

# Comunicació de models

(La difícil tasca d'identificar. Número 2)

*Josep M. Merenciano*

Departament de Llenguatges i Sistemes Informàtics  
Universitat Politècnica de Catalunya

meren@lsi.upc.edu

Abril de 2012

## **Resum**

Tot desenvolupament de software es basa en la construcció i transformació de models. Per tant una de les tasques fonamentals en un desenvolupament és la comunicació de models. Ara bé, com que cada nivell de modelització és un món tancat amb el seu propi llenguatge, la comunicació no sempre és possible. Cal un llenguatge comú de comunicació, i cal que el missatge emès en termes del llenguatge d'un món, sigui interpretable en el llenguatge del món receptor. En aquest informe analitzem quines són les propietats exigides per la comunicació, i quina relació hi ha amb les propietats generals de modelització presentades a [\[Mer12a\]](#).

## **Abstract**

All software development is based on the construction and transformation of models. Thus a fundamental task in development is the communication of models. However, as each level of modeling is a closed world with its own language, communication is not always possible. We need a common language of communication, and that the message delivered in terms of a world language must be interpretable in the language of the world receiver. In this report we analyze what are the properties required for communication, and what is the relationship with the general properties of modeling presented in [\[Mer12a\]](#).

1	Gènesi . . . . .	3
2	Esbós del camí . . . . .	5
3	Un problema comunicatiu . . . . .	5
	3.1 El problema de partida . . . . .	5
	3.2 Generalització del problema comunicatiu . . . . .	6
4	Mons comunicables . . . . .	6
	4.1 Relació de modelització . . . . .	7
	4.2 Completesa i solidesa . . . . .	8
	4.3 Isomorfia entre els dos mons . . . . .	11
5	Un llenguatge comú . . . . .	13
	5.1 Llenguatge comú de comunicació . . . . .	13
	5.2 Un llenguatge de <i>noms</i> . . . . .	14
	5.3 Propietats del llenguatge comú . . . . .	15
6	Comunicació i principis de modelització . . . . .	17
	6.1 Objectiu que perseguim . . . . .	17
	6.2 Models comunicables . . . . .	18
	6.3 Llenguatge de noms . . . . .	19
	6.4 Conclusions: principis de modelització i comunicació . . . . .	25
7	Comunicació per fragments . . . . .	26
	7.1 Relaxació de les condicions . . . . .	26
	7.2 Fragments màxims . . . . .	27
8	La comunicació és possible . . . . .	28
9	Principis i definicions . . . . .	30
10	Referències . . . . .	31

# 1 Gènesi

**Observació inicial.** Aquest apartat es repeteix en tots els informes de la sèrie *La difícil tasca d'identificar*. Per aquest motiu el fons és de color gris.

**Ús de coneixement implícit.** En la meua experiència en l'ensenyament (des del 2005) de les tècniques i mètodes de l'enginyeria del Software aviat em vaig adonar de com els professionals prenem algunes decisions tant inconscientment que ens sembla inconcebible que algú altre (els estudiants) pugui prendre decisions diferents. En l'anàlisi del motiu d'aquesta discrepància vaig descobrir que molts cops darrera hi havia un coneixement per part del docent o professional que era desconegut per l'estudiant. El sorprenent del cas era que aquest coneixement, fruit d'anys d'experiència i de múltiples lectures, era encapsulable en alguns principis simples, tant d'enunciació com d'aplicació.

**L'Enginyeria del Software encapsula el coneixement.** Però aquesta és justament l'essència de l'Enginyeria del Software. La disciplina, l'art, l'habilitat i la professió d'adquirir i aplicar coneixements científics, matemàtics, econòmics, socials i pràctics, en el desenvolupament de software<sup>1</sup> és tant la capacitat de reproduir desenvolupaments com la capacitat d'encapsular l'experiència prèvia, pròpia o d'altri, de transmetre-la i d'usar el coneixement rebut a través de l'experiència d'altres.

**Transmissió errònia de coneixement.** Des d'aquest punt de vista, la discrepància entre el docent i el discent no és deguda a una manca del discent, ans a una manca del docent. L'origen de la discrepància rau en la incapacitat del docent d'haver transmès al discent la seva experiència; el docent de l'Enginyeria del Software falla en no usar ell mateix les tècniques i mètodes que pretén ensenyar.

**Propòsit d'esmena.** Arribats a aquesta conclusió només hi havia un camí a seguir. Calia detectar les discrepàncies i per cadascuna analitzar quin era el coneixement emprat implícitament pel professional, explicitar-lo, i encapsular-lo en uns pocs principis simples. I això fer-ho extensiu en tot el contingut de l'assignatura Enginyeria del Software:Disseny<sup>2</sup> de la que l'autor n'era responsable. En alguns casos l'explicitació del coneixement ha estat simple, d'altres força més complex. Un cop explicitat el coneixement sovint els principis apareixien per si sols, bé per tractar-se de principis fortament coneguts, bé per tractar-se de principis extensament usats tot i que potser no explicitats o sense un nom d'ús universal. De tot plegat en sorgí un llibre (inèdit, però accessible pels estudiants de l'assignatura) on a mesura que es va avançant en un desenvolupament es van analitzant les diferents decisions possibles, els seus avantatges i inconvenients, com les anàlisis es poden encapsular en principis, i com l'ús d'aquests principis simplifica el desenvolupament.

---

<sup>1</sup>Viquipèdia. Entrada "Enginyeria".

<sup>2</sup>Enginyeria Tècnica en Informàtica de Gestió, Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú. El darrer cop que es donà aquesta assignatura, per extinció del pla, fou la primavera de 2012.

**La problemàtica dels identificadors.** El què, el perquè, el com i el quan dels identificadors ha esdevingut un obstacle feixuc. Poca cosa hi ha en la bibliografia aplicable al context que m'interessava (visió des de l'especificació i des del disseny, fugint d'implementacions concretes com les bases de dades o l'orientació a objectes), i en canvi són molts els dubtes que els apareixen als estudiants. Per resoldre la problemàtica vaig introduir un capítol en el llibre usat com a material docent que desenvolupés els principis pertinents. Però les premisses emprades en aquests principis estaven farcides de coneixement implícit, la qual cosa les feia incomprendibles als estudiants. Calia explicitar aquest coneixement i presentar nous principis. La bola de neu s'anà fent gran i cada cop més tècnica. El resultat queda lluny del nivell dels estudiants als qui originalment anava destinat.

**Informes de recerca amb origen en material docent.** El material que tot i ser originalment docent és més de recerca que de transmissió docent l'he refet en termes d'informes de recerca, tot i mantenint l'estil de la redacció. El resultat és un híbrid: el contingut és més de recerca que docent, però l'estil i l'estructura el permet emprar com a material de consulta en cursos superiors.

**Un apunt sobre l'estil.** Com a material docent un text ha de permetre múltiples lectures: una ràpida que ens permeti situar dins la problemàtica, una pausada d'aprenentatge del contingut, lectures ràpides d'estudi i repàs, ús com a material de referència, accés ràpid a contingut antic relacionat amb el contingut nou, etc. Per aquest motiu aquest text conté diferents índexs, múltiples referències creuades, repeticions volgudes de contingut (amb el mateix text o amb text alternatiu, amb ús de diferents registres o nivells de formalisme,...), i els paràgrafs es presenten com un unitat semàntica. Aquesta darrera afirmació significa que cada paràgraf introdueix una sola idea o conseqüència; i aquesta idea es pot plasmar o resumir en el títol que encapçala el propi paràgraf. El resultat és un text més llarg del necessari per a la simple exposició, potser més feixuc a voltes, però que facilita gran part de les múltiples lectures exigides a un material docent.

## 2 Esbós del camí

**Problema comunicatiu.** Tenim un problema comunicatiu: la comunicació de dos mons; la comunicació entre model i realitat; la comunicació entre problema i solució. (Apartat [3.Un problema comunicatiu](#), pàgina 5).

**Models i realitats comunicables.** Ara bé, només té sentit comunicar allò que en l'altre món pot tenir algun significat. És a dir, no tot model ni tota realitat són aptes per a la comunicació. (Apartat [4.Mons comunicables](#), pàgina 6).

**Llenguatge de comunicació.** Un cop sabem que l'estructura d'ambdós mons permet la comunicació, cal definir un llenguatge comú que permeti realitzar la comunicació. Aquest llenguatge comú és un conjunt de noms que ha de tenir unes propietats determinades. (Apartat [5.Un llenguatge comú](#), pàgina 13).

**El paper dels principis de desenvolupament.** Els principis de desenvolupament, si es segueixen al peu de la lletra, asseguren que l'estructura del model obtingut és l'exigida per a la comunicació, i que el conjunt de noms del model que també apareixen en la realitat tingui les propietats necessàries per esdevenir el llenguatge de comunicació cercat. (Apartat [6.Comunicació i principis de modelització](#), pàgina 17).

**Necessitat de relaxar les condicions.** El problema és però que difícilment podem seguir els principis de desenvolupament al peu de la lletra: ens cal relaxar una mica les condicions. En concret, renunciem a poder comunicar tota la realitat i tot el model; i ens conformem amb la comunicació de fragments d'aquests. (Apartat [7.Comunicació per fragments](#), pàgina 26).

## 3 Un problema comunicatiu

### 3.1 El problema de partida

**Col·lisió entre dos mons.** Els ES comuniquen dos móns irreconciliables: el món exterior (on viu el problema) i el món del sistema (on viu la solució software).

**Dues llengües diferents.** Les peticions fetes pels ES han de ser fetes en termes intel·ligibles per l'agent extern que genera l'ES; el disseny dels ES ha de resoldre la petició manipulant elements de la solució software proposada. És a dir, qui fa la petició i qui la respon són agents de mons diferents, i parlen llengües diferents.

**Dues realitats diferents.** Però no només és un problema de llenguatge; també hi ha un problema de realitats diferents: els elements que manipula el disseny són realitzacions dels components; però aquestes no poden viure fora del sistema. Una simple traducció de llengües, paraula per paraula, no serveix

per mor de les realitats diferents que manipula cada una de les llengües en consideració.

- [?] (1) Com resollem la necessitat de comunicar dos mons (el sistema i el món extern) que usen “realitats” diferents?

**Estratègia per resoldre el problema comunicatiu.** Per tal de resoldre aquesta pregunta cal analitzar quins són exactament els mons que cal comunicar; quins elements d'aquest mons volem comunicar; i quin mecanisme de comunicació s'ha d'emprar.

### 3.2 Generalització del problema comunicatiu

- [?] (2) Quins són exactament els mons que volem comunicar?

**Mons que volem comunicar.** Els mons que volem comunicar són el món *exterior* al sistema i el món *interior* del sistema:  $Exterior \leftrightarrow Sistema$ .

**El sistema com a model.** El sistema és la solució d'un determinat problema; i aquesta solució l'hem construïda com un model d'aquest problema. El problema és per tant la realitat que el sistema modelitza.<sup>3</sup>

$$model(Problema) = Solució = Sistema$$

**L'exterior del sistema.** Els agents externs al sistema, els actors, interactuen amb el sistema a través dels ES en termes intel·ligibles per ells; és a dir, en termes del problema. Per tant la comunicació  $Exterior \leftrightarrow Sistema$  és de fet una comunicació  $Problema \leftrightarrow Sistema$ .

**Comunicació per resoldre.** Per tant, la comunicació que volem establir entre el sistema i el món exterior a ell ( $Exterior \leftrightarrow sistema$ ) és de fet una comunicació entre la realitat (el problema) i el model (la solució):

(1) 
**Problema comunicatiu que cal resoldre**  
 $Exterior \leftrightarrow Sistema \equiv Problema \leftrightarrow Solució \equiv Realitat \leftrightarrow Model$

## 4 Mons comunicables

**Sobre el que segueix.** El problema comunicatiu que cal resoldre és el problema  $Realitat \leftrightarrow Model$ . Començarem per analitzar quines propietats ha de tenir un model sobre una realitat per tal que la comunicació pugui ser possible.

<sup>3</sup>De fet el sistema és el model del problema donat en l'especificació; però aquesta és un model de la realitat. Per tant el sistema és el model d'un model de la realitat.

## 4.1 Relació de modelització

**Relació de modelització.** Construir un model MODEL sobre una realitat REALITAT significa construir una relació  $REL_{model}$  tal que:

$$REL_{model} = \{ \langle r, m \rangle \mid r \in REALITAT, m \in MODEL \}.$$

**Relació en termes de funció.** Matemàticament una relació  $\mathcal{R} \subseteq A \times B$  es pot expressar com una aplicació de  $A$  sobre el conjunt  $\mathcal{P}(B)$  de les parts de  $B$ ,<sup>4</sup> o bé com una aplicació de  $B$  sobre el conjunt  $\mathcal{P}(A)$  de les parts de  $A$ :<sup>5</sup>

$$\begin{array}{ll} \mathcal{R} : A \rightarrow \mathcal{P}(B) & \mathcal{R} : B \rightarrow \mathcal{P}(A) \\ \text{Domini}(\mathcal{R}) \subseteq A & \text{Domini}(\mathcal{R}) \subseteq B \end{array}$$

**Definició. Aplicació de modelització.** Anomenarem aplicació<sup>6</sup> de modelització a la relació de modelització quan la interpretem com una aplicació de la realitat sobre el conjunt de les parts del model:

$$\begin{array}{l} model : REALITAT \rightarrow \mathcal{P}(MODEL) \\ model(e) = \{ x \mid \langle e, x \rangle \in REL_{model} \} \end{array}$$

**Definició. Aplicació de demodelització.** Anomenarem aplicació de demodelització a la relació de modelització quan la interpretem com una aplicació del model sobre el conjunt de les parts de la realitat:

$$\begin{array}{l} model^{-1} : MODEL \rightarrow \mathcal{P}(REALITAT) \\ model^{-1}(me) = \{ x \mid \langle x, me \rangle \in REL_{model} \} \end{array}$$

**Exemple 1 (Relació de modelització)** Sigui  $MODEL = \{a, b\}$  i  $REALITAT = \{x, y, z\}$ . Suposem la relació de modelització definida per  $REL_{model} = \{ \langle a, x \rangle, \langle a, y \rangle, \langle b, y \rangle, \langle b, z \rangle \}$ . Llavors  $model(a) = \{x, y\}$ , i  $model^{-1}(y) = \{a, b\}$ .

**No composicionalitat de les dues aplicacions.** L'aplicació de modelització i l'aplicació de demodelització no són composables: n'hi ha prou en observar com ni  $model(model^{-1}(me))$  ni  $model^{-1}(model(e))$  estan definides, ja que en ambdós casos l'aplicació interna retorna un conjunt, mentre que l'aplicació externa requereix un element.

<sup>4</sup>El conjunt de les parts d'un conjunt B és el conjunt format per tots els possibles subconjunts de B.

<sup>5</sup>En el que segueix,  $Domini(\mathcal{R})$  expressa el domini de l'aplicació  $\mathcal{R}$ . El domini d'una aplicació  $f : A \rightarrow B$  és el conjunt  $\{x \in A \mid \exists y \in B \text{ tal que } f(x) = y\}$

<sup>6</sup>En termes matemàtics *aplicació* i *funció* són sinònims.

**Extensió del domini de les aplicacions.** Podem definir els conceptes d'*aplicació de modelització* i d'*aplicació de demodelització* sobre un conjunt de de la següent manera:

$$\begin{aligned} \text{model}(E) &= \bigcup_{e \in E} \text{model}(e) \\ \text{model}^{-1}(\mathbf{ME}) &= \bigcup_{me \in ME} \text{model}^{-1}(me) \end{aligned}$$

**Interrelació entre les dues aplicacions.** Amb l'extensió sobre el domini de les aplicacions de *modelització* i *demodelització* aconseguim que tant  $\text{model}(\text{model}^{-1}(me))$  com  $\text{model}^{-1}(\text{model}(e))$  quedin perfectament definides. Cal observar però, que en general les composicions mostrades no s'anul·len mútuament: una no és la inversa de l'altra. L'exemple següent mostra aquest fet.

**Exemple 2 (Modelitzar i demodelitzar no són inverses)** *Sigui l'exemple 1. Llavors tenim que  $\text{model}(\text{model}^{-1}(\mathbf{y})) = \{x, y, z\}$  i que  $\text{model}^{-1}(\text{model}(\mathbf{a})) = \{a, b\}$ .*

## 4.2 Completesa i solidesa

### 4.2.1 La relació entre els dos mons

**Definició. Completesa.** *Direm que un model MODEL és complet respecte una realitat REALITAT si i només si tot element de la realitat REALITAT és modelitzat amb algun element del model en qüestió:*

$$\text{Completesa: } (\forall A \in \text{REALITAT}) \text{ model}(A) \neq \emptyset$$

**Expressió alternativa de la completesa d'un model.** *Demanar que tot element de la realitat tingui un model no buit és equivalent a exigir que el model de l'element en qüestió tingui com a mínim un element. Per tant la completesa es pot expressar com:*

$$\text{Completesa: } (\forall A \in \text{REALITAT})(\exists B \in \text{MODEL}) B \in \text{model}(A)$$

**Domini de la modelització.** La *completesa* diu que el domini de l'aplicació de modelització és tota la REALITAT.<sup>7</sup>

**Definició. Solidesa.** *Direm que un model MODEL és sòlid respecte una realitat REALITAT si i només si cadascun dels elements del model MODEL és el model d'algun dels elements de la realitat modelitzada:*

$$\text{Solidesa: } (\forall B \in \text{MODEL}) \text{ model}^{-1}(B) \neq \emptyset$$

<sup>7</sup>Aquí fem una extensió de la definició de domini d'una aplicació sobre conjunts. Donada una aplicació  $f : A \rightarrow \mathcal{P}(B)$ , definim el *Domini*( $f$ ) =  $\{x \in A \mid \exists y \in \mathcal{P}(B) \text{ tal que } f(x) = y \text{ i } y \neq \emptyset\}$ . És a dir, exigim que el resultat de l'aplicació no sigui el conjunt buit.

**Expressió alternativa de la solidesa d'un model.** Anàlogament al cas de la *completesa*, l'exigència d'un conjunt no buit es pot expressar com l'existència d'un element que és del conjunt:

$$\text{Solidesa: } (\forall B \in \text{MODEL})(\exists A \in \text{REALITAT}) B \in \text{model}(A)$$

**Domini de la demodelització.** La *solidesa* diu que el domini de l'aplicació de demodelització és tot el MODEL.<sup>8</sup>

**Completesa i solidesa en termes planers.** La *completesa* diu que model "captura" tots els elements pertinents de la realitat. La *solidesa* diu que el model no "captura" cap element indesitjat.

#### 4.2.2 Ponts per a la comunicació

**Ponts per a la comunicació.** La solidesa i la completesa d'un model per una determinada realitat asseguruen que tot element del model té com a mínim un correlat en la realitat, i que tot element de la realitat té com a mínim un correlat en el model. És a dir, la solidesa i la completesa d'un model per aquesta realitat asseguruen l'existència de ponts que parteixen de tots i cadascun dels elements dels dos mons en consideració, i que porten a algun element de l'altre món.

**Passos fronterers.** Els ponts entre els diferents elements dels dos mons en consideració, que asseguruen les propietats de completesa i solidesa del model pel que fa a aquesta realitat, són el mecanisme que permet traspasar les fronteres d'ambós mons.

**Existència i unicitat.** Un model *sòlid* i *complet* assegura que tot element en un món té un correlat en l'altre. Però aquest correlat no necessàriament és únic: els ponts comunicatius poden tenir múltiples entrades i múltiples sortides.

**Exemple 3 (Model sòlid i complet sense unicitat)** *Suposem una realitat 3D formada per un cub i un con. El nostre model 2D l'obtenim per projecció. Per mor de la posició dels elements de la realitat, i per mor de la direcció de projecció obtenim que el con es projecta en una forma triangular; mentre que el cub es projecta sobre una forma quadrada que tapa la projecció del con: a la vista queda la punta superior (en forma de triangle), i part de la base (en forma de trapezi).*

*Així el model consta de tres elements: un triangle, un quadrat, i un trapezi, tals que:*

1.  $\text{model}(\text{cub}) = \{\text{quadrat}\}$
2.  $\text{model}(\text{con}) = \{\text{quadrat}, \text{trapezi}, \text{triangle}\}$

---

<sup>8</sup>Aquí fem una extensió de la definició de domini d'una aplicació sobre conjunts. Donada una aplicació  $f : A \rightarrow \mathcal{P}(B)$ , definim el *Domini*( $f$ ) =  $\{x \in A \mid \exists y \in \mathcal{P}(B) \text{ tal que } f(x) = y \text{ i } y \neq \emptyset\}$ . És a dir, exigim que el resultat de l'aplicació no sigui el conjunt buit.

*Cal observar com el con es modelitza amb tres elements i com el quadrat és el model de dos elements: no hi ha unicitat en la correspondència entre model i realitat. Tot i així tot element del model es correspon a algun element de la realitat; i tot element de la realitat es correspon amb algun element del model. Per tant el model és sòlid i complert per a aquesta realitat.<sup>9</sup>*

**Conseqüències de la no unicitat de la correspondència.** La manca d'unicitat en la correspondència entre els elements del model i de la realitat modelitzada fan que, en usar aquesta correspondència amb finalitats comunicatives, les distincions que eren rellevants en un món poden deixar de ser-ho en l'altre. En termes metafòrics, el bagatge que portem en començar la travessa del pas fronterer pot ser que ens sigui espoliat pels agents duaners, o que ens sigui del tot insuficient per superar el fred de les gèlides temperatures de la serralada que cal atravessar.

**Exemple 4 (Manca d'informació)** *En el model de l'exemple 3 distingim entre el trapezi i el triangle. Si volem comunicar qualsevol d'aquests elements a la realitat, només podrem arribar a comunicar la idea de con. En la comunicació perdem informació; els duaners ens han espoliat.*

*En canvi si volem comunicar l'element **quadrat** tant podem comunicar la idea de con com la de cub. La comunicació ens exigeix una diferenciació per la qual no estem preparats; no anem prou abrigats per passar la serralada.*

**Comunicació imperfecta.** La manca d'unicitat en la correspondència entre el model i la realitat pertinent produeix "errors" en la comunicació: *pèrdues d'informació* o *mancances d'informació*.

**Pèrdua d'informació.** La *pèrdua d'informació* apareix allà on hi ha distincions que són pertinents en la realitat que no podran ser comunicades al model, o a la inversa: volem dir-te "a o b" allà on tu parles de "x".

**Manca d'informació.** El problema de la *manca d'informació* apareix allà on l'element que es vol comunicar té més d'un correlat en l'altre món: volem dir-te "a" allà on tu parles de "x o y".

**Comunicació possible, però imperfecta.** De tot plegat resulta que donat un model *sòlid i complert* per a una determinada realitat la comunicació és possible tot i que potser imperfecta. La possibilitat de la comunicació l'asseguren els ponts que fan de passos fronterers i posen en contacte els elements d'ambós mons; la imperfecció en la comunicació és resultat de la manca d'unicitat en la correspondència entre els elements d'ambdós mons.

<sup>9</sup>Certament hi ha moltes d'altres maneres de modelitzar aquesta projecció. Per exemple, enlloc de dividir-la en tres formes bàsiques la podríem haver dividit en cinc, subdividint la projecció del cub en tres.

**Mons comunicables**

La comunicació entre realitat i model només és pertinent (tot i que segurament imperfecta) si el model és *complert i sòlid* per a aquesta realitat.

(2)

**4.3 Isomorfia entre els dos mons**

**Definió. Unicitat en la modelització.** *Direm que una relació de modelització té la propietat d'unicitat en la modelització si i només si els elements de la REALITAT tenen com a molt un correlat en el MODEL segons la relació de modelització  $REL_{model} = \{ \langle r, m \rangle \mid r \in REALITAT, m \in MODEL \}$ .*

*Notació.* Per expressar que una relació de modelització té la propietat d'unicitat en la modelització sovint direm que la modelització és *unívoca*.

**Unicitat en la modelització en termes de l'aplicació de modelització.** La *unicitat de modelització* significa que els conjunts que són imatge<sup>10</sup> de l'*aplicació de modelització*  $model: REALITAT \rightarrow \mathcal{P}(MODEL)$  són conjunts unitaris, és a dir, d'un sol element. Així, l'*aplicació de modelització* sota el supòsit de la *unicitat de modelització* es pot expressar com:

**Modelització unívoca:**

$$model: REALITAT \rightarrow MODEL$$

$$model(e) = x \Leftrightarrow \langle e, x \rangle \in REL_{model}$$

**Qui és unívoc?.** Cal observar com la *modelització unívoca* és una propietat de la *relació de modelització*, tot i que l'expressem en termes de la seva interpretació com a *aplicació de modelització*.

**Definió. Unicitat en la demodelització.** *Direm que una relació de modelització té la propietat d'unicitat en la demodelització si i només si els elements del MODEL tenen com a molt un correlat en la REALITAT segons la relació de demodelització  $REL_{model} = \{ \langle r, m \rangle \mid r \in REALITAT, m \in MODEL \}$ .*

*Notació.* Per expressar que una relació de modelització té la propietat d'unicitat en la demodelització sovint direm que la demodelització és *unívoca*.

<sup>10</sup>Donada una aplicació  $f: A \rightarrow B$  definim  $imatge(f) = \{y \in B \mid (\exists x \in A) f(x) = y\}$ . En el cas d'aplicacions  $f: A \rightarrow \mathcal{P}(B)$  extenem aquesta definició tot exigint que el conjunt buit no forma part del domini de la imatge; formalment,  $imatge(f) = \{y \in \mathcal{P}(B) \mid (\exists x \in A) f(x) = y \wedge y \neq \emptyset\}$

**Unicitat en la demodelització en termes de l'aplicació de demodelització.** La *unicitat de demodelització* significa que els conjunts que són imatge<sup>11</sup> de l'*aplicació de demodelització*  $model^{-1}: MODEL \rightarrow \mathcal{P}(REALITAT)$  són conjunts unitaris, és a dir, d'un sol element. Així, l'*aplicació de demodelització* sota el supòsit de la *unicitat de demodelització* es pot expressar com:

**Demodelització unívoca:**

$$model^{-1}: MODEL \rightarrow REALITAT$$

$$model^{-1}(me) = x \Leftrightarrow \langle x, me \rangle \in REL_{model}$$

**Qui és unívoc?.** Cal observar com la *demodelització unívoca* és una propietat de la *relació de modelització*, tot i que l'expressem en termes de la seva interpretació com a *aplicació de demodelització*.

**Completesa i modelització unívoca.** La *completesa* diu que el MODEL “captura” tots els elements pertinents de la REALITAT. La *modelització unívoca* diu que quan el MODEL “captura” algun element de la REALITAT ho fa sense introduir “soroll”, és a dir, que cada element de la REALITAT es modelitza amb exactament un element del MODEL:

**Completesa i modelització unívoca:**

$$(\forall A \in REALITAT)(\exists ! B \in MODEL) B \in model(A)$$

**Solidesa i demodelització unívoca.** La *solidesa* diu que el MODEL no “captura” cap element indesitjat. La *demodelització unívoca* diu que quan el MODEL “captura” un element de la REALITAT ho fa sense “barrejar” elements diferents d'aquesta, és a dir, que cada element del MODEL modelitza exactament un element de la REALITAT:

**Solidesa i demodelització unívoca:**

$$(\forall B \in MODEL)(\exists ! A \in REALITAT) B \in model(A)$$

**Comunicació perfecta.** Hem vist<sup>12</sup> com la comunicació entre un model i una realitat només té sentit si el model és sòlid i complet respecte aquesta realitat. Si a més afegim la condició que tant la modelització com la demodelització siguin unívocues, obtenim les condicions necessàries per a la comunicació perfecta: la correspondència 1-1 entre model i realitat evita tant la pèrdua com la manca d'informació.

---

<sup>11</sup>Donada una aplicació  $f: A \rightarrow B$  definim  $imatge(f) = \{y \in B \mid (\exists x \in A) f(x) = y\}$ . En el cas d'aplicacions  $f: A \rightarrow \mathcal{P}(B)$  extenem aquesta definició tot exigint que el conjunt buit no forma part del domini de la *imatge*; formalment,  $imatge(f) = \{y \in \mathcal{P}(B) \mid (\exists x \in A) f(x) = y \wedge y \neq \emptyset\}$

<sup>12</sup>Vegeu la conclusió 2, pàgina 11.

**Definició. Model coherent.** *Direm que un model és coherent amb una determinada realitat si i només si és sòlid i complert respecte aquesta realitat, i a més tant la modelització com la demodelització són unívokes.*

**Coherència: Propietats necessàries per a la comunicació perfecta**

(3)

La comunicació perfecta entre realitat i model només és possible si el model és *coherent* respecte aquesta realitat. És a dir, si:

1. El model és sòlid respecte la realitat que modelitza
2. El model és complert respecte la realitat que modelitza
3. La modelització és unívoca
4. La demodelització és unívoca

**Isomorfia entre model i realitat.** Un *model coherent* amb una determinada realitat té exactament la mateixa estructura que aquesta realitat; *model i realitat són isomorfs*.

**Condicció necessària.** Cal observar com la *coherència* és una condició necessària per a la comunicació, tot i que no suficient. Com a mínim manca per definir les condicions que ha de complir el llenguatge de comunicació.<sup>13</sup>

**Estructura d'un món.** L'afirmació sobre la isomorfia dels dos món requereix una observació. L'estructura d'un món el està formada pels seus elements i per les interrelacions entre aquests. Però les interrelacions entre els diferents elements no deixen de ser elements del món considerat, i per tant l'*estructura* d'un món la podem veure com un conjunt d'elements. Vistes així les coses, la correspondència 1 – 1 dels elements preserva l'estructura, ja que els lligams estructurals es tracten com a elements qualssevol.

**Isomorfia i comunicació.** És precisament la isomorfia entre model i realitat el que permet la comunicació perfecta: *quan en un món fem referència a un element, aquest es correspon amb un i només un element de l'altre món*.

## 5 Un llenguatge comú

### 5.1 Llenguatge comú de comunicació

**Cal resoldre la comunicació.** La pregunta 1, pàgina 6, planteja la problemàtica de com comunicar dos mons amb realitats diferents. La conclusió 3, pàgina 13, diu que aquesta problemàtica només es pot resoldre si els mons que

<sup>13</sup>Aquestes condicions s'introdueixen en l'apartat 5.Un llenguatge comú, pàgina 13

volem comunicar tenen una mateixa estructura. Queda però resoldre la qüestió de com es realitza aquesta comunicació.

? (3) Quin mecanisme usem per fer possible la comunicació?

**Necessitat d'un llenguatge comú.** La idea bàsica per resoldre la comunicació entre dos mons diferents és la d'exigir l'existència d'un *llenguatge comú* en els dos mons.<sup>14</sup>

**Una sintaxi amb dues semàntiques.** El que es persegueix és la definició d'una sola sintaxi que es pugi interpretar tant en termes dels elements d'un dels mons, com en termes dels elements de l'altre món.

**Necessitat d'una moneda de canvi.** Per tal que la comunicació sigui possible, els elements comunicats, és a dir, aquells que traspassen les barreres dels mons, han de ser elements que puguin viure en ambdós mons. Com que les realitats subjacents a cadascun dels mons que volem comunicar són massa distintes, no podem usar els propis elements dels mons per a la comunicació; ens cal una espècie de moneda de canvi: els *noms*.

## 5.2 Un llenguatge de *noms*

**Definició. Nom.** *Un nom és una cadena fònica o textual. A tots els efectes un nom no té estructura interna ni comportament associat; un nom és una etiqueta arbitrària que podem aplicar a un element.*<sup>15</sup>

**Universalitat dels noms.** Els noms són valors *universals*, en el sentit que poden existir en qualsevol dels mons imaginables.

**Llenguatge de noms.** El llenguatge comú ha de ser un *llenguatge de noms* (pròpiament, ha de ser un conjunt de noms).

**Noms del model i de la realitat.** Direm que un nom és del model (o de la realitat) quan s'usi per expressar algun element del model (o, respectivament, de la realitat). Quan ens interressi remarcar que el nom és un nom del model o un nom de la realitat usarem  $nom_M(x)$  i  $nom_R(x)$  respectivament.

**Extensió dels noms.** El conjunt de tots els noms de les realitzacions d'un element  $A$  l'expressarem amb  $NOMS_A$ :

$$NOMS_A = \bigcup_{x \in A} nom(x)$$

<sup>14</sup>Aquesta exigència és independent de quina estructura tenen els mons. Hem vist però, que per tal que la comunicació sigui perfecta (és a dir, sense pèrdua ni manca d'informació), cal que els mons que volem comunicar siguin isomorfs.

<sup>15</sup>Més endavant, a partir de la introducció del *llenguatge estratificat* (vegeu [Mer12b], apartat 5.Llenguatge de noms i estratificació, pàgina 13) veurem que pròpiament els noms seran una seqüència d'etiquetes.

**Exemple 5 (Extensió dels noms)** *Sigui Client un concepte del nostre model. El conjunt de tots els noms que ens permeten referenciar totes les realitzacions diferents d'aquest concepte, és a dir, el conjunt de tots els noms que ens permeten referenciar tots els clients l'expressem amb  $NOMS_{Client}$ .*

**Noms del model i noms de la realitat.** El conjunt de tots els noms de la realitat l'expressarem amb  $NOMS_R$ ; el conjunt de tots els noms del model l'expressarem amb  $NOMS_M$ :

$$NOMS_R = \bigcup_{A \in REALITAT} NOMS_A \qquad NOMS_M = \bigcup_{A \in MODEL} NOMS_A$$

### 5.3 Propietats del llenguatge comú

#### 5.3.1 Vides paral·leles

**Un nom, dues lectures.** Els noms usats en el llenguatge comú han tenir sentit tant en la realitat com en el model; un mateix nom ha de ser interpretable, *directament*,<sup>16</sup> tant en termes del problema com de la solució. Per tant, els conjunts de noms de la realitat i del model han de coincidir:

$$NOMS_R = NOMS_M$$

**Consistència denominadora.** La doble interpretació d'un mateix nom, en el model i en la realitat, no és suficient per a la correcta comunicació. Per tal d'assegurar que la comunicació sigui efectiva cal que l'element del model expressat amb un nom sigui el model de l'element que el mateix nom expressa en la realitat: i anàlogament, que l'element de la realitat expressat amb un nom es modelitzi amb l'element que el mateix nom expressa en el model.<sup>17</sup>

$$nom_R(A) = nom_M(B) \Leftrightarrow model(A) = B$$

#### 5.3.2 Ambigüitat denominadora

**No ambigüitat.** Cada nom només pot expressar un element en cadascun dels nivells de modelització (model o realitat), altrament la comunicació és ambigua. Suposem per exemple  $nom_R(X) = nom_R(Y) = nom$ , llavors quan usem *nom* per a la comunicació, a qui ens estem referint, a *X* o a *Y*?

<sup>16</sup>Aquí "directament" significa que la doble interpretació no requereix de cap mecanisme de modelització. A mesura que anem aprofundint en el tema de la comunicació caldrà matisar aquest "directament".

<sup>17</sup>Cal observar com aquesta afirmació només té sentit sota la unicitat de modelització i demodelització, que són justament dues de les condicions necessàries per a la comunicació, tal com s'expressa a la conclusió 3, pàgina 13.

**Ambigüitat denominadora en la realitat.** Suposem  $nom_R(X)=nom_R(Y)$ , i suposem que existeix un element  $B$  del model tal que  $nom_R(X)=nom_M(B)$ . La *consistència denominadora* exigeix  $model(X) = B$  i, per igualtat dels noms,  $model(Y) = B$ . És a dir, la *consistència denominadora* juntament amb la presència d'*ambigüitat*, porta a la *demodelització no unívoca*: un sol element  $B$  del model modelitza dos elements de la realitat. I això impossibilita, en la comunicació, la distinció entre elements que en la realitat és pertinent.

**Ambigüitat denominadora en el model.** Suposem  $nom_M(X)=nom_M(Y)$ , i suposem que existeix un element  $A$  de la realitat tal que  $nom_R(A)=nom_M(X)$ . Per un argument similar a l'anterior, la *consistència denominadora* juntament amb la presència d'*ambigüitat*, porta a una *modelització no unívoca*: un sol element  $A$  de la realitat es modelitza amb dos elements diferents. I això impossibilita, en la comunicació, la distinció entre elements que en el model és pertinent.

**Consistència i ambigüitat.** Així, si no volem perdre les condicions necessàries per a la comunicació<sup>18</sup> el que tenim és que la *consistència denominadora* i l'*ambigüitat denominadora* són incompatibles.

(4)

**Prohibició d'ambigüitat denominadora**

La comunicació només és possible entre models i realitats en els que NO hi hagi *ambigüitat denominadora*

### 5.3.3 Anòmia

**Elements sense nom.** Si el mecanisme de comunicació és el nom de les coses, és evident que només es podran comunicar aquells elements que tinguin nom.

**Definició. Anòmia.** Direm que un model o una realitat és anòmica, quan conté elements sense nom

(5)

**Prohibició d'anòmies**

La comunicació només és possible entre models i realitats que NO són anòmics

<sup>18</sup>Vegeu la conclusió 3, pàgina 13.

### 5.3.4 Propietats del llenguatge comú de comunicació

#### Propietats del llenguatge comú de comunicació

Les propietats que cal exigir al llenguatge de comunicació entre el model i la realitat són:

- **Sintaxi comuna.** És un conjunt de noms *NOMS*, comú tant en el model com en la realitat.
- **Semàntiques consistents.** La semàntica de cada nom és consistent en els dos mons:
 
$$nom_M(B) = nom_R(A) \Leftrightarrow B \in model(A)$$
- **Referent únic.** Tot nom expressa un sol element en cada un dels mons
- **Completesa.** Tot element per comunicar té un nom, és a dir, en cap dels dos mons hi ha anòmies

(6)

### 5.3.5 Condicions necessàries per a la comunicació

**Estructura i llenguatge.** Les condicions estructurals de la conclusió 3, pàgina 13, juntament amb les condicions sobre el llenguatge de comunicació, expresades a la conclusió 6. **Propietats del llenguatge comú de comunicació**, formen un conjunt de condicions necessàries i suficients per a la comunicació (perfecta).

**Condicions suficients per a la comunicació.** En l'apartat que segueix analitzem si l'ús dels principis de desenvolupament és suficient per assegurar les condicions necessàries per a la comunicació.

## 6 Comunicació i principis de modelització

### 6.1 Objectiu que perseguim

**El paper dels principis en la comunicació.** Els principis de modelització presentats faciliten el procés de modelització justament perquè faciliten la comunicació entre el model i la realitat. I això ho aconsegueixen gràcies a mantenir els dos mons amb estructura similar (*Espill*), a posar restriccions en els noms possibles en el model (*Franquícia* i *Franquícia obligada*), i a determinades exigències sobre els noms del model i de la realitat (*Referent únic*).

**Suficiència dels principis de modelització.** La qüestió fonamental, però, és si els principis de modelització són suficients per assegurar les propietats necessàries per a la comunicació perfecta.

Els principis de modelització asseguren les propietats necessàries per a la (4) ?

comunicació perfecta?

## 6.2 Models comunicables

**Completesa i solidesa.** Recordatori: La comunicació només té sentit davant de models *sòlids i complerts*.

**Imperfeció en la comunicació.** Recordatori: Aquesta comunicació és imperfecta per mor de la manca d'unicitat en la correspondència entre els elements del model i els de la realitat.

**Perfeció en la comunicació.** Recordatori: Per tal de poder tenir una comunicació perfecta cal exigir *unicitat* tant a l'aplicació de *modelització* com a la de *demodelització*.

**Coherència.** Recordatori: Donat un model sòlid i complert per una determinada realitat, tal que tant la modelització com la demodelització són unívocues, diem que el model és *coherent* amb la realitat modelitzada.

**El principi *Espill*.** Recordatori: En un model construït segons el principi de l'*Espill*<sup>19</sup> tot element del model té una correspondència amb exactament un element de la realitat; res però impedeix que hi hagi elements de la realitat que no tinguin cap correlat en el model.

(7)

### Propietats assegurades per *Espill*

Per definició, el principi de l'*Espill*, si no es viola en cap moment, assegura les següents propietats:

1. **Solidesa.** Tot element del model té correlat en la realitat
2. **Demodelització unívoca.** Tot element del model té un únic correlat en la realitat
3. **Modelització unívoca.** Els elements de la realitat tenen com a molt un correlat en el model

**El que li manca a *Espill*.** Així, el principi *Espill* proporciona quasi totes les condicions estructurals per assegurar la possibilitat de la comunicació entre el món i la realitat. Només manca assegurar la completesa.

**Completesa.** La *completesa*, però, és una propietat que cal exigir en tot procés de modelització: justament el model es construeix per “capturar” la realitat pertinent. No hi ha però cap principi concret que l'asseguri.

<sup>19</sup>Vegeu [Mer12a], apartat 3.1.Model i 'realitat', pàgina 6.

## 6.3 Llenguatge de noms

### 6.3.1 Noms d'un element

**Multiplicitat de noms.** Per tal de realitzar els raonaments és convenient considerar el cas en el que un mateix element tingui més d'un nom.

**Definició. Sinonímia.** La sinonímia significa que un element pot tenir més d'un nom; és a dir, el nom d'un element és de fet un conjunt de noms.

**El nom com un conjunt.** La introducció de la sinonímia significa que cada element pot tenir més d'un nom, i que per tant  $nom(A)$  és un conjunt.

**Canvis exigits per la multiplicitat dels noms.** El fet de veure  $nom(A)$  com un conjunt de noms, enlloc de veure'l com un sol nom, té algunes conseqüències sobre tot el dit fins ara sobre els noms, així com en la manera d'enunciar els principis de modelització. Enlloc d'entrar-hi ara, però, ho anirem fent paulatinament en els següents apartats.

### 6.3.2 Semàntiques consistents

**Semàntiques consistents en termes planers.** Sigui  $nom$  un nom usat en la realitat per fer referència a un element  $A$ , i en el model per fer referència a un element  $B$ . És a dir,  $nom \in nom_R(A)$ , i  $nom \in nom_M(B)$ .<sup>20</sup> El que diu la propietat de les *semàntiques consistents* és que aquesta coincidència de noms és possible perquè els elements als que fan referència estan lligats per la modelització, i a la inversa:

Semàntiques consistents:

$$nom_R(A) \cap nom_M(B) \neq \emptyset \Leftrightarrow B \in model(A)$$

Els principis de modelització asseguruen la propietat de les semàntiques consistents sobre el conjunt de noms emprat? (5) ?

**Franquícia.** La *Franquícia*, en presència de *sinonímia*, diu que si un dels noms del model de  $B$  coincideix amb un dels noms de la realitat de  $A$  llavors  $model(A) = B$ :

$$nom_M(B) \cap nom_R(A) \neq \emptyset \Rightarrow B \in model(A)$$

**Franquícia obligada.** El principi de la *Franquícia obligada* diu que en cas que en la realitat tinguem un nom que pot ser usat pel model, aquest l'ha d'usar. És a dir, durant la modelització el manlleu de noms, si és possible, es converteix en obligatori.

<sup>20</sup>Cal observar com l'ús de conjunts de noms impedeix dir  $nom_R(A) = nom_M(B) = nom$ .

**El significat de “poder usar”.** Entenem que quan es parla de la possibilitat de manllevar un nom de la realitat és perquè es donen les condicions necessàries per a l'ús d'aquest nom en el model. Però aquestes condicions són les exigides pel principi de la *Franquícia*: cal que l'element  $B$  del model al qual se li aplica el nom manllevat, formi part del model de l'element  $A$  de la realitat del qual hem pres el nom.

***Franquícia obligada i sinonímia.*** Així la *Franquícia obligada*, en presència de *sinonímia*, diu que en cas que un element formi part del model d'un altre (condició necessària pel manlleu del nom), cal que ambdós elements comparteixin algun nom:

$$B \in \text{model}(A) \Rightarrow \text{nom}_M(B) \cap \text{nom}_R(A) \neq \emptyset$$

**Franquícia i consistència de semàntiques.** En conclusió, un model construït segons els principis de la *Franquícia* i de la *Franquícia obligada* assegura la propietat de les *semàntiques consistentes* sobre el conjunt de noms.

### 6.3.3 Sintaxi comuna

**Conjunt de noms.** En l'anàlisi que segueix considerarem tres conjunts de noms:

- $NOMS_{M \cap R}$  o conjunt de noms compartit pel model i la realitat
- $NOMS_{M \setminus R}$  o conjunt de noms propis del model i que no apareixen la realitat
- $NOMS_{R \setminus M}$  o conjunt de noms propis de la realitat i que no apareixen en el model

**Suficiència dels noms compartits.** Tot seguit ens proposem demostrar que el conjunt  $NOMS_{M \cap R}$  és suficient per a la comunicació. Això és, que tot element a comunicar, sigui del model o de la realitat, té un nom a  $NOMS_{M \cap R}$ .

#### Esbós de la demostració

1. Element no capturat. Suposem un element  $X$  en algun dels dos mons (model o realitat) que no és referenciable per cap dels noms compartits:  $(\nexists \text{nom} \in NOMS_{M \cap R})(\text{nom} \in \text{nom}(X))$
2. Element no capturat del model.
  - (a) No solidesa. Suposem que  $X$  és un element del model; és a dir,  $X \in \text{MODEL}$ . Llavors afirmem que el model no és sòlid respecte la realitat modelitzada. Els següents passos ho demostren.
  - (b) Supòsit de solidesa. Suposem que el model és sòlid, i que per tant  $(\exists A \in \text{REALITAT})(X \in \text{model}(A))$
  - (c) Franquícia obligada. La *Franquícia obligada* exigeix el manlleu d'un nom:  $(\exists \text{nom} \in \text{nom}_R(A))(\text{nom} \in \text{nom}_M(X))$ .

- (d) Contradicció. El resultat anterior significa que existeix un nom comú que ens serveix per referenciar  $X$ ; és a dir:  $(\exists \text{ nom} \in NOMS_{M \cap R})$ . I això contradiu la hipòtesi inicial. Per tant concloem que, sota la hipòtesi de la *Franquícia obligada*, el model no és sòlid.
3. Element no capturat de la realitat.
- (a) No completa. Suposem que  $X$  és un element de la realitat; és a dir,  $X \in REALITAT$ . Llavors afirmem que el model considerat no és complert respecte aquesta realitat. Els següents passos ho demostren.
- (b) Supòsit de completa. Suposem que el model és complert, i que per tant  $(\exists B \in MODEL)(B \in model(X))$
- (c) Franquícia obligada. La *Franquícia obligada* exigeix el manlleu d'un nom:  $(\exists \text{ nom} \in nom_R(X))(\text{nom} \in nom_M(B))$ .
- (d) Contradicció. El resultat anterior significa que existeix un nom comú que ens serveix per referenciar  $X$ : és a dir:  $(\exists \text{ nom} \in NOMS_{M \cap R})$ . I això contradiu la hipòtesi inicial. Per tant concloem que, sota la hipòtesi de la *Franquícia obligada*, el model no és complert.

#### Suficiència dels noms comuns

Donat un model *sòlid i complert* sobre una determinada realitat, si aquest model segueix el principi de la *Franquícia obligada* llavors el conjunt de *noms comuns* permet referenciar tots i cadascun dels elements d'ambdós mons

(8)

**Sintaxi comuna.** La conclusió anterior diu que si usem el conjunt de noms  $NOMS_{M \cap R}$  tenim assegurada la propietat de *sintaxi comuna*,<sup>21</sup> sempre i quan assegurem la completa i solidesa del model, i construïm aquest segons el principi de la *Franquícia obligada*.

**Sintaxi comuna per a la comunicació.** La completa i solidesa són condicions estructurals que han de tenir els dos món que volem comunicar; el llenguatge de noms és el llenguatge que emprarem per a la comunicació. És evident, però, que en usar el llenguatge de comunicació hem d'assumir que els mons són comunicables, altrament la comunicació no tindria sentit. Així, la conclusió anterior diu que si el model i la realitat tenen l'estructura necessària per a la comunicació, i usem la *Franquícia obligada*, llavors el *llenguatge de noms comuns* té la propietat de la *sintaxi comuna*.

<sup>21</sup>Vegeu les propietats exigides al llenguatge de comunicació en la conclusió 6, pàgina 17.

### 6.3.4 Referent únic

**Recordatori: La propietat del *Referent únic*.** La propietat del *Referent únic*<sup>22</sup> diu que tot nom expressa un sol element en cadascun dels mons considerats. És a dir, que no hi ha *ambigüitat denominadora*: donat un nom sabem a quin element (únic) fa referència.

**Recordatori: El principi del *Referent únic*.** El principi del *Referent únic*<sup>23</sup> diu que en construir el model, els noms que donem als seus elements no poden generar ambigüitat referencial en cap dels dos mons considerats.

**Propietat i principi.** El *Referent únic* com a propietat diu com s'han de comportar els noms; el *Referent únic* com a principi diu com són els noms que podem usar en construir un model nou.

**Referent únic en la realitat.** La propietat del *Referent únic* aplicada a la realitat exigeix que tot nom de la realitat faci referència a un sol element d'aquesta. En cas de no ser així, abans de construir-ne un model o de pensar en un mecanisme de comunicació entre la realitat i el model, caldrà pensar en mecanismes de *desambiguació*.

**El paper del glossari.** En l'*especificació* el *glossari* és precisament el mecanisme de desambiguació previ a la modelització: el seu paper és aconseguir el *Referent únic* en la realitat que volem modelitzar.<sup>24</sup>

**Referent únic en el model.** És important observar com ni l'ús de la *Franquícia obligada* ni el de la *Franquícia*, ni tant sols l'ús simultani dels dos principis, assegura la propietat del *referent únic* en el model. Ho mostrem en els següents exemples.

**Exemple 6 (Violació del referent únic en el model)** *Siguin dos elements  $X$  i  $Y$  del model. Suposem que  $\text{nom}(X) = \{x, z\}$  i que  $\text{nom}(Y) = \{y, z\}$ .*

*Siguin  $A$  i  $B$  dos elements de la realitat tals que  $X \in \text{model}(A)$  i que  $Y \in \text{model}(B)$ . Suposem  $\text{nom}(A) = \{x\}$  i  $\text{nom}(B) = \{y\}$ .*

*En aquest cas es compleixen tant la *Franquícia* com la *Franquícia obligada*, i malgrat tot el nom  $z$  del model és ambigu.*

**Exemple 7 (Violació del referent únic en la realitat)** *Siguin dos elements  $A$  i  $B$  de la realitat. Suposem que  $\text{nom}(A) = \{a, c\}$  i que  $\text{nom}(B) = \{b, c\}$ .*

<sup>22</sup>Vegeu la conclusió 6, pàgina 17.

<sup>23</sup>Vegeu [Mer12a], apartat 3.2. Referent únic, pàgina 7.

<sup>24</sup>En l'informe [Mer12c], reforcem la idea del *glossari*, fins al punt que esdevé qui defineix la realitat modelitzada; en l'apartat 6.1.El glossari, pàgina 23, hi resumim el paper del glossari.

*Siguin  $X$  i  $Y$  dos elements del model tals que  $X \in \text{model}(A)$  i que  $Y \in \text{model}(B)$ . Suposem  $\text{nom}(X) = \{a\}$  i  $\text{nom}(Y) = \{b\}$ .*

*En aquest cas es compleixen tant la Franquícia com la Franquícia obligada, i malgrat tot el nom  $c$  de la realitat és ambigu.*

**Necessitat del principi del Referent únic.** La presència del principi del Referent únic evita justament que es produeixi l'ambigüitat denominadora que mostren els exemples anteriors.

### 6.3.5 Referent únic en absència de sinonímia

**Redundància del Referent únic.** Si no admetem sinonímia, el nom de cada element deixa de ser un conjunt, i per tant els contraexemples 6 i 7 deixen de tenir sentit. En aquest cas es pot demostrar que els principis de la Franquícia i de la Franquícia obligada, juntament amb les propietats d'unicitat de la modelització i de solidesa del model, asseguruen la propietat del Referent únic en el model. També es pot demostrar que els principis de la Franquícia i de la Franquícia obligada, juntament amb les propietats d'unicitat de la demodelització i de completesa del model, asseguruen la propietat del Referent únic en la realitat.

25

**Dependència entre principis de modelització.** Així, l'absència de sinonímies permet no exigir el principi del Referent únic sempre que es compleixin la Franquícia, la Franquícia obligada i l'Espill.<sup>26</sup> Hi ha per tant una dependència entre principis de modelització que permet que l'ús d'alguns d'ells ens eximeixi d'emprar (explícitament) algun dels altres principis.

**Anàlisi de la dependència.** Per modelitzar cal seguir tots els principis de modelització. Ara bé, l'absència de sinonímia permet no haver d'exigir el principi del Referent únic. Què passa però si l'exigim?

**El Referent únic en el model.** Suposem un model on es compleix la propietat del Referent únic. Sigui un element  $B$  del model. Per la solidesa existeix un element  $A$  de la realitat tal que  $B \in \text{model}(A)$ . Per la Franquícia obligada el nom de  $B$  és el nom de  $A$ :  $\text{nom}_M(B) = \text{nom}_R(A)$ .<sup>27</sup> Si la modelització de  $A$  no és unívoca llavors existeix un element  $C$  del model tal que  $C \in \text{model}(A)$ . Per la franquícia obligada  $C$  ha de tenir el mateix nom que  $A$ , i per tant que  $B$ :  $\text{nom}_M(C) = \text{nom}_R(A) = \text{nom}_M(B)$ . En conseqüència en el model hem perdut el Referent únic, que contradueix el supòsit inicial. Per tant hem de concloure que la modelització és unívoca.

<sup>25</sup>Deixem les demostracions com a exercici.

<sup>26</sup>La propietat del Referent únic està assegurada sota els supòsits de solidesa del model, unicitat de la modelització, i la no violació dels principis de la Franquícia i la Franquícia obligada. El principi de l'Espill assegura la solidesa del model i la unicitat de la modelització, així com la unicitat de la demodelització.

<sup>27</sup>Aquesta igualtat és la que no es compleix en el cas de sinonímia.

**El Referent únic en la realitat.** Suposem una realitat on es compleix la propietat del *Referent únic*. Sigui un element  $A$  de la realitat. Per *completesa* existeix un element  $B$  del model tal que  $B \in \text{model}(A)$ . Per la *Franquícia obligada* el nom de  $B$  és el nom de  $A$ :  $\text{nom}_M(B) = \text{nom}_R(A)$ . Si la *demodelització* de  $B$  no és unívoca llavors existeix un element  $C$  de la realitat tal que  $B \in \text{model}(C)$ . Per la *Franquícia obligada*  $B$  ha de tenir el mateix nom que  $C$ , i per tant que  $A$ :  $\text{nom}_M(B) = \text{nom}_R(C) = \text{nom}_R(A)$ . En conseqüència en la realitat hem perdut el *Referent únic*, que contradia el supòsit inicial. Per tant hem de concloure que la *demodelització és unívoca*.

(9)

#### Propietats en absència de sinonímia

- Franquícia + Franquícia obligada + Solidesa + Unicitat en la modelització  $\Rightarrow$  Referent únic en el model
- Franquícia + Franquícia obligada + Completesa + Unicitat en la demodelització  $\Rightarrow$  Referent únic en la realitat
- Franquícia obligada + Solidesa + Referent únic en el model  $\Rightarrow$  Unicitat en la modelització
- Franquícia obligada + Completesa + Referent únic en la realitat  $\Rightarrow$  Unicitat en la demodelització

(10)

#### Unicitat de modelització i de demodelització

En absència de sinonímia, donat un model sòlid i complet construït segons els principis de la *Franquícia obligada* i del *Referent únic* tenim assegurada la *unicitat de la modelització* i la *unicitat de la demodelització*

**Relaxació d'Espill.** El principi de l'*Espill*<sup>28</sup> exigeix que tot element del model tingui una correspondència 1 – 1 amb algun element de la realitat. En conseqüència l'aplicació d'*Espill* assegura la *solidesa* del model, la *unicitat de la modelització* i la *unicitat de la demodelització*.<sup>29</sup> Ara bé, acabem de veure com, donat un model sòlid i complet, el *Referent únic* en absència de sinonímia assegura la *unicitat de la modelització* i la *unicitat de la demodelització*. Per tant, si sabem que usarem tant el principi del *Referent únic* com el de l'*Espill* podem relaxar les condicions exigides per aquest.

---

**Espill (feble).** Tot element del model s'ha de correspondre amb algun element de la realitat

---

<sup>28</sup>Vegeu [Mer12a], pàgina 6.

<sup>29</sup>Vegeu la conclusió 7, pàgina 18.

### 6.3.6 Completesa del conjunt de noms

**Recordatori: la *Franquícia obligada*.** La *Franquícia obligada* diu que tot element del model que té correlat en la realitat ha de prendre el nom de la realitat que modelitza:

$$B \in \text{model}(A) \Rightarrow \text{nom}_M(B) \cap \text{nom}_R(A) \neq \emptyset$$

**La *Franquícia obligada* prohibeix les anòmies en la realitat.** Suposem que  $A$  sigui una anomia en la realitat, i que  $A$  té correlat en el model. Llavors la *Franquícia obligada* no es podrà complir perquè és impossible que la intersecció amb un conjunt buit sigui un conjunt no buit. Per tant, si el model s'ha construït seguint el principi de la *Franquícia obligada* això significa que la realitat no té anòmies.

**La *Franquícia obligada* prohibeix les anòmies en el model.** Suposem que  $B$  sigui una anomia en el model, i que  $B$  té un correlat en la realitat. Llavors la *Franquícia obligada* no es podrà complir perquè és impossible que la intersecció amb un conjunt buit sigui un conjunt no buit. Per tant, si el model s'ha construït seguint el principi de la *Franquícia obligada* això significa que no té anòmies.

**Completesa del conjunt de noms.** La prohibició d'anòmies significa que cada element, del model o de la realitat, té com a mínim un nom. I aquesta és precisament la propietat de *completesa* exigida al llenguatge de comunicació.<sup>30</sup>

## 6.4 Conclusions: principis de modelització i comunicació

### 6.4.1 Model comunicable

La construcció d'un model que no viola *Espill* assegura la *solidesa del model*. És responsabilitat del desenvolupador assegurar-ne la *completesa*. El resultat és un *model (perfectament) comunicable*.

#### Espill i coherència

Un model *complet* que no viola *Espill* és un model *coherent* respecte la realitat modelitzada

(11)

### 6.4.2 Conjunt de noms vàlid per a la comunicació

**Noms per a la comunicació.** Sigui un model i una realitat, tal que tenen les condicions necessàries per a ser comunicables. El principi de la *Franquícia* limita els noms que poden tenir els elements del model (introdueix prohibicions); el principi de la *Franquícia obligada* exigeix que el model tingui uns noms determinats, tot i que deixa la porta oberta a la presència d'altres noms.<sup>31</sup> Els

<sup>30</sup>Vegeu la conclusió 6, pàgina 17.

<sup>31</sup>En concret, el principi de la *Franquícia obligada* demana una intersecció no buida entre els noms d'un element de la realitat i el noms de tot element que el modelitzi.

noms útils de cara a la comunicació són els que són comuns en el món i en la realitat.

**Principis necessaris per a la comunicació.** Sigui un model i una realitat, tal que tenen les condicions necessàries per a ser comunicables. Si el model resultant s'ha construït sense violar la *Franquícia obligada* llavors el conjunt de *noms comuns* entre el model i la realitat, és una *sintaxi única* que a més és *completa*. Si a més el model s'ha construït sense violar la *Franquícia* llavors aconseguim la *consistència de les semàntiques*.

(12)

#### El llenguatge de comunicació davant de sinonímia

El conjunt de *noms comuns* entre el model i la realitat d'un model *complet* que segueix els principis de l'*Espill*, la *Franquícia*, *Franquícia obligada* i el *Referent únic* és útil com a llenguatge de comunicació entre el model i la realitat.

**Principis necessaris per a la comunicació en absència de sinonímia.** En suprimir la sinonímia no cal exigir *Espill*: n'hi ha prou en exigir la *solidesa* i la *completesa* del model! I la solidesa l'assegura el principi de l'*Espill (feble)*.

(13)

#### El llenguatge de comunicació sense sinonímia

El conjunt de *noms comuns* entre el model i la realitat d'un model *sòlid i complet* que segueix els principis de la *Franquícia*, la *Franquícia obligada* i el *Referent únic* és útil com a llenguatge de comunicació entre el model i la realitat, sempre i quan en cap dels dos mons hi hagi sinonímia

(14)

#### Principis necessaris per a la comunicació

El conjunt de *noms comuns* entre el model i la realitat d'un model *complet* que segueix els principis de l'*Espill*, la *Franquícia*, la *Franquícia obligada* i el *Referent únic* és útil com a llenguatge de comunicació entre el model i la realitat.

En el cas de l'absència de sinonímia usarem la versió *feble* d'*Espill*

## 7 Comunicació per fragments

### 7.1 Relaxació de les condicions

- [?] (6) Cal que tot el model i tota la realitat compleixin les condicions de la comunicació?

**Relaxació de les condicions.** El que de fet interessa no és que el model i la realitat compleixin les condicions necessàries per a la comunicació, sinó que n'hi ha prou en exigir que ho compleixin els elements que realment intervenen en la comunicació. Per exemple, podem admetre un model que contingui elements sense correlat en la realitat, sempre i quan siguem ben conscients que aquests elements del model mai no podran participar en la comunicació.

**Comunicació per fragments.** La relaxació de condicions el que ens diu, per tant, és que lluny de cercar un llenguatge que ens permeti comunicar tot el model i tota la realitat, el que cal és un llenguatge o un conjunt de llenguatges que ens permetin comunicar fragments d'aquest model i d'aquesta realitat.

**Exemple 8 (Comunicació per fragments)** *Tota llengua té argots i registres específics. Per exemple, el català usat en la professió informàtica té uns mots i unes construccions sintàctiques ben diferents dels usats en la lingüística o en la medicina. De fet són tant diferents que segurament un filòleg, per exemple, no entendreà ni un borrall d'una conversa entre informàtics.*

*Per anar de viatge turístic a Còrsega és evident que no ens cal aprendre tots els argots i registres específics del cors. Per res necessitem el lèxic informàtic, lingüístic o aeronàutic. N'hi ha prou en aprendre el fragment útil de cara al nostre viatge turístic.*

*Si per contra el que volem és anar a estudiar un màster, el fragment que caldrà que aprenguem serà tot un altre.*

## 7.2 Fragments màxims

Quins són els subconjunts màxims del model i de la realitat que podem comunicar? (7) ?

**Definició. Fragment de la realitat induït per la modelització.** *Donada una relació de modelització  $REL_{model} = \{ \langle r, m \rangle \mid r \in REALITAT, m \in MODEL \}$  definim el fragment de la realitat induït per  $REL_{model}$  com el subconjunt d'elements de la realitat que participen en aquesta relació de modelització:*

$$FRAG_{Realitat} = \{ x \in REALITAT \mid \exists y \langle x, y \rangle \in REL_{model} \}$$

**Definició. Fragment del model induït per la modelització.** *Donada una relació de modelització  $REL_{model} = \{ \langle r, m \rangle \mid r \in REALITAT, m \in MODEL \}$  definim el fragment del model induït per  $REL_{model}$  com el subconjunt d'elements del model que participen en aquesta relació de modelització:*

$$FRAG_{Model} = \{ y \in MODEL \mid \exists x \langle x, y \rangle \in REL_{model} \}$$

**Utilitat dels fragments induïts.** És fàcil observar com el fragment del model induït per una relació de modelització és *complet i sòlid* respecte el fragment de la realitat induït per aquesta mateixa relació de modelització. N'hi ha prou en observar que en cada fragment només prenem els elements que participen en la modelització.

(15)

**Completesa i solidesa dels fragments induïts**

$FRAG_{Model}$  és *complet i sòlid* respecte  $FRAG_{Realitat}$

**Reducció de la realitat.** El que ens diu la conclusió a la que hem arribat és que durant la construcció del model decidim<sup>32</sup> quins elements de la realitat es modelitzen i, a tots els efectes, l'única realitat que considerarem és la resultant d'aquesta selecció. *La nostra realitat és la induïda per la modelització.*

**Reducció del model.** El que ens diu també la conclusió a la que hem arribat és que el model pot contenir tants elements com creiem convenient. Però de cara a la comunicació el model queda reduït al conjunt d'elements que tenen un correlat en la realitat. *En la comunicació, el model és l'induït per la modelització.*

(16)

**La importància del model**

La construcció acurada d'un model segons els principis de l'*Espill*, la *Franquícia*, *Franquícia obligada* i el *Referent únic* proporciona un realitat i un model comunicables, i un llenguatge per a usar en aquesta comunicació. (En absència de sinonímia podem usar l'*Espill (feble)*).

La realitat és la induïda per la relació de modelització; el llenguatge de comunicació és el llenguatge de noms compartits entre el model i la realitat.<sup>33</sup>

## 8 La comunicació és possible

**Conclusions planeres.** Tot seguit plantegem les conclusions d'aquest capítol en termes planers. Entre parèntesis fem referència al concepte tècnic associat. Cal tenir present que hi ha condicions que cal exigir des d'un punt de vista tècnic, que no apareixen en l'exposició planera presentada.

<sup>32</sup>Aquesta decisió és inherent a tot procés de modelització: modelitzar vol dir focalitzar sobre els aspectes de la realitat que es volen estudiar, i simplificar aquesta fins allà on sigui possible.

<sup>33</sup>Podem admetre que el model violi *Espill* sempre i quan tinguem present que el model que realment es pot comunicar és el fragment induït per la modelització.

**Comunicació per noms.** Per tal de comunicar el sistema amb el seu exterior, el problema amb la solució, el model amb la realitat, ens cal un llenguatge comú en ambdós mons. Aquest llenguatge és un conjunt de noms. (Sintaxi comuna).

**Supressió dels elements sense nom.** Això significa que els elements de la realitat o del model que no tinguin nom no podran ser comunicats. (Model i realitat no anòmics).

**Sabem què vol dir cada nom.** El significat dels noms en cada món ha de quedar ben clar. Per això en cal una definició explícita, clara i no ambigua. (Glossari).

**Què comuniquem.** De cara a la comunicació considerarem només aquells elements de la realitat amb nom que tenen correlat en el model, i aquells elements del model amb nom que tenen correlat en la realitat. Com a cas particular, només considerarem aquells *conceptes* amb nom que tenen correlat en el model, i aquells *components* amb nom que tenen correlat en la realitat. (Fragments induïts per la modelització).

**Selecció dels noms.** Els noms del model s'obtenen de la realitat modelitzada.<sup>34</sup> Com a cas particular, els noms dels *components* s'obtenen dels noms dels *conceptes*. (*Franquícia, Franquícia obligada*).

---

<sup>34</sup>De fet podem tenir noms en el model que no s'hagin obtingut de la realitat modelitzada. Però això no treu que per a la comunicació calen els noms manllevats de la realitat.

## 9 Principis i definicions

### Principis

Espill (feble), [24](#)

### Definicions

Anòmia, [16](#)

Aplicació de demodelització, [7](#)

Aplicació de modelització, [7](#)

Completesa, [8](#)

Fragment de la realitat induït per la modelització, [27](#)

Fragment del model induït per la modelització, [27](#)

Model coherent, [13](#)

Nom, [14](#)

Sinonímia, [19](#)

Solidesa, [8](#)

Unicitat en la demodelització, [11](#)

Unicitat en la modelització, [11](#)

## 10 Referències

En la bibliografia de desenvolupament de software la temàtica aquí tractada es passa molt per sobre. L'objectiu d'aquest informe és justament explicitar el contingut que en la bibliografia està implícit. Per aquest motiu no podem presentar una bibliografia adient, més enllà de la que ja presentàvem a [\[Mer12a\]](#).

- [Mer12a] Josep M. Merenciano. *Principis de modelització en un desenvolupament de software (La difícil tasca d'identificar, 1)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2012.
- [Mer12b] Josep M. Merenciano. *Comunicació estratificada (La difícil tasca d'identificar, 3)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2012.
- [Mer12c] Josep M. Merenciano. *Models infinits (La difícil tasca d'identificar, 4)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2012.