

COMPRESION DE PULSOS : ANALISIS DE FORMAS DE ONDA NO LINEALES

Eliás de los Reyes, Jordi Clavera, Antonio Eliás

ABSTRACT

An analysis of the characteristics of radar non linear waveforms is studied by means of software simulation techniques. The resolution and doppler effect are studied and from the results obtained the type of signal to use is decided.

INTRODUCCION

De todas las señales susceptibles de ser utilizadas para la compresión de pulsos la más utilizada es el pulso modulado con FM lineal, la típica señal "chirp", cuya expresión es:

$$s(t) = A \exp\left(j\pi \frac{B}{T} t^2\right) \quad (1)$$

Su uso generalizado se basa en que obtenemos muy buenas prestaciones en cuanto a resolución y en respuesta a blancos móviles, pues es escasamente sensible al efecto de la frecuencia doppler.

Sin embargo esta señal presenta un serio inconveniente : su respuesta frecuencial a la salida del filtro adaptado presenta amplitud aproximadamente plana para una relación TB suficientemente elevada, con lo que la señal temporal es una sinc; por lo tanto obtengo una relación de LPS de aproximadamente 13 dB. Los lóbulos laterales pueden así enmascarar unos blancos más débiles e impedir su detección. Se hace precisa, pues, la necesidad de inventanar. Esto provoca la consecuente pérdida de relación señal-ruido (S/N), de aproximadamente 1.25 dB, ya que inventanar equivale a desadaptar el filtro.

La idea es encontrar una señal $s(t)$ tal que, a ser posible, presente las ventajas de la señal "chirp" (buena respuesta en resolución y en doppler) y carezca de su principal inconveniente, mencionado anteriormente : relación lóbulo principal a secundario de 13 dB correspondientes a la sinc(x) - respuesta temporal -. La solución es evidente: conseguir que a la salida del filtro, el espectro $|S(f)|^2$ ya sea directamente $W(f)$, esto es, el propio inventanado. Planteado así el problema, lo primero que se nos ocurriría es simplemente realizar la transformada inversa de la ventana, pero esto por desgracia no es posible hacerlo, ya que la señal temporal ha de cumplir un requisito básico por exigencias de los amplificadores de potencia : ha de ser de amplitud constante, para que en los intervalos de emisión el radar pueda emitir a máxima potencia, y así aumentar el alcance.

Serán necesarias, pues, otras vías para encontrar esta señal sustitutiva de la señal "chirp".

APROXIMACION A LA VENTANA DE HAMMING

Una vez definido el objetivo, el primer intento se centró en tomar como referencia la ventana de Hamming, que es utilizada normalmente para inventanar debido a sus bajos lóbulos secundarios, pero principalmente a la gran resolución que permite, por ser la ventana que posee menor ancho de banda a 3 dB, para una relación lóbulo principal a secundario estimable.

Partimos de una señal $s(t)$, cuya frecuencia instantánea en función del tiempo es de la forma siguiente :

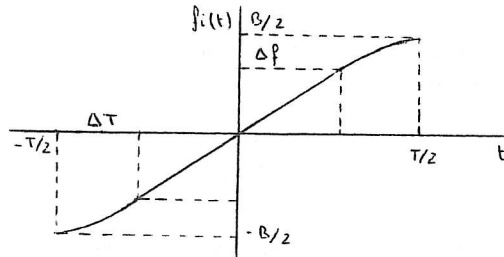


Fig.1 Frecuencia en función del tiempo

Esto es, distorsionamos el comportamiento lineal en frecuencia de la señal chirp en los extremos del pulso con ΔT variando entre el 10 y el 50% de T y Δf también variando entre un 10 y un 50% del ancho de banda B . La distorsión consiste en variar el carácter lineal de $f_i(t)$ por un polinomio de tercer orden

Entre los márgenes adecuados a partir de los valores deseados de ΔT y Δf calculamos la integral:

$$\int ||S(f)|^2 - W_H(f)|^2 df MINIMA \quad (2)$$

Se realizó esta integral por métodos iterativos para diversos márgenes de ΔT y Δf y con incrementos progresivamente más pequeños. Sin embargo no conseguimos encontrar una aproximación medianamente válida, pues aún en el caso óptimo el ajuste era francamente deficiente y ambos espectros diferían considerablemente.

ESTIMACION DE LA FASE DE LA SEÑAL TEMPORAL

Dada la señal temporal de banda estrecha

$$s(t) = a(t) \cos(\omega_0 t + \phi(t)) \quad (3)$$

con $a(t)$ siendo normalmente cte, su representación paso-bajo es :

$$s(t) = a(t) \exp(j\phi(t)) \quad (4)$$

La transformada de Fourier de esta última es :

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t) e^{j(\phi(t) - \omega t)} dt \quad (5)$$

El principio de fase estacionaria proporciona una muy simple, aunque aproximada relación entre las características del espectro frecuencial de la señal y sus características temporales [ref.1] :

$$\left| \frac{d^2}{df^2} \theta(f) \right| = 2\pi \frac{|S(f)|^2}{|s(t)|^2} \quad (6)$$

$$\left| \frac{d^2}{dt^2} \phi(t) \right| = 2\pi \frac{|s(t)|^2}{|S(f)|^2} \quad (7)$$

De esta manera, podemos intentar construir una señal con modulación no lineal de FM y obtener lóbulos menores que los de la señal "chirp".

TIPOS DE VENTANAS UTILIZADAS

Una vez determinada la relación entre $|s(f)|^2$, $|s(t)|^2$ y $\theta(f)$, se procedió a aplicarla para un conjunto de ventanas.

Se utilizaron aquellas ventanas que en principio ofrecían unas mejores prestaciones en cuanto a relación de lóbulo principal a secundario y en ancho de banda a 3 dB.

VENTANA DE HAMMING. APROXIMACION POLINOMICA

La expresión de esta ventana es de la forma:

$$W_H = k + (1 - k) \cos^2 \frac{\pi f}{\Delta f} \quad (8)$$

Aplicando las fórmulas expresadas en el apartado anterior obtenemos la fase del espectro:

$$\theta(f) = \frac{2\pi T}{(1+k)\Delta f} \left\{ (1+k) \left(\frac{f^2}{2} - (1-k) \left(\frac{\Delta f}{2\pi} \right)^2 \cos \left(\frac{2\pi f}{\Delta f} \right) \right) \right\} \quad (9)$$

Podemos entonces aplicar la FFT inversa y obtener la señal en el dominio temporal. Se observa que la amplitud no es rigurosamente constante, aunque sí lo es en la práctica ya que la variación es mínima (donde más se desajusta es en las 3 muestras centrales). Lo que se hace entonces es mantener la fase que hemos hallado y mantener la amplitud constante.

El espectro de la señal así obtenida no presenta prácticamente distorsión, y la respuesta a la salida del filtro es indistinguible de un caso a otro.

Este proceso se realizó también para el resto de ventanas y los resultados son igualmente buenos.

En vista de que la fase para la ventana de Hamming no tenía discontinuidades bruscas, en su representación "sin límite de grados" (es decir, no limitando la fase entre 0 y 360), se intentó realizar una aproximación polinómica de ésta, pero el resultado no fue positivo, pues la aproximación se realizaba sobre fases del orden de miles de grados, por lo que una ligera desviación ya suponía un error de algunos grados, con el consiguiente falseamiento de resultados.

VENTANA DE BLACKMAN

Se puede caracterizar de la siguiente manera:

$$W_B(f) = 0.42 - 0.5 \cos \left(\frac{2\pi f}{\Delta f} \right) + 0.08 \cos \left(\frac{4\pi f}{\Delta f} \right) \quad (10)$$

Siguiendo los mismos pasos que en la ventana precedente obtenemos:

$$\theta(f) = \frac{2\pi T}{0.42\Delta f} \left(0.42 \frac{f^2}{2} + 0.5 \left(\frac{\Delta f}{2\pi} \right)^2 \cos\left(\frac{2\pi f}{\Delta f}\right) - 0.08 \left(\frac{\Delta f}{2\pi} \right)^2 \cos\left(\frac{4\pi f}{\Delta f}\right) \right) \quad (11)$$

Una vez encontrada la fase, podemos realizar la FFT inversa de la señal y hacer las mismas operaciones que las indicadas para la ventana de Hamming. La fase encontrada tiene una discontinuidad bastante brusca por lo que ya no se intentó realizar una aproximación polinómica.

VENTANA DE BLACKMAN-HARRIS

No se puede hablar de una sola ventana, sino de una familia de ventanas, en función de una serie de coeficientes a_0, a_1, a_2, a_3 .

La expresión de estas ventanas es la siguiente :

$$W_{BH}(f) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{\Delta f}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{\Delta f}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi f}{\Delta f}\right) \quad (12)$$

con f variando entre $-B/2$ y $B/2$, y los coeficientes de una ventana a otra.

Los resultados son prácticamente iguales que para la ventana de Blackman.

VENTANA DE KAISER

La expresión de esta ventana es de la forma [ref.2] :

$$W_k(f) = \frac{I_0\left(\beta \sqrt{1 - \left(\frac{2f}{\Delta f}\right)^2}\right)}{I_0(\beta)} \quad (13)$$

siendo $I_0(\beta)$ la función modificada de Bessel de orden 0. El parámetro β gobierna la relación ancho de banda - lóbulo principal a secundario. Un valor óptimo para nuestra aplicación es 7.865, que garantiza una relación de lóbulo principal a secundario por debajo de los 80 dB.

La fase obtenida es:

$$\theta(f) = \frac{2\pi T}{\Delta f} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=0}^k \frac{\left(\frac{\beta}{2}\right)^{2k} (-1)^i}{k! 2(i+1)! (k-i)! (2i+1)!} \left(\frac{2}{\Delta f}\right)^{2i} f^{(2i+2)} \quad (14)$$

CONCLUSIONES

1. De todas las ventanas utilizadas, la de Blackman (junto con las de Blackman-Harris) ha sido la que mejores prestaciones ha aportado. Presenta muy buena respuesta doppler y unos lóbulos laterales cercanos a -40 dB para 128 muestras. El principal defecto es su resolución, pues no es capaz de discernir 2 blancos separados 2 células de resolución, aún cuando sí es capaz de discriminarlos cuando están separados 3 células.

2. Contrariamente a lo esperado a priori, el utilizar una ventana que presente una relación LPS mucho mayor, como es el caso de la ventana de Kaiser, no mejora los resultados. Esto es debido a dos causas:

A.- El método empleado: hay que recordar que éste deriva de una aproximación de Taylor, donde se han despreciado todos los términos a partir de la tercera derivada; y se ha supuesto continuidad de la función y de la fase en función del tiempo.

B.- Se han calculado M muestras de $S(f)$ a partir de M muestras de $|S(f)|^2$. De las M muestras de $S(f)$ obtenemos M muestras de $s(t)$ tras hacer la FFT inversa. Sin embargo, a la hora de determinar $g(t)$ a la salida del filtro (a través de la FFT inversa de $|S(f)|^2$) utilizamos, por teoría de convolución, 2M muestras (dos señales de M muestras, convolucionadas proporcionan a la salida una señal de 2M muestras). El trabajar con 2M muestras ocasiona que a la salida no tengamos el espectro $|S(f)|^2$ puro sino distorsionado por una serie de lobulaciones que son las que en definitiva provocan un aumento tan considerable de los lóbulos secundarios. La señal de Blackman funciona mucho mejor porque estos "picos" sobre la curva son bastante menores que en las restantes ventanas.

3. El número de muestras, como es lógico suponer, influye en la calidad de la respuesta. Se han realizado simulaciones con 32, 64 y 128 muestras, y los resultados óptimos se producen siempre para 128 muestras.

4. Todas las aproximaciones realizadas, y han sido bastantes, una vez encontradas las muestras puntuales de la fase, han dado resultados negativos. También se intentó seguir el camino inverso, esto es, sabiendo el retardo de grupo $\tau_g(f)$, encontrado a través de

$$-dT \frac{d\phi}{dw} = C |F(w)|^2 \quad (15)$$

se calcula la frecuencia instantánea en función del tiempo $f_i(t)$, y de ahí la fase $\phi(t)$ en el dominio temporal. Este proceso se tuvo que realizar por métodos numéricos, ya que era imposible de obtener analíticamente. Tampoco resultó en nada provechoso, porque sucedía lo mismo que con las aproximaciones habiendo partido de la fase en el dominio frecuencial: la respuesta se distorsionaba.

referencias

ref.1 Charles E. Cook & Marvin Bernfeld.

"Radar Signals: An introduction to theory and applications."
Academic Press, 1967

ref. 2 : Fredric J. Harris

"On the use of windows for Harmonic Analysis with the Discrete
Fourier Transform "
Proceedings of the IEE. Vol 66, January 1978

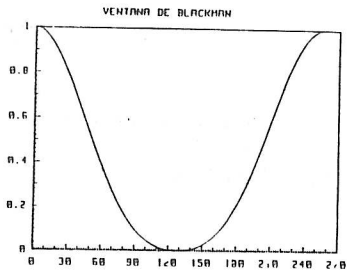


Fig.1 espectro teorico

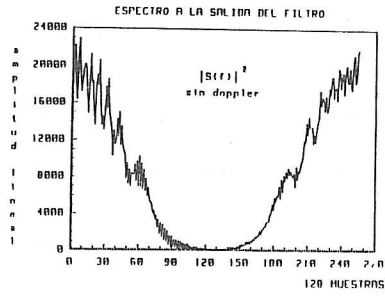


Fig.2 Señal Blackman

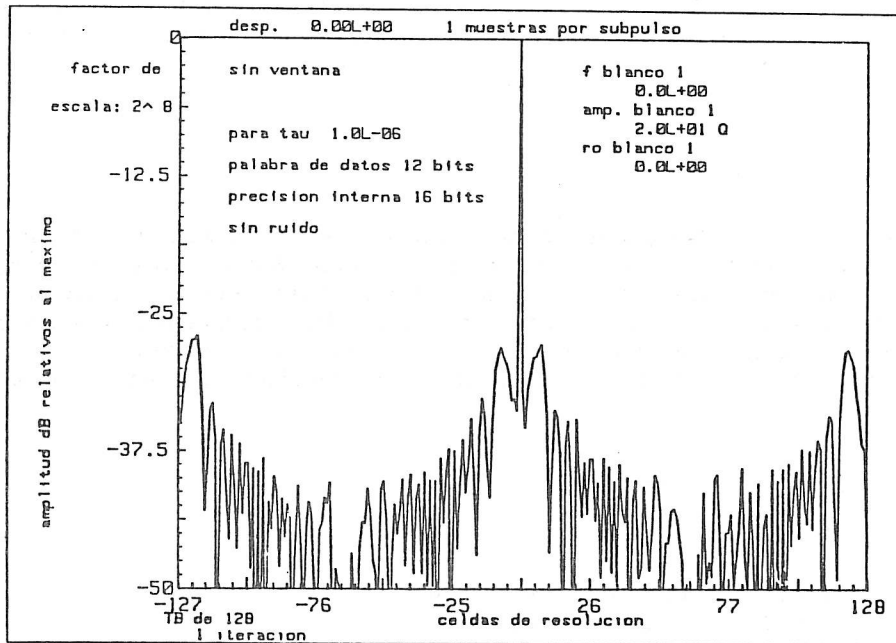


Fig.3 señal temporal chirp a la salida del filtro

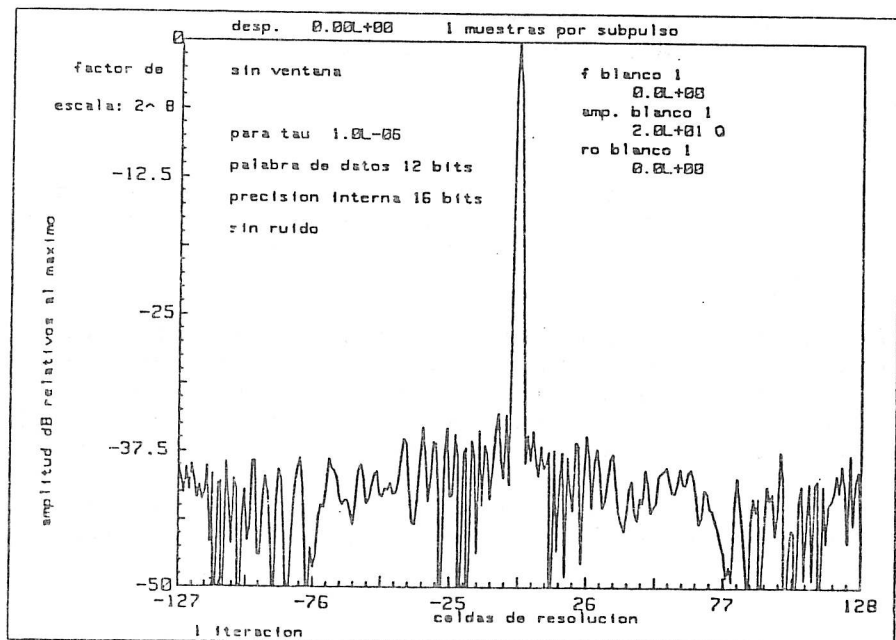


Fig.4 señal temporal blackman a la salida del filtro