

ANÁLISIS COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE REDUCCIÓN DE PAPR EN SEÑALES OFDM

Alberto López, Pere L. Gilabert, Gabriel Montoro, Eduard Bertran y Josep M. Jové
(alberto.lopez.caro@estudiant.upc.edu, [plgilabert, montoro, bertran, jmjove]@tsc.upc.edu)
Dpto. de Teoría de la Señal y Comunicaciones. Universidad Politécnica de Cataluña. C/ Esteve Terradas, 7 -
08860 Castelldefels, Barcelona.

Abstract- This paper presents a comparative among three crest factor reduction techniques, namely: clipping, selected mapping (SLM) and tone injection (TI); focusing the attention in both the PAPR reduction levels achieved and the collateral effects of using these techniques. Therefore, the objective is to evaluate the trade-off between reducing the PAPR and the disadvantages in terms of computational complexity, distortion, mean power and throughput derived from the use of these particular techniques. In order to provide results for the comparison, we have considered a WiMAX OFDM-based signal with 256 subcarriers and a resampling factor of 7.

I. INTRODUCCIÓN

El acceso al medio mediante sistemas multiportadora está actualmente muy extendido tanto en sistemas de transmisión cableados (p.e. *Discrete MultiTone* en aplicaciones ADSL) como inalámbricos (p.e. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM), utilizado en aplicaciones WiFi, IEEE 802.11, y WiMAX, IEEE 802.16).

Desde el punto de vista de la eficiencia energética en el transmisor, operar con señales que presentan una alta relación entre potencia de pico y potencia media (*peak-to-average power ratio* (PAPR)) resulta sumamente ineficiente. Para que el amplificador de potencia (AP) del transmisor trabaje en zona lineal, es necesario operar con niveles de *back-off* similares o por encima del nivel de PAPR. En cuyo caso, la potencia media de la señal es mucho menor que los picos de señal que aparecen eventualmente y por lo tanto, el precio de tener una amplificación lineal en transmisión es la ineficiencia energética en el AP, aspecto crítico especialmente en equipos móviles operados con baterías. Para mitigar la ineficiencia asociada a trabajar con señales con gran PAPR, se han propuesto diferentes técnicas de reducción del factor de cresta en señales OFDM o multiportadora [1].

De entre todas las estrategias de reducción de PAPR, en este artículo se analizarán tres técnicas, que corresponden a ejemplos representativos de los grupos en los que se pueden clasificar las diferentes estrategias de reducción de PAPR en función de sus efectos colaterales. Mediante una comparativa se mostrará el compromiso existente en cada una de ellas entre la reducción de PAPR y la introducción de: distorsión, complejidad computacional, información extra a transmitir o el incremento de potencia media. Las técnicas seleccionadas para la comparativa presentan efectos colaterales de reducción de PAPR diferentes, así pues, la utilización de una u otra dependerá del precio que se esté dispuesto a pagar en los términos anteriormente citados. Las técnicas son: *Clipping*, *Tone Injection* (TI) y *Selected Mapping* (SLM).

II. CLIPPING

La técnica de *clipping* [2] consiste en recortar la señal a transmitir a partir de un cierto umbral de amplitud. El recorte de los picos de la señal produce distorsión no lineal dentro y fuera de la banda de transmisión. El recrecimiento espectral fuera de banda puede eliminarse mediante el filtrado de la señal en los canales adyacentes. Para ello es necesario multiplicar por cero las muestras de la transformada de Fourier que estén fuera del canal de la señal OFDM (canales adyacentes). Ahora bien, mediante este tipo de filtrado no es posible mitigar la distorsión dentro en banda, por lo que eventualmente se utilizan técnicas de predistorsión digital para intentar compensar la degradación de la señal dentro de banda [3].

La degradación de la señal en banda se cuantifica mediante el cálculo del vector error en la constelación, es decir, mediante el *Error Vector Magnitude* (EVM). En la técnica de *clipping* se utilizan varias etapas de recorte de picos más filtrado (p.e. 3 etapas), ya que cada vez que filtramos los picos de amplitud de la señal vuelven a crecer respecto al umbral fijado para limitarlos. Este proceso puede ser llevado a cabo tantas veces como sea necesario, si bien cada etapa lleva implícita un incremento del EVM.

Existen dos tipos básicos de *clipping*, el *Hard Clipping* (HC) y el *Soft Clipping* (SC) definidos en (1) y (2) respectivamente.

$$y_n = \begin{cases} x_n & , \quad |x_n| \leq A \\ Ae^{j\theta_{x_n}} & , \quad |x_n| > A \end{cases} \quad (1)$$

$$y_n = \begin{cases} x_n & |x_n| \leq D \\ \left(\frac{C-D}{U-D} (x_n - D) \right) + D & D \leq |x_n| \leq U \\ Ce^{j\theta_{x_n}} & |x_n| \geq U \end{cases} \quad (2)$$

donde x_n y y_n son las muestras de la señal de entrada y salida respectivamente. Tal y como se aprecia en la Fig. 1, en HC el umbral de amplitud viene fijado por el valor de A. En cambio, en SC se fija, en primera instancia, un umbral U y a continuación se define una recta de menor o mayor pendiente variando los valores C y D. Siempre debe cumplirse $C < U$. Si $C = U$ se trataría de HC. Por otro lado si D fuese demasiado pequeño veríamos que estamos modificando demasiado la señal y el EVM resultante sería mayor. La etapa de filtrado es igual tanto en HC como SC. La Fig. 2 muestra dos señales temporales OFDM a las que se les ha

aplicado HC y SC, respectivamente. Después del filtrado resulta imposible diferenciar si se ha aplicado HC o SC.

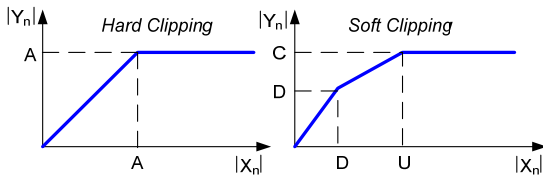


Fig. 1. Relación entrada/salida *Hard* y *Soft Clipping*.

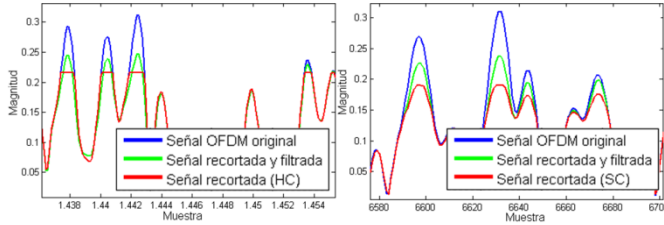


Fig. 2. Comparación entre *Hard Clipping* y *Soft Clipping*.

Resultados obtenidos con clipping

En este artículo mediremos el PAPR con una probabilidad de 0.1% de que éste suceda. Además, tal y como recomiendan la mayoría de los actuales estándares de comunicación, la degradación máxima permitida de la señal el banda será de EVM = 3% (ver Fig. 3). Los resultados obtenidos consideran tramas OFDM con 256 subportadoras.

La Fig. 4 muestra la evolución del EVM en función de la reducción de PAPR para distintas configuraciones de HC y SC. Podemos observar cómo, a igual reducción de PAPR, el HC con 3 iteraciones (etapas de recorte+filtrado) presenta menor EVM que el resto de configuraciones, incluida la configuración incremental, que consiste en decrementar paulatinamente el valor del umbral de *clipping* en cada iteración o etapa. La ventaja de SC frente a HC es que introduce menor recrecimiento espectral fuera de banda, pero al realizar un filtrado posterior, la supuesta ventaja del SC respecto al HC se desvanece. Obtenemos por tanto como solución óptima una etapa de HC con 3 iteraciones.

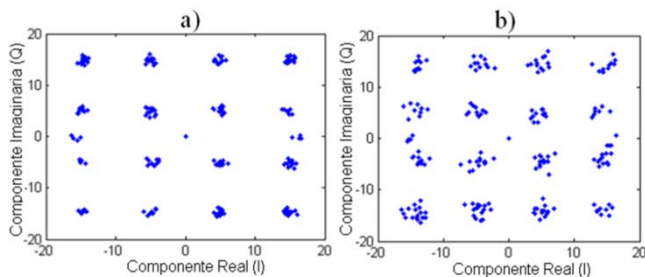


Fig. 3. Constelaciones 16QAM: a) EVM = 3%, b) EVM = 6%

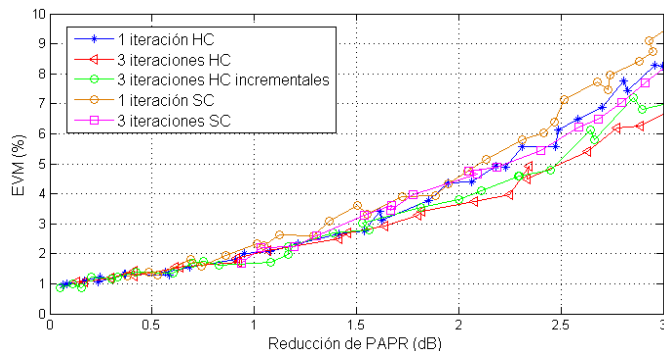


Fig. 4. EVM y reducción de PAPR según la técnica de *clipping* utilizada.

III. SELECTED MAPPING (SLM)

La técnica de SLM [4] consiste en variar las fases de los N símbolos de la señal OFDM justo antes de realizar la IDFT, tal y como se muestra en la Fig. 5. Posteriormente, estos desfases deberán ser enviados al receptor para poder recuperar la información original. Tal y como se muestra en la Fig. 5, se definen M vectores de fase diferentes $\mathbf{P} = [P_\mu^{(1)}, \dots, P_\mu^{(M)}]$ donde $P_\mu^{(m)} = e^{j\varphi_\mu^{(m)}}$, $\varphi_\mu^{(M)} \in [0, 2\pi)$, $m = 1: M$, $\mu = 1: N$ y donde M es el número de ramas y N el número de subportadoras. Después de realizar el mapeo de símbolos (A_μ), éstos se clonan en cada una de las M ramas, donde se multiplicarán por su correspondiente vector de fase ($P_\mu^{(m)}$), de manera que tendremos M tramas con la misma información pero distinto PAPR. Finalmente, se elige la trama con menor PAPR y se manda junto a su correspondiente vector de fases ($P_\mu^{(m)}$).

La primera desventaja de esta técnica es que para recuperar la información en recepción es necesario transmitir el vector de fases, por lo que disminuirá el *throughput*. La segunda es la dificultad para encontrar un vector de fases que reduzca suficientemente el PAPR. Por ello deberemos fijar un límite de iteraciones en la búsqueda de estas fases y así no comprometer la transmisión en tiempo real.

Resultados obtenidos con SLM

Hemos definido el vector de fases a partir de combinaciones del conjunto finito de desfases $\{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$, que empíricamente, ha demostrado ser la mejor combinación de desfases. Las posiciones de los símbolos que serán desfasados se eligen aleatoriamente. Por otro lado, para disminuir la cantidad de información a mandar así como también la carga computacional, se ha estudiado el número mínimo de cambios de fase (N) necesarios para reducir notablemente el PAPR.

La Fig. 6 muestra la *Complementary Cumulative Distribution Function* (CCDF) en función del PAPR. A medida que aumentamos el número de cambios de fase (N) el PAPR que se puede reducir es mayor. Sin embargo existe un punto óptimo que se encuentra entre $N = 128$ y 200 . La reducción máxima de PAPR (con una probabilidad de 10^{-1}) que hemos obtenido con el SLM es de 2 dB, pero ello requiere del orden de cientos de iteraciones. Como se muestra en la Fig. 7 y Fig. 8, se puede llegar a un compromiso entre el número de iteraciones y la reducción de PAPR, en nuestro caso fijada a 1.4 dB. Como se muestra en la Fig. 8, es posible reducir el PAPR 1.4 dB en 30 iteraciones con una probabilidad de entre el 95 y el 100% si el número de cambios de fase está comprendido entre $160 < N < 200$. Para estos mismos datos pero fijando una reducción de 1.7dB el sistema tardará 600 iteraciones, lo que lo hace inviable.

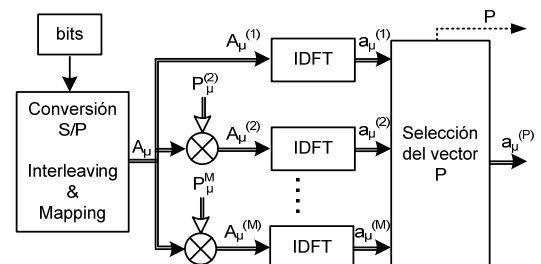


Fig. 5. Diagrama de bloques de SLM.

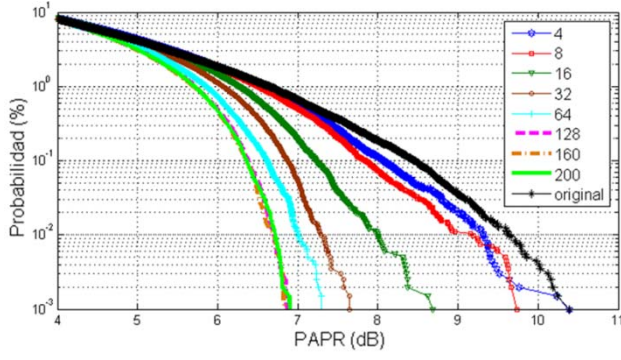


Fig. 6. CCDF para N cambios de fase con máxima reducción de PAPR.

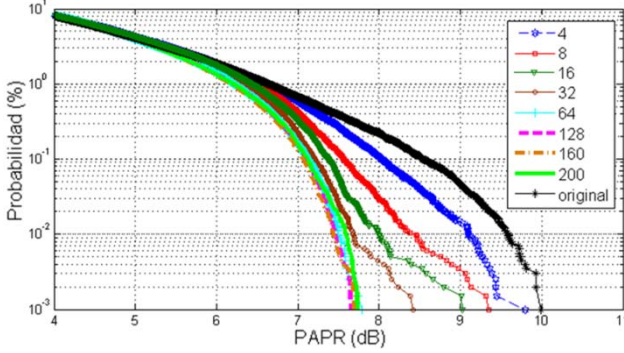


Fig. 7. CCDF para N cambios de fase para 1.4 dB de reducción de PAPR.

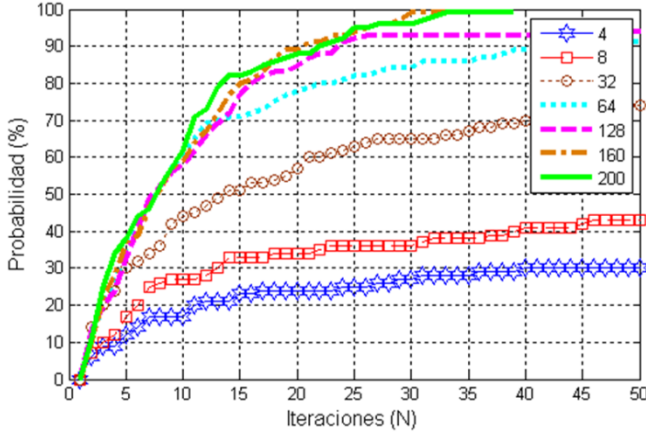


Fig. 8. Probabilidad de reducir 1.4 dB el PAPR con N iteraciones.

Así pues, mediante el SLM hemos podido reducir el PAPR de una señal OFDM 1.4 dB sin añadir demasiada complejidad computacional. Además si lo implementamos en una FPGA podemos programar un sistema en paralelo que encuentre M vectores de fase simultáneamente, lo que dividiría el tiempo total por M (teniendo en cuenta que las simulaciones se han desarrollado de forma secuencial).

IV. TONE INJECTION (TI)

La técnica de *Tone Injection* [5] sigue el mismo principio que SLM, modificar los símbolos antes del bloque IDFT para así reducir el PAPR. Sin embargo, en la técnica TI, los símbolos se desplazan a una posición de la constelación concreta de manera que el receptor pueda identificar su posición original unívocamente. Así pues, a diferencia de SLM, no es necesario enviar información extra al receptor.

En TI el símbolo mapeado se mueve a una posición fuera de la constelación original (Fig. 9), lo que permite reducir los picos de la señal sólo modificando uno o varios (pocos) símbolos. Sin embargo expandir la constelación ocasiona

principalmente dos inconvenientes. El primero es que se aumenta la potencia media de transmisión, lo que puede conllevar un aumento de picos de señal secundarios. El segundo es que el aumento de la potencia media de la señal implica una reducción del margen de SNR [5].

El nuevo símbolo se define según la ecuación $A_i = A + p_i D + j q_i D$, donde p y q toman los valores de '0', '1' o '-1'. En nuestro caso sólo desplazaremos el símbolo en una dimensión. Se define la distancia de desplazamiento como $D_k = \rho d_k M_k$, donde el valor óptimo del factor de escala es $\rho = 1.5$ según [5] y donde M_k es el número de niveles por dimensión ($M_k = 4$ para una 16-QAM como la de la Fig. 9).

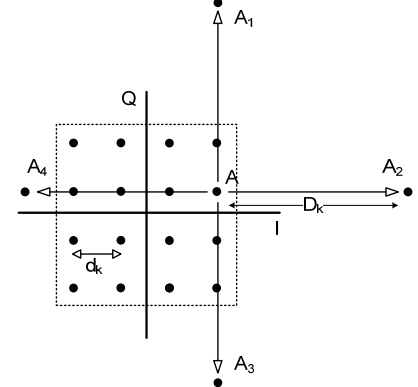


Fig. 9. Desplazamiento en la constelación en la técnica TI.

El procedimiento de esta técnica consiste en localizar la posición n_0 del pico más alto de una trama OFDM y reducir la mayor (en módulo) de las componentes IQ de la señal en n_0 , encontrando así p_k y q_k . Una vez localizado el pico en n_0 se busca un tono k_0 que contribuya al incremento o reducción en gran medida del pico de señal localizado en n_0 . Para hallar este tono se recurre a la fórmula de la IFFT,

$$\hat{x}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (X_k + p_k D_k + j q_k D_k) e^{j \frac{2\pi k n}{N}} \quad (3)$$

particularizando (3) para el caso de un símbolo obtenemos

$$Re\{x_n\} = \frac{1}{N} ((R_k + p_k D_k) \cos\left(\frac{j 2\pi k n}{N}\right) - (I_k + q_k D_k) \sin\left(\frac{j 2\pi k n}{N}\right)) \quad (4)$$

$$Im\{x_n\} = \frac{1}{N} ((I_k + q_k D_k) \cos\left(\frac{j 2\pi k n}{N}\right) + (R_k + p_k D_k) \sin\left(\frac{j 2\pi k n}{N}\right)) \quad (5)$$

donde $R_k = Real\{X_k\}$, $I_k = Imag\{X_k\}$.

En función de la componente que se deba reducir de amplitud consideraremos (4) ó (5). Un tono k_0 contribuirá en gran medida a realzar o reducir el pico localizado en n_0 según dos condiciones. Primera, cuando su componente real o imaginaria tenga gran energía. Segunda, cuando el módulo del seno o del coseno resulte cercano a 1 y esté relacionado con la componente del símbolo con gran energía en (4) ó (5). Luego encontramos p_k y q_k de manera que reduzcan la mayor de las componentes del pico localizado en n_0 . A continuación, actualizamos la señal mediante la siguiente ecuación:

$$\hat{x}_n = x_n + \frac{D}{N} \left((p_k + j q_k) \cos\left(\frac{j 2\pi k_0 n}{N}\right) + (-q_k + j p_k) \sin\left(\frac{j 2\pi k_0 n}{N}\right) \right), \quad 0 \leq n < N, \quad (6)$$

que resulta del desarrollo de (4) y (5). De este modo no es necesario volver a hacer la IFFT. La ecuación (6) es la que da nombre a esta técnica ya que desplazar un símbolo en la

constelación es equivalente a añadir un tono a una frecuencia determinada. Por ejemplo, si se cumple $|Re\{x_{n_0}\}| > |Im\{x_{n_0}\}|$ y $Re\{x_{n_0}\} > 0$ buscaremos una k_0 que cumpla las dos condiciones. Además, si $\cos\left(\frac{12\pi k_0 n_0}{N}\right) > 0.95$, $Re\{X_k\} = 3d_k/2$ entonces aplicamos $p_k = -1$ y $q_k = 0$.

Para reducir al máximo el incremento de la potencia media se introduce una nueva condición para seleccionar un tono k_0 . Se descartan todas aquellas posiciones en las que haya que sumar D a una componente real o imaginaria positiva e igualmente se descartan aquellas en las que se deba restar D a una parte real o imaginaria negativa. Así pues, en el ejemplo de la Fig. 9 descartaríamos los símbolos A_1 y A_2 .

Resultados obtenidos con TI

La Fig. 10 muestra la reducción de PAPR conseguida con el algoritmo de TI descrito anteriormente. Aumentar el número de iteraciones implica aumentar el número de símbolos desplazados en la misma trama OFDM y con ello la potencia media de la señal (ver la Tabla 1). El PAPR se reducirá tanto si sube la potencia media como si baja la potencia de pico (ver Fig. 11), así pues para tener información sobre la reducción de picos es necesario ver los porcentajes proporcionados en la Tabla 1.

Tabla 1. Variación de potencia en función del n° de iteraciones.

Iteraciones	1	2	3	4	5
Incremento Pmedia (%)	6,7148	13,0182	18,4841	23,382	31,0465
Reducción Pmax (%)	10,251	12,5451	31,5708	35,9071	38,9451

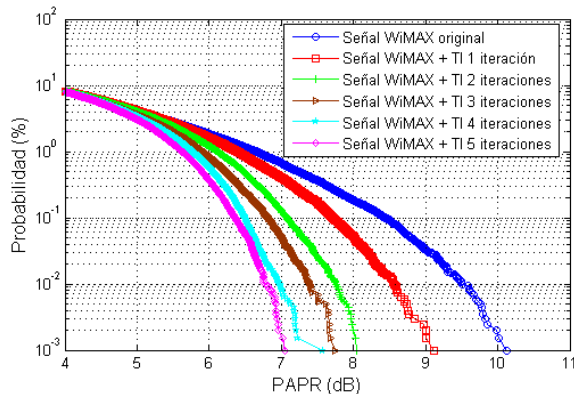


Fig. 10. CCDF para las distintas configuraciones de TI.

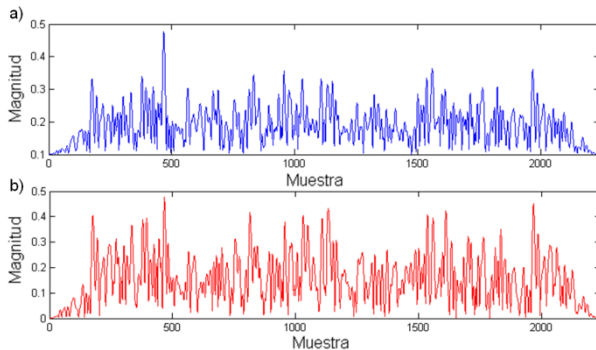


Fig. 11. Módulo de la señal WiMAX. a) Original, b) TI con 2 iteraciones

V. CONCLUSIONES

Cada técnica tiene sus ventajas e inconvenientes. La Tabla 2 resume las características de cada una de ellas. La reducción óptima de PAPR se ha definido según los criterios

ya mencionados de EVM, iteraciones y potencia media máxima. La complejidad computacional la ordenamos de mayor a menor y a continuación detallaremos a qué es debido esta complejidad.

Tabla 2. Comparativa entre técnicas de reducción de PAPR.

	Distorsión	Incremento de potencia	Disminución throughput	Complejidad Computacional
Clipping	Si	No	No	Baja
SLM	No	No	Si	Alta
TI	No	Si	No	Media

Con la técnica de *hard clipping* con 3 iteraciones podemos reducir en 1.6 dB el PAPR con una probabilidad de 10^{-1} %. La complejidad computacional que supone es baja ya que sólo hay que reducir el módulo de los picos grandes de la señal original. Sin embargo para conseguir esto necesitamos tolerar un EVM del 3%.

Con la técnica de SLM se necesitan en el peor de los casos 30 iteraciones para conseguir reducir 1.4 dB el PAPR con una probabilidad de 10^{-1} %. La carga computacional representa un mayor inconveniente que la disminución del *throughput*, ya que 30 iteraciones implican realizar 30 IFFTs. Además, la reducción del PAPR es menor que la conseguida con la técnicas de HC y TI. Sin embargo, si se utiliza una FPGA es posible programar varios *fingers* que realicen las IFFTs en paralelo.

La técnica de TI es una buena opción si aumentar la potencia media de la señal no supone un problema. Inyectando 3 tonos es posible reducir en 1.6 dB el PAPR con una probabilidad de 10^{-1} %. En esta técnica hemos buscado de entre las 256 subportadoras la que mejor se adecua a nuestros requisitos para reducir el PAPR. La búsqueda e inyección del tono propios de la técnica, la hacen computacionalmente más compleja que HC aunque a diferencia de SLM sólo hay que realizar una única IFFT.

En cuanto al procesado en el receptor, con HC no es necesario. Con SLM debemos restarle a los símbolos demodulados el vector de fase recibido. Con TI únicamente tenemos que realizar tantas sumas o restas como tonos hayan sido modificados.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio español de Ciencia e Innovación (MICINN) y FEDER a través del proyecto TEC2008-066684-C03-03.

REFERENCIAS

- [1] S. H. Han and J. H. Lee, "An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission," *IEEE Wireless Comm.*, vol. 12, no. 2, pp. 56-65, 2005.
- [2] S. H. Müller and J. B. Huber, "A comparison of peak power reduction schemes for OFDM", in *Proc. IEEE GLOBECOM '97*, Phoenix, AZ, Nov. 1997, pp. 1-5.
- [3] P. L. Gilabert, M. E. Gadringer, G. Montoro, M. L. Mayer, D. D. Silveira, E. Bertran and G. Magerl, "An efficient combination of digital predistortion and OFDM Clipping for Power Amplifiers", *Int. Jour. RF and Microw. Computer-Aided Eng.* to be published in 2009
- [4] R. W. Bäuml, R. F. H. Fisher, and J. B. Huber, "Reducing the Peak-to-Average Power Ratio of Multicarrier Modulation by Selected Mapping," *IEE Elect. Lett.*, vol. 32, no. 22, Oct. 1996, pp. 2056-57.
- [5] J. Tellado, J. Cioffi, "Peak power reduction for multicarrier transmission", in *Proc. IEEE CTMC, GLOBECOM '98*, Sydney, Australia, November, 1998, pp. 219-24.