

ANALISIS ESPECTRAL DE SERIES METEOROLOGICAS

Climent Nadeu*, Antoni Gasull*, Anibal R. Figueiras**

* E.T.S. Ingenieros de Telecomunicación de Barcelona

** E.T.S. Ingenieros de Telecomunicación de Madrid.

1. INTRODUCCION.

El espectro de potencia es una herramienta muy útil en el análisis de series temporales y, concretamente, meteorológicas. Sin embargo, su estimación es un problema todavía no resuelto de forma general y satisfactoria por ninguno de los métodos existentes, a pesar de los esfuerzos de investigación que se le están dedicando [1].

Presentamos sucintamente los principios de la estimación espectral, los métodos básicos y, después de una valoración, exponemos los resultados de un nuevo método y sus posibilidades, teniendo presente su aplicación a series meteorológicas.

2. EL ESPECTRO DE POTENCIA.

Tomando cada cierto tiempo el valor de una determinada magnitud física se obtiene una serie temporal x(n), la cual no es más que un segmento finito de una realización del proceso estocástico asociado al fenómeno físico. Convirtiendo esta información temporal al dominio frecuencial, se obtienen de forma explícita las periodicidades existentes y su importancia relativa. Ello se consigue con la ayuda de la transformación de Fourier, estimando, a partir de la serie temporal, la densidad espectral de potencia o espectro del proceso, que se supone estacionario (sus características estadísticas no varían con el tiempo) y ergódico (los valores esperados se pueden calcular como promedios temporales) [2].

El espectro se define como S(f) = sum_{n=-inf to inf} R(n) e^{j2\pi f n T} (1)

donde T es el tiempo transcurrido entre muestras y R(n) es la autocorrelación del proceso, es decir, el valor esperado del producto x(m).x(m+n) para cualquier m. S(f) muestra como está distribuida en frecuencia la potencia media del proceso [2].

3. EL PERIODOGRAMA.

Puesto que solo se conoce un segmento de N puntos de la realización del proceso, ni suponiendo ergodicidad no es posible calcular R(n), si no solo estimarla. El estimador más utilizado es

R-hat(n) = sum_{k=0}^{N-1-n} x(k).x(k+n) / (N-n) y R-hat(0)=N, |n| > N (2)

que al introducirlo en (1) nos da el espectro estimado S-hat(f) denominado periodograma.

El estimador R-hat(n) es consistente, es decir, media y varianza del error tienden a cero cuando N tiende a infinito. Sin embargo, sea cual sea N, la cola de R-hat(n) será siempre una mala estimación, pues efectúa el promediado sobre pocos puntos de x(n) (ver (2)). Ello impide que S-hat(f)

sea consistente: su varianza es, aproximadamente, proporcional al valor del espectro correcto S(f). Por lo tanto, S-hat(f) es poco fiable [2].

4. METODOS BASICOS.

Dada la baja fiabilidad del periodograma, se han buscado métodos que reduzcan su varianza sin perder sus buenas propiedades resolutorias. El primero de ellos, denominado "de ventanas", se basa en trincar R-hat(n) para evitar así la zona peor estimada, multiplicando por una función w(n) que vale cero para |n| > M. Ello equivale en el dominio frecuencial a la convolución de S-hat(f) con W(f), transformada de Fourier de w(n), por lo cual la ventana w(n) produce un promediado o alisamiento sobre S-hat(f), reduciendo la varianza en gran medida y disminuyendo, como contrapartida, la resolución. El compromiso entre dichas características se establece mediante la forma de w(n) y el valor de M [2]. Una alternativa consiste en promediar los periodogramas de diferentes segmentos inventariados de la serie. El otro método básico denominado "máxima entropía" (ME) [1] supone perfectamente conocidos los M primeros puntos de R(n) y realiza una extrapolación con el criterio de maximizar la entropía diferencial del proceso-considerado gaussiano-, que toma la expresión

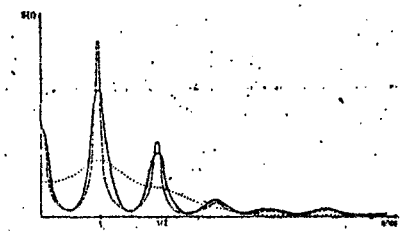
- integral_{-sigma}^{sigma} log S(f) df, sigma = pi/T

5. VALORACION.

Ambos métodos reducen de una forma parecida la varianza de S-hat(f). El método de ventanas es muy simple, pero para un cierto M, su resolución es pobre. En cambio, ME es particularmente efectivo separando picos espectrales estrechos y próximos pero puede ser muy sensible al orden elegido M, y tiende a seguir los picos mejor que los valles, aunque acentuándolos exageradamente.

6. UN NUEVO METODO.

Este método, desarrollado recientemente, pretende como ME extrapolar R(n) efectuando las mínimas suposiciones posibles sobre los valores conocidos. Para ello, maximiza



- integral_{-sigma}^{sigma} S(f).logS(f) df y lo hace con un algoritmo iterativo explicado en [3].

La carga computacional es mayor que en ME, pero consigue substanciales mejoras en la situación de los valles difíciles, parece ser un poco menos susceptible al orden y sitúa mucho mejor la amplitud de los picos. En la gráfica puede apreciarse una comparación entre dicho método (---) ME (---) y ventanas (····), con M=15 en los tres casos. La serie, utilizada en [3], corresponde al caudal de un río en meses.

REFERENCIAS.

[1] "Modern Spectrum Analysis" Ed. D. Childers, IEEE Press, 1978.
[2] "Spectral Analysis and its applications" Jenkins&Watts, H-D. 1968.
[3] "A new algorithm for spectral estimation" C. Nadeu, E. Sanvicente, M. Bertrán, ICOSP, Florencia, set. 1981 (remítido para presentación).