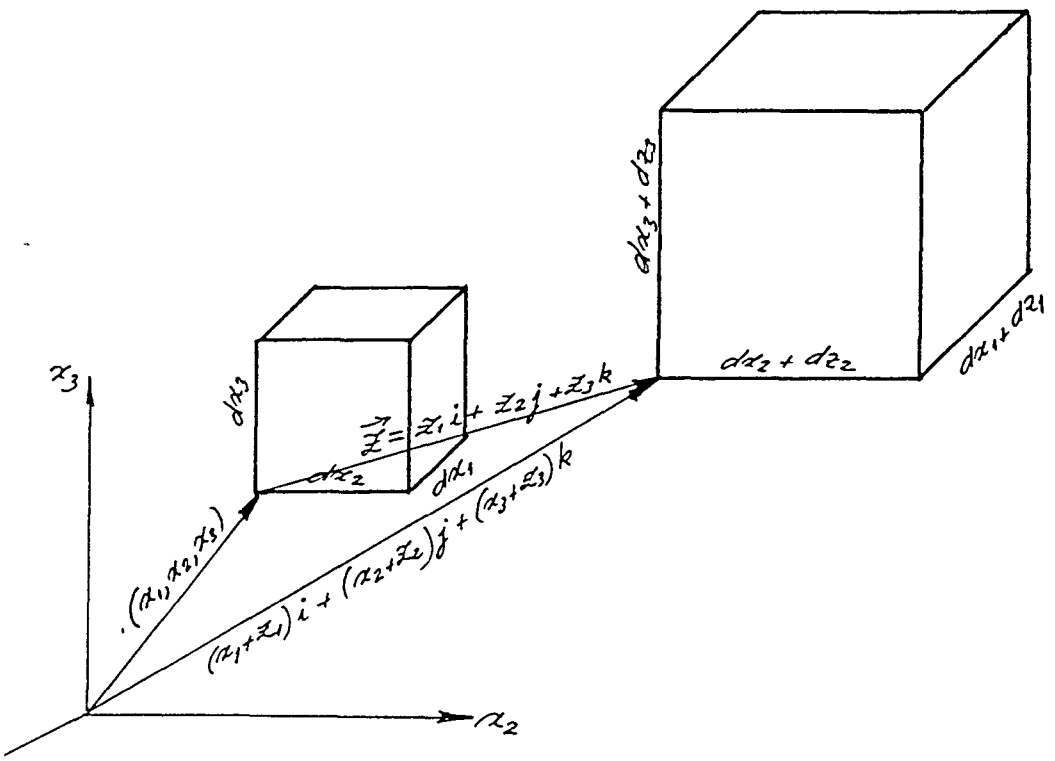
$\beta = (\Delta\ \sigma/\sigma o)/\ \Delta\ p$, puede expresarse :

$$c = \sqrt{[\ \Delta\ p/\ \Delta\ \sigma]} = \sqrt{[1/\sigma o\ \beta]}$$

****

2.4. ECUACION DE ONDA.[1]

Se considerará un elemento diferencial de fluido gaseoso, inicialmente en reposo, cuya posición vendrá dada por las coordenadas x_1, x_2, x_3 y sus dimensiones por dx_1, dx_2, dx_3. A causa de una variación de presión, este elemento diferencial sufre un desplazamiento, respecto a la posición inicial, dado por z_1, z_2, z_3, y una modificación en sus dimensiones que pasan a ser dx_1+dz_1, dx_2+dz_2, dx_3+dz_3.



La velocidad con que se realiza este desplazamiento es:

$$u = \frac{\delta z}{\delta t} = \frac{\delta z_1}{\delta t} i + \frac{\delta z_2}{\delta t} j + \frac{\delta z_3}{\delta t} k$$

Asimismo, la aceleración con que se produce es:

$$a = \frac{\delta^2 z_1}{\delta t^2} i + \frac{\delta^2 z_2}{\delta t^2} j + \frac{\delta^2 z_3}{\delta t^2} k$$

Teniendo, ahora, en cuenta la segunda ley de Newton, la fuerza que actúa sobre el elemento desplazado viene dada por :

$$F = - \frac{\delta p}{\delta x_1} dx_1 A\ i - \frac{\delta p}{\delta x_2} dx_2 B\ j - \frac{\delta p}{\delta x_3} dx_3 C\ k$$

siendo :

$A = dx_2\ dx_3$

$B = dx_1\ dx_3$

$C = dx_1\ dx_2$

Dado que la masa del elemento desplazado es la misma que la del inicial, ésta será:

$$dm = dx_1\ dx_2\ dx_3\ \sigma_o$$

donde σ_o es la densidad inicial del medio.

Escribiendo :

$$F = dm\ a$$

se tendrá, en este caso, lo siguiente :

$$- \frac{\delta p}{\delta x_1} dx_1 dx_2 dx_3\ i - \frac{\delta p}{\delta x_2} dx_1 dx_2 dx_3\ j - \frac{\delta p}{\delta x_3} dx_1 dx_2 dx_3 k =$$

$$= \sigma_o \, dx_1 dx_2 dx_3 \left[\frac{\delta^2 z_1}{\delta t^2} i + \frac{\delta^2 z_2}{\delta t^2} j + \frac{\delta^2 z_3}{\delta t^2} k \right]$$

es decir

$$- \frac{\delta p}{\delta x_1} i - \frac{\delta p}{\delta x_2} j - \frac{\delta p}{\delta x_3} k = \sigma_o \left[\frac{\delta^2 z_1}{\delta t^2} i + \right.$$

$$\left. + \frac{\delta^2 z_2}{\delta t^2} j + \frac{\delta^2 z_3}{\delta t^2} k \right]$$

que puede expresarse :

$$\text{grad } p = - \sigma_o \frac{\delta u}{\delta t}$$

En realidad p es una variación de presión, porque es la presión que se ha añadido a la de equilibrio del sistema inicial, para que se produjera su modificación.

Esta variación de presión respecto a la presión inicial, o media, se definió como presión sonora.

Identificando componentes de i, j, k, de cada miembro de la ecuación anterior, se tienen las expresiones:

$$\frac{\delta p}{\delta x_1} = -\sigma_o \frac{\delta^2 z_1}{\delta t^2}$$

$$\frac{\delta p}{\delta x_2} = -\sigma_o \frac{\delta^2 z_2}{\delta t^2}$$

$$\frac{\delta p}{\delta x_3} = -\sigma_o \frac{\delta^2 z_3}{\delta t^2}$$

que derivadas respecto a x_1, x_2 y x_3, respectivamente, dan

lugar a:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x_1^2} = -\sigma_o \frac{\delta}{\delta x_1}\left(\frac{\delta^2 z_1}{\delta t^2}\right) = -\sigma_o \frac{\delta^2}{\delta t^2}\left(\frac{\delta z_1}{\delta x_1}\right)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x_2^2} = -\sigma_o \frac{\delta}{\delta x_2}\left(\frac{\delta^2 z_2}{\delta t^2}\right) = -\sigma_o \frac{\delta^2}{\delta t^2}\left(\frac{\delta z_2}{\delta x_2}\right)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x_3^2} = -\sigma_o \frac{\delta}{\delta x_3}\left(\frac{\delta^2 z_3}{\delta t^2}\right) = -\sigma_o \frac{\delta^2}{\delta t^2}\left(\frac{\delta z_3}{\delta x_3}\right)$$

donde se han podido permutar las derivadas parciales a causa de la independencia de las variables de presión y de tiempo. Sumando estas tres ecuaciones escalares, se obtiene:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x_1^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta x_2^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta x_3^2} = -\sigma_o \frac{\delta^2}{\delta t^2}\left(\frac{\delta z_1}{\delta x_1} + \frac{\delta z_2}{\delta x_2} + \frac{\delta z_3}{\delta x_3}\right)$$

Dado que los procesos acústicos pueden considerarse adiabáticos, como se comentó en el apartado anterior, puede escribirse:

$$\frac{dP}{p_o} = \mu \frac{d\sigma}{\sigma_o}$$

según se dedujo, asimismo, en el apartado anterior.

Como la masa del elemento diferencial, antes y después del desplazamiento, es la misma, resulta que el incremento unitario de densidad es igual y opuesto al incremento unitario de volumen

$$\frac{\triangle \sigma}{\sigma_o} = -\frac{\triangle V}{V}$$

siendo $\frac{\triangle \sigma}{\sigma_o} \ll 1$ y $\frac{\triangle V}{V} \ll 1$

se podrá escribir :

$$\frac{d\sigma}{\sigma_o} = - \frac{dV}{V}$$

por lo que la anterior expresión para procesos adiabáticos quedará:

$$\frac{dP}{p_o} = - \mu \frac{dV}{V}$$

y, por tanto,

$$dP = - \mu P_o \frac{dV}{V}$$

pero, como ha sido comentado anteriormente, dP=p=presión sonora.

Por lo que podrá expresarse :

$$p = - \mu P_o \frac{dV}{V}$$

El volumen del elemento infinitesimal de medio gaseoso, estando en su posición inicial, era $V = dx_1\, dx_2\, dx_3$.

Una vez se ha producido el desplazamiento y el cambio de dimensiones del mismo elemento, debido al paso de la onda de presión, su volumen será:

$$V + dV = (dx_1+dz_1)\,(dx_2+dz_2)\,(dx_3+dz_3)$$

lo que desarrollado es :

$$(dx_1dx_2+dx_1dz_2+dz_1dx_2+dz_1dz_2)\ (dx_3+dz_3)$$

donde $dz_1\ dz_2$ puede despreciarse porque los dz_1 son infinitésimos de orden superior a los dx_1.

Se obtendrá pues :

$$dx_1dx_2dx_3 + dx_1dx_2dz_3 + dx_1dz_2dx_3 +$$

$$+ dx_1dz_2dz_3 + dz_1dx_2dx_3 + dz_1dx_2dz_3 +$$

$$+ dz_1dz_2dx_3 + dz_1dz_2dz_3$$

lo cual, despreciando infinitésimos de orden superior, queda:

$$V+dV = dx_1dx_2dx_3 + dx_1dx_2dz_3 + dx_1dz_2dx_3 + dz_1dx_2dx_3$$

Y como $V = dx_1dx_2dx_3$

resulta que :

$$dV = V + dV - V$$

$$dV = dx_1dx_2dz_3 + dx_1dx_3dz_2 + dx_2dx_3dz_1$$

de donde

$$\frac{dV}{V} = \frac{dx_1dx_2dz_3 + dx_1dx_3dz_2 + dx_2dx_3dz_1}{dx_1dx_2dx_3}$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dz_3}{dx_3} + \frac{dz_2}{dx_2} + \frac{dz_1}{dx_1}$$

que debe ponerse en forma de derivadas parciales, ya que los desplazamientos z_1 son función de la posición x_1 y del tiempo, independientemente.

$$\frac{dV}{V} = \frac{\delta z_1}{\delta x_1} + \frac{\delta z_2}{\delta x_2} + \frac{\delta z_3}{\delta x_3}$$

lo que sustituido en la expresión del proceso adiabático da:

$$p = -\mu\, p_o \left(\frac{\delta z_1}{\delta x_1} + \frac{\delta z_2}{\delta x_2} + \frac{\delta z_3}{\delta x_3}\right)$$

es decir :

$$\frac{\delta z_1}{\delta x_1} + \frac{\delta z_2}{dx_2} + \frac{\delta z_3}{dx_3} = \frac{p}{-\mu\, p_o}$$

Sustituyendo esta expresión en la 2ª ecuación de Newton, se tiene:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x_1^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta x_2^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta x_3^2} = -\sigma_o \frac{\delta^2}{\delta t^2}\left(\frac{p}{-\mu\, p_o}\right)$$

y siendo μ y p_o constantes :

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x_1^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta x_2^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta x_3^2} = \frac{\sigma_o}{\mu} \frac{\delta^2 p}{p_o\, \delta t^2}$$

donde teniendo en cuenta el valor de la velocidad de propagación

$$c = \sqrt{[\mu\, p_o/\sigma_o]} \quad ,$$

obtenido en el apartado anterior, se tendrá :

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

donde Δ es el símbolo del operador laplaciana.

La expresión a que se ha llegado constituye la ecuación de onda general.[1]

Para el caso de onda unidimensional, basta considerar que la presión solo sufre variaciones en una dirección. Si ésta es x_1, entonces $(\delta^2 p/\delta x_2^2)=0$ y $(\delta^2 p/\delta x_3^2)=0$, por lo que la ecuación de onda tomará la forma:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x_1^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

La velocidad de desplazamiento del elemento diferencial de gas, es decir la velocidad material de las partículas, se expresa por:

$$u = \frac{\delta z_1}{\delta t} i + \frac{\delta z_2}{\delta t} j + \frac{\delta z_3}{\delta t} k$$

pero, tal como se ha visto al aplicar la 2ª ley de Newton.

$$\frac{\delta p}{\delta x_1} = -\sigma_0 \frac{\delta^2 z_1}{\delta t^2}$$

$$\frac{\delta p}{\delta x_2} = -\sigma_0 \frac{\delta^2 z_2}{\delta t^2}$$

$$\frac{\delta p}{\delta x_3} = -\sigma_o \frac{\delta^2 z_3}{\delta t^2}$$

de las cuales :

$$\frac{\delta^2 z_1}{\delta t^2} = -\frac{1}{\sigma_o} \frac{\delta p}{\delta x_1}$$

$$\frac{\delta^2 z_2}{\delta t^2} = -\frac{1}{\sigma_o} \frac{\delta p}{\delta x_2}$$

$$\frac{\delta^2 z_3}{\delta t^2} = -\frac{1}{\sigma_o} \frac{\delta p}{\delta x_3}$$

que integrándolas :

$$\frac{\delta z_1}{\delta t} = -\frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta x_1} dt$$

$$\frac{\delta z_2}{\delta t} = -\frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta x_2} dt$$

$$\frac{\delta z_3}{\delta t} = -\frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta x_3} dt$$

que son las componentes del vector velocidad, por lo que ésta se expresará:

$$u = -\frac{1}{\sigma_o} \left[\int \frac{\delta p}{\delta x_1} dt \; i + \int \frac{\delta p}{\delta x_2} dt \; j + \int \frac{\delta p}{\delta x_3} dt \; k \right]$$

o lo que es lo mismo :

$$u = -\frac{1}{\sigma_o} \int \left[\frac{\delta p}{\delta x_1} i + \frac{\delta p}{\delta x_2} j + \frac{\delta p}{\delta x_3} k \right] dt$$

es decir:

$$u = -\frac{1}{\sigma_o} \int \mathbf{grad}\ p \ \ dt$$

****

2.5. ONDA PLANA.[1],[19]

Una vez determinada la ecuación de onda unidimensional

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

se procederá a su integración, la cual será realizada por separación de variables.[19]

$$p = F_1(x) \cdot F_2(t)$$

Por tanto :

$$\frac{\delta p}{\delta x} = \frac{\delta F_1(x)}{\delta x} \cdot F_2(t)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 F_1(x)}{\delta x^2} \cdot F_2(t)$$

$$\frac{\delta p}{\delta t} = F_1(x) \cdot \frac{\delta F_2(t)}{\delta t}$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta t^2} = F_1(x) \cdot \frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}$$

Sustituyendo, estos resultados en la ecuación de onda, se tendrá:

$$\frac{\delta^2 F_1(x)}{\delta x^2} \cdot F_2(t) = \frac{1}{c^2} F_1(x) \frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}$$

es decir,

$$\frac{1}{F_1(x)} \frac{\delta^2 F_1(x)}{\delta x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{1}{F_2(t)} \frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}$$

Puesto que ambos miembros son funciones explícitas de variables separadas, puede afirmarse que son iguales a constante, por lo que podrá escribirse:

$$\frac{1}{F_1(x)} \frac{\delta^2 F_1(x)}{\delta x^2} = - \left(\frac{w}{c}\right)^2$$

$$\frac{\delta^2 F_1(x)}{\delta x^2} = - \left(\frac{w}{c}\right)^2 F_1(x)$$

$$\boxed{\frac{\delta^2 F_1(x)}{\delta x^2} + \left(\frac{w}{c}\right)^2 F_1(x) = 0}$$

$$\frac{1}{c^2 F_2(t)} \frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2} = - \left(\frac{w}{c}\right)^2$$

$$\frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2} = - \left(\frac{w}{c}\right)^2 c^2 F_2(t)$$

$$\boxed{\frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2} + w^2 F_2(t) = 0}$$

La solución de la primera de estas ecuaciones es :

$$F_1(x) = A_1 e^{\frac{w}{c} xi} + A_2 e^{-\frac{w}{c} xi}$$

siendo A_1 y A_2 números complejos.

La solución de la segunda ecuación es :

$$F_2(t) = B_1 e^{wt\,i} + B_2 e^{-wt\,i}$$

siendo, asimismo, B_1 y B_2 números complejos.

LLamando w/c = k, y escribiendo la función que define la presión solución de la ecuación de onda, se tendrá :

$$p = F_1(x) \cdot F_2(t) =$$

$$= (A_1 e^{kx\,i} + A_2 e^{-kx\,i}) \cdot (B_1 e^{wt\,i} + B_2 e^{-wt\,i}) =$$

$$= A_1B_1 e^{(kx+wt)\,i} + A_1B_2 e^{(kx-wt)\,i} +$$

$$+ A_2B_1 e^{(-kx+wt)\,i} + A_2B_2 e^{(-kx-wt)\,i}$$

Como A_1, A_2, B_1 y B_2 son números complejos, los productos entre ellos siguen siendo números complejos, por lo que la anterior expresión de p podrá ponerse así :

$$p = (a_1+b_1 i)e^{(kx+wt)\,i} + (a_2+b_2 i)e^{-(-kx+wt)\,i} +$$

$$+ (a_3+b_3 i)e^{(wt-kx)\,i} + (a_4+b_4 i)e^{-(kx+wt)\,i}$$

Operando y considerando solo la parte real, la expresión de la presión será:

$$p = (a_1+a_4)\cos(wt+kx) + (b_4-b_1)\operatorname{sen}(wt+kx) +$$

$$+ (a_2+a_3)\cos(wt-kx) + (b_2-b_3)\operatorname{sen}(wt-kx)$$

que, finalmente, se expresará :

$$p = p_1\cos(wt-kx) + p_2\operatorname{sen}(wt-kx) + p_3\cos(wt+kx) + p_4\operatorname{sen}(wt+kx)$$

Obsérvese que, para un instante t determinado, todos los puntos situados a distancias, entre ellos, de $2\pi/k$ o múltiplos de este valor, presentan la misma presión sonora p.

Asimismo, para un punto determinado por una posición x, se repite la misma presión p a intervalos de tiempo dados por $t=2\pi/w$, lo que constituye el período de la onda de presión.

Los dos primeros términos de esta ecuación, que son funciones armónicas de la misma frecuencia y que, por tanto, dan lugar a otra función armónica de la misma frecuencia, constituyen un tren de ondas que se propaga en el sentido positivo del eje con velocidad c. En efecto:

Un valor de p constante, significa que el argumento (wt-kx) de la función armónica sea, asimismo constante, es decir:

$$wt - kx = cte.$$

Diferenciándola se tiene :

$$w\,dt - k\,dx = 0$$

$$w\,dt = k\,dx$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w}{k}$$

donde, evidentemente, dx/dt es la velocidad de propagación, ya que es la derivada respecto al tiempo del vector de posición $\underline{x}$ de una partícula material de fluido en movimiento. Se observa pués que este valor es positivo y que, por tanto, este tren de ondas tiene una velocidad de propagación c=w/k en el sentido positivo del eje $\underline{x}$.

Los términos tercero y cuarto, de la misma ecuación, constituyen un tren de ondas que se propaga con velocidad $\underline{c}$ en el sentido negativo del eje.

En efecto :

Para una presión $\underline{p}$ constante, el argumento de la función armónica correspondiente debe ser, también, constante, luego:

$$wt + kx = cte.$$

Diferenciándola :

$$w\,dt + k\,dx = 0$$

$$k\,dx = -\,w\,dt$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{w}{k} = -c$$

La velocidad $\underline{u}$ de desplazamiento, para el caso de onda general, según se dedujo en el apartado anterior, es :

$$u = -\frac{1}{\sigma_o}\int \text{grad } p \; . \; dt$$

Esta, para el caso de onda unidimensional, será :

$$u = -\frac{1}{\sigma_o}\int \frac{\delta p}{\delta x}\, dt$$

Considerando, solamente, la onda de presión progresiva,

$$p_+ = p_1\cos(wt-kx) + p_2\text{sen}(wt-kx),$$

se tendrá :

$$\frac{\delta p_+}{\delta x} = +k\, p_1\, \text{sen}(wt-kx) - k\, p_2\, \cos(wt-kx)$$

luego :

$$\int \frac{\delta p_+}{\delta x}\, dt = k\, p_1 \int \text{sen}(wt-kx)dt - k\, p_2 \int \cos(wt-kx)dt =$$

$$= -\frac{k\, p_1}{w}\cos(wt-kx) - \frac{k\, p_2}{w}\text{sen}(wt-kx) =$$

$$= -\frac{k}{w}\left[p_1\cos(wt-kx) + p_2\,\text{sen}(wt-kx)\right] =$$

$$= -\frac{k}{w}\, p_+ = -\frac{1}{c}\, p_+$$

Que sustituyendo en u,

$$u = -\frac{1}{\sigma_o}\int\frac{\delta p}{\delta x}\,dt$$

se obtiene :

$$u_+ = -\frac{1}{\sigma_o}\left(-\frac{1}{c}\,p_+\right) = \frac{p_+}{\sigma_o\, c}$$

Del mismo modo, operando con la onda de presión negativa, se obtiene:

$$u_- = \frac{p_-}{\sigma_o\, c}$$

siendo

$$p_- = p_3\cos(wt+kx) + p_4\,\mathrm{sen}(wt+kx)$$

Considerando la onda de presión total,

$$p = p_1\cos(wt-kx) + p_2\,\mathrm{sen}(wt-kx) +$$

$$+ p_3\cos(wt+kx) + p_4\,\mathrm{sen}(wt+kx)$$

Derivándola respecto a x:

$$\frac{\delta p}{\delta x} = +k\,p_1\,\mathrm{sen}(wt-kx) - k\,p_2\cos(wt-kx) -$$

$$- k\,p_3\,\mathrm{sen}(wt+kx) + k\,p_4\cos(wt+kx)$$

e integrándola respecto al tiempo :

$$\int\frac{\delta p}{\delta x}\,dt = k\,[p_1\int\mathrm{sen}(wt-kx)dt - p_2\int\cos(wt-kx)dt -$$

$$- p_3 \int \operatorname{sen}(wt+kx)dt + p_4 \int \cos(wt+kx)dt] =$$

$$= \frac{k}{w}[-p_1 \cos(wt-kx) - p_2 \operatorname{sen}(wt-kx) +$$

$$+ p_3 \cos(wt+kx) + p_4 \operatorname{sen}(wt+kx)]$$

se obtiene, la velocidad de desplazamiento que será:

$$u = - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta x} dt$$

$$u = \frac{k}{\sigma_o w} [p_1 \cos(wt-kx) + p_2 \cos(wt-kx) -$$

$$- p_3 \cos(wt+kx) - p_4 \operatorname{sen}(wt+kx)]$$

es decir :

$$u = \frac{1}{\sigma_o c} [p_1 \cos(wt-kx) + p_2 \cos(wt-kx) -$$

$$- p_3 \cos(wt+kx) - p_4 \operatorname{sen}(wt+kx)]$$

Se define el concepto de <u>impedancia característica del medio</u> como:

$$z = \frac{p}{u} \quad .$$

De modo que, para el caso de onda de presión progresiva:

$$z = \frac{p_+}{p_+/\sigma_o c} = \sigma_o c$$

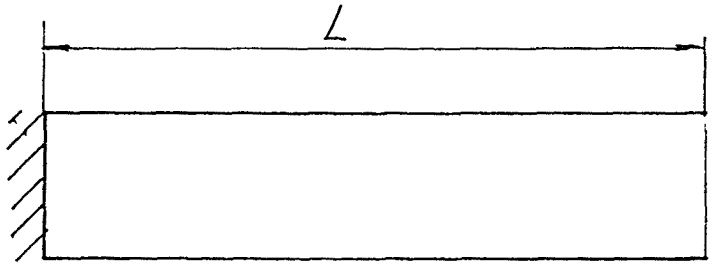
Asimismo, trabajando con la onda de presión regresiva:

$$z = \frac{p-}{p-/\sigma_{oc}} = \sigma_{oc}$$

que, como puede verse, depende exclusivamente de las características del medio.

Aplicando las condiciones de contorno de presión y velocidad, correspondientes a cada configuración particular, pueden obtenerse las soluciones, para éstos casos, a partir de la solución general.[1]

Sea, por ejemplo, un tubo de longitud L, cerrado por un extremo y libre por el otro.



La condición de contorno de extremo cerrado es $x_o=0$; $u_o=0$. Como

$$u = \frac{1}{\sigma_{oc}} [p_1 \cos(wt-kx) + p_2 \operatorname{sen}(wt-kx) -$$

$$- p_3 \cos(wt+kx) - p_4 \operatorname{sen}(wt+kx)]$$

la anterior condición de contorno permite expresar:

$$0 = \frac{1}{\sigma_{oc}} (p_1 \cos wt + p_2 \operatorname{sen} wt - p_3 \cos wt - p_4 \operatorname{sen} wt)$$

siendo $\frac{1}{\sigma_{oc}} \neq 0$, resulta que :

$$0 = p_1 \cos wt + p_2 \operatorname{sen} wt - p_3 \cos wt - p_4 \operatorname{sen} wt$$

es decir :

$$0 = (p_1 - p_3) \cos wt + (p_2 - p_4) \operatorname{sen} wt$$

y por tanto :

$$p_1 - p_3 = 0 \quad , \quad p_1 = p_3$$

$$p_2 - p_4 = 0 \quad , \quad p_2 = p_4$$

Por lo que la ecuación de la presión podrá expresarse :

$$p = p_1 [\cos(wt-kx) + \cos(wt+kx)] +$$

$$+ p_2 [\operatorname{sen}(wt-kx) + \operatorname{sen}(wt+kx)]$$

que operando quedará :

$$p = 2 \cos kx (p_1 \cos wt + p_2 \operatorname{sen} wt)$$

La condición de contorno de extremo abierto es :

$$x = L \ , \ p = 0 \ , \text{ para todo } t$$

$$0 = 2 \cos kL \quad , \quad \cos kL = 0$$

$$kL = \frac{(2n-1)\pi}{2}$$

es decir :

$$k = \frac{(2n-1)\pi}{2L}$$

Como la longitud de onda es :

$$\Gamma = c\,T$$

siendo :

$c = w/k$, según se ha visto antes

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{w}$$

luego :

$$\Gamma = \frac{w}{k}\ \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{k}$$

y sustituyendo, aquí, la k por el valor de ésta encontrado de acuerdo con las condiciones de contorno, se tiene:

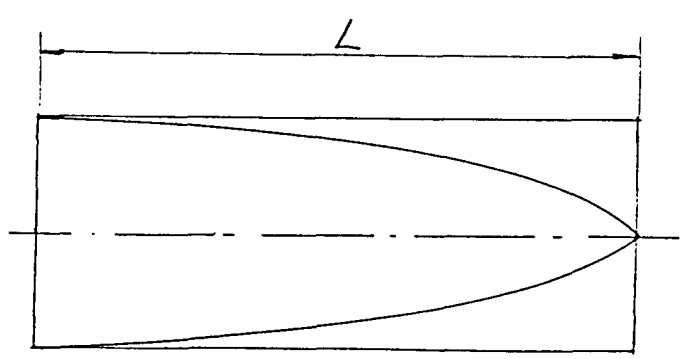
$$\Gamma = \frac{2\pi}{(2n-1)\pi/2L} = \frac{4L}{2n-1}$$

$$f = \frac{w}{2\pi} = \frac{ck}{2\pi} = \frac{c\ 2\pi/\Gamma}{2\pi} = \frac{c}{\Gamma}$$

Para n=1

$\Gamma_1 = 4L$

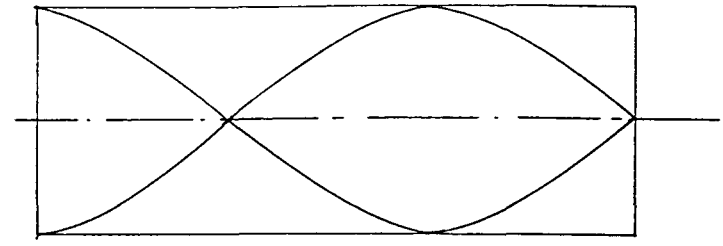
$f_1 = c/4L$



Para n=2

$\Gamma_2 = 4L/3$

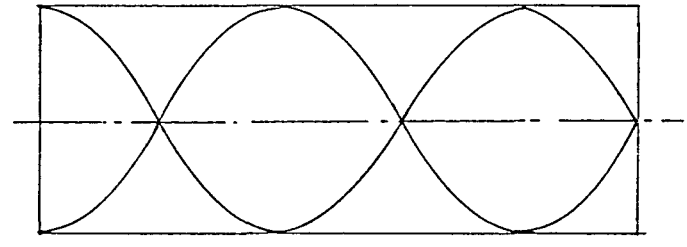
$f_2 = 3c/4L = 3f_1$



Para n=3

$\Gamma_3 = 4L/5$

$f_3 = 5c/4L = 5f_1$



En el caso de un tubo de longitud L libre por los dos extremos, las condiciones de contorno serán:

para $x_o = 0$, $p_o = 0$ y para $x = L$, $p = 0$.

Por la primera de ellas, $x_o = 0$, $p_o = 0$, se tiene :

$$0 = p_1 \cos wt + p_2 \operatorname{sen} wt + p_3 \cos wt + p_4 \operatorname{sen} wt$$

$$0 = (p_1+p_3)\cos wt + (p_2+p_4)\operatorname{sen} wt$$

es decir :

$$p_1 + p_3 = 0 \quad , \quad p_1 = -p_3$$

$$p_2 + p_4 = 0 \quad , \quad p_2 = -p_4$$

por lo que la ecuación de la presión quedará :

$$p = p_1 \cos(wt-kx) + p_2 \operatorname{sen}(wt-kx) -$$
$$- p_1 \cos(wt+kx) - p_2 \operatorname{sen}(wt+kx)$$

$$p = p_1[\cos(wt-kx) - \cos(wt+kx)] +$$
$$+ p_2[\operatorname{sen}(wt-kx) - \operatorname{sen}(wt+kx)]$$

que, operando, dará :

$$p = 2 \operatorname{sen} kx(p_1 \operatorname{sen} wt - p_2 \cos wt)$$

Por la segunda condición de extremo abierto,

$$x=L \ , \ p=0 \ , \text{ para todo } t$$

resulta que :

$$\operatorname{sen} kL = 0 \quad , \quad kL = n\pi \quad , \quad k = n\pi/L$$

Como se ha visto antes :

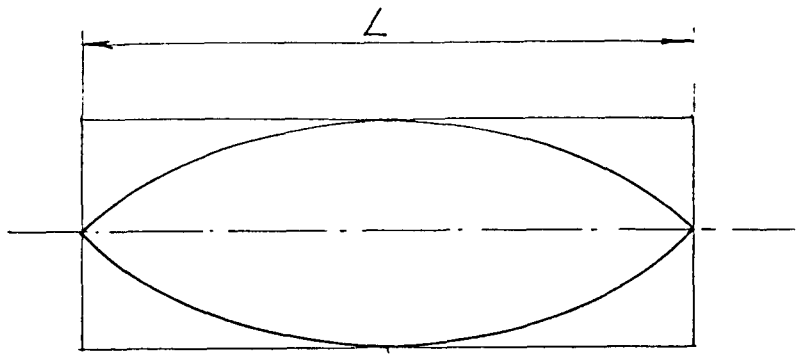
$$\Gamma = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{n\pi/L} = \frac{2\pi L}{n\pi} = \frac{2L}{n}$$

$$f = \frac{c}{\Gamma}$$

Para n=1

$\Gamma_1 = 2L$

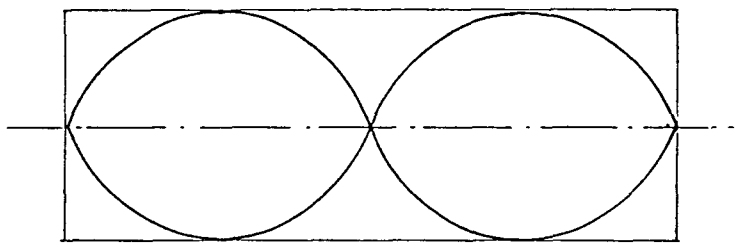
$f_1 = c/2L$



Para n=2

$\Gamma_2 = L$

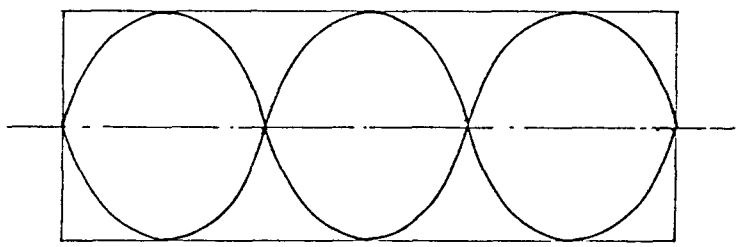
$f_2 = c/L = 2f_1$



Para n=3

$\Gamma_3 = 2L/3$

$f_3 = 3c/2L = 3f_1$



De los ejemplos anteriores se desprende que en un tubo se mantienen las variaciones de presión a unas frecuencias dadas, de modo que cada punto presenta un estado de presión que varía armónicamente con el tiempo. El valor de la presión máxima que se alcanza, en cada punto, depende de la

posición de éstos. Los puntos en los que, en todo instante, la presión es nula se denominan nodos y constituyen una serie de puntos fijos a lo largo del tubo, mientras que los que la amplitud es máxima se denominan antinodos. A este fenómeno se le denomina onda estacionaria.

A la frecuencia menor que produce ondas estacionarias se la denomina frecuencia fundamental. Las demás frecuencias que, como se ha visto, son múltiplos enteros de la fundamental, se las denomina armónicos de ésta.[1]

****

2.6. DENSIDAD DE ENERGIA.[1]

Cuando se transmite una onda de presión a lo largo de una columna de gas, como puede ser un conducto, las partículas del gas oscilan a velocidad u respecto a su posición de equilibrio, produciéndose compresiones y expansiones que, como se ha comentado anteriormente, pueden suponerse adiabáticas.

Mientras se produce este fenómeno existen dos tipos de energía: energía cinética de las partículas y energía potencial del gas, dada por su compresibilidad.

Se define como densidad de energía a la energía por unidad de volumen del gas.[1]

La energía cinética del gas por unidad de volumen, o densidad de energía cinética, será:

$$D_c = \frac{1}{2} dm\, u^2 . \frac{1}{V} = \frac{1}{2} \frac{dm}{V} u^2 = \frac{1}{2} \sigma_o\, u^2$$

El trabajo realizado por un gas en una compresión, o expansión, adiabática es:

$$T = - \int p \, . \, dV$$

La energía potencial del gas por unidad de volumen, o densidad de energía potencial, será:

$$D_p = - \frac{1}{V_o} \int p \, . \, dV$$

Al tratarse de un incremento adiabático.

$$\frac{dp}{po} = - \mu \frac{dV}{Vo}$$

$$\frac{dV}{Vo} = - \frac{1}{\mu} \frac{dp}{po}$$

que sustituyendo en la expresión de la densidad de energía potencial, da:

$$D_p = \frac{1}{\mu\ po} \int p\ dp =$$

$$= \frac{1}{\mu\ po} \frac{p^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\mu\ po}$$

Como la velocidad de propagación es $c=\sqrt{[\mu po/\sigma o]}$, por lo que $\mu po=\sigma o c^2$, se tendrá :

$$D_p = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\sigma o\ c^2}$$

La densidad de energía será :

$$D = D_c + D_p$$

$$D = \frac{1}{2} (\sigma o\ u^2 + \frac{p^2}{\sigma o\ c^2})$$

Suponiendo el caso de la onda progresiva :

$$p_+ = p_1 \cos(wt-kx) + p_2 \operatorname{sen}(wt-kx) =$$

$$= p_m \cos(wt-kx-\phi)$$

Siendo :

$$p_m = \sqrt{[p_1^2 + p_2^2]}$$

$$\phi = \text{arc tg } \frac{p_2}{p_1}$$

También, para este caso, la velocidad es :

$$u_+ = \frac{p_+}{\sigma_o\, c}$$

La densidad de energía será :

$$D = \frac{1}{2}\left(\sigma_o \frac{p_+^2}{\sigma_o^2 c^2} + \frac{p_+^2}{\sigma_o\, c^2}\right) = \frac{p_+^2}{\sigma_o\, c^2}$$

$$D = \frac{p_m^2}{\sigma_o\, c^2} \cos^2(wt-kx-\phi)$$

Donde puede observarse que la densidad de energía es función del tiempo y de la posición.

Puede hallarse el valor promedio de la densidad de energía a lo largo de un ciclo, que se conoce por densidad eficaz, o efectiva, de energía.

$$D_{ef} = \frac{1}{T}\int_o^T D\, dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_o^T \frac{p_m^2}{\sigma_o c^2} \cos^2(wt-kx-\phi)\, dt =$$

$$= \frac{p_m^2}{\sigma_o c^2}\,\frac{1}{T}\int_o^T \cos^2(wt-kx-\phi)\, dt$$

dado que

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha$$

$$\cos^2\alpha = \cos 2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha$$

Sustituyendo en la integral,

$$\int_o^T \cos^2(wt-kx-\phi)dt = \int_o^T \cos\, 2(wt-kx-\phi)dt +$$

$$+ \int_o^T \operatorname{sen}^2(wt-kx-\phi)dt =$$

$$= \left[\frac{1}{2w}\operatorname{sen}2(wt-kx-\phi)\right]_o^T + \int_o^T [1 - \cos^2(wt-kx-\phi)]dt =$$

$$= \frac{1}{2w}\left[\operatorname{sen}\, 2(wt-kx-\phi)\right]_o^T + \int_o^T dt - \int_o^T \cos^2(wt-kx-\phi)\, dt$$

de donde

$$2\int_o^T \cos^2(wt-kx-\phi)dt = \frac{1}{2w}\left[\operatorname{sen}2(wt-kx-\phi\right]_o^T + \left[t\right]_o^T$$

$$\int_o^T \cos^2(wt-kx-\phi)dt = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2w}[\operatorname{sen}2(wT-kx-\phi) - \operatorname{sen}2(0-kx-\phi)]+T\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2w}[\operatorname{sen}2(2\pi-kx-\phi)] - \operatorname{sen}2(-kx-\phi)] + T\right\} = \frac{1}{2}T$$

Luego, la densidad efectiva será :

$$D_{ef} = \frac{P_m^2}{\sigma_o\, c^2}\,\frac{1}{T}\,\frac{T}{2} = \frac{P_m^2}{2\,\sigma_o\, c^2}$$

Teniendo en cuenta que la instrumentación para la medición de sonido, como por ejemplo el sonómetro, puede

medir, además del valor de pico, el valor eficaz de la presión, que es la media cuadrática de la presión en el tiempo, se tendrá:

$$p_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_o^T p_m^2 \cos^2(wt-kx-\phi)dt$$

Y esto, según la integración realizada antes, es :

$$p_{ef}^2 = \frac{p_m^2}{2} \quad , \qquad \boxed{p_{ef} = \frac{p_m}{\sqrt{2}}}$$

Por lo que poniendo la densidad efectiva en función de la presión eficaz, se tendrá:

$$\boxed{D_{ef} = \frac{p_{ef}^2}{\sigma_o\, c^2}}$$

Por esta razón, resulta útil la medición de valores eficaces de la presión, ya que éstos dan directamente valores de energía por unidad de volumen.[1],[3]

****

2.7. INTENSIDAD SONORA.

Se define este concepto como la cantidad de energía, transmitida por la onda de presión, que atraviesa una zona, por unidad de superficie y de tiempo.[1]

Cuando se transmite una onda de presión, a través de una columna de gas, el volumen del mismo que está evolucionando, en un intervalo de tiempo dt, es Acdt, donde A es el área de la sección recta de la columna, por lo que la energía puesta en juego es

$$dE = D\, dV = D\, A\, c\, dt.$$

La intensidad sonora, según se ha definido, será :

$$I = \frac{dE}{A\, dt}$$

luego

$$I = \frac{D\, A\, c\, dt}{A\, dt} = D\, c$$

Por consiguiente, suponiendo que la onda es progresiva, la intensidad sonora vendrá dada por:

$$I = D\, c = \frac{p_+^2}{\sigma_o\, c^2}\, c = \frac{p_+^2}{\sigma_o\, c} = p_+ \frac{p_+}{\sigma_o\, c} = p_+\, u_+$$

Y siendo :

$$p_+ = p_m \cos(wt-kx-\phi) \qquad y$$

$$u_+ = \frac{p_+}{\sigma_o c} = \frac{p_m}{\sigma_o c} \cos(wt-kx-\phi)$$

se tendrá, finalmente :

$$I = p_+ u_+ = [p_m \cos(wt-kx-\phi)] \left[\frac{p_m}{\sigma_o c} \cos(wt-kx-\phi)\right]$$

$$I = \frac{p_m^2}{\sigma_o c} \cos^2(wt-kx-\phi)$$

Promediando la intensidad sonora en un período T, se obtiene lo que se denomina intensidad sonora efectiva.[1]

$$I_{ef} = \frac{1}{T} \int_o^T \frac{p_m^2}{\sigma_o\, c} \cos^2(wt-kx-\phi)dt$$

que operando se obtiene :

$$I_{ef} = \frac{p_m^2}{2\, \sigma_o\, c}$$

o lo que es lo mismo

$$I_{ef} = \frac{p_{ef}^2}{\sigma_o\, c}$$

De modo que la intensidad sonora efectiva de una onda de presión, está relacionada con la presión eficaz que proporciona la instrumentación de medida.

Obsérvese de la exprewsión:

$$I_{ef} = \frac{p_{ef}^2}{\sigma_o\, c}$$

que

$$I_{ef} = D_{ef}\ c$$

es decir, que la intensidad sonora efectiva es la densidad efectiva multiplicada por la velociad de propagación.

****

2.8. ONDA ESFERICA.[1],[2]

Además de las ondas planas, presentan especial interés las ondas que, partiendo de un punto, se propagan regularmente en todas las direcciones, siempre que exista isotropía de espacio, es decir, que no existan direcciones privilegiadas. Este tipo de ondas se denominan esféricas y es el caso de una fuente puntual (esfera pulsante).

Para el estudio de las ondas esféricas serán adecuadas las coordenadas esféricas.

El operador gradiente expresado en coordenadas esféricas es :

$$\text{grad} = \frac{\delta}{\delta r} u_r + \frac{1}{r}\frac{\delta}{\delta \theta} u_\theta + \frac{1}{r\,\text{sen}\theta}\frac{\delta}{\delta \phi} u_\phi$$

El operador laplaciana expresado, asimismo, en coordenadas esféricas es:

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\delta}{\delta r}\left(r^2\frac{\delta}{\delta r}\right) + \frac{1}{r^2\text{sen}\theta}\frac{\delta}{\delta \theta}\left(\text{sen}\theta\frac{\delta}{\delta \theta}\right) + \frac{1}{r^2\text{sen}^2\theta}\frac{\delta^2}{\delta \phi^2}$$

Todos los puntos que se encuentran a la misma distancia de la fuente (esfera pulsante) se hallan, suponiendo isotropía de espacio, en el mismo estado de presión. Por consiguiente:

$$\frac{\delta p}{\delta \theta} = 0 \quad ; \quad \frac{\delta p}{\delta \phi} = 0$$

y, por tanto, $p = p(r,t)$

De modo que :

$$\text{grad } p = \frac{\delta p}{\delta r} u_r \qquad \text{y}$$

$$\Delta p = \frac{1}{r^2} \frac{\delta}{\delta r} (r^2 \frac{\delta}{\delta r}) p = \frac{1}{r^2} (2r \frac{\delta}{\delta r} + r^2 \frac{\delta^2}{\delta r^2}) p$$

$$\Delta p = (\frac{2}{r} \frac{\delta}{\delta r} + \frac{\delta^2}{\delta r^2}) p = \frac{2}{r} \frac{\delta p}{\delta r} + \frac{\delta^2 p}{\delta r^2}$$

La ecuación de onda general

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

aplicada al caso de onda esférica quedará :

$$\frac{2}{r} \frac{\delta p}{\delta r} + \frac{\delta^2 p}{\delta r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

la anterior expresión puede ponerse, también, del siguiente modo:

$$\frac{\delta^2 (p\ r)}{\delta r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 (p\ r)}{\delta t^2}$$

En efecto :

$$\frac{\delta^2 (p\ r)}{\delta r^2} = \frac{\delta}{\delta r} [\frac{\delta}{\delta r} (p\ r)] =$$

$$= \frac{\delta}{\delta r} [p + r \frac{\delta p}{\delta r}] = \frac{\delta p}{\delta r} + \frac{\delta p}{\delta r} + r \frac{\delta^2 p}{\delta r^2} =$$

$$= 2 \frac{\delta p}{\delta r} + r \frac{\delta^2 p}{\delta r^2}$$

Por otro lado

$$\frac{1}{c^2}\frac{\delta^2(p\ r)}{\delta t^2} = \frac{r}{c^2}\frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

ya que r es independiente de t.

Por lo tanto :

$$2\frac{\delta p}{\delta r} + r\frac{\delta^2 p}{\delta r^2} = \frac{r}{c^2}\frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

que dividiendo, miembro a miembro, por r da :

$$\frac{2}{r}\frac{\delta p}{\delta r} + \frac{\delta^2 p}{\delta r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

Con ello, ha quedado demostrado que la ecuación de onda esférica puede ser expresada del siguiente modo:

$$\frac{\delta^2(p\ r)}{\delta r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2(p\ r)}{\delta r^2}$$

Integrándola por separación de variables,[19] del mismo modo que se hizo en el caso de onda plana, se tendrá:

$$p\ r = F_1(r)\ .\ F_2(t)$$

siendo

$$F_1(r) = A_1\, e^{\frac{w}{c} r\, i} + A_2\, e^{-\frac{w}{c} r\, i}$$

$$F_2(t) = B_1\, e^{w\, t\, i} + B_2\, e^{-w\, t\, i}$$

expresiones análogas al caso de onda plana. Si se sigue operando del mismo modo que entonces, se obtendrá f:

$$p\ r = g_1 \cos(wt-kr) + g_2 \operatorname{sen}(wt-kr) +$$

$$+ g_3 \cos(wt+kr) + g_4 \operatorname{sen}(wt+kr)$$

y por tanto :

$$p = (1/r)[g_1 \cos(wt-kr) + g_2 \operatorname{sen}(wt-kr) +$$

$$+ g_3 \cos(wt+kr) + g_4 \operatorname{sen}(wt+kr)]$$

En este caso, también, los dos primeros términos constituyen un tren de ondas que se propagan en sentido progresivo, es decir, alejándose de la fuente puntual y los dos últimos constituyen un tren de ondas que se propaga hacia la fuente. El factor 1/r indica que la magnitud de la presión se reduce al aumentar la distancia al centro del emisor.

Considerando, solamente, la onda progresiva en un espacio indefinido, se tendrá:

$$p = \frac{g_1}{r} \cos(wt-kr) + \frac{g_2}{r} \operatorname{sen}(wt-kr)$$

La velocidad de desplazamiento u para el caso de onda general es:

$$u = -\frac{1}{\sigma_o} \int \operatorname{grad} p \ dt$$

$$\text{grad } p = \frac{\delta p}{\delta r} u_r$$

ya que $\frac{\delta p}{\delta \theta} = 0$ y $\frac{\delta p}{\delta \phi} = 0$

luego :

$$u = - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta r} dt$$

Sustituyendo p por su valor :

$$u = - \frac{1}{\sigma_o} \left[\frac{g_2}{w\, r^2} \cos(wt-kr) - \frac{g_1}{w\, r^2} \operatorname{sen}(wt-kr) - \right.$$

$$\left. - \frac{g_1\, k}{r\, w} \cos(wt-kr) - \frac{g_2\, k}{r\, w} \operatorname{sen}(wt-kr) \right]$$

$$= - \frac{1}{\sigma_o} \left\{ - \frac{k}{w} p(wt-kr) + \frac{1}{w\, r} p\left(wt-kr+\frac{\pi}{2}\right) \right.$$

Dado que $k = \frac{w}{c}$ $\left[\begin{array}{l} \frac{k}{w} = \frac{1}{c} \\ w = kc \end{array} \right.$

se tendrá :

$$u = \frac{1}{\sigma_o\, c} p(wt - kr) - \frac{1}{\sigma_o\, k\, c\, r} p\left(wt - kr + \frac{\pi}{2}\right)$$

Expresado por notación compleja sería:

$$p(wt-kr) = p_m\, e^{i(wt-kr+\phi)}$$

$$p(wt-kr+\pi/2) = p_m\, e^{i(wt-kr+\phi+\pi/2)} =$$

$$= p_m \, e^{i(wt-kr+\phi)} \, e^{i\pi/2} =$$

$$= p_m \, i \, e^{i(wt-kr+\phi)}$$

donde :

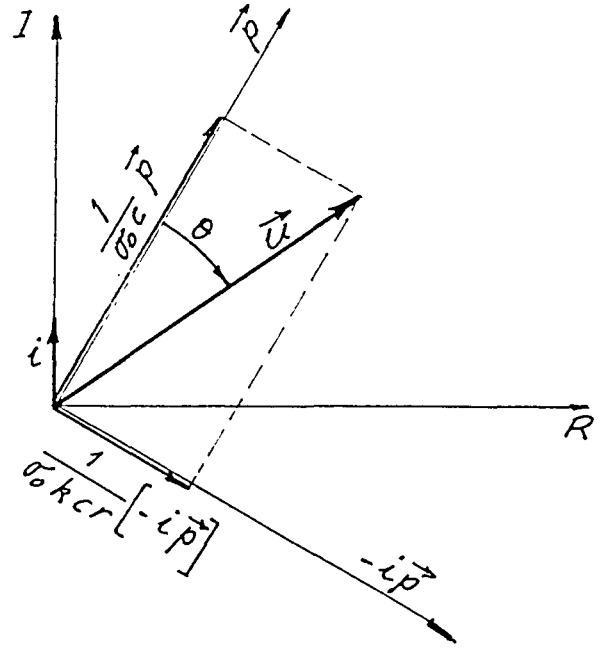
$$p_m = \sqrt{\left[\left(\frac{g_1}{r}\right)^2 + \left(\frac{g_2}{r}\right)^2\right]}$$

$$\phi = \text{arc tg} \frac{g_2/r}{g_1/r} = \text{arc tg} \frac{g_2}{g_1}$$

Por lo que la velocidad de desplazamiento podrá, también, ser expresada del siguiente modo:

$$u = \frac{1}{\sigma_o \, c} \, p_m \, e^{i(wt-kr+\phi)} - \frac{i}{\sigma_o \, k \, c \, r} \, p_m \, e^{i(wt-kr+\phi)}$$

$$u = \frac{1}{\sigma_o \, c} \, p - \frac{i}{\sigma_o \, k \, c \, r} \, p$$



Se observa, por tanto, que existe un desfase entre la presión y la velocidad. Este desfase viene dado por:

$$\theta = \text{arc tg} \frac{1/\sigma_o \; k \; c \; r}{1/\sigma_o \; c}$$

$$\theta = \text{arc tg} \frac{\sigma_o \; c}{\sigma_o \; k \; c \; r} = \text{arc tg} \frac{1}{k \; r}$$

que pone de manifiesto que el desfase que existe entre la presión y la velocidad, varía con la distancia a la fuente puntual de sonido.

A medida que nos alejamos de la fuente, el segundo término de la velocidad de desplazamiento va decreciendo y, por consiguiente, va disminuyendo el desfase entre presión y velocidad.

Suficientemente lejos de la fuente puntual, es decir cuando kr es mucho mayor que 1, dicho segundo término de la velocidad de desplazamiento puede despreciarse, quedando ésta:

$$u = \frac{1}{\sigma_o \; c} \; p$$

que coincide con la expresión correspondiente al caso de onda unidimensional.

****

2.9.DENSIDAD DE ENERGIA EN EL CASO DE ONDAS ESFERICAS.[1]

La densidad de energía viene dada, de acuerdo con la demostración realizada anteriormente, por

$$D = \frac{1}{2} \left(\sigma_o u^2 + \frac{p^2}{\sigma_o c^2} \right)$$

Considerando el tren de ondas esféricas progresivo, en el cual

$$p = \frac{g_1}{r} \cos(wt-kr) + \frac{g_2}{r} \operatorname{sen}(wt-kr)$$

que puede ponerse :

$$p = p_m \cos(wt-kr-\phi) \qquad \text{y}$$

$$u = \frac{1}{\sigma_o c} p_m \cos(wt-kr-\phi) -$$

$$- \frac{1}{\sigma_o k c r} p_m \cos\left(wt-kr+ \frac{\pi}{2} -\phi\right) =$$

$$= \frac{1}{\sigma_o c} p_m \cos(wt-kr-\phi) +$$

$$+ \frac{1}{\sigma_o k c r} p_m \operatorname{sen}(wt-kr-\phi)$$

que, evidentemente, puede ser expresada :

$$u = u_m \cos\ (wt-kr-\phi-\theta)$$

donde

$$u_m = \sqrt{\left[\left(\frac{p_m}{\sigma_o\ c}\right)^2 + \left(\frac{p_m}{\sigma_o\ k\ c\ r}\right)^2\right]} =$$

$$= \sqrt{\left[\frac{p_m^2}{\sigma_o^2\ c^2} + \frac{p_m^2}{\sigma_o^2 c^2 k^2 r^2}\right]} = \frac{p_m}{\sigma_o\ c\ k\ r}\sqrt{[1+k^2r^2]}$$

$$\theta = \text{arc tg}\ \frac{p_m/\sigma_o\ k\ c\ r}{p_m/\sigma_o\ c}$$

$$\theta = \text{arc tg}\ \frac{1}{k\ r}$$

que es, precisamente, el desfase entre presión y velocidad.

Sustituyendo estos valores de p y de u, en la expresión de la densidad de energía, se tiene:

$$D = \frac{1}{2}\left[\sigma_o\ u_m^2 \cos^2(wt-kr-\phi-\theta) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sigma_o\ c^2}\ p_m^2\ \cos^2(wt-kr-\phi)\right]$$

que operando da lugar a :

$$D = \frac{p_m^2}{2\ \sigma_o\ c^2}\left[\left(1+\frac{1}{k^2r^2}\right)\cos^2(wt-kr-\phi-\theta) + \cos^2(wt-kx-\phi)\right]$$

La densidad efectiva, será :

$$D_{ef} = \frac{1}{T}\int_0^T D\ dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{p_m^2}{2\sigma_o\, c^2}\left[\left(1+\frac{1}{k^2r^2}\right)\cos^2(wt-kr-\phi-\theta)+\cos^2(wt-kr-\phi)\right]dt=$$

$$= \frac{p_m^2}{2\,\sigma_o\, c^2}\left(1+\frac{1}{2\,k^2r^2}\right)$$

Y, teniendo en cuenta que la presión eficaz es $p_{ef}=p_m/\sqrt{2}$, la densidad efectiva de energía podrá expresarse, finalmente, del siguiente modo:

$$D_{ef} = \frac{p_{ef}^2}{\sigma_o\, c^2}\left(1+\frac{1}{2\,k^2r^2}\right)$$

****

2.10. INTENSIDAD SONORA EN EL CASO DE ONDAS ESFERICAS.[1]

Recordando el concepto de intensidad sonora, como la cantidad de energía transmitida por la onda de presión que atraviesa una zona, por unidad de superficie y de tiempo, y considerando el caso de ondas esféricas, en las cuales el volumen de gas que está evolucionando, durante un intervalo de tiempo dt, es Acdt, donde A es el área de una superficie esférica concéntrica con la fuente puntual, en la zona considerada, se podrá escribir:

$$dE = D\ dV = D\ A\ c\ dt$$

Y, por consiguiente :

$$I = \frac{dE}{A\ dt}$$

de donde

$$I = \frac{D\ A\ c\ dt}{A\ dt} = D\ c$$

Suponiendo el tren de ondas progresivo, se tendrá :

$$I = \frac{p_m^2}{2\ \sigma o\ c}\left[\left(1+\frac{1}{k^2 r^2}\right)\cos^2(wt-kr-\phi-\theta)+\cos^2(wt-kr-\phi)\right]$$

La intensidad sonora efectiva se obtiene promediando el anterior valor de la intensidad sonora en un período T.

$$I_{ef} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{p_m^2}{2\sigma o c}\left[\left(1+\frac{1}{k^2 r^2}\right)\cos^2(wt-kr-\phi-\theta)+\cos^2(wt-kr-\phi)\right]dt=$$

$$= \frac{C}{T}\int_0^T \frac{p_m^2}{2\sigma_o c^2}\left[\left(1+\frac{1}{k^2r^2}\right)\cos^2(wt-kr-\phi-\theta) + \cos^2(wt-kr-\phi)\right]dt =$$

$$= c\, D_{ef}$$

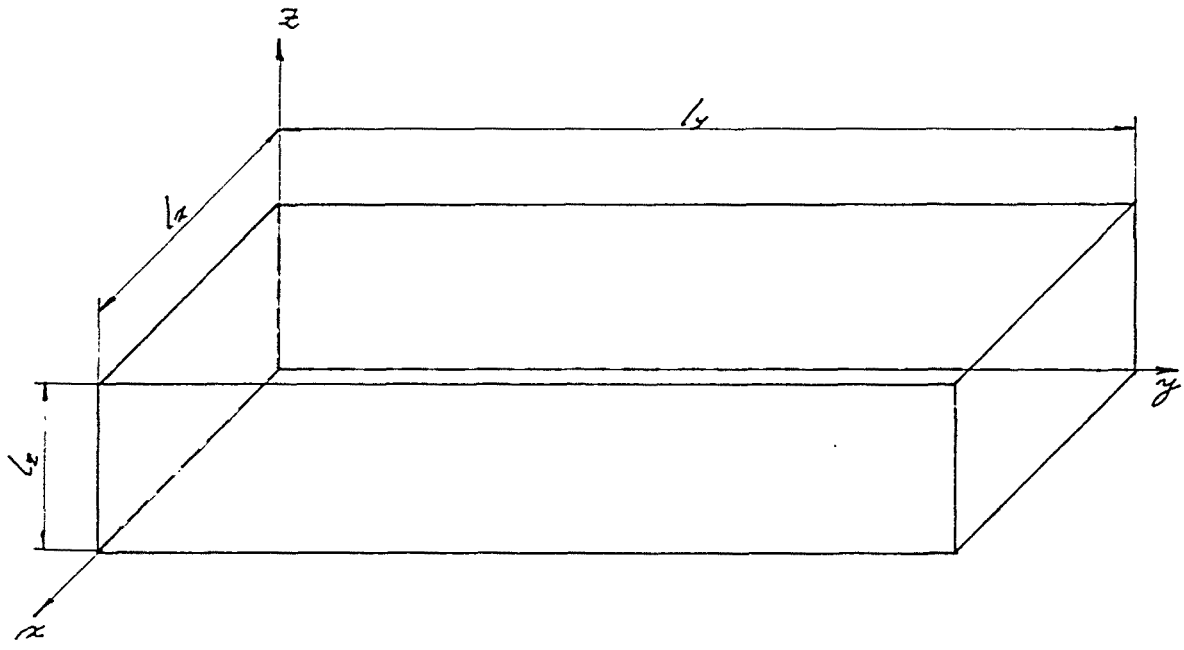
$$\boxed{I_{ef} = \frac{p_{ef}^2}{\sigma_o\, c}\left(1 + \frac{1}{2\,k^2r^2}\right)}$$

Cuando kr es mucho mayor que 1, es decir, lejos de la fuente puntual de sonido, el término $1/2k^2r^2$ puede despreciarse, y tanto la densidad de energía como la intensidad sonora efectivas, coincidirán con las expresiones de las mismas que se obtuvieron para el caso de onda plana.

****

2.11. ACUSTICA EN UN CONDUCTO DE SECCION RECTANGULAR.

Para este estudio se hacen las hipótesis de considerar que las paredes son planas, rígidas y perfectamente reflectantes.[1]



La ecuación de onda es:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

que resolviéndola por el método de separación de variables, [19] buscando soluciones que sean producto de una función de x,y,z por otra de t, se tendrá:

$$p(x,y,z,t) = F_1(x,y,z)\, F_2(t)$$

hipótesis que equivale a admitir la existencia de

oscilaciones sincrónicas de presión en todo el espacio obedientes a una misma ley $F_2(t)$ en función del tiempo, pero de valores variables con el punto x,y,z del espacio considerado.

Derivando y sustituyendo en la ecuación de onda se obtendrá:

$$\frac{\delta p}{\delta x} = \frac{\delta F_1(x,y,z)}{\delta x} F_2(t)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 F_1(x,y,z)}{\delta x^2} F_2(t)$$

y análogamente:

$$\frac{\delta^2 p}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 F_1(x,y,z)}{\delta y^2} F_2(t)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta z^2} = \frac{\delta^2 F_1(x,y,z)}{\delta z^2} F_2(t)$$

$$\frac{\delta p}{\delta t} = F_1(x,y,z) \frac{\delta F_2(t)}{\delta t}$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta t^2} = F_1(x,y,z) \frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}$$

Sustituyendo en la ecuacion de onda :

$$\frac{\delta^2 F_1(xyz)}{\delta x^2} F_2(t) + \frac{\delta^2 F_1(xyz)}{\delta y^2} F_2(t) +$$

$$+ \frac{\delta^2 F_1(xyz)}{\delta z^2} F_2(t) = \frac{1}{c^2} F_1(x,y,z) \frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}$$

es decir :

$$\frac{1}{F_1}\left[\frac{\delta^2 F_1}{\delta x^2}+\frac{\delta^2 F_1}{\delta y^2}+\frac{\delta^2 F_1}{\delta z^2}\right]=\frac{1}{c^2 F_2(t)}\,\frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}$$

Como el primer miembro es independiente de t y el segundo es independiente de x,y,z, no pueden ser iguales más que siendo ambos iguales a una constante.

De modo que podrá escribirse :

$$\frac{1}{c^2 F_2(t)}\,\frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}=-\left(\frac{w}{c}\right)^2$$

$$\frac{\delta^2 F_2(t)}{\delta t^2}+w^2\,F_2(t)=0$$

de donde:

$$\boxed{F_2(t)=A\,\mathrm{sen}(wt+\tau)}$$

ecuación del movimiento armónico, que dice que la oscilación de la presión en un punto dado del espacio tiene carácter armónico.

También podía haberse expresado por :

$$F_2(t)=B_1\,e^{wti}+B_2\,e^{-wti}$$

siendo B_1 y B_2 números complejos.

Del mismo modo, igualando el primer miembro a la misma constante $-(w/c)^2$ que se ha igualado el segundo, se tendrá:

$$\frac{1}{F_1}\left[\frac{\delta^2 F_1}{\delta x^2}+\frac{\delta^2 F_1}{\delta y^2}+\frac{\delta^2 F_1}{\delta z^2}\right]=-\left(\frac{w}{c}\right)^2$$

o bien

$$\frac{\delta^2 F_1}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 F_1}{\delta y^2} + \left(\frac{w}{c}\right)^2 F_1 = - \frac{\delta^2 F_1}{\delta z^2} \qquad (*)$$

que resolviéndola, asimismo, por separación de variables.

$$F_1(x\ y\ z) = G(x\ y)\ H(z)$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta x} = \frac{\delta G}{\delta x} H(z)$$

$$\frac{\delta^2 F_1}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 G}{\delta x^2} H(z)$$

$$\frac{\delta^2 F_1}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 G}{\delta y^2} H(z)$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta z} = G(x\ y) \frac{\delta H(z)}{\delta z}$$

$$\frac{\delta^2 F_1}{\delta z^2} = G(x\ y) \frac{\delta^2 H(z)}{\delta z^2}$$

Sustituyendo en la ecuación (*), se obtiene :

$$\left[\frac{\delta^2 G}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 G}{\delta y^2} + \frac{w^2}{c^2} G\right] H(z) = -G \frac{\delta^2 H}{\delta z^2}$$

es decir :

$$\frac{1}{G}\left[\frac{\delta^2 G}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 G}{\delta y^2}\right] = - \frac{w^2}{c^2} - \frac{1}{H} \frac{\delta^2 H}{\delta z^2}$$

que, como el primer miembro es independiente de z y el segundo es independiente de x,y, serán iguales si ambos son

iguales a una constante. Sea ésta $-\mu^2/c^2$.

El segundo miembro quedará :

$$-\frac{\mu^2}{c^2} = -\frac{w^2}{c^2} - \frac{1}{H}\frac{\delta^2 H}{\delta z^2}$$

de donde

$$\frac{\delta^2 H}{\delta z^2} + \left(\frac{w^2-\mu^2}{c^2}\right) H = 0$$

donde, evidentemente, los valores de μ^2 deberán ser menores que w^2, para que exista oscilación.

Llamando $\beta^2 = w^2-\mu^2$

la ecuación quedará :

$$\frac{\delta^2 H}{\delta z^2} + \frac{\beta^2}{c^2} H = 0$$

cuya solución será :

$$\boxed{H(z) = B \operatorname{sen}\left(\frac{\beta}{c} z + \theta\right)}$$

Igualando, ahora, el primer miembro a la misma constante, se tendrá:

$$\frac{1}{G}\left[\frac{\delta^2 G}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 G}{\delta y^2}\right] = -\frac{\mu^2}{c^2} \qquad (**)$$

que podrá ser resuelta, también, por separación de variables.

$$G(x,y) = G_1(x)\, G_2(y)$$

Derivándola :

$$\frac{\delta G}{\delta x} = \frac{\delta G_1(x)}{\delta x} G_2(y)$$

$$\frac{\delta^2 G}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 G_1(x)}{\delta x^2} G_2(y)$$

$$\frac{\delta G}{\delta y} = G_1(x) \frac{\delta G_2(y)}{\delta y}$$

$$\frac{\delta^2 G}{\delta y^2} = G_1(x) \frac{\delta^2 G_2(y)}{\delta y^2}$$

Y sustituyendo en la ecuación (**) se obtiene:

$$\frac{1}{G_1(x)} \frac{\delta^2 G_1(x)}{\delta x^2} = -\frac{\mu^2}{c^2} - \frac{1}{G_2(y)} \frac{\delta^2 G_2(y)}{\delta y^2}$$

que, al igual que en los casos anteriores, por ser el primer miembro independiente de y y el segundo independiente de x, ambos solo podrán ser iguales si lo son a una constante, que llamaremos $-\Omega^2/c^2$.

De forma que se tendrá :

$$-\frac{\Omega^2}{c^2} = -\frac{\mu^2}{c^2} - \frac{1}{G_2(y)} \frac{\delta^2 G_2(y)}{\delta y^2}$$

$$\frac{\delta^2 G_2(y)}{\delta y^2} + \frac{\mu^2 - \Omega^2}{c^2} G_2(y) = 0$$

donde Ω^2 es menor que μ^2 para que el sistema sea oscilante.

Llamando $\mu^2-\Omega^2= \sigma^2$, se tendrá finalmente:

$$\frac{\delta^2 G_2(y)}{\delta y^2} + \frac{\sigma^2}{c^2} G_2(y) = 0$$

cuya solución es :

$$\boxed{G_2(y) = C \operatorname{sen}\left(\frac{\sigma}{c} y + \epsilon\right)}$$

Trabajando, ahora, con el primer miembro :

$$\frac{1}{G_1(x)} \frac{\delta^2 G_1(x)}{\delta x^2} = - \frac{\Omega^2}{c^2}$$

$$\frac{\delta^2 G_1(x)}{\delta x^2} + \frac{\Omega^2}{c^2} G_1(x) = 0$$

cuya solución es :

$$\boxed{G_1(x) = D \operatorname{sen}\left(\frac{\Omega}{c} x + \phi\right)}$$

La solución de la ecuación de onda

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p}{\delta t^2}$$

será, por tanto,

$$\begin{aligned} p(x,y,z,t) &= F_1(x,y,z) \cdot F_2(t) = \\ &= G(x,y) \cdot H(z) \cdot F_2(t) = \\ &= G_1(x) \cdot G_2(y) \cdot H(z) \cdot F_2(t) \end{aligned}$$

Por tanto :

$$p(x,y,z,t) = D\ \mathrm{sen}\left(\frac{\Omega}{c}x + \phi\right) \cdot C\ \mathrm{sen}\left(\frac{\sigma}{c}y + \epsilon\right) \cdot B\ \mathrm{sen}\left(\frac{\beta}{c}z + \theta\right) \cdot A\ \mathrm{sen}(wt + \tau)$$

Calculando las segundas derivadas parciales y sustituyéndolas en la ecuación de onda, se tendrá:

$$\frac{\Omega^2}{c^2} + \frac{\sigma^2}{c^2} + \frac{\beta^2}{c^2} = \frac{1}{c^2} w^2$$

De forma que llamando :

$$\frac{\Omega}{c} = k_x \quad ; \quad \frac{\sigma}{c} = k_y \quad ; \quad \frac{\beta}{c} = k_z$$

resulta que:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{w^2}{c^2} = k^2$$

A los valores

$$\frac{k_x}{k} \quad , \quad \frac{k_y}{k} \quad , \quad \frac{k_z}{k}$$

se les denomina cosenos directores de la onda en los tres ejes.

Las partículas del gas están animadas de una velocidad que, como se vio, es:

$$u = - \frac{1}{\sigma o} \int \text{grad } p \, dt$$

cuyas componentes son : [1]

$$u_x = - \frac{1}{\sigma o} \int \frac{\delta p}{\delta x} dt$$

$$u_y = - \frac{1}{\sigma o} \int \frac{\delta p}{\delta y} dt$$

$$u_z = - \frac{1}{\sigma o} \int \frac{\delta p}{\delta z} dt$$

Si se considera el caso de un conducto abierto por ambos extremos, las condiciones de contorno, teniendo en cuenta las hipótesis iniciales de paredes planas, rígidas y perfectamente reflectantes, serán :

1) $x = 0 \qquad u_x = 0$

2) $x = l_x \qquad u_x = 0$

3) $z = 0 \qquad u_z = 0$

4) $z = l_z \qquad u_z = 0$

5) $y = 0 \qquad p = 0$

6) $y = l_y \qquad p = 0$

Podrá, pues, escribirse :

$$u_x =$$

$$= -\frac{1}{\sigma_o}\int DCBA\,\frac{\cap}{c}\,sen\left(\frac{\sigma}{c}y+\epsilon\right)\,sen\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)\,cos\left(\frac{\cap}{c}x+\phi\right)\,sen(wt+\tau)dt$$

$$u_x = \frac{1}{w}\,\frac{DCBA\cap}{\sigma_o\,c}\,sen\left(\frac{\sigma}{c}y+\epsilon\right)\,sen\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)\,cos\left(\frac{\cap}{c}x+\phi\right)\,cos(wt+\tau)$$

análogamente :

$$u_z = \frac{DCBA\,\beta}{w\,\sigma_o\,c}\,sen\left(\frac{\sigma}{c}y+\epsilon\right)\,cos\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)\,sen\left(\frac{\cap}{c}x+\phi\right)\,cos(wt+\tau)$$

De acuerdo con las condiciones de contorno :

$$1)\ 0 = \frac{DCBA}{w\,\sigma_o}\,k_x\,sen(K_y y+\epsilon)\,sen(k_z z+\theta)\,cos\phi\,cos(wt+\tau)$$

$$2)\ 0 = \frac{DCBA}{w\,\sigma_o}\,k_x\,sen(k_y y+\epsilon)\,sen(k_z z+\theta)\,cos(k_x l_x+\phi)\,cos(wt+\tau)$$

$$3)\ 0 = \frac{DCBA}{w\,\sigma_o}\,k_z\,sen(k_y y+\epsilon)\,cos\theta\,sen(k_x x+\phi)\,cos(wt+\tau)$$

$$4)\ 0 = \frac{DCBA}{w\,\sigma_o}\,k_z\,sen(k_y y+\epsilon)\,cos(k_z l_z+\theta)\,sen(k_x x+\phi)\,cos(wt+\tau)$$

$$5)\ 0 = DCBA\,sen(k_x x+\phi)\,sen\epsilon\,sen(k_z z+\theta)\,sen(wt+\tau)$$

$$6)\ 0 = DCBA\,sen(k_x x+\phi)\,sen(k_y l_y+\epsilon)\,sen(k_z z+\theta)\,sen(wt+\tau)$$

De (1) se deduce que $\cos\phi = 0$, luego:

$$\phi = (2n + 1)\,\pi/2 \qquad , \qquad n \in N$$

De (2) se deduce que $\cos(k_x l_x + \phi) = 0$, luego:

$$(k_x l_x + \phi) = (2n' + 1)\pi/2$$

De (1) y de (2) se deduce que :

$$k_x l_x = n\,\pi \qquad , \qquad n \in N$$

Del mismo modo, empleando las ecuaciones (3) y (4), deduciríamos:

$$\theta = (2m + 1)\,\pi/2 \qquad , \qquad m \in N$$

$$k_z\, l_z = m\,\pi$$

Utilizando las ecuaciones (5) y (6), se deducirá :

$\operatorname{sen} \epsilon = 0$ implica $\epsilon = q'\pi$

$\operatorname{sen}(k_y l_y + \epsilon) = 0$ implica $k_y l_y + \epsilon = q''\,\pi$

por tanto: $k_y\, l_y = q\,\pi$, $q \in N$

luego, teniendo en cuenta que :

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = w^2/c^2$$

se tendrá :

$$w = \sqrt{\left[\frac{n^2\pi^2c^2}{l_x^2} + \frac{q^2\pi^2c^2}{l_y^2} + \frac{m^2\pi^2c^2}{l_z^2}\right]} =$$

$$= \pi\, c \sqrt{\left[\frac{n^2}{l_x^2} + \frac{q^2}{l_y^2} + \frac{m^2}{l_z^2}\right]}$$

y siendo la frecuencia

$$f = w / 2\pi$$

se tiene, finalmente, la expresión :

$$\boxed{f = \frac{c}{2} \sqrt{\left[\frac{n^2}{l_x^2} + \frac{q^2}{l_y^2} + \frac{m^2}{l_z^2}\right]}}$$

En un conducto de sección rectangular podrán mantenerse ondas estacionarias para las frecuencias dadas por la ecuación anterior. Para cada combinación de números naturales n,q y m, se obtiene una frecuencia propia y, por tanto, una onda estacionaria dada por la ecuación de la presión.[1]

$$p = P \operatorname{sen}\left(\frac{\Omega}{c} x + \phi\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\sigma}{c} y + \epsilon\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\beta}{c} z + \theta\right) \operatorname{sen}(wt + \tau)$$

Siendo P = A.B.C.D., que es un producto de constantes reales.

Y, puesto que :

$$\frac{\Omega}{c} = k_x = \frac{n\,\pi}{l_x}$$

$$\frac{\sigma}{c} = k_y = \frac{q\,\pi}{l_y}$$

$$\frac{\beta}{c} = k_z = \frac{m\,\pi}{l_z}$$

dicha presión quedará expresada :

$$p = P\,\mathrm{sen}(\pi c \sqrt{[\frac{n^2}{l_x^2} + \frac{q}{l_y^2} + \frac{m^2}{l_z^2}]}\; t + \tau)\; \mathrm{sen}[\frac{n\pi}{l_x} x + (2n+1)\frac{\pi}{2}].$$

$$.\mathrm{sen}[\frac{q\pi}{l_y} y + q\,\pi]\; \mathrm{sen}[\frac{m\pi}{l_z} z + (2m+1)\frac{\pi}{2}]$$

Dado que se ha considerado un conducto abierto por ambos extremos, en éstos existe un nodo para cada forma modal.

Como aplicación, véase cómo puede determinarse el modo de propagación transversal de frecuencia más baja, en un conducto de sección cuadrada. A dicha frecuencia se la denomina frecuencia de corte del conducto.

$$f = \frac{c}{2} \sqrt{[\frac{n^2}{l_x^2} + \frac{q^2}{l_y^2} + \frac{m^2}{l_z^2}]}$$

siendo n, q, m números naturales.

Dado que la sección ha sido considerada cuadrada,

$$l_x = l_z = D \quad , \quad \text{luego:}$$

$$f = \frac{c}{2} \sqrt{[\frac{q^2}{l_y^2} + \frac{n^2}{D^2} + \frac{m^2}{D^2}]}$$

Si se desea obtener la frecuencia más baja a la que aparece un modo de onda transversal en la dirección, por ejemplo, del eje x, n deberá tomar el valor 1, mientras que q y m serán cero.

Por consiguiente :

$$f = \frac{c}{2}\sqrt{\left[\frac{1}{D^2}\right]} = \frac{c}{2D}$$

Si se desea obtener la longitud de onda correspondiente, se tendrá:

$$\Gamma = c/f$$

luego :

$$\Gamma = \frac{c}{\frac{c}{2\,D}} = 2\,D$$

Ello significa que, en un conducto de sección cuadrada, solo aparecerán modos de ondas transversales para frecuencias iguales o superiores a f=c/2D o, lo que es lo mismo, cuando las frecuencias sean tales que sus correspondientes longitudes de onda sean menores o iguales a dos veces la dimensión transversal del conducto.

A frecuencias inferiores a la frecuencia de corte del conducto, solamente pueden existir modos de propagación longitudinal y, por consiguiente, se propagan ondas planas.

Se denomina densidad modal al cociente entre el número

de modos propios ΔN que se presentan en una banda de frecuencias de amplitud Δf y dicha amplitud.

$$\text{Densidad modal} = \frac{\Delta N}{\Delta f}$$

Para determinar la densidad de energía de cualquier distribución de ondas estacionarias, se utilizará la expresión deducida anteriormente.

$$D = \tfrac{1}{2} \left(\sigma_o u^2 + \frac{p^2}{\sigma_o c^2} \right)$$

La velocidad de las partículas es

$$u = -\tfrac{1}{2} \int \text{grad } p \, dt =$$

$$= - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta x} dt \, i - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta y} dt \, j - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta z} dt \, k =$$

$$= u_x \, i + u_y \, j + u_z \, k$$

luego :

$$u_x = - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta x} dt$$

$$u_y = - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta y} dt$$

$$u_z = - \frac{1}{\sigma_o} \int \frac{\delta p}{\delta z} dt$$

y siendo

$$p = P\ \mathrm{sen}\left[\frac{n\pi}{l_x}x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right].\ \mathrm{sen}\left[\frac{q\pi}{l_y}y + q\pi\right].$$

$$.\mathrm{sen}\left[\frac{m\pi}{l_z}z + (2m+1)\frac{\pi}{2}\right].\ \mathrm{sen}(wt + \tau)$$

$$u_x = \frac{P\ n\ \pi}{w\ \sigma o\ l_x}\ \mathrm{sen}\left[\frac{q\pi}{l_y}y + q\pi\right].\ \mathrm{sen}\left[\frac{m\pi}{l_z}z + (2m+1) - \frac{\pi}{2}\right].$$

$$.\cos\left[\frac{n\pi}{l_x}x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right]\cos(wt + \tau)$$

$$u_y = \frac{P\ q\ \pi}{w\ \sigma o\ l_y}\ \mathrm{sen}\left[\frac{n\pi}{l_x}x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right].\ \mathrm{sen}\left[\frac{m\pi}{l_z}z + (2m+1)\frac{\pi}{2}\right].$$

$$.\ \cos\left[\frac{q\pi}{l_y}y + q\pi\right]\ .\ \cos(wt + \tau)$$

$$u_z = \frac{P\ m\ \pi}{w\ \sigma o\ l_z}\ \mathrm{sen}\left[\frac{n\pi}{l_x}x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right].\ \mathrm{sen}\left[\frac{q\pi}{l_y}y + q\pi\right].$$

$$.\ \cos\left[\frac{m\pi}{l_z}z + (2m+1)\frac{\pi}{2}\right]\cos(wt + \tau)$$

Se obtendrá el cuadrado del módulo de la velocidad de desplazamiento del siguiente modo :

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$$

Sustituyendo en la ecuación de la densidad de energía, y operando, se obtiene:

$$D = \frac{P^2}{2\sigma o c^2}\{[(\frac{k_x}{k})^2 sen^2(k_y y+q\pi).sen^2[k_z z+(2m+1)\frac{\pi}{2}] +$$

$$+ (\frac{k_y}{k})^2 sen^2[k_x x+(2n+1)\frac{\pi}{2}]\ sen^2[k_z z+(2m+1)\frac{\pi}{2}] +$$

$$+ (\frac{k_z}{k})^2 sen^2[k_x x+(2n+1)\frac{\pi}{2}].sen^2[k_y y+q\pi)]\ cos^2(wt+\tau) -$$

$$-\{sen^2[k_x x+(2n+1)\frac{\pi}{2}]sen^2(k_y y+q\pi)sen^2[k_z z+(2m+1)\frac{\pi}{2}]\}cos2(wt+\tau)\}$$

La expresión obtenida corresponde a la densidad instantánea de energía. Si se desea obtener la densidad eficaz, o efectiva, de energía, se tendrá:

$$D_{ef} = \frac{1}{T}\int_0^T D\ dt$$

$$D_{ef} = \frac{1}{T}\int_0^T \tfrac{1}{2}(\sigma o\ u^2 + \frac{p^2}{\sigma o c^2})dt =$$

$$= \tfrac{1}{2}\ [\frac{1}{T}\int_0^T \sigma o\ u^2\ dt + \frac{1}{T}\int_0^T \frac{p^2}{\sigma o c^2}\ dt]$$

donde expresando :

$$u = |u|\ cos\ wt$$

$$p = |p|\ sen\ wt$$

se tendrá :

$$D_{ef} = \tfrac{1}{2}\ [\frac{1}{T}\int_0^T \sigma o\ |u|^2\ cos^2 wt\ dt + \frac{1}{T}\int_0^T \frac{|p|^2 sen^2 wt}{\sigma o\ c^2}\ dt] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\ [\sigma o\ |u|^2 \frac{1}{T}\int_0^T cos^2 wt\ dt + \frac{|p|^2}{\sigma o\ c^2}\ \frac{1}{T}\int_0^T sen^2 wt\ dt] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\sigma_o\,|u|^2 \frac{1}{T}\,\frac{T}{2} + \frac{|p|^2}{\sigma_o\, c^2}\,\frac{1}{T}\,\frac{T}{2}\right]$$

$$\boxed{D_{ef} = \tfrac{1}{2}\left[\sigma_o\,\frac{|u|^2}{2} + \frac{|p|^2}{2\,\sigma_o c^2}\right]}$$

En este caso :

$$|u|^2 = |u_x|^2 + |u_y|^2 + |u_z|^2$$

$$|p|^2 = P^2 \operatorname{sen}^2(k_x x + \phi)\, \operatorname{sen}^2(k_y y + \epsilon)\, \operatorname{sen}^2(k_z z + \theta)$$

Valores que se sustituyen en la ecuación de la densidad de energía efectiva, obteniéndose:

$$D_{ef} = \frac{P^2}{4\,\sigma_o c^2}\left\{\left(\frac{k_x}{k}\right)^2 \operatorname{sen}^2(k_y y + q\pi)\, \operatorname{sen}^2\left(k_z z + (2m+1)\,\frac{\pi}{2}\right)\right] +$$

$$+\left(\frac{k_y}{k}\right)^2 \operatorname{sen}^2\left[k_x x + (2n+1)\,\frac{\pi}{2}\right] \operatorname{sen}^2\left[k_z z + (2m+1)\,\frac{\pi}{2}\right] +$$

$$+\left(\frac{k_z}{k}\right)^2 \operatorname{sen}^2\left[k_x x + (2n+1)\,\frac{\pi}{2}\right] \operatorname{sen}^2[k_y y + q\pi]\ \Big\}$$

Promediándola a todo el espacio limitado por el conducto, resulta:

$$\underline{D} = \frac{1}{V}\iiint_V D_{ef}\, dV$$

$$\underline{D} = \frac{1}{V} \iiint_V \frac{P^2}{4\sigma_0 c^2} \{(\frac{k_x}{k})^2 \operatorname{sen}^2(k_y y+\epsilon) \operatorname{sen}^2(k_z z+\theta)+$$

$$+ (\frac{k_y}{k})^2 \operatorname{sen}^2(k_x x+\phi) \operatorname{sen}^2(k_z z+\theta) +$$

$$+ (\frac{k_z}{k})^2 \operatorname{sen}^2(k_x x+\phi) \operatorname{sen}^2(k_y y+\epsilon)\} \, dx \, dy \, dz =$$

$$= \tfrac{1}{4} \frac{P^2}{4\sigma_0 c^2} [(\frac{k_x}{k})^2 + (\frac{k_y}{k})^2 + (\frac{k_z}{k})^2]$$

$$\boxed{\underline{D} = \frac{P^2}{16\, \sigma_0 c^2}}$$

Dado que la presión se expresa :

$$p = P \operatorname{sen}(k_x x + \phi) \operatorname{sen}(k_y y + \epsilon) \operatorname{sen}(k_z z + \theta) \operatorname{sen}(\omega t+\tau)$$

la presión cuadrática media, o presión eficaz, se obtendrá del siguiente modo:

$$p_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T p^2 \, dt =$$

$$= \frac{P^2}{2} \operatorname{sen}^2(k_x x + \phi) \operatorname{sen}^2(k_y y + \epsilon) \operatorname{sen}^2(k_z z + \theta)$$

que promediando esta expresión en el espacio, se obtiene:

$$\underline{p^2} = \frac{1}{V} \iiint_V p_{ef}^2 \, dx \, dy \, dz = \frac{P^2}{16}$$

Como, según se ha visto antes, la expresión de la densidad de energía eficaz promediada a todo el espacio limitado por el conducto, es:

$$\underline{D} = \frac{p^2}{16\,\sigma_o\,c^2}$$

y como, según se acaba de demostrar, la presión media cuadrática ,o eficaz, también promediada a todo el espacio del conducto, viene dada por:

$$\underline{p}^2 = \frac{p^2}{16}$$

Se deduce, de ambas expresiones, que :

$$\boxed{\underline{D} = \frac{\underline{p}^2}{\sigma_o\,c^2}}$$

expresión que coincide con la obtenida para la onda estacionaria unidimensional.

Si se presenta un número de modos suficientemente elevado, el promedio lo realiza el propio conducto. La presión cuadrática media puede medirse en cualquier punto a excepción de los más próximos a los límites del conducto. Dicha presión cuadrática media está relacionada con la densidad eficaz de energía por medio de la anterior expresión. En la práctica resulta aconsejable medir la presión cuadrática media en diferentes puntos del conducto y promediar dichos valores, ya que la presión cuadrática media sería la misma en todos los puntos, solamente, si la

densidad modal fuera infinita.

Se denomina campo difuso al campo sonoro, cuya presión cuadrática media tiene muy pocas variaciones, con lo que la densidad de energía permanece prácticamente constante, y en el que el sonido se propaga en todas direcciones.[1]

****

C A P I T U L O 3

A B S O R C I O N P A S I V A

3. ABSORCION PASIVA.

3.1. TRANSMISION.[1]

3.1.1. INTRODUCCION.

Para estudiar la transmisión de ondas planas unidimensionales que inciden sobre superficies planas de extensión infinita, se emplea el concepto de IMPEDANCIA CARACTERISTICA DEL MEDIO, ya definido, en el apartado correspondiente a ondas planas, como la relación entre la presión sonora y la velocidad de desplazamiento de la partícula.

$$Z = \frac{p}{u}$$

Para el caso de onda plana progresiva se vió, también, que:

$$Z = \frac{p^+}{p^+/\sigma_o c} = \sigma_o c$$

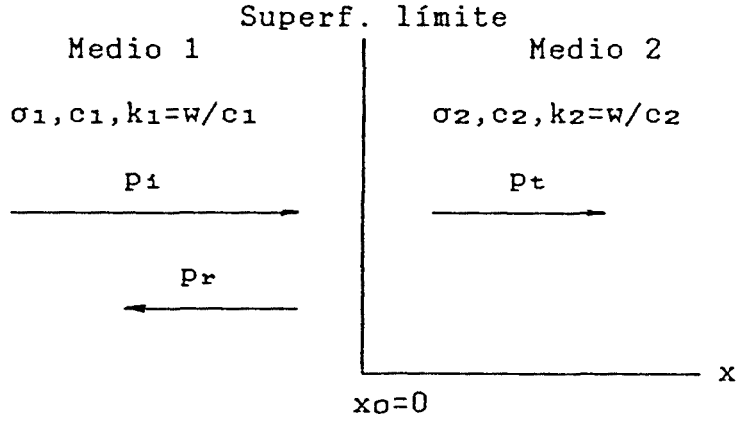
que, como puede verse, solo depende de las características del medio.

****

3.2. TRANSMISION Y REFLEXION EN SUPERFICIES LIMITE.[1],[2]

3.2.1. INCIDENCIA NORMAL.[1]

Se considera una onda sonora plana que incide sobre una superficie plana, normal a la dirección de propagación de la onda, que separa dos medios. Una parte de la onda incidente, sobre la superficie, se refleja hacia el mismo medio, mientras que la otra parte se transmite al segundo medio.



Trabajando en forma complejo-exponencial, dichas ondas podrán expresarse del siguiente modo:

$$p_i = A_i\, e^{i(wt - k_1 x)}$$

$$p_r = A_r\, e^{i(wt + k_1 x)}$$

$$p_t = A_t\, e^{i(wt - k_2 x)}$$

Las velocidades de desplazamiento de la partícula de las ondas expresadas anteriormente son:

$$u_i = \frac{p_i}{\sigma_1 \, c_1}$$

$$u_r = - \frac{p_r}{\sigma_1 \, c_1}$$

$$u_t = \frac{p_t}{\sigma_2 \, c_2}$$

En la capa límite, o de separación de los dos medios, las condiciones de contorno son:

$$x_o = 0 \, , \qquad p_i + p_r = p_t$$

que corresponde al equilibrio estático de fuerzas. Eso es:

$$A_i \, e^{iwt} + A_r \, e^{iwt} = A_t \, e^{iwt}$$

de donde:

(1) $$A_i + A_r = A_t$$

También debe cumplirse que:

$$x_o = 0 \, , \qquad u_i + u_r = u_t$$

que corresponde a la continuidad del movimiento.

Sustituyendo cada velocidad por su valor, se tendrá:

$$\frac{p_i}{\sigma_1 \, c_1} + \frac{p_r}{\sigma_1 \, c_1} = \frac{p_t}{\sigma_2 \, c_2}$$

$$\frac{A_i e^{iwt}}{\sigma_1 c_1} - \frac{A_r e^{iwt}}{\sigma_1 c_1} = \frac{A_t e^{iwt}}{\sigma_2 c_2}$$

es decir

$$(2) \qquad \frac{A_i - A_r}{\sigma_1 \, c_1} = \frac{A_t}{\sigma_2 \, c_2}$$

Entre ambas ecuaciones pueden deducirse las amplitudes de las ondas reflejada y transmitida.

$$\frac{A_i - A_r}{\sigma_1 c_1} = \frac{A_i + A_r}{\sigma_2 c_2}$$

$$(A_i - A_r)\, \sigma_2 \, c_2 = (A_i + A_r)\, \sigma_1 \, c_1$$

$$A_i \, \sigma_2 \, c_2 - A_r \, \sigma_2 \, c_2 = A_i \, \sigma_1 \, c_1 + A_r \, \sigma_1 \, c_1$$

$$A_i \, (\sigma_2 \, c_2 - \sigma_1 \, c_1) = A_r \, (\sigma_1 \, c_1 + \sigma_2 \, c_2)$$

$$(3) \qquad A_r = A_i \, \frac{\sigma_2 \, c_2 - \sigma_1 \, c_1}{\sigma_2 \, c_2 + \sigma_1 \, c_1}$$

que es la amplitud de la onda reflejada.

Sustituyendo, ahora, $A_r = A_t - A_i$, se obtendrá la amplitud de la onda transmitida.

$$\frac{A_i - (A_t - A_i)}{\sigma_1 \, c_1} = \frac{A_t}{\sigma_2 \, c_2}$$

$$\frac{2\, A_i - A_t}{\sigma_1 \, c_1} = \frac{A_t}{\sigma_2 \, c_2}$$

$$2\, A_i \, \sigma_2 \, c_2 - A_t \, \sigma_2 \, c_2 = A_t \, \sigma_1 \, c_1$$

$$2\, A_i \, \sigma_2 \, c_2 = A_t \, (\sigma_2 \, c_2 + \sigma_1 \, c_1)$$

$$(4) \qquad A_t = A_i \frac{2\,\sigma_2\,c_2}{\sigma_2\,c_2 + \sigma_1\,c_1}$$

Se define el factor de reflexión f_r como la relación entre las amplitudes de la onda reflejada a la incidente.

$$(5) \qquad f_r = \frac{A_r}{A_i}$$

$$f_r = \frac{\sigma_2\,c_2 - \sigma_1\,c_1}{\sigma_2\,c_2 + \sigma_1\,c_1} = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1}$$

$$(6) \qquad f_r = \frac{\frac{z_2}{z_2} - \frac{z_1}{z_2}}{\frac{z_2}{z_2} + \frac{z_1}{z_2}} = \frac{1 - \frac{z_1}{z_2}}{1 + \frac{z_1}{z_2}}$$

De modo que si la impedancia característica del segundo medio es infinita ($z_2=\infty$), resulta $f_r=1$, siendo éste su máximo valor y, por tanto, la amplitud de la onda reflejada resulta igual a la de la onda incidente.

Se define, asimismo, el factor de transmisión f_t como la relación entre las amplitudes de la onda transmitida a la incidente.

$$(7) \qquad f_t = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2\,\sigma_2\,c_2}{\sigma_2\,c_2 + \sigma_1\,c_1} = \frac{2\,z_2}{z_2 + z_1}$$

$$(8) \qquad f_t = \frac{2}{1 + \frac{z_1}{z_2}}$$

Cuando la impedancia característica del segundo medio es infinita ($z_2=\infty$) el factor de transmisión resulta $f_t=2$, es decir que la amplitud de la onda transmitida es el doble de la incidente. Ello se explica por la ecuación del equilibrio estático de fuerzas:

$x_o = 0$; $p_i + p_r = p_t$, implica :

$$A_i + A_r = A_t$$

y como $A_r = A_i$

resulta $2\,A_i = A_t$

Sin embargo, a pesar de la duplicación de la amplitud de onda transmitida respecto a la incidente, la energía transmitida será nula, ya que la velocidad de la onda transmitida será, asimismo, nula, como se desprende de su ecuación:

$$u_t = \frac{p_t}{\sigma_2\, c_2} = \frac{p_t}{z_2} = \frac{p_t}{\infty} = 0$$

Cuanto mayor sea el factor de reflexión f_r, mayor amortiguación de sonido se producirá en el segundo medio, por lo que, si ésto es lo que se pretende, será conveniente que exista una gran diferencia entre las impedancias de ambos medios, ya que al ser $f_r=(z_2-z_1)/(z_2+z_1)$, cuanto mayor sea el valor absoluto de (z_2-z_1), mayor será el factor de reflexión.

Si z_2 es mayor que z_1, lo que implica que f_r es mayor que cero, y siendo $f_r=A_r/A_1$, resultará que la presión incidente y la reflejada estarán en fase, mientras que si z_2 es menor que z_1, ambas presiones, estarán en contrafase.

3.2.2. COEFICIENTES DE TRANSMISION Y DE REFLEXION.[1]

Se define por coeficiente de transmisión la relación de la intensidad sonora efectiva de la onda transmitida a la intensidad sonora efectiva de la onda incidente.

$$(1) \qquad \alpha_t = \frac{I_t}{I_1}$$

Se define, análogamente, por coeficiente de reflexión la relación de la intensidad sonora efectiva de la onda reflejada a la intensidad sonora efectiva de la onda incidente.

$$(2) \qquad \alpha_r = \frac{I_r}{I_1}$$

Por consiguiente, estos coeficientes podrán expresarse:

$$I_r = \frac{A_r^2}{2\,\sigma_1\,c_1}$$

$$I_t = \frac{A_t^2}{2\,\sigma_2\,c_2}$$

$$I_1 = \frac{A_1^2}{2\,\sigma_1\,c_1}$$

$$\alpha_t = \frac{A_t^2/2\ \sigma_2\ c_2}{A_i^2/2\ \sigma_1\ c_1} = \frac{A_t^2\ 2\ \sigma_1\ c_1}{A_i^2\ 2\ \sigma_2\ c_2} = \frac{A_t^2\ \sigma_1\ c_1}{A_i^2\ \sigma_2\ c_2}$$

donde, sustituyendo A_t por su valor dado en la ecuación (4) del apartado anterior (3.2.1), se obtiene:

(3) $$\alpha_t = \frac{4\ \sigma_1\ c_1\ \sigma_2\ c_2}{(\sigma_2\ c_2 + \sigma_1\ c_1)^2}$$

$$\alpha_r = \frac{A_r^2/2\ \sigma_1\ c_1}{A_i^2/2\ \sigma_1\ c_1} = \frac{A_r^2}{A_i^2}$$

donde, sustituyendo A_r por su valor dado por la ecuación (3) del anterior apartado (3.2.1), se tiene :

(4) $$\alpha_r = \frac{(\sigma_2\ c_2 - \sigma_1\ c_1)^2}{(\sigma_2\ c_2 + \sigma_1\ c_1)^2}$$

o bien

(5) $$\alpha_t = \frac{4\ z_1\ z_2}{(z_1 + z_2)^2}$$

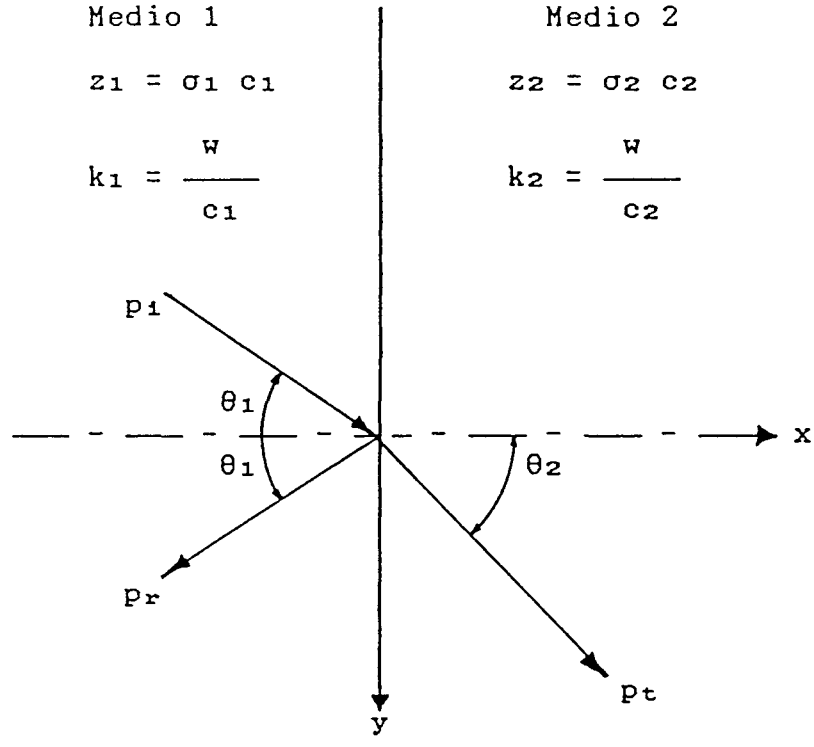
(6) $$\alpha_r = \frac{(z_2 - z_1)^2}{(z_1 + z_2)^2}$$

3.2.3. INCIDENCIA OBLICUA.[1]

Se considera, en este caso, una onda sonora plana que incide sobre una superficie plana de separación de dos medios, que se encuentra oblícua a la dirección de propagación de dicha onda incidente.

Para los frentes de ondas se pueden aplicar las leyes

de la reflexión y de la refracción. Por consiguiente:



Las ondas quedarán expresadas por las siguientes ecuaciones:

$$p_i = A_i e^{i(wt-k_i l_i)} = A_i e^{i[wt-k_1(x \cos \theta_1+\operatorname{sen} \theta_1)]}$$

es decir

$$(7) \quad p_i = A_i e^{i(w t - k_1 x \cos \theta_1 - k_1 y \operatorname{sen} \theta_1)}$$

análogamente se obtiene:

$$(8) \quad p_r = A_r e^{i(w t + k_1 x \cos \theta_1 - k_1 y \operatorname{sen} \theta_1)}$$

El signo positivo de k_1 x cos θ_1 se debe a que horizontalmente esta onda es regresiva, mientras que el signo negativo k_1 y sen θ_1 indica que verticalmente es progresiva.

$$(9) \quad p_t = A_t \, e^{i(w\,t - k_2\,x\cos\theta_2 - k_2\,y\,\mathrm{sen}\,\theta_2)}$$

Dado que por las leyes de la refracción:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\theta_2}{\mathrm{sen}\,\theta_1} = \frac{c_2}{c_1}$$

es decir

$$\frac{\mathrm{sen}\,\theta_2}{\mathrm{sen}\,\theta_1} = \frac{k_1}{k_2}$$

resulta que:

$$k_2\,\mathrm{sen}\,\theta_2 = k_1\,\mathrm{sen}\,\theta_1$$

con lo que el término en y es el mismo para las tres ondas y, por consiguiente, se cancela.

De modo que las anteriores expresiones quedarán:

$$(10) \quad p_i = A_i \, e^{i(wt - k_1\,x\cos\theta_1)}$$

$$(11) \quad p_r = A_r \, e^{i(wt + k_1\,x\cos\theta_1)}$$

$$(12) \quad p_t = A_t \, e^{i(wt - k_2\,x\cos\theta_2)}$$

Las velocidades de partícula serán, respectivamente:

$$(13) \quad u_i = \frac{p_i}{\sigma_1\,c_1}$$

$$(14) \quad u_r = \frac{-\,p_r}{\sigma_1\,c_1}$$

$$(15) \quad u_t = \frac{p_t}{\sigma_2 \, c_2}$$

El equilibrio de presiones en la capa límite, o separadora, da lugar a:

$$x_o = 0 \, , \quad p_i + p_r = p_t$$

lo que da:

$$(16) \quad A_i + A_r = A_t$$

La continuidad de la velocidad (en dirección normal a la superficie de separación) da lugar a:

$$x_o = 0 \, , \quad u_i \cos \theta_1 + u_r \cos \theta_1 = u_t \cos \theta_2$$

en la que, sustituyendo por los valores de las velocidades respectivas, se obtiene:

$$\frac{p_i}{\sigma_1 \, c_1} \cos \theta_1 - \frac{p_r}{\sigma_1 \, c_1} \cos \theta_1 = \frac{p_t}{\sigma_2 \, c_2} \cos \theta_2$$

$$\left(\frac{A_i \, e^{iwt}}{\sigma_1 \, c_1} - \frac{A_r \, e^{iwt}}{\sigma_1 \, c_1} \right) \cos \theta_1 = \frac{A_t \, e^{iwt}}{\sigma_2 \, c_2} \cos \theta_2$$

$$(17) \quad \frac{A_i - A_r}{\sigma_1 \, c_1} \cos \theta_1 = \frac{A_t}{\sigma_2 \, c_2} \cos \theta_2$$

Eliminando A_t, entre las ecuaciones (16) y (17), se

obtiene:

$$\frac{A_i - A_r}{\sigma_1 c_1}\cos\theta_1 = \frac{A_i + A_r}{\sigma_2 c_2}\cos\theta_2$$

$$(A_i \sigma_2 c_2 - A_r \sigma_2 c_2)\cos\theta_1 =$$

$$= (A_i \sigma_1 c_1 + A_r \sigma_1 c_1)\cos\theta_2$$

$$A_i(\sigma_2 c_2 \cos\theta_1 - \sigma_1 c_1 \cos\theta_2) =$$

$$= A_r(\sigma_2 c_2 \cos\theta_1 + \sigma_1 c_1 \cos\theta_2)$$

de donde:

$$(18) \qquad A_r = A_i \frac{\sigma_2 c_2 \cos\theta_1 - \sigma_1 c_1 \cos\theta_2}{\sigma_2 c_2 \cos\theta_1 + \sigma_1 c_1 \cos\theta_2}$$

Eliminando A_r, entre las ecuaciones (16) y (17),se obtendrá:

$$A_r = A_t - A_i$$

$$\frac{A_i - A_t + A_i}{\sigma_1 c_1}\cos\theta_1 = \frac{A_t}{\sigma_2 c_2}\cos\theta_2$$

$$(2A_i - A_t)\sigma_2 c_2 \cos\theta_1 = A_t \sigma_1 c_1 \cos\theta_2$$

$$2A_i \sigma_2 c_2 \cos\theta_1 = A_t(\sigma_2 c_2 \cos\theta_1 + \sigma_1 c_1 \cos\theta_2)$$

luego:

$$(19) \qquad A_t = A_i \frac{2\,\sigma_2\,c_2\cos\theta_1}{\sigma_2\,c_2\cos\theta_1 + \sigma_1\,c_1\cos\theta_2}$$

Dado que las intensidades sonoras efectivas, correspondientes a cada onda, son:

$$(20) \qquad I_r = \frac{A_r^2}{2\,\sigma_1\,c_1}$$

$$(21) \qquad I_t = \frac{A_t^2}{2\,\sigma_2\,c_2}$$

$$(23) \qquad I_i = \frac{A_i^2}{2\,\sigma_1\,c_1}$$

los coeficientes de reflexión y de transmisión serán, respectivamente:

$$\alpha_r = \frac{I_r}{I_i} = \frac{A_r^2}{A_i^2} = \frac{(\sigma_2\,c_2\cos\theta_1 - \sigma_1\,c_1\cos\theta_2)^2}{(\sigma_2\,c_2\cos\theta_1 + \sigma_1\,c_2\cos\theta_1)^2}$$

es decir:

$$(24) \qquad \alpha_r = \frac{(z_2\cos\theta_1 - z_1\cos\theta_2)^2}{(z_2\cos\theta_1 + z_1\cos\theta_2)^2}$$

y

$$\alpha_t = \frac{I_t}{I_i} = \frac{A_t^2/2\,\sigma_2\,c_2}{A_i^2/2\,\sigma_1\,c_1} = \frac{A_t^2\,\sigma_1\,c_1}{A_i^2\,\sigma_2\,c_2}$$

donde, teniendo en cuenta la ecuación (19), se tiene:

$$\alpha_t = \frac{4\,\sigma_1\,c_1\,\sigma_2\,c_2\cos^2\theta_1}{(\sigma_2\,c_2\cos\theta_1 + \sigma_1\,c_1\cos\theta_2)^2}$$

es decir:

$$(25) \qquad \alpha_t = \frac{4\, z_1\, z_2 \cos^2\theta_1}{(z_2 \cos\theta_1 + z_1 \cos\theta_2)^2}$$

Como, según se ha visto antes,

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}\theta_1} = \frac{c_2}{c_1}$$

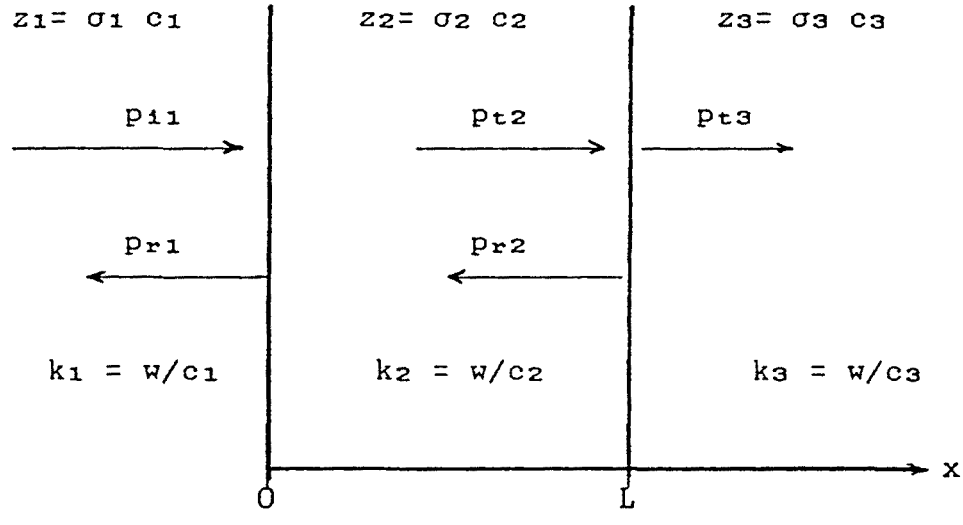
$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{c_2}{c_1} \operatorname{sen}\theta_1$$

$$\theta_2 = \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{c_2}{c_1} \operatorname{sen}\theta_1\right)$$

Por lo que, como puede verse, los coeficientes de reflexión y de transmisión dependen de las impedancias de los medios y del ángulo de incidencia.[1]

3.2.4. TRANSMISION Y REFLEXION A TRAVES DE TRES CAPAS.[1]

En este caso existen tres medios separados por dos superficies límite. Se realiza un planteamiento matricial, que permitirá generalizar el método a otros casos con mayor número de capas.



Las expresiones de la presión y de la velocidad en el medio intermedio 2 son:

$$p = A_{t2}\, e^{i(w\,t - k_2\,x)} + A_{r2}\, e^{i(w\,t + k_2\,x)}$$

$$u = \frac{A_{t2}}{\sigma_2\, c_2}\, e^{i(w\,t - k_2\,x)} - \frac{A_{r2}}{\sigma_2\, c_2}\, e^{i(w\,t + k_2\,x)}$$

Estas dos ecuaciones pueden ser expresadas en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} p \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-ik_2x} & e^{ik_2x} \\ \dfrac{e^{-ik_2x}}{\sigma_2\, c_2} & -\dfrac{e^{ik_2x}}{\sigma_2\, c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{t2}\, e^{iwt} \\ A_{r2}\, e^{iwt} \end{bmatrix}$$

Para $x = 0$, se tendrá :

$$\begin{bmatrix} p_o \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \dfrac{1}{\sigma_2\, c_2} & -\dfrac{1}{\sigma_2\, c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{t2}\, e^{iwt} \\ A_{r2}\, e^{iwt} \end{bmatrix}$$

Para $x = L$, se tendrá:

$$\begin{bmatrix} p_L \\ u_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-ik_2L} & e^{ik_2L} \\ \dfrac{e^{-ik_2L}}{\sigma_2\, c_2} & -\dfrac{e^{ik_2L}}{\sigma_2\, c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{t2}\, e^{iwt} \\ A_{r2}\, e^{iwt} \end{bmatrix}$$

Si, entre estas dos ecuaciones matriciales, se elimina el vector:

$$\begin{bmatrix} A_{t2}\, e^{iwt} \\ A_{r2}\, e^{iwt} \end{bmatrix} ,$$

se obtendrán la presión y la velocidad en x=0 en función de la presión y la velocidad en x=1.

Si se multiplica, miembro a miembro, la última ecuación matricial por la matriz inversa de:

$$\begin{bmatrix} e^{-ik_2L} & e^{ik_2L} \\ e^{-ik_2L} & -e^{ik_2L} \\ \hline \sigma_2\, c_2 & \sigma_2\, c_2 \end{bmatrix}$$

se podrá despejar el vector:

$$\begin{bmatrix} A_{t2}\, e^{iwt} \\ A_{r2}\, e^{iwt} \end{bmatrix} ,$$

para sustituirlo en la primera ecuación matricial.

$$\begin{bmatrix} A_{t2}\, e^{iwt} \\ A_{r2}\, e^{iwt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-ik_2L} & e^{ik_2L} \\ \dfrac{e^{-ik_2L}}{\sigma_2 c_2} & \dfrac{-e^{ik_2L}}{\sigma_2 c_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_L \\ u_L \end{bmatrix}$$

Y sustituyendo este vector en la primera ecuación matricial, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} p_o \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \dfrac{1}{\sigma_2 c_2} & \dfrac{-1}{\sigma_2 c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_2L} & e^{ik_2L} \\ \dfrac{e^{-ik_2L}}{\sigma_2 c_2} & \dfrac{-e^{ik_2L}}{\sigma_2 c_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_L \\ u_L \end{bmatrix}$$

Calculando la matriz inversa y sustituyendo se obtiene:

$$\begin{bmatrix} p_o \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \dfrac{1}{\sigma_2 c_2} & \dfrac{-1}{\sigma_2 c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tfrac{1}{2}e^{ik_2L} & -\tfrac{1}{2}e^{ik_2L}\sigma_2 c_2 \\ \dfrac{-e^{-ik_2L}}{2} & \dfrac{-e^{-ik_2L}\cdot\sigma_2 c_2}{2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_L \\ u_L \end{bmatrix}$$

Operando:

$$\begin{bmatrix} p_o \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tfrac{1}{2}(e^{ik_2L} - e^{-ik_2L}) & -\tfrac{1}{2}(e^{ik_2L} + e^{-ik_2L})\sigma_2 c_2 \\ \dfrac{\tfrac{1}{2}(e^{ik_2L} + e^{-ik_2L})}{\sigma_2 c_2} & -\tfrac{1}{2}(e^{ik_2L} - e^{-ik_2L}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_L \\ u_L \end{bmatrix}$$

Y, por consiguiente:

$$\begin{bmatrix} p_o \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_2 L & -i\,\sigma_{2c_2} \operatorname{sen} k_2 L \\ \dfrac{i \operatorname{sen} k_2 L}{\sigma_{2c_2}} & -\cos k_2 L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_L \\ u_L \end{bmatrix}$$

Esta última matriz se denomina matriz característica de la capa. Es, por consiguiente, la matriz característica del medio 2, ya que sus términos dependen de las propiedades de dicho medio.

Si existieran más capas intermedias, el producto de las matrices características correspondientes a cada una de ellas, daría la matriz característica del sistema compuesto.

En el caso que se está estudiando compuesto por tres medios separados por dos superficies, es necesario, ahora, escribir los valores de p_o y de u_o en función de sus valores en el medio 1, es decir A_{i1} y A_{r1}. Asimismo, se escribirán los valores de p_L y u_L en función de A_{t3}, que corresponde al medio 3.

Por tanto, en el medio 1, se tendrá:

$$p_1 = p_{i1} + p_{r1}$$

$$u_1 = u_{i1} + u_{r1} = \frac{p_{i1}}{\sigma_1 c_1} - \frac{p_{r1}}{\sigma_1 c_1}$$

Por consiguiente

$$p_1 = A_{i1}\, e^{i(wt-k_1x)} + A_{r1}\, e^{i(wt+k_1x)}$$

$$u_1 = \frac{1}{\sigma_1 c_1}\left[A_{i1}\, e^{i(wt-k_1x)} - A_{r1}\, e^{i(wt+k_1x)}\right]$$

de las cuales, para x=0, se tiene:

$$p_1 = p_o$$

$$u_1 = u_o$$

Por otra parte, en el medio 3, escribiremos:

$$p_{t3} = A_{t3}\, e^{i[wt-k_3(x-L)]}$$

$$u_{t3} = \frac{p_{t3}}{\sigma_3\, c_3} = \frac{A_{t3}}{\sigma_3\, c_3}\, e^{i[wt-k_3(x-L)]}$$

de donde se observa que para x=L.

$$p_{t3} = p_L$$

$$u_{t3} = u_L$$

$$p_L = A_{t3}\, e^{iwt}$$

$$u_L = \frac{A_{t3}}{\sigma_3\, c_3}\, e^{iwt}$$

Estos valores obtenidos de p_o, u_o, p_L y u_L, sustituidos en la ecuación matricial, dan lugar a:

$$\begin{bmatrix} (A_{i1}+A_{r1})e^{iwt} \\ \dfrac{A_{i1}-A_{r1}}{\sigma_1\, c_1}\, e^{iwt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_2L & i\sigma_2c_2\,\mathrm{sen}\,k_2L \\ \dfrac{i\,\mathrm{sen}\,k_2L}{\sigma_2\, c_2} & \cos k_2L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{t3}e^{iwt} \\ \dfrac{A_{t3}}{\sigma_3c_3}\, e^{iwt} \end{bmatrix}$$

Eliminando e^{iwt} :

$$\begin{bmatrix} A_{i1}+A_{r1} \\ \dfrac{A_{i1}-A_{r1}}{\sigma_1\, c_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_2L & i\sigma_2 c_2 \operatorname{sen} k_2L \\ \dfrac{i \operatorname{sen} k_2L}{\sigma_2\, c_2} & \cos k_2L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{t3} \\ \dfrac{A_{t3}}{\sigma_3\, c_3} \end{bmatrix}$$

Desarrollando esta ecuación matricial en dos ecuaciones:

$$\begin{cases} A_{i1} + A_{r1} = A_{t3} \cos k_2L + i \dfrac{A_{t3}}{\sigma_3\, c_3} \sigma_2 c_2 \operatorname{sen} k_2L \\ \dfrac{A_{i1} - A_{r1}}{\sigma_1\, c_1} = i\, A_{t3} \dfrac{\operatorname{sen} k_2L}{\sigma_2\, c_2} + \dfrac{A_{t3}}{\sigma_3\, c_3} \cos k_2L \end{cases}$$

Por consiguiente

$$\begin{cases} A_{i1} + A_{r1} = A_{t3} \cos k_2L + i \dfrac{A_{t3}}{\sigma_3\, c_3} \sigma_2\, c_2 \operatorname{sen} k_2L \\ A_{i1} - A_{r1} = i\, A_{t3} \dfrac{\sigma_1\, c_1}{\sigma_2\, c_2} \operatorname{sen} k_2L + \dfrac{\sigma_1\, c_1}{\sigma_3\, c_3} A_{t3} \cos k_2L \end{cases}$$

Sumando miembro a miembro :

$$2\, A_{i1} = A_{t3}[\cos k_2L \left(1 + \frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_3 c_3}\right) + i \operatorname{sen} k_2L \left(\frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_2 c_2} + \frac{\sigma_2 c_2}{\sigma_3 c_3}\right)$$

El coeficiente de transmisión viene dado por

$$\alpha_t = \frac{I_{t3}}{I_{i1}} = \frac{A_{t3}^2/2\sigma_3 c_3}{A_{i1}^2/2\sigma_1 c_1} = \frac{A_{t3}^2 2\sigma_1 c_1}{A_{i1}^2 2\sigma_3 c_3}$$

luego, sustituyendo en este caso, se tendrá :

$$\alpha_t = \frac{A_{t3}^2\ \sigma_1\ c_1}{\frac{1}{4}\ A_{t3}^2\left[\left(1 + \frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_3 c_3}\right)\cos\ k_2 L + i\left(\frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_2 c_2} + \frac{\sigma_2 c_2}{\sigma_3 c_3}\right)\text{sen}\ k_2 L\right]^2 \sigma_3 c_3}$$

donde, operando y teniendo en cuenta que la parte imaginaria no tiene sentido físico, se tendrá :

$$\alpha_t = \frac{4\ \sigma_1\ c_1}{\sigma_3 c_3\left[\left(1 + \frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_3 c_3}\right)^2 \cos^2 k_2 L + \left(\frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_2 c_2} + \frac{\sigma_2 c_2}{\sigma_3 c_3}\right)^2 \text{sen}^2 k_2 L\right.}$$

3.2.5. TRANSMISION A TRAVES DE UNA PARED.[1],[2]

Este puede ser el caso de transmisión del sonido a través de las paredes de un conducto de aire, ya sea desde el interior hacia el exterior del mismo, o viceversa.

Este caso no es más que una aplicación del apartado anterior, en el que los medios 1 y 3 son iguales, ya que dichos medios los constituye el aire, y el medio intermedio es la pared del conducto.

Se verifica que

(1) $\quad \sigma_1\ c_1 = \sigma_3\ c_3$

luego el coeficiente de transmisión será:

$$\alpha_t = \frac{4}{4\ \cos^2 k_2 L + \left(\frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_2 c_2} + \frac{\sigma_2 c_2}{\sigma_3 c_3}\right)^2 \text{sen}^2 k_2 L}$$

donde teniendo en cuenta la condición (1) :

$$(2)\quad \alpha_t = \frac{4}{4\cos^2 k_2L + \left(\frac{\sigma_1 c_1}{\sigma_2 c_2} + \frac{\sigma_2 c_2}{\sigma_1 c_1}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2L}$$

y, dado que la pared (medio 2) es un sólido, resulta que $\sigma_2 c_2$ es mucho mayor que $\sigma_1 c_1$, por lo que podrá escribirse :

$$\alpha_t = \frac{4}{4\cos^2 k_2L + \left(\frac{\sigma_2 c_2}{\sigma_1 c_1}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2L}$$

donde se ha despreciado $\sigma_1 c_1/\sigma_2 c_2$, ya que este valor es muy pequeño.

El factor ,o coeficiente, de transmisión puede finalmente expresarse de la siguiente forma:

$$(3)\quad \alpha_t = \frac{1}{\cos^2 k_2L + \left(\frac{1}{2}\,\frac{\sigma_2 c_2}{\sigma_1 c_1}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2L}$$

$k_2=w/c_2$ por lo que k_2L es muy pequeño, salvo para el caso de frecuencias muy altas.

Por lo que se podrán considerar las siguientes aproximaciones:

$$\operatorname{sen}^2 k_2L \approx k_2L = \frac{w}{c^2} L$$

$$\cos^2 k_2L \approx 1$$

Con ello, el coeficiente de transmisión quedará:

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + (\frac{1}{2}\frac{\sigma_{2c2}}{\sigma_{1c1}})^2(\frac{wL}{c_2})^2} = \frac{1}{1 + (\frac{\sigma_{2c2}}{2\sigma_{1c1}}\frac{wL}{c_2})^2}$$

y, puesto que $\sigma_{2L} = m$ es la masa por unidad de superficie de pared, se tendrá:

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + (\frac{w\ m}{2\sigma_{1c1}})^2}$$

A esta expresión se la denomina LEY DE MASAS.

Se puede establecer el concepto de aislamiento de una pared como la inversa del coeficiente de transmisión. Lo más frecuente es expresarlo logarítmicamente de la siguiente forma:

$$\text{Reducción sonora} = 10 \log (1/\alpha_t) \quad \text{dB}$$

este concepto aplicado al presente caso de la pared da:

$$\text{Reducción sonora} = 10 \log [1 + (\frac{w\ m}{2\ \sigma_{1c1}})^2] .$$

La anterior expresión ha sido obtenida considerando ondas de incidencia normal a la superficie de la pared. Pero en la práctica las ondas inciden en todas direcciones, por lo que resulta necesario aplicar una corrección en la fórmula, que quedará del siguiente modo:

$$\text{Reducción sonora} = 10 \log \left[1 + \left(\frac{w\ m}{2\ \sigma_1 c_1}\right)^2\right] - 5 \text{ dB}$$

Esta reducción sonora se produce, evidentemente, en el lado de la pared contrario a la fuente de sonido.

****

3.3. ABSORCION.

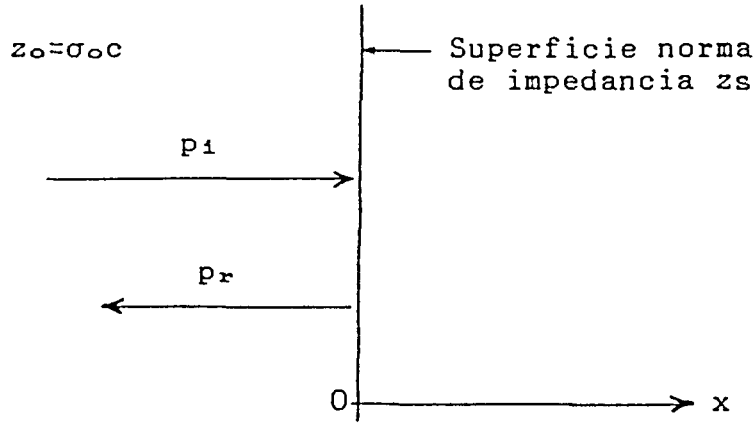
Se emplea esta expresión para indicar la energía sonora que se pierde en el interior de un recinto, ya sea debido a la viscosidad del aire en que se propaga la onda sonora, o bien por la transformación de energía sonora en calorífica en las paredes del recinto o, simplemente, porque atraviesa las paredes transmitiéndose a otro medio.

Se define el coeficiente de absorción de una superficie como la relación entre la energía absorbida y la energía incidente.

Para estos estudios, solamente, interesa considerar las ondas incidentes y las reflejadas, ya que las transmitidas forman parte, como se ha dicho, de las pérdidas.

3.3.1. REFLEXION DE ONDAS PLANAS CON INCIDENCIA NORMAL.[1]

Al incidir una onda plana normalmente sobre una superficie, ésta se desplaza. Como resultado del movimiento parte de la onda incidente se refleja en la superficie y otra parte es transmitida, la cual se considera absorbida.



La presión total a la izquierda de la superficie viene expresada por:

$$p = p_i + p_r = A_i\, e^{i(wt - kx)} + A_r\, e^{i(wt + kx)}$$

La velocidad de partícula en la misma zona es:

$$u = \frac{p_i - p_r}{z_o}$$

La relación de la presión a la velocidad en la superficie es la impedancia de superficie.

$$z_s = \left(\frac{p}{u}\right)_{x=0} = \frac{A_i\, e^{iwt} + A_r\, e^{iwt}}{\frac{1}{z_o}\,(A_i\, e^{iwt} - A_r\, e^{iwt})}$$

$$z_s = \frac{A_i + A_r}{A_i - A_r}\, z_o$$

Obsérvese que esta impedancia de superficie es igual a la impedancia que tendría un medio situado a la derecha de dicha superficie. En efecto:

En $x=0$ $\begin{cases} p_i + p_r = p_t = A_t\, e^{iwt} \\ u_i + u_r = u_t = \dfrac{A_t\, e^{iwt}}{\sigma_2\, c_2} \end{cases}$

$$z_s = \frac{p_t}{u_t} = \sigma_2\, c_2 = \frac{p_i + p_r}{\frac{p_i - p_r}{z_o}} = z_o\, \frac{A_i + A_r}{A_i - A_r}$$

El factor de reflexión, ya definido anteriormente, se expresa:

$$f_r = \frac{A_r}{A_i}$$

Dividiendo numerador y denominador de la expresión:

$$z_s = \frac{A_i + A_r}{A_i - A_r} z_o$$

por A_i , se tendrá:

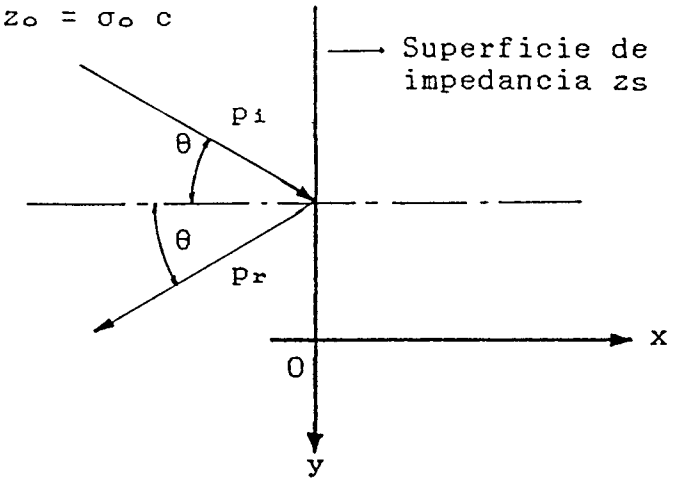
$$z_s = \frac{1 + \frac{A_r}{A_i}}{1 - \frac{A_r}{A_i}} z_o = \frac{1 + f_r}{1 - f_r} z_o$$

Y de ésta se obtiene:

$$f_r = \frac{z_s - z_o}{z_s + z_o}$$

3.3.2. REFLEXION DE ONDAS PLANAS CON INCIDENCIA OBLICUA.[1]

Se supone que una onda plana incide sobre una superficie con un ángulo de incidencia θ y que se cumplen las leyes de la reflexión.



La presión en un punto cualquiera situado a la izquierda de la superficie, se expresa por:

$$p = A_i\, e^{i(wt - kx\cos\theta - ky\,\mathrm{sen}\,\theta)} + A_r\, e^{i(wt + kx\cos\theta - ky\,\mathrm{sen}\,\theta)}$$

Para una superficie completamente reflectante se verifica que la componente horizontal de la velocidad es contínua, por tanto:

$$u_x = \frac{p_i}{z_o}\cos\theta - \frac{p_r}{z_o}\cos\theta$$

$$u_x = \frac{A_i}{z_o}\, e^{i(wt - kx\cos\theta - ky\,\mathrm{sen}\,\theta)}\cos\theta - \frac{A_r}{z_o}\, e^{i(wt + kx\cos\theta - ky\,\mathrm{sen}\,\theta)}\cos\theta$$

La impedancia normal de la superficie será la relación entre la presión y la componente normal de la velocidad, para x=0, luego:

$$zs = \left(\frac{p}{u_x}\right)_{x=0} = \frac{(A_i + A_r)\, e^{i(wt - ky \operatorname{sen}\theta)}}{\frac{A_i - A_r}{z_o} \cos\theta\, e^{i(wt - ky \operatorname{sen}\theta)}}$$

es decir

$$zs = \frac{A_i + A_r}{(A_i - A_r)\cos\theta} z_o$$

o bien

$$\frac{zs}{z_o} \cos\theta = \frac{1 + f_r}{1 - f_r}$$

de donde despejando f_r, se obtiene :

$$f_r = \frac{zs \cos\theta - z_o}{zs \cos\theta + z_o}$$

3.3.3. COEFICIENTE DE ABSORCION.[1],[2]

Se define como la relación de la energia absorbida a la energía incidente.

$$\alpha_{ab} = \frac{I_{ab}}{I_i} = \frac{I_i - I_r}{I_i} = 1 - \frac{I_r}{I_i} = 1 - \alpha_r$$

donde el subíndice ab indica absorción y α_r es el coeficiente de reflexión, definido anteriormente, cuyo valor viene dado por:

$$\alpha_r = \frac{A_r^2}{A_i^2}$$

de modo que :

$$\alpha_{ab} = 1 - \frac{A_r^2}{A_i^2} = 1 - f_r^2$$

siendo $f_r = \dfrac{A_r}{A_i}$ el factor de reflexión.

Dado que, en el caso de incidencia oblícua, el factor de reflexión se expresa por

$$f_r = \frac{z_s \cos\theta - z_o}{z_s \cos\theta + z_o}$$

resulta que el coeficiente de absorción es una función del ángulo de incidencia.

Puesto que, en general, interesa el coeficiente medio de absorción de una pared de un recinto, en la que las ondas sonoras inciden con diferentes ángulos de incidencia, se determinará dicho coeficiente de absorción medio, integrando la energía absorbida con respecto a θ y dividiendo por la energía total incidente:

$$\underline{\alpha_{ab}} = \frac{\int_0^{\frac{1}{2}\pi} I_{ab\theta}\, d\theta}{\int_0^{\frac{1}{2}\pi} I_{i\theta}\, d\theta} = \frac{\int_0^{\frac{1}{2}\pi} I_{i\theta}\, \alpha_{ab\theta}\, d\theta}{\int_0^{\frac{1}{2}\pi} I_{i\theta}\, d\theta}$$

3.3.4. ABSORCION DE UN RECINTO O CONDUCTO DE SECCION RECTANGULAR.[1],[2]

En un recinto pueden excitarse gran número de ondas

estacionarias, que chocan con sus paredes, simultáneamente, en todas direcciones de incidencia y de forma que la presión cuadrática media tiene muy pocas variaciones, con lo que la densidad efectiva de energía promediada en todo el espacio, permanece prácticamente constante, es decir, se supone un campo suficientemente difuso.

Como se dedujo en el apartado dedicado a la acústica de un conducto de sección rectangular, la densidad efectiva de energía promediada en el espacio del mismo viene dada por la expresión:

$$\underline{D} = \frac{p^2}{\sigma_o \, c^2}$$

La intensidad total sobre las superficies de las paredes del recinto o conducto de sección rectangular, se expresará por:

$$I = \frac{\underline{D} \, c}{4} = \frac{p^2}{4 \, \sigma_o \, c}$$

Asimismo, se supone que esta intensidad de energía permanece constante en todo el recinto.

La potencia absorbida por la superficie S_1 de una de las paredes del recinto, vendrá dada por la intensidad de energía absorbida por dicha pared multiplicada por la superficie S_1 de la misma. Es decir:

$$W_{ab1} = I \, \underline{\alpha_{ab1}} \, S_1$$

La potencia absorbida por todo el recinto se expresará:

$$W_{ab} = \sum_i W_{abi} = \sum_i I\ \underline{\alpha_{abi}}\ S_i = I \sum_i \underline{\alpha_{abi}}\ S_i$$

al factor $\Sigma_i \underline{\alpha_{abi}}\ S_i$ se le representa por $A_{recinto}$ y se denomina <u>absorción del recinto</u>.

De forma análoga se define la <u>absorción de un objeto</u> que se representa por θ_j .

La <u>absorción total</u> quedará, por tanto, expresada del siguiente modo:

$$A = \sum_i \underline{\alpha_{abi}}\ S_i + \sum_j \theta_j$$

Podría interpretarse la absorción total, $A=\Sigma_i \underline{\alpha_{abi}} S_i+\Sigma_j \theta_j$, como una ventana de superficie A por la que la energía sonora escapa del recinto y suponiendo que las paredes del mismo y otros objetos, situados en su interior, son totalmente reflectantes. Con esta consideración, la energía absorbida, en el interior del recinto, se supondría que se transmite al exterior, a través de dicha ventana de superficie A.

La variación con respecto al tiempo de la energía total del recinto será igual a la potencia de la fuente menos la potencia total absorbida.

$$\frac{d}{dt} (\underline{D}\ V\ ) = W(t) - W_{abtotal}(t)$$

$$\frac{d}{dt} (\underline{D}\ V\ ) = W_t - I\ A$$

donde V es el volumen del recinto y W(t) es la potencia

emitida por la fuente de sonido.

Desarrollando la anterior ecuación se tiene:

$$V \frac{d\underline{D}}{dt} + \frac{\underline{D}\, c}{4} A = W(t)$$

que es lo mismo que

$$\frac{d\underline{D}}{dt} + \frac{A\, c}{4\, V} \underline{D} = \frac{W(t)}{V}$$

ecuación diferencial lineal de primer orden de coeficientes constantes, que se resuelve a continuación.

La ecuación homogéna es:

$$\frac{d\underline{D}}{dt} + \frac{A\, c}{4\, V} \underline{D} = 0$$

Ensayando la solución $\underline{D} = C\, e^{rt}$, se tiene:

$$C\, e^{rt}\, r + \frac{A\, c}{4\, V} C\, e^{rt} = 0$$

$$\left(r + \frac{A\, c}{4\, V}\right) C\, e^{rt} = 0$$

$$r + \frac{A\, c}{4\, V} = 0$$

de donde

$$r = - \frac{A\, c}{4\, V}$$

Para la resolución de la ecuación completa, se ensaya la solución:

$$\underline{D} = C(t)\, e^{rt}$$

obteniéndose:

$$C(t)\, e^{rt}\, r + C'(t)\, e^{rt} + \frac{A\, c}{4\, V} C(t)\, e^{rt} = \frac{W(t)}{V}$$

$$C(t)\, e^{rt} \left(-\frac{A\, c}{4\, V}\right) + C'(t)\, e^{rt} + \frac{A\, c}{4\, V} C(t)\, e^{rt} = \frac{W(t)}{V}$$

$$C'(t) = e^{-rt} \frac{W(t)}{V} = e^{(A\, c/4\, V)t} \frac{W(t)}{V}$$

luego

$$C(t) = \int e^{(A\, c\, /\, 4\, V)t} \frac{W(t)}{V}\, dt$$

Y, por consiguiente, la solución de la ecuación diferencial será:

$$\underline{D} = e^{-(A\, c\, /\, 4\, V)t} \int e^{(A\, c\, /\, 4\, V)t} \frac{W(t)}{V}\, dt$$

Y como V es el volumen del recinto que es constante, se tiene:

$$\underline{D} = \frac{1}{V} e^{-(A\, c/\, 4\, V)t} \int e^{(A\, c/\, 4\, V)t}\, W(t)\, dt$$

En un tiempo t=4V/Ac ,antes del instante considerado, la densidad eficaz de energía promediada depende fundamentalmente de la potencia del centro emisor W(t) ya

que entonces

$$e^{-\frac{Ac}{4V}\left(\frac{4V}{Ac}\right)} = e^{-1} \qquad \text{y} \qquad e^{\frac{Ac}{4V}\left(\frac{4V}{Ac}\right)} = e^{1} = e,$$

por lo que

$$D = \frac{1}{V} \int W(t)\, dt$$

En el caso particular en que la potencia emitida, por la fuente de sonido, sea constante, se tendrá:

$$W(t) = \text{cte.} = W$$

$$D = \frac{1}{V} e^{-(A\,c/4\,V)t} W \int_{-\infty}^{t} e^{(A\,c/4\,V)t}\, dt$$

Si la fuente de sonido inicia la emisión en t=0, se tiene:

$$D = \frac{1}{V} e^{-(A\,c/4\,V)t} W \int_{0}^{t} e^{(A\,c/4\,V)t}\, dt =$$

$$= \frac{1}{V} e^{-(A\,c/4\,V)t} W \frac{4\,V}{A\,c} \left[e^{A\,c/4\,V)t}\right]_{0}^{t} =$$

$$= \frac{4\,W}{A\,c} e^{-(A\,c/4\,V)t} \left[\, e^{(A\,c/4\,V)t} - 1 \,\right]$$

Por tanto

$$\boxed{D = \frac{4\,W}{A\,c} \left[\, 1 - e^{-(A\,c/4\,V)t} \right]}$$

Si, por el contrario, la fuente que se encontraba emitiendo se detiene repentinamente en t=0, se tiene:

$$\underline{D} = \frac{1}{V} e^{-(A\,c/4\,V)t}\, W \int_{-\infty}^{0} e^{(A\,c/4\,V)t}\, dt =$$

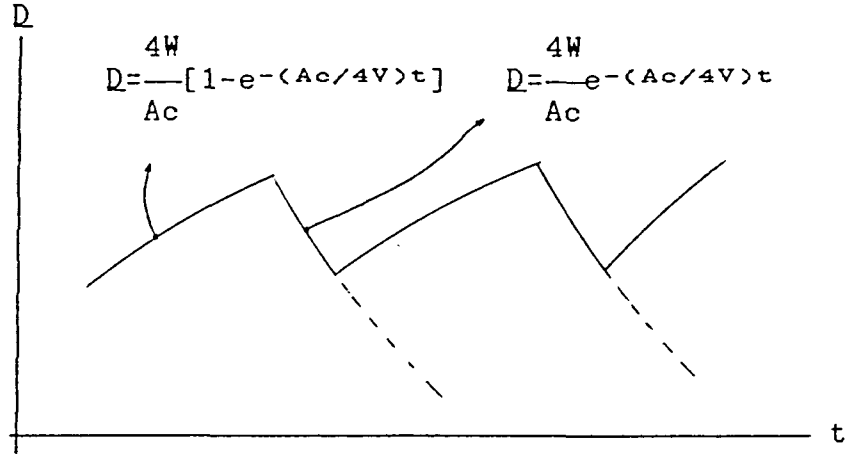
$$= \frac{1}{V} e^{-(A\,c/4\,V)t}\, W \frac{4\,V}{A\,c} \left[e^{(A\,c/\,4\,V)t} \right]_{-\infty}^{0} =$$

$$= \frac{4\,W}{A\,c} e^{-(A\,c/4\,V)t} \left[1 - e^{-\infty} \right]$$

Por tanto

$$\boxed{\underline{D} = \frac{4\,W}{A\,c} e^{-(A\,c/4\,V)t}}$$

Por consiguiente, la respuesta de un recinto cerrado a una sucesión de pulsos viene dada por las dos anteriores ecuaciones, que se representan en el siguiente gráfico:



En el que se observa una serie de picos que dan las variaciones de densidad de energía del recinto. Si los pulsos se producen a intervalos de tiempo iguales, estas variaciones de densidad de energía dependerán de la relación

A/V, que aparece en la exponencial, de forma que aumentarán al hacerlo la absorción A del recinto y también al aumentar el volumen V del mismo.

3.3.5. TIEMPO DE REVERBERACION.[1],[24],[36],[44]

Cuando se desconecta la fuente de sonido del interior de un recinto, el sonido no cesa inmediatamente, sino que permanece durante un determinado tiempo disminuyendo el nivel de presión sonora. Ello es evidente porque, como se ha visto en el apartado anterior, una vez desconectada la fuente sonora, la densidad efectiva de energía promediada del recinto disminuye exponencialmente. A este fenómeno se le denomina reverberación.[1]

Se define como tiempo de reverberación el tiempo durante el cual la energía sonora en el interior del recinto se reduce a una millonésima parte del valor inicial o, lo que es lo mismo, se reduce en 60 dB, si se considera la escala logarítmica, después de desconectarse la fuente de sonido.

Empleando la expresión de la densidad efectiva de energía promediada, deducida en el apartado anterior, correspondiente al caso en que la fuente de sonido es detenida repentinamente, se tendrá:

$$D = \frac{4\,W}{A\,c}\, e^{-(A\,c/4\,V)t}$$

En el instante en que se desconecta la fuente, se tiene:

$$t = 0$$

$$D_o = \frac{4\ W}{A\ c}$$

Cuando la energía sonora ha disminuido en una millonésima parte de la inicial, se cumple:

$$D = 10^{-6}\ D_o$$

$$D = \frac{4\ W}{A\ c}\ e^{-(A\ c/4\ V)T} = D_o\ e^{-(A\ c/4\ V)T}$$

igualando ambas expresiones

$$10^{-6} = e^{-(A\ c/4\ V)T}$$

es decir

$$10^{6} = e^{(A\ c/4\ V)T}$$

y por tanto

$$\ln 10^{6} = \frac{A\ c}{4\ V}\ T$$

por lo que

$$T = \frac{4\ V}{A\ c}\ \ln 10^{6} = 13{,}8155\ \frac{4\ V}{A\ c} = 55{,}262\ \frac{V}{A\ c}$$

finalmente

$$\boxed{T = \frac{55{,}262}{c}\ \frac{V}{A}}$$

la cual, si se considera la propagación del sonido en el aire cuya velocidad de propagación es de 340 m/s, conduce a la expresión del tiempo de reverberación de Sabine.[1],[24]

$$T_{sabine} = 0,1625 \frac{V}{A} \quad \text{(segundos)}$$

expresando el volumen del recinto en m^3 y la absorción total en m^2.

****

3.4. AMORTIGUACION.

Puede definirse la amortiguación del sonido como la disminución de presión sonora, o de velocidad de desplazamiento de partícula, a medida que aumenta la distancia al foco sonoro.

La amortiguación siempre va acompañada de una pérdida de energía sonora. En caso contrario debería hablarse de atenuación.

A continuación se exponen algunos tipos de amortiguación.

3.4.1. AMORTIGUAMIENTO DE PROPAGACION.[2]

Se denomina de este modo, a la disminución de la amplitud de presión sonora que se produce por la distribución de la energía en un volumen mayor. Este es, por tanto, un caso de atenuación, ya que no se produce pérdida de energía sonora.

3.4.2. AMORTIGUACION "CLASICA".

Es la que se debe a la viscosidad del medio.

Para determinarla numéricamente se emplea el coeficiente de absorción:

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{\mu}{\sigma_o} \frac{w^2}{c^3}$$

en la que μ/σ_o es la viscosidad cinemática del medio en que se propaga el sonido.

Como se desprende de la ecuación anterior, este coeficiente de absorción es proporcional al cuadrado de la frecuencia.[2]

3.4.3. AMORTIGUACION MOLECULAR.

Se observa que, en general, la amortiguación real del sonido, en el medio donde se propaga, es superior a la amortiguación debida a la viscosidad, que en el apartado anterior se ha denominado amortiguación "clásica". Ello se debe a un proceso de relajación molecular, que da lugar a una amortiguación designada del mismo modo.[2]

Cada una de las moléculas que componen un medio, presenta grados de libertad de traslación, de rotación y de vibración, existiendo un equilibrio energético entre los distintos grados de libertad.

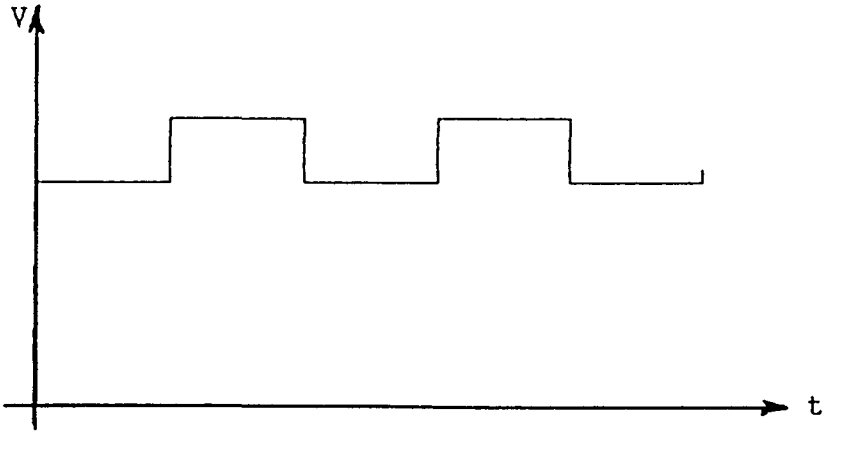
Las variaciones bruscas de presión producen variaciones bruscas de la energía de las moléculas, que afectan a la energía correspondiente a los grados de libertad de traslación de las mismas, ya que la presión solo puede actuar sobre dichos grados de libertad, pero al quedar perturbada la distribución energética entre los distintos grados de libertad se produce un reajuste, entre ellos, para

alcanzar un nuevo equilibrio energético.

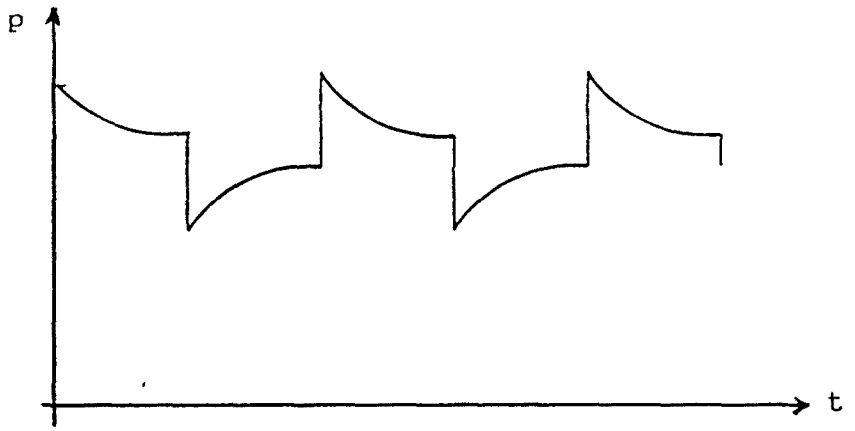
Si, por ejemplo, se produce la expansión rápida de un gas, los grados de libertad de traslación, que son los afectados por la presión, pierden energía, siendo, entonces, los grados de libertad de rotación y de vibración los que, durante el tiempo de relajación, ceden energía a los de traslación para restablecerse el equilibrio energético y, con ello, resulta que se produce un aumento de presión en el medio.

Inversamente, cuando se produce una compresión, ésta incrementa la energía de los grados de libertad de traslación, los cuales, durante el tiempo de relajación, ceden parte de ella a los restantes grados de libertad, por lo que se produce, en el medio, una disminución de la presión.

Como ejemplo, considérese el caso de un gas encerrado en un cilindro que se somete a variaciones de volumen, según la línea rectangular indicada en la figura siguiente :



Las variaciones de presión correspondientes, se producirán de la siguiente forma :



Representando en un sistema de coordenadas p-v, la relación entre la presión y el volumen, se observa que en cada proceso de compresión y expansión se circunscribe una superficie finita, lo que significa que en todo proceso de esta clase se pierde una determinada cantidad de energía, lo que da lugar a la denominada amortiguación molecular.

Este tipo de amortiguamiento es despreciable a bajas frecuencias, ($w<1/\tau$, siendo τ el tiempo de relajación), ya que el período de cada ciclo es suficientemente grande para que se produzca, sin dificultades, el equilibrio energético entre los distintos grados de libertad. Asimismo, el amortiguamiento que se consigue a frecuencias elevadas ($w>1/\tau$) es insignificante, ya que en unos cambios de presión tan rápidos, no hay tiempo de que se verifique el reajuste de equilibrio y la energía de los grados de libertad de rotación y de vibración no queda influida por las variaciones de presión.

En la siguiente figura se muestra la amortiguación molecular en el aire, en función de la humedad relativa del mismo y de la frecuencia de la onda sonora.

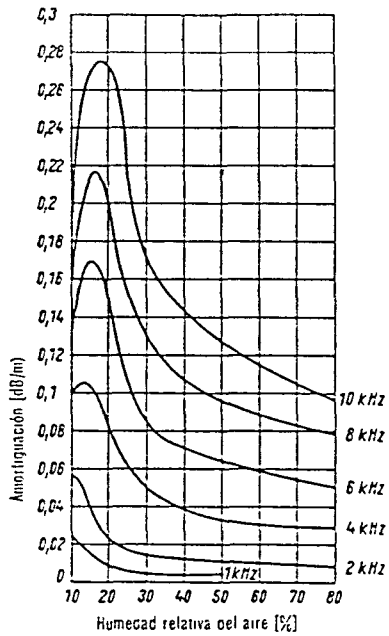


Figura 3.1. Amortiguación molecular en el aire en función de la humedad relativa y de la frecuencia de la onda sonora.

La humedad del aire influye de modo que la presencia de agua facilita el reajuste del equilibrio energético, entre los diferentes grados de libertad y, por tanto, disminuye el tiempo de relajación, con lo que aumenta la frecuencia a la cual se produce la máxima amortiguación.[2]

3.5. AISLAMIENTO DEL SONIDO EN CONDUCTOS.[2]

Se entiende por aislamiento del sonido a la reducción de la propagación sonora empleando obstáculos reflectores.

La reflexión no se produce solamente en la superficie de separación de dos medios con distinta impedancia característica, lo cual, además, no sería útil en este caso en que por el canal, o conducto, circula un gas con flujo uniforme, sino que puede conseguirse el salto de impedancia, necesario para lograr la reflexión en un canal, ensanchando o estrechando bruscamente la sección del mismo. De esta forma, la corriente continua del gas a penas resulta influida por tales variaciones de sección y, sin embargo, pueden conseguirse factores de reflexión acústica de considerable magnitud. Existen, asimismo, otros dispositivos que, montados a lo largo del conducto, consiguen coeficientes de reflexión elevados en la zona donde se encuentran ubicados.[70]

3.5.1. REFLEXION POR AUMENTO DE SECCION.[2],[34]

Supóngase un gas que circula por un conducto de sección constante S_1. Dicho conducto experimenta repentinamente un aumento de sección de modo que, después del mismo, ésta pasa a ser S_2.

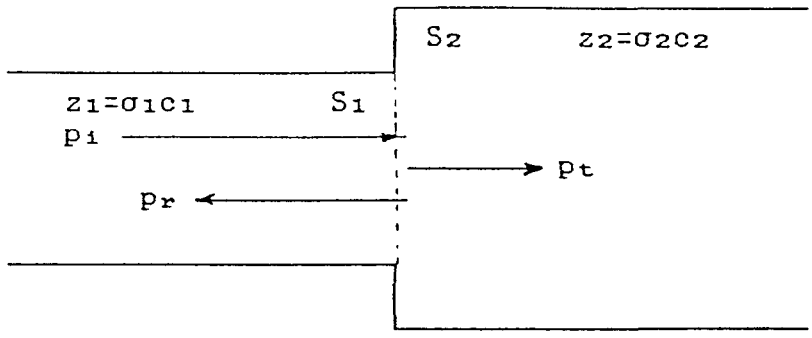


Figura 3.2. Reflexión por aumento de sección.

La velocidad de propagación del sonido es la misma a ambos lados del aumento de sección, ya que el fluido es el mismo. Sin embargo, la densidad σ_2 a la derecha del cambio de sección es menor que la densidad σ_1 a la izquierda. Ello se debe a la expansión que experimenta el gas a causa de dicha variación de sección.

Por consiguiente, podrá escribirse:

$$c_1 = c_2 = c$$

$$\sigma_1 = \frac{dm}{S_1\, dx}$$

$$\sigma_2 = \frac{dm}{S_2\, dx}$$

de donde

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{dm/S_1\, dx}{dm/S_2\, dx} = \frac{S_2}{S_1}$$

La relación entre las impedancias características a ambos lados del cambio de sección será:

$$z_1 = \sigma_1 \, c$$

$$z_2 = \sigma_2 \, c$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

es decir

$$z_2 = \frac{S_1}{S_2} \, z_1$$

El factor de reflexión, de acuerdo con el apartado "Transmisión y reflexión en superficies límite" (caso de incidencia normal, apartado 3.2.1) [1], será:

$$f_r = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1}$$

$$f_r = \frac{1 - \dfrac{z_1}{z_2}}{1 + \dfrac{z_1}{z_2}} = \frac{1 - \dfrac{S_2}{S_1}}{1 + \dfrac{S_2}{S_1}}$$

donde, llamando n a la relación de la sección grande a la sección pequeña, se podrá escribir:

$$f_r = \frac{1 - n}{1 + n}$$

El factor de transmisión se expresará:

$$f_t = \frac{2 \, z_2}{z_2 + z_1} = \frac{2}{1 + \dfrac{z_1}{z_2}} = \frac{2}{1 + \dfrac{S_2}{S_1}} = \frac{2}{1 + n}$$

Conocidos ambos factores de reflexión y de transmisión, quedarán determinadas las amplitudes de presión de las ondas sonoras reflejada y transmitida, respectivamente, en función de la incidente.

$$A_r = f_r\, A_i = \frac{1 - n}{1 + n} A_i$$

$$A_t = f_t\, A_i = \frac{2}{1 + n} A_i$$

Se definió el coeficiente de transmisión como la relación de la intensidad sonora efectiva de onda transmitida a la intensidad sonora efectiva de onda incidente.[1]

$$\alpha_t = \frac{I_t}{I_i} = \frac{A_t^2/2\ \sigma_2\ c}{A_i^2/2\ \sigma_1\ c} = \frac{A_t^2/\sigma_2}{A_i^2/\sigma_1} = \frac{4\ z_1\ z_2}{(z_1 + z_2)^2}$$

De forma inversa se define el índice de aislamiento del sonido, como la relación de la intensidad efectiva de energía de la onda incidente a la intensidad efectiva de energía de la onda transmitida.

$$\text{Indice de aislamiento} = \frac{I_i}{I_t}$$

$$\text{Indice de aislamiento} = \frac{1}{\alpha_t} = \frac{(z_1 + z_2)^2}{4\ z_1\ z_2}$$

teniendo en cuenta que:

$$z_2 = \frac{1 + f_r}{1 - f_r} z_1$$

se podrá escribir:

$$\text{Indice de aislamiento} = \frac{(z_1 + \frac{1 + f_r}{1 - f_r} z_1)^2}{4 z_1^2 \frac{1 + f_r}{1 - f_r}} = \frac{1}{1 - f_r^2}$$

que expresado en forma logarítmica será :

$$R = 10 \log \frac{1}{1 - f_r^2} \qquad (dB)$$

Y como, según se ha visto antes, $f_r = \frac{1-n}{1+n}$ se tendrá:

$$R = 10 \log \frac{1}{1 - f_r^2} = 10 \log \frac{1}{1 - \frac{(1 - n)^2}{(1 + n)^2}} =$$

$$= 10 \log \frac{(1 + n)^2}{(1 + n)^2 - (1 - n)^2} = 10 \log \frac{(1 + n)^2}{4 n}$$

$$\boxed{R = 10 \log \frac{(1 + n)^2}{4 n}} \qquad (dB) .$$

Este valor del índice de aislamiento, que ha sido obtenido para el caso de un aumento de sección, es el mismo que se obtendría si se hubieran hecho los mismos cálculos para el caso de un estrechamiento.

3.5.2. ATENUADOR DE REFLEXION POR ENSANCHAMIENTO.[2]

Este tipo de atenuador consiste en una aplicación de la reflexión sonora producida en un conducto por cambios de sección. Si a un aumento de sección sigue, a una distancia finita, una disminución de la misma, volviendo a alcanzarse el tamaño inicial del conducto, se produce dos veces el fenómeno de reflexión.

El estudio teórico de este atenuador puede realizarse aplicando la expresión del coeficiente de transmisión, deducida para el caso de "Transmisión a través de una pared", de modo que el espesor de la pared se corresponda con la longitud de la zona ensanchada y la densidad de la pared se corresponda con la densidad del gas en dicha zona ensanchada.

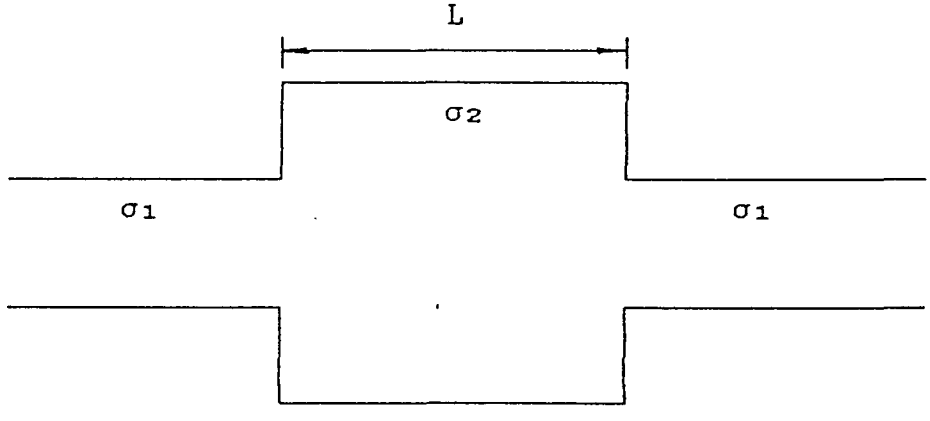


Figura 3.3. Atenuador de reflexión por ensanchamiento.

$$\alpha_t = \frac{4}{4\cos^2 k_2 L + \left(\frac{\sigma_1 c}{\sigma_2 c} + \frac{\sigma_2 c}{\sigma_1 c}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2 L} =$$

$$= \frac{4}{4\cos^2 k_2L + \left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2L} =$$

$$= \frac{4}{4\cos^2 k_2L + \left(n + \frac{1}{n}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2L}$$

El índice de aislamiento en forma logarítmica será:

$$R = 10 \log \frac{1}{\alpha_t}$$

$$R = 10 \log \frac{4\cos^2 k_2L + \left(\frac{n^2+1}{n}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2L}{4}$$

$$R = 10 \log \left[\cos^2 k_2L + \left(\frac{n^2+1}{2n}\right)^2 \operatorname{sen}^2 k_2L\right]$$

y como en este caso

$$k_2 = k_1 = k = \frac{w}{c}$$

se tendrá

$$R = 10 \log \left[\cos^2 kL + \left(\frac{n^2+1}{2n}\right)^2 \operatorname{sen}^2 kL\right]$$

Puesto que la longitud de onda viene dada por $\Gamma=2\pi/k$, la anterior ecuación podrá expresarse del siguiente modo:

$$R = 10 \log \left[\cos^2 \frac{2\pi}{\Gamma} L + \left(\frac{n^2+1}{2n}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \frac{2\pi}{\Gamma} L\right]$$

Es, por tanto, evidente que el aislamiento depende, además de la relación n entre las superficies de las secciones ensanchada y estrechada, de la longitud de onda y de la longitud L de la zona ensanchada.

De modo que, para una n y una Γ determinadas, se obtendrá el máximo aislamiento para valores de la longitud L de la zona ensanchada, dados por la expresión:

$$L = (2N + 1)\frac{\Gamma}{4} \quad , \quad N \text{ pertenece al conjunto de números naturales}$$

Mientras que el aislamiento será nulo para valores de L dados por

$$L = 2N\frac{\Gamma}{4} = N\frac{\Gamma}{2} \quad , \quad N \text{ pertenece al conjunto de números naturales}$$

Como es lógico, si no existiera ensanchamiento alguno de sección, la relación de secciones n sería la unidad y, por consiguiente, el aislamiento sería nulo siempre como puede desprenderse de la ecuación resultante en este caso.

$$R = 10 \log \left[\cos^2\frac{2\pi}{\Gamma} L + \operatorname{sen}^2 \frac{2\pi}{\Gamma} L\right]$$

donde considerando cualquier L dada por las anteriores expresiones, se obtiene:

$$R = 10 \log 1 = 0$$

Como ejemplo, supóngase el caso de una zona ensanchada, tal que su longitud L cumpla la condición de máximo aislamiento, $L=\frac{1}{4}(2N+1)\Gamma$, siendo N un número natural, y que

la relación entre las secciones mayor y menor sea n=10.

Aplicando la ecuación que da el aislamiento, se tiene:

$$R = 10 \log \left[0 + \left(\frac{100 + 1}{2 \quad 10}\right)^2 1\right] = 10 \log 25{,}5025$$

$$R = 14{,}065 \quad dB$$

Por lo que, como puede verse, con un ensanchamiento de longitud adecuada y con una relación de secciones de 10, se obtiene un aislamiento de 14 dB.

La acción aislante, sin embargo, no es de banda ancha, ya que se produce el máximo aislamiento a la frecuencia fundamental, para la que el atenuador haya sido proyectado, y a las frecuencias múltiples impares de la fundamental.

Efectivamente, supóngase que la longitud de la zona ensanchada es $L=\frac{1}{4}\Gamma$, para la cual, según se ha visto, se produce el máximo aislamiento.

Las frecuencias múltiplos impares de la fundamental serán:

$$f' = 3\ f \Longrightarrow \Gamma' = \Gamma/3$$

$$f'' = 5\ f \Longrightarrow \Gamma'' = \Gamma/5$$

ya que $\Gamma = c/f$

Como L es constante, se tendrá:

$$L = \frac{\Gamma}{4} = \frac{3\ \Gamma'}{4} = \frac{5\ \Gamma''}{4} = \ldots\ldots$$

Luego el máximno aislamiento se produce para las frecuencias:

$$f\ ,\quad f' = 3f\ ,\quad f'' = 5f\ ,\ \ldots\ldots$$

Para lograr un aislamiento en una banda ancha, se combinan varios atenuadores de reflexión con zonas ensanchadas de diferentes longitudes.

3.5.3. ATENUADOR DE INTERFERENCIA.[2]

Consiste en fraccionar el conducto en varios canales de diferentes longitudes, que vuelven a converger en el conducto principal. Si las longitudes de los canales son tales que, en las zonas de convergencia, lleguen los sonidos con desfases de media longitud de onda, entre ellos, se producirá la atenuación por interferencia.

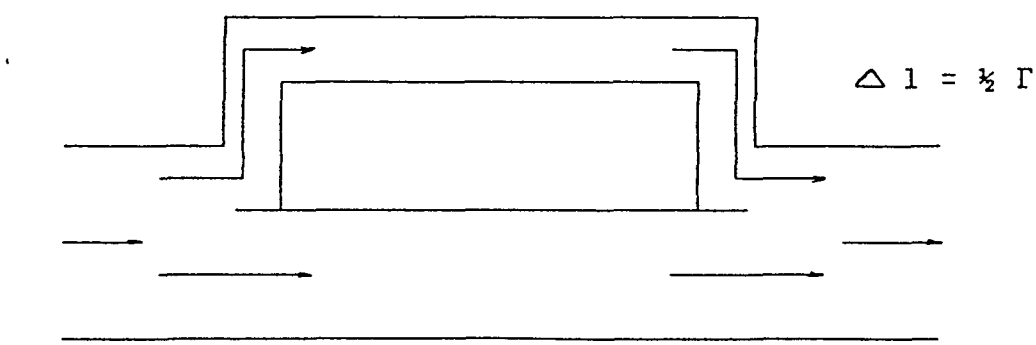


Figura 3.4. Atenuador de interferencia.

3.5.4. ATENUADOR DE RESONANCIA.[2],[21],[40]

El aislamiento del sonido, en este tipo de atenuadores, conocidos como resonadores de Helmholtz, se consigue por reflexión del sonido en la zona del canal donde se instala el resonador.

Este dispositivo consiste en una botella que, como se sabe, es capaz de emitir su vibración propia cuando se sopla por su abertura. El aire contenido en el vientre de la botella constituye el elemento elástico del sistema vibratorio, mientras que el aire situado en el cuello de la misma constituye la masa oscilante del sistema.

Sin embargo, hay que considerar algunas correciones sobre estas hipótesis, ya que el aire contenido en el vientre de la botella, también presenta velocidad de oscilación y el que está situado en el cuello de la misma, también actúa como elemento elástico.

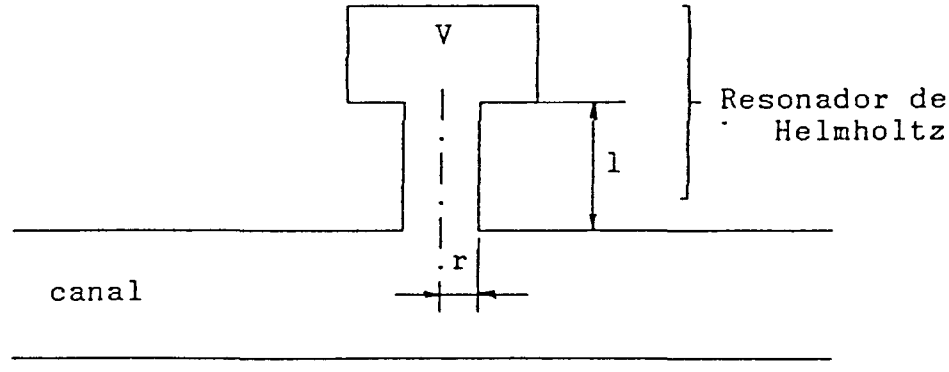


Figura 3.5. Atenuador de resonancia.

El aire que circula por el canal provoca la vibración del resonador a su frecuencia propia, dada por:

$$f_o = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left[\frac{\pi r^2}{V (l + \Delta l)} \right]}$$

donde V es el volumen de la cavidad o vientre de la botella, l la longitud de su cuello, r el radio del mismo y $\hat{}l$ una correción de la longitud del cuello.

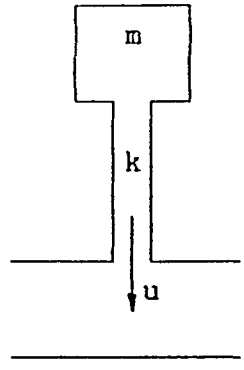
La impedancia característica de entrada al resonador, en el caso de resonancia y suponiendo el sistema vibratorio sin amortiguamiento, es nula, lo que implica que en la zona del canal, coincidente con la boca del resonador, la impedancia es, asimismo, nula. Por consiguiente, de acuerdo con la expresión del factor de reflexión, deducida anteriormente, resulta que, en este caso, éste es -1 y, por lo tanto, se produce la reflexión total del sonido.

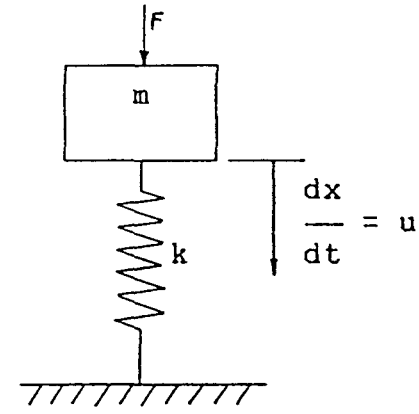
$$f_r = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1}$$

Si $z_2 = 0$

$$f_r = - \frac{z_1}{z_1} = -1$$

Para demostrar que la impedancia del anterior sistema vibratorio sin amortiguamiento, en el caso de resonancia, es nula, basta compararlo con el sistema mecánico elemental compuesto por masa y resorte. En efecto:





$$z = \frac{p}{u} = \sigma\, c \qquad\qquad z = i\,(m\,w - \frac{k}{w})$$

La impedancia de masa del sistema masa-resorte se determina del siguiente modo:

$$F_m = m\,a = m\,\frac{dV}{dt} = m\,i\,w\,V$$

ya que siendo $V = V_o\, e^{i(wt + \phi)}$

$$\frac{dV}{dt} = i\,w\,V_o\, e^{i(wt + \phi)} = i\,w\,V$$

Por definición la impedancia de masa es [21]

$$z_m = \frac{F_m}{V} = \frac{m\,i\,w\,V}{V}\; i\,m\,w$$

La impedancia de resorte del mismo sistema se determinará de acuerdo con lo siguiente:

$$F_k = k\,x$$

y como

$$V = V_o \, e^{i(wt + \phi)}$$

$$V = \frac{dx}{dt} \Longrightarrow dx = V \, dt \Longrightarrow x = \int V \, dt$$

$$x = \int V_o \, e^{i(wt + \phi)} \, dt = V_o \, \frac{e^{i(wt + \phi)}(-i)}{w}$$

$$x = - \, i \, \frac{V}{w}$$

luego

$$F_k = k \, x = k \, (- \, i) \, \frac{V}{w}$$

$$z_k = \frac{F_k}{V} = - \, i \, \frac{k}{w}$$

La impedancia total del sistema masa-resorte será:

$$z = z_m + z_k = i \, (\, m \, w - \frac{k}{w} \,)$$

La frecuencia de resonancia es:

$$w_n = \sqrt{[} \, \frac{k}{m} \,]$$

de donde

$$k = w_n^2 \, m$$

Considerando, pues, $w = w_n$ y sustituyendo k en la

expresión de la impedancia, se obtiene:

$$z = i \left(m w - \frac{w^2 m}{w} \right) = 0$$

quedando, con ello, demostrado que la impedancia del sistema masa-resorte, en caso de resonancia, es nula.

Dado que el funcionamiento de los resonadores es igual, como se ha estudiado al principio de este apartado, que el de los sistemas masa-resorte, con equivalencia entre elasticidad del resorte y elasticidad del gas contenido en el vientre de la botella, así como con la que existe entre la masa m del sistema y la masa del cuello de la botella, resulta que la impedancia característica de los resonadores, despreciando el amortiguamiento, es nula para la resonancia.

El amortiguamiento que presenta el sistema vibratorio, como puede ser el debido al rozamiento del aire en el cuello del resonador, hace que la impedancia no sea totalmente nula en esta zona y, por consiguiente, que el factor de reflexión sea menor que la unidad.

Este resonador presenta la desventaja que posee, lógicamente, una sola frecuencia propia y, por consiguiente, solo resulta efectivo en una banda estrecha de. frecuencias. Sin embargo, este inconveniente puede quedar totalmente superado acoplando, uno tras otro, varios resonadores distintamente ajustados.

Una grave desventaja que presentan los resonadores es que la atenuación, que se consigue con ellos, sufre variaciones con el flujo del chorro contínuo del canal. De modo que para velocidades de flujo superiores a los 10 m/s

deben tomarse, siempre, precauciones. Otro inconveniente que presentan los resonadores de Helmholtz, cuando tienen pequeños coeficientes de amortiguación del sistema vibratorio, es que tienen tendencia a la autoexcitación, pudiendo, incluso, actuar como amplificadores en lugar de como atenuadores.

3.5.5. ATENUADOR DE TOBERA VENTURI.[2]

Es, al igual que en los anteriormente expuestos, un atenuador de reflexión.

La tobera Venturi presenta una impedancia no lineal. Esta es relativamente pequeña cuando la velocidad de la corriente, en la sección más estrecha, es menor que la velocidad de propagación del sonido. Sin embargo, si se aumentara la presión del fluido en el conducto, delante de la tobera, tan fuertemente que la velocidad de la corriente, en el estrechamiento, llegara a superar la velocidad de propagación del sonido, entonces, la impedancia de la tobera se haría muy grande, ya que no es posible que una corriente de fluido sobrepase la velocidad de propagación del sonido.

En este caso habría, por tanto, una gran diferencia entre la impedancia del medio gaseoso en la zona anterior a la tobera con respecto a la de la zona del estrechamiento de la misma y, por consiguiente, esta diferencia de impedancias provoca, como se sabe, la reflexión del sonido.

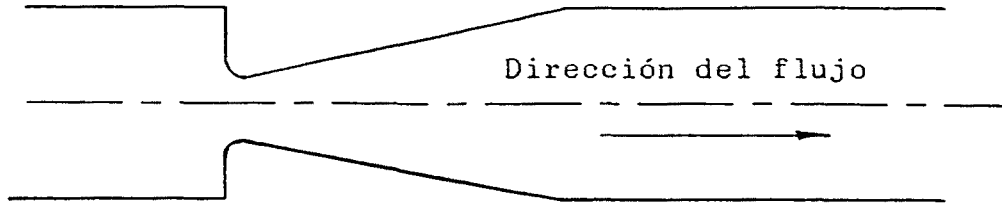


Figura 3.6. Atenuador de tobera de Venturi.

Este dispositivo presenta aplicación en los tubos de escape de máquinas cíclicas de combustión interna, como pueden ser los motores de explosión.

Para ello, se coloca una tobera en la tubería de escape, de modo que la velocidad media de la corriente, en el estrechamiento, sea ligeramente inferior a la velocidad de propagación del sonido. En este caso, las ondas de choque de los distintos procesos de escape son reflejadas.

En los motores de máquinas que no trabajan a régimen permanente, sino que presentan condiciones variables de trabajo, tienen que diseñarse las toberas de forma que, para la máxima cantidad de gas, la velocidad media de la corriente en la sección más estrecha quede, todavía, por debajo de la velocidad de propagación del sonido. La eficacia del atenuador será tanto mejor cuanto más se aproxime la velocidad media de la corriente a la velocidad de propagación del sonido. Por consiguiente, cuanta más carga presente el motor, es decir, cuanto mayor sea el número de revoluciones por minuto del mismo, se producirá mayor atenuación, lo cual presenta la ventaja de que para las mayores cantidades de gas se producen los máximos niveles de presión sonora y, por tanto, se necesita la

mayor atenuación.

Existe, sin embargo, el riesgo que la rotura de la corriente detrás de la tobera puede, nuevamente, originar sonido de considerable magnitud.

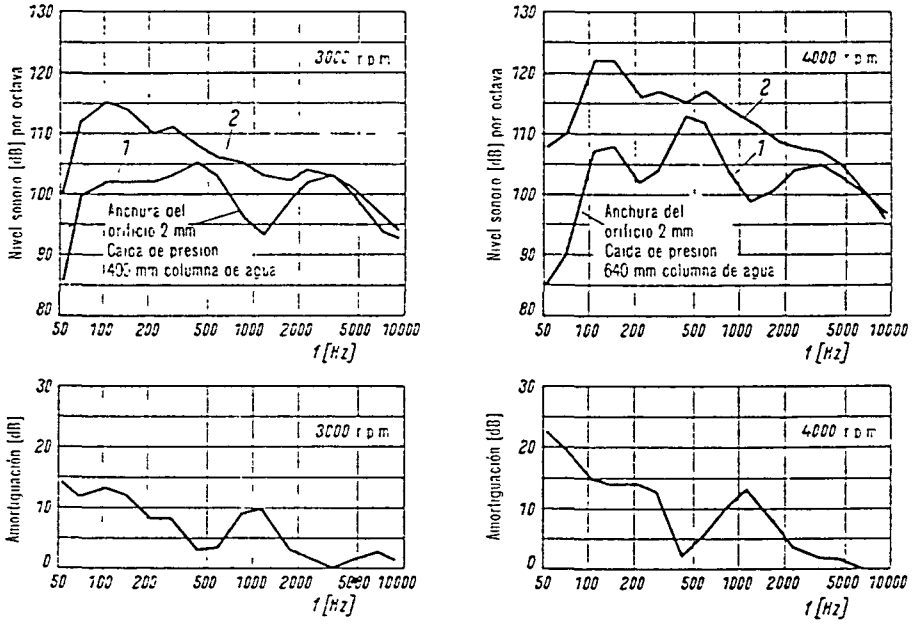


Figura 3.7. Nivel sonoro y amortiguación detrás del tubo de escape de un motor de ém - bolos. Curva 1: Con tobera Venturi. Curva 2: Sin ella.

Puede observarse que la máxima atenuación se presenta a frecuencias bastante bajas, inferiores a 200Hz, mientras que de 200 a 2000Hz es muy irregular, resultando casi nula para alguna frecuencia dentro de la banda citada. Para frecuencias superiores a 2000Hz, la atenuación es bajísima, perdiendo toda efectividad este tipo de atenuador.[2]

3.5.6. OBSERVACIONES SOBRE LOS ATENUADORES DE REFLEXION.

El montaje de un atenuador de reflexión en un conducto requiere ciertas precauciones. Pueden producirse resonancias indeseables, en la zona posterior del atenuador, a causa de ondas estacionarias que, a determinadas frecuencias, pueden producir una amplificación del sonido. Por esta razón, es conveniente que el trozo de conducto posterior al atenuador sea lo más corto posible. Ello obliga a montar el atenuador hacia el final del conducto y, por consiguiente, en general, lejos de la fuente de sonido, por lo que el sonido puede facilmente transmitirse al exterior a lo largo del trozo de conducto anterior al atenuador, donde no se produce atenuación alguna.

Los atenuadores de reflexión presentan, además, el inconveniente de que su acción aislante no es de banda ancha. Para conseguir un aislamiento en una banda ancha de frecuencias, pueden combinarse varios de ellos. Sin embargo, el montaje de varios atenuadores en el conducto, resulta voluminoso y, a pesar de ello, los resultados no son suficientemente satisfactorios, siendo necesario añadir, además, amortiguadores de absorción, los cuales, como se estudia posteriormente, son eficaces solamente a frecuencias elevadas.

En algunos de ellos, como es el caso de los resonadores, la velocidad de la corriente de fluido produce variaciones en la atenuación, circunstancia que debe ser tenida en cuenta cuando éstos son diseñados.

También, en estos resonadores, debe tenerse en cuenta

el fenómeno de autoexcitación que puede aparecer, cuando el amortiguamiento interno del atenuador es muy pequeño. Por consiguiente, la ventaja de un gran aislamiento por reflexión que se produciría, con un bajo amortiguamiento interno, queda contrarrestada por la referida autoexcitación.

****

3.6. AMORTIGUACION DEL SONIDO EN CONDUCTOS.

Consiste en la reducción de la propagación sonora en un conducto empleando dispositivos de absorción, es decir, amortiguadores que, según la definición de amortiguación, son dispositivos capaces de provocar una disminunción de presión sonora, o de velocidad de desplazamiento de la partícula, por transformación de la energía sonora en calorífica. Naturalmente, los amortiguadores no deben entorpecer la circulación del medio gaseoso por el conducto.

3.6.1. SUSTANCIAS ABSORBENTES DE SONIDO.[2],[84],[85],[93]

Son las sustancias en las que la propagación del sonido resulta fuertemente amortiguada, produciéndose la absorción de energía sonora, que se transforma en energía calorífica.

Existen dos tipos diferentes de sustancias absorbentes. Las constituidas por materiales homogéneos, en las cuales las pérdidas se producen por el rozamiento interno, debido a las deformaciones irreversibles que experimentan estos materiales sometidos a las variaciones de presión (presión sonora). De otra parte, existen las sustancias absorbentes constituidas por materiales porosos, cuyos poros las atraviesan. En éstas, la transformación de energía sonora en calorífica, se produce por el rozamiento externo entre las partículas en movimiento del medio transmisor del sonido y las paredes de los poros del material. En este caso, de sustancias porosas, la velocidad de desplazamiento de la

partícula es la magnitud responsable de las pérdidas.

La elección de uno u otro tipo de sustancias absorbentes depende, además de la capacidad de absorción sonora en su seno, de que la onda sonora incidente pueda penetrar en dicha sustancia absorbente sin gran reflexión. Según la ecuación del factor de reflexión en la superficie de separación de dos medios, en función de las impedancias características de ambos, para que el factor de reflexión sea pequeño es necesario que dichas impedancias sean muy parecidas.[1]

$$f_r = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1}$$

Dado que la impedancia característica de los materiales homogéneos, es decir sustancias sólidas, es de un orden de magnitud mucho mayor que la del aire, con lo cual el factor de reflexión es grande, resulta que estos materiales no son adecuados para la absorción del sonido en el aire. Sin embargo, resultan apropiados para la absorción del sonido en líquidos, como el agua, ya que las gomas y plásticos, materiales sólidos empleados como absorbentes en líquidos, presentan una impedancia característica muy parecida a la del agua y, por consiguiente, resultando el factor de reflexión pequeño, la onda incidente puede penetrar en el material produciéndose las deformaciones irreversibles del mismo.

A la vista de lo anterior, se llega a la conclusión de que las sustancias absorbentes adecuadas, para la absorción del sonido en el aire, son los materiales porosos. Estos

son, por tanto, los que se utilizan en la práctica.

El mecanismo de absorción sonora en las sustancias absorbentes porosas tiene lugar por el rozamiento de las partículas de aire con la estructura y las paredes de los poros, por lo que las pérdidas de energía aparecen solamente cuando exista movimiento de partículas. De modo que, inmediatamente delante de una pared dura no puede haber pérdidas, ya que, en este caso, la velocidad de desplazamiento de la partícula normal a la pared es nula.

Por tanto, tampoco resultará eficaz colocar una fina capa de material absorbente directamente sobre la pared.

La penetración de la onda sonora en un material poroso se hace a través del mismo medio gaseoso que conduce el sonido. Sin embargo, dado que la estructura del material puede considerarse como rígida, la sección de entrada de que dispone la onda sonora queda estrechada por dicha estructura y, por consiguiente, aparece reflexión.

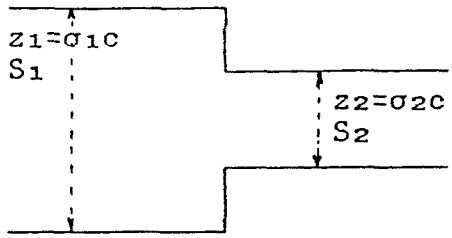
Suponiendo que la porosidad se exprese por el área de la sección libre que está a disposición de la propagación del sonido, y ésta sea, por ejemplo, el 50% del área total de la sustancia absorbente, podrá determinarse el factor de reflexión por disminuición de sección. Según ello, se tendrá:

El factor de reflexión de acuerdo con el apartado (3.2) "Transmisión y reflexión en superficies límite", es

$$f_r = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1}$$

En este caso, correspondiente a disminución de sección,

se tiene:



$$f_r = \frac{1 - n}{1 + n}$$

siendo $n = \frac{S_2}{S_1}$

Como en este caso $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$ se tiene:

$$f_r = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1/2}{3/2} = \frac{1}{3} = 0{,}333$$

El factor de reflexión, en este caso, sería de 0,333.

Las porosidades de las buenas sustancias absorbentes de fibras orgánicas o minerales alcanzan y, en muchos casos, rebasan el 95%, por lo que, con ellas, se consigue una buena absorción.

Para otros materiales absorbentes, se define la porosidad como el porcentaje de volumen de poros en el volumen total del material. Los poros pueden tener pequeños orificios de entrada y ensancharse en el interior. Entonces, a pesar de la gran porosidad que pueda tener la sustancia absorbente, la onda sonora dispone de una sección de propagación relativamente pequeña.

Estas desviaciones se corrigen en la teoría de las sustancias absorbentes del sonido por medio del "factor de estructura".[2]

La reflexión del sonido en el material absorbente es, en realidad mayor que la considerada hasta ahora, basada en la reflexión por estrechamiento de sección, en la que no se tuvo en cuenta el rozamiento de la corriente de fluido. Para que un material poroso amortigüe bien el sonido, es necesario que su coeficiente de rozamiento, con respecto al movimiento del fluido (velocidad de desplazamiento de las partículas), sea elevado, para que haya transformación de energía sonora en calorífica. De lo contrario la onda sonora que haya penetrado en el material absorbente no sería amortiguada. Sin embargo, este rozamiento entre material absorbente y fluido, da lugar a una resistencia de rozamiento que provoca una mayor reflexión del sonido en la superficie del material y, como consecuencia, penetra menos cantidad de onda sonora en el material absorbente.

Se trata, pues, de dos efectos contrarios, ya que la exigencia de una amortiguación alta está en contradicción con la necesidad de una amortiguación pequeña que evite al máximo la reflexión en la superficie.

Si el rozamiento es pequeño, será necesario revestir las paredes con grandes espesores de material absorbente, de modo que en el recorrido, de ida y vuelta, de la onda sonora en el mismo, se produzca la amortiguación deseada. En la práctica, se eligen materiales con amortiguación relativamente elevada y la disminución de la reflexión en la superficie se consigue estableciendo una transición

contínua, entre el espacio y la superficie del material absorbente, por medio de diseños geométricos adecuados, como puede ser disponiendo el material de revestimiento en forma de cuñas situadas unas junto a otras.

Se ha comprobado experimentalmente, y la práctica da razón de ello, que para conseguir en la superficie un factor de reflexión de 0,1, es necesario, como mínimo, disponer de un espesor de capa de una cuarta parte de la longitud de onda. Lo que conlleva a espesores enormes para los casos de frecuencias bajas de sonido.

3.6.2. RESONADORES DE PLACAS.[2],[93]

Son dispositivos en los cuales una placa u hoja impermeable al aire vibra. Para ello, están formados por una placa u hoja ante una almohada de aire que actúa como suspensión. Para placas poco rígidas y suficientemente grandes la fuerza de retroceso viene más por la almohada de aire que por la flexibilidad de la placa.

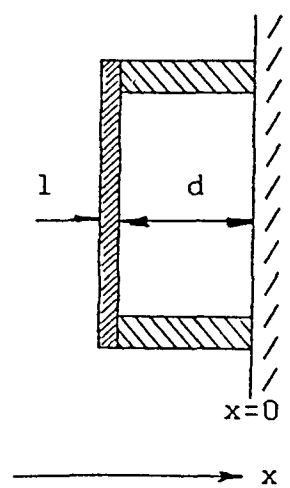


Figura 3.8. Resonador de placas.

Suponiendo una onda plana que se desplaza en la dirección x, y es reflejada en la posición x=0, por una pared dura con un factor de reflexión $f_r=1$, la distribución de la presión sonora delante de la pared viene dada por:

$$p(x,t) = p_o[e^{i(wt-kx)} + e^{i(wt+kx)}] = f(t)\,[e^{-ikx} + e^{ikx}]$$

y la distribución de velocidades correspondiente es:

$$u(x,t) = \frac{f(t)}{\sigma\, c}\,[\, e^{-ikx} - e^{ikx}\,]$$

La impedancia característica de entrada de una capa de aire de espesor limitado en función de x, se expresará por

$$z(x) = \frac{p}{u} = \frac{f(t)\,[e^{-ikx} + e^{ikx}]}{\frac{f(t)}{\sigma\, c}\,[e^{-ikx} - e^{ikx}]} =$$

$$= \sigma\, c\, \frac{[e^{ikx} + e^{-ikx}]/2\, i}{-[e^{ikx} - e^{-ikx}]/2\, i} =$$

$$= \sigma\, c\, \frac{\cos kx}{-i \operatorname{sen} kx} = \frac{\sigma\, c}{-i} \operatorname{cotg} kx =$$

$$= \frac{i\, \sigma\, c}{(-i)\, i} \operatorname{cotg} kx = i\, \sigma\, c \operatorname{cotg} \frac{w\, x}{c}$$

que para valores pequeños del argumento, es decir para valores de x mucho menores que Γ_{aire}, puede expresarse :

$$\operatorname{cotg}\ \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\ \alpha} \approx \frac{1}{\operatorname{sen}\ \alpha} \approx \frac{1}{\alpha}$$

y por tanto

$$z(x) = i\ \sigma\ c\ \frac{c}{w\ x} = i\ \frac{\sigma\ c^2}{w\ x}$$

Haciendo x = -d, se obtiene la impedancia característica de entrada de la capa de aire de espesor d contenido en la caja del resonador.

$$z(d) = -\ i\ \frac{\sigma\ c^2}{w\ d}$$

Por otra parte, la impedancia elástica, que se determina dividiendo la presión por la velocidad, se calculará del siguiente modo :

$$F_k = k\ x$$

$$p_k = \frac{F_k}{S} = \frac{k}{S}\ x = k'\ x$$

siendo k' la rigidez elástica por unidad de superficie.
Luego, como

$$V = V_o\ e^{i(wt\ +\ \phi)}$$

$$V = \frac{dx}{dt} \quad \Longrightarrow \quad x = \int V\ dt$$

$$x = \int V_o\ e^{i(wt\ +\ \phi)}\ dt = -\ i\ \frac{V}{w}$$

se tendrá:

$$p_k = k' (-i) \frac{V}{w}$$

y la impedancia elástica del medio gaseoso, será:

$$z_k = \frac{p_k}{V} = - i \frac{k'}{w}$$

De modo que, igualando esta impedancia elástica con la impedancia de entrada de la capa de aire de espesor d, se obtendrá:

$$- i \frac{k'}{w} = - i \frac{\sigma c^2}{w d}$$

que en módulo es:

$$\frac{k'}{w} = \frac{\sigma c^2}{w d}$$

es decir

$$k' = \frac{\sigma c^2}{d}$$

Si se emplea el concepto de flexibilidad por unidad de superficie, ésta será:

$$flex = \frac{1}{k'} = \frac{d}{\sigma c^2}$$

Considerando la masa activa del resonador como la masa por unidad de superficie de placa u hoja

$$m' = \sigma' l$$

en la que σ' es la densidad del material de la placa y l es el espesor de la misma.

Aceptando, como hipótesis, que las placas vibran en todos sus puntos con la misma amplitud, la frecuencia propia o de resonancia vendrá dada por

$$w_n = \sqrt{[k'/m']} = \sqrt{\left[\frac{1}{\text{flex} \cdot m'}\right]} \quad \text{rad/s}$$

y, por tanto

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{[\text{flex} \cdot m']}} \quad \text{ciclos/s}$$

dado que

$$\text{flex} = \frac{d}{\sigma c^2}$$

se tendrá finalmente:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{d}{\sigma c^2} m'\right]}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left[\frac{\sigma}{m'd}\right]}$$

$$f_n = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left[\frac{\sigma}{\sigma' l d}\right]}$$

La amortiguación de estos resonadores depende de las pérdidas internas del material de la placa (deformada por flexión en el borde , de acuerdo con la hipótesis establecida) y de las pérdidas por rozamiento que aparecen en los puntos de sujeción.

Las pérdidas por rozamiento en el interior del espacio

hueco del resonador son, en general, despreciables. Resulta conveniente cuadricular el espacio vacio al objeto de evitar una propagación tangencial del sonido. Asimismo, cintas de material poroso colocadas en la periferia del hueco del resonador de placas, permiten conseguir mayores amortiguaciones. Si sobre la placa se monta un material antirresonante, se produce una elevación de sus pérdidas internas, lo que conlleva a una mayor amortiguación.[2]

3.6.3. RESONADOR DE HELMOLTZ COMO AMORTIGUADOR DE SONIDO.

El mismo atenuador de resonancia estudiado anteriormente, que se aplicó al aislamiento del sonido y que, por consiguiente, su funcionamiento se basaba en la reflexión, puede funcionar, con un diseño adecuado, como absorbedor de sonido.[2],[93]

Este tipo de resonador consta de una placa perforada y, por detrás, una almohada de aire. La amortiguación se consigue por el rozamiento del aire en los orificios.

Cuando el radio r del orificio es comparable a la longitud de onda de viscosidad, o menor que ella, se produce un rozamiento considerable. La longitud de onda de viscosidad en el aire se expresa por:

$$\Gamma_z \ (cm) = \frac{1,4}{\sqrt{[f\ (Hz)]}}$$

Al igual que en los resonadores de placas, debe cuadricularse el espacio hueco de detrás de la placa, para

evitar la propagación del sonido en la capa de aire paralela a la superficie de la placa.

La masa vibrátil por unidad de superficie de la superficie perforada es:

$$m = \sigma \, l_p$$

siendo σ la densidad del aire y l_p la longitud activa del orificio, que se expresa como:

$$l_p = l + 1{,}6 \, r$$

siendo l la longitud real del orificio y r su radio.

La flexibilidad efectiva en los orificios por unidad de superficie será:

$$flex = \frac{d}{\sigma \, c^2 \, \epsilon}$$

donde ϵ es la relación entre la superficie perforada y la superficie total, es decir la porosidad superficial de la placa.

La frecuencia propia será:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{[flex \;\; m]}}$$

donde sustituyendo la masa vibrátil por unidad de superficie perforada y la flexibilidad por los valores antes obtenidos, se tiene:

$$f_n = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\left[\frac{\epsilon}{d\, l_p}\right]}$$

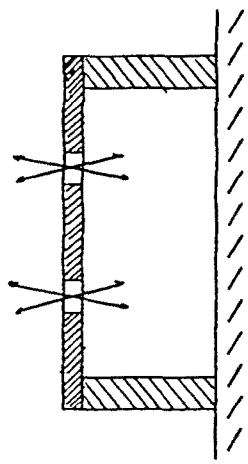


Figura 3.9. Resonador de Helmholtz.

Debe hacerse constar que la frecuencia, determinada de este modo, es la frecuencia propia del sistema sin amortiguamiento, que de hecho no se corresponde con la frecuencia de resonancia (máxima amplitud de vibración), pero que siendo muy parecida a ella, se considera como tal.

En los resonadores de Helmholtz se suele colocar, inmediatemente detrás de la placa de agujeros, sustancias porosas, que dan lugar a una amortiguación adicional. Dado que las sustancias absorbentes presentan la máxima eficacia, cuanto mayor es la velocidad de desplazamiento de las partículas de aire en su movimiento vibratorio, es recomendable colocarlas pegadas a la placa perforada ya que es, precisamente, en los agujeros de la misma donde dicha velocidad es mayor.[2],[93]

3.6.4. OBSERVACIONES SOBRE LOS RESONADORES.

Los resonadores presentan la ventaja que para la absorción de frecuencias bajas pueden tener diseños de muy poca profundidad, por lo que no ocupan demasiado espacio. Sin embargo, como desventajas importantes, puede citarse que solamente actúan cuando son excitados por sonidos comprendidos en una banda estrecha de frecuencias, entorno a su frecuencia de resonancia. Asimismo, presentan la desventaja que, tratándose de sistemas vibrantes, la presión sonora se transmite, a través de la suspensión (almohada de aire), a la pared de detrás del resonador, es decir a la pared externa del recinto. Esta presión sonora, pues, que presenta la almohada de aire resulta incrementada, o disminuida, con respecto a la presión sonora del recinto, de acuerdo con el factor denominado "transmisibilidad", el cual se define por la relación entre la fuerza transmitida a la base, a través de la almohada de aire, y la fuerza excitadora del aire del recinto. Dichas fuerzas dan lugar, respectivamente, a la presión sonora de la almohada de aire y a la presión sonora del recinto.

Al igual que en los sistemas mecánicos compuestos por masa, resorte y amortiguador, la transmisibilidad es igual a la unidad para $w=0$ y para $w=\sqrt{[2]}w_o$, siendo w_o la frecuencia propia circular del resonador, por lo que en estas circunstancias, sea cual sea el amortiguamiento, la presión sonora en el interior del resonador será la misma que en el recinto.

Para frecuencias de excitación comprendidas entre 0 y

$\sqrt{2}\omega_o$, el factor de transmisibilidad es mayor que la unidad y será tanto mayor cuanto menor sea el amortiguamiento. De modo que, en esta zona de frecuencias la presión sonora interior del resonador será mayor que la del recinto, produciéndose, por tanto, en este caso la mayor transmisión de sonido a la pared externa del recinto.

Finalmente, para frecuencias de excitación superiores a $\sqrt{2}\omega_o$ el factor de transmisibilidad es inferior a la unidad y tanto menor cuanto menor es el amortiguamiento, por lo que para esta gama de frecuencias, superior a $\sqrt{2}\omega_o$, la presión sonora de la almohada de aire interior del resonador es inferior a la presión sonora del recinto. Sin embargo, cuando las frecuencias de excitación son, ya, bastantes superiores a $\sqrt{2}\omega_o$, el resonador va perdiendo eficacia hasta dejar de actuar.

A la vista de los análisis anteriores, se llega a la conclusión que los resonadores son efectivos para frecuencias bajas, por lo que se aplican, en general, como complemento de las sustancias absorbentes de materiales porosos, al objeto de ampliar la zona de acción de éstos a las bajas frecuencias.

Se utilizan, para este efecto, soluciones combinadas como, por ejemplo, colocando a cierta distancia de las paredes, para crear almohadas de aire, placas de fibra blandas. Este montaje absorbe los sonidos de alta frecuencia por el efecto de absorción de las placas, sin embargo, a las frecuencias bajas, dichas placas, se comportan como si no tuvieran poros, pero dan lugar a un resonador de placas cuya acomodación viene dada por la ecuación:

$$f_n = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left[\frac{\sigma}{\sigma' \, l \, d}\right]}$$

en función de la densidad σ' de la placa, de su espesor l y de la distancia d de la misma a la pared.

Con ello, este montaje es capaz de absorber sonidos de baja frecuencia. Siempre, no obstante, existe la limitación de la estrecha banda de frecuencias de actuación de los resonadores.

Cuando los resonadores se emplean en conductos, por los que circula un fluido con una velocidad de corriente elevada, puede producirse la autoexcitación de éstos, especialmente usando resonadores debilmente amortiguados, por la interacción entre la capa límite turbulenta y el campo sonoro. Ello puede dar lugar, en casos extremos, a que el resonador, en lugar de actuar como amortiguador, actúe como amplificador, lo cual constituye un grave inconveniente en algunas aplicaciones de dichos dispositivos.

3.6.5. DISPOSICIONES PARA PRODUCIR LA ABSORCION DEL SONIDO EN CONDUCTOS.[2],[40]

En un conducto, o canal, formado por paredes duras, la velocidad de las partículas está siempre dirigida en la dirección de propagación, es decir, paralela a las paredes. Las impedancias de la corriente que deberían dificultar el movimiento oscilante de las partículas tendrían que actuar en la dirección del eje del conducto y, por consiguiente,

tendrían que ser perpendiculares al mismo eje. Ello dificultaría la circulación del medio gaseoso por el conducto, es decir, se perdería la continuidad de la corriente. Para absorber el sonido, sin perjudicar la continuidad de la corriente, debe provocarse que aparezca un movimiento oscilante perpendicular a las paredes del conducto.

Cuando se revisten las paredes del conducto con sustancias absorbentes, aparece siempre la deseada velocidad de las partículas normal a dichas paredes. La pared revestida, que ya no puede considerarse como dura, tiene una impedancia de entrada finita, cuyo valor disminuye, en general, al aumentar el espesor del revestimiento. Es posible, por tanto, una corriente de entrada en el material absorbente, de modo que la presión sonora variable que domina en el conducto, da lugar a la aparición de un movimiento oscilante normal a la pared. De esta forma puede consumirse energía sonora por pérdidas de rozamiento.

De acuerdo con el mecanismo de funcionamiento de los revestimientos de las paredes de los conductos, que se acaba de analizar, y al objeto de diseñar amortiguadores de absorción eficaces, deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos:

- La absorción de energía por el material poroso, que constituye el revestimiento de la pared, es una función de la velocidad normal a la misma y ésta es tanto mayor cuanto menor es la impedancia de entrada del revestimiento. Evidentemente, dicha impedancia es menor cuanto mayor es el

espesor del revestimiento, ya que sin revestimiento la pared es dura y, por tanto, la impedancia infinita, de modo que la impedancia disminuye conforme aumenta el espesor. Dicho espesor como mínimo debe ser una cuarta parte de la longitud de onda, al objeto de que la onda sonora disponga de espacio, dentro del material absorbente, para alcanzar suficiente velocidad de partículas y así obtener una amortiguación importante. Como se estudió en el apartado destinado a sustancias absorbentes, constituidas por materiales porosos, es la velocidad de desplazamiento de partículas la máxima responsable de la transformación de energía sonora en calorífica.

- La absorción de energía en el campo sonoro del conducto, se lleva a cabo junto a las paredes del mismo, por lo que, desde el punto de vista de la absorción acústica, será recomendable el empleo de secciones rectangulares en las que un lado sea bastante mayor que el otro, o bien proyectar subdivisiones de la sección del conducto, que cumplan las características anteriores, hasta el punto que, incluso, pueda prescindirse del revestimiento en los lados estrechos.

- La reducción de presión sonora en el conducto, obtenida por medio del proceso de transformación de velocidad de las partículas según la dirección del eje del mismo, en la dirección normal a la pared, solamente puede realizarse en una capa de espesor inferior a $\frac{1}{2}\Gamma$, a partir de la superficie del revestimiento. Esta reducción de presión, dado que sólo se puede propagar de la pared a la superficie

del revestimiento con la velocidad del sonido en este medio, aparece a la distancia ½Γ .

Para un sonido cuya frecuencia es tal que su longitud de onda es Γ , la dimensión más pequeña de la sección deberá ser:

d menor que ½Γ

Con revestimiento absorbente en las dos paredes opuestas del conducto, la dimensión de la capa puede ser doble de la anterior

d´ menor que Γ

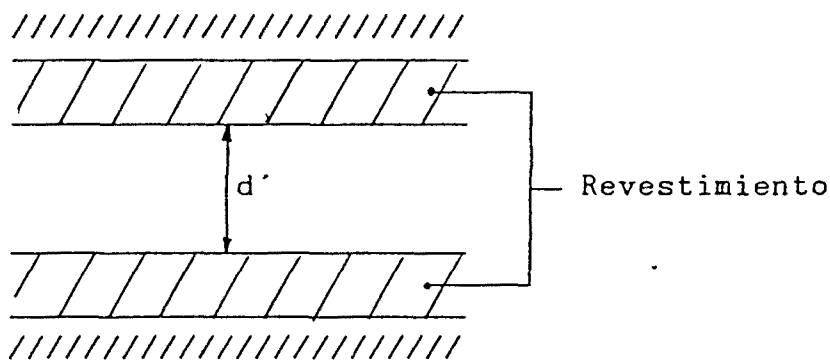


Figura 3.10. Revestimiento absorbente en dos paredes opuestas de un conducto.

- Considerando la superficie del revestimiento como foco sonoro, ya que crea la velocidad de partículas normal a la misma, y dado que sus dimensiones son mayores que Γ, presenta una acción direccional considerable.

3.6.6. CALCULO DE LA AMORTIGUACION EN UN CONDUCTO CON REVESTIMIENTO ABSORBENTE.[2]

Sea el conducto de sección rectangular, indicado en la figura, en el que su superficie inferior se encuentra revestida con una capa de sustancia absorbente.

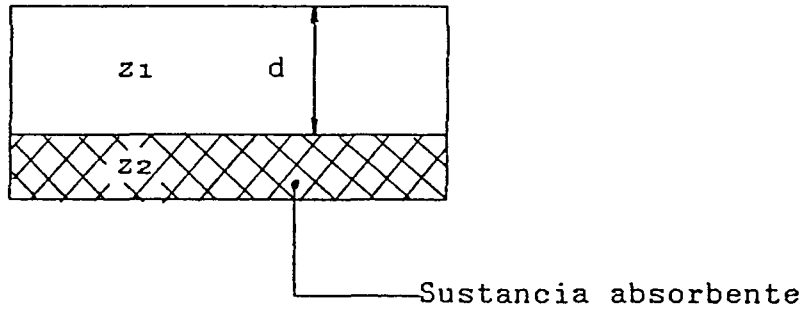


Figura 3.11. Revestimiento absorbente en una pared de un conducto.

La capa del medio gaseoso que circula por el conducto tiene un espesor d. De acuerdo con este diseño, resulta que en la superficie del material absorbente existe una impedancia de entrada z_2, mientras que en la superficie de la pared opuesta, como es dura, la impedancia es infinita y, en ella, la velocidad de desplazamiento es nula. Se supone, además, que en el interior del material absorbente no es posible la propagación del sonido en la dirección del eje del canal. En la práctica esta hipótesis puede cumplirse siempre, bastando, para ello, introducir paredes transversales estancas dentro de este material.

Deberá hallarse la impedancia de onda de la capa de

aire de espesor d, sobre la superficie del material absorbente. Para ello, se utilizarán las expresiones de la presión y de la velocidad deducidas en el apartado (2.11) "Acústica en un conducto de sección rectangular".[1].

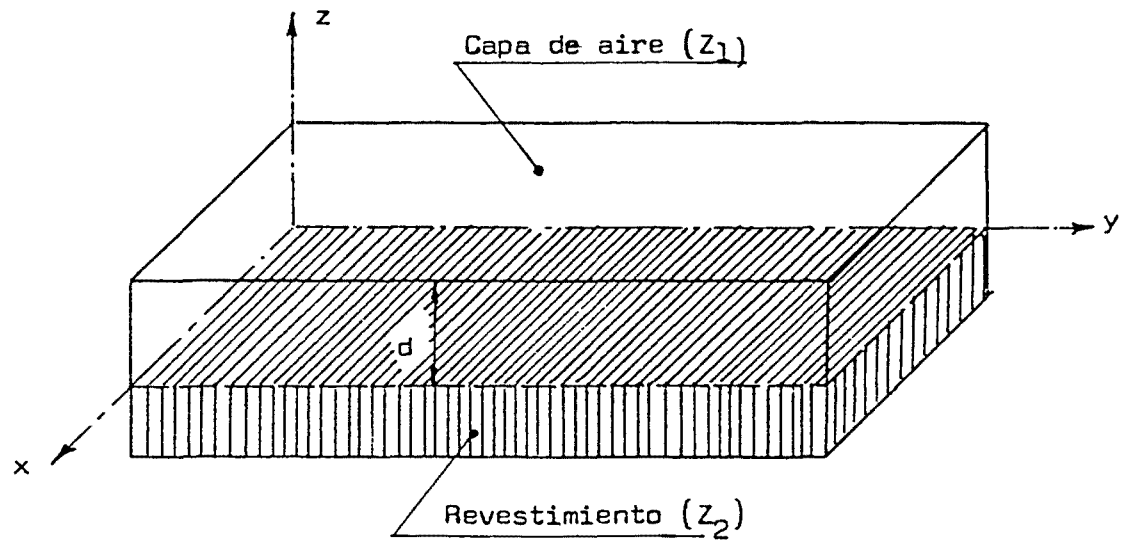


Figura 3.12. Conducto de sección rectangular con revestimiento absorbente en su pared inferior.

$$p(x,y,z,t)=P\,sen\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right)sen\left(\frac{\sigma}{c}y+\Omega\right)sen\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)sen(wt+\tau)$$

Siendo

$$\frac{\mu}{c}=k_x\ ;\quad \frac{\sigma}{c}=k_y\ ;\quad \frac{\beta}{c}=k_z$$

$$k_x^2+k_y^2+k_z^2=k^2=\frac{w^2}{c^2}$$

$$u(x,y,z,t,)=\frac{P}{w\sigma_o c}\left[\mu\cos\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right)sen\left(\frac{\sigma}{c}y+\Omega\right)sen\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)i+\right.$$

$$+\sigma\cos\left(\frac{\phi}{c}y+\Omega\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)j+$$

$$+\beta\cos\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\sigma}{c}y+\Omega\right)k]\cos(wt+\tau)$$

En la pared dura la velocidad normal a la misma es nula, luego se considerará la siguiente condición de contorno:

$$z = d \qquad ; \qquad u_z = 0$$

$$0=\beta\cos\left(\frac{\beta}{c}d+\theta\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\sigma}{c}y+\Omega\right)\cos(wt+\tau)$$

siendo, en general, $\beta \neq 0$, $\operatorname{sen}\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right) \neq 0$,

$\operatorname{sen}\left(\frac{\sigma}{c}y+\Omega\right)\neq o$; $\cos(wt+\tau)=0$, se obtiene que:

$$0=\cos\left(\frac{\beta}{c}d+\theta\right) \quad \Longrightarrow \quad \frac{\beta}{c}d+\theta=(2n-1)\frac{\pi}{2}$$

luego: $\theta=2(n-1)\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{c}d$

La impedancia viene dada por la relación de la amplitud de la presión a la amplitud de la velocidad.

$$Z_z=\frac{p}{u_z}$$

$$Z_z = \frac{P\,\mathrm{sen}\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\sigma}{c}y+\Omega\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)}{\frac{P}{w\sigma_o c}\,\beta\cos\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\mu}{c}x+\phi\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\sigma}{c}y+\Omega\right)} =$$

$$= \frac{w\sigma_o c}{\beta}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\beta}{c}z+\theta\right)$$

$$Z_z = \frac{w\sigma_o c}{\beta}\,\mathrm{tg}\left[\frac{\beta}{c}z - \frac{\beta d}{c} + 2(n-1)\frac{\pi}{2}\right]$$

Para z=0, se obtiene el valor de la impedancia sobre la superficie del revestimiento.

$$Z_z^S = \frac{w\,\sigma_o\,c}{\beta}\,\mathrm{tg}\left[-\frac{\beta}{c}d + 2(n-1)\frac{\pi}{2}\right] =$$

$$= \frac{-w\sigma_o c}{\beta}\,\mathrm{tg}\left[\frac{\beta}{c}d - 2(n-1)\frac{\pi}{2}\right] =$$

$$= \frac{w\sigma_o c}{\beta}\,\mathrm{cotg}\,\frac{\beta}{c}d$$

o lo que es lo mismo:

$$Z_z^S = \frac{w\sigma_o}{k_z}\,\mathrm{cotg}\,k_z d$$

Para valores d mucho menores que Γ, la cotangente puede aproximarse a la inversa del ángulo, por lo que la anterior impedancia podrá ser expresada del siguiente modo:

$$Z_z^S = \frac{w\sigma_o}{k_z}\,\frac{1}{k_z d} = \frac{w\sigma_o}{k_z^2 d}$$

La impedancia total será la combinada entre la anteriormente calculada y la impedancia de entrada del material absorbente. Puede considerarse que ambas impedancias se encuentran montadas en serie, ya que se encuentran una detrás de otra y el efecto de la presión se transmite a la impedancia del material absorbente a través de la impedancia superficial Z_s^S.

Por consiguiente, la impedancia total del revestimiento, se expresará:

$$Z_2 = \frac{Z_s^S \ .\ Z \text{ mat. abs.}}{Z_s^S + Z \text{ mat. abs.}}$$

Dado que la impedancia del medio libre es $Z_1 = \sigma_o c$, podrá determinarse el coeficiente de absorción α en el conducto.

$$\alpha = 1 - f_r^2$$

$$\text{siendo} \quad f_r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

de donde:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

Si se supone, por ejemplo, una impedancia del material absorbente de

$$Z \text{ mat. abs.} = 1{,}6\ \sigma_o\ c\ ,$$

se tendrá:

$$Z_2 = \frac{\dfrac{w\sigma_o}{k_z^2 d} \cdot 1{,}6\,\sigma_o c}{\dfrac{w\sigma_o}{k_z^2 d} + 1{,}6\,\sigma_o c} = \frac{\dfrac{w\sigma_o^2 c\ 1{,}6}{k_z^2 d}}{\sigma_o\left(\dfrac{w + 1{,}6\,c k_z^2 d}{k_z^2 d}\right)}$$

$$Z_2 = \frac{1{,}6\,\sigma_o\, w\, c}{w + 1{,}6\, c\, k_z^2 d}$$

Siendo $Z_1 = \sigma_o c$

se tendrá:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{\dfrac{1{,}6\,\sigma_o w\, c}{w + 1{,}6\,c k_z^2 d} - \sigma_o c}{\dfrac{1{,}6\,\sigma_o w\, c}{w + 1{,}6\,c k_z^2 d} + \sigma_o c}\right)^2 =$$

$$= 1 - \frac{\sigma_o^2 c^2 \left(\dfrac{1{,}6\, w}{w + 1{,}6\, c\, k_z^2 d} - 1\right)^2}{\sigma_o^2 c^2 \left(\dfrac{1{,}6\, w}{w + 1{,}6\, c\, h_z^2 d} + 1\right)^2} =$$

$$= 1 - \frac{\left(\dfrac{1{,}6\, w - w - 1{,}6\, c\, k_z^2 d}{w + 1{,}6\, c\, k_z^2 d}\right)^2}{\left(\dfrac{1{,}6\, w + w + 1{,}6\, c\, k_z^2 d}{w + 1{,}6\, c\, k_z^2 d}\right)^2}$$

$$\alpha = 1 - \frac{(0{,}6\, w - 1{,}6\, c\, k_z^2\, d)^2}{(2{,}6\, w + 1{,}6\, c\, k_z^2\, d)^2}$$

Suponiendo el caso en que la impedancia de entrada del material absorbente sea $Z_{mat.abs.} = \sigma_o c$, se tendrá:

$$Z_2 = \frac{\frac{w\,\sigma_o}{k_z^2\,d} - \sigma_o\,c}{\frac{w\,\sigma_o}{k_z^2\,d} + \sigma_o\,c} = \frac{\frac{w\,\sigma_o^2\,c}{k_z^2\,d}}{\frac{w\,\sigma_o + \sigma_o\,c\,k_z^2\,d}{k_z^2\,d}} =$$

$$= \frac{w\,c\,\sigma_o}{w + c\,k_z^2\,d}$$

El coeficiente de absorción será:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2 =$$

$$= 1 - \frac{\left(\frac{w\,\sigma_o\,c}{w + c\,k_z^2\,d} - \sigma_o\,c\right)^2}{\left(\frac{w\,\sigma_o\,c}{w + c\,k_z^2\,d} + \sigma_o\,c\right)^2} = 1 - \frac{(w - w - c\,k_z^2\,d)^2}{(w + w + c\,k_z^2\,d)^2} =$$

$$\boxed{\alpha = 1 - \frac{c^2\,k_z^4\,d^2}{(2\,w + c\,k_z^2\,d)^2}}$$

Se observa, como era de esperar, que a medida que aumenta el valor del espesor d de la capa del medio gaseoso, disminuye el coeficiente de absorción.

3.6.7. DISEÑO DE LOS AMORTIGUADORES DE ABSORCION.[2]

Como norma general deben diseñarse de forma que los distintos canales tengan la forma de un rectángulo largo y estrecho. Si es necesario, en el caso de conductos de gran

sección, deben fraccionarse éstos por medio de bastidores planos o anulares que presenten canales estrechos. Un canal anular es equivalente a un canal rectangular curvado.[2]

De acuerdo con el apartado 3.6.5.,"Disposiciones para producir la absorción del sonido en conductos", pueden presentarse los dos bastidores de amortiguadores representados, en sección, en la siguiente figura:

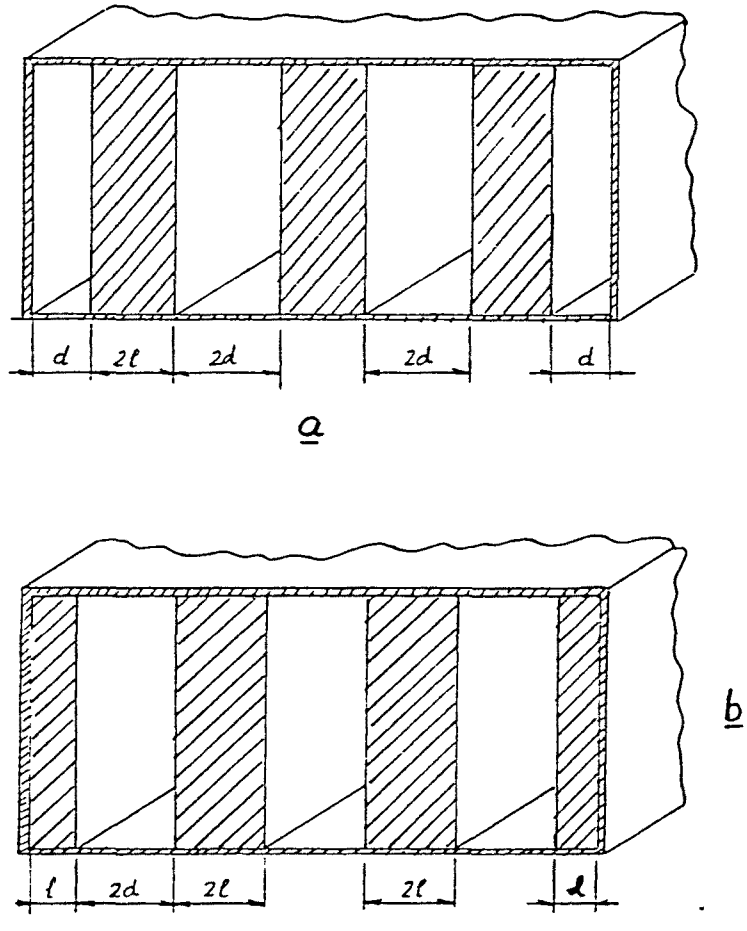


Figura 3.13. Bastidores de amortiguadores repre - sentados por su sección transversal.

En la sección a puede observarse que las capas del fluido que circula por los extremos, izquierdo y derecho, de la sección tienen la mitad del espesor que el de las capas internas. Ello se debe a que, en estas capas externas, el fluido circula entre una pared dura y el material

absorbente. Como en la pared dura la reflexión es total, se produce el mismo efecto que en una capa doble de fluido con material absorbente por ambos lados.

En la sección b se observa, que las paredes extremas del conducto principal, se encuentran revestidas con un material absorbente. Si el espesor l de dicho material absorbente en los extremos es suficiente, el correspondiente a los revestimientos centrales deberá ser el doble, ya que éstos actúan sobre dos canales consecutivos.

La anchura de los canales, es decir el espesor de la capa de fluido en circulación, no debe sobrepasar la longitud de onda del sonido que se desea amortiguar (2d menor que Γ).

Por consiguiente, dicha anchura d debe deducirse a partir de la frecuencia máxima que se desee amortiguar. El espesor de los bastidores, con revestimiento, queda determinado por la frecuencia mínima del sonido que desea amortiguarse (l mayor que $\frac{1}{4}\Gamma$).

3.6.8. OBSERVACIONES SOBRE LOS AMORTIGUADORES DE ABSORCION.

Presentan dificultades para realizar la amortiguación a frecuencias muy bajas, ya que son necesarias grandes longitudes de amortiguador, así como bastidores de mucho espesor. Por consiguiente, resultan amortiguadores muy voluminosos. A parte de esta circunstancia, los bastidores rellenos de sustancia absorbente, a no ser que se trate de fibras minerales, o lanas metálicas, que poseen resistencias

a la corriente muy pequeña, no merece la pena que sus espesores sean mayores de 80 cm., puesto que aunque se aumenten los espesores, por encima de este valor, no se consigue mayor eficacia.

También aparecen dificultades cuando se trata de amortiguar sonido de frecuencias muy altas, ya que, en estos casos, deben diseñarse los amortiguadores de forma que la anchura de los canales parciales sea muy pequeña, lo que implica la necesidad de colocar gran número de bastidores. Se puede recurrir al empleo de canales parciales curvos o, también, a la colocación de bastidores, uno tras otro, de forma que no dificulten el paso de la corriente pero, sin embargo, presenten impedimento al paso de los sonidos de frecuencias altas. Cualquiera de las anteriores soluciones resulta antieconómica. Cuando los conductos son suficientemente largos, presentando curvas, puede mejorarse la amortiguación del sonido de altas frecuencias, colocando revestimiento de sustancias absorbentes en las paredes donde se producen los cambios de dirección.

Debe tenerse en cuenta que la amortiguación de la pared del conducto debe ser tan grande como la del amortiguador, ya que, de lo contrario, el sonido puede transmitirse, a través de dichas paredes, como sonido corpóreo, para luego, detrás del amortiguador, irradiarse de nuevo al aire del interior del conducto.

La experiencia ha demostrado que no resulta conveniente proyectar amortiguadores que deban conseguir más de 40 dB de amortiguación.

La mejor solución, cuando se exigen amortiguaciones

mayores, consiste en montar dos amortiguadores, uno tras otro, de forma que se encuentren aislados entre sí, evitándose de este modo la transmisión del sonido corpóreo.

La sección libre del amortiguador determina la velocidad de la corriente de fluido. Un aumento de velocidad favorece la eficacia de los amortiguadores, sin embargo, el estrechamiento que la produce, da lugar a pérdidas de carga importantes. Esta velocidad de la corriente debe estar limitada porque, además, la misma corriente produce ruido.

Cuando las velocidaddes de corriente son elevadas, rebasando los 30m/s, ejercen una influencia apreciable sobre la amortiguación en cualquier tipo de amortiguador. Ello se debe a que se modifica la longitud de la onda sonora, ya que se suman la velocidad de propagación del sonido con la de la corriente. Evidentemente, para una capa de material absorbente de espesor determinando, disminuye la amortiguación en la medida que aumenta la velocidad de la corriente y, por consiguiente, la longitud de onda, ya que, como se sabe, el espesor de sustancia absorbente necesario queda condicionado por la longitud de onda sonora.

Del mismo modo, si la velocidad de la corriente de fluido es de sentido contrario a la velocidad de propagación del sonido, la longitud de la onda sonora disminuye, consiguiéndose mayor amortiguación.

****