

diu que té la  *propietat del punt fix*  si tota aplicació de  $P$  a  $P$  que conserva l'ordre té un punt fix. Rival, l'any 1984, va plantejar la qüestió de saber si un conjunt ordenat que és el producte de dos conjunts ordenats cada un dels quals té la propietat del punt fix, també la té. Una condició suficient per obtenir una resposta afirmativa, en el cas que els dos factors siguin finits, és que tot conjunt ordenat automorf minimal que sigui un retracte d'un producte, sigui un retracte d'algun dels factors. Aquí  *automorf minimal*  vol dir que no admet cap retracte que tingui algun automorfisme sense punts fixos. Per tractar aquesta qüestió, Corominas introdueix el concepte de  *conjunt ordenat projectiu* : és un conjunt  $P$  tal que tota aplicació creixent  $f: P \times P \rightarrow P$  que compleixi  $f(x, x) = x$ ,  $x \in P$  sigui una projecció.

En l'article es demostra que si  $H$  és projectiu i és un retracte d'un producte  $P = P_1 \times P_2$ , aleshores  $H$  és un retracte de  $P_1$  o de  $P_2$ . Llavors el problema de punt fix per a un producte de dos factors finits seria una conseqüència de la propietat següent:

- Tot conjunt automorf minimal i connex és projectiu.

Aquesta afirmació l'havia conjeat un

anys abans el mateix Corominas i és alhora conseqüència d'una altra hipòtesi:

- Tot conjunt primer, ramificat i connex, és projectiu i recíprocament.

Un conjunt ordenat és primer si no admet cap factorització no trivial i ramificat si tot element no maximal està cobert per sobre per almenys dos elements (resp. els no-minimals, coberts per sota).

Finalment, Corominas mostra alguns exemples que donen suport a les seves conjeatures. Prova que les corones i les seves superposicions i els reticles truncats de Boole, així com els conjunts ramificats i connexos de dos nivells, són tots ells projectius.

La nota de Corominas va donar lloc a diversos treballs, entre els quals la tesi de Simone Hazan:  *The projection property for orders and triangle-free graphs* , dirigida per Ralph McKenzie i llegida a la Universitat de Califòrnia a Berkeley l'any 1992, que l'autora va dedicar a Corominas.

Aquesta tesi conté un contraexemple, degut a Ralph McKenzie, a la segona hipòtesi de Corominas. D'altra banda, M. Roddy, l'any 1994, va provar que la conjeatura de Rival era certa si almenys un factor és finit. El cas general, però, continua obert.

Joaquim Bruna i Julià Cufí  
Universitat Autònoma de Barcelona

## Problemes

Malauradament aquest volum de la  *SCM/Notícies*  no contindrà la secció de presentació i resolució de problemes com sempre

és el cas. Esperem poder reprendre la secció en el proper número. Ho sentim.

## Matemots

Recordeu que es tracta d'un joc de llengua (podeu rellegir-ne l'article introductor al núm. 33 de la  *SCM/Notícies* ). Cal resoldre els enigmes lingüístics següents, a partir de la definició donada i les pistes incloses.

*Exemple*  «Varietat de maneres de representar el factorial» (5 lletres). La resposta és

«gamma», ja que podem parlar indistintament d'una gamma o varietat de productes (per exemple), però d'altra banda la funció gamma permet representar el factorial:  $n! = \Gamma(n + 1)$ .

En aquesta ocasió hem preparat un monogràfic dedicat a  **noms propis** . La major part són noms de matemàtics. Com que d'aquests

n'hi ha molts menys que de noms comuns, no inclourem el nombre de lletres de la solució.

En cas de dubte podeu trobar-ne les respostes al peu de pàgina.<sup>6</sup>

1. Personatge bíblic que fou assassinat per un enemic de la teoria de grups.
2. Savi que hauria pogut explicar els políedres regulars en *prime-time*.
3. Matemàtica que sofria quan impartia les seves classes.
4. Matemàtic que es quedà sense sexe per la seva dèria per les equacions de tercer grau.
5. Matemàtic extremista radical pel que fa a les funcions el·líptiques.
6. Matemàtic destre en espases i en integrals de línia i de superfície.
7. Matemàtic que rellava dins el paradís dels conjunts.
8. Matemàtica amiga dels anells però intolerant amb l'etoxietà.

Xavier Gràcia  
Universitat Politècnica de Catalunya

## Tesis i treballs de fi de màster

### Tesis

- MARÍA PILAR SILVESTRE ALBERO va llegir la seva tesi, dirigida per Joan Cerdà i Joaquim Martín, titulada *Capacitary function spaces and applications*, el dia 8 de febrer de 2012. La tesi correspon a la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona.



Per començar, vull enviar la meua salutació més cordial a tots els lectors i interessats pel fascinant món de les matemàtiques, així com agrair a tots els que contribueixen, encara que siga de manera molt simbòlica, a fer possible l'estudi i la recerca en aquesta disciplina. També vull agrair aquesta invitació de la SCM.

L'any 2012 vaig llegir la tesi doctoral *Capacitary function spaces and applications* gràcies al suport i guia de dues grans persones, els doctors Joan Cerdà i Joaquim Martín. Aprofito per expressar el meu agraïment a tots dos. Fer la tesi doctoral en matemàtiques sempre havia sigut una de les meues il·lusions però mai m'hagués pensat que la faria realitat a Catalunya. Déu, el meu esforç i la guia dels meus directors ho van fer possible.

El concepte de capacitat entrà a l'anàlisi clàssica amb la teoria de singularitats evitables. Un exemple clàssic de capacitat el trobem a l'electrostàtica. Siga  $K \subset \mathbb{R}^3$  un conductor. Considerem una distribució de càrrega en  $K$  i

deixem que es moga fins a arribar a l'equilibri. Siga  $\mu$  la distribució d'equilibri. El potencial newtonià de la mesura  $\mu$  pren valor constant  $V$  en  $K$ , i la capacitat de Wiener de  $K$  és

$$C(K) = \frac{\mu(K)}{V} \\ = \{ \|\nabla f\|_2^2; 0 \leq f \leq 1, f = 1 \text{ en } K \}.$$

Si pensem que la frontera de  $K$  i una esfera contenint a  $K$  són les plaques del condensador, aleshores fent el radi de l'esfera tendir a infinit obtenim un condensador ideal, i la capacitat de Wiener ha de ser entesa com la capacitat d'eixe condensador ideal.

En el passat més recent les capacitats han sigut utilitzades més com una ferramenta arran del desig d'integrar respecte a una capacitat. Aquesta qüestió va ser resolta pel cèlebre Choquet, qui proposà definir la integral d'una funció respecte a una capacitat (integral de Choquet) utilitzant la forma distribucional d'una integral de Lebesgue. Així defineix per una

<sup>6</sup> Respostes als matemàtics: 4. Cardano, I. A bel, 7. Cantor, 8. Hipàtesis, 6. Stokes, 2. Platò, 8. Noether, 5. Jacobí.