

$$\begin{aligned}
\frac{[PQRSTU]}{[ABC]} &= \\
&= 1 - \left(\frac{[APU] + [BRQ] + [CTS]}{[ABC]} \right) \\
&= 1 - \left(\frac{[APU]}{[ABC]} + \frac{[BRQ]}{[ABC]} + \frac{[CTS]}{[ABC]} \right) \\
&= 1 - \left(\left(\frac{PU}{BC} \right)^2 + \left(\frac{QR}{CA} \right)^2 + \left(\frac{ST}{AB} \right)^2 \right) \\
&= 1 - \left(\left(\frac{x}{a} \right)^2 + \left(\frac{x}{b} \right)^2 + \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right) \\
&= 1 - \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{(ab + bc + ca)^2} \\
&= \frac{2abc(a + b + c)}{(ab + bc + ca)^2}
\end{aligned}$$

que és la relació entre l'àrea de l'hexàgon i l'àrea del triangle.

c) Finalment, si suposam $[ABC] = 1$ i fem ús de la relació

$$(ab + bc + ca)^2 \geq 3abc(a + b + c)$$

que és equivalent a la desigualtat òbvia

$$(ab - bc)^2 + (bc - ca)^2 + (ca - ab)^2 \geq 0$$

resulta de (4) que

$$[PQRSTU] \leq \frac{2}{3}$$

i la igualtat es complirà si, i només si, $a = b = c$. Per tant, l'hexàgon més gran dels que obtindrem a l'apartat c) tindrà àrea $\frac{2}{3}$.

Carles Romero
IES Manuel Blancafort, la Garriga

Matemots

Es tracta de resoldre els enigmes lingüístics següents, a partir de la definició donada i les pistes incloses (vegeu l'article introductori al núm. 33 de la *Notícies/SCM*). Exemple: “Taula de nombres que porten dintre seu totes les estudiants de la facultat de matemàtiques” (6 lletres) La resposta és “matriu”, ja que és una taula de nombres, però també un òrgan reproductor femení.

En cas de dubte podeu trobar-ne les respostes al peu de pàgina.³

1. Sensació d'inferioritat de qui no entén els nombres imaginaris (7 lletres).
2. Exclous l'ús de coordenades al pla (9 lletres).
3. Tan succinta com l'equació d'una hipèrbola o una paràbola (8 lletres).
4. Joc que permet trobar una tangent horitzontal (menys de 5 lletres).
5. El pa que menjaven a can Lebesgue (8 lletres).
6. Poden ser topològiques, diferenciables, i fins i tot muntar un espectacle de cabaret (9 lletres).
7. Fanàtic partidari de la resolució d'equacions de segon, tercer i quart grau (7 lletres).
8. Esbós sobre la importància dels feixos en geometria algebraica (7 lletres).

Xavier Gràcia
Universitat Politècnica de Catalunya

³

Respostes als matemots: 6. varietats 3. Jacònic 1. complex 7. radical 2. descartes 2. integral 8. espèrma 4. tor