

TESIS DOCTORAL

**MODELO NUMERICO DE CALCULO Y SIMULACION
DE TORRES DE PRILLING**

presentada por

MANEL QUERA MIRÓ

en la

**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D' ENGINYERS
INDUSTRIALS DE TERRASSA
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**

para la obtención del

GRADO DE DOCTOR INGENIERO INDUSTRIAL

TERRASSA, SEPTIEMBRE 1993

Al meu pare

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi sincero agradecimiento a las siguientes personas :

- **Al Dr. Ramon Carrerras**, Director del Departamento de Máquinas y Motores Térmicos de la Universitat Politècnica de Catalunya y Catedrático de Motores Térmicos de la ETSEI Terrassa, no sólo por su valiosa y eficaz dirección de esta tesis doctoral, sino también por su incondicional colaboración y apoyo, especialmente en las situaciones difíciles que se presentaron, durante la realización del presente trabajo de investigación.
- **A D. Esteve Codina y D. Francisco Pardo**, de la empresa Ercros S.A., por su colaboración que me permitió realizar visita y toma de datos a la planta de producción de urea, propiedad de la citada empresa y ubicada en Málaga.
Asimismo debo agradecer el conjunto de información técnica facilitada sobre la torre de prilling de dicha planta, que ha resultado de especial importancia para la realización de la presente tesis doctoral.
- **A D. Pablo Dueñas y D. Enrique Alvarez**, de la empresa Ercros S.A., por su colaboración e información técnica suministrada, durante la visita que realicé a la planta de producción de nitrato amónico, propiedad de la citada empresa y ubicada en Puertollano.
- **Al Dr. Angel Comas y a D. Antonio Calvo**, compañeros del Laboratorio de Motores Térmicos y Automóviles de la ETSEI Terrassa, por su desinteresada colaboración y por su generosa disposición y ayuda que me prestaron en todo momento.
- **A D. Jaume Cendra**, compañero del Departamento de Máquinas y Motores Térmicos, por su interés y por sus valiosos comentarios y sugerencias, durante la realización de la presente tesis.
- **A Montserrat Oliveras**, por su generosa colaboración, constancia y paciencia en la fase de mecanografiado del presente trabajo.

ANTECEDENTES. OBJETIVOS DE LA TESIS.

La finalidad de la presente tesis doctoral es el desarrollo y contrastación experimental de un método o modelo de cálculo y simulación de torres de prilling.

Una torre de prilling es un equipo destinado a la producción de fertilizantes, fundamentalmente urea y nitrato amónico, en forma de partículas esféricas o prills sólidos, de diámetro normalmente comprendido entre 1 y 2 mm.

Dicho equipo puede considerarse como un gran intercambiador de calor de contacto directo, donde el fertilizante fundido es pulverizado, en la parte superior de la torre, en forma de gotas o prills líquidos, los cuales, en su descenso a través de la torre, sufren un proceso de solidificación, por enfriamiento con un flujo de aire, circulando a contracorriente.

Este proceso requiere tiempos de residencia del prill en la torre muy cortos (del orden de 4 a 8 segundos aproximadamente), estando su utilización casi limitada a materiales fácilmente pulverizables y con bajos puntos de fusión (entre 100 y 200 C aproximadamente).

La importancia tecnológica e industrial de las torres de prilling viene constatada por el hecho de que los fertilizantes son, actualmente, el principal producto de síntesis de la industria química, a nivel mundial.

De la producción global de fertilizantes, aproximadamente un 30 % corresponde a la fabricación de urea y nitrato amónico, en forma de prills o gránulos, obtenidos mayoritariamente en torres de prilling.

A pesar de esta constatación, es destacable la casi inexistencia de referencias bibliográficas sobre métodos de cálculo de torres de prilling.

El dimensionado de dicho equipo requiere la resolución de las ecuaciones de transmisión de calor, en régimen transitorio, entre el prill y el aire.

Desafortunadamente no existe solución analítica conocida para dichas ecuaciones, debiendo recurrir al empleo de un método numérico de cálculo por ordenador para intentar hallar una solución numérica.

Este es justamente el camino que se ha seguido para el desarrollo de la presente tesis doctoral.

Una vez desarrollado dicho algoritmo numérico de resolución del proceso de transmisión de calor prill-aire, se ha pretendido integrarlo en un programa general de cálculo por ordenador, que permita el cálculo y simulación de torres de prilling para diferentes condiciones de operación (producción de fertilizante, diámetro del prill, caudal y temperatura del aire).

Sin embargo, no ha sido posible elaborar un único programa o modelo numérico que permita realizar todas las funciones indicadas.

Ello ha sido fundamentalmente debido a dos causas :

- 1) La existencia de dos tipos básicos de pulverizadores de torres de prilling (pulverizador estático y pulverizador rotativo) exige el desarrollo de dos modelos numéricos distintos de torres de prilling, cada uno específicamente desarrollado para cada tipo de pulverizador.

- 2) La metodología de cálculo de una torre de prilling es asimismo conceptualmente diferente a la metodología de simulación.
Por dicho motivo y debido a la complejidad del algoritmo de cálculo, ha debido plantearse la necesidad de elaborar dos modelos numéricos diferentes de torres de prilling : cálculo y simulación.

A la vista de este conjunto de condicionantes, se ha decidido desarrollar tres modelos numéricos de torres de prilling :

- 1) Modelo numérico de cálculo de torres de prilling tipo 1 (pulverizador estático) : Programa TP1.
- 2) Modelo numérico de cálculo de torres de prilling tipo 2 (pulverizador rotativo) : Programa TP2C.
- 3) Modelo numérico de simulación de torres de prilling tipo 2 (pulverizador rotativo) : Programa TP2S.

La contrastación experimental estricta de dichos modelos numéricos ha debido limitarse al modelo numérico tipo 2, ya que los datos experimentales disponibles de torres de prilling corresponden a una torre de urea, propiedad de Ercros, ubicada en Málaga y equipada con un pulverizador rotativo.

En este punto, debe indicarse la dificultad de obtener datos experimentales de torres de prilling, ya que dichos equipos están integrados en plantas industriales de producción de fertilizantes, funcionando en continuo. Adicionalmente la mayoría de empresas muestran unas lógicas reticencias a conceder permisos para la instalación de instrumentación en sus equipos.

El desarrollo del modelo numérico tipo 1 viene justificado, como etapa previa al modelo numérico del tipo 2, el cual es más sofisticado y complejo.

Una vez finalizada la fase de desarrollo, puesta a punto y contrastación experimental del modelo numérico de cálculo (Programa TP2C) y del modelo numérico de simulación (Programa TP2S) de torres de prilling tipo 2, se han utilizado dichos modelos para realizar un estudio o análisis paramétrico de torres de prilling, con los siguientes objetivos :

- * Determinar las variables termofísicas (fertilizante, aire) y los datos de operación (fertilizante, aire) que presentan mayor influencia o importancia en el dimensionado de una torre (análisis paramétrico de cálculo).
- * Determinar los datos de operación (fertilizante, aire) con mayor influencia sobre el punto de funcionamiento de una torre (análisis paramétrico de simulación).

Tal como podrá deducirse del contexto general de la tesis y de sus resultados, las conclusiones de dicho análisis, son, en principio, extensibles o extrapolables a torres de prilling tipo 1.

Finalmente se ha realizado un estudio sobre los métodos de cálculo de torres de prilling, existentes en la bibliografía, los cuales prácticamente se limitan al modelo analítico de Steenwinkel - Honti, desarrollado originariamente para torres de prilling tipo 2.

En referencia a este método, se han comparado sus resultados de cálculo con los datos experimentales disponibles, con los resultados del modelo numérico desarrollado en la presente tesis doctoral y con los datos de un nuevo método analítico propuesto (método de las tres secciones).

INDICE

- Agradecimientos
- Antecedentes. Objetivos de la tesis

CAPITULO 1 : INTRODUCCION

1.1.- Fertilizantes	
1.1.1.- Importancia industrial de los fertilizantes	1.1
1.1.2.- Tipos de fertilizantes. Formas usuales de producción	1.2
1.1.3.- Procesos generales de producción de fertilizantes nitrogenados : urea y nitrato amónico	1.7
1.2.- Descripción general de procesos de prilling. Tipos de torres de prilling	1.12
1.3.- Consideraciones generales sobre la metodología de cálculo y simulación de torres de prilling	
1.3.1.- Introducción. Criterios generales	1.18
1.3.2.- Modelo físico propuesto de torres de prilling	1.19
1.3.3.- Metodología general de cálculo de torres de prilling	1.25
1.3.4.- Metodología general de simulación de torres de prilling	1.30
1.4.- Datos experimentales de la torre de prilling de referencia	1.33

CAPITULO 2 : MODELO NUMERICO 1 DE CALCULO DE TORRES DE PRILLING (PROGRAMA TP1)

2.1.- Introducción	2.1
2.2.- Velocidad límite de caída del prill	2.3
2.3.- Coeficiente de transmisión de calor por convención entre el prill y el aire	2.8
2.4.- Transferencia de calor entre el prill y el aire.	
2.4.1.- Balance de energía. Ecuaciones de cálculo	2.13
2.4.2.- Solución analítica	2.17
2.4.3.- Solución numérica	2.18
2.4.3.1.- Métodos numéricos aplicables.	
2.4.3.2.- Conclusiones previas. Elección del método implícito.	

2.5.- Modelo numérico de cálculo de torres de prilling :	
Desarrollo del algoritmo de cálculo (Programa TP1)	
2.5.1.- Introducción	2.27
2.5.2.- Sección de enfriamiento del prill líquido	2.28
2.5.3.- Sección de solidificación del prill	2.36
2.5.4.- Sección de enfriamiento del prill sólido	2.52
2.5.5.- Algoritmo general de cálculo de torres de prilling (programa TP1)	2.53
2.6.- Modelo numérico de cálculo de torres de prilling :	
Puesta a punto del algoritmo de cálculo (Programa TP1)	
2.6.1.- Introducción	2.56
2.6.2.- Etapa 1 : Sección enfriamiento del prill líquido. Contrastación analítica.	
2.6.2.1.- Solución analítica restringida de Gröber (Programa GRÖBER).	2.60
2.6.2.2.- Solución numérica restringida (Programa NUM)	2.66
2.6.2.3.- Comparación de resultados. Conclusiones	2.71
2.6.3.- Etapa 2 : Sección enfriamiento del prill líquido+ Sección solidificación del prill	
2.6.3.1.- Solución numérica	2.74
2.6.3.2.- Conclusiones	2.78
2.6.4.- Etapa 3 : Sección enfriamiento del prill líquido+ Sección solidificación del prill + Sección enfriamiento del prill sólido (Programa TP1)	
2.6.4.1.- Solución numérica	2.79
2.6.4.2.- Conclusiones	2.82
2.7.- Contrastación experimental del modelo numérico 1	
Conclusiones	2.83

CAPITULO 3 : MODELO NUMERICO 2 DE CALCULO Y SIMULACION DE TORRES DE PRILLING (PROGRAMA TP2C Y PROGRAMA TP2S)

3.1.- Introducción	3.1
3.2.- Modelo físico de pulverizador rotativo	3.5
3.3.- Análisis de la trayectoria de caída del prill	
3.3.1.- Intoducción	3.11
3.3.2.- Ecuaciones de cálculo	3.12
3.3.3.- Método numérico de resolución. (Programa TRAJ)	3.16
3.3.4.- Resultados preliminares. Conclusiones	3.23
3.4.- Modelo numérico 2 de cálculo de torres de prilling (Programa TP2C)	
3.4.1.- Desarrollo del algoritmo de cálculo	
3.4.1.1.- Introducción	3.29
3.4.1.2.- Organigrama general del algortimo de cálculo	3.30
3.4.2.- Puesta a punto del algoritmo de cálculo	3.33
3.4.3.- Contrastación experimental del modelo numérico 2. Conclusiones	3.34

3.5.- Modelo numérico 2 de simulación de torres de prilling (Programa TP2S)	
3.5.1.- Desarrollo del algoritmo de simulación	
3.5.1.1.- Introducción	3.46
3.5.1.2.- Organigrama general del algoritmo de simulación	3.47
3.5.2.- Puesta a punto del algoritmo de simulación	3.50

**CAPITULO 4: ANALISIS PARAMETRICO DE TORRES DE PRILLING
MEDIANTE EL MODELO NUMERICO 2**

4.1.- Introducción	4.1
4.2.- Análisis paramétrico de cálculo de torres de prilling (Programa TP2C)	4.3
4.2.- Análisis paramétrico de simulación de torres de prilling (Programa TP2S)	4.15
4.3.- Conclusiones	4.22

**CAPITULO 5: MODELOS ANALITICOS DE CALCULO DE
TORRES DE PRILLING**

5.1.- Introducción	5.1
5.2.- Modelo de referencia	5.3
5.3.- Modelo analítico de Steenwinkel-Honti	5.8
5.4.- Modelo analítico de las 3 secciones	5.16
5.5.- Comparación de resultados. Conclusiones	5.26

**CAPITULO 6: CONCLUSIONES GENERALES.
ACTUACIONES FUTURAS**

CAPITULO 7: DATOS Y PROPIEDADES TERMOFISICAS

CAPITULO 8: BIBLIOGRAFIA

CAPITULO 9: NOMENCLATURA

CAPITULO 1 : INTRODUCCION

1.1.- FERTILIZANTES.

1.1.1.- IMPORTANCIA INDUSTRIAL DE LOS FERTILIZANTES.

[Ref. : 1,7]

Los fertilizantes son materiales aportados al terreno para suministrar los elementos necesarios para la nutrición y desarrollo de las plantas.

Se presentan bajo 3 formas diferentes: productos naturales, subproductos provenientes de la síntesis de otros productos químicos y productos químicos específicamente elaborados con finalidad de fertilizante.

Esta última forma es sin duda la más importante actualmente, por causa del gran crecimiento en la utilización de fertilizantes, desde la década de los 50.

Este crecimiento ha sido debido al incremento de población y de nivel de vida, que ha comportado una mayor demanda de productos naturales para la alimentación, una mayor exigencia de productividad de la tierra y, en consecuencia, la necesidad de mayor producción de fertilizantes.

Esta situación ha provocado que, hoy en día, los fertilizantes sean el principal producto de síntesis de la industria química, a nivel mundial.

Como dato indicativo de esta importancia, debe destacarse que el 85% de la producción mundial de amoníaco, el 75% de ácido nítrico y el 90% de ácido fosfórico son utilizados exclusivamente, como materias primas, para la producción de fertilizantes.

Los principales elementos o sustancias necesarias para la nutrición de plantas se clasifican en dos grupos :

- * Carbono, oxígeno e hidrógeno : Presentes en el aire y el agua.
- * Nitrógeno, fósforo y potasio : Presentes en la tierra.

Adicionalmente, aunque en menor importancia, deben citarse : calcio, magnesio, azufre, hierro, manganeso.

Los fertilizantes serán pues compuestos químicos conteniendo fundamentalmente N, P y K, bajo forma de especies o iones solubles, fácilmente asimilables por las plantas (NH_3 , NO_3^- , PO_4^{3-} , K^+).

De dichos elementos, el más importante es el N, ya que, a partir de NH_3 y NO_3^- , las plantas sintetizan los aminoácidos y las proteínas, compuestos básicos para su crecimiento.

En este sentido, los fertilizantes nitrogenados representa el sector más importante de producción.

1.1.2.- TIPOS DE FERTILIZANTES. FORMAS USUALES DE PRODUCCION.

[Ref. : 1,7,12- 14, 16-18]

El tipo de fertilizantes producidos por la industria química ha evolucionado considerablemente con el tiempo, como consecuencia de los avances técnicos en agronomía (nuevos fertilizantes), la aparición de nuevos procesos químicos de producción (en especial desde la aparición de las plantas de síntesis de amoníaco) y la tendencia progresiva a utilizar fertilizantes con mayor grado (mayor porcentaje del elemento de interés : N,P, K).

En las tablas 1.1 y 1.2 se resumen los principales fertilizantes simples producidos actualmente, indicando algunas de sus propiedades básicas y las especificaciones de producción.

En referencia a dichas tablas, es conveniente realizar una serie de consideraciones, que a continuación se resumen.

1.- Fertilizantes simples y fertilizantes compuestos.

Los fertilizantes indicados corresponden a fertilizantes simples, los cuales constituyen el bloque principal de producción de la industria del sector.

Es decir, dichos fertilizantes pueden ser utilizados directamente como nutrientes del terreno o como materia prima para la elaboración de fertilizantes compuestos (multinutrient fertilizers).

En dicha categoría se engloban una gran diversidad de productos, tales como : soluciones amoniacales de fertilizantes, mezcla seca de fertilizantes (sin reacción química), mezcla húmeda de fertilizantes (con reacción química).

Debido a que todos estos productos son derivados de los fertilizantes simples, solamente de hace referencia a éstos, en la presente introducción.

2.- Formas usuales de producción : Prills y gránulos.

La mayoría de fertilizantes simples son productos sólidos (exceptuando el amoníaco, poco utilizado en Europa), los cuales son elaborados usualmente bajo forma de partículas esféricas.

Dichas partículas reciben dos denominaciones comerciales, en función de su tamaño usual de producción : prills (diámetro de 1 a 2 mm) y gránulos (diámetro de 2 a 4 mm, e incluso mayor).

Las causas que impulsaron la producción de fertilizantes, bajo forma de prills o gránulos, son de índole práctico.

Originariamente, los fertilizantes eran producidos bajo forma de polvo o partículas irregulares de pequeño tamaño.

Tabla 1.1 : Principales tipos de fertilizantes simples

Tipo compuesto	Fertilizante	Fórmula química	Grado (% elemento)
Derivados N	Amoníaco	NH_3	82,3
	Urea	$(\text{NH}_2)_2\text{CO}$	46,7
	Nitrato amónico	NH_4NO_3	34,8
	Sulfato amónico	$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$	21,2
Derivados P	Fosfato cálcico * SF = Superfosfato * TSF = Triple superfosfato	$\text{Ca H}_4(\text{PO}_4)_2 - \text{H}_2\text{O}$	24,6
	Fosfato amónico	$(\text{NH}_4)\text{H}_2\text{PO}_4$	12,2 N - 26,9 P
	Fosfato diamónico	$(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$	21,2 N - 23,5 P
Derivados K	Cloruro potásico	K Cl	52,3

Especificaciones :

- 1) Todos los fertilizantes indicados son sólidos a temperatura y presión ambiente, exceptuando el amoníaco.
- 2) En la relación indicada, se excluyen los fertilizantes compuestos o las mezclas de fertilizantes (multinutrient o mixed fertilizers), obtenidos prioritariamente, a partir de los fertilizantes simples indicados.

Tabla 1.2 : Especificaciones de producción de los principales tipos de fertilizantes simples

Fertilizante	Materias primas para su producción	Forma usual de producción	Punto fusión (C)	Punto higroscópico a 30 C
Amoníaco	Gas natural / Nafta (H ₂), aire (N ₂) $N_2 + 3 H_2 \rightleftharpoons 2 NH_3$	Líquido a presión / solución	-77,7	—
Urea	Anhídrido carbónico , amoníaco $CO_2 + 2 NH_3 \rightleftharpoons (NH)_2 CO + H_2O$	Prills (1 a 2 mm.) (<u>Torres de prilling</u>)	132,7	72 %
Nitrato amónico	Acido nítrico , amoníaco	Prills (1 a 2 mm.) (<u>Torres de prilling</u>)	169,6	59 %
Sulfato amónico	Acido sulfúrico , amoníaco	Cristales , gránulos finos (<u>Cristalizador</u>)	235 (descomp.)	79 %
Superfosfato Triple superfosfato	Mineral de fluoroapatita , ac. sulfúrico Mineral de fluoroapatita , ac. fosfórico	Polvo , gránulos (2 - 4 mm.) Polvo , gránulos (2 - 4 mm.) (<u>Drum granulator</u> , <u>Pan granulator</u>)	s. d. s. d.	94 % 94 %
Fosfato amónico Fosfato diamónico	Acido fosfórico , amoníaco Acido fosfórico , amoníaco	Gránulos (2 - 4 mm.) Gránulos (2 - 4 mm.) (<u>Drum granulator</u> , <u>Pan granulator</u>)	190 155 (descomp.)	92 % 83 %
Cloruro potásico	Extracción mineral	Gránulos (2 - 4 mm.) (<u>Fusión + compactación</u>)	776	84 %

Punto higroscópico : Humedad relativa del aire a 30 C, para la cual el material no absorbe, ni pierde humedad (Equilibrio humedad aire - humedad material)

Durante el almacenamiento y transporte de dichos materiales, éstos, debido a su carácter higroscópico (Cf. Tabla 1.2, punto higroscópico), absorbían humedad del aire y presentaban una tendencia a formar puentes de cristalización entre partículas, creando conglomerados de producto, denominados " cakes " .

Estos conglomerados dificultaban enormemente la manipulación del material, por los que se decidió mezclar o diluir los fertilizantes con otros materiales sólidos inertes, para prevenir el fenómeno de " caking " .

Con ello, no obstante, se aumentaban los costes de producción y transporte del producto y se disminuía la calidad o porcentaje del fertilizante.

Por otro lado, esta práctica industrial estaba en contraposición con la tendencia creciente a producir nuevos fertilizantes con mayor grado (mayor porcentaje del elemento de interés), a fin de intentar reducir costes de transporte, almacenamiento, distribución y aplicación.

Adicionalmente, estos nuevos fertilizantes con elevado grado (básicamente urea y nitrato amónico) eran los que presentaban mayor carácter higroscópico (Cf. Tabla 1.2).

Todo este conjunto de condicionantes impulsan la producción de fertilizantes, bajo forma de partículas esféricas (prills o gránulos), ya que, con dicha geometría, se reduce la absorción de humedad del producto, al reducir su superficie específica, y se minimiza el fenómeno de "caking", al disminuir el número de puntos de contacto entre partículas.

3.- Torres de prilling y granuladores.

Una de las tecnologías desarrolladas para la producción de fertilizantes, en forma de partículas esféricas (prills de 1 a 2 mm de diámetro), fueron las torres de prilling.

En dichos equipos, el fertilizante fundido, prácticamente puro, es pulverizado en la parte superior de la torre, en forma de gotas o prills líquidos, los cuales, en su descenso libre, sufren un proceso de solidificación, por enfriamiento con un flujo de aire a contracorriente.

Este proceso requiere tiempos de residencia del prill en la torre muy cortos (del orden de 4 a 8 segundos, aproximadamente), pero está casi limitado a materiales con bajos puntos de fusión, tales como la urea y el nitrato amónico (Cf. tabla 1.2).

La tecnología de torres de prilling se ajusta muy bien a las características de dichos productos, ya que éstos no pueden permanecer largo tiempo en estado fundido, al sufrir procesos de degradación : la urea presenta una reacción de descomposición parcial en biuret y amoníaco y el nitrato amónico puede iniciar dos tipos de reacciones parciales de descomposición (formación de ácido nítrico y amoníaco, formación de óxido nitroso y agua), aparte de su carácter explosivo.

Para el resto de fertilizantes, se han desarrollado una diversidad de equipos de granulación, entre los que deben destacarse, como más representativos, los granuladores de tambor (drum granulator) y los granuladores de disco (pan granulator).

La tecnología de dichos equipos es totalmente diferente de la de las torres de prilling, obteniendo el producto final, en forma de gránulos sólidos de 2 a 4 mm, o incluso de mayor diámetro.

4.- Conclusiones previas.

Como conclusión al presente apartado, debe indicarse que, dejando aparte al amoníaco líquido (fertilizante poco usado en Europa, para uso directo sobre el terreno), la producción de urea y nitrato amónico representa aproximadamente un 30% de la producción mundial de fertilizantes simples.

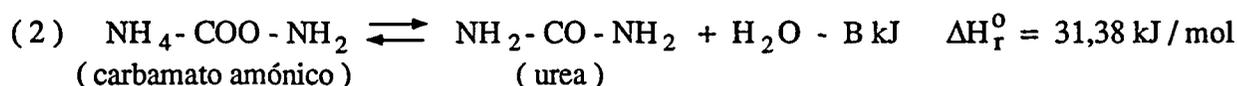
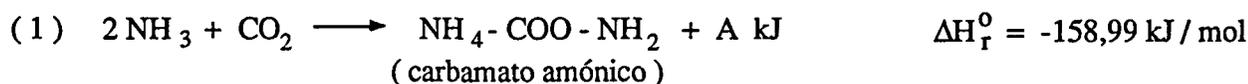
Dichos fertilizantes nitrogenados son producidos mayoritariamente en torres de prilling; de todo lo cual puede deducirse la importancia de dichos equipos en la industria del sector.

1.1.3.- PROCESOS GENERALES DE PRODUCCION DE FERTILIZANTES NITROGENADOS : UREA Y NITRATO AMONICO.

Urea

[Ref.: 2, 3, 6, 8, 9 -11]

Todos los procesos actuales de producción de urea se basan en la reacción, en fase líquida, del NH_3 y CO_2 , a alta presión y temperatura, para formar carbamato amónico y la deshidratación posterior de éste en urea según las siguientes etapas :



La primera reacción es altamente exotérmica y, en las condiciones de operación del reactor (exceso de NH_3 y alta presión), es prácticamente espontánea y completa.

La segunda reacción es endotérmica, pero, al tratarse de una reacción de equilibrio, sólo es posible alcanzar un grado de conversión limitado del carbamato en urea (50-70 %).

La reacción global (1) + (2) es exotérmica, absorbiendo la reacción (2) una parte de la entalpía de formación del carbamato.

En consecuencia, a la salida del reactor la mezcla reaccional líquida estará básicamente constituida por : agua, amoníaco en exceso, carbamato y urea.

A partir de este punto, es necesario descomponer el carbamato y eliminar de la solución el CO_2 y el NH_3 sobrantes, a través de sucesivas etapas de calentamiento y disminución de presión, hasta obtener una mezcla reaccional bajo forma de solución acuosa de urea.

Dicha solución es calentada en una etapa de evaporación hasta obtener urea fundida prácticamente pura, que es solidificada, a continuación, en una sección de prilling.

El producto final es urea de un alto grado de pureza (99-99,5%) bajo forma de prills o partículas esféricas de diámetro entre 1-2 mm.

Actualmente existe un gran número de procesos de fabricación de urea, todos ellos basados, en líneas generales, en la secuencia de etapas descrita.

Es decir toda planta de urea consta de 4 secciones :

- 1) SECCION DE SINTESIS
- 2) SECCION DE DESCOMPOSICION DE CARBAMATO
- 3) SECCION DE EVAPORACION
- 4) SECCION DE PRILLING

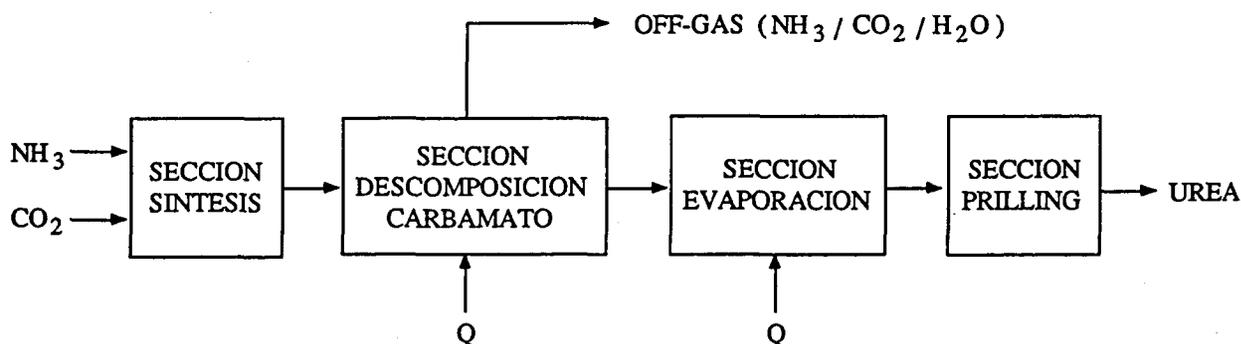
La diferencia básica entre los distintos procesos radica fundamentalmente en la utilización posterior de los gases de purga (CO_2 , NH_3 , H_2O) procedentes de la sección de descomposición del carbamato, según sean reciclados (total o parcialmente) o no al reactor.

Atendiendo pues a esta utilización se presentan 3 grandes familias de procesos :

- 1) PROCESOS DE UN SOLO PASO (" ONCE THROUGH ")
- 2) PROCESOS DE RECICLO PARCIAL
- 3) PROCESOS DE RECICLO TOTAL

Se incluye a continuación una breve descripción de cada familia de procesos.

1) PROCESOS "ONCE THROUGH "



Las plantas que operan según el principio " once-through " no reciclan al reactor el gas de purga de la sección de descomposición (OFF-GAS), siendo empleado dicho gas (fundamentalmente el NH_3) en otras plantas de transformación de NH_3 : nitrato amónico, sulfato amónico, ácido nítrico.

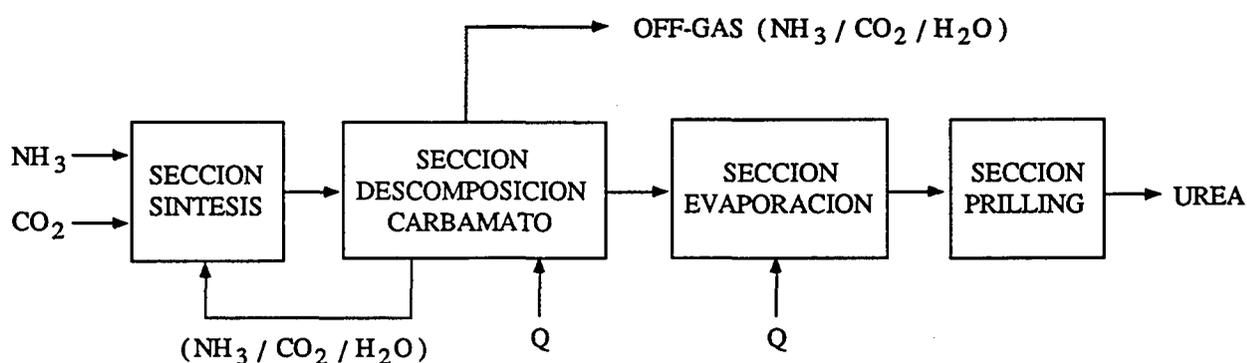
Este tipo de procesos fueron diseñados para su inclusión en complejos químicos, abarcando diferentes plantas de producción de derivados de N.

Dichos procesos son relativamente simples consumiendo poco vapor y agua de refrigeración. Sin embargo presentan el inconveniente de un elevado consumo energético y las dificultades inherentes para acoplar la producción en continuo de 2 o más plantas : la de urea y las de procesamiento del off-gas.

Este proceso ha ido perdiendo popularidad debido fundamentalmente al aumento de la demanda de urea respecto a otros derivados nitrogenados, creando excedentes de off-gas.

Así pues, la necesidad de plantas de urea de mayor producción, junto a las mejoras conseguidas en los procesos de reciclo total, ha provocado gradualmente una mayor utilización de este último tipo de procesos frente a los de un solo paso.

2) PROCESOS DE RECICLO PARCIAL

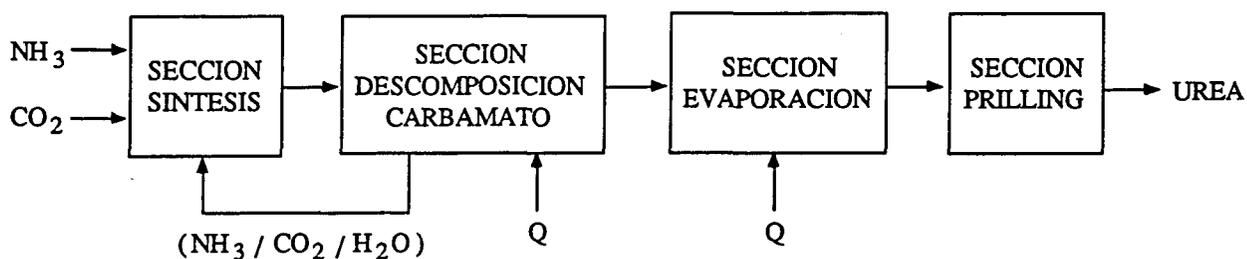


Para paliar los problemas derivados de los excedentes de off-gas, intentando obtener un mayor aprovechamiento energético, se desarrollaron estos procesos en los que una parte de los gases de descomposición son reciclados al reactor y el resto (OFF-GAS) es enviado a la planta de procesamiento contigua.

Este tipo de procesos pueden considerarse como una etapa de transición entre los de un solo paso y los reciclo total, difiriendo muy poco de éstos, en cuanto al diseño cualitativo de la planta.

3) PROCESOS DE RECICLO TOTAL

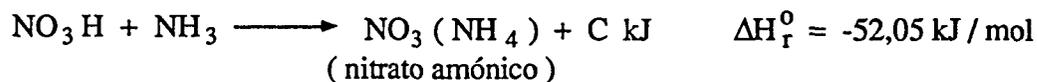
Estos procesos reciclan totalmente al reactor los reactivos procedentes de la sección de descomposición y son actualmente los de mayor desarrollo y aceptación.



Nitrato amónico

(Ref : 1,4,5,15)

Casi todos los procesos industriales actuales de producción de nitrato amónico se basan en la reacción del ácido nítrico con el amoníaco, según la siguiente reacción, que usualmente se desarrolla en fase líquida acuosa :



Debido al carácter fuertemente exotérmico de la reacción, debe realizarse un ajustado control de temperatura para evitar la pérdida de reactivos por desorción, ya que ambos productos son volátiles.

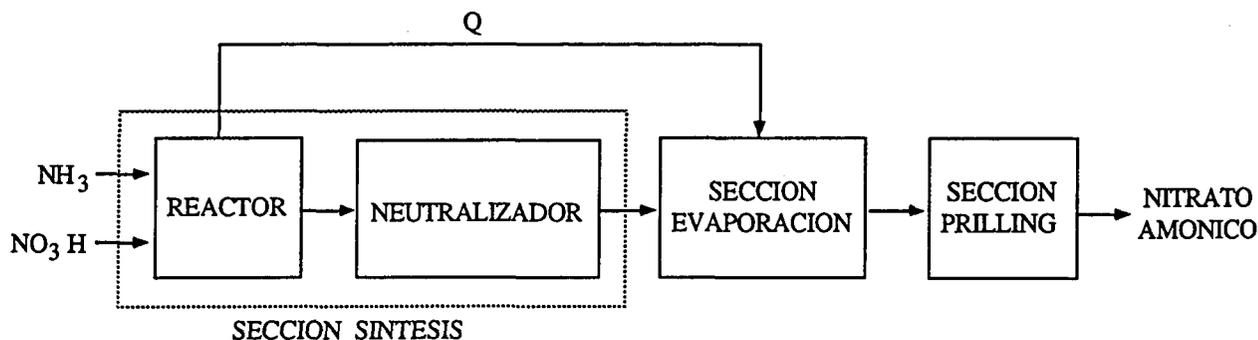
Usualmente se trabaja con un ligero exceso de ácido nítrico, ya que es el menos volátil de los dos reactivos.

A la salida del reactor, la solución de nitrato amónico es neutralizada y enviada a una sección de evaporación, donde dicha solución es concentrada hasta un valor comprendido entre el 95 y 99%, siendo posteriormente enviada para solidificación, usualmente en una torre de prilling.

Normalmente, todos los procesos de producción de nitrato de amónico incorporan un sistema de recuperación de calor entre el reactor (generación de calor) y la sección de evaporación (demanda de calor).

En definitiva y de forma genérica, una planta de producción de nitrato amónico consta de tres secciones :

- 1) SECCION DE SINTESIS
- 2) SECCION DE EVAPORACION
- 3) SECCION DE PRILLING



El nitrato amónico es un producto que originariamente fue producido con la finalidad de ser utilizado como explosivo, con anterioridad a la utilización preferente actual, como fertilizante.

Es decir es un producto con un elevado riesgo potencial de provocar accidentes por explosión, sobre todo en la etapa de almacenamiento y distribución, como lo demuestra los dos grandes siniestros ocurridos durante la historia (Oppau, Alemania, 1927 / Texas, USA, 1947).

Estos acontecimientos motivaron que, desde entonces, la industria se dividiera en dos tendencias básicas de producción.

Por un lado, un sector de la industria sigue produciendo prills de nitrato amónico, prácticamente puro, de diámetro usual comprendido entre 1 y 2 mm.

Esta situación les obliga a respetar unas normas o prácticas mínimas de seguridad, en cuanto a almacenamiento y distribución del producto.

Por otro lado, otro sector importante de la industria ha optado por producir prills de nitrato amónico (diámetro usual de 2 a 4 mm), no como producto puro, sino mezclado o diluido con otros materiales (carbonato cálcico, sulfato cálcico, nitrato magnésico), los cuales son adicionados a la solución de nitrato amónico, antes de ser enviada a la torre de prilling.

La presencia de dichos materiales responde, de forma genérica, a los siguientes objetivos :

- * Reducen el carácter explosivo del producto final.
- * Mejoran las características de la solución fundida, de cara a su facilidad para ser convertida en prills líquidos, en el pulverizador de la torre de prilling.
- * Reducen el carácter higroscópico del nitrato amónico, mejorando las características físicas del prill (resistencia al aplastamiento, resistencia a la abrasión), de cara a su mejor conservación, durante la fase de almacenamiento, transporte y distribución.

En contrapartida, esta variante de producción de prills de nitrato amónico, mezclado con otros materiales, representa un fertilizante de menor porcentaje o grado, y presenta un mayor coste de producción y distribución.

En el apartado 1.2, se especifican más ampliamente la composición y características de operación de algunas de las variantes usuales de producción de prills de nitrato amónico mencionadas.

1.2.- DESCRIPCION GENERAL DEL PROCESO DE PRILLING. TIPOS DE TORRES DE PRILLING.

[Ref. : 4, 8, 12, 14, 19 - 21]

La mayoría de procesos de producción de fertilizantes nitrogenados (urea, nitrato amónico), descritos en el apartado anterior, tienen en común la existencia de la sección de prilling, como etapa final de dichos procesos.

La sección de prilling consiste básicamente en una torre hueca de sección rectangular o circular, usualmente construída en hormigón armado, de altura comprendida entre 20 y 60 m., en la cual se desarrolla el proceso que se describe a continuación.

A la salida de la sección de evaporación, el fertilizante fundido (concentración acuosa superior al 99 %), a una temperatura ligeramente superior a su punto de fusión, es bombeado a la parte superior de la torre, donde es pulverizado, en forma de lluvia de gotas o prills, de diámetro comprendido entre 1 y 2 mm., en una unidad denominada pulverizador.

En su descenso a través de la torre, las gotas o prills de fertilizante sufren un proceso de enfriamiento y solidificación, por transferencia de calor con un flujo de aire ascendente, el cual es impulsado por los ventiladores de circulación, situados en la parte superior de la torre.

Una vez alcanzan la base de la torre, los prills sólidos son expulsados de ésta, mediante un brazo de arrastre giratorio o una cinta móvil, hacia una cinta transportadora, que envía el producto a almacenamiento.

En la figura 1.1 adjunta, se resume , de forma simplificada, el proceso descrito, referido, a modo de ejemplo, a una torre de prilling de urea, operando en unas condiciones usuales de funcionamiento.

Paralelamente en la tabla 1.3, se resumen las condiciones generales usuales de operación de las torres de prilling de urea y nitrato amónico.

En referencia al nitrato amónico, se indica, a título representativo, dos de las variantes de producción, de entre las diversas existentes.

En este punto debe indicarse que el proceso de prilling es similar, desde el punto de vista de transmisión de calor, tanto para la urea como para el nitrato amónico.

En este sentido, no cabe plantearse, en principio, modelos de cálculo conceptualmente distintos para torres de prilling de uno u otro fertilizante.

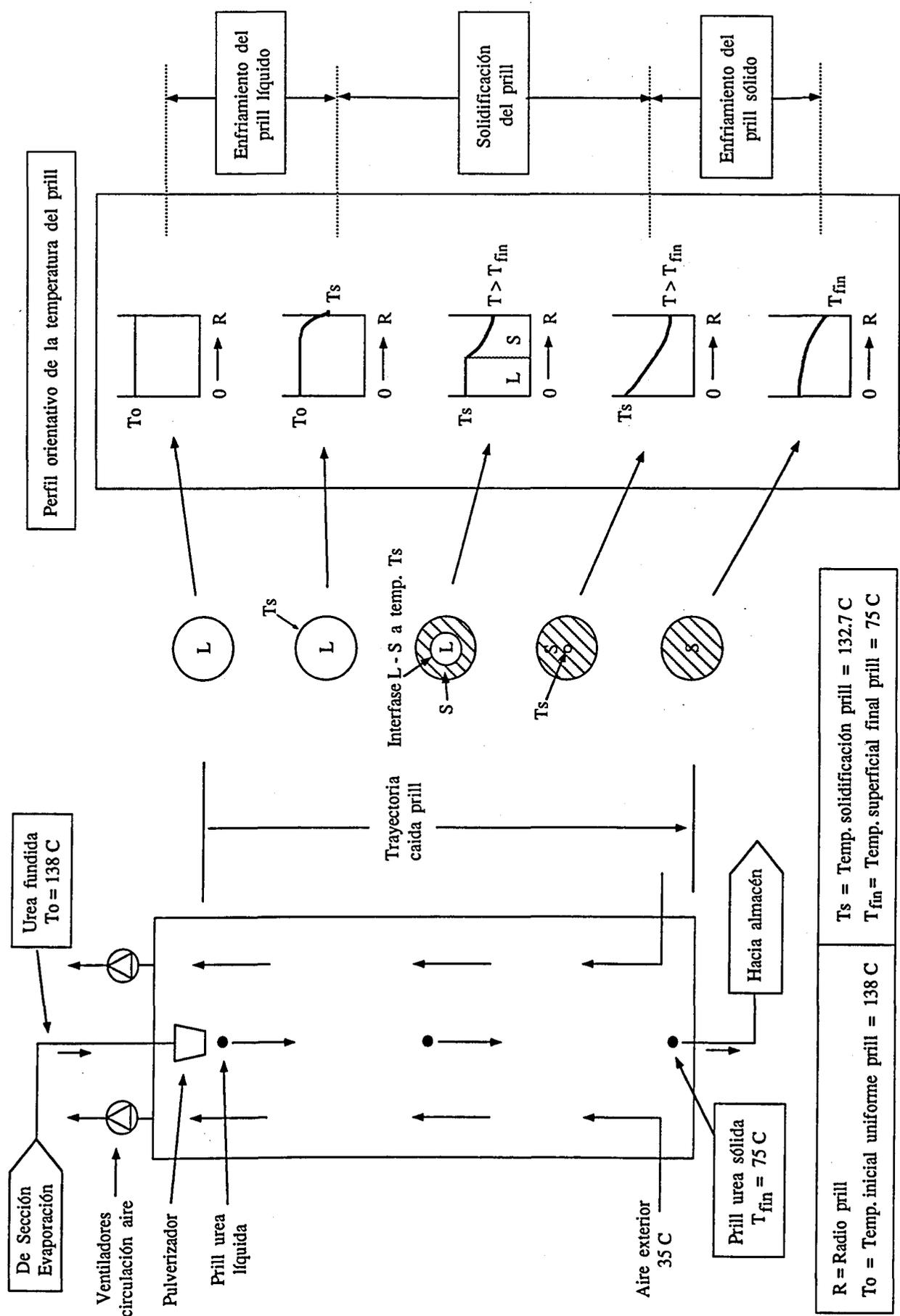
Sin embargo, la existencia de diferentes tipos de pulverizadores va a inducir la necesidad de desarrollar diferentes modelos de cálculo de torres de prilling.

Actualmente las torres de prilling utilizan dos tipos básicos de pulverizadores (figura 1.2) :

- * Tipo 1 : Pulverizador estático (prilling nozzle)
- * Tipo 2 : Pulverizador rotativo (prilling rotating bucket)

En el pulverizador estático, el fertilizante fundido es impulsado, a través de una serie de boquillas pulverizadoras (nozzles), provocando la formación de gotas o prills líquidos (efecto jet [14]), que se desprenden del pulverizador con una velocidad de salida (v_0), muy cercana a la velocidad máxima o límite de caída del prill (v_{pmax}).

Figura 1.1 : ESQUEMA DE UNA TORRE DE PRILLING DE UREA



T_s = Temp. solidificación prill = 132.7 C
 T_{fin} = Temp. superficial final prill = 75 C

R = Radio prill
 T_0 = Temp. inicial uniforme prill = 138 C

Tabla 1.3 : Condiciones generales de operación de torres de prilling

Producto	Grado	Diámetro prill	Composición prill sólido	Ts (C)	To (C) (prill líquido)	Tfin (prill sólido)	Referencia
Urea	46,5 % N	1 - 2 mm.	99,1 % urea 0,7 % biuret 0,2 % agua	132,7	138 - 140	40 - 75	8, 20
Nitrato amónico (variante 1)	33,8 % N	1 - 2 mm.	96,0 % nitrato amónico 3,7 % agua 0,3 % amoníaco	125	130 - 135	50 - 80	4, 14
Nitrato amónico (variante 2)	26 % N	2 - 4 mm.	74,8 % nitrato amónico 24,5 % carbonato cálcico 0,5 % sulfato cálcico 0,1 % agua 0,1 % amoníaco	165	175 - 180	90 - 115	21

Especificaciones :

- * Ts = Temperatura de solidificación o cristalización del producto.
- * To = Temperatura inicial uniforme del prill líquido (salida pulverizador).
- * Tfin = Temperatura superficial final del prill sólido (base torre).
- * Las características y condiciones de operación indicadas pretenden ser simplemente representativas de las condiciones reales de operación de las torres de prilling.

En este tipo de torres, el prill presenta una trayectoria vertical de caída, con una velocidad prácticamente constante (v_{pmax}).

El pulverizador rotativo está constituido básicamente por un tronco de cono hueco invertido, abierto en su base superior y cerrado en su base inferior, presentando adicionalmente una serie de orificios en su superficie lateral.

Este pulverizador está acoplado a un motor que le confiere un movimiento rotativo, según su eje vertical.

El fertilizante fundido es introducido en el pulverizador por su parte superior y es expulsado del mismo, en forma de prills, a través de los orificios laterales, con una velocidad horizontal de salida (v_0), que es función de la velocidad de rotación del pulverizador, diámetro y cota del orificio y propiedades del fluido a pulverizar.

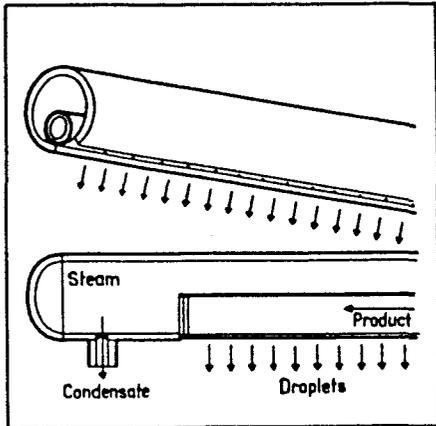
En este tipo de torres, el prill presenta una trayectoria de tipo parabólico con una velocidad de caída variable.

Estas diferencias, en cuanto a la magnitud y dirección de la velocidad inicial del prill, van a provocar que, para un mismo proceso de prilling (mismo fertilizante, mismas condiciones de operación), la trayectoria y la evolución de la velocidad del prill serán diferentes, según se utilice uno u otro tipo de pulverizador.

En consecuencia la transmisión de calor prill-aire, el tiempo de residencia del prill y la altura de la torre serán previsiblemente diferentes.

Como resumen de todo lo expuesto, deberán preverse dos tipos diferentes de torres de prilling y, en consecuencia, dos modelos de cálculo diferentes, cuyas características generales se resumen en la figura 1.3.

Figura 1.2 : Tipos básicos de pulverizadores de torres de prilling



g. 2.7-2 Nozzle-type prilling device (from Nitrogen, No. 60)

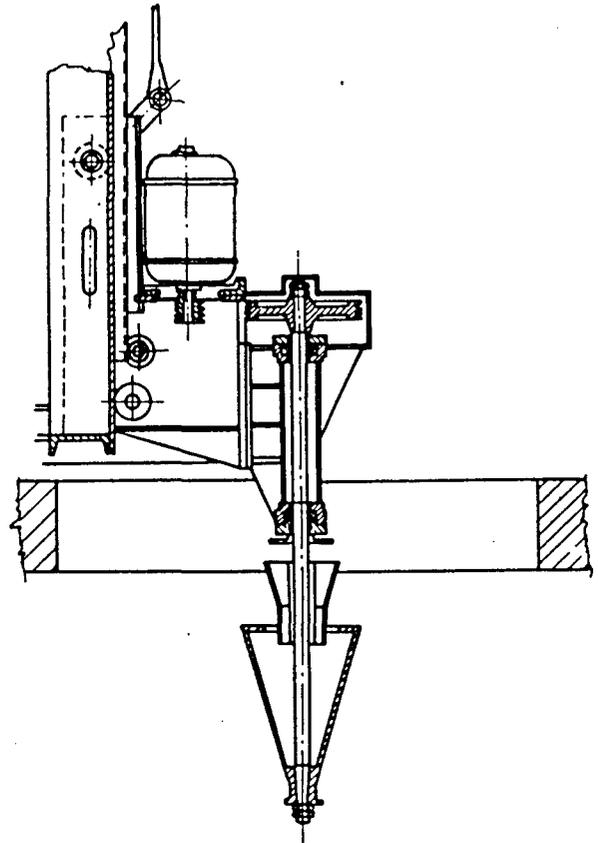
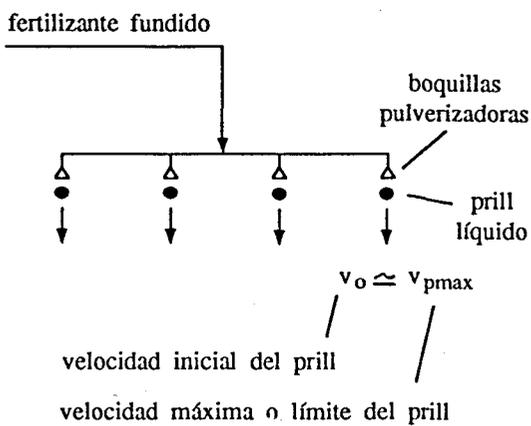
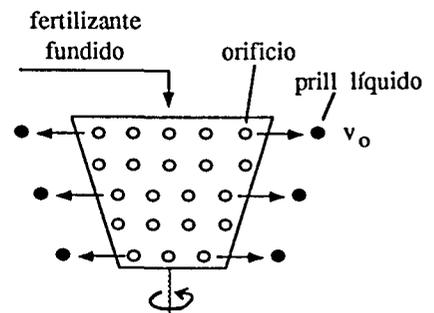


Fig. 2.7-3 Rotating spray bucket

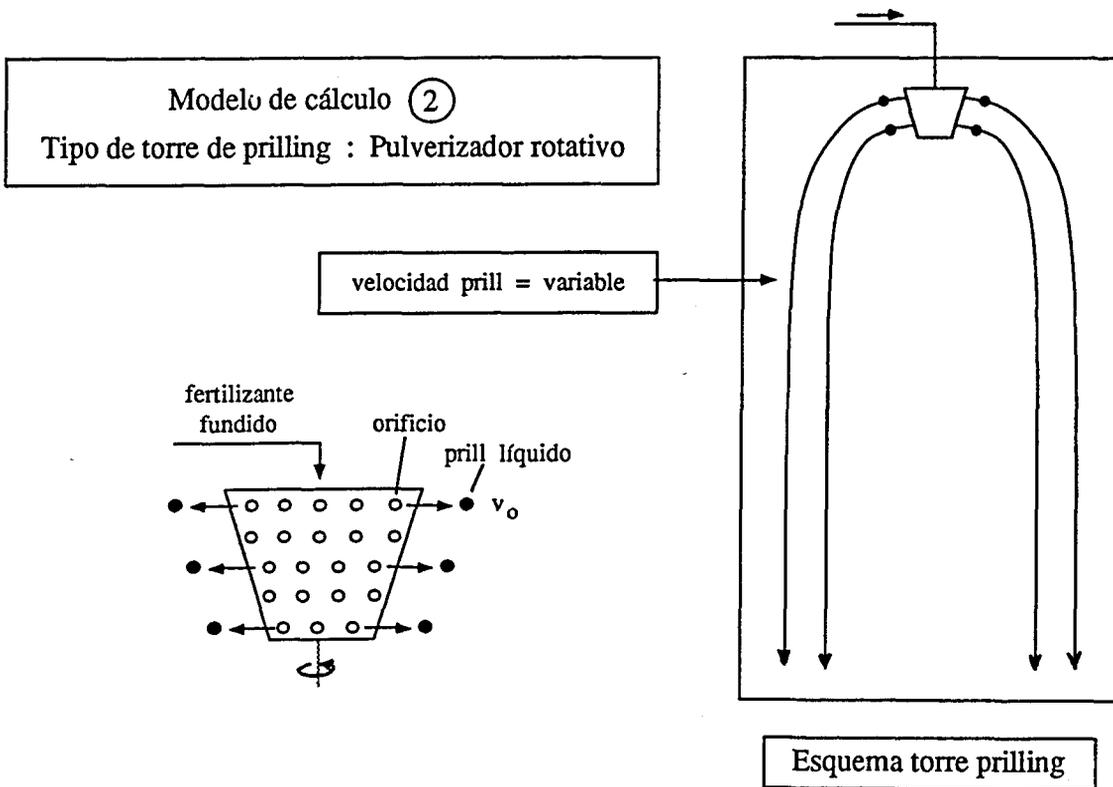
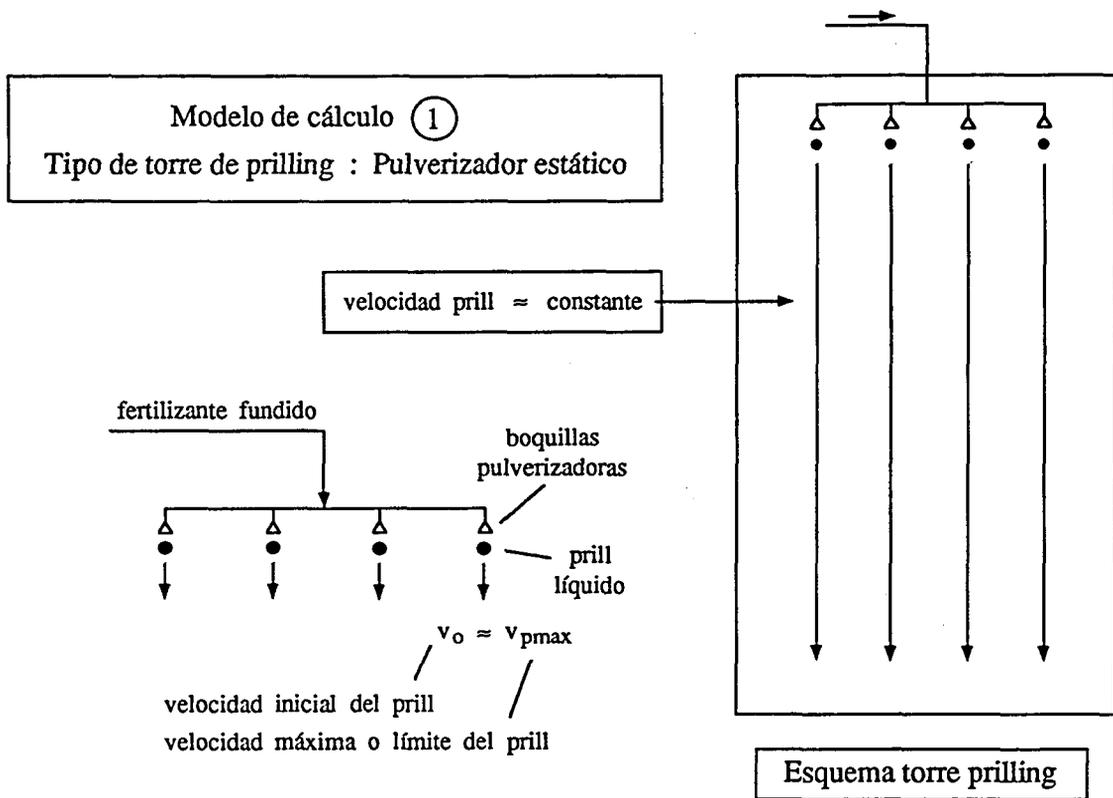


Pulverizador estático



Pulverizador rotativo

Figura 1.3 : Tipos básicos de modelos de cálculo de torres de prilling



1.3.- CONSIDERACIONES PREVIAS SOBRE LA METODOLOGIA DE CALCULO Y SIMULACION DE TORRES DE PRILLING

1.3.1.- INTRODUCCION. CRITERIOS GENERALES.

Para el desarrollo y contrastación experimental del modelo de cálculo y simulación de torres de prilling, objeto de la presente tesis doctoral, se ha seguido un plan de trabajo, que, de forma esquemática, puede resumirse en la siguiente secuencia de etapas :

- 1) Información de partida : Antecedentes. Bibliografía. Información industrial.
- 2) Definición de hipótesis de cálculo del proceso.
- 3) Definición del modelo físico del proceso.
- 4) Tratamiento matemático del modelo físico de proceso (termodinámica, transmisión de calor, mecánica, dinámica de fluidos).
- 5) Desarrollo y puesta a punto del modelo numérico de cálculo y simulación de torres de prilling.
- 6) Contrastación experimental de dicho modelo numérico.
- 7) Conclusiones. Análisis de validez del modelo.

En referencia a la contrastación experimental del modelo numérico y tal como se ha indicado previamente, se ha estado limitado a los datos experimentales disponibles de una torre de prilling de urea, ubicada en Málaga y propiedad de la empresa Ercros. [8, 20].

Por dicho motivo, a pesar de haber desarrollado un modelo físico y un modelo numérico general de torres de prilling, la puesta a punto, la contrastación experimental y el análisis paramétrico de dicho modelo han estado enfocados de cara a los datos experimentales disponibles.

Finalmente y con respeto al nivel exigible de exactitud y fiabilidad de los resultados del modelo de cálculo desarrollado, se han adoptado los criterios usuales en ingeniería, los cuales se resumen en el cuadro adjunto.

Estos criterios, aunque discutibles y no completamente generalizables, representan una buena referencia orientativa en la mayoría de los casos.

Desviación de los resultados del modelo de cálculo respecto a datos experimentales	Nivel de exactitud y fiabilidad del modelo
> 10 %	Usualmente no aceptable
5 - 10 %	Aceptable
1 - 5 %	Bueno
< 1 %	Muy bueno

1.3.2.- MODELO FISICO PROPUESTO DE TORRES DE PRILLING

Comentarios previos

En el presente apartado se resumen las hipótesis de cálculo y el modelo físico propuesto para el proceso de prilling, que permitirán el posterior tratamiento matemático del fenómeno, de cara al doble objetivo perseguido : cálculo y simulación de torres de prilling.

En referencia a dicho modelo físico deben indicarse los siguientes comentarios previos :

- 1) El modelo físico propuesto se ha definido, de forma genérica, para que sea igualmente aplicable a urea y nitrato amónico, como fertilizantes más representativos de las torres de prilling.

No obstante, la presentación del modelo y la justificación de alguna de las hipótesis se han enfocado prioritariamente de cara a la urea, cuyos datos de operación experimentales han permitido contrastar posteriormente el modelo numérico de cálculo de torres de prilling (Cf. apartado 1.4).

- 2) El modelo físico propuesto es igualmente aplicable a los dos tipos básicos de torre de prilling (pulverizador estático y pulverizador rotativo).

Las diferencias básicas, entre ambos tipos de torres, quedan reflejadas, de forma específica, en las consideraciones sobre la evolución de la velocidad del prill en la torre.

Hipótesis de cálculo

- 1) La composición del fertilizante no varía durante el proceso de prilling y se desprecia la presencia de componentes minoritarios (biuret, amoníaco, agua), por causa de su baja concentración.

Urea : 100 % pureza

Nitrato amónico : 100 % pureza

Para las variantes de nitrato amónico, incorporando materiales aditivos, se considerarán los componentes mayoritarios.

- 2) Los prills son de forma esférica durante todo el proceso, sin sufrir deformaciones.
- 3) Se considera que el prill no sufre proceso de contracción de volumen por solidificación.

Refiriéndose al caso de la urea, esta hipótesis es aceptable si se tiene en cuenta que, al solidificar el prill, éste sólo se contrae un 2,7 % en diámetro.

D_1 = Diámetro prill líquido

D_s = Diámetro sólido

ρ_1 = Densidad urea líquida a 132,7 C (temperatura solidificación) = 1225 kg / m³

ρ_s = Densidad urea sólida = 1330 kg / m³

masa prill líquido = masa prill sólido

$$\rho_l \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_l}{2} \right)^3 = \rho_s \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_s}{2} \right)^3$$

$$\frac{D_s}{D_l} = \left[\frac{\rho_l}{\rho_s} \right]^{1/3} = \left[\frac{1225}{1330} \right]^{1/3} = 0,973$$

Se acepta, en consecuencia, que la densidad del prill de urea es constante durante todo el proceso e igual a 1330 kg / m³.

- 4) La transferencia de calor en el interior del prill es por conducción radial uniforme, tanto en la fase líquida como en la fase sólida.

Se consideran despreciables los posibles fenómenos de convección natural en la fase líquida, debido al corto tiempo de caída del prill y a su pequeño diámetro (1 a 2 mm).

- 5) Las propiedades termofísicas (conductividad, calor específico) de la fase sólida y de la fase líquida del prill, se considerarán constantes para el margen de temperaturas de trabajo.
- 6) La velocidad de descenso del prill a través de la torre depende del tipo de torre de prilling.

* Tipo 1 (Torres con pulverizador estático) :

Velocidad absoluta de caída = velocidad límite de caída - veloc.ascensión aire = constante. (valores medios a lo largo de la torre).

* Tipo 2 (Torres con pulverizador rotativo) :

Velocidad absoluta de caída = variable (siguiendo modelo de trayectoria tipo parabólico, Cf. apartados 3.2 y 3.3).

Modelo físico de torres de prilling

En base a las hipótesis de cálculo introducidas, se ha definido un modelo físico de torre de prilling (Cf. figuras 1.4, 1.5 y 1.6), la cual puede considerarse dividida en tres secciones, siguiendo la trayectoria de caída del prill (datos de operación indicados referidos a urea) :

* Sección 1 : Enfriamiento del prill líquido

Desde la temperatura inicial uniforme del prill, a la salida del pulverizador (T₀ = 138 C), hasta que la temperatura superficial del prill alcanza el valor de la temperatura de solidificación (T_s = 132,7 C).

* Sección 2 : Solidificación del prill.

Desde el inicio de la solidificación exterior del prill, hasta la finalización de la solidificación central del prill (evolución radial uniforme de la interfase líquido - sólido).

* Sección 3 : Enfriamiento del prill sólido.

Desde la finalización de la solidificación central del prill, hasta que el prill alcanza una temperatura superficial determinada (T_{fin}).

Figura 1.4 : ESQUEMA DE LAS DISTINTAS FASES DE PRILLING
(Referencia : Torre de prilling de urea)

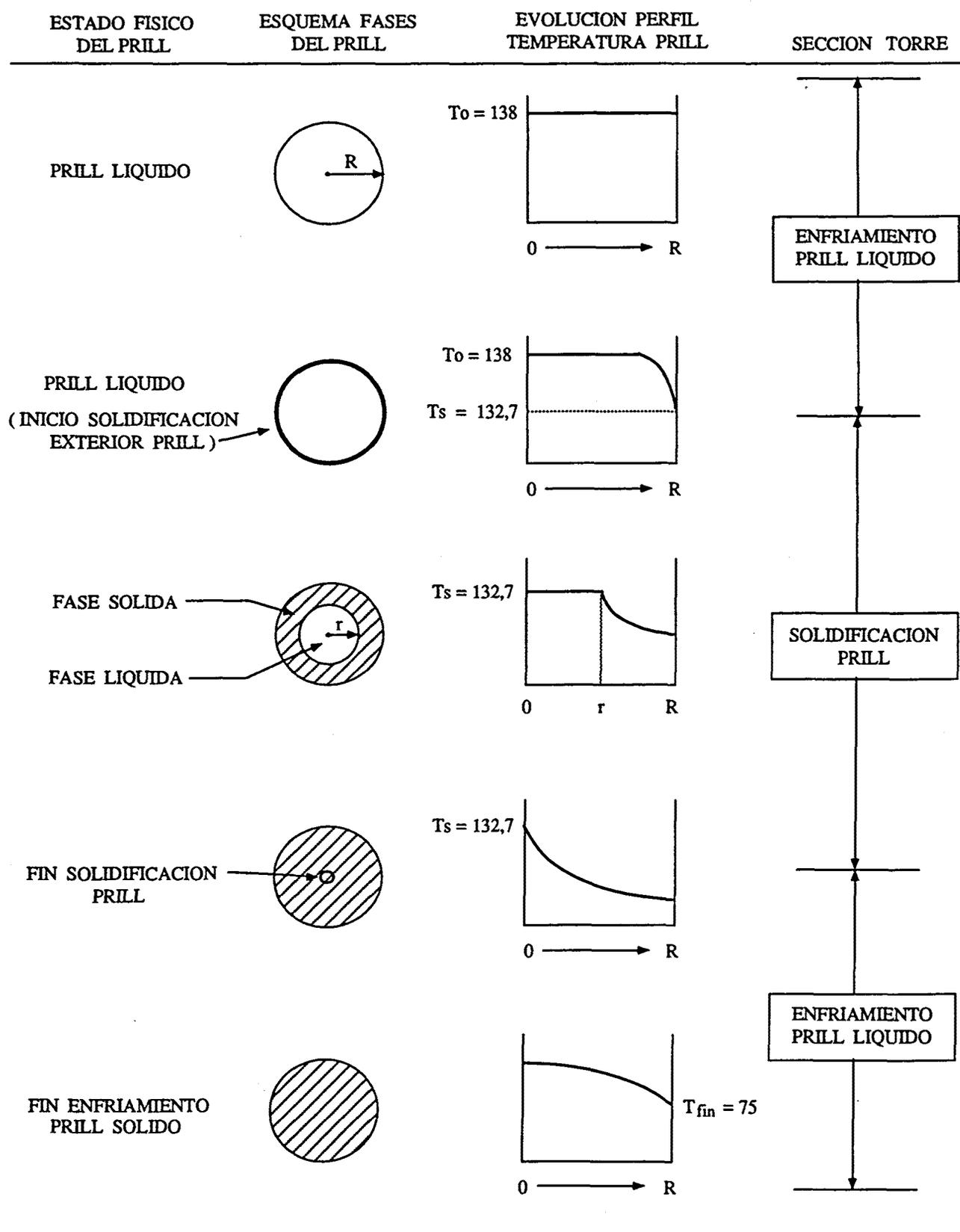
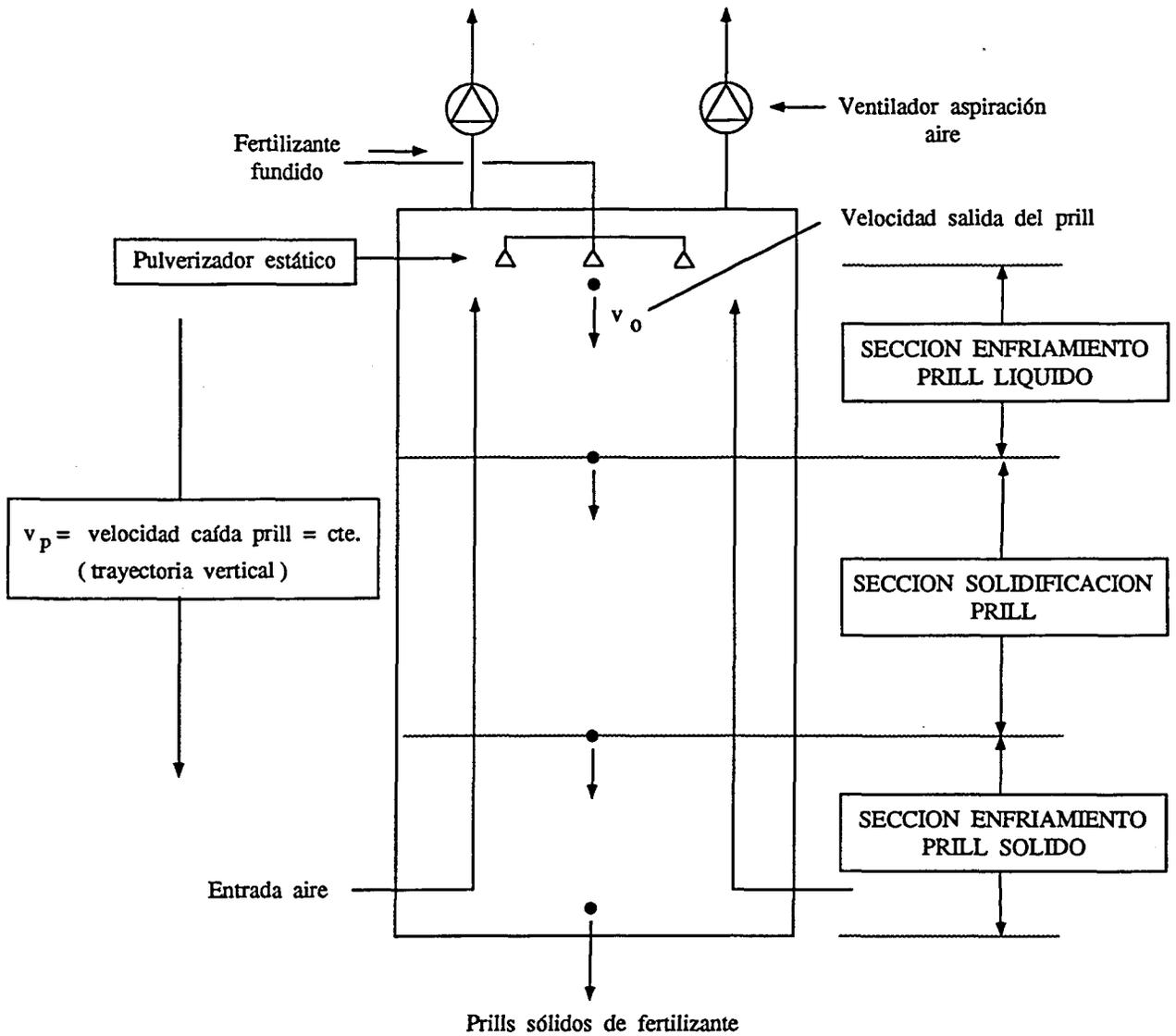


Figura 1.5 : Modelo físico de torre de prilling tipo 1
(Pulverizador estático)

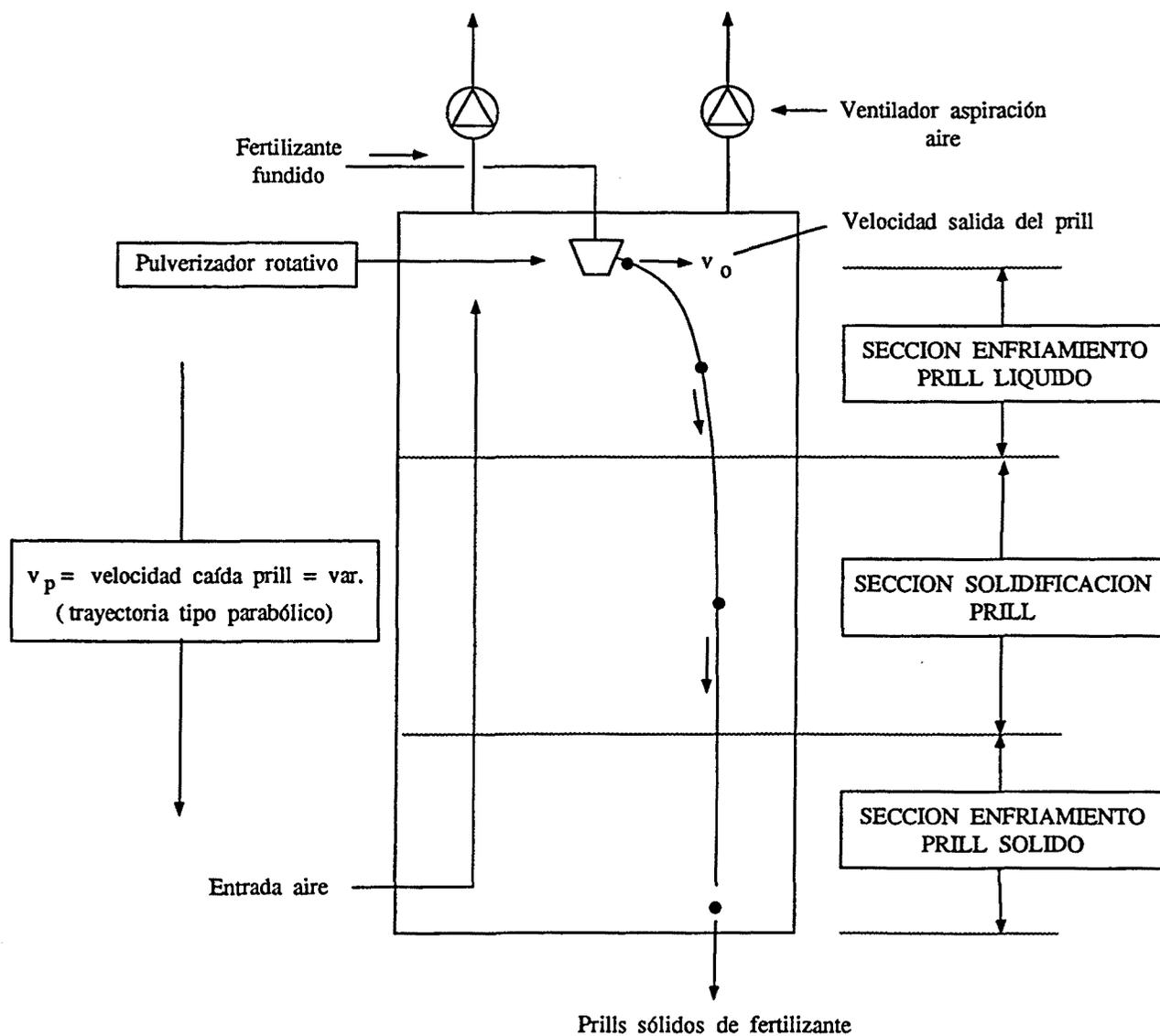


Hipótesis

$$v_o = v_{pmax} = v_{\infty} - \bar{v}_a = \text{constante}$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 velocidad inicial prill velocidad máxima caída prill velocidad límite caída prill velocidad media ascensión aire

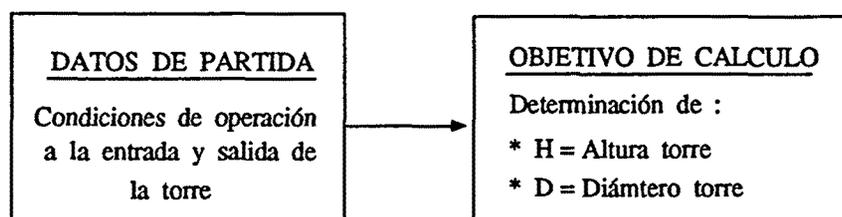
Figura 1.6 : Modelo físico de torre de prilling tipo 2
(Pulverizador rotativo)



1.3.3.- METODOLOGIA GENERAL DE CALCULO DE TORRES DE PRILLING.

Una torre de prilling puede considerarse como un gran intercambiador de calor de contacto directo (sólido - gas) a contracorriente.

En este sentido, el método de cálculo de una torre de prilling responde al mismo enfoque global que los intercambiadores de calor convencionales :

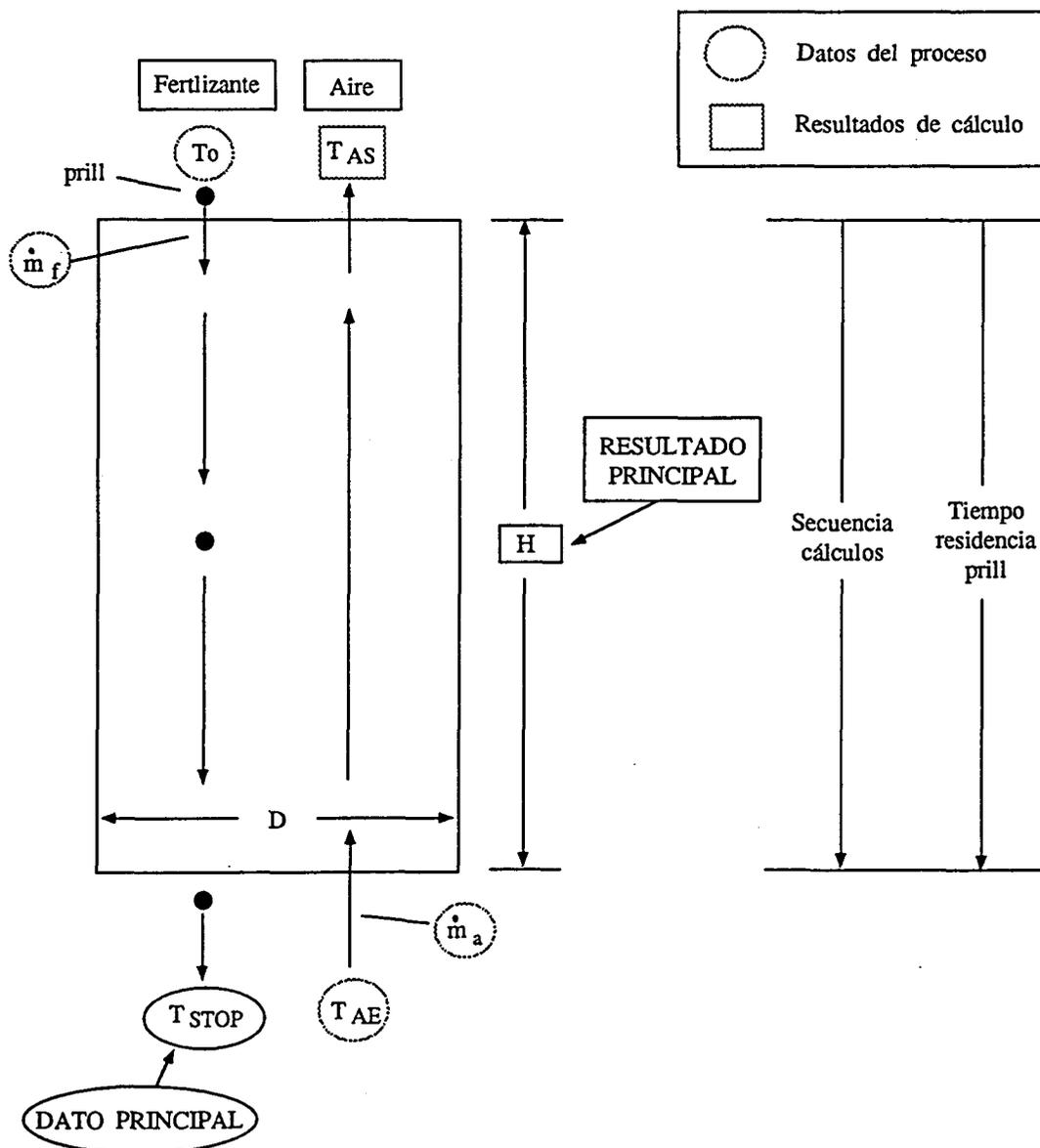


Sin embargo existen una serie de diferencias básicas entre ambos métodos de cálculo, los cuales se resumen a continuación :

- 1) A pesar de que el funcionamiento en continuo de la torre, permite alcanzar un punto de funcionamiento estable (temperaturas de salida del prill y del aire constantes), el fenómeno de transmisión de calor entre el prill y el aire no responde a un proceso en régimen permanente, sino que es un proceso en régimen transitorio, desde el punto de vista del prill.
- 2) En un intercambiador de calor convencional, el parámetro básico de cálculo es el área de intercambiado de calor necesaria.
En una torre de prilling, el parámetro básico de cálculo es el tiempo de residencia del prill en la torre.
- 3) A diferencia de la metodología convencional de cálculo de intercambiadores de calor, el proceso de cálculo de una torre de prilling no es un proceso directo, sino iterativo, tal como se especifica más adelante.

Una vez introducidas las matizaciones previas sobre el método general de cálculo de torres de prilling, se resumen en la figura 1.7 las etapas básicas para el desarrollo de dicho método de cálculo.

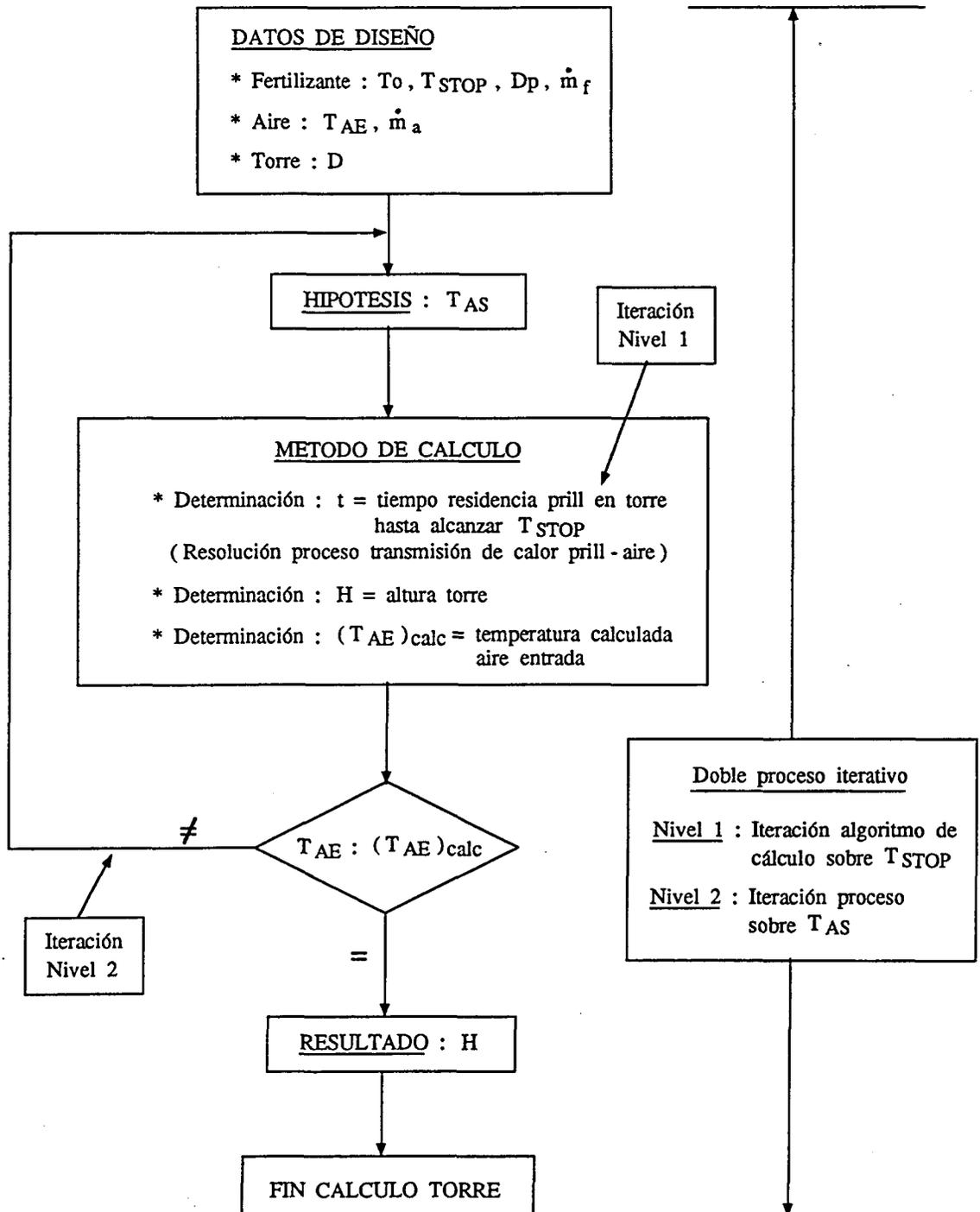
Figura 1.7 : Método general de cálculo de torres de prilling



Nomenclatura

Fertilizante T_o = Temperatura inicial uniforme del prill T_{STOP} = Temperatura superficial final del prill D_p = Diámetro prill \dot{m}_f = Caudal másico fertilizanteAire T_{AE} = Temperatura aire entrada torre T_{AS} = Temperatura aire salida torre \dot{m}_a = Caudal másico aireTorre H = Altura torre D = Diámetro torre

Figura 1.7 : Método general de cálculo de torres de prilling
(continuación)



Especificaciones sobre el método de cálculo (Figura 1.7)

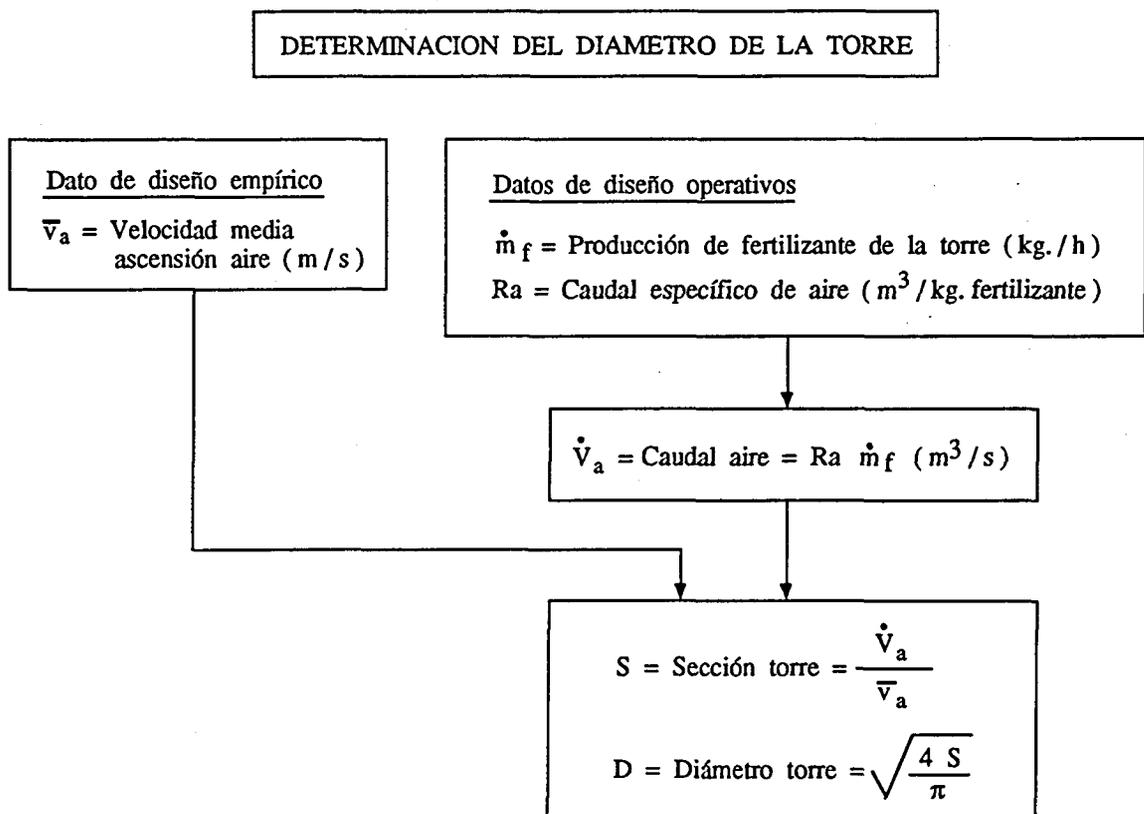
Punto 1 : Temperatura de salida del aire de la torre.

La temperatura de salida del aire de la torre (TAS) no es determinable exactamente, a partir del balance entálpico global fertilizante-aire, ya que el perfil de temperatura de prill, a la salida de la torre, no es un perfil plano o uniforme (calor residual acumulado en prill, no transferido al aire)

Punto 2 : Diámetro de la torre.

El diámetro de la torre es un parámetro que no viene usualmente fijado o determinado por el proceso de transmisión de calor prill-aire, tal como ocurre con la altura de la torre.

La estimación de dicho diámetro, como dato de diseño para el cálculo posterior de la altura, se realiza a partir de la capacidad o producción de fertilizante de la torre, tal como se resume en el esquema adjunto [14, 19, 20, 40].



El análisis de dicho esquema permite deducir que la variable básica para el cálculo del diámetro es la velocidad media de ascensión del aire en la torre.

En relación a esta interdependencia velocidad del aire - diámetro de la torre, se incluyen a continuación una serie de comentarios justificativos del valor óptimo de velocidad de aire a considerar.

Si se elige una velocidad del aire elevada, el diámetro de la torre será relativamente pequeño, apareciendo las siguientes limitaciones :

- * Existirá la posibilidad de que una parte de los prills generados por el pulverizador (en especial, el pulverizador rotativo) impacten, en su trayectoria de descenso, contra las paredes de la torre, produciéndose una pérdida de producto.
- * Aumentará la concentración de polvo de urea (disgregado de los prills), arrastrado por el aire de salida de la torre. Es decir, aumentará el nivel de contaminación (mg polvo / m³ aire), pudiéndose alcanzar niveles no permitidos por la legislación de protección del medio ambiente.

Si se elige una velocidad del aire baja, el diámetro de la torre será mayor, apareciendo, no obstante, otra serie de limitaciones :

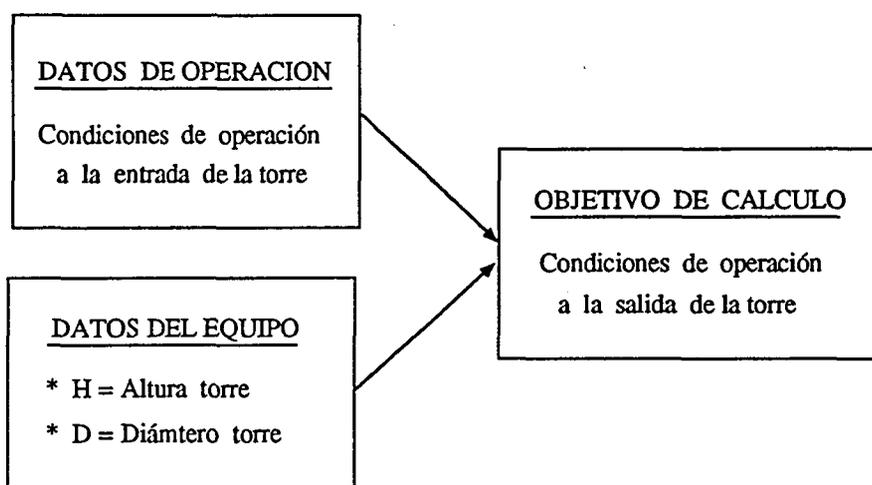
- * Aumentará la velocidad neta de caída del prill y, en consecuencia, aumentará la altura de la torre necesaria para permitir la solidificación del prill.
- * El coste de construcción de la torre será mayor (mayor diámetro, mayor altura).

Como conclusión a lo anteriormente expuesto, puede decirse que la elección del valor óptimo de la velocidad media de ascensión del aire, que permitirá determinar el diámetro de la torre, es una solución de compromiso entre el conjunto de limitaciones técnicas, económicas y legales expuestas.

Según las referencias industriales disponibles [20, 40], el valor óptimo de la velocidad media de ascensión del aire, usualmente adoptado, está comprendido entre 0,6 y 0,8 m / s.

1.3.4.- METODOLOGIA GENERAL DE SIMULACION DE TORRES DE PRILLING.

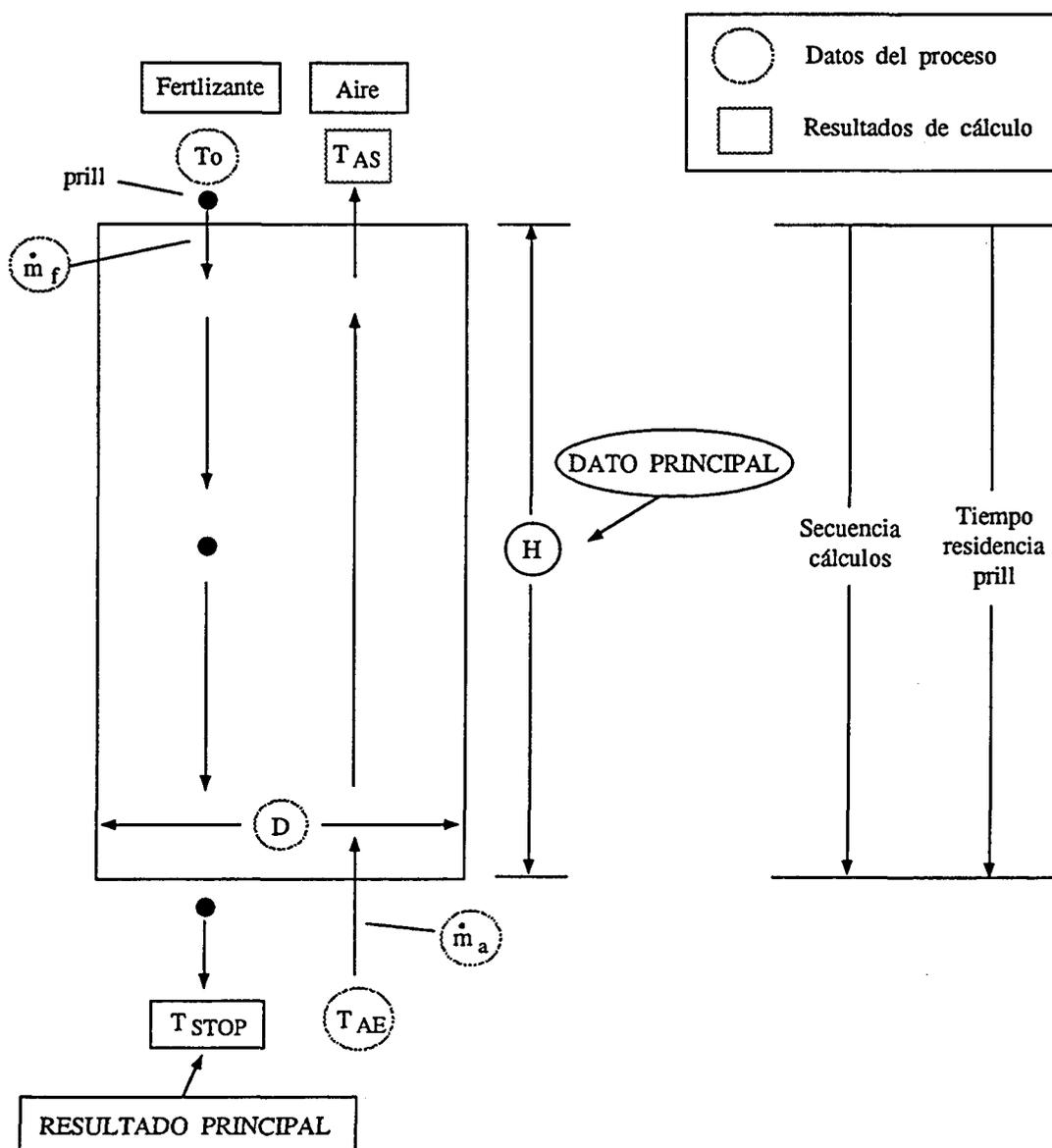
De forma similar a los intercambiadores de calor convencionales, la simulación de una torre de prilling puede resumirse en el siguiente proceso de cálculo :



La mayoría de consideraciones y limitaciones indicadas en el apartado 1.3.3 (metodología general de cálculo de torres de prilling) son igualmente válidas para el proceso de simulación de la torre, exceptuando las siguientes diferencias básicas :

- 1) El diámetro de la torre no es aquí un parámetro a determinar, sino simplemente un dato físico de la torre, cuyo funcionamiento se pretende simular.
- 2) La simulación de la torre es igualmente un proceso con doble iteración, pero en este caso la iteración básica del algoritmo de cálculo (nivel 1) se realiza sobre la altura de la torre (dato conocido) y no sobre la temperatura superficial final del prill (T_{STOP} = resultado de cálculo).

Figura 1.8 : Método general de simulación de torres de prilling



Nomenclatura

Fertilizante

T_o = Temperatura inicial uniforme del prill
 T_{STOP} = Temperatura superficial final del prill
 D_p = Diámetro prill
 \dot{m}_f = Caudal másico fertilizante

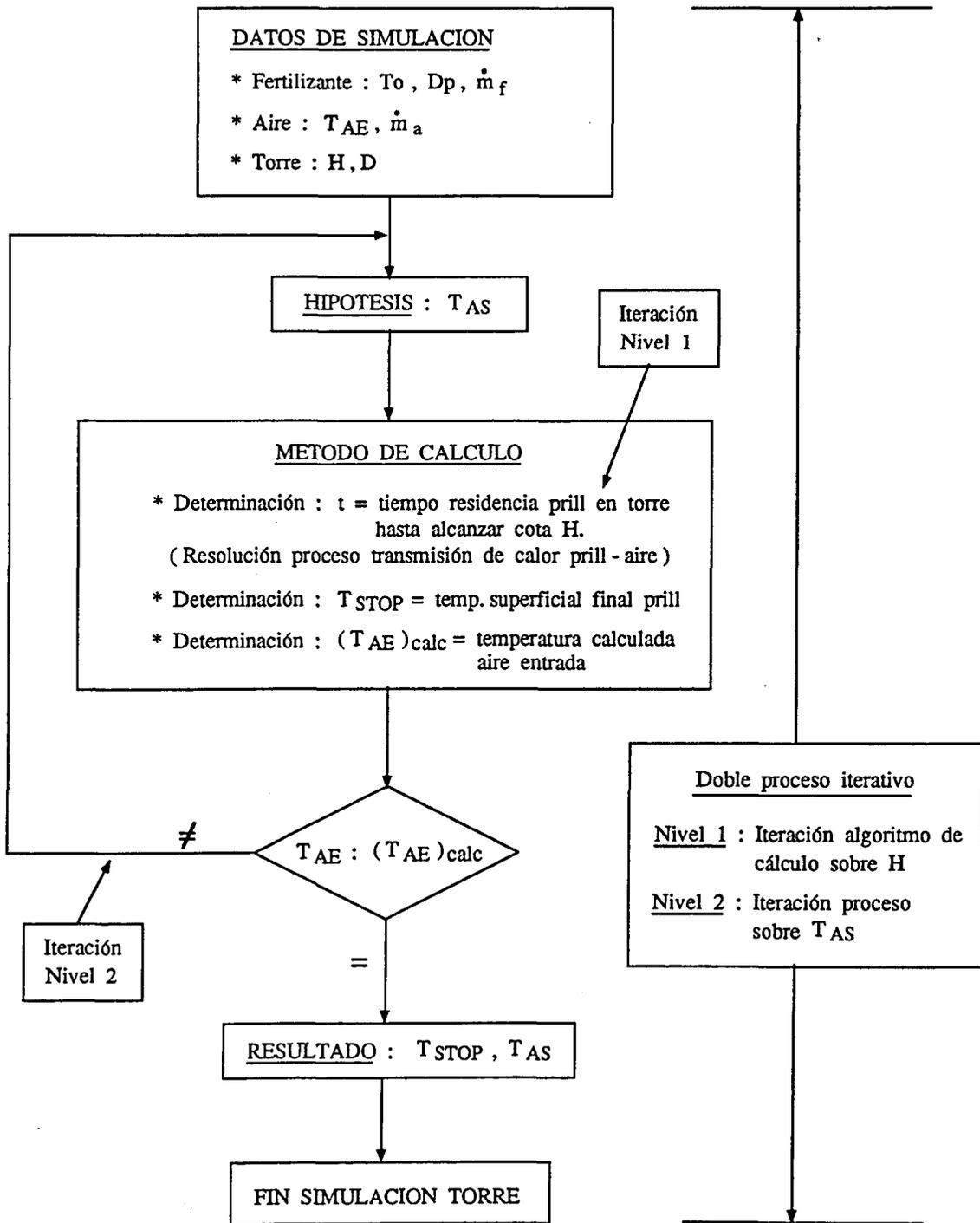
Aire

T_{AE} = Temperatura aire entrada torre
 T_{AS} = Temperatura aire salida torre
 \dot{m}_a = Caudal másico aire

Torre

H = Altura torre
 D = Diámetro torre

Figura 1.8 : Método general de simulación de torres de prilling (continuación)



1.4.- DATOS EXPERIMENTALES DE LA TORRE DE PRILLING DE REFERENCIA.

[Ref : 8, 20]

Comentarios previos

Tal como se ha comentado previamente, para la contrastación experimental del modelo numérico de cálculo de torres de prilling, desarrollado en la presente tesis, se han utilizado los datos experimentales de una torre de prilling urea, ubicada en Málaga.

Antes de describir las características físicas y operativas de dicha torre, se considera interesante comentar los siguientes aspectos :

- 1) Las dimensiones y características de funcionamiento de una torre de prilling (proceso industrial en continuo) hacen evidentemente inviable la posibilidad de construir un modelo experimental de laboratorio, para obtener datos experimentales.
- 2) En consecuencia, la obtención de dichos datos experimentales debe realizarse en torres de prilling industriales, funcionando en plantas químicas, la mayoría ubicadas fuera de Cataluña.

Esta situación presupone la solicitud previa de permiso y colaboración, por parte de la empresa, para poder instalar equipos de medida y recoger la toma de datos pertinentes.

Ante este planteamiento, la posición de la mayoría de empresas es facilitar la visita, inspección e información técnica sobre el proceso de prilling, pero mostrando ciertas reticencias a la instalación de instrumentación en sus equipos.

- 3) A pesar de esta problemática, pude realizar una visita a la planta de producción de urea, ubicada en Málaga, propiedad de la empresa Ercros y construída bajo licencia del proceso Stamicarbon (compañía DSM / Holanda).

Esta compañía dispone quizás de la tecnología más avanzada en torres de prilling, funcionando con pulverizadores rotativos.

Adicionalmente y como punto más importante, se me facilitaron las características técnicas y constructivas de la torre, así como sus condiciones de operación.

Según la información suministrada por los responsables de la planta, estas condiciones de operación corresponden a datos experimentales de funcionamiento, recaptados por técnicos de Stamicarbon, durante la fase de puesta en marcha de la torre de prilling de urea.

Todo este conjunto de información es el que se resume en este apartado y es el que ha servido de base para la contrastación experimental del modelo numérico desarrollado.

Condiciones de operación de la torre de prilling de urea

- * Situación geográfica : Málaga.
- * Tipo de planta : Producción de urea según el proceso once-through (licencia Stamicarbon)
- * Tipo de torre de prilling : Torre circular con pulverizador rotativo.
- * Producción de la torre : 13.815 kg / h de urea en forma de prills sólidos.
- * Diámetro del prill : 1,5 mm (valor medio sobre una granulometría 1-2 mm, siguiendo aproximadamente una distribución normal).
- * Temperatura inicial uniforme del prill : 138 C
- * Temperatura superficial del prill en la base de la torre : 75 C
- * Composición del prill sólido : 99,1 % urea, 0,2 % agua, 0,7 % biuret (% en peso).
- * Caudal de aire medido en condiciones exteriores : 304.500 m³ / h
- * Temperatura del aire exterior a la entrada de la torre : 35 C, 60 %.
- * Temperatura del aire a la salida de la torre (descarga ventilador) : 49 C
- * Temperatura del aire a la salida de la torre (aspiración ventilador) : 48,43 C (Estimación realizada en especificaciones adicionales, pág. 1-38).

Características técnicas y constructivas de la torre (Cf. Figuras 1.9-A y 1.9-B)

- * Tipo de torre de prilling : circular, construída en hormigón armado.
- * Diámetro interior de la torre : 12,4 m
- * Altura de la torre : 33,5 m
(Distancia vertical desde la base del pulverizador a la base de la torre).
- * Altura media de caída del prill : 33,7 m
(Distancia vertical desde el punto medio del pulverizador a la base de la torre).
- * Número de ventiladores de extracción de aire : 4
- * Características del ventilador : Ventilador helicoidal, accionado por motor eléctrico coaxial, de potencia eléctrica nominal 13,7 kW.
- * Características técnicas del pulverizador : Indicadas en figura 1.9-B.
- * Tipo de pulverizador : Rotativo (licencia Stamicarbon).

Figura 1.9 - A : Esquema de la torre de prilling de urea

Sección longitudinal (dimensiones sin escala)

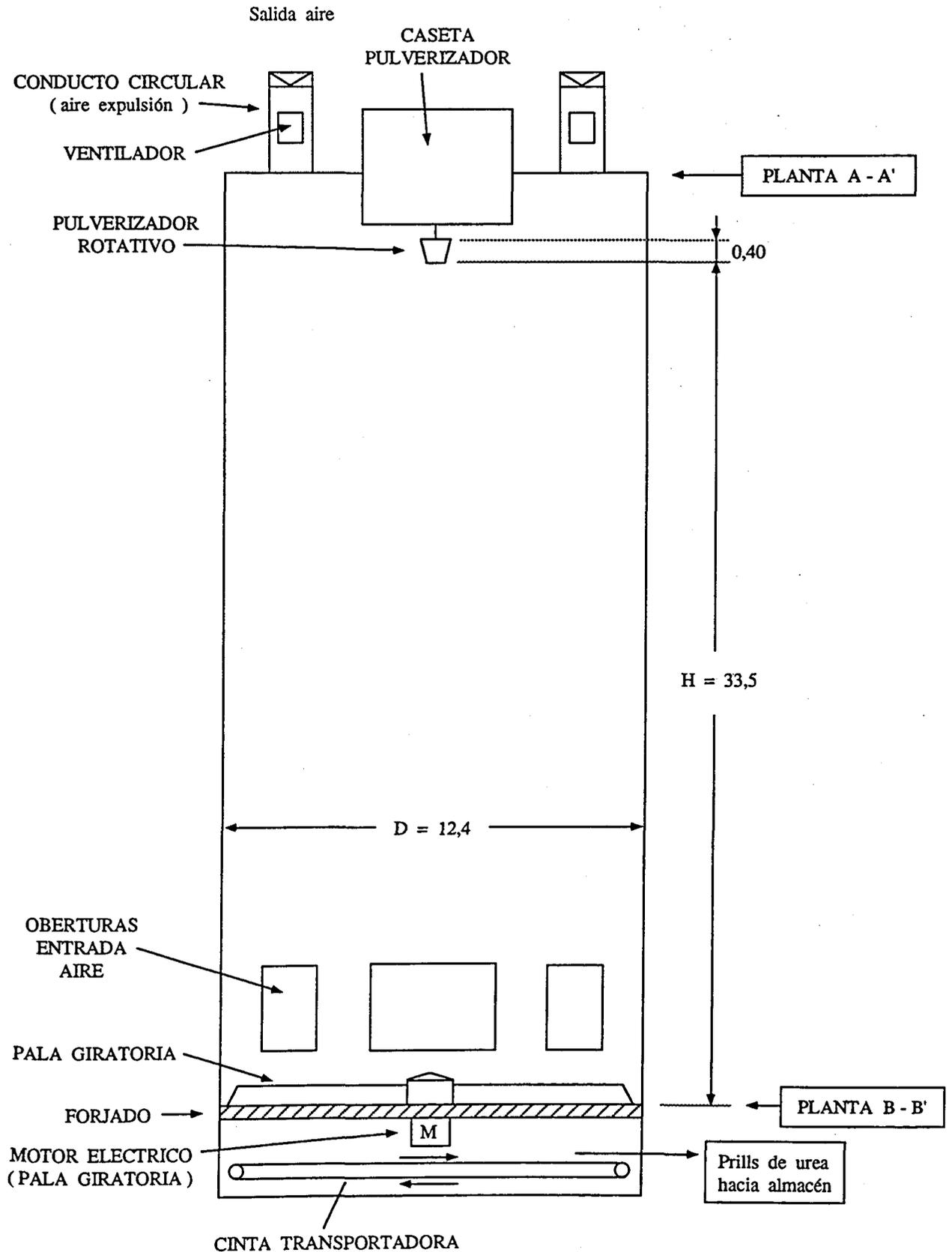
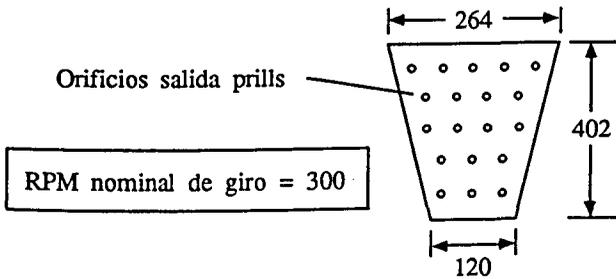
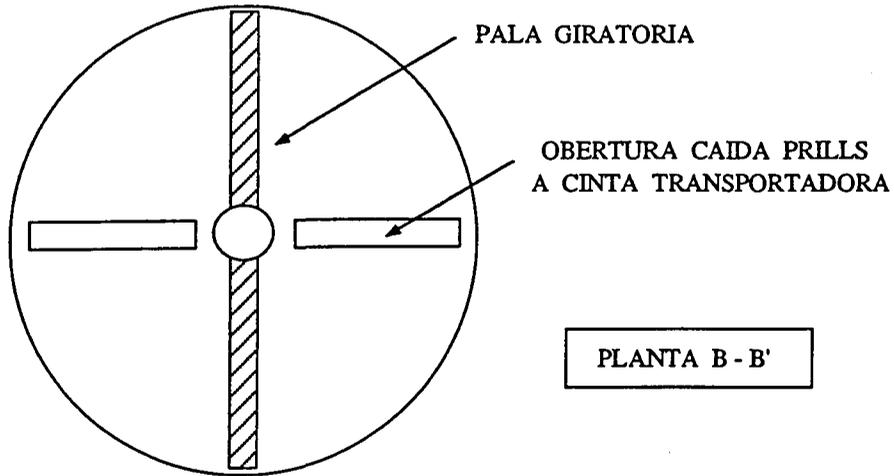
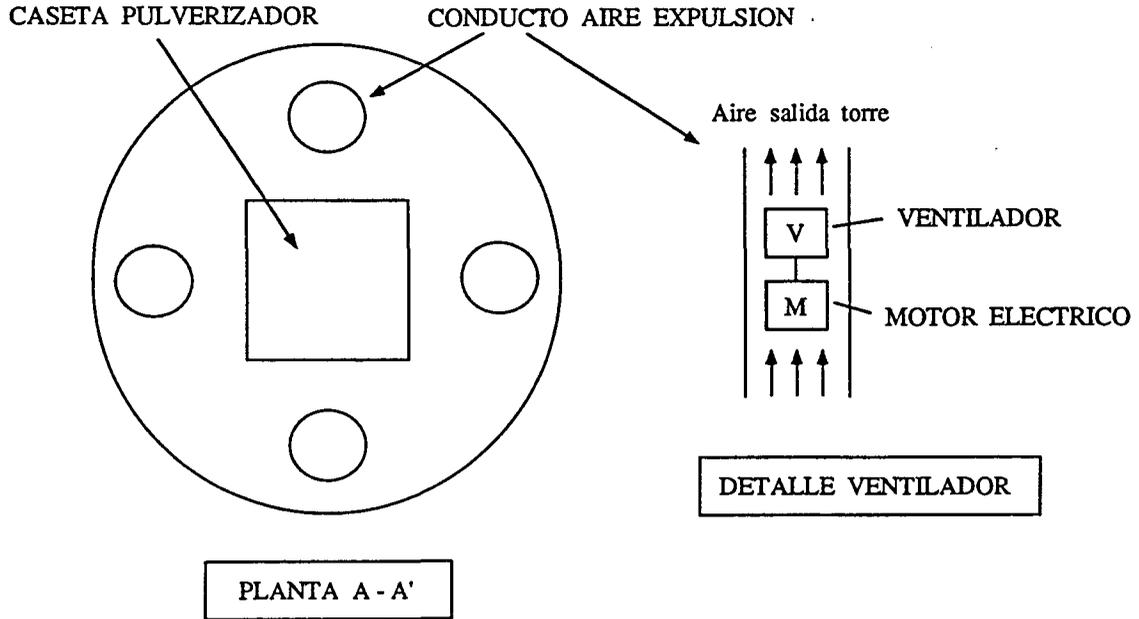


Figura 1.9 - B : Secciones de la torre de prilling de urea
Esquema del pulverizador rotativo



- * Cotas en mm.
- * Geometría : Tronco de cono invertido (Sección circular)
- * Resto de información : No suministrada (Licencia Stamicarbon)

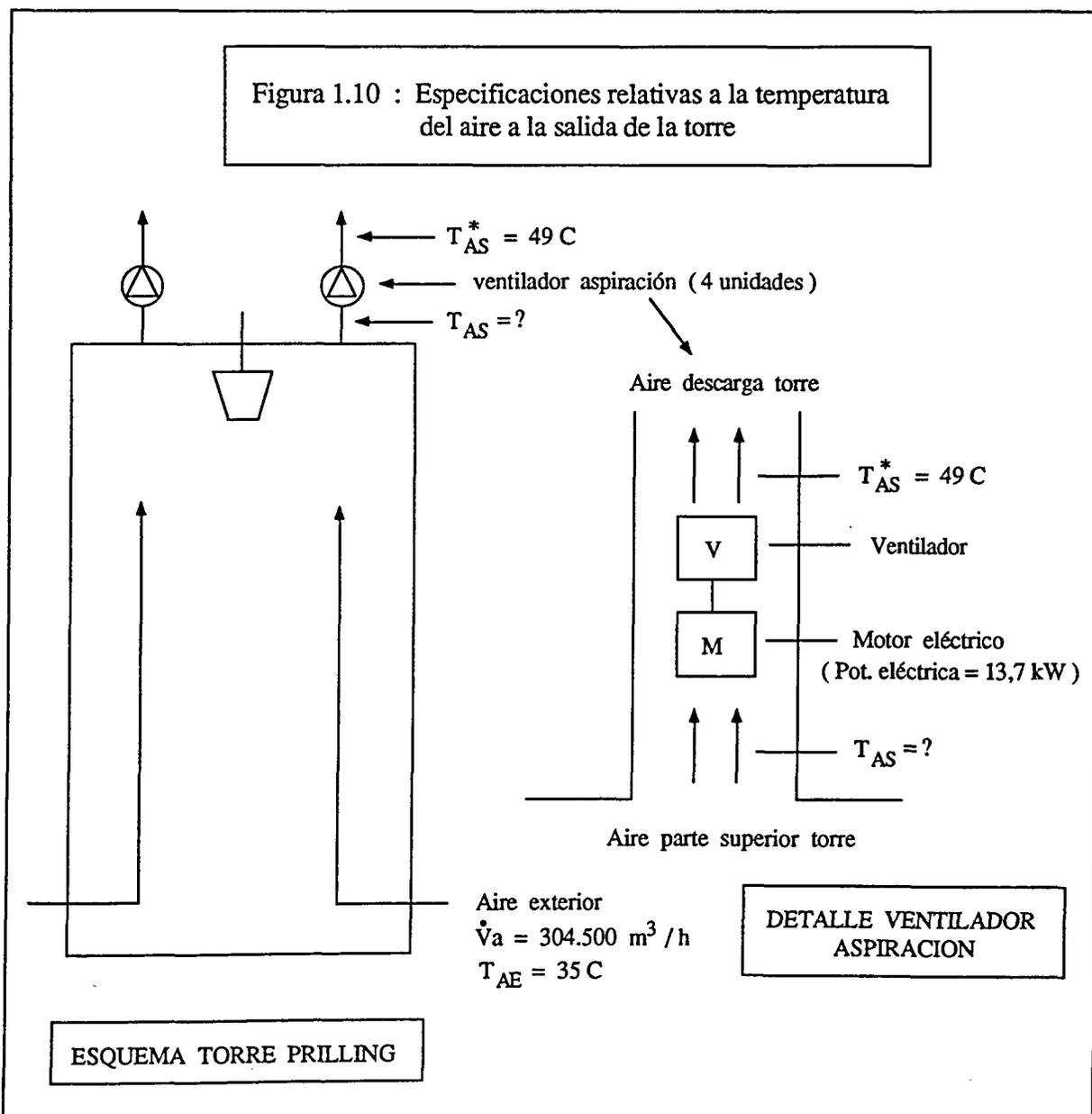
ESQUEMA PULVERIZADOR ROTATIVO

Especificaciones adicionales

1) Corrección de la temperatura de salida del aire de la torre.

El dato experimental disponible, referente al aire a la salida de la torre, corresponde a la temperatura del aire a la descarga del ventilador de aspiración, situado en la parte superior de la torre (T_{AS}^* , Figura 1.10).

Sin embargo, es previsible que el dato experimental, que se precisará para la contrastación del modelo numérico, será la temperatura del aire en la aspiración del ventilador (T_{AS} , Figura 1.10).



La estimación de T_{AS} puede realizarse, a partir del caudal de aire vehiculado por el ventilador y de la potencia eléctrica nominal del motor eléctrico, según se resume en la secuencia de cálculos que se indica a continuación.

* Caudal de aire a la salida de la torre (descarga del ventilador) :

$$\text{- Caudal volumétrico total} = 304.500 \frac{(273,15 + 49)}{(273,15 + 35)} = 318.334 \text{ m}^3 / \text{h}$$

(4 ventiladores)

$$\text{- Caudal másico total} = 304.500 \times 1,145 = 348.653 \text{ kg/h} = 96,8479 \text{ kg/s}$$

(4 ventiladores)

$$\text{- Caudal másico unitario} = 96,8479 / 4 = 24,2120 \text{ kg/s}$$

(1 ventilador)

* Estimación de la temperatura del aire en la parte superior de la torre (T_{AS}) :
(Entrada del conjunto motor - ventilador)

$$\text{Potencia eléctrica motor} = \dot{m}_a c_p a (T_{AS}^* - T_{AS})$$

$$\begin{array}{ccccccc} 13,7 & = & 24,2120 & \times & 1,0 & \times & (49 - T_{AS}) \\ / & & / & & \backslash & & \backslash \\ \text{kW} & & \text{kg/s} & & \text{kJ/kg. C} & & \text{C} \end{array}$$

$$T_{AS} = 48,43 \text{ C}$$

2) Estimación de la velocidad media de ascensión del aire en la torre

A modo de verificación, se ha realizado la estimación de la velocidad media de ascensión del aire en la torre, la cual, según las referencias bibliográficas [20, 40], tiene un valor comprendido entre 0,6 y 0,8 m/s (Cf. apartado 1.3.3, Especificaciones sobre el método de cálculo).

* Diámetro interior de la torre : $D = 12,4 \text{ m}$

* Sección de la torre : $S = \pi D^2 / 4 = \pi 12,4^2 / 4 = 120,76 \text{ m}^2$

* Caudal medio de aire : $\bar{V}_a = \frac{318.334 + 304500}{2} = 311.417 \text{ m}^3 / \text{h} = 86,5047 \text{ m}^3 / \text{s}$

* Velocidad media ascensión aire :

$$v_a = \frac{\bar{V}_a}{S} = \frac{86,5047}{120,76} = 0,716 \text{ m/s}$$

**CAPITULO 2 : MODELO NUMERICO 1 DE CALCULO DE TORRES
DE PRILLING (PROGRAMA TP1)**

2.1.- INTRODUCCION

En el presente capítulo se especifican los etapas seguidas para la elaboración, puesta a punto y contrastación experimental del modelo numérico de cálculo de torres de prilling tipo 1 (pulverizador estático), cuyas características generales se han indicado en el apartado 1.2.

A continuación se resumen algunos aspectos más importantes, relativos al desarrollo de dicho modelo numérico.

Hipótesis de cálculo

Las hipótesis de cálculo generales que se han adoptado para definir el modelo físico de torres de prilling ya se han especificado previamente en el apartado 1.3.2.

No obstante, se resumen a continuación los puntos más significativos de dichas hipótesis.

- 1) La composición del fertilizante no varía durante el proceso de prilling.
- 2) Los prills son de forma esférica, durante el proceso de prilling, sin sufrir deformaciones.
- 3) El prill no sufre proceso de contracción de volumen por solidificación.
(ρ líquido \approx ρ sólido = cte)
- 4) La transferencia de calor en el interior del prill es por conducción radial uniforme, tanto en la fase líquida, como en la fase sólida.
Se desprecian los posibles fenómenos de convección natural en la fase líquida.
- 5) Las propiedades termofísicas (conductividad térmica, calor específico) de la fase sólida y de la fase líquida del prill se consideran constantes, para el margen de temperatura de trabajo.
- 6) La velocidad absoluta de caída del prill, a través de la torre, se considera constante, desde su salida del pulverizador estático, hasta la base de la torre.

Velocidad absoluta caída prill = velocidad límite caída - velocidad ascensión aire = constante.

Modelo físico de torre de prilling.

El modelo físico adoptado para la torre de prilling tipo 1, ya ha sido definido en el apartado 1.3.2.

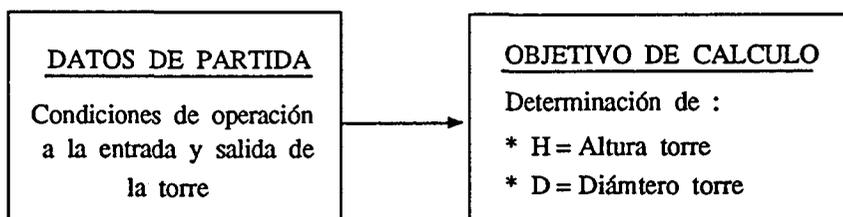
De forma resumida, dicho modelo considera dividida la torre en 3 secciones :

- * Sección 1 = Enfriamiento del prill líquido.
- * Sección 2 = Solidificación del prill.
- * Sección 3 = Enfriamiento del prill sólido.

Metodología general de cálculo de torres de prilling.

La metodología general de cálculo de torres de prilling tipo 1, ya ha sido especificada, de forma general, en el apartado 1.3.3.

De forma resumida, el proceso general para dimensionar una torre de prilling se resume en el esquema adjunto.



El parámetro básico para realizar el dimensionado de la torre es el tiempo de residencia del prill en la torre, cuya determinación requiere la resolución de las ecuaciones de transmisión de calor en régimen transitorio entre el prill y el aire.

Estas ecuaciones no tienen solución analítica, por lo que deben resolverse, mediante un método numérico, estructurado, en base a 3 algoritmos numéricos (uno por cada una de las secciones de la torre, según el modelo físico adoptado).

Estos algoritmos se han integrado en un programa general de cálculo que permite determinar :

- * El tiempo de residencia del prill en cada sección.
- * La altura de cada sección de la torre y la altura total de la misma.
- * El perfil final de temperatura del prill.

El desarrollo de dicho algoritmo se realiza en el apartado 2.5 . La puesta a punto de dicho algoritmo se realiza en el apartado 2.6.

Contrastación experimental.

La puesta a punto del algoritmo numérico conjunto de la torre se ha realizado tomando de referencia los datos experimentales de una torre de prilling de urea, existente en Málaga y propiedad de Ercros. (Cf. apartado 1.4).

Esta torre, aunque es del tipo 2 (pulverizador rotativo), sirve de referencia para poner a punto el presente modelo numérico 1 de torres de prilling.

La información obtenida de dicho modelo servirá de base para desarrollar el modelo numérico 2 de torres de prilling (pulverizador rotativo), el cual es tratado en el capítulo 3.

2.2.- VELOCIDAD LIMITE DE CAIDA DEL PRILL.

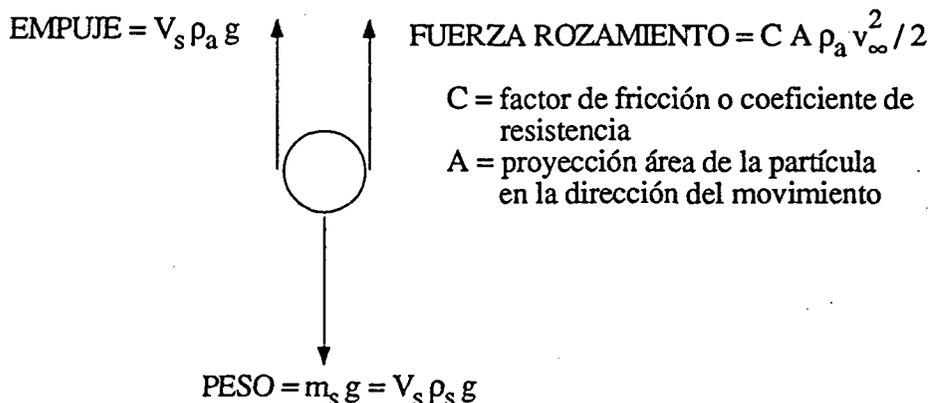
En el presente apartado se resumen el conjunto de correlaciones que permiten determinar la velocidad límite de caída del prill, que es uno de los parámetros básicos para el dimensionado de la altura de la torre.

Considerando al prill como una esfera sin deformaciones (cf. hipótesis de cálculo, apartado 1.3.2), su velocidad límite de caída viene determinada por la ley de Newton y las expresiones de Lapple [24,25].

Ley de Newton

Si una esfera se deja caer en un fluido (aire en nuestro caso), adquiere un movimiento acelerado hasta alcanzar una velocidad final constante, denominada VELOCIDAD LIMITE DE CAIDA (v_∞).

Cuando se alcanza este estado, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre la esfera es cero:



$$\downarrow \text{ PESO} = \text{EMPUJE} \uparrow + \text{FUERZA ROZAMIENTO} \uparrow$$

$$V_s \rho_s g = V_s \rho_a g + C A \rho_a v_\infty^2 / 2$$

Despejando el coeficiente de resistencia C se obtiene :

$$C = \frac{2 V_s g (\rho_s - \rho_a)}{A v_\infty^2 \rho_a}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{V_s}{A} = \frac{(4/3) \pi D_s^3 / 8}{\pi D_s^2 / 4} = \frac{2}{3} D_s$$

Se llega finalmente a :

$$C = \frac{4 D_s g (\rho_s - \rho_a)}{3 v_\infty^2 \rho_a} \quad (\text{Ec. 2-1})$$

Expresiones de Lapple: Determinación experimental de C

Las correlaciones semiempíricas entre C y el número de Reynolds Re, deducidas por Lapple para una esfera, se resumen en el gráfico adjunto [25].

Se presentan 3 regiones de cálculo:

Región	Correlación para el factor C	Margen de validez
Ley de Stokes	$C = 24 / Re$	$Re < 2$
Intermedia	$C = 18.5 / (Re)^{3/5}$	$2 < Re < 500$
Ley de Newton	$C = 0.44$	$500 < Re < 200000$

con $Re = \frac{\rho_a v_\infty D_s}{\mu}$

(Ec. 2-2)

Combinando las ecuaciones (2-1) y (2-2), se obtienen finalmente las expresiones de cálculo de la velocidad límite de caída :

Región	Velocidad límite de caída	Margen de validez
Ley de Stokes	$v_\infty = \frac{g D_s^2 (\rho_s - \rho_a)}{18 \mu}$	$Re < 2$
Intermedia	$v_\infty = 0,7806 \left[\frac{D_s^8 (\rho_s - \rho_a)^5}{\mu^3 \rho_a^2} \right]^{1/7}$	$2 < Re < 500$
Ley de Newton	$v_\infty = \sqrt{3,03 \frac{D_s g (\rho_s - \rho_a)}{\rho_a}}$	$500 < Re < 200000$

(Ec. 2-3)

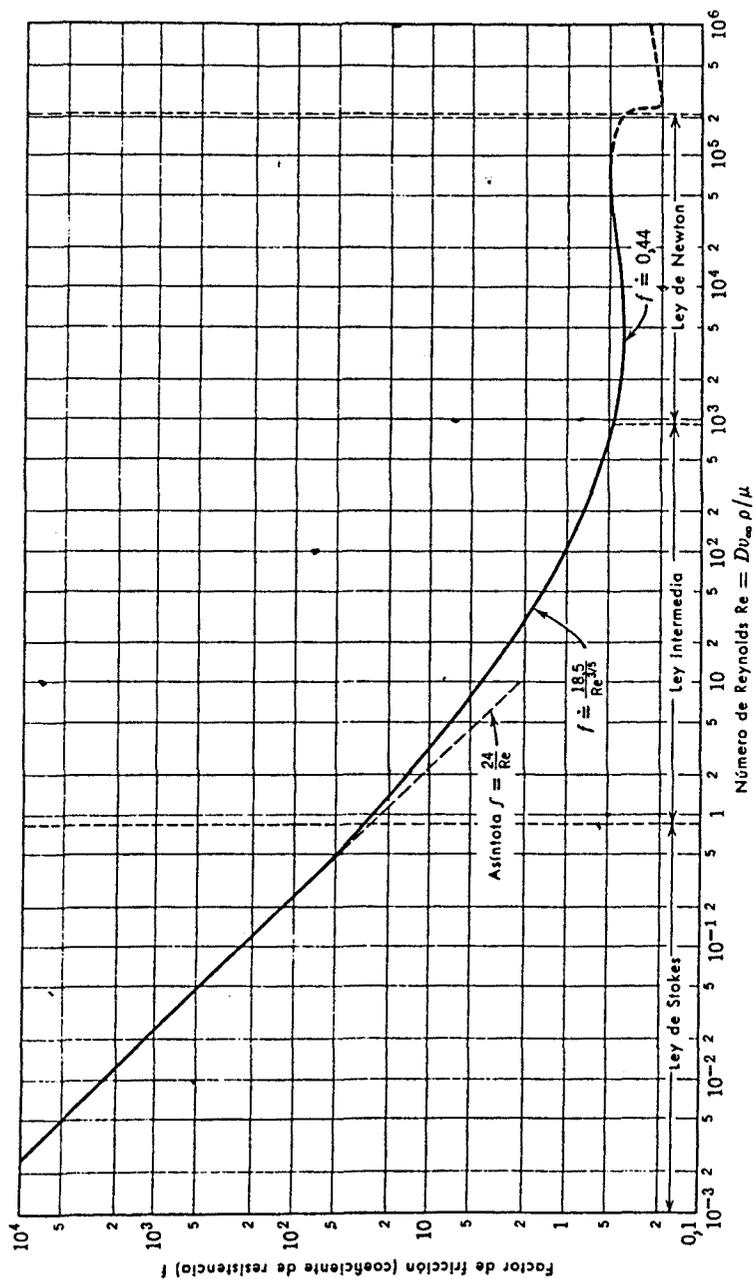


Fig. 6.3-1. Factor de fricción (o coeficiente de resistencia) para esferas que se mueven con una velocidad relativa a un fluido, v_{∞} . Véase la definición de f en la Ec. 6.1-5. [Curva tomada de C. E. Lapple, «Dust and Mist Collection», en *Chemical Engineers Handbook* (ed. por J. H. Perry) McGraw-Hill, Nueva York (1950), tercera edición, p. 1018.]

Nota final:

Las ecuaciones (2-3) son aplicables, tanto en el caso de que el fluido se mueva alrededor de una esfera inmóvil, como en el de una esfera descendiendo a través de un fluido en reposo.

En el caso de la torre de prilling, la esfera desciende a través de un fluido en movimiento, ascendiendo a contracorriente.

Para esta situación :

$$\downarrow \text{ velocidad absoluta caída prill} = \downarrow \text{ velocidad límite caída prill} - \text{velocidad aire} \uparrow$$

$$(v_p) \qquad \qquad \qquad (v_\infty) \qquad \qquad \qquad (v_a)$$

Ejemplo orientativo

En este ejemplo, a partir de las condiciones de operación aproximadas de una torre de prilling de urea se deduce, a título orientativo, la velocidad límite de caída del prill y la región de flujo correspondiente.

Datos del proceso: $D_s = 1,5 \text{ mm}$
 $\rho_s = 1330 \text{ kg/m}^3$ (urea sólida)
 $\rho_a = 1,20 \text{ kg/m}^3$ (aire)
 $\mu = 1,8 \times 10^{-5} \text{ kg/m s}$ (aire)
 (Propiedades del aire a $T = 20 \text{ C}$)

Región ley Stokes:

$$v_\infty = \frac{g D_s^2 (\rho_s - \rho_a)}{18 \mu} = \frac{9,81 [(1,5 \times 10^{-3})^2 (1330 - 1,2)]}{18 (1,8 \times 10^{-5})} = 90,5 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho_a v_\infty D_s}{\mu} = \frac{1,2 \times 90,5 \times (1,5 \times 10^{-3})}{1,8 \times 10^{-5}} = 9050 > 2$$

No corresponde a esta región de flujo.

Región intermedia:

$$v_\infty = 0,7806 \left[\frac{D_s^8 (\rho_s - \rho_a)^5}{\mu^3 \rho_a^2} \right]^{1/7} = 8,1 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho_a v_\infty D_s}{\mu} = 810 > 500$$

No corresponde a esta región de flujo.

Región Ley Newton:

$$v_{\infty} = \sqrt{3,03 \frac{D_s g (\rho_s - \rho_a)}{\rho_a}} = 7,0 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho_a v_{\infty} D_s}{\mu} = 700 > 500$$

Corresponde a esta región de flujo

En definitiva, el prill descende a una velocidad límite de caída del orden de 7 m/s.

Tal como se ha especificado en el apartado 1.3.3, las torres de prilling se diseñan para que la velocidad de ascensión del aire sea de $0,6 \div 0,8$ m/s, por lo que la velocidad absoluta de caída del prill será aproximadamente de :

$$\downarrow v_p = \downarrow v_{\infty} - \uparrow v_a = 7,0 - 0,7 = 6,3 \text{ m/s}$$

Nomenclatura

- A : proyección del área de la partícula o prill en la dirección del movimiento (m²)
- C : factor de fricción o coeficiente de resistencia del prill (-)
- D_s : diámetro de la esfera o prill (m)
- g : aceleración de la gravedad (m/s²)
- m_s : masa de la esfera o prill (kg)
- V_s : volumen de la esfera o prill (m³)
- v_∞ : velocidad límite de caída del prill (m/s)
- v_a : velocidad de ascensión del aire por la torre (m/s)
- v_p : velocidad absoluta de caída del prill (m/s)

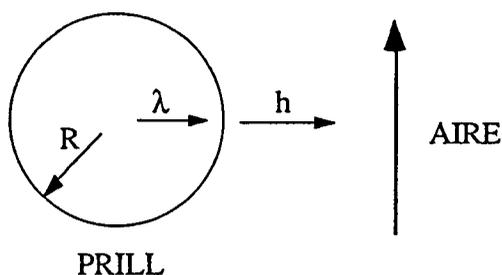
Símbolos griegos

- μ : viscosidad del fluido (aire) (kg/m s)
- ρ_a : densidad del fluido (aire) (kg/m³)
- ρ_s : densidad de la esfera o prill (kg/m³)

2.3.- COEFICIENTE DE TRANSMISION DE CALOR POR CONVECCION ENTRE EL PRILL Y EL AIRE.

En el fenómeno de transmisión de calor entre el prill y el aire intervienen básicamente dos procesos :

- Conducción de calor en el interior del prill (λ)
- Convección de calor entre el prill y el aire (h)



La determinación de la conductividad térmica (λ) se ha realizado en base a referencias bibliográficas experimentales o estimativas (cf. Capítulo 7. Datos y propiedades termofísicas). Los valores encontrados pueden considerarse aceptables para el nivel de cálculo del modelo numérico que se desarrolla posteriormente.

La determinación del coeficiente de transmisión de calor por convección entre el prill y el aire (h) no es tan inmediata y requiere de la utilización de ecuaciones semiempíricas de la máxima fiabilidad posible, debido a la presumible importancia del fenómeno de convección en el proceso del prilling.

Afortunadamente el proceso de transmisión de calor por convección entre una esfera y un fluido ha sido ampliamente estudiado, presentando a continuación un resumen de las expresiones más representativas (resultado de la búsqueda bibliográfica), realizando posteriormente un análisis comparativo entre ellas y la elección de la expresión que, a mi juicio, es más conveniente en el presente caso.

La convección entre el prill (esfera) y el aire (fluido) puede responder a uno de los siguientes fenómenos :

Tipo convección	Expresión general [26, 27]
Natural	$Nu = C (Gr Pr)^n$
Forzada	$Nu = C Re^m Pr^n$

En nuestro caso, la transferencia de calor entre el prill y el aire corresponde a una convección forzada (v_∞ del orden de 7 m/s), siendo las ecuaciones semiempíricas existentes las que se resumen en la tabla 2-1.

Tabla 2-1: Correlaciones semiempíricas más representativas relativas a la transmisión de calor por convección entre una esfera y un fluido

Ecuación	Autor	Características	Referencia
$Nu = 0,37 (Re)^{0,6}$	Williams (1942)	$17 < Re < 70000$ Sistema: esfera-aire	[26], [28]
$Nu = 0,33 (Re)^{0,6}$	Lautman-Droege (1950)	Sistema : esferas cobre-aire	[28], [29]
$Nu = 2 + 0,6 \sqrt{Re} \sqrt[3]{Pr}$	Ranz-Marshall (1952)	$1 < Re Pr^{2/3} < 10^5$	[30]

con :

- $Nu = h D / \lambda_f$ (Número de Nusselt)
 $Re = \rho_f v_\infty D_s / \mu_f$ (Número de Reynolds)
 $Pr = (c_p \mu / \lambda) f$ (Número de Prandt)
 h : Coeficiente de transmisión de calor por convección esfera-aire
 D_s : Diámetro de la esfera (prill)
 λ_f : Conductividad térmica del aire (estimada a t_f)
 ρ_f : Densidad del aire (estimada a t_f)
 v_∞ : Velocidad límite caída de la esfera en el aire
 μ_f : Viscosidad del aire (estimada a t_f)
 cp_f : Calor específico del aire (estimado a t_f)
 t_f : Temperatura film [= $(t_w + t_\infty) / 2$]
 t_w : Temperatura superficie exterior de la esfera
 t_∞ : Temperatura fluido aproximándose a la esfera

Las ecuaciones de Williams y Lautman-Droege fueron las que primeramente se dedujeron para el aire como fluido, presentando, en relación a la de Ranz-Marshall, un margen de aplicación más restringido. La expresión de Lautman-Droege fue deducida a partir de experiencias con esferas de cobre.

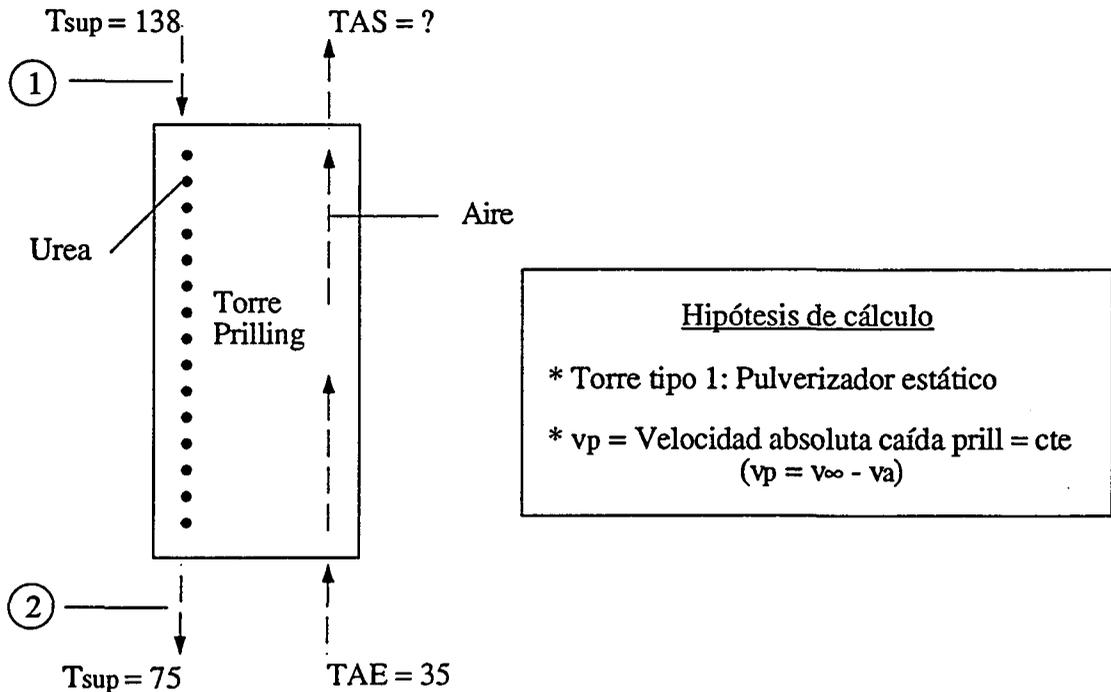
La ecuación de Ranz-Marshall es más reciente y posee un mayor campo de validez, ya que tiene en cuenta la influencia de Pr y la evolución asintótica del Nu hacia el valor 2 para fluidos casi estáticos ($Re \rightarrow 0$). Dicha evolución ha sido verificada, tanto teórica como experimentalmente [33].

Por dichos motivos se decide elegir la ecuación diferencial de Ranz-Marshall para el cálculo de h, que por otro lado es la que recomienda Bird [33].

En el ejemplo que a continuación se detalla, puede observarse, no obstante, que no hay una gran diferencia de valores estimados de h entre las diferentes correlaciones.

Ejemplo comparativo entre correlaciones

Se considera una torre de prilling con las condiciones de operación indicadas en la figura. Dichas condiciones son similares a las de la torre de referencia de la compañía Ercros en Málaga.



Datos físicos y condiciones de operación:

- T_{sup} : Temperatura superficial del prill
 TAE : Temperatura del aire a la entrada de la torre
 TAS : Temperatura del aire a la salida de la torre
- D_s : Diámetro del prill = 1,5 mm
 v_∞ : Velocidad límite de caída del prill = 7 m/s
 (valor aproximado deducido en el apartado 2.2)
 v_a : Velocidad media ascensión aire (m/s)
 v_p : Velocidad absoluta de caída del prill ($= v_\infty - v_a$) = cte
 \dot{m}_f : Caudal másico de urea = 13815 kg/h
 \dot{V}_a : Caudal volumétrico de aire = 304500 m³/h
 cp_L : Calor específico medio de la urea líquida = 0,76 kcal/kg C
 cp_s : Calor específico medio de la urea sólida = 0,32 kcal/kg C
 Λ : Calor latente de solidificación de la urea = 57,8 kcal/kg
 cp_a : Calor específico medio del aire = 0,24 kcal/kg C

Nota : Las propiedades físico-químicas de la urea y el aire se indican en el capítulo 7.

La estimación aproximada de la temperatura de salida del aire (TAS) se realiza a continuación, a través de un balance entálpico macroscópico, despreciando la resistencia térmica por conducción en el interior del prill (perfil de temperatura del prill uniforme a lo largo de la torre). Dicha estimación se considera aceptable a efectos de realizar una evaluación orientativa de h.

Calor cedido por la urea = Calor absorbido por el aire

$$\dot{m}_f [\underbrace{cp_L (138 - 132,7)}_{\text{Enfriamiento prill líquido}} + \underbrace{\Lambda}_{\text{Solidificación}} + \underbrace{cp_S (132,7 - 75)}_{\text{Enfriamiento prill sólido}}] = \dot{V}_a \rho_a cp_a (TAS - TAE)$$

La densidad del aire a la entrada de la torre puede estimarse como:

$$\rho_a = \frac{PM}{RT} = \frac{1 (28,96)}{0,08206 (273,15 + 35)} = 1,145 \text{ kg/m}^3$$

Sustituyendo queda:

$$13815 [0,76 (138 - 132,7) + 57,8 + 0,32 (132,7 - 75)] = 304500 (1,145) 0,24 (TAS - 35)$$

$$TAS = 48,26 \text{ C}$$

El valor de h obtenido según cada correlación se resume en la siguiente tabla :

Punto de cálculo	t_f (C)	Re	Pr	Nu	Correlación	h		Desviación relativa (%)
						kcal / hm ² C	w / m ² C	
①	93,13	468	0,705	14,80	Williams	261	303	+ 9,2
				13,20	Lautman - Droege	233	271	- 2,5
				13,55	Ranz - Marshall	235	273	0
②	55,00	575	0,710	16,75	Williams	269	313	+ 13,0
				14,54	Lautman - Droege	240	279	+ 0,8
				14,84	Ranz - Marshall	238	277	0

Nota :

$$\rho_f = \frac{PM}{R T_f} = \frac{1 (28,96)}{0,8206 (273,15 + t_f)}$$

μ_f, c_{pf}, λ_f : Datos del aire según capítulo 7

$$Re = \frac{\rho_f v_\infty D}{\mu_f} = \frac{\rho_f (7) 1,5 (10^{-3})}{\mu_f}$$

$$t_f = \frac{T_{sup} + T_{aire}}{2}$$

$$Pr = \left(\frac{c_p \mu}{\lambda} \right)_f$$

Para ambos puntos de cálculo se verifica: $1 < Re Pr^{2/3} < 10^5$

Conclusiones finales

- 1) Se decide elegir la ecuación de Ranz-Marshall para la estimación de h. Obsérvese que dicho coeficiente tiene un valor prácticamente constante a lo largo de toda la torre de aproximadamente

$$240 \text{ kcal / hm}^2 \text{ C} = 279 \text{ W / m}^2 \text{ C}$$

- 2) El coeficiente de transmisión de calor por convección es fundamentalmente una función de dos variables (velocidad y temperatura) : $h = f (v, T)$. Sin embargo la variable con más peso específico es la velocidad, ya que afecta directamente al Re, afectando indirectamente la temperatura a las propiedades termofísicas (densidad, conductividad, viscosidad). El resultado obtenido (h aproximadamente constante), es, en cierto modo un resultado lógico para una torre de prilling tipo 1 (pulverizador estático), donde la velocidad de caída del prill es asimismo prácticamente constante.

2.4.- TRANSFERENCIA DE CALOR ENTRE EL PRILL Y EL AIRE.

2.4.1.- BALANCE DE ENERGIA. ECUACIONES DE CALCULO.

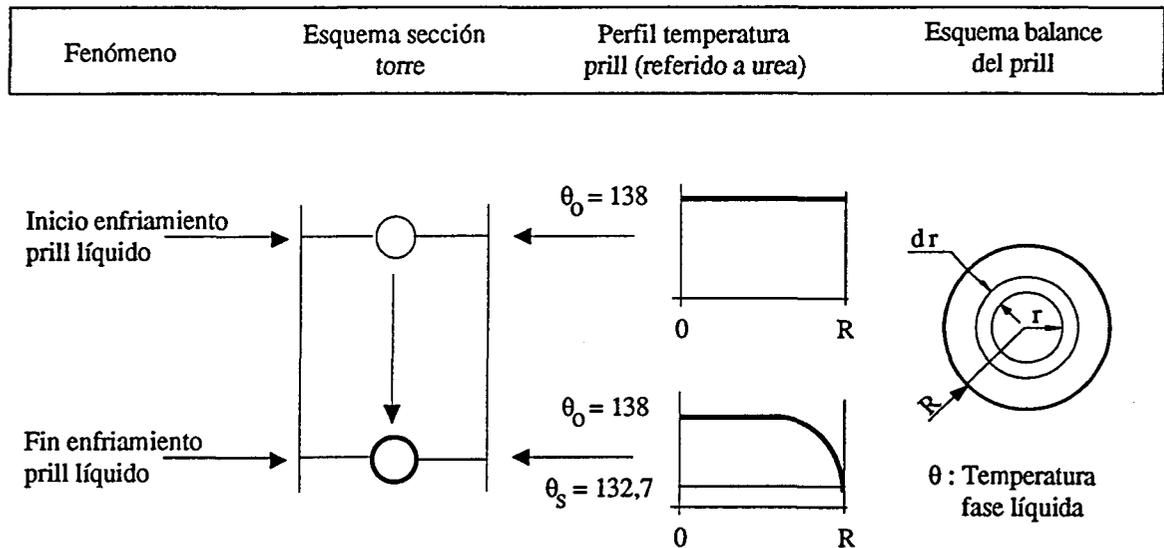
Para el cálculo del tiempo de residencia del prill en la torre, es necesario resolver una serie de ecuaciones diferenciales de transmisión de calor por conducción y convección, en régimen transitorio, cuyo planteo se expone a continuación.

Las hipótesis y el modelo físico de cálculo del fenómeno ya han sido expuestas precedentemente en el apartado 1.3.2

Especificaciones previas sobre nomenclatura

- θ : Temperatura del prill (fase líquida)
- T : Temperatura del prill (fase sólida)

Sección de enfriamiento del prill líquido



Balance de energía sobre dr (coordenadas esféricas):

ENTRADA + GENERACION = SALIDA + ACUMULACION

ENTRADA: $dq_1 = -\lambda_L 4 \pi r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} dt$

SALIDA: $dq_2 = -\lambda_L 4 \pi r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r+dr} dt = -\lambda_L 4 \pi \left[r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r}) dr \right] dt$

GENERACION : 0

ACUMULACION: $dQ = 4 \pi r^2 dr \rho c_{pL} \frac{\partial \theta}{\partial t} dt$

Sustituyendo queda :

$$-\lambda_L 4 \pi r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} dt + \lambda_L 4 \pi \left[r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r}) dr \right] dt = 4 \pi r^2 dr \rho c_{pL} \frac{\partial \theta}{\partial t} dt$$

Operando se llega a :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_L \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right]_r \quad (\text{Ec. 2-4})$$

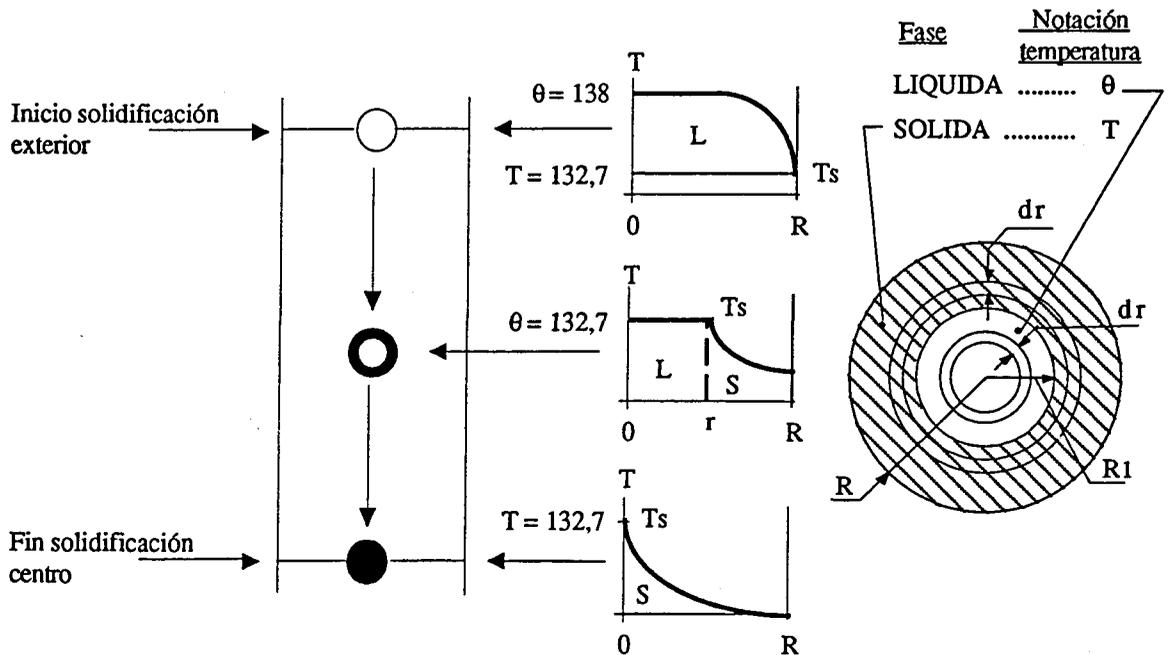
con $\alpha_L = \left[\frac{\lambda}{\rho c_p} \right]_L = \text{difusividad térmica} = [L^2 T^{-1}]$

Condiciones límite:

- 1) $t = 0, \quad \forall r \quad \theta_o = 138 \text{ C}$ (Perfil de T inicial uniforme)
- 2) $\forall t, \quad r = R \quad -\lambda_L \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=R} = h (\theta_R - T_a)$
(Transmisión de calor por convección con el aire)
- 3) $\forall t, \quad r = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$ (por simetría)

Sección de solidificación

Fenómeno	Esquema sección torre	Perfil temperatura prill (referido a urea)	Esquema balance del prill
----------	-----------------------	--	---------------------------



Balance de energía de la parte sólida de la esfera (conducción):

$$R_1 < r < R$$

Desarrollo similar al balance de la sección de enfriamiento del prill líquido, llegando a :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_S \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (\text{Ec. 2-5})$$

$$\text{con} \quad \alpha_S = \left[\frac{\lambda}{\rho c_p} \right]_S$$

Condiciones límite :

- 1) $t = 0, \quad r = R \quad T_s = 132,7 \text{ C}$
- 2) $\forall t, \quad r = R \quad -\lambda_S \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = h (T_R - T_a)$
- 3) $\forall t, \quad r = R_1 \quad T_{R1} = 132,7 \text{ C}$

Balance de energía de la parte líquida del prill (conducción):

$$0 < r < R_1$$

Similar al balance de la sección de enfriamiento del prill líquido.

En la interfase líquido-sólido ($r = R_1$), en el interior del prill, se está produciendo la solidificación.

El balance de dicho fenómeno sobre un elemento dR_1 será :

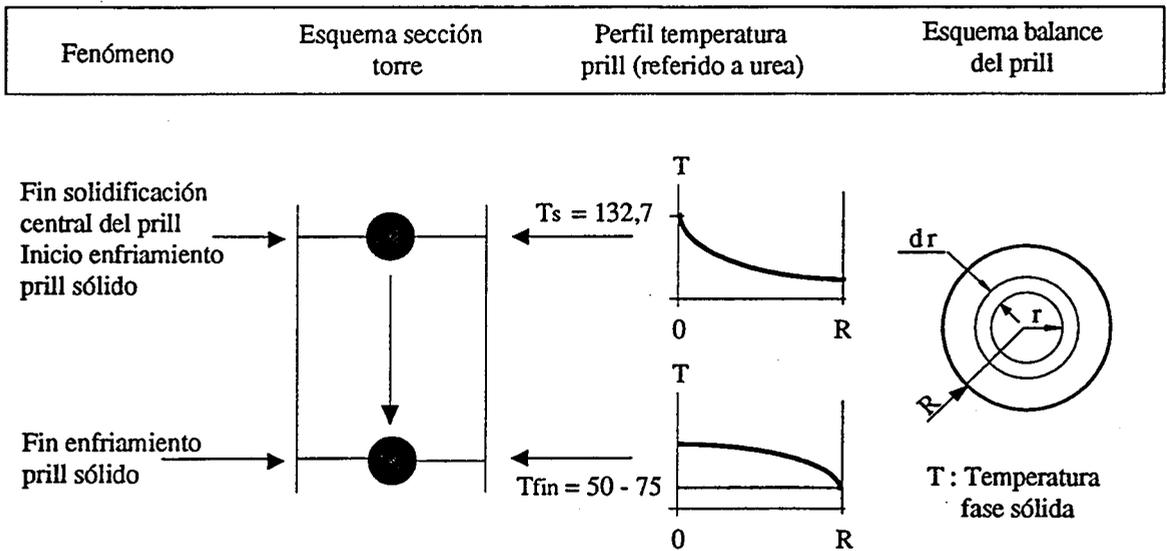
$$\frac{dR_1}{dt} = \frac{\lambda_L}{\rho \Lambda} \left[\frac{\partial \theta}{\partial r} \right]_{r=R_1} - \frac{\lambda_S}{\rho \Lambda} \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=R_1} \quad (\text{Ec. 2.7})$$

Dicha ecuación expresa la velocidad de avance de la interfase líquido-sólido hacia el centro del prill y es completamente análoga a la que propone Eckert [31], en coordenadas rectangulares, para el estudio de la solidificación de un perfil plano.

Condiciones límite:

- 1) $\forall t, \quad r = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0$
- 2) $\forall t, \quad r = R_1 \quad \theta_{R_1} = T_s = 132,7 \text{ C}$
- 3) $\forall t, \quad r = R_2 \quad \frac{dR_1}{dt} = \frac{\lambda_L}{\rho \Lambda} \left[\frac{\partial \theta}{\partial r} \right]_{r=R_1} - \frac{\lambda_S}{\rho \Lambda} \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=R_1}$

Sección de enfriamiento del prill sólido



Balance de energía sobre dr :

Similar a los balances anteriores.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_S \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (\text{Ec. 2-8})$$

con $\alpha_S = \left[\frac{\lambda}{\rho c_p} \right]_S$

Condiciones límite:

- 1) $\forall t, \quad r = 0 \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$
- 2) $\forall t, \quad r = R \quad -\lambda_S \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = h (T_R - T_a)$
- 3) $t = 0, \quad r = 0 \quad T_s = 132,7 \text{ C}$

2.4.2.- SOLUCION ANALITICA.

En el apartado anterior se han planteado las ecuaciones diferenciales de transmisión de calor en régimen transitorio, deducidas a partir del balance de energía del fenómeno de prilling.

Desafortunadamente dichas ecuaciones no tienen solución analítica conocida.

Las pocas soluciones exactas existentes en la bibliografía corresponden a fenómenos de fusión o solidificación con hipótesis de cálculo muy específicas o restringidas.

Eckert y colaboradores [31] presentan una serie de soluciones analíticas, para procesos de solidificación con interfase plana sólido-líquido, no aplicables en nuestro caso.

Fuera de este limitado número de casos conocidos, todos los problemas deben resolverse numéricamente por ordenador [34-38]. Este es el método que se presenta en el próximo apartado.

Debe destacarse finalmente que, para el caso de transmisión de calor en régimen transitorio entre una esfera y un fluido, una de las únicas soluciones analíticas conocidas fue desarrollada por Gröber [32] con las siguientes hipótesis :

- a) Esfera sólida o líquida sin cambio de fase.
- b) Temperatura uniforme de la esfera en el instante inicial.
- c) Temperatura del fluido que rodea a la esfera: uniforme y constante a lo largo de todo el proceso.
- d) Propiedades termofísicas de la esfera y del fluido constantes.

Evidentemente esta situación no corresponde a nuestro proceso; no obstante, y tal como se verá posteriormente, va a ser utilizada para la verificación parcial del método numérico de cálculo adoptado.

2.4.3.- SOLUCION NUMERICA.

2.4.3.1.- Métodos numéricos aplicables.

[Ref. 33]

Los métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales de transmisión de calor por conducción en régimen transitorio (métodos de diferencias finitas o elementos finitos) se basan fundamentalmente en el siguiente proceso:

1) Discretizar o dividir el cuerpo a estudio (en nuestro caso una esfera) en elementos o volúmenes de control, lo suficientemente pequeños como para poder considerar la temperatura y las propiedades físicas constantes en su interior, en un instante dado.

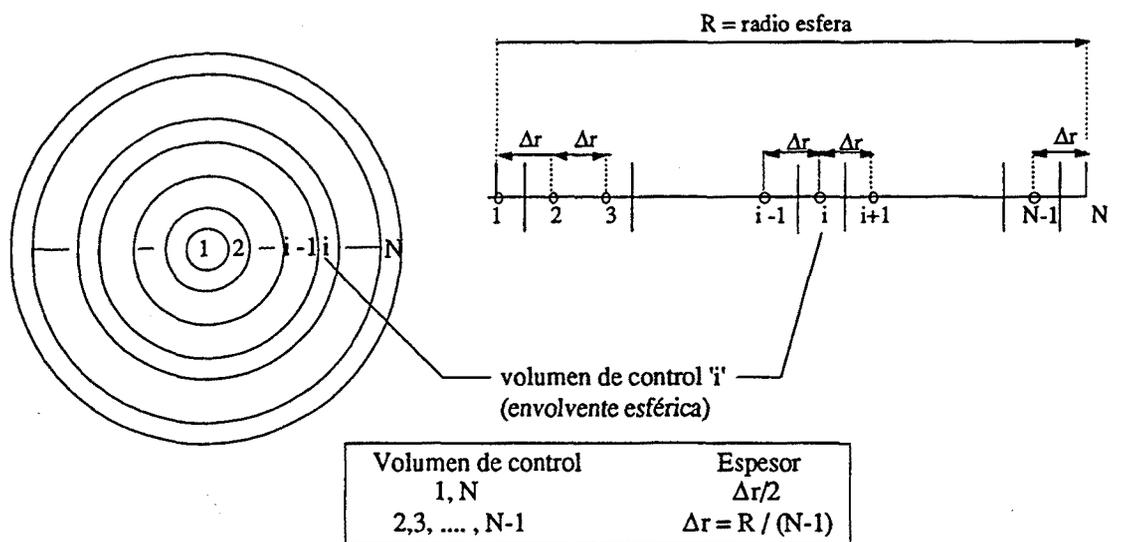
2) Asimilar los diferenciales de temperatura, espacio y tiempo de las ecuaciones diferenciales a incrementos finitos de temperatura, espacio y tiempo.

Con ello una ecuación diferencial se transforma en un sistema de ecuaciones algebraicas lineales que debe resolverse.

En nuestro caso, la ecuación de transmisión de calor que se deduce del balance de energía presenta la siguiente forma general para las tres secciones :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

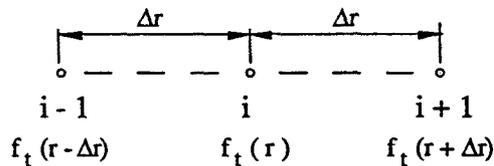
Si se divide el radio de la esfera (prill) en N-1 segmentos, separados una distancia Δr entre ellos, se generan N volúmenes de control según el siguiente esquema :



A partir de esta discretización, la ecuación diferencial indicada puede transformarse según un desarrollo de Taylor (función $f =$ temperatura) :

$$f_t(r + \Delta r) = f_t(r) + \Delta r f_t'(r) + (\Delta r^2 / 2) f_t''(r) \quad (i)$$

$$f_t(r - \Delta r) = f_t(r) - \Delta r f_t'(r) + (\Delta r^2 / 2) f_t''(r) \quad (ii)$$



valores de la función f en un instante t

De la ecuación (i) despreciando el sumando de $f''(r)$ se deduce :

$$\frac{\partial T}{\partial r} = f_t'(r) = \frac{f_t(r + \Delta r) - f_t(r)}{\Delta r} \quad (\text{Ec. 2-9})$$

Definición FORWARD MODE de $\partial T / \partial r$

De la ecuación (ii) puede deducirse análogamente :

$$\frac{\partial T}{\partial r} = f_t'(r) = \frac{f_t(r) - f_t(r - \Delta r)}{\Delta r} \quad (\text{Ec. 2-10})$$

Definición BACKWARD MODE de $\partial T / \partial r$

Puede utilizarse cualquiera de las dos definiciones de $\delta T / \delta r$.

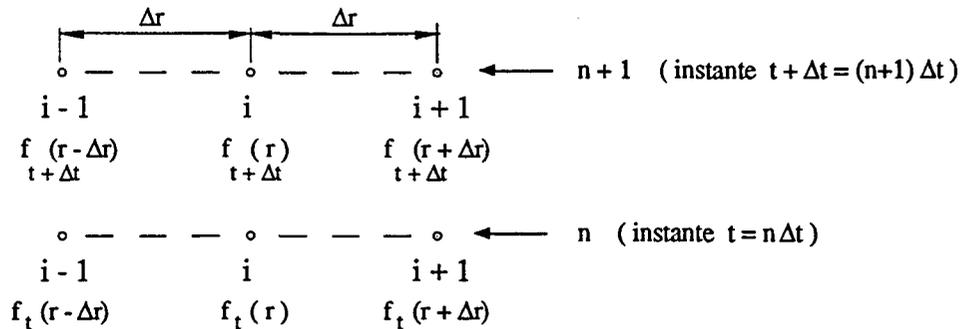
Se decide adoptar el FORWARD MODE [ecuación (2-9)], que es la utilizada por Patankar [28].

Combinando las ecuaciones (i) y (ii), se obtiene la expresión de la derivada segunda :

$$\frac{\partial T}{\partial r} = f_t''(r) = \frac{f_t(r + \Delta r) - 2 f_t(r) + f_t(r - \Delta r)}{\Delta r^2} \quad (\text{Ec. 2-11})$$

Las expresiones deducidas corresponden a aproximaciones numéricas de las derivadas espaciales en un instante dado.

Las derivadas temporales precisan valores de la función f a tiempo t (perfil n) y a tiempo $t + \Delta t$ (perfil $n+1$):



$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{f_{t+\Delta t}(r) - f_t(r)}{\Delta t}$$

Método explícito

Si definimos:

$$f_t(r - \Delta r) = T_{(i-1)}^n \quad \leftarrow \text{ tiempo}$$

$$f_t(r) = T^n(i)$$

$$f_t(r + \Delta r) = T^n(i+1)$$

$$f_{t+\Delta t}(r) = T^{n+1}(i)$$

Las aproximaciones numéricas de las derivadas serán :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{n+1}(i) - T^n(i)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T^n(i+1) - T^n(i)}{\Delta r}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T^n(i+1) - 2T^n(i) + T^n(i-1)}{\Delta r^2}$$

La ecuación diferencial se transforma pues en :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

$$\frac{T^{n+1}(i) - T^n(i)}{\Delta t} = \alpha \left[\frac{T^n(i+1) - 2T^n(i) + T^n(i-1)}{\Delta r^2} + \frac{2}{r} \frac{T^n(i+1) - T^n(i)}{\Delta r} \right]$$

Operando se llega a :

$$T^{n+1}(i) = a(i-1) T^n(i-1) + a(i) T^n(i) + a(i+1) T^n(i+1)$$

con :

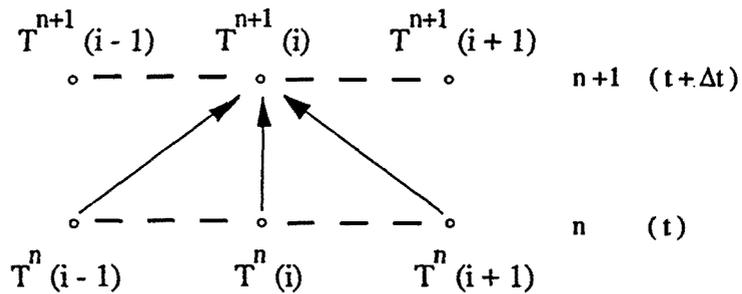
$$a(i-1) = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta r^2}$$

$$a(i) = 1 - \frac{2\alpha\Delta t}{\Delta r^2} - \frac{2\alpha\Delta t}{r\Delta r}$$

$$a(i+1) = \frac{\alpha\Delta t}{\Delta r^2} + \frac{2\alpha\Delta t}{r\Delta r}$$

Es decir el método explícito determina el valor de la temperatura de un elemento de control i en un instante $t + \Delta t$, a partir de los valores de temperatura de los elementos $i-1, i, i+1$ en el instante t .

Explícito



Los criterios de convergencia hacia una solución correcta exigen que todos los coeficientes $a(i-1)$, $a(i)$ y $a(i+1)$ sean positivos [28].

Ello implica que si $a(i)$ debe ser positivo :

Criterio de convergencia:

$$\Delta t < \frac{r \Delta r^2}{2\alpha(r + \Delta r)}$$

(Ec. 2-12)

Método implícito

Es totalmente análogo al explícito, salvo que define las derivadas parciales para el instante $n+1$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{n+1}(i) - T^n(i)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T^{n+1}(i+1) - T^{n+1}(i)}{\Delta r}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T^{n+1}(i+1) - 2T^{n+1}(i) + T^{n+1}(i-1)}{\Delta r^2}$$

La ecuación diferencial se transforma en este caso en :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

$$\frac{T^{n+1}(i) - T^n(i)}{\Delta t} = \alpha \left[\frac{T^{n+1}(i+1) - 2T^{n+1}(i) + T^{n+1}(i-1)}{\Delta r^2} + \frac{2}{r} \frac{T^{n+1}(i+1) - T^{n+1}(i)}{\Delta r} \right]$$

Operando se llega a :

$$T^{n+1}(i) = a(i-1) T^{n+1}(i-1) + a(i) T^n(i) + a(i+1) T^{n+1}(i+1)$$

con :

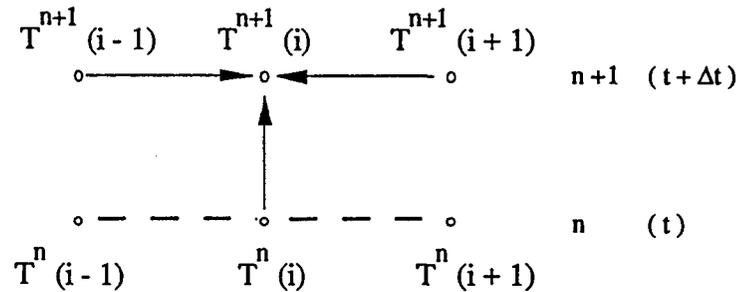
$$a(i-1) = \frac{\alpha \frac{\Delta t}{2}}{\frac{\Delta r^2}{X}}$$

$$a(i) = \frac{1}{X}$$

$$a(i+1) = \frac{\frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} + \frac{2 \alpha \Delta t}{r \Delta r}}{X}$$

$$X = 1 + \frac{2 \alpha \Delta t}{\Delta r^2} + \frac{2 \alpha \Delta t}{r \Delta r}$$

Es decir el método implícito determina el valor de la temperatura de un elemento de control i en un instante $t + \Delta t$, a partir de su temperatura en el instante anterior y de las temperaturas de los elementos vecinos ($i-1, i+1$) en $t + \Delta t$.

Implícito

Dado que los coeficientes $a(i - 1)$, $a(i)$ y $a(i + 1)$ son siempre positivos, no existen limitaciones de convergencia como en el caso anterior.

Método de Crank-Nicholson

Es una variante de los dos métodos anteriores, en el sentido de que define las derivadas espaciales como la media entre el instante t y el instante $t + \Delta t$.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{n+1}(i) - T^n(i)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T^n(i+1) - T^n(i) + T^{n+1}(i+1) - T^{n+1}(i)}{2 \Delta r}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T^n(i+1) - 2 T^n(i) + T^n(i-1) + T^{n+1}(i+1) - 2 T^{n+1}(i) + T^{n+1}(i-1)}{2 \Delta r^2}$$

La ecuación diferencial se transforma en :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

$$\frac{T^{n+1}(i) - T^n(i)}{\Delta t} = \alpha \left[\frac{2}{r} \frac{T^n(i+1) - T^n(i) + T^{n+1}(i+1) - T^{n+1}(i)}{2 \Delta r} + \frac{T^n(i+1) - 2 T^n(i) + T^n(i-1) + T^{n+1}(i+1) - 2 T^{n+1}(i) + T^{n+1}(i-1)}{2 \Delta r^2} \right]$$

Operando se llega a :

$$T^{n+1}(i) = a(i-1) T^{n+1}(i-1) + a(i) T^n(i) + a(i+1) T^{n+1}(i+1) + b(i-1) T^{n+1}(i-1) + b(i+1) T^{n+1}(i+1)$$

con :

$$a(i-1) = \frac{\alpha \frac{\Delta t}{2}}{\Delta r^2} \frac{\Delta r}{X}$$

$$a(i) = \frac{1 - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} - \frac{\alpha \Delta t}{r \Delta r}}{X}$$

$$a(i+1) = \frac{\frac{\alpha \Delta t}{2} + \frac{\alpha \Delta t}{r \Delta r}}{\Delta r^2} \frac{\Delta r}{X}$$

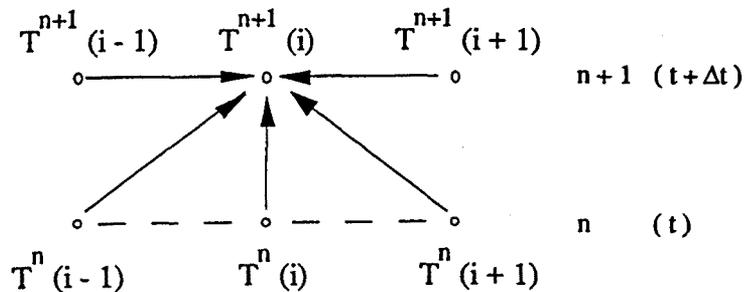
$$b(i-1) = a(i-1)$$

$$b(i+1) = a(i+1)$$

$$X = 1 + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} + \frac{\alpha \Delta t}{r \Delta r}$$

El método de Crank-Nicholson determina el valor de la temperatura de un elemento de control i en un instante $t + \Delta t$, a partir de su temperatura en el instante anterior t y de sus vecinos $(i-1, i+1)$ para t y $t + \Delta t$.

Crank-Nicholson



Este método, al igual que el explícito, presenta un criterio de convergencia derivado de la necesidad que el coeficiente $a(i)$ sea positivo:

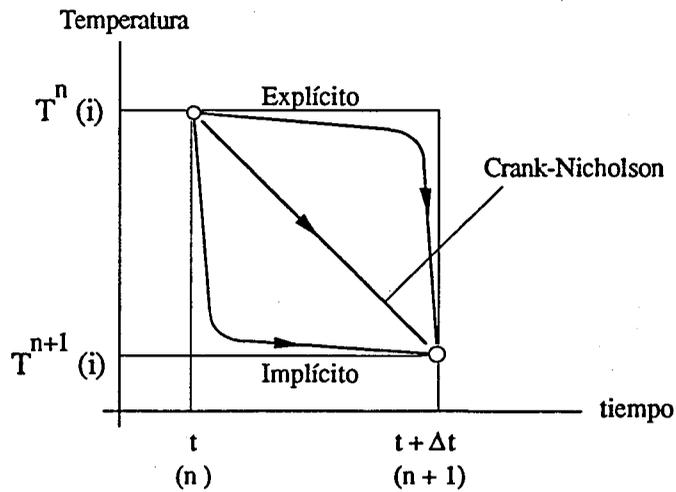
$$a(i) > 0$$

Criterio de convergencia:

$$\Delta t < \frac{r \Delta r^2}{\alpha (r + \Delta r)} \quad (\text{Ec. 2-13})$$

2.4.3.2.- Conclusiones previas. Elección del método implícito.

El principio básico de los tres métodos de discretización de ecuaciones diferenciales, que acaban de exponerse, se resume esquemáticamente en el siguiente gráfico :



Hipótesis para cálculo de derivadas parciales

Método	$(\partial T / \partial r, \partial^2 T / \partial r^2)$
Explícito	$T^n(i)$ es constante para todo el intervalo Δt (Cambio brusco de $T^n(i)$ a $T^{n+1}(i)$ a $t + \Delta t$)
Implícito	$T^{n+1}(i)$ es constante para todo el intervalo Δt (Cambio brusco de $T^n(i)$ a $T^{n+1}(i)$ a t)
Crank-Nicholson	Variación lineal de $T^n(i)$ (instante t) a $T^{n+1}(i)$ (instante $t + \Delta t$)

En nuestro caso, no se considera conveniente elegir un método, como el explícito o el Crank-Nicholson, que imponga restricciones entre Δt y Δr , debido fundamentalmente a :

- a) Diferencia de fenómenos de transmisión de calor entre las distintas secciones de la torre. Dicha situación implica un tratamiento de cálculo diferente para cada una de ellas, en especial la etapa de solidificación.
- b) Elevado número de etapas de cálculo previsible, que puede provocar, caso de utilizar un Δt pequeño, una indeseable acumulación de errores en el resultado final.

Por dichos motivos, se ha decidido elegir el METODO IMPLICITO, como el más adecuado para el tratamiento del proceso de prilling, ya que no presenta problemas de convergencia, ni restricciones en Δt .

Este modelo de cálculo es, por otro lado, el recomendado por Patankar [28] para abordar problemas de transmisión de calor por conducción en régimen transitorio.

Dicho autor presenta además un procedimiento general rápido y elegante de plantear y resolver el sistema de ecuaciones algebraicas lineales, derivadas de la aplicación del método implícito, que es el que se adopta para nuestro caso y se desarrolla en el siguiente apartado.

2.5.- MODELO NUMERICO DE CALCULO DE TORRES DE PRILLING: DESARROLLO DEL ALGORITMO DE CALCULO (PROGRAMA TP1).

2.5.1.- INTRODUCCION

En el apartado 2.4.3. se han presentado una serie de consideraciones previas sobre la solución numérica del proceso de transmisión de calor prill-aire, decidiendo elegir el método implícito para la resolución de ecuaciones diferenciales representativas del fenómeno.

Sin embargo para desarrollar el algoritmo numérico de cálculo de dicho proceso, se va a utilizar la variante del método implícito, sugerido por Patankar [33].

Dicha variante para procesos de transferencia de calor por conducción en régimen transitorio presenta las siguientes características fundamentales :

1- Discretiza el balance diferencial de energía, en lugar de la ecuación diferencial final, deducida del mismo.

Con ello se logra poder tratar cada volumen de control independientemente, pudiendo introducir las hipótesis de cálculo que se deseen.

Esta situación tiene gran importancia a la hora de introducir las condiciones límite que se deberán utilizar.

2- Convierte el balance diferencial de energía en un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, derivadas de la discretización de dicho balance, cuya resolución puede realizarse, de forma rápida y exacta por el algoritmo de Thomas o TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm), el cual es fácilmente programable.

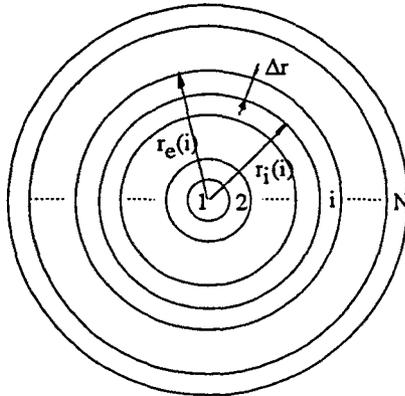
En consecuencia, en el presente apartado se expone el desarrollo de dicho método, según las siguientes etapas:

1- Elaboración del algoritmo numérico de resolución de transferencia de calor en régimen transitorio prill-aire (método implícito de Patankar), el cual permitirá determinar el tiempo de residencia del prill en la torre, siguiendo el modelo físico de torre de prilling, dividida en 3 secciones (apartado 1.3.2)

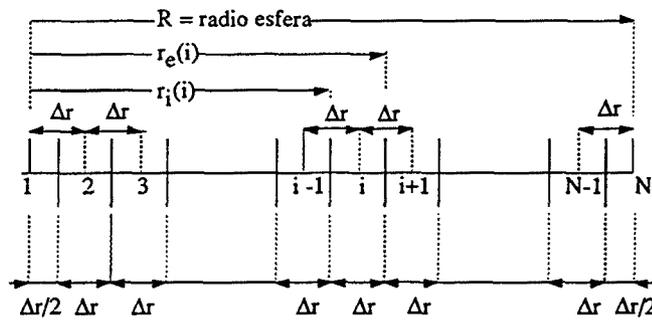
2- Integración del algoritmo numérico desarrollado en un programa general de cálculo de torres de prilling tipo 1 (pulverizador estático), denominado programa TP1, siguiendo la metodología general de cálculo de torres, expuesta en el apartado 1.3.3.

2.5.2.- SECCION DE ENFRIAMIENTO DEL PRILL LIQUIDO.

ESQUEMA DE DISCRETIZACION DE LA ESFERA (PRILL)



Elemento	Radio int. $r_i(i)$	Radio ext. $r_e(i)$	Espesor elemento
1	0	$1/2\Delta r$	$\Delta r/2$
2	$1/2\Delta r$	$3/2\Delta r$	Δr
3	$3/2\Delta r$	$5/2\Delta r$	Δr
⋮	⋮	⋮	⋮
i	$(2i-3)\Delta r/2$	$(2i-1)\Delta r/2$	Δr
⋮	⋮	⋮	⋮
N	$R-\Delta r/2$	$(N-1)\Delta r$	$\Delta r/2$



La sección de enfriamiento del prill líquido se desarrolla entre las siguientes situaciones:

- 1 - Inicio ($t = 0$) : $T^0(i) = T_0$ ($i = 1, N$)
- 2- Final ($t = \sum \Delta t$) : $T(N) = T_s < T_0$

Balace de energía del elemento 1 :

Entrada + Generación = Salida + Acumulación

$$0 + 0 = \lambda_L \frac{T(1) - T(2)}{\Delta r} (4\pi r_e^2(1) \Delta t) + \left(\frac{4}{3}\pi r_e^3(1)\right) \rho c_{pL} (T(1) - T^0(1))$$

operando se llega a:

$$\frac{a(1) T(1) = b(1) T(2) + d(1) T^0(1)}{\text{Forma implícita de } T(1)}$$

con:

$$\begin{aligned} b(1) &= \lambda_L r_e^2(1) \Delta t / \Delta r \\ d(1) &= r_e^3(1) \rho c_{pL} / 3 \\ a(1) &= b(1) + d(1) \end{aligned}$$

Balance de energía del elemento i (= 2, N-1):

Entrada + Generación = Salida + Acumulación

$$\begin{aligned} \frac{T(i-1) - T(i)}{\Delta r} (4\pi r_i^2(i) \Delta t) + 0 = \\ \lambda_L \frac{T(i) - T(i+1)}{\Delta r} (4\pi r_e^2(i) \Delta t) + \frac{4}{3} \pi [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \rho c_{pL} (T(i) - T^0(i)) \end{aligned}$$

operando se llega a:

$$\frac{a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i)}{\text{Forma implícita de } T(i)}$$

con:

$$\begin{aligned} b(i) &= \lambda_L r_e^2(i) \Delta t / \Delta r \\ c(i) &= \lambda_L r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \\ d(i) &= (r_e^3(i) - r_i^3(i)) \rho c_{pL} / 3 \\ a(i) &= b(i) + c(i) + d(i) \end{aligned}$$

Balance de energía del elemento N:

Entrada + Generación = Salida + Acumulación

$$\begin{aligned} \frac{T(N-1) - T(N)}{\Delta r} (4\pi r_i^2(N) \Delta t) + 0 = \\ h 4\pi r_e^2(N) (T(N) - T_{AM}) \Delta t + \frac{4}{3} \pi [r_e^3(N) - r_i^3(N)] \rho c_{pL} (T(N) - T^0(N)) \end{aligned}$$

operando se llega a:

$$\frac{a(N) T(N) = b(N) T_{AM} + c(N) T(N-1) + d(N) T^0(N)}{\text{Forma implícita de } T(N)}$$

con:

$$b(N) = h r_e^2(N) \Delta t$$

$$c(N) = \lambda_L r_i^2(N) \Delta t / \Delta r$$

$$d(N) = (r_e^3(N) - r_i^3(N)) \rho c_{pL} / 3$$

$$a(N) = b(N) + c(N) + d(N)$$

Sistema de ecuaciones lineales algebraicas: Algoritmo TDMA

El resultado de la discretización del balance de energía de cada elemento es un sistema de N ecuaciones con N+1 incógnitas:

Ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 1) \quad a(1) T(1) = b(1) T(2) + \dots + d(1) T^0(1) \\ 2) \quad a(2) T(2) = b(2) T(3) + c(2) T(1) + d(2) T^0(2) \\ \dots \\ \dots \\ i) \quad a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i) \\ \dots \\ \dots \\ N-1) \quad a(N-1) T(N-1) = b(N-1) T(N) + c(N-1) T(N-2) + d(N-1) T^0(N-1) \\ N) \quad a(N) T(N) = b(N) TAM + c(N) T(N-1) + d(N) T^0(N) \end{array}$$

Incógnitas: T(1), T(2), ..., T(i), ..., T(N-1), T(N), TAM

Datos:

- coeficientes:
- a(1), ..., a(N)
- b(1), ..., b(N)
- c(1), ..., c(N)
- d(1), ..., d(N)

- perfil de temperaturas en el instante inicial de cálculo:

$$T^0(1), T^0(2), \dots, T^0(i), \dots, T^0(N-1), T^0(N)$$

Se verá posteriormente (NOTA SOBRE TAM) que, introduciendo una nueva condición límite (balance global de transferencia de calor por convección prill-aire), se elimina TAM como incógnita, obteniendo finalmente un sistema de N ecuaciones y N incógnitas (T(i), i = 1, N).

Dicho sistema de ecuaciones, dispuesto en forma matricial, conduce a una matriz tridiagonal de incógnitas, cuya resolución es por cálculo directo, según el proceso que a continuación se detalla.

Despejando T(1) de la ecuación 1) queda:

$$T(1) = \frac{b(1)}{a(1)} T(2) + \frac{d(1)}{a(1)} T^0(1)$$

$$T(1) = P(1) T(2) + Q(1) \quad \text{Ec. (2-13-B)}$$

con:

$$P(1) = \frac{b(1)}{a(1)}$$

$$Q(1) = \frac{d(1) T^0(1)}{a(1)}$$

Sustituyendo la ecuación (2-13-B) en la ecuación 2) queda:

$$a(2) T(2) = b(2)T(3) + c(2) T(1) + d(2)T^0(2)$$

$$= b(2)T(3) + c(2) [P(1)T(2)+ Q(1)] + d(2)T^0(2)$$

$$T(2) = P(2)T(3) + Q(2)$$

con:

$$P(2) = \frac{b(2)}{a(2) - c(2)P(1)}$$

$$Q(2) = \frac{c(2) Q(1) + d(2) T^0(2)}{a(2) - c(2)P(1)}$$

Operando sucesivamente de esta forma se llega a un nuevo sistema de ecuaciones que se resume en la tabla 2.2-A

1)	$T(1) = P(1)T(2) + Q(1)$	$\begin{cases} P(1) = \frac{b(1)}{a(1)} \\ Q(1) = \frac{d(1)T^0(1)}{a(1)} \end{cases}$
2) ... i) ... N-1)	$T(2) = P(2)T(3) + Q(2)$... $T(i) = P(i)T(i+1) + Q(i)$... $T(N-1) = P(N-1)T(N-1) + Q(N-1)$	$\begin{cases} P(i) = \frac{b(i)}{a(i) - c(i) P(i-1)} \\ Q(i) = \frac{c(i)Q(i-1) + d(i)T^0(i)}{a(i) - c(i)P(i-1)} \end{cases}$
N)	$T(N) = P(N)TAM + Q(N)$	$\begin{cases} P(N) = \frac{b(N)}{a(N) - c(N) P(N-1)} \\ Q(N) = \frac{c(N)Q(N-1) + d(N)T^0(N)}{a(N) - c(N)P(N-1)} \end{cases}$

Tabla 2.2-A: Sistema inicial de ecuaciones diferenciales resultantes de aplicar el método numérico sobre el proceso de enfriamiento del prill líquido (sección 1 de la torre).

En este punto se tiene realmente un nuevo sistema de N ecuaciones y N+1 incógnitas (T(i), i=1,...,N y TAM).

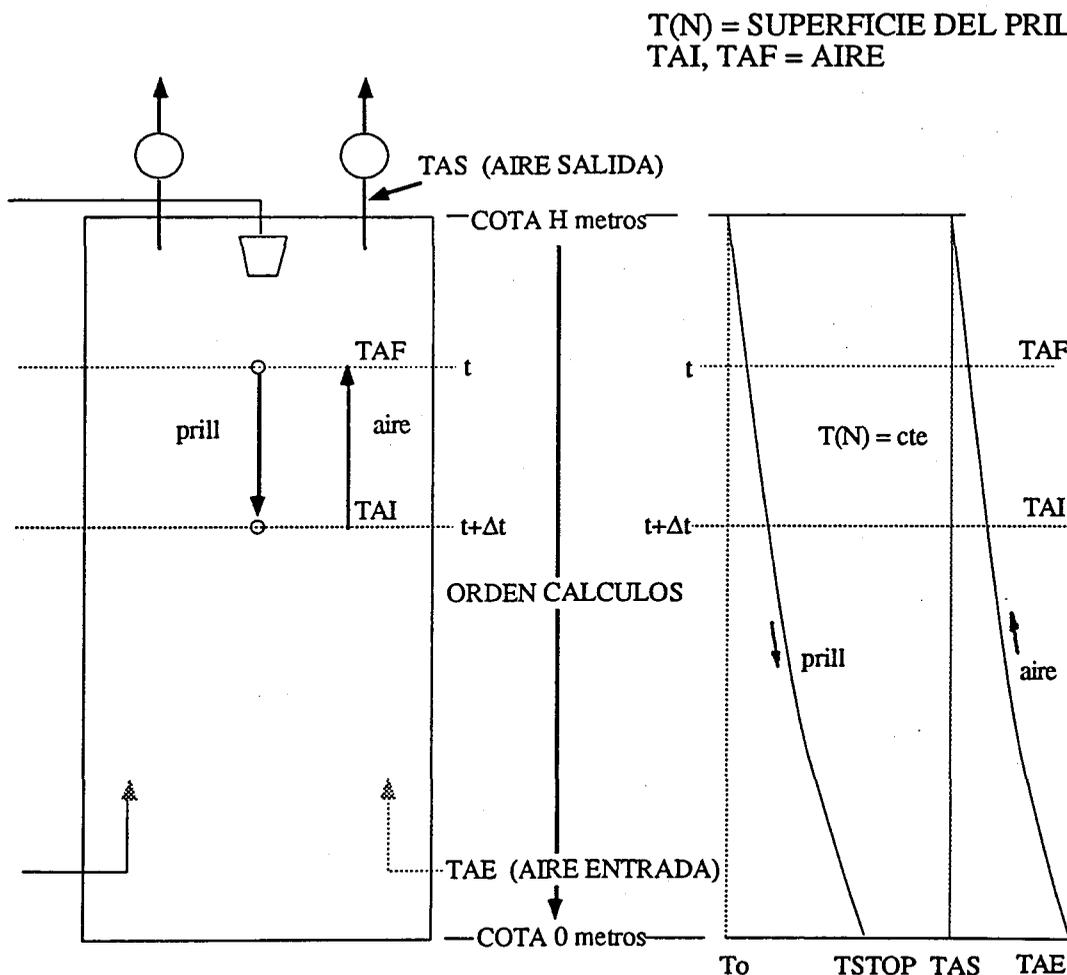
Para eliminar TAM como incógnita se procede como se indica en el subapartado NOTA SOBRE TAM.

Nota sobre TAM : NUEVA CONDICION LIMITE PRILL-AIRE

TAM es el valor medio de la temperatura del aire durante el tiempo de cálculo considerado Δt . Su determinación exige la utilización del balance de energía global por transmisión de calor por convección entre el prill y el aire durante Δt .

ESQUEMA TORRE PRILLING

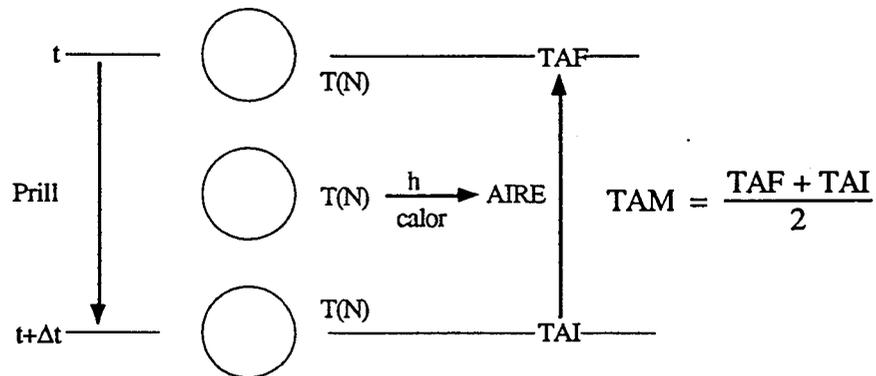
DIAGRAMA DE TEMPERATURAS



ESQUEMA DEL PROCESO SUPUESTO DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION ENTRE EL PRILL Y EL AIRE DURANTE EL INTERVALO DE TIEMPO Δt .

Hipótesis:

- 1) $T(N)$ = temperatura superficial del prill = cte durante Δt .
- 2) $TAF > TAM > TAI$ = evolución de la temperatura del aire.
 TAF = temperatura del aire en el instante t (valor conocido procedente del cálculo anterior entre $t-\Delta t$ y t).
 TAI = temperatura del aire en el instante $t + \Delta t$ (INCOGNITA)
 TAM = temperatura del aire entre el instante t y $t + \Delta t$ (INCOGNITA)



Tal como se indica en el esquema, una torre de prilling es un gran intercambiador de calor a contracorriente, en el que la eliminación de calor del prill se realiza por convección entre la superficie del mismo (elemento N) y el aire.

Durante el intervalo de tiempo Δt , el balance de energía será:

$$h N_p A_p [T(N) - TAM] \Delta t = \frac{\dot{m}_a c_{pa}}{3600} (TAF - TAI) \quad \text{Ec (2-14)}$$

con:

h	= coeficiente de transmisión de calor por convección entre prill y el aire	(kW/m ² ·C)
N_p	= número de prills por segundo que descienden de la torre	(prills/s)
A_p	= área exterior del prill (= $4\pi R^2$)	(m ² /prill)
$T(N)$	= Temperatura exterior del prill (elemento N)	(C)
TAM	= Temperatura media del aire entre t y $t+\Delta t$	(C)
Δt	= intervalo de tiempo de cálculo	(s)
$d/dt(m_a)$	= caudal másico de aire	(kg/s)
c_{pa}	= calor específico del aire	(kJ/kg·C)
TAF	= temperatura del aire en el instante t	(C)
TAI	= temperatura del aire en el instante $t + \Delta t$	(C)

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} TAM &= (TAI + TAF)/2 \\ TAI &= 2 TAM - TAF \end{aligned} \quad \text{Ec (2-15)}$$

Sustituyendo (2-15) en (2-14) y operando se llega a:

$$TAM = \frac{2 X TAF - T(N)}{2X - 1} \quad \text{Ec(2-16)}$$

con:

$$X = \frac{\dot{m}_a c_{pa} / 3600}{h N_p A_p \Delta t}$$

Sustituyendo la ecuación (2-16) obtenida en el subapartado NOTA SOBRE TAM, en la ecuación de la tabla 2-2A, se obtiene:

$$T(N) = P(N) \text{TAM} + Q(N) = P(N) \frac{2X \text{TAF} - T(N)}{2X - 1} + Q(N)$$

$$T(N) = \frac{2X P(N)}{2X - 1 + P(N)} \text{TAF} + \frac{2X - 1}{2X - 1 + P(N)} Q(N)$$

Llamando a $P'(N) = \frac{2X P(N)}{2X - 1 + P(N)}$ y a $Q'(N) = \frac{2X - 1}{2X - 1 + P(N)} Q(N)$ resulta:

$$T(N) = P'(N) \text{TAF} + Q'(N) \quad \text{Ec (2-19)}$$

Finalmente $T(N)$ queda en función de TAF (VALOR CONOCIDO), en lugar de TAM (INCOGNITA).

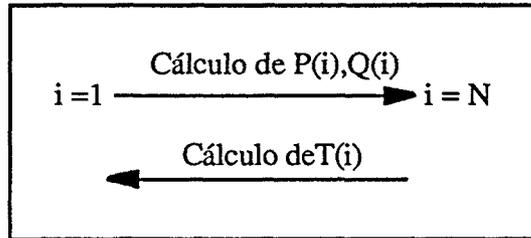
El sistema final de N ecuaciones con N incógnitas se resume en la tabla 2-2B.

1)	$T(1) = P(1)T(2) + Q(1)$	$\left\{ \begin{array}{l} P(1) = \frac{b(1)}{a(1)} \\ Q(1) = \frac{d(1)T^{\circ}(1)}{a(1)} \end{array} \right.$
2)	$T(2) = P(2)T(3) + Q(2)$	$\left\{ \begin{array}{l} P(i) = \frac{b(i)}{a(i) - c(i)P(i-1)} \\ Q(i) = \frac{c(i)Q(i-1) + d(i)T^{\circ}(i)}{a(i) - c(i)P(i-1)} \end{array} \right.$
...	...	
i)	$T(i) = P(i)T(i+1) + Q(i)$	
...	...	
N-1)	$T(N-1) = P(N-1)T(N) + Q(N-1)$	
N)	$T(N) = P'(N)\text{TAF} + Q'(N)$ $X = \frac{\dot{m}_a c_{pA} / 3600}{h N_p A_p \Delta t}$	$\left\{ \begin{array}{l} P'(N) = \frac{2X P(N)}{2X - 1 + P(N)} \\ Q'(N) = \frac{2X - 1}{2X - 1 + P(N)} \\ P(N) = \frac{b(N)}{a(N) - c(N)P(N-1)} \\ Q(N) = \frac{c(N)Q(N-1) + d(N)T^{\circ}(N)}{a(N) - c(N)P(N-1)} \end{array} \right.$

Tabla 2.2-B: Sistema final de ecuaciones lineales resultante de aplicar el método numérico sobre el proceso de enfriamiento del prill líquido (sección 1 de la torre).

Es decir, mediante esta transformación, la matriz de incógnitas ha pasado de ser tridiagonal a bidiagonal, cuya resolución es inmediata según el siguiente proceso:

- 1) Cálculo de coeficientes $P(i)$ y $Q(i)$, según el orden de $i = 1$ a $i = N$, ya que $P(i), Q(i) = f(p(i-1), Q(i-1))$.
- 2) Cálculo de las incógnitas $T(i)$, según el orden de $i = N$ a $i = 1$, ya que $T(i) = f(T(i+1))$.



ALGORITMO TDMA

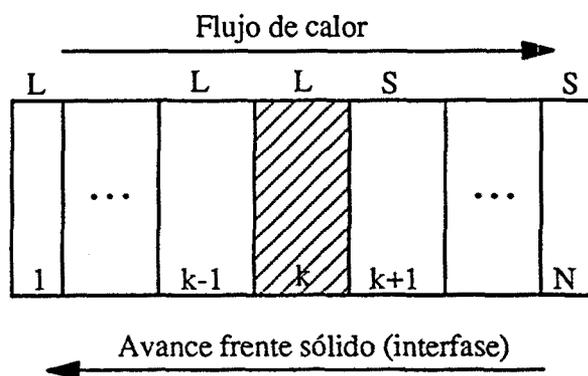
2.5.3.- SECCION DE SOLDIFICACION DEL PRILL.

Esta es la sección de mayor complejidad de cálculo, ya que debe resolverse el proceso de soldificación de una esfera desde el exterior ($i = N$) al interior ($i = 1$), existiendo en todo instante dos fases (líquida y sólida) y una interfase, cuyos balances, aunque distintos, deben tratarse conjuntamente.

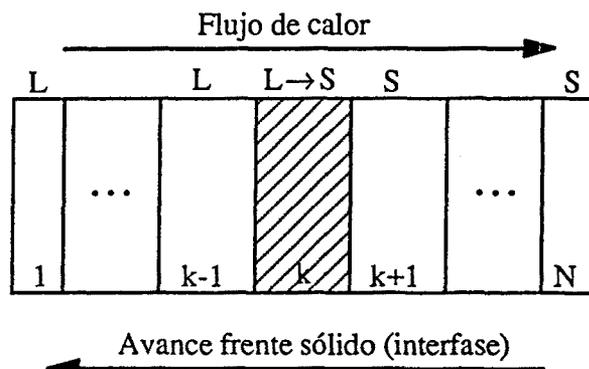
El modelo general de cálculo que va a adoptarse en la presente sección es el siguiente:

- 1) Se mantiene la misma discretización (N) que en la sección de enfriamiento del prill líquido.
- 2) El proceso de cambio de fase se realiza de elemento a elemento (desde $k = N$ a $k = 1$), suponiendo que dicho cambio de fase, para cualquier volumen de control se desarrolla en dos etapas:

ETAPA A: Enfriamiento del elemento k hasta T_s (temperatura de soldificación urea) (k en fase líquida)



ETAPA B: Soldificación del elemento k a $T = T_s = \text{cte}$ (k : líquido \rightarrow sólido)



El tiempo total necesario para la consecución de cada etapa se determina según el siguiente esquema:

ETAPA A : Suma de Δt hasta que $T(k) = T_s$

ETAPA B : Suma de Δt hasta verificación del balance de energía del elemento k:

$$\text{Generación de calor por solidificación} = \sum \Delta t (\text{Salida} - \text{Entrada})$$

3) La sección de solidificación se desarrolla entre las siguientes situaciones:

Inicio : $k = N$ $T^0(N) = T_s$ (todo el prill líquido)

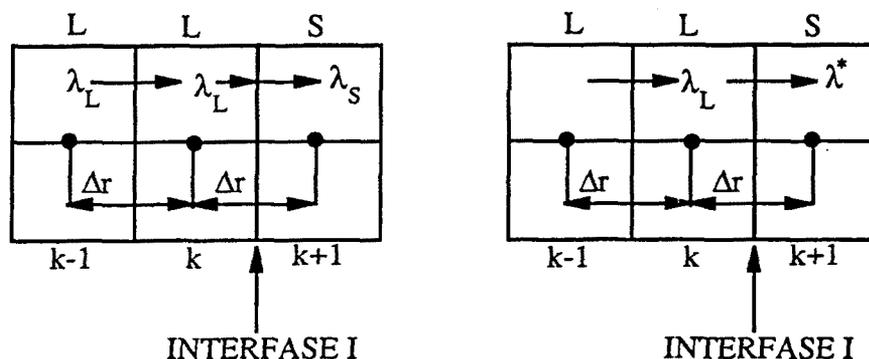
(perfil inicial de temperatura $T^0(i)$, $i = 1, \dots, N$ = perfil final de temperatura de la sección de enfriamiento prill líquido)

Final : $k = 1$ $T(1) = T_s$ (todo el prill sólido)

Nota: Conductividad térmica en la interfase líquido-sólido

Cuando se realiza un balance de energía en el que intervienen dos elementos contiguos en diferentes estados, se plantea el problema del valor a asignar a la conductividad térmica λ para cada etapa.

ETAPA A: Enfriamiento del elemento k



Si se plantea la ecuación de conducción entre k (líquido) y k+1 (sólido), teniendo en cuenta la interfase I, aparecen las siguientes expresiones:

$$q = \frac{T(k) - T_I}{\Delta r/2} \Delta t = \frac{T_I - T(k+1)}{\Delta r/2} \Delta t \quad \text{Ec (2-18)}$$

La ecuación general que debería utilizarse sería de la forma:

$$q = \lambda^* \frac{T(k) - T(k+1)}{\Delta r} \Delta t \quad \text{Ec (2-19)}$$

La determinación de λ^* se obtiene combinando las ecuaciones (2-18) y (2-19):

$$\begin{aligned} \text{De la ecuación (2-18)} \quad T(k) - T_I &= q \Delta r / (2 \Delta t \lambda_L) \\ T_I - T(k+1) &= q \Delta r / (2 \Delta t \lambda_S) \end{aligned}$$

$$T(k) - T(k+1) = q \Delta r / (2 \Delta t) (1/\lambda_L + 1/\lambda_S)$$

$$\text{De la ecuación (2-19)} \quad T(k) - T(k+1) = q \Delta r / \Delta t (1/\lambda^*)$$

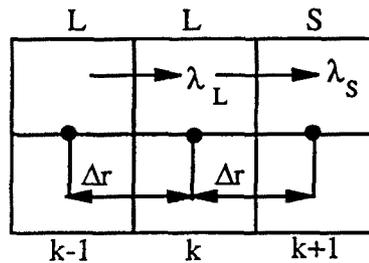
operando se tiene:

$$\boxed{\lambda^* = \frac{2 \lambda_L \lambda_S}{\lambda_L + \lambda_S}}$$

Ec (2-20)

Esta expresión muestra que λ^* es la MEDIA ARMONICA de λ_L y λ_S .

ETAPA B: Soldificación del elemento k



En este caso, no es posible un tratamiento analítico como en el caso anterior ya que:

Instante t : k en fase líquida
Instante $t+\Delta t$: k en fase sólida

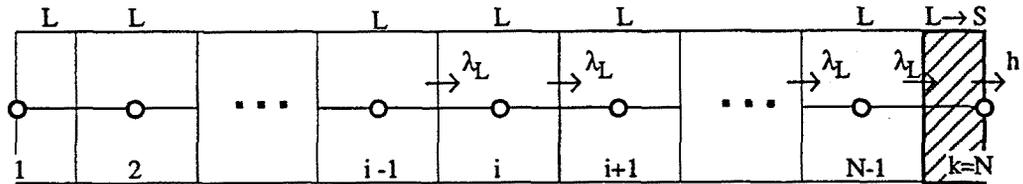
Por ello se adopta la hipótesis de suponer durante Δt que:

$$\begin{aligned} k \text{ es líquido frente a } k-1 &: \lambda_L \\ k \text{ es sólido frente a } k+1 &: \lambda_S \end{aligned}$$

* Enfriamiento del elemento k = N (ETAPA A) :

Esta etapa pertenece a la sección de enfriamiento del prill líquido.

* Soldificación del elemento k + N (ETAPA B) :



$t = 0$	$T^0(N) = T_s$	Elemento k = N líquido
$t = \sum t$	$T(N) = T_s$	Elemento k = N sólido

El balance del elemento k = N durante el cambio de fase L → S será:

$$\text{Entrada} + \text{Generación} = \text{Salida} + \text{Acumulación}$$

$$\lambda_L \frac{T(N-1) - T(N)}{\Delta r} [4\pi r_i^2(N)] \Delta t + \frac{4}{3} \pi [r_e^3(N) - r_i^3(N)] \rho \Lambda = h [4\pi r_e^2(N)] [T(N) - T_{AM}] \Delta t + 0$$

Tal como se ha indicado, el algoritmo de cálculo que va a utilizarse para el elemento N será:

a) Cálculo del factor de generación de calor por soldificación del elemento N:

$$G_o = [r_e^3(N) - r_i^3(N)] \frac{\rho \Lambda}{3}$$

b) Cálculo (para cada incremento de cálculo Δt) de la eliminación de calor G del elemento en cambio de fase (k = N), por intercambio de calor con los elementos contiguos (N-1 y aire) :

$$G = S - E$$

$$S = h r_e^2(N) \Delta t [T(N) - T_{AM}] \quad (\text{aire})$$

$$E = \lambda_L \frac{r_i^2(N) \Delta t}{\Delta r} [T(N-1) - T(N)] \quad (N-1)$$

c) Fin de cálculos cuando:

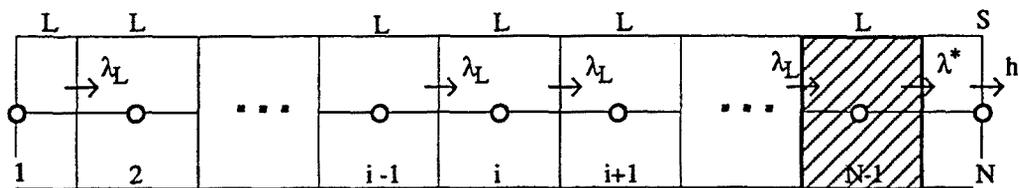
$$G_o = \sum_{\Delta t} G = \sum_{\Delta t} (S - E)$$

El resto de elementos verifican la ecuación general de enfriamiento del prill líquido:

$$i = 1, N-1 \text{ (LIQUIDO)} \quad a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i)$$

$$\begin{aligned} \text{con:} \quad b(i) &= \lambda_L r_e^2(i) \Delta t / \Delta r & i = 2, N-1 & \quad i = 1 [T(i-1) = 0] & \quad \text{idem} \\ c(i) &= \lambda_L r_i^2(i) \Delta t / \Delta r & & & \quad 0 \\ d(i) &= [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \frac{1}{3} \rho c_{pL} & & & \quad \text{idem} \\ a(i) &= b(i) + c(i) + d(i) & & & \quad \text{idem} \end{aligned}$$

* Enfriamiento del elemento k = N-1 (ETAPA A) :



$$\begin{array}{lll} t = 0 & T^0(N-1) = T_s & \text{Elemento } k = N-1 \text{ líquido} \\ t = \sum t & T(N-1) = T_s & \text{Elemento } k = N-1 \text{ sólido} \end{array}$$

k = N-1 (LIQUIDO) : Enfriamiento hasta T_s

Entrada + Generación = Salida + Acumulación

$$\lambda_L \frac{T(N-2) - T(N-1)}{\Delta r} r_i^2(k) \Delta t + 0 = \lambda^* \frac{T(N-1) - T(N)}{\Delta r} r_e^2(k) \Delta t + [r_e^3(k) - r_i^3(k)] \rho c_{pL} \frac{[T(N-1) - T^0(N-1)]}{3}$$

$$a(N-1) T(N-1) = b(N-1) T(N) + c(N-1) T(N-2) + d(N-1) T^0(N-1)$$

$$\begin{aligned} \text{con:} \quad b(N-1) &= \lambda^* r_e^2(k) \Delta t / \Delta r \\ c(N-1) &= \lambda_L r_i^2(k) \Delta t / \Delta r \\ d(N-1) &= [r_e^3(k) - r_i^3(k)] \frac{1}{3} \rho c_{pL} \\ a(N-1) &= b(N-1) + c(N-1) + d(N-1) \end{aligned}$$

i = N (SOLIDO): Enfriamiento parte sólida del prill

Entrada + Generación = Salida + Acumulación

$$\lambda \frac{T(N-1) - T(N)}{\Delta r} r_i^2(N) \Delta t + 0 = h r_e^2(N) [T(N) - T_A] \Delta t + [r_e^3(N) - r_i^3(N)] \rho c_{pS} \frac{T(N) - T^0(N)}{3}$$

$$a(N) T(N) = b(N) T_A + c(N) T(N-1) + d(N) T^0(N)$$

$$b(N) = h r_e^2(N) \Delta t$$

$$c(N) = \lambda r_i^2(N) \Delta t / \Delta r$$

con:

$$d(N) = [r_e^3(N) - r_i^3(N)] \frac{1}{3} \rho c_{pS}$$

$$a(N) = b(N) + c(N) + d(N)$$

i = 1, N-2 (SLIQUIDO): Enfriamiento parte líquida del prill

$$a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i)$$

$$\underline{i = 2, N-2} \quad \underline{i = 1 \quad T(i-1) = 0}$$

$$b(i) = \lambda_L r_e^2(i) \Delta t \quad \text{idem}$$

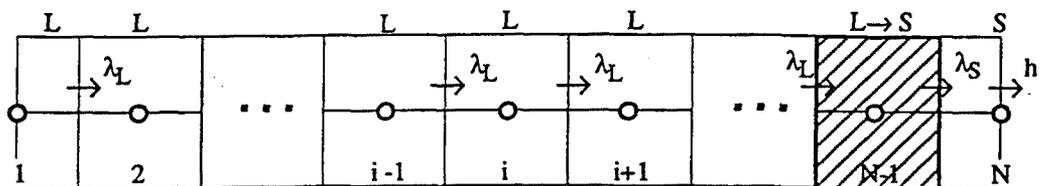
$$c(i) = \lambda_L r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \quad 0$$

con:

$$d(i) = [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \frac{1}{3} \rho c_{pL} \quad \text{idem}$$

$$a(i) = b(i) + c(i) + d(i) \quad \text{idem}$$

* Solidificación elemento k = N-1 (ETAPA B)



$k = N-1$ (L → S) : Entrada + Generación = Salida + Acumulación

$$\lambda_L \frac{T(N-2) - T(N-1)}{\Delta r} r_i^2(k) \Delta t + [r_e^3(k) - r_i^3(k)] \frac{\rho \Lambda}{3} = \lambda_S \frac{T(N-1) - T(N)}{\Delta r} r_e^2(k) \Delta t + 0$$

El algoritmo de cálculo es similar al indicado para $k = N$:

a) El cálculo de:

$$G_o = \frac{r_e^3(k) - r_i^3(k)}{3} \rho \Lambda$$

b) Cálculo para cada Δt de $G = S - E$

con:

$$S = \lambda_S r_e^2(k) \Delta t \frac{T(N-1) - T(N)}{\Delta r}$$

$$E = \lambda_L r_i^2(k) \Delta t \frac{T(N-2) - T(N-1)}{\Delta r}$$

$i = 1, N$ (SOLIDO) : Enfriamiento de la parte sólida del prill

$$a(N) T(N) = b(N) T_A + c(N) T(N-1) + d(N) T^o(N)$$

$$b(N) = h r_e^2(N) \Delta t$$

$$c(N) = \lambda_S r_i^2(N) \Delta t / \Delta r$$

con:

$$d(N) = [r_e^3(N) - r_i^3(N)] \frac{1}{3} \rho c_{pS}$$

$$a(N) = b(N) + c(N) + d(N)$$

$i = 1, N-2$ (LIQUIDO): Enfriamiento parte líquida del prill

$$a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^o(i)$$

$$b(i) = \lambda_S r_e^2(i) \Delta t \quad \begin{array}{l} \text{--- } i = 2, N-2 \\ \text{--- } i = 1 \quad T(i-1) = 0 \end{array} \quad \text{idem}$$

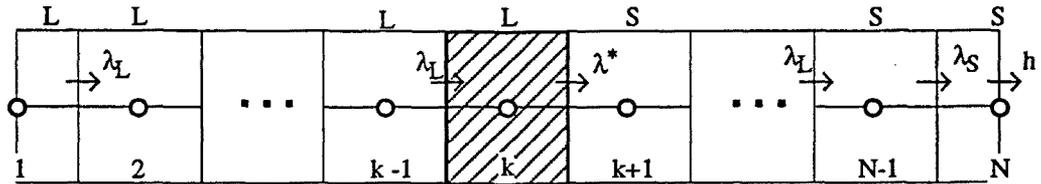
$$c(i) = \lambda_L r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \quad 0$$

con:

$$d(i) = [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \frac{1}{3} \rho c_{pL} \quad \text{idem}$$

$$a(i) = b(i) + c(i) + d(i) \quad \text{idem}$$

* Enfriamiento del elemento $k = N - 2$ a 1 (ETAPA A) :



k (LIQUIDO) : Enfriamiento hasta T_S

$$a(k) T(k) = b(k) T(k+1) + c(k) T(k-1) + d(k) T^0(k)$$

$$\frac{i = N-2 \text{ a } 2}{b(k) = \lambda^* r_e^2(k) \Delta t / \Delta r} \quad \frac{k=1}{T(k-1) = 0} \quad \text{idem}$$

$$c(k) = \lambda_L r_i^2(k) \Delta t / \Delta r \quad 0$$

con:

$$d(k) = [r_e^3(k) - r_i^3(k)] \frac{1}{3} \rho c_{pL} \quad \text{idem}$$

$$a(k) = b(k) + c(k) + d(k) \quad \text{idem}$$

$i = k+1, N$ (SOLIDO) : Enfriamiento parte sólida del prill

$$a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i)$$

$$\frac{i = k+1}{b(i) = \lambda_S r_e^2(i) \Delta t / \Delta r} \quad \frac{i = k+2, N-1}{\text{idem}} \quad \frac{i = N [T(i+1) = T_A]}{h r_e^2(N) \Delta t}$$

$$c(i) = \lambda^* r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \quad \lambda_S r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \quad \text{idem}$$

con:

$$d(i) = [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \frac{1}{3} \rho c_{pS} \quad \text{idem} \quad \text{idem}$$

$$a(i) = b(i) + c(i) + d(i) \quad \text{idem} \quad \text{idem}$$

$i = 1, k+1, (\text{LIQUIDO})$: Enfriamiento parte líquida del prill

$$a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i)$$

$$b(i) = \frac{i = 2, k-1}{\lambda_L r_e^2(i) \Delta t / \Delta r} \quad i = 1 \quad T(i-1) = 0 \quad \text{idem}$$

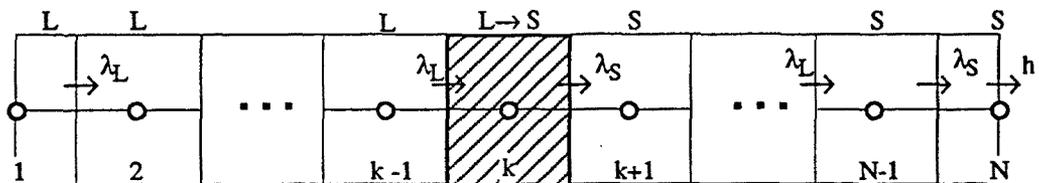
$$c(i) = \lambda_L r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \quad 0$$

con:

$$d(i) = [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \frac{1}{3} \rho c_{pL} \quad \text{idem}$$

$$a(i) = b(i) + c(i) + d(i) \quad \text{idem}$$

* Solidificación elemento $k = N-2$ a 1 (ETAPA B)



$k = N-2$ a 1 ($L \rightarrow S$): Entrada + Generación = Salida + Acumulación

(Entrada = 0 para $k=1$)

$$\lambda_L \frac{T(k-1) - T(k)}{\Delta r} r_i^2(k) \Delta t + [r_e^3(k) - r_i^3(k)] \frac{\rho \Lambda}{3} = \lambda_S \frac{T(k) - T(k+1)}{\Delta r} r_e^2(k) \Delta t + 0$$

El algoritmo de cálculo es similar será:

a) El cálculo de:

$$G_o = \frac{r_e^3(k) - r_i^3(k)}{3} \rho \Lambda$$

b) Cálculo para cada Δt de $G = S - E$

con:

$$S = \lambda_S r_e^2(k) \Delta t \frac{T(k) - T(k+1)}{\Delta r}$$

$$E = \lambda_L r_i^2(k) \Delta t \frac{T(k-1) - T(k)}{\Delta r}$$

c) Fin de cálculos:

$$G_o = \sum_{\Delta t} G = G_o = \sum_{\Delta t} (S - E)$$

$i = k+1, N$ (SOLIDO): Enfriamiento de la parte sólida del prill

$$a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i)$$

$$k = N-2 \text{ a } 1$$

$$i = k+1, N-1 \quad i = N \quad [T(i+1) = TA]$$

$$b(i) = \lambda_S r_e^2(i) \Delta t / \Delta r \quad h r_e^2(N) \Delta t$$

$$c(i) = \lambda_S r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \quad \text{idem}$$

$$d(i) = [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \frac{1}{3} \rho c_{pS} \quad \text{idem}$$

$$a(i) = b(i) + c(i) + d(i) \quad \text{idem}$$

con:

$i = 1, k+1$ (LIQUIDO): Enfriamiento parte líquida del prill

$$a(i) T(i) = b(i) T(i+1) + c(i) T(i-1) + d(i) T^0(i)$$

$$k = N-2 \text{ a } 2$$

$$i = 2, k-1 \quad i = 1 \quad [T(i-1) = 0]$$

$$b(i) = \lambda_L r_e^2(i) \Delta t / \Delta r \quad \text{idem}$$

$$c(i) = \lambda_L r_i^2(i) \Delta t / \Delta r \quad 0$$

$$d(i) = [r_e^3(i) - r_i^3(i)] \frac{1}{3} \rho c_{pL} \quad \text{idem}$$

$$a(i) = b(i) + c(i) + d(i) \quad \text{idem}$$

con:

Sistema de ecuaciones lineales algebraicas : Algoritmo TDMA

El resultado del proceso numérico desarrollado para la sección de solidificación es un conjunto de sistemas de ecuaciones para cada etapa, cuya resolución, según el algoritmo TDMA, se expone a continuación.

ETAPA A : Enfriamiento de $k = N-1$ a 1

El sistema inicial de ecuaciones deducido para el enfriamiento de un elemento general k se resume en la tabla 2-3A.

Elem.	Ecuación	Característica
1	$a(1)T(1) = b(1)T(2) + \dots + d(1)T^0(1)$	FASE
2	$a(2)T(2) = b(2)T(3) + c(2)T(1) + d(2)T^0(2)$	LIQUIDA
...		
$k-1$	$a(k-1)T(k-1) = b(k-1)T(k) + c(k-1)T(k-2) + d(k-1)T^0(k-1)$	
k	$a(k)T(k) = b(k)T(k+1) + c(k)T(k-1) + d(k)T^0(k)$ ←	ENFRIAMIENTO ELEMENTO K
$k+1$	$a(k+1)T(k+1) = b(k+1)T(k+2) + c(k+1)T(k) + d(k+1)T^0(k+1)$	
...		
$N-1$	$a(N-1)T(N-1) = b(N-1)T(N) + c(N-1)T(N-2) + d(N-1)T^0(N-1)$	FASE
N	$a(N)T(N) = b(N)TAM + c(N)T(N-1) + d(N)T^0(N)$	SOLIDA

Tabla 2-3A : Sistema inicial de ecuaciones lineales, resultante de aplicar el método numérico sobre la etapa A del proceso de solidificación del prill. (sección 2 de la torre).

Introduciendo una transformación análoga a la de la sección de enfriamiento del prill líquido se llega al sistema final de ecuaciones, indicado en la tabla 2-3B.

Elem.	Ecuación	Ccoeficiente
1	$T(1) = P(1)T(2) + Q(1)$	$P(1) = b(1)/a(1)$ $Q(1) = d(2)T^0(1)/a(1)$
2	$T(2) = P(2)T(3) + Q(2)$	
...		
$k-1$	$T(k-1) = P(k-1)T(k) + Q(k-1)$	
k	$T(k) = P(k)T(k+1) + Q(k)$	$P(i) = b(i) / [a(i) - c(i) P(i-1)]$
$k+1$	$T(k+1) = P(k+1)T(k+2) + Q(k+1)$	$Q(i) = [c(i) Q(i-1) + d(i)T^0(i)] / [a(i) - c(i) P(i-1)]$
...		
$N-1$	$T(N-1) = P(N-1)T(N) + Q(N-1)$	
		$P'(N) = 2 X P(N) / [2X-1+P(N)]$ $Q'(N) = [(2X-1) Q(N)] / [2X-1+P(N)]$ $P(N) = b(N) / [a(N) - c(N) P(N-1)]$ $Q(N) =$ $[c(N) Q(N) + d(N) T^0(N)] / [a(N) - c(N) P(N-1)]$ $X = \dot{m}_a c_{pa} / 3600 / (h N_p A_p \Delta t)$
N	$T(N) = P'(N)TAF + Q'(N)$	

Tabla 2-3B : Sistema final de ecuaciones lineales, resultante de aplicar el método numérico sobre la etapa A del proceso de solidificación del prill. (Sección 2 de la torre).

Nota (1) : La transformación de la ecuación N desde la forma $T(N) = f(TAM)$ a la forma $T(N) = f(TAF)$ es totalmente análoga a la realizada en la sección de enfriamiento del prill líquido.

La resolución del nuevo sistema de ecuaciones es también similar:

- 1) Cálculo de coeficientes $P(i)$, $Q(i)$ según el orden de $i = 1$ a $i = N$.
- 2) Cálculo de las incógnitas $T(i)$ según el orden de $i = N$ a $i = 1$.

El proceso de cálculo general para cada elemento k es:

<p>1) Inicio proceso cálculo : Fin proceso solidificación elemento $k+1$ $(t = 0) \quad T(k+1) = T_s \quad T(k) > T_s$</p> <p>2) Fin proceso cálculo : Fin proceso enfriamiento elemento k $(t = \sum \Delta t) \quad T(k+1) < T_s \quad T(k) = T_s$</p>
--

ETAPA B: Solidificación elemento $k = N$ a 1

El sistema inicial de ecuaciones deducido para la solidificación de un elemento general k es el siguiente:

Elem.	Ecuación	Característica
1	$a(1)T(1) = b(1)T(2) + d(1)T^0(1)$	FASE LIQUIDA
2	$a(2)T(2) = b(2)T(3) + c(2)T(1) + d(2)T^0(2)$	
...		
$k-1$	$a(k-1)T(k-1) = b(k-1)T(k) + c(k-1)T(k-2) + d(k-1)T^0(k-1)$	← SOLIDIF. ELEMENTO K
k	$G = S - E$	
$k+1$	$a(k+1)T(k+1) = b(k+1)T(k+2) + c(k+1)T(k) + d(k+1)T^0(k+1)$	FASE SOLIDA
...		
$N-1$	$a(N-1)T(N-1) = b(N-1)T(N) + c(N-1)T(N-2) + d(N-1)T^0(N-1)$	
N	$a(N)T(N) = b(N)TAM + c(N)T(N-1) + d(N)T^0(N)$	

Tabla 2-4A : Sistema inicial de ecuaciones lineales resultante de aplicar el método numérico sobre la etapa B del proceso de solidificación del prill. (Sección 2 de la torre).

Introduciendo la transformación ya conocida y teniendo además en cuenta que:

- 1) Para el elemento $k+1$, dado que se conoce $T(k) = 132,7$, los valores de $P(k)$ y $Q(k)$ pueden calcularse como:

$$T(k+1) = \frac{b(k+1)}{a(k+1)} T(k+2) + \frac{c(k+1) T(k) + d(k+1) T^0(k+1)}{a(k+1)}$$

\uparrow
 $P(k+1)$

\uparrow
 $Q(k+1)$

- 2) Para la ecuación N se ha introducido la misma modificación que anteriormente. (de $T(N) = f(TAM)$ a $T(N) = f(TAF)$).

se llega a un conjunto de dos sistemas de ecuaciones.

Elem.	Ecuación	Ccoeficiente
1	$T(1) = P(1)T(2) + Q(1)$	$P(1) = \frac{b(1)}{a(1)} \quad Q(1) = \frac{d(1)T^0(1)}{a(1)}$
2	$T(2) = P(2)T(3) + Q(2)$	$P(i) = \frac{b(i)}{a(i) - c(i)P(i-1)} \quad Q(i) = \frac{c(i)Q(i-1) + d(i)T^0(i)}{a(i) - c(i)P(i-1)}$
...		
k-1	$T(k-1) = P(k-1)T(k) + Q(k-1)$	
k	$G = S - E$	$S = \lambda_s r_e^2(k) \Delta t [T(k) - T(k+1)] / \Delta r$ $E = \lambda_L r_i^2(k) \Delta t [T(k-1) - T(k)] / \Delta r$
k+1	$T(k+1) = P(k+1)T(k+2) + Q(k+1)$	$P(k+1) = \frac{b(k+1)}{a(k+1)}$ $Q(k+1) = \frac{c(k+1)T(k) + d(k+1)T^0(k+1)}{a(k+1)}$
k+2	$T(k+2) = P(k+2)T(k+3) + Q(k+2)$	$P(i), Q(i) = \text{similares a } i = 2, k-1$
...		
N-1	$T(N-1) = P(N-1)T(N) + Q(N-1)$	
N	$T(N) = P'(N)TAF + Q'(N)$	$P'(N) = \frac{2X P(N)}{2X-1+P(N)} \quad Q'(N) = \frac{(2X-1) Q(N)}{2X-1+P(N)}$
		$P(N) = \frac{b(N)}{a(N) - c(N)P(N-1)}$ $Q(N) = \frac{c(N)Q(N) + d(N)T^0(N)}{a(N) - c(N)P(N-1)}$
		$X = \dot{m}_a c_{pa} / 3600 / (h N_p A_p \Delta t)$

Tabla 2.4-B : Sistema final de ecuaciones lineales resultante de aplicar el método numérico sobre la etapa B del proceso de soldificación del prill. (Sección 2 de la torre).

Es decir el sistema final de ecuaciones queda dividido en dos apartados, que se resuelven por este orden:

1) Sistemas de ecuaciones (FASE LIQUIDA) :

- a) Cálculo de $P(i)$, $Q(i)$ (de $i = 1$ a $k-1$)
- b) Cálculo de $T(i)$ (de $i = k-1$ a 1)

2) Sistemas de ecuaciones (FASE SOLIDA) :

- a) Cálculo de $P(i)$, $Q(i)$ (de $i = k+1$ a N)
- b) Cálculo de $T(i)$ (de $i = N$ a $k+1$)

3) Cálculo de : $G = S - E$

4) Verificación de : $G_o = \sum_{\Delta t} G$

La evolución de los coeficientes $b(i)$, $c(i)$ y $d(i)$ a lo largo de todo el proceso de soldificación se incluye en la tabla adjunta.

TABLA 2-5 : SECCION DE SOLDIFICACION DEL PRILL. EVOLUCION DEL VALOR DE LOS COEFICIENTES b(i), c(i) y d(i)

Abreviación adoptada: r_e, r_i en lugar de r_e(i), r_i(i)

E-TA-PA	PROCESO	ELEMENTO 1	ELEMENTO N-2	ELEMENTO N-1	ELEMENTO N
B	SOLDIFICACION K = N	$b(1) = \lambda_L r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(1) = 0$ $d(1) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$			$b(N-2) = \lambda_L r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-2) = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-2) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N-1) = \lambda_L r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-1) = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-1) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$FS = h r_e^2 \Delta t$ $FE = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $G_o = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho \Lambda}{3}$
A	ENFRIAMIENTO K = N-1	$b(1) = \text{idem}$ $c(1) = \text{idem}$ $d(1) = \text{idem}$			$b(N-2) = \lambda_L r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-2) = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-2) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N-1) = \lambda^* r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-1) = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-1) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N) = h^2 r_e \Delta t$ $c(N) = \lambda^* r_i \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N) = (r_e^3 - r_i^3) \rho c_{ps}$
B	SOLDIFICACION K = N-1	$b(1) = \text{idem}$ $c(1) = \text{idem}$ $d(1) = \text{idem}$			$b(N-2) = \lambda_L r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-2) = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-2) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N-1) = \lambda_L r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-1) = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-1) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N) = h^2 r_e \Delta t$ $c(N) = \lambda_S r_i \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N) = (r_e^3 - r_i^3) \rho c_{ps}$
A	ENFRIAMIENTO K = N-2	$b(1) = \text{idem}$ $c(1) = \text{idem}$ $d(1) = \text{idem}$			$b(N-2) = \lambda^* r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-2) = \lambda_L r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-2) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N-1) = \lambda_S r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-1) = \lambda^* r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-1) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N) = h^2 r_e \Delta t$ $c(N) = \lambda_S r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N) = (r_e^3 - r_i^3) \rho c_{ps}$
B	SOLDIFICACION K = N-2	$b(1) = \text{idem}$ $c(1) = \text{idem}$ $d(1) = \text{idem}$			$FS = \lambda_S r_e^2 \frac{2\Delta t}{\Delta r}$ $FE = \lambda_L r_i^2 \frac{2\Delta t}{\Delta r}$ $G_o = (r_e^3 - r_i^3) \frac{\rho \Lambda}{3}$	$b(N-1) = \lambda_S r_e^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $c(N-1) = \lambda_S r_i^2 \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N-1) = [r_e^3 - r_i^3] \frac{\rho c}{3}$	$b(N) = h^2 r_e \Delta t$ $c(N) = \lambda_S r_i \frac{\Delta t}{\Delta r}$ $d(N) = (r_e^3 - r_i^3) \rho c_{ps}$

TABLA 2-6 : SECCION DE SOLDIFICACION DEL PRILL.

EVOLUCION DE COEFICIENTES : GENERALIZACION

→ Evolución del fenómeno →			
ELEMENTO SOLDIFICACION k=i+1	ENFRIAMIENTO k=i	SOLDIFICACION k=i	ENFRIAMIENTO k=i-1
i-1	$b(i-1) = \lambda_L \cdot XB$ $c(i-1) = \lambda_L \cdot XC$ $d(i-1) = c_{pL} \cdot XD$	$b(i-1) = \lambda_L \cdot XB$ $c(i-1) = \lambda_L \cdot XC$ $d(i-1) = c_{pL} \cdot XD$	$b(i-1) = \lambda_L \cdot XB$ $c(i-1) = \lambda_L \cdot XC$ $d(i-1) = c_{pL} \cdot XD$
i	$b(i) = \lambda_L \cdot XB$ $c(i) = \lambda_L \cdot XC$ $d(i) = c_{pL} \cdot XD$	$b(i) = \lambda^* \cdot XB$ $c(i) = \lambda_L \cdot XC$ $d(i) = c_{pL} \cdot XD$	$FS = \lambda_S \cdot XB$ $FE = \lambda_L \cdot XC$ $G_o = c_{pL} \cdot XD$
i+1	$FS = \lambda_S \cdot XB$ $FE = \lambda_L \cdot XC$ $G_o = \Lambda \cdot XD$	$b(i+1) = \lambda_S \cdot XB$ $c(i+1) = \lambda^* \cdot XC$ $d(i+1) = c_{pS} \cdot XD$	$b(i+1) = \lambda_S \cdot XB$ $c(i+1) = \lambda_S \cdot XC$ $d(i+1) = c_{pS} \cdot XD$

NOTACION:

$$XB = r_e^2(i) \frac{\Delta t}{\Delta r} \qquad FS = \frac{S}{T(k+1) - T(k)} = \lambda_S r_e^2(i) \frac{\Delta t}{\Delta r} = \lambda_S XB$$

$$XC = r_i^2(i) \frac{\Delta t}{\Delta r} \qquad FE = \frac{E}{T(k+1) - T(k)} = \lambda_L r_i^2(i) \frac{\Delta t}{\Delta r} = \lambda_L XC$$

$$XD = \rho \frac{r_e^3(i) - r_i^3(i)}{3} \qquad G_o = \rho \Lambda \frac{r_e^3(i) - r_i^3(i)}{3} = \Lambda XD$$

2.5.4.- SECCION DE ENFRIAMIENTO PRILL SOLIDO.

El método numérico aplicado y el sistema de ecuaciones final obtenido es totalmente similar a los de la sección de enfriamiento del prill líquido del apartado 2.5.2, salvo que varían las propiedades físicas:

λ_L	→	λ_S
C_{PL}	→	C_{pS}

Por dicho motivo no se expone todo el desarrollo correspondiente.

El proceso se realiza entre las siguientes situaciones:

- 1) Inicio : Perfil inicial de temperatura ($T(i)$, $i = 1, N$) =
 (t = 0) Perfil final sección solidificación
 $T^o(1) = T_s$, $T^o(i) < T_s$ ($i = 2, N$)

- 2) Final : $T(N) = T_{STOP}$ (Temperatura superficial final del prill fijada)
 (t = $\sum t$)

2.5.5.- ALGORITMO GENERAL DEL PROCESO DE CALCULO DE TORRES DE PRILLING (PROGRAMA TP1).

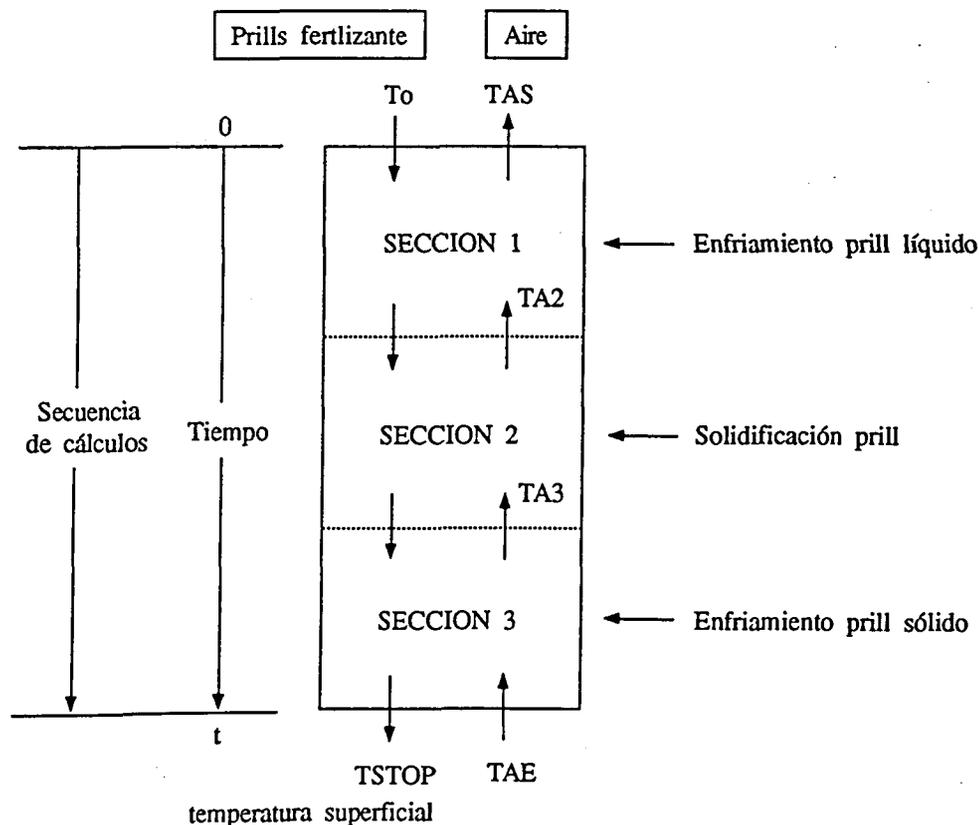
En el presente apartado se resume el algoritmo general de cálculo de la torre de prilling, el cual persigue básicamente :

- 1) Determinar el tiempo de resolución del prill en cada sección.
- 2) Determinar la altura de la torre.

Para desarrollar dicho algoritmo se ha seguido es siguiente proceso :

- 1) Acoplar los 3 algoritmos desarrollados para cada sección de la torre (apartado 2.5.2 a 2.5.4), en un algoritmo conjunto, que permitirá determinar el tipo de resolución del prill en cada sección de la torre.
- 2) Integrar dicho algoritmo conjunto en un programa de cálculo (Programa TP1) que permitirá determinar la altura de cada sección de la torre y la altura total de la torre.

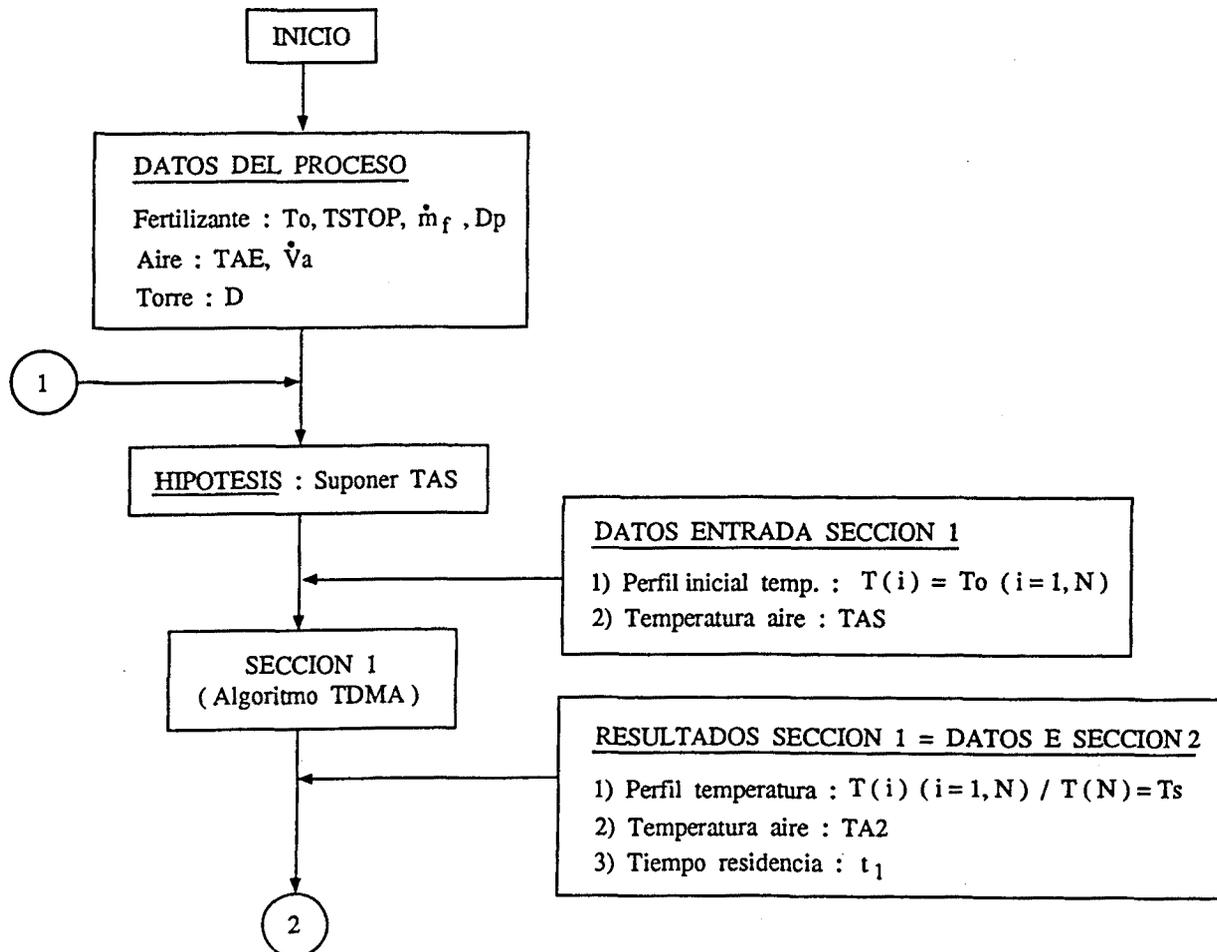
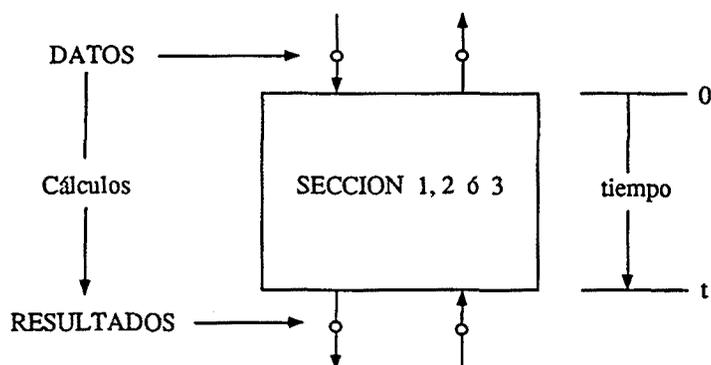
ESQUEMA TORRE PRILLING

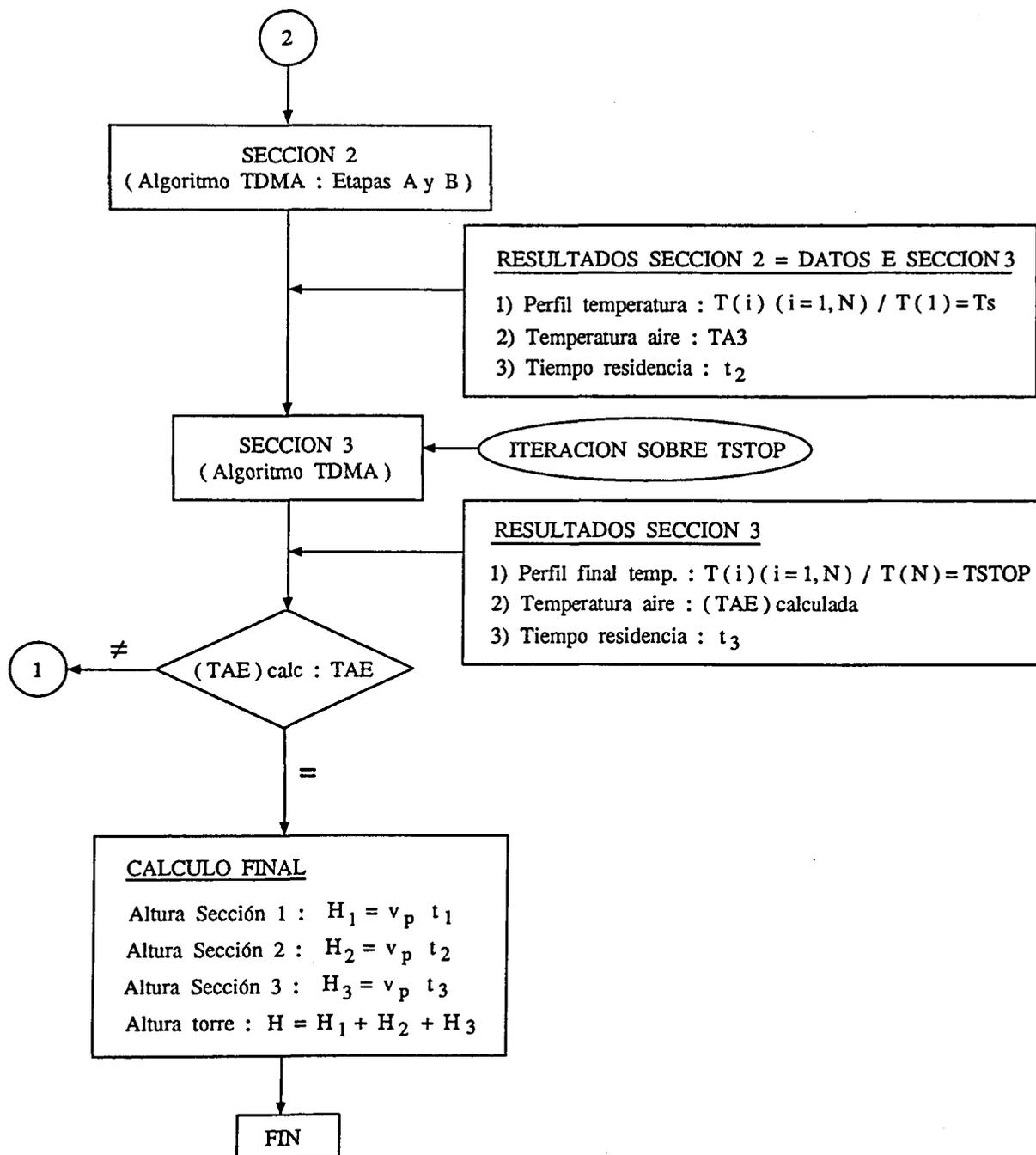


ORGANIGRAMA GENERAL DEL PROCESO DE CALCULO

Básicamente se persigue la determinación de :

- 1) Perfil de temperatura del prill a la salida de cada sección.
- 2) Temperatura del aire a la entrada de cada sección
- 3) Tiempo de residencia del prill en cada sección : t_1, t_2 y t_3





2.6.- MODELO NUMERICO DE CALCULO DE TORRES DE PRILLING : PUESTA A PUNTO DEL ALGORITMO DE CALCULO (PROGRAMA TP1)

2.6.1.- INTRODUCCION

En el apartado anterior (2.5), se ha descrito el proceso de elaboración del algoritmo o modelo numérico general de cálculo de torres de prilling tipo 1 (programa de cálculo por ordenador TP1), siguiendo el modelo físico de torre, dividida en 3 secciones.

En el presente apartado se realiza la puesta a punto de dicho algoritmo, proceso en el que se persigue verificar su correcto funcionamiento y su nivel de exactitud.

Para ello es preciso determinar, básicamente, el valor óptimo de las variables numéricas de cálculo ($N, \Delta t$) que permitan :

- 1) Realizar el correcto ensamblamiento o encadenamiento de algoritmos de cada sección (resultados de cálculo de una sección = datos de entrada de la sección siguiente).
- 2) Obtener resultados de cálculo con un nivel de convergencia (respecto al mismo modelo numérico) y exactitud (respecto a resultados de referencia) aceptables.

Para conseguir estos objetivos, lo más conveniente es realizar una contrastación analítica o experimental del modelo numérico.

Sin embargo esto no es posible, de forma estricta, ya que :

- 1) No existe solución analítica conocida para el fenómeno de transmisión de calor en régimen transitorio prill-aire, tal como se ha comentado previamente en los apartados 2.4.1 y 2.4.2.
- 2) No se dispone de datos experimentales de torres de prilling tipo 1 (pulverizador estático), ya que los datos disponibles (apartado 1.4) corresponden a una torre de prilling tipo 2 (pulverizador rotativo).

Ante esta problemática, se ha decidido realizar una puesta a punto del algoritmo desarrollado, por etapas, cuyo enfoque o estrategia de cálculo se resume a continuación.

Punto 1 : Sección 1 de la torre de prilling.

En el proceso de prilling se presentan básicamente 2 tipos de fenómenos de transmisión de calor en régimen transitorio :

- 1) Enfriamiento de una esfera (sólida o líquida) en un fluido.
- 2) Solidificación de una esfera en un fluido.

La única solución analítica conocida corresponde al primer fenómeno y fué obtenida por Gröber [27], con las siguientes hipótesis de cálculo :

- a) Esfera sólida o líquida sin cambio de fase
- b) Temperatura uniforme de la esfera en el instante inicial.
- c) Temperatura del fluido que rodea a la esfera : uniforme y constante a lo largo del proceso.
- d) Propiedades termofísicas de la esfera y el fluido constantes durante el proceso.

Dichas hipótesis limitan el campo de aplicación de la solución analítica a la sección de enfriamiento del prill líquido, en la situación restringida de considerar la temperatura del aire constante a lo largo de toda la sección.

Dicha situación, por otro lado, es muy similar a la existente en torres de prilling, tal como se podrá constatar posteriormente (la temperatura del aire varía muy poco, desde la entrada a la salida de la sección 1).

En definitiva, la contrastación analítica restringida de la sección 1 permitirá obtener una primera información importante sobre la fiabilidad del algoritmo de dicha sección y sobre sus valores numéricos óptimos de cálculo ($N, \Delta t_L$).

Punto 2 : Sección 3 de la torre de prilling.

La contrastación analítica de la sección 3 no es posible realizarla directamente, de forma similar a la sección 1, debido a dos motivos básicos :

- a) El perfil inicial de temperatura del prill (proveniente de la sección 2) no será uniforme.
- b) La variación de temperatura del fluido (aire) será significativa, por lo que no será aceptable suponer que dicha temperatura será constante durante toda la sección.

A pesar de esta problemática, puede aceptarse implícitamente que si el algoritmo numérico de cálculo funciona en la sección 1 (contrastación analítica restringida), debe esperarse que también sea válido para la sección 3.

Esta suposición es lógica si se piensa que los algoritmos numéricos de la sección 1 y sección 3 son totalmente similares, variando simplemente el valor de las propiedades termofísicas (calor específico, conductividad térmica).

Punto 3 : Sección 2 de la torre de prilling.

Como consecuencia de todo lo expuesto en los puntos precedentes, si se logra ensamblar los algoritmos de cálculo de las 3 secciones de la torre y determinar, mediante un análisis de convergencia, los valores óptimos de las variables numéricas de dichas secciones ($N, \Delta t$), podrá realizarse una contrastación experimental de los resultados globales del modelo.

Si existe una discrepancia notable entre los resultados numéricos y los datos experimentales, puede deducirse que, en principio, el algoritmo de cálculo que no funciona es el correspondiente a la sección 2, que, por otro lado, es el más complejo e importante.

Punto 4 : Contratación experimental aproximada.

A pesar de que el modelo de cálculo desarrollado hasta el momento (torres de prilling tipo 1: pulverizador estático), no corresponde al tipo de torre experimental de referencia (torre de prilling tipo 2 : pulverizador rotativo), se ha decidido utilizar estos datos experimentales para realizar la contrastación.

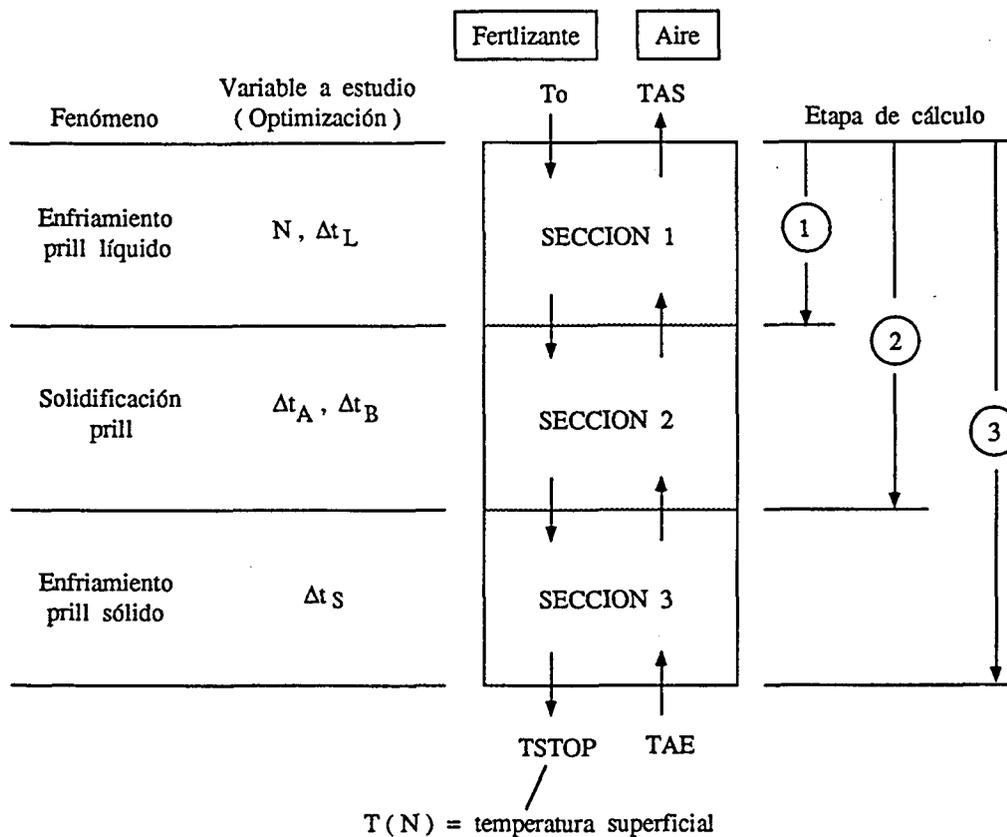
Esta decisión permitirá cubrir un doble objetivo :

- a) Realizar una primera verificación del nivel de exactitud del modelo, del cual caben esperar resultados del mismo orden de magnitud, aunque por exceso (altura de cálculo superior a altura experimental de la torre).
- b) Disponer de un primer algoritmo de cálculo (programa TP1), que servirá de base para el desarrollo posterior del modelo de cálculo de torres de tipo 2 (programa TP2), presumiblemente más sofisticado y complejo.

Como conclusión al enfoque o estrategia indicada para la puesta a punto del algoritmo de cálculo, éste se ha realizado siguiendo las etapas que se resumen en el cuadro y esquema adjuntos.

Proceso de puesta a punto del algoritmo de cálculo (Programa TP1)

Etapa de cálculo	Sección de torre a estudio	Objetivo	Variable numérica de partida	Variable numérica a optimizar
1	SECCION 1	<ul style="list-style-type: none"> * Contrastación analítica restringida del algoritmo numérico de la Sección 1. * Estudio de convergencia de los resultados del algoritmo. 	—	N, Δt_L
2	SECCION 1 + SECCION 2	<ul style="list-style-type: none"> * Ensamblamiento de los dos algoritmos de cálculo. * Estudio de convergencia de los resultados del algoritmo conjunto. 	N, Δt_L	$\Delta t_A, \Delta t_B$
3	SECCION 1 + SECCION 2 + SECCION 3	<ul style="list-style-type: none"> * Ensamblamiento de los tres algoritmos de cálculo. * Estudio de convergencia de los resultados del algoritmo conjunto. * Contrastación experimental aproximada. 	N, Δt_L $\Delta t_A, \Delta t_B$	Δt_S



Notación :

N = Grado discretización del prill (N° elementos o volúmenes de control)

Δt_L = Incremento de tiempo de cálculo Sección 1

Δt_A = Incremento de tiempo de cálculo Sección 2 (Etapa A)

Δt_B = Incremento de tiempo de cálculo Sección 2 (Etapa B)

Δt_S = Incremento de tiempo de cálculo Sección 3

El Programa TP1 ha sido confeccionado, de forma que pueda operar según 3 opciones :

Opción	Sección de cálculo de la torre	Etapa de cálculo
1	1	1
2	1 + 2	2
3	1 + 2 + 3	3

2.6.2.- ETAPA 1 : SECCION ENFRIAMIENTO DEL PRILL LIQUIDO. CONTRASTACION ANALITICA.

2.6.2.1.- SOLUCION ANALITICA RESTRINGIDA DE GRÖBER (PROGRAMA GRÖBER).

Objetivo

Cálculo analítico de la sección de enfriamiento del prill líquido, bajo unas condiciones de operación determinadas (restringidas).

Fenómeno

Transmisión de calor en régimen transitorio entre una esfera de radio R (prill líquido) y un fluido (aire) a temperatura constante (T_g).

Hipótesis del fenómeno

- a) Esfera (prill líquido) sin cambio de fase.
- b) Temperatura uniforme de la esfera en el instante inicial.
- c) Temperatura del fluido (aire) que rodea a la esfera : uniforme y constante durante todo el proceso.
- d) Propiedades termofísicas de la esfera y el fluido constantes durante el proceso.

Datos del fenómeno.

Similares a la torre de prilling de urea de referencia (apartado 1.4).

- * D_p = Diámetro de prill = 1,5 mm.
- * T_o = Temperatura inicial uniforme del prill líquido = 138 C
- * T_{STOP} = Temperatura superficial final del prill = 132,7 C (inicio solidificación externa)
- * T_g = Temperatura aire (constante para todo el proceso) = 45 C
- * h = Coeficiente transmisión de calor por convección de prill - aire = 240 kcal / h m² C
(valor medio constante durante todo el proceso, correspondiente a una velocidad de descenso del prill respecto al aire constante de 7 m / s (= velocidad límite de caída, cf. apartado 2.3).

Variables a determinar por el cálculo

- 1) Tiempo de residencia necesario para obtener la temperatura superficial final del prill fijada (T_{STOP}).
- 2) Perfil de temperatura final del prill : $T = f (r)$.

Solución analítica del fenómeno : Ecuación de Gröber [32].

Evolución de la temperatura de la esfera (T) en un punto interior determinado ($0 < r < R$), en función del tiempo t : $T = f(r, t)$

Ec. 2 - 21

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[2 \frac{\text{sen}(v(k)) - v(k) \cos(v(k))}{v(k) - \text{sen}(v(k)) \cos(v(k))} \exp \left[-v(k)^2 \alpha t / R^2 \right] \frac{\text{sen}(v(k)) r / R}{v(k) r / R} \right]$$

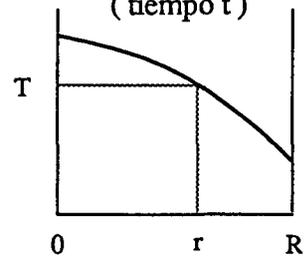
Especificaciones de la ecuación :

1) $\delta = T - T_g$ (tiempo t)

T = temperatura esfera en un punto interior (r)

T_g = temperatura fluido (aire)

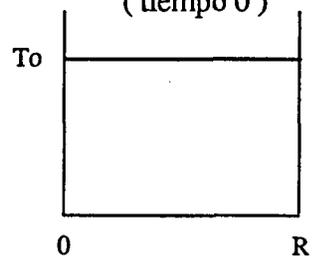
Perfil temperatura esfera
(tiempo t)



$\delta_0 = T_0 - T_g$ (tiempo 0)

T_0 = temperatura inicial esfera en un punto interior (r)

Perfil temperatura esfera
(tiempo 0)



2) $v(k)$ ($k = 1, \infty$) : Conjunto infinito de soluciones de la ecuación

$$\underline{v \cos(v) = (1 - hR / \lambda) \text{sen}(v)} \quad (\text{Ec. 2-22})$$

h : coeficiente de transmisión de calor por convección entre la esfera y el fluido.

R : radio de la esfera.

λ : conductividad térmica de la esfera.

3) Las soluciones $v(k)$ de la ecuación 2-22 deben hallarse de forma iterativa, ya que dicha ecuación es trascendente.

$v \cos(v) = (1 - hR / \lambda) \text{sen}(v)$



$$\begin{aligned} \text{tg}(v) &= v / z \\ z &= 1 - hR / \lambda \end{aligned}$$

(Ec. 2-23)

Es decir, se busca el valor de v que anula la función y :

$$y = v/z - \operatorname{tg}(v)$$

El valor y signo de z tiene especial importancia a la hora de determinar dichas soluciones.

En nuestro caso :

$$h = 240 \text{ kcal/h m}^2 \text{ C (cf. apartado 2.3)}$$

$$R = 0,75 \text{ mm. (diámetro prill = 1,5 mm.)}$$

$$\lambda = 0,33 \text{ kcal/h m C (urea líquida, capítulo 7)}$$

$$c_p = 0,76 \text{ kcal/kg C (idem)}$$

$$\rho = 1330 \text{ kg/m}^3 \text{ (cf. hipótesis cálculo / apartado 1.3.2)}$$

$$\alpha = \lambda / \rho c_p = 9,069 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{sec}$$

$$z = 1 - hR / \lambda = 1 - 240 \times 0,75 \cdot 10^{-3} / 0,33 = 0,455$$

La representación gráfica de las funciones $\operatorname{tg}(v)$ y v/z , que se adjunta (figura 2-1), ofrece una mayor claridad sobre las distintas soluciones v de la ecuación 2-23 :

$0 < v(1) < \pi/2$ $\pi < v(2) < 3\pi/2$ $2\pi < v(3) < 5\pi/2$ \vdots $(i-1)\pi < v(i) < (2i-1)\pi/2$
--

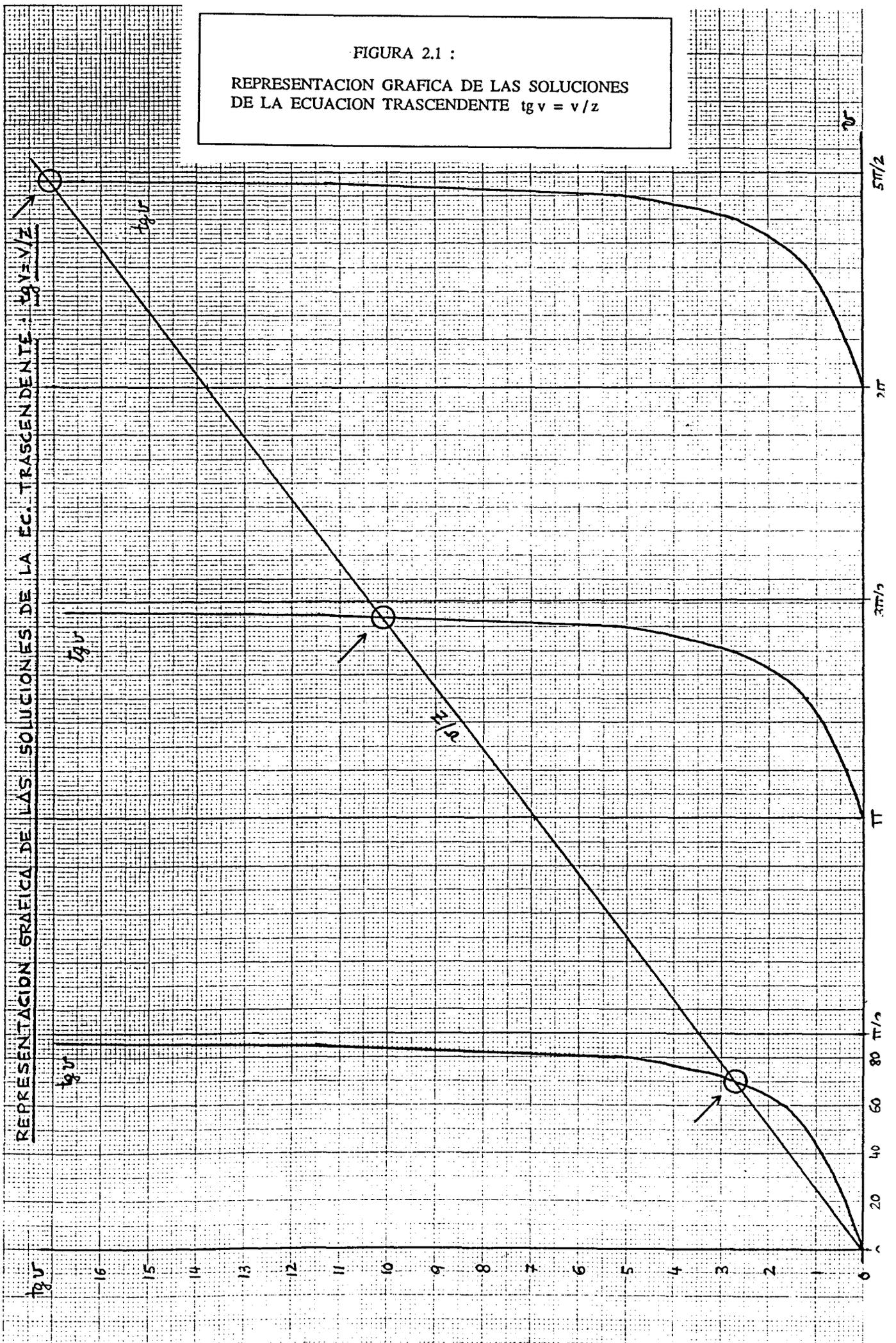
Metodología general de cálculo.

La solución analítica del fenómeno a estudio (Ec. 2-21) debe determinarse, a través de un programa de cálculo por ordenador (programa GRÖBER), debido a la naturaleza iterativa de dicha ecuación, según las siguientes etapas :

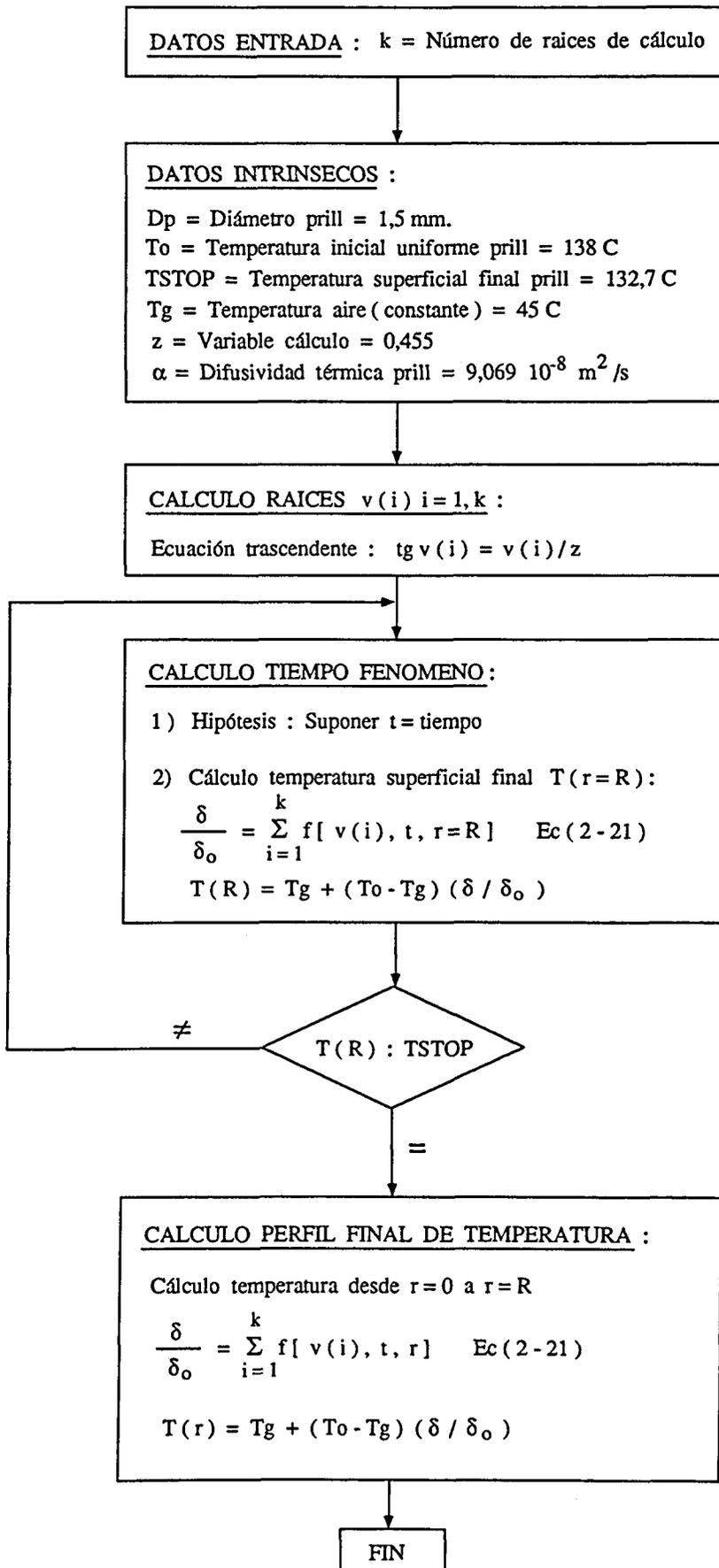
- 1) Cálculo del número mínimo de sumandos de la serie infinitiva de la ecuación (2-21), para la obtención de resultados con precisión y convergencia aceptables.
Cada sumando de la serie presupone determinar iterativamente una raíz $v(k)$ de la ecuación trascendente : $\operatorname{tg} v = v/z$.
- 2) Cálculo del tiempo necesario t para que se produzca el fenómeno. Dicha etapa es también iterativa.
- 3) Cálculo de perfil final de la temperatura del prill.

El diagrama general de bloques correspondiente a dichas etapas de cálculo se resume a continuación.

FIGURA 2.1 :
 REPRESENTACION GRAFICA DE LAS SOLUCIONES
 DE LA ECUACION TRASCENDENTE $\operatorname{tg} v = v/z$



ORGANIGRAMA DE CALCULO DE LA SOLUCION ANALITICA DE GRÖBER



La secuencia de operaciones se repite para diferentes valores de k hasta obtener una convergencia y precisión aceptables en :

- 1) Tiempo del fenómeno
- 2) Perfil final de temperatura de la esfera (prill)

Resumen de resultados

Los resultados de cálculo de la sección de enfriamiento del prill líquido, bajo condiciones de operación restringidas, utilizando el método analítico de Gröber, se resumen en la Tabla 2-7 adjunta.

Tabla 2-7 : Resultados de la solución analítica restringida de Gröber (Sección Enfriamiento Prill Líquido)

Nº Raíces cálculo (k)	Tiempo fenómeno t (s)	Precisión de cálculo del perfil de temp. final : T(i), i=1,N
5	0,048706	No aceptable. Discontinuidad de valores
7	0,049465	No aceptable. Discontinuidad de valores
10	0,049515	No aceptable. Discontinuidad de valores
→ <u>15</u>	<u>0,049517</u>	<u>Aceptable</u>
20	0,049517	Aceptable

En consecuencia la solución aceptada es :

$$k = \text{Número mínimo sumandos} = 15$$

$$t = \text{Tiempo del fenómeno} = 0,0495 \text{ s}$$

2.6.2.2.- SOLUCION NUMERICA RESTRINGIDA (PROGRAM NUM).

Objetivo

Cálculo numérico de la sección de enfriamiento del prill líquido, bajo unas condiciones de operación determinadas (restringidas).

Fenómeno

Transmisión de calor en régimen transitorio entre una esfera de radio R (prill líquido) y un fluido (aire) a temperatura constante (T_g).

Hipótesis del fenómeno

Similares a las indicadas en el apartado 2.6.2.1.

Datos del fenómeno

Similares a los indicados en el apartado 2.6.2.1.

Variables a determinar por cálculo

- 1) Tiempo de resolución necesario para obtener la temperatura superficial final del prill fijada (TSTOP).
- 2) Perfil de temperatura final del prill : $T = f (r)$.

Solución numérica del fenómeno

Método numérico desarrollado en el apartado 2.5.2 (sección de enfriamiento del prill líquido).

El algoritmo numérico de cálculo es totalmente similar al desarrollado, salvo que aquí la temperatura del aire se considera constante durante todo el proceso.

Metodología general del cálculo

La solución numérica del fenómeno a estudio debe determinarse a través de un programa de cálculo por ordenador (programa PATAN), según el organigrama general de cálculo adjunto.

Esta secuencia de cálculos se repite para diferentes combinaciones de valores N y Δt , con la finalidad de poder analizar la convergencia de los resultados, obtenidos por el método numérico de cálculo, hacia el resultado teóricamente exacto, obtenido por el método analítico de Gröber.

En concreto interesa analizar :

- 1) Tiempo del fenómeno,
- 2) Perfil final de temperatura.

ORGANIGRAMA DE CALCULO DE LA SOLUCION NUMERICA RESTRINGIDA

DATOS ENTRADA :

N = Número de puntos
 Δt = Incremento tiempo cálculo

DATOS INTRINSECOS :

D_p = Diámetro prill = 1,5 mm.
 T_o = Temperatura inicial uniforme prill = 138 C
 T_{STOP} = Temperatura superficial final prill = 132,7 C
 T_g = Temperatura aire (constante) = 45 C

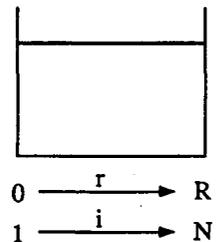
CALCULO DE Δr (= espesor volumen control)

$R = D_p / 2$
 $\Delta r = R / (N - 1)$

INICIALIZACION RESULTADOS

- 1) Perfil inicial temperatura : $T(i) = T_o$ ($i = 1, N$)
- 2) Inicialización tiempo : $t = 0$

$T_o = 138$



METODO NUMERICO PATANKAR : ALGORITMO TDMA

- 1) Tiempo acumulado : $t = t + \Delta t$
- 2) Cálculo coeficientes :
 $b(i), c(i), d(i), a(i) = f(\Delta r, \Delta t, i)$ ($i = 1, N$)
- 3) Cálculo coeficientes :
 $P(i), Q(i) = f[a(i), b(i), c(i), d(i), T(i)]$ ($i = 1, N$)
- 4) Cálculo perfil temperatura :
 $T(N) = P'(N) * T_f + Q'(N)$
 $T(i) = P(i) * T(i+1) + Q(i)$ ($i = N-1$ a 1)

\neq

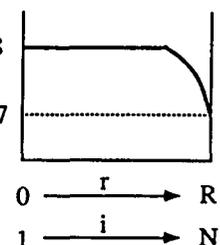
$T(N) : T_{STOP}$

$=$

$T(N) = 132,7$

FIN

$T_o = 138$



Resumen de resultados

El conjunto de valores calculados para el tiempo del fenómeno se presenta esquematizado en la Tabla 2.8.

<u>TABLA 2.8 : RESULTADOS DEL METODO NUMERICO (SECCION ENFRIAMIENTO PRILL LIQUIDO)</u>						
Evolución del tiempo del fenómeno : $t(s) = f(\Delta t, N)$						
Δt : Incremento de tiempo de cálculo.						
N : Número de volúmenes de control del prill.						
Δt (s)	N=10	N=20	N=50	N=100	N=200	Nº aprox. pasos de cálculo
0,0100	0,06089	0,05358	0,05204	0,05184	0,05179	5
0,0050	0,05959	0,05247	0,05097	0,05078	0,05074	10
0,0020	0,05876	0,05177	0,05030	0,05011	0,05007	25
0,0010	0,05848	0,05153	0,05007	<u>0,04989</u>	<u>0,04984</u>	50
0,0005	0,05834	0,05141	<u>0,04996</u>	<u>0,04977</u>	<u>0,04972</u>	100
0,0002	0,05826	0,05134	<u>0,04989</u>	<u>0,04970</u>	<u>0,04965</u>	250
0,0001	0,05823	0,05130	<u>0,04987</u>	<u>0,04968</u>	<u>0,04963</u>	500

Si se considera al tiempo calculado por el método analítico de Gröber ($t = 0,0495 \text{ sec}$), como el de tiempo de referencia exacto del fenómeno, puede deducirse que los resultados obtenidos por el método numérico se aproximan gradualmente a la solución exacta al aumentar N y disminuir Δt .

Esta evolución se presenta en el gráfico de la fig 2-2 adjunta, y debe considerarse como lógica y esperada.

Si se exige a la solución numérica una desviación máxima del 1 % respecto de la solución analítica, el margen de valores aceptables obtenidos por el método numérico será :

$$t_N = \text{Tiempo fenómeno obtenido según método numérico (s)}$$

$$t_A = \text{Tiempo fenómeno obtenido según método analítico (s)}$$

$$\left| \frac{t_N - t_A}{t_A} \right| < 0,01$$

$$|t_N - t_A| < 0,01 \times 0,0495 \approx 0,0005 \text{ s}$$

$$0,0490 \text{ sec} < t_N < 0,0500 \text{ s} <-----$$

Dicho margen se indica, tanto en el gráfico de evolución (area sombreada), como en la tabla de resultados (valores subrayados).

Las conclusiones previas a las que se llegan son :

- 1) La solución más interesante es la que presenta N mínimo y Δt máximo, a efectos de minimizar : el número de cálculos, el tiempo de ejecución del programa y el riesgo de aparición de errores de redondeo.

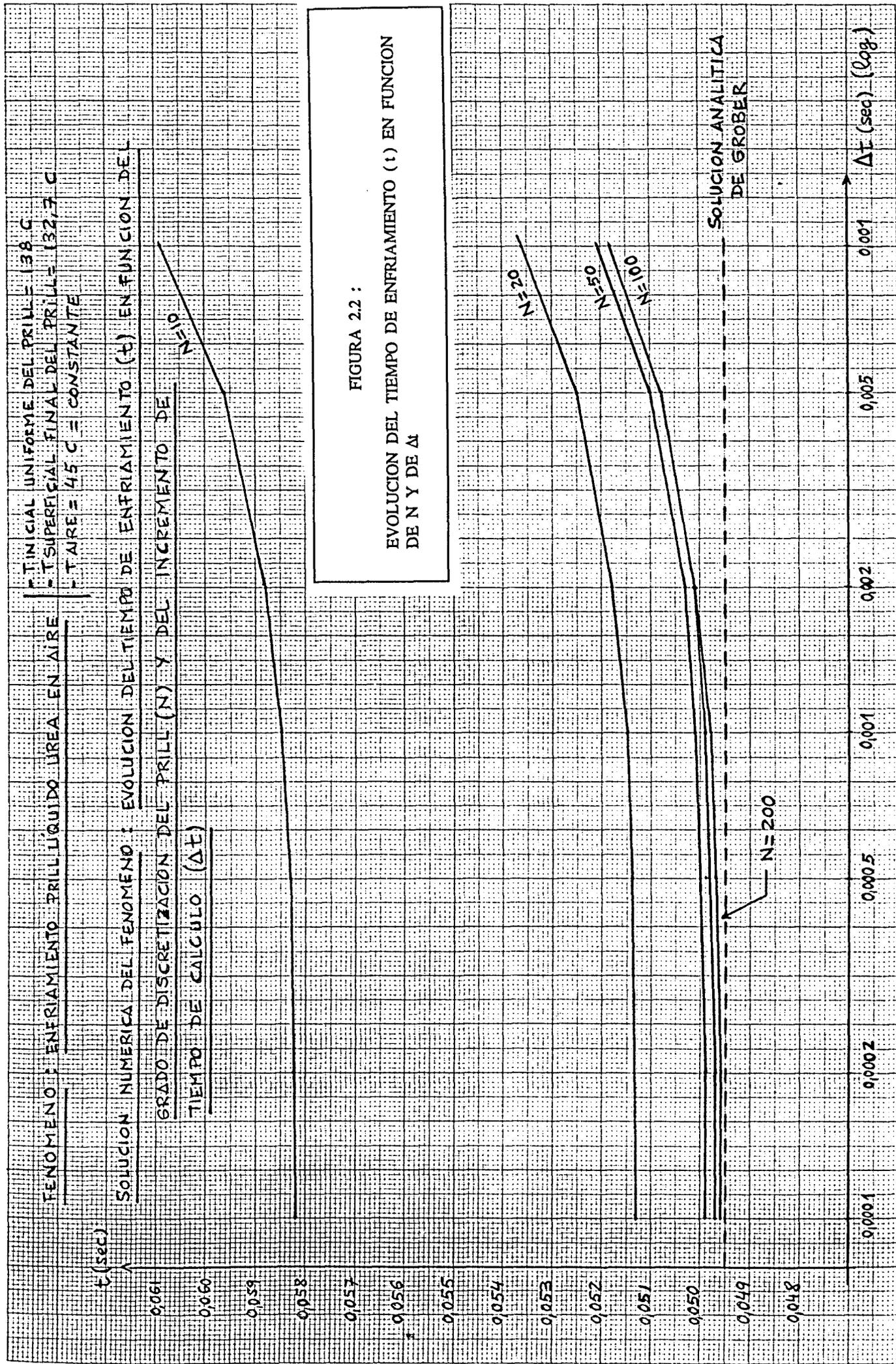
2) Resultados posibles :

	N	Δt (s)	Tiempo fenómeno t_N (s)	Número aproximado de pasos de cálculo
(min)	<u>50</u>	<u>0,0005</u>	<u>0,04996</u>	<u>100</u>
	100	0,001	0,04989	50
(max)	200	0,001	0,04984	50

- 2) El método converge prácticamente a $N = 50$ [$\Delta t \leq 0,0005 \text{ s}$].
A partir de ese valor ($N > 50$) no se obtiene una mejora de precisión sustancial en los resultados. No se aprecian errores de redondeo en el margen de valores de trabajo ($N = 10$ a 200).

A efectos de comparar resultados entre los métodos analítico y numérico se escoge como solución numérica del fenómeno :

$N = 50$ $\Delta t = 0,0005 \text{ s}$ $t_N = 0,050 \text{ s}$
--



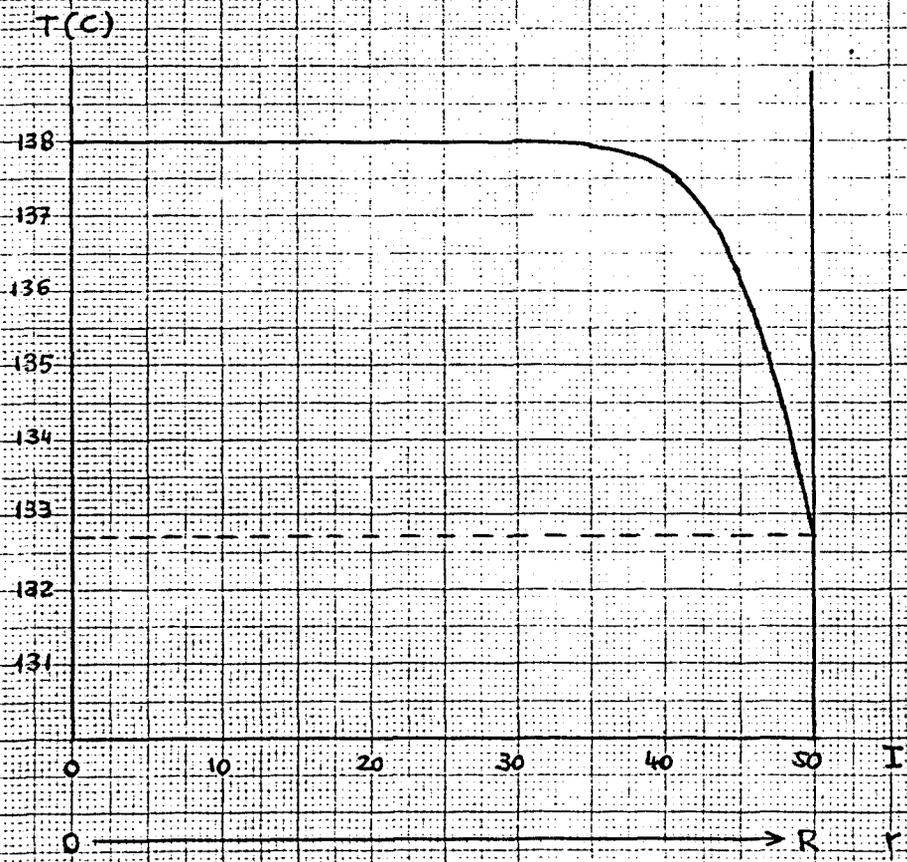
2.6.2.3.- COMPARACION DE RESULTADOS. CONCLUSIONES.

Los resultados obtenidos de la sección de enfriamiento de prill líquido, por ambos métodos de cálculo, en situación restringida (temperatura aire = constante), son bastante coherentes, tal como puede observarse en la Tabla 2-9 adjunta.

<u>TABLA 2.9 : SECCION ENFRIAMIENTO PRILL LIQUIDO (COMPARACION RESULTADOS)</u>				
RESULTADO		METODO ANALITICO (GRÖBER) (k = 15)	METODO NUMERICO (N = 50, $\Delta t = 0,0005$ s)	DESVIACION
Perfil final temperatura prill	I	<u>TA (I) (C)</u>	<u>TN (I) (C)</u>	<u>TN - TA</u>
(I = Volumen de control del prill)	1	138,00	138,00	0
	5	138,00	138,00	0
	10	138,00	138,00	0
	20	138,00	138,00	0
	25	138,00	138,00	0
	30	138,00	138,00	0
	35	137,95	137,95	0
	40	137,63	137,62	0
	45	136,26	136,25	- 0,01
	46	135,75	135,74	- 0,01
	47	135,15	135,14	- 0,01
	48	134,44	134,43	- 0,01
	49	133,62	133,62	0
	50	132,70	132,70	0
Tiempo fenómeno		0,0495	0,0500	+ 0,0005 (+1 %)

El perfil de temperatura deducido por ambos métodos es prácticamente el mismo y se representa en la figura 2.3 adjunta.

FIGURA 2.3 :
PERFIL DE TEMPERATURA DEL PRILL AL FINAL
DE LA SECCION DE ENFRIAMIENTO DEL PRILL
LIQUIDO (TAIRE = 45 C = CTE)



Conclusión final

A la vista de la contrastación realizada, el algoritmo de cálculo del método numérico se considera correcto y válido para ser utilizado en el cálculo de la sección de enfriamiento del prill líquido de la torre del prilling, con la siguiente información básica de partida :

- 1) Número mínimo de volúmenes de control : $N = 50$
- 2) Variables numéricas de cálculo optimizadas posibles :

N	Δt (s)
50	0,0005
100	0,001
200	0,001

Debe asimismo indicarse que, tal como se verá en el cálculo completo de la torre, la variación de la temperatura del aire en dicha sección es muy pequeña.

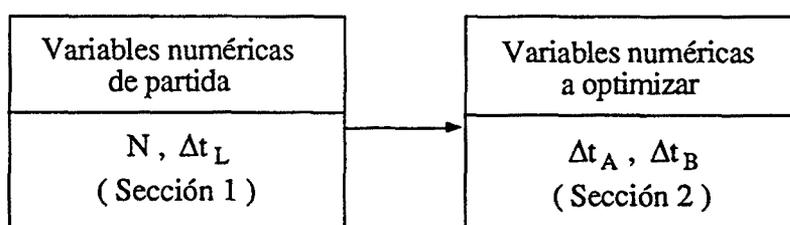
Paralelamente se acepta el mismo algoritmo de cálculo para la sección de enfriamiento de prill sólido (previo cambio de las propiedades físicas correspondientes). El incremento de tiempo (Δt) para dicha sección se analizará al realizar el cálculo conjunto de las tres secciones.

2.6.3.- ETAPA 2 : SECCION ENFRIAMIENTO PRILL LIQUIDO + SECCION DE SOLIDIFICACION DEL PRILL.

2.6.3.1.- SOLUCION NUMERICA.

Objetivos

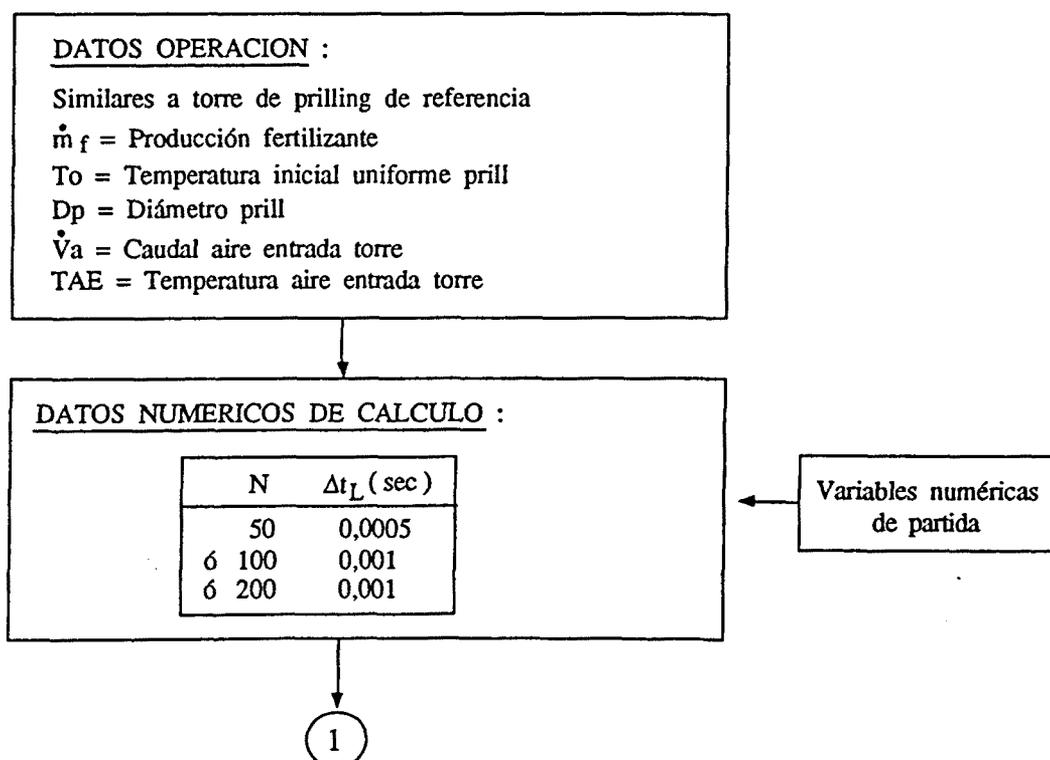
Determinar las variables numéricas de cálculo que optimizan el ensamblamiento o encadenamiento de los algoritmos de cálculo de la Sección 1 (Enfriamiento prill líquido) y Sección 2 (Solidificación prill) y realizar el análisis de convergencia de resultados del algoritmo conjunto.



Metodología de cálculo

El esquema básico de operación del algoritmo conjunto de las secciones se resume a continuación.

ORGANIGRAMA DE LA ETAPA DE CALCULO 1 : SECCION 1 + SECCION 2



Resultados

TABLA 2.10 : RESULTADOS DEL ALGORITMO CONJUNTO (SECCION 1 + SECCION 2)									
DATOS DE ENTRADA					RESULTADOS				
N	Δt_L	Δt_A	Δt_B	TAS	t_1	t_2	$t=t_1+t_2$	H	T(N)
50	0,0005	0,1	0,1	47,227	0,051	4,690	4,741	31,04	88,49
		0,05	0,05	47,226	0,051	4,690	4,741	31,04	88,49
		0,02	0,02	47,234	0,051	4,693	4,744	31,06	88,35
		0,01	0,01	47,240	0,051	4,695	4,746	31,07	88,27
		0,005	0,005	47,244	0,051	4,697	4,748	31,09	88,22
		0,002	0,002	47,246	0,051	4,698	4,749	31,09	88,19
100	0,001	0,1	0,1	47,237	0,051	4,695	4,746	31,07	88,32
		0,05	0,05	47,237	0,051	4,695	4,746	31,07	88,32
		0,02	0,02	47,236	0,051	4,694	4,745	31,07	88,31
		0,01	0,01	47,240	0,051	4,696	4,747	31,08	88,26
		0,005	0,005	47,244	0,051	4,697	4,748	31,09	88,22
		0,002	0,002	47,246	0,051	4,698	4,749	31,09	88,19
200	0,001	0,1	0,1	47,241	0,051	4,697	4,748	31,08	88,24
		0,05	0,05	47,241	0,051	4,697	4,748	31,08	88,24
		0,02	0,02	47,240	0,051	4,696	4,747	31,08	88,24
		0,01	0,01	47,240	0,051	4,696	4,747	31,08	88,24
		0,005	0,005	47,242	0,051	4,697	4,748	31,08	88,21
		0,002	0,002	47,245	0,051	4,698	4,749	31,09	88,19

TABLA 2.11 : RESULTADOS PARCIALES DEL ALGORITMO CONJUNTO (SECCION 1 + SECCION 2) (1)					
N	t_2 (s)	K	t_A (s)	t_B (s)	$t_A + t_B$ (s)
50	0,0005	50	0	0,1668	0,1668
		45	0,00053	0,1762	0,1767
		40	0,00018	0,1444	0,1445
		30	0 (2)	0,1015	0,1015
		20	0 (2)	0,0689	0,0689
		10	0 (2)	0,0390	0,0390
		5	0 (2)	0,0217	0,0217
		2	0 (2)	0,0078	0,0078
		1	0 (2)	0,0023	0,0023

(1) Los resultados indicados de t_A y t_B corresponden a los valores medios obtenidos para las diferentes combinaciones utilizadas de Δt_A y Δt_B . En la práctica no existen desviaciones apreciables de t_A y t_B .

(2) t_A es el tiempo necesario para enfriar el elemento K hasta 132,7 C (Etapa A). Este tiempo es prácticamente despreciable, ya que $T(K)$ es prácticamente 132,7 C, al finalizar la solidificación del elemento K+1 (Etapa B). Esto es tanto más evidente cuanto menor es K.

Nomenclatura de las Tablas 2.10 y 2.11

N = Número volúmenes de control (Grado de discretización del prill).

Δt_L = Incremento de tiempo de cálculo de la Sección 1.

Δt_A = Incremento de tiempo de cálculo de la Sección 2 (Etapa A).

Δt_B = Incremento de tiempo de cálculo de la Sección 2 (Etapa B).

TAS = Temperatura de salida del aire de la torre.

t_1 = Tiempo residencia del prill en la Sección 1.

t_2 = Tiempo residencia del prill en la Sección 2.

t = $t_1 + t_2$.

H = $v_p * t$ = Altura Sección 1 + Sección 2.

$T(N)$ = Temperatura superficial del prill al final Sección 2.

K = Elemento o volumen de control en proceso de enfriamiento hasta $T_s = 132,7$ C (Etapa A) o en proceso de solidificación (Etapa B).

t_A = Tiempo total de la etapa A para el elemento K.

t_B = Tiempo total de la etapa B para el elemento K.

2.6.3.2.- CONCLUSIONES.

- 1) De la observación de la Tabla 2.10, se deduce que el algoritmo de cálculo conjunto de las secciones 1 y 2 presenta una clara convergencia hacia prácticamente los mismos resultados [t , H , $T(N)$], para cualquiera de las tres combinaciones posibles de N y Δt_L (obtenidos del análisis de la sección 1), independientemente de los valores de Δt_A y Δt_B .

Este hecho nos indica que la variable de convergencia fundamental en la sección 2 es N y no Δt_A ó Δt_B .

Como se ha trabajado con valores de $N > 50$, se deduce que N mínima de convergencia en sección 2 = 50.

- 2) El hecho de que Δt_A y Δt_B no influyan decisivamente en el resultado es debido al mismo algoritmo de cálculo de la sección 2. Dicho algoritmo está diseñado para realizar cualquier determinación de la etapa A o B con un mínimo de 2 pasos de cálculo. Es decir el algoritmo se autoregula o optimiza cálculos intrínsecamente.

Por ello aunque se tome un valor de partida de Δt_A y Δt_B superior al necesario para el estudio de un elemento K , el modelo vuelve a realizar el cálculo con un valor de partida inferior, hasta obtener como mínimo dos pasos de cálculo.

- 3) A la vista de la Tabla 2.11 se decide escoger los siguientes valores optimizados para las etapas A y B :

$\Delta t_A = 0,01 \text{ s}$
$\Delta t_B = 0,01 \text{ s}$

Se han elegido estos valores, ya que con ellos se podrá realizar el cálculo de la etapa más importante (etapa B o solidificación del elemento K) con un número de fases de cálculo superior a 2 para prácticamente todos los elementos K , sin modificación por parte del programa del valor inicial de Δt_B .

($t_B = \Sigma \Delta t_B > 0,01$, para $K = 50$ a 5).

- 4) Los valores finales de las variables de cálculo optimizadas de la sección 1 y sección 2 que servirán, como variables de partida, para el ensamblamiento de la sección 3 son :

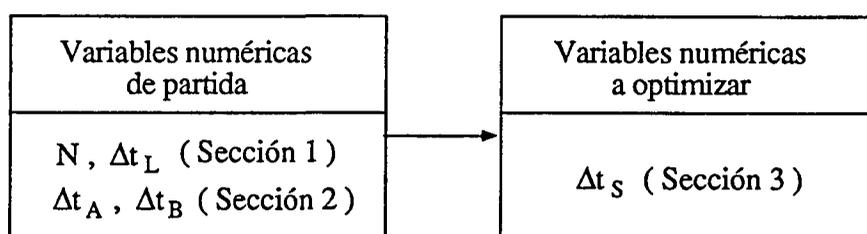
N	Δt_L	Δt_A	Δt_B
50	0,0005	0,01	0,01
ó 100	0,001	0,01	0,01
ó 200	0,001	0,01	0,01

2.6.4.- ETAPA 3 : SECCION ENFRIAMIENTO PRILL LIQUIDO + SECCION SOLIDIFICACION PRILL + SECCION ENFRIAMIENTO PRILL SOLIDO (PROGRAMA TP1).

2.6.4.1.- SOLUCION NUMERICA

Objetivos

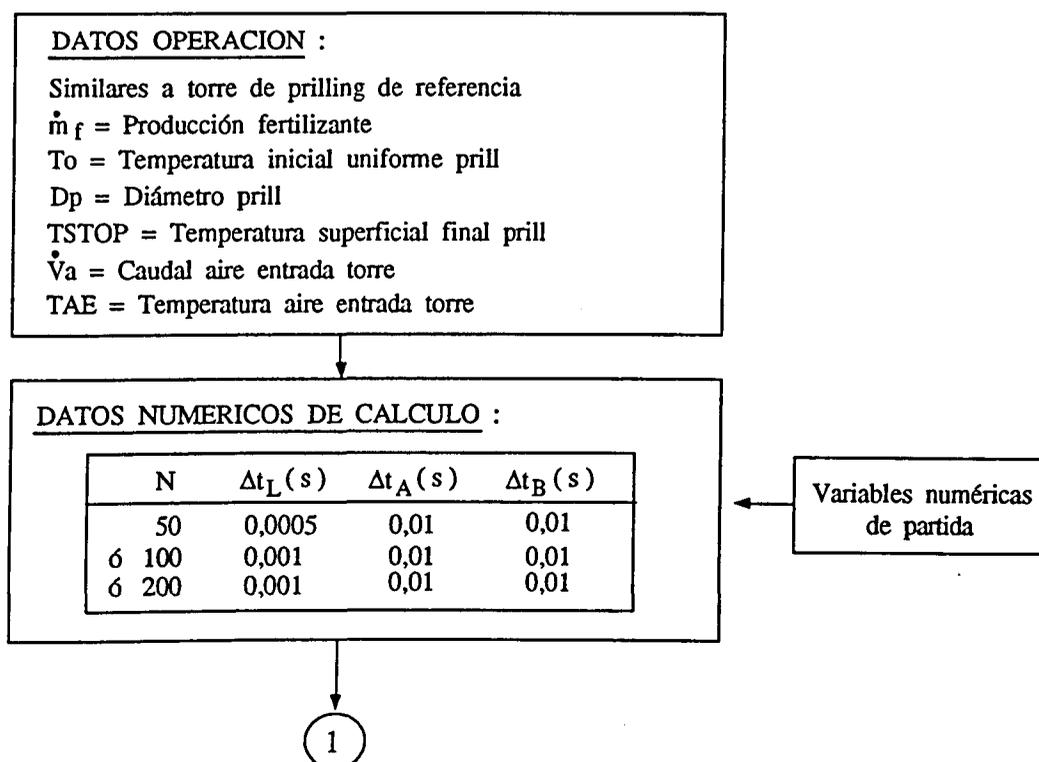
Determinar las variables numéricas de cálculo que optimizan el ensamblamiento o encadenamiento del algoritmo global de torre (sección 1 + sección 2 + sección 3) y realizar el análisis de convergencia de resultados.

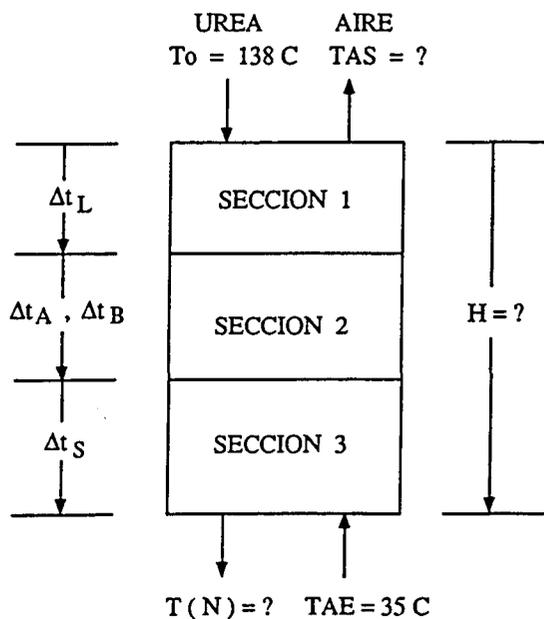
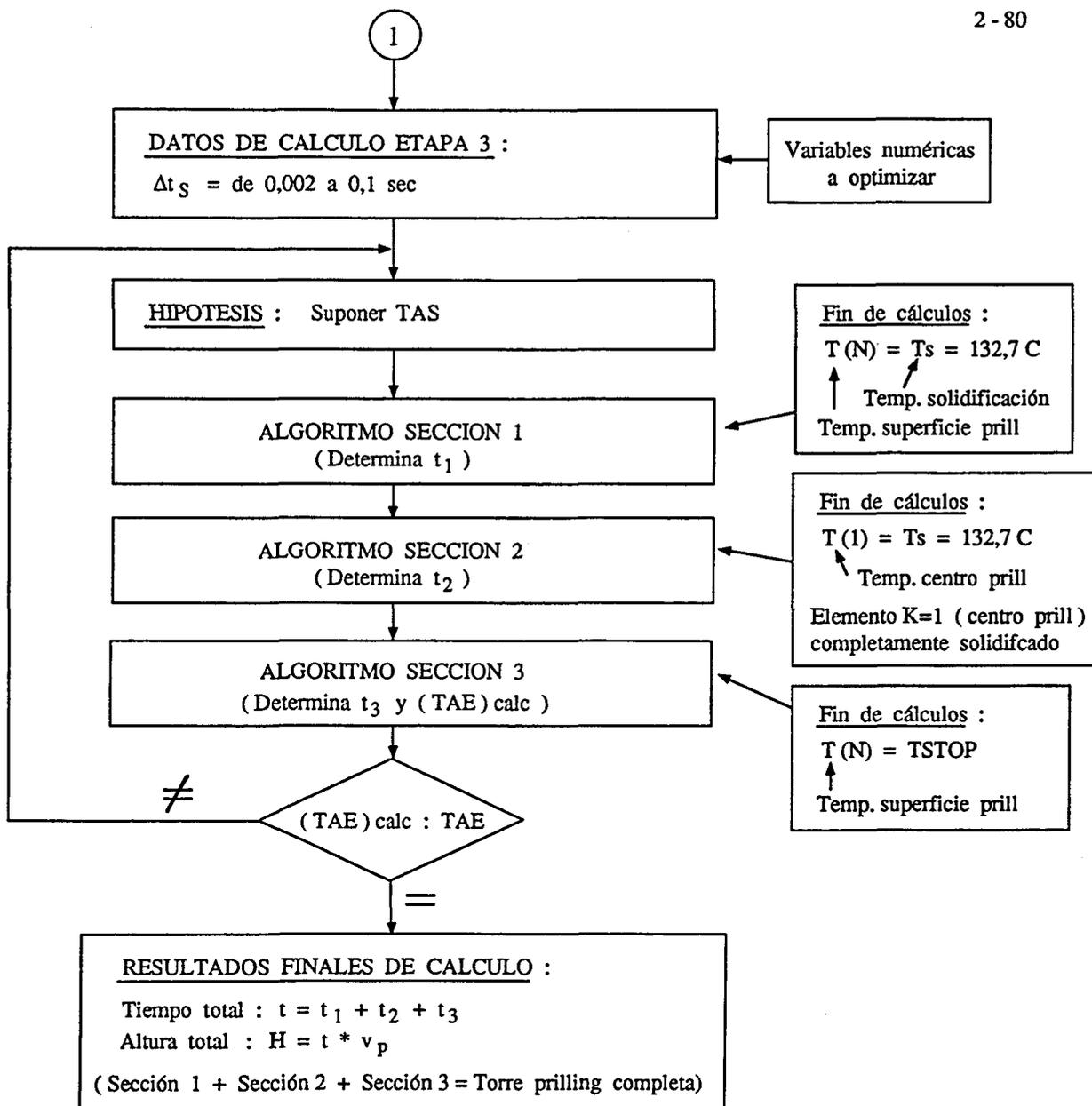


Metodología de cálculo

El esquema básico de operación del algoritmo conjunto de las 3 secciones (algoritmo de cálculo de la torre = Programa TP1) se resume a continuación.

ORGANIGRAMA DE LA ETAPA DE CALCULO 3 : SECCION 1 + SECCION 2 + SECCION 3





Resultados

TABLA 2.12 : RESULTADOS DEL ALGORITMO CONJUNTO SECCION 1 + SECCION 2 + SECCION 3 (TORRE DE PRILLING COMPLETA = PROGRAMA TP1)												
DATOS ENTRADA						RESULTADOS						
N	Δt_L	Δt_A	Δt_B	Δt_S	TAS	t_1	t_2	t_3	t	H	T(N)	
50	0,0005	0,01	0,01	0,1	48,060	0,052	4,732	0,552	5,336	34,95	75,00	
				0,05	48,060	0,052	4,732	0,545	5,329	34,91	75,00	
				0,02	48,060	0,052	4,732	0,540	5,325	34,88	75,00	
				0,01	48,060	0,052	4,732	0,539	5,323	34,87	75,00	
				0,005	48,060	0,052	4,732	0,538	5,322	34,87	75,00	
				0,002	48,060	0,052	4,732	0,538	5,322	34,86	75,00	
100	0,001	0,01	0,01	0,01	48,059	0,052	4,732	0,551	5,335	34,95	75,00	
				0,05	48,059	0,052	4,732	0,551	5,335	34,95	75,00	
				0,02	48,059	0,052	4,732	0,540	5,324	34,88	75,00	
				0,01	48,059	0,052	4,732	0,538	5,323	34,87	75,00	
				0,005	48,059	0,052	4,732	0,538	5,322	34,86	75,00	
				0,002	48,059	0,052	4,732	0,537	5,322	34,86	75,00	
200	0,001	0,01	0,01	0,01	48,057	0,052	4,733	0,550	5,335	34,95	75,00	
				0,05	48,057	0,052	4,733	0,543	5,328	34,87	75,00	
				0,02	48,058	0,052	4,733	0,539	5,324	34,87	75,00	
				0,01	48,058	0,052	4,733	0,537	5,322	34,86	75,00	
				0,005	48,058	0,052	4,733	0,537	5,321	34,86	75,00	
				0,002	48,058	0,052	4,733	0,537	5,321	34,86	75,00	

NOTACION

- N = Grado discretización del prill
 Δt_L = Incremento tiempo de cálculo sección 1 (s)
 Δt_A = Incremento tiempo de cálculo sección 2 (etapa A)(s)
 Δt_B = Incremento tiempo de cálculo sección 2 (etapa B)(s)
 Δt_S = Incremento tiempo de cálculo sección 3 (s)
 TAS = Temperatura salida aire torre (antes soplantes de aspiración) (C)
 t_1 = Tiempo residencia prill en sección 1 (s)
 t_2 = Tiempo residencia prill en sección 2 (s)
 t_3 = Tiempo residencia prill en sección 3 (s)
 t = $t_1 + t_2 + t_3$ (tiempo total de residencia del prill en la torre) (s)
 H = $v_p * t$ = Altura neta total de la torre (m)
 T(N) = TSTOP = Temperatura superficial prill a la salida de la torre

2.6.4.2.- CONCLUSIONES.

- 1) El algoritmo conjunto final (sección 1 + sección 2 + sección 3) de la torre de prilling presenta una clara convergencia hacia prácticamente los mismos resultados (t , H , TAS), casi independientemente del valor de Δt_s .

Las conclusiones son pues totalmente análogas a las deducidas para la etapa de cálculo 2 (sección 1 + sección 2) (apartado 2.6.3.2), confirmando que la variable de cálculo fundamental es N .

- 2) En este sentido, el grado de discretización mínimo (N) para obtener una convergencia aceptable en los algoritmos de cálculo de las tres secciones de la torre es 50.

Los valores óptimos de las variables numéricas de cálculo serán :

$N =$ Grado de discretización (mínimo) = 50 $\Delta t_L =$ Incremento tiempo cálculo sección 1 = 0,0005 s $\Delta t_A =$ Incremento tiempo cálculo etapa A (sección 2) = 0,01 s $\Delta t_B =$ Incremento tiempo cálculo etapa B (sección 2) = 0,01 s $\Delta t_s =$ Incremento tiempo cálculo sección 3 = 0,01 s

Los resultados finales del modelo numérico de cálculo de torres de prilling (puesta a punto del Programa TP1), referidos a la torre de prilling de urea experimental han sido :

$H =$ Altura torre = 34,87 m $t =$ Tiempo residencia prill = 5,323 s $TAS =$ Temperatura aire salida torre = 48,06 C
--

2.7.- CONTRASTACION EXPERIMENTAL DEL MODELO NUMERICO. CONCLUSIONES.

En el presente capítulo, se ha elaborado un modelo numérico general de cálculo de torres de prilling, cuyas características básicas pueden resumirse como :

- a) Modelo numérico de cálculo aplicable a torres de prilling tipo 1 (pulverizador estático), siguiendo el modelo físico de la torre , dividida en tres secciones.
- b) Modelo numérico de cálculo utilizable, en principio, a cualquier proceso de prilling, desde el punto de vista de condiciones de operación (producción de fertilizante, diámetro del prill, temperatura superficial final del prill, caudal de aire, temperatura del aire).

La puesta a punto de dicho modelo se ha realizado tomando de referencia los datos experimentales de una torre de prilling de urea (apartado 1.4), situación que ha permitido adicionalmente realizar una contrastación experimental orientativa, ya que la torre de prilling experimental corresponde a una torre de tipo 2 (pulverizador rotativo).

Los resultados del modelo numérico y su contrastación experimental se resumen en la Tabla 2.13, Figura 2-4, Figura 2-5 y Tabla 2.14 adjuntas.

El análisis de dichos resultados permite realizar las conclusiones generales que a continuación se especifican.

- 1) Los resultados principales de cálculo de modelo numérico (altura de la torre y temperatura del aire a la salida de la torre, Tabla 2-14) presentan una buena concordancia con los valores experimentales (desviación inferior al 5 %), a pesar de tratarse de tipos de torres de prilling diferentes (Modelo numérico : Pulverizador estático, Torre experimental de referencia : Pulverizador rotativo).

En este sentido, debe destacarse que se obtiene una altura de torre calculada superior a la altura experimental, tal como, teóricamente cabría esperar (velocidad media de descenso del prill en torre tipo 1 > velocidad media de descenso del prill en torre tipo 2).

Adicionalmente, se ha confirmado que el fenómeno más importante del proceso de prilling es la fase de solidificación del prill (sección 2), que es la que requiere más tiempo de residencia y en consecuencia más altura (89 % del total) (cf Tabla 2.13).

No obstante, las secciones 1 y 3 no son despreciables, ya que su ponen el 11 % del tiempo total del proceso.

- 2) En la contrastación analítica realizada de la sección 1 de la torre (ap. 2.6.2.1), se ha aceptado la hipótesis de que la temperatura del aire sufrirá muy poca variación, en dicha sección.

Dicha hipótesis se ha confirmado por los resultados (variación temperatura aire en sección 1 = 0,15 C, cf. Tabla 2.13), por lo que los resultados y conclusiones obtenidos de dicha contrastación pueden considerarse como válidos.

3) Como conclusiones finales al modelo numérico de cálculo desarrollado puede afirmarse que :

a) La puesta a punto del modelo ha permitido deducir una importante información sobre las variables numéricas óptimas de cálculo ($N, \Delta t$) y la convergencia de resultados.

Dicha información, juntamente con el modelo elaborado, representan una base importante para el desarrollo posterior del modelo numérico 2 de torres de prilling.

b) La contrastación experimental orientativa del modelo permite aceptar la validez inicial del mismo, condicionada a una contrastación directa posterior con datos de torres de prilling tipo 1.

Tabla 2.13 : Resumen de resultados del modelo numérico 1 de cálculo de torres de de prilling (Programa TP1), referido a una torre de prilling de urea.

DATOS DEL PROCESO

- * \dot{m}_f = Producción urea = 13.815 kg/h
- * D_p = Diámetro prill = 1,5 mm.
- * T_o = Temperatura inicial prill = 138 C
- * T_s = Temperatura solidificación prill = 132,7 C
- * T_{STOP} = Temperatura superficial final prill = 75 C
- * T_{AE} = Temperatura aire entrada torre = 35 C
- * \dot{V}_a = Caudal aire entrada torre = 304.500 m³/h
- * D = Diámetro torre = 12,4 m

DATOS NUMERICOS DE CALCULO

- * N = Grado discretización prill = 50
- * Δt_L = 0,0005 s (Sección 1)
- * Δt_A = 0,01 s (Sección 2 : Etapa A)
- * Δt_B = 0,01 s (Sección 2 : Etapa B)
- * Δt_S = 0,01 s (Sección 3)

Esquema torre prilling	Temperatura aire (C)	Tiempo residencia prill (sec)	Altura torre (m)	Temperatura superficial prill	
				Temperatura central prill ↓ T (1)	↓ T (N)
	48,06	$t_1 = 0,052$	$H_1 = 0,34$ (1 %)	138	138
	47,91	$t_2 = 4,732$	$H_2 = 31,00$ (89 %)	138	132,7
	35,83	$t_3 = 0,539$	$H_3 = 3,53$ (10 %)	132,7	88,58
	35,00	$t = 5,323$	$H = 34,87$	83,97	75

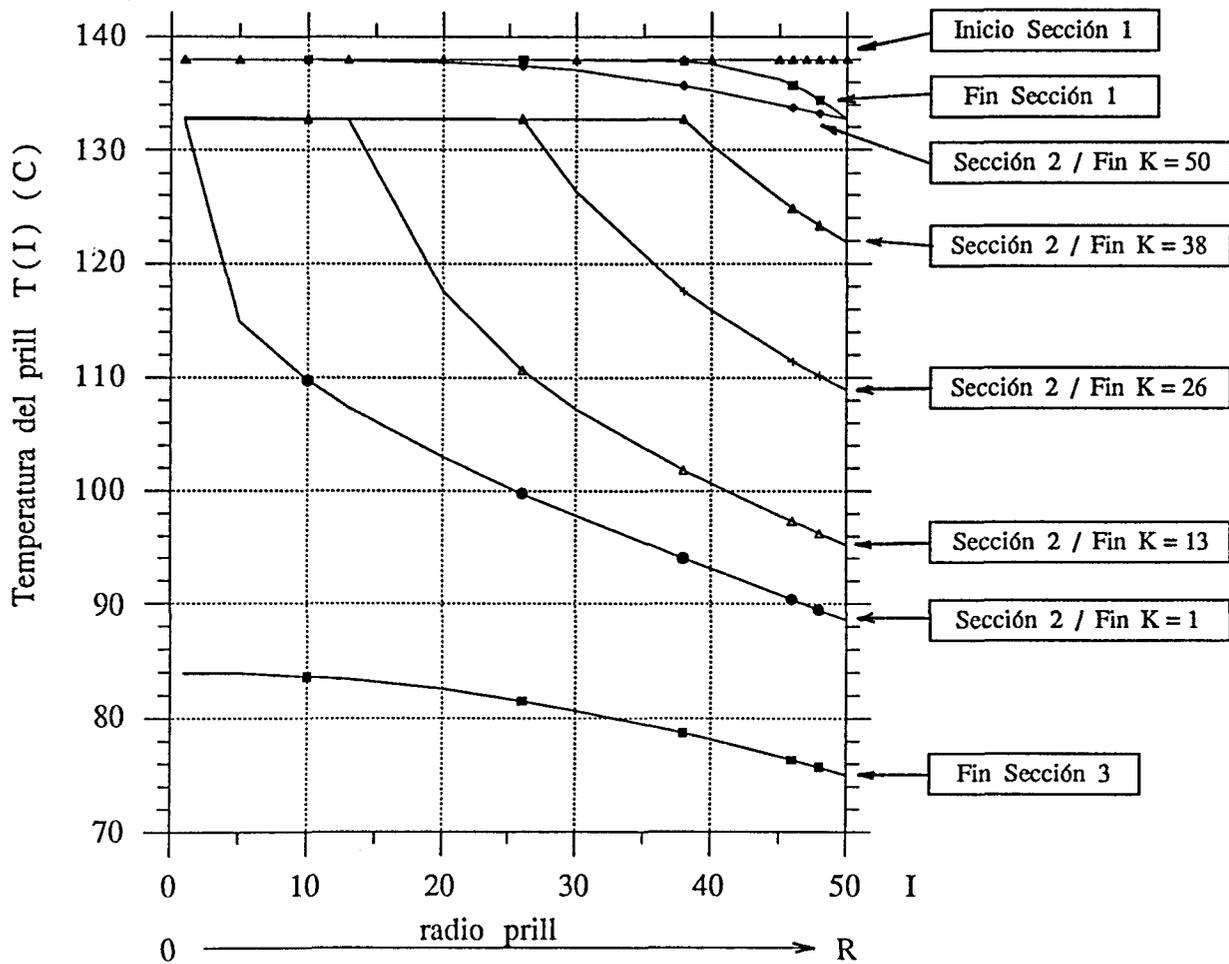
ESPECIFICACIONES ADICIONALES

- * $\uparrow v_a$ = Velocidad ascensión aire = 0,715 m/s
- * $\downarrow v_\infty$ = Velocidad límite caída prill = 7,266 m/s
- * $\downarrow v_p$ = Velocidad (neta) caída prill = $v_\infty - v_a = 6,551$ m/s
- * h = Coeficiente transmisión de calor por convección prill - aire = 243 kcal/h m² C = 283 W/m² C

← Valores medios constantes durante toda la torre

* $H = \text{Altura torre} = v_p t$

Figura 2.4 : Evolución del perfil de temperatura del prill
(según modelo numérico TP1)



ESPECIFICACIONES

Sección 1 : Enfriamiento prill líquido

Sección 2 : Solidificación prill

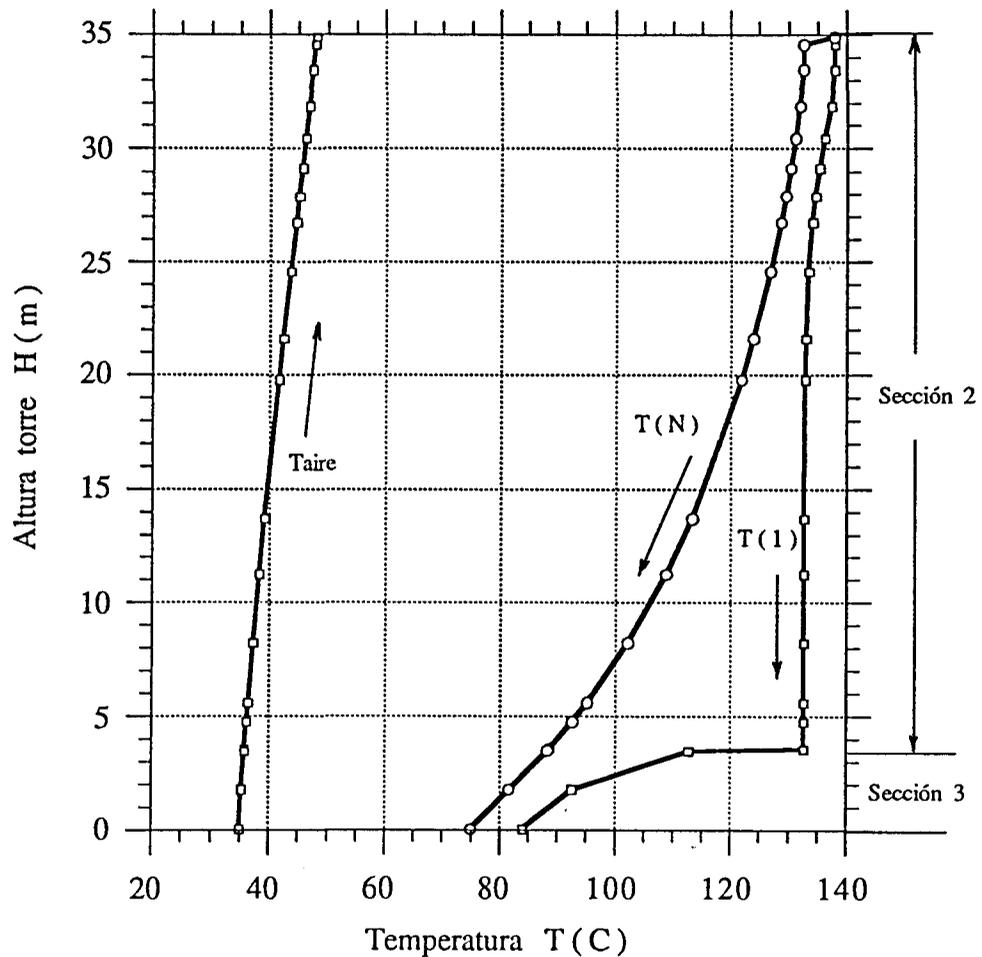
Sección 3 : Enfriamiento prill sólido

I : Elemento o volumen de control del prill
(discretización del prill)

K : Elemento o volumen de control del prill
en cambio de fase (solidificación)

R : Radio del prill (= 0,75 mm)

Figura 2.5 : Evolución de la temperatura del aire y de la temperatura del prill con la altura de la torre (según modelo numérico TP1)



ESPECIFICACIONES

Sección 2 : Solidificación prill

Sección 3 : Enfriamiento prill sólido

T_{aire} : Temperatura del aire

$T(1)$: Temperatura centro prill

$T(N)$: Temperatura superficie prill

La altura de la Sección 1 (Enfriamiento prill líquido) no es representable claramente en el gráfico, debido a su pequeño valor ($H_1 = 0,34$ m.) respecto a la escala de dicho gráfico.

Tabla 2.14 : Comparación entre los resultados numéricos y experimentales de la torre de prilling de urea de referencia

ESPECIFICACIONES INICIALES

- * Modelo numérico de cálculo : Torres de prilling tipo 1 (Pulverizador estático) (Programa TP1)
- * Datos experimentales : Torres de prilling tipo 2 (Pulverizador rotativo) (cf. apartado 1.4)

Variable	Resultado modelo numérico	Dato experimental	Desviación absoluta (m)	Desviación relativa
H = Altura torre	34,87 m	33,7 m	+ 1,17 m	+ 3,5 %
TAS = Temperatura aire salida torre	48,06 C	48,43 C	- 0,37 C	- 0,8 %
t = Tiempo residencia prill	5,323 s	—	—	—

ESPECIFICACIONES ADICIONALES

- 1) La altura experimental de la torre corresponde a la diferencia de cota entre el punto medio del pulverizador rotativo y la base de la torre (Altura media de caída del prill)
- 2) La temperatura del aire a la salida de la torre corresponde al valor de la temperatura a la entrada de los ventiladores, situados en la parte superior de la torre.