

EVALUACION DE LA DISTORSION DE UN FILTRO COMPRESOR Y SU EFECTO EN EL PROCESADO CFAR

Luis Casanovas Gonzalez, Antonio Elias Fusté, Elias de los Reyes Davo.
Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. Grupo AMR.
E.T.S.I. Telecomunicación. Universidad Politécnica de Cataluña.

ABSTRACT

Clutter statistical alteration due to the digital operation of the match filter is examined. It is shown a great deformation from Rayleigh function after a square root detector.

INTRODUCCION

La detección de blancos en clutter es uno de los principales problemas de las técnicas radar. Para poder optimizar el procesado radar es necesario un conocimiento de la estadística de los ecos debidos a clutter.

Cuando la función de densidad de la amplitud del clutter después de la detección sigue una ley de *Rayleigh*, las componentes en fase y cuadratura del mismo antes de la detección son procesos conjuntamente gaussianos. La detección es perfectamente conocida. Se compone de un filtro lineal coherente, un detector de envolvente y la comparación con un umbral apropiado a través de un CFAR.

En este artículo presentamos el estudio de la alteración sobre la naturaleza del clutter que produce la no linealidad del filtro compresor, debida a la operación digital del mismo. El procesado en tiempo real obliga a la utilización de procesadores en coma fija, en los que se produce un compromiso entre rapidez, longitud de la palabra de trabajo y exactitud. Los truncamientos que tienen lugar en dicho procesado convierten al sistema en no lineal.

Para realizar la estimación de la naturaleza del clutter se aplica el test de inferencia estadística no paramétrico de *Kolmogorv-Smirnof* (K-S). Con ello se pretende elegir la técnica de detección y procesado CFAR más adecuado y obtener un cálculo más preciso del umbral de detección para una probabilidad de falsa alarma determinada.

EL FILTRO COMPRESOR

El filtro compresor a estudiar [1], está compuesto por un filtro adaptado a una señal FM lineal de producto TB 64 y 256. El número de datos a procesar será de 64 y 256 respectivamente, para una amplitud de señal de 1000 y $100q$, donde q es el escalón cuántico del convertor A/D, y una ventana en coseno realzado tipo Hamming con un pedestal de 0.082 y orden 2 ponderada por el módulo al cuadrado, para reducir los lóbulos laterales. La longitud del subpulso de la señal "chirp" es de 1 microsegundo, que corresponde sin enventanar a una resolución de 150 metros.

El algoritmo de DFFT utilizado ha sido el DIT (decimation-in-time). [1].

El dato se codifica en 12 bits (el convertor A/D tiene 4096 escalones cuanticos (q)).

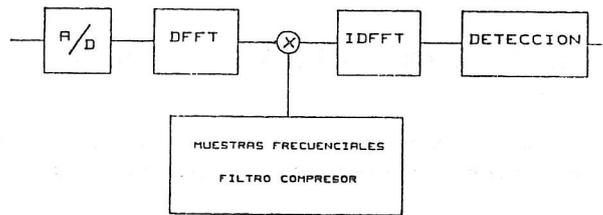
La longitud de palabra de trabajo del procesador en coma fija se ha tomado de 16 bits (m), con lo que se cumplen las exigencias de margen dinámico en torno a 40 dB. Los acumuladores son de 32 bits.

La no linealidad del sistema tiene lugar debido a los overflows que se producen en las operaciones intermedias de DFFT, filtrado y producto

complejo, y IDFFT. El algoritmo de conversión en frecuencia actua sobre toda la secuencia y no sobre los datos de forma independiente. Toda operación de

truncado, redondeo, división por dos, etc, se realiza sobre toda la secuencia para mantener el escalado interno, recuperándose posteriormente la dinámica. Aunque el acumulador es de 2^m bits y se pueden realizar todas las operaciones reales sin pérdida de precisión, los almacenamientos intermedios se hacen en m bits. En particular, la corrección del overflow debe hacerse simultáneamente sobre todos los resultados si uno de ellos rebasa la excursión permitida.

El diagrama de bloques del procesador a estudiar es el siguiente:



INFERENCIA ESTADISTICA

El test utilizado en este estudio es el test de adherencia o bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnof. Consiste en hallar la distancia máxima entre la función de distribución teórica $F(x)$ y la función de probabilidad acumulada real $p(x)$ para cada dato x_i de la muestra a estudiar:

$$D_n = \max_{x_i} \left\{ | F(x_i) - p(x_i) | \right\}$$

La comparación con varias leyes teóricas nos permite ver con cual se ajusta mejor la muestra.

La distancia máxima observada en una muestra de tamaño n , verifica el teorema de Kolmogorov:

$$p \left\{ D_n \leq \frac{z}{\sqrt{n}} \right\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} K(z)$$

donde z es fijo y $K(z)$ es la función de distribución de K-S. La convergencia a esta ley es válida para n grande, en particular a partir de 35. El valor z es el nivel de significación. De esta forma y fijado un nivel de significación (α) a priori, quedará determinada la distancia máxima para la cual se aceptará la hipótesis nula, o sea de aceptación de la función teórica con la que se quería estimar la muestra. Si la distancia hallada es mayor que la permitida para un nivel de significación determinado se rechazará la hipótesis nula, no pudiendose aceptar para ese nivel de confianza la función teórica. A partir de la expresión [2]:

$$D_n = (- \ln(\alpha) / (2n))^{1/2}$$

se puede hallar el nivel de significación máximo que la muestra puede soportar para una función teórica determinada conocida la distancia máxima. La función de distribución con mayor significación será la que mejor se adaptará a la estadística de la muestra.

Para determinar los parámetros que definen las funciones de densidad teóricas con las que se quiere estimar la muestra se hallará a partir de ella los estadísticos muestrales media de las n variables aleatorias que componen la muestra y varianza de las mismas. Estos dos estadísticos son, a su vez, dos variables aleatorias. La media sigue una

distribución normal :

$$N (m, \sigma^2/n)$$

si el número de variables que componen la muestra es elevado, son independientes dos a dos y tienen la misma media (m) y desviación típica (σ). Ello nos permite acotar el margen de error cometido al estimar la media

de la población a partir de la media de la muestra. Para el caso de la varianza (var) dicho error se puede acotar a partir del teorema de Tchebyshev, conocida la desviación típica de este estadístico:

$$p \left\{ \left| \text{var} - E (\text{var}) \right| \geq k \sigma \right\} \leq \frac{1}{k^2}$$

A partir de los estadísticos muestrales se determinan los parámetros que definen las funciones de distribución teóricas con las que se quiere estudiar la muestra.

FUNCIONES CON LAS QUE SE ESTIMARA LA ESTADISTICA DEL CLUTTER A LA SALIDA DEL DETECTOR

Las funciones de densidad teóricas con las que se compara la muestra son las de Rayleigh, exponencial, log-normal, Weibull, log-weibull, log-normal y k.

La principal diferencia de las cuatro últimas respecto a la primera consiste en las largas "colas" que éstas tienen, o sea, a los picos de valores que contemplan.

Las funciones de densidad y parámetros que definen cada una de estas estadísticas son las siguientes:

- exponencial $f_x(x) = \frac{1}{m} e^{-\frac{x}{m}}$ para $x \geq 0$ y m la media

- Rayleigh $f_x(x) = \frac{x}{\alpha^2} e^{-\frac{x^2}{2\alpha^2}}$ $x \geq 0, \alpha > 0$

estando α relacionada con la media y la varianza por:

$$E \{ x \} = \alpha \sqrt{\pi/2}, \quad E \{ x^2 \} = 2 \alpha^2, \quad \sigma_x^2 = \left[2 - \frac{\pi}{2} \right] \alpha^2$$

donde el operador E (.) es la esperanza.

- Weibull $f_x(x) = \alpha \rho (\rho x)^{\alpha-1} e^{-(\rho x)^\alpha}$ $x \geq 0$

α es el parámetro de forma y ρ es el parámetro de escala. La expresión general de los momentos ordinarios es:

$$E \{ x^r \} = \frac{\Gamma (r/\alpha + 1)}{\rho^\alpha} \quad \text{con } r \text{ el orden del}$$

momento. Para $\alpha = 2$ esta función se particulariza en una Rayleigh con $\rho^2 = 1 / (2 \alpha^2)$ y para $\alpha = 1$ queda una exponencial con $\rho = 1 / m$.

- k $f_x(x) = \frac{4c}{\Gamma(v)} (cx)^v K_{v-1}(2cx)$ $x \geq 0$

v y c son el parámetro de forma y de escala respectivamente, ambos positivos, $\Gamma(\cdot)$ es la función gamma y $K_\nu(\cdot)$ es la función de Bessel modificada de segunda especie y orden v.

Los momentos se obtienen a partir de:

$$E \{ x^r \} = \frac{1}{c^r} \frac{\Gamma(v + r/2)}{\Gamma(v)} \Gamma(r/2 + 1)$$

Esta distribución tiende a una Rayleigh cuando v tiende ∞ y tiene una "cola" muy larga cuando v es pequeña (0.1)

- log-normal

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\frac{\ln(x) - m}{\sigma} \right]^2} \quad x \geq 0$$

donde m y σ son respectivamente la media y la varianza de la variable aleatoria $\ln(x)$.

- log-weibull

$$f_x(x) = \frac{1}{x} \alpha \rho (\rho \ln(x))^{\alpha-1} e^{-(\rho \ln(x))^\alpha}$$

está definida para $x \geq 1$; ρ y α son los parámetros de la variable aleatoria $\ln(x)$ asociada.

GENERACION DE LAS MUESTRAS Y CALCULOS REALIZADOS

Para hallar la estadística a la salida de un detector concreto, de envolvente $(I^2 + Q^2)^{1/2}$ y suma $|I| + |Q|$; para cada uno de los filtros compresores (A de 1000q y 100q, TB de 64 y 256); y para cada una de las relaciones S/C deseadas se han generado 5000 muestras del tamaño adecuado (64 y 256) independientes entre sí. De esta forma se consigue acotar el caracter aleatorio del experimento. Los datos que componen cada muestra y que se colocarán a la entrada del conversor A/D tienen una naturaleza gaussiana y son independientes dos a dos. Así, el clutter es independiente para dos celdas cualesquiera dentro del mismo periodo interpulsos.

Los datos han sido generados utilizando el siguiente algoritmo:

$$b_i = s_d (-\ln(1 - a_i))^{1/2}$$

$$g_{Ii} = s_d b_i \cos(2\pi c_i)$$

$$g_{Qi} = s_d b_i \sin(2\pi c_i)$$

con a_i y c_i datos de una población uniformemente distribuida entre (0,1);

b_i será un dato de estadística Rayleigh de potencia s_d^2 , y g_{Ii} y g_{Qi} serán las componentes en fase y cuadratura del clutter gaussiano blanco de media nula y potencia $s_d^2/2$ cada una.

CONCLUSIONES

En las gráficas se puede apreciar como en el caso ideal, detección de envolvente sin filtrar, los histogramas de la significación son independientes del tamaño de la muestra (fig.7), siendo óptima la función de

Weibull con un α próximo a 2, o sea practicamente Rayleigh. Para las demás funciones, al aumentar el tamaño de la muestra el nivel de significación decae muy rapidamente (fig.5 y fig.6)..

Para el caso real, al filtrar por envolvente y para cualquier tipo de filtro y relación S/C la función log-weibull y la exponencial son las óptimas (fig.3 y fig.4). Los parámetros que definen a la log-weibull hacen que ambas funciones sean muy similares. La distorsión producida por la no linealidad del filtro en la estadística del clutter a la salida del detector puede ser apreciada comparando las funciones de densidad en el caso ideal y en el real (fig.1 y fig.2).

REFERENCIAS

- (1) Arquitectura de filtrado y compresión. Laura Casadevall. P.F.C. E.T.S.I.T.B. 1987
- (2) Estadística aplicada. Iothar Sachs. Editorial Labor.

	IDEAL (Sd=100q)		REAL (S/C=44dB, A=1000q) (n=256)	
	$(I^2 + Q^2)^{1/2}$	$ I + Q $	$(I^2 + Q^2)^{1/2}$	$ I + Q $
m(x)	8.86 E1	1.12 E2	1.08 E6	1.38 E6
var(x)	2.11 E3	3.56 E3	8.39 E11	1.39 E12
m(ln(x))	4.31	4.55	1.33 E1	1.36 E1
var(ln(x))	4.05 E-1	4.15 E-1	1.37	1.384
α (weibull)	2.04	1.998	1.198	1.18
β (weibull)	1.004 E-2	7.90 E-3	8.68 E-7	6.84 E-7
α (log.weib.)	8.35	8.72	1.401 E1	1.424 E1
β (log.weib.)	2.18 E-1	2.075 E-1	7.19 E-2	7.07 E-2
c (K)	5.61 E-3	5.60 E-3	6.42 E-7	4.93 E-7
v (K)	1.39	1.74	8.31 E-1	8.036 E-1

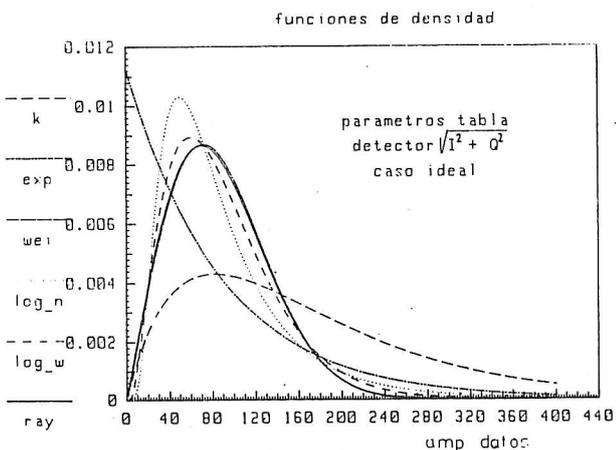


Fig. 1

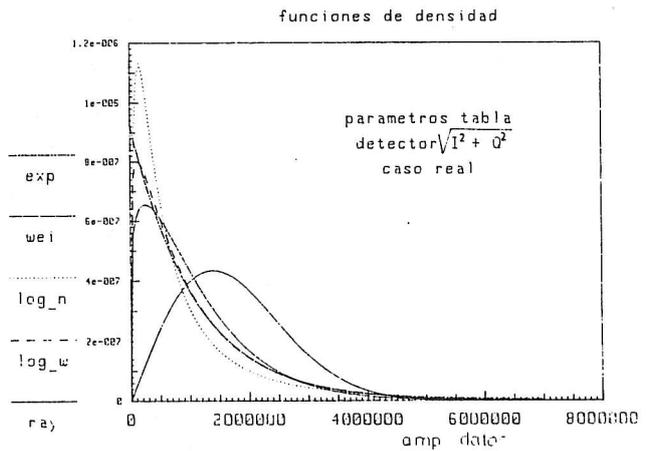


Fig. 2

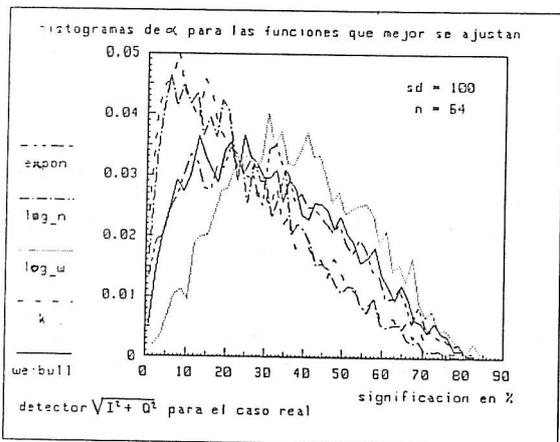


Fig. 3

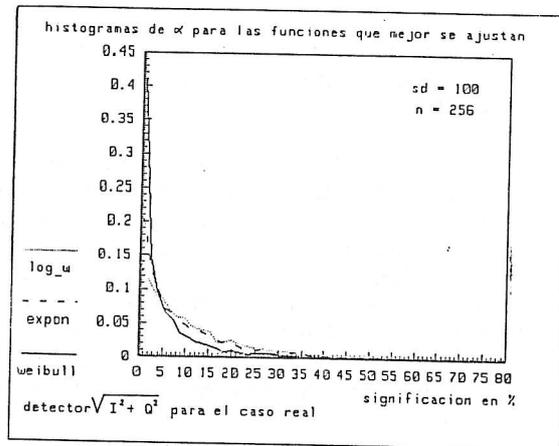


Fig. 4

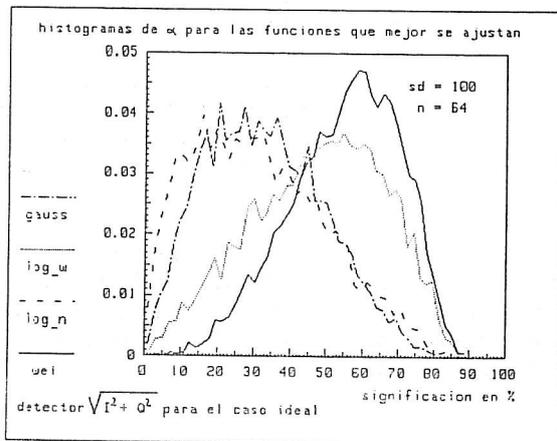


Fig. 5

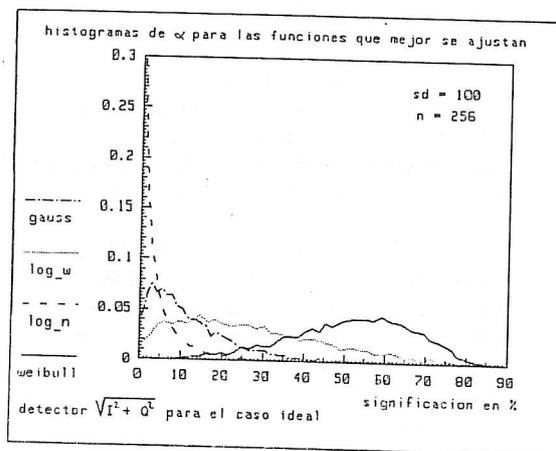


Fig. 6

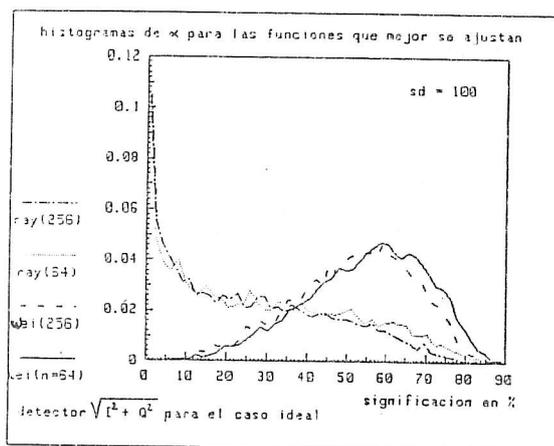


Fig. 7