

# Models infinits

(La difícil tasca d'identificar. Número 4)

*Josep M. Merenciano*

Departament de Llenguatges i Sistemes Informàtics  
Universitat Politècnica de Catalunya

meren@lsi.upc.edu

Setembre de 2012

## **Resum**

Una de les tècniques bàsiques per a construir models sobre realitats infinities és el mecanisme de les abstraccions: el model consta d'un conjunt finit d'abstraccions, però cadascuna d'aquestes es pot realitzar d'infinities maneres. Aquest doble nivell o estratificació l'hem analitzat a [\[Mer12c\]](#). En aquest treball veurem com la infinitud del model exigeix introduir algunes propietats més per tal d'assegurar-ne la comunicabilitat.

## **Abstract**

One of the basic techniques to build models upon infinite realities is the mechanism of abstractions: the model consists of a finite set of abstractions, but each of these can be infinitely realized. Two-level or stratificated models are discussed in [\[Mer12c\]](#). In this paper we will see how the infinity model requires introducing some more properties to ensure its communicability.

1	Esbós del camí . . . . .	3
2	Problemes de cardinalitat . . . . .	3
3	Construcció d'un model infinit . . . . .	4
3.1	El paper de les definicions . . . . .	4
3.2	El procés de construcció . . . . .	8
3.3	Delimitació de la realitat . . . . .	9
3.4	Construcció i validació del model . . . . .	10
4	Introducció de la coherència . . . . .	14
4.1	Respectuositat amb els noms . . . . .	14
4.2	Propagació de noms . . . . .	16
4.3	Expansió de noms . . . . .	19
5	Llenguatge per a la comunicació . . . . .	21
5.1	Propietats dels noms respectats . . . . .	21
5.2	Principis i comunicació . . . . .	22
6	Model estratificat infinit comunicable . . . . .	23
6.1	El glossari . . . . .	23
6.2	Els models $MODEL_B$ sobre les realitzacions . . . . .	24
6.3	Els noms emprats . . . . .	25
6.4	Construcció d'un model infinit . . . . .	26
7	La infinitud és tractable . . . . .	27
8	Principis i definicions . . . . .	28
9	Referències . . . . .	29

## 1 Esbós del camí

**Estratificació.** A [Mer12c], hem vist com construir un model i un llenguatge estratificats. En essència el model estratificat és un model  $MODEL_{Abs}$  sobre les abstraccions, i un conjunt de models  $MODEL_B$  sobre les realitzacions. Cada  $MODEL_B$  és el model del conjunt de realitzacions d'una de les abstraccions que formen  $MODEL_{Abs}$ .

**La problemàtica de la infinitud.** El model sobre les abstraccions és un model finit, i per tant abastable. Per contra, cada abstracció, vista com un model sobre les realitzacions, és infinit; i el raonament sobre la coherència d'un model infinit no és abastable. D'aquí que calgui cercar un mecanisme que ens permeti construir aquests models. (Apartat 2.Problemes de cardinalitat, pàgina 3).

**Abstraccions i definicions.** Les *abstraccions* apareixen com el mecanisme que ens permet manipular infinits. Cada abstracció, com a conjunt potencialment infinit de realitzacions, té una descripció per intensió: la seva *definició*. Treballar amb definicions, però, no està exempt de problemes, la qual cosa ens porta a introduir els principis de la *Confiança en l'analista* i la *Confiança en el dissenyador*. (Apartat 3.Construcció d'un model infinit, pàgina 4).

**Noms i coherència.** Per tal de construir un model coherent infinit de cada abstracció, els principis presentats es mostren insuficients. En concret manca assegurar la unicitat en la modelització i en la demodelització. Per resoldre el problema fem un canvi d'orientació i ens fixem en els noms possibles dels elements. El resultat és el concepte de relació de modelització *respectuosa amb els noms*, que sota certes condicions assegura la coherència del model. (Apartat 4.Introducció de la coherència, pàgina 14).

**Comunicació d'un model coherent infinit.** De cara a la comunicació cal un llenguatge de noms amb les propietats adients. Els nous principis desenvolupats permeten assegurar que els noms del model construït són útils com a llenguatge de comunicació. (Apartat 5.Llenguatge per a la comunicació, pàgina 21).

**Ajuntem les peces.** El resultat de tot plegat és que obtenim totes les eines per poder construir els models sobre les realitzacions de les diferents abstraccions, així com els corresponents llenguatges de comunicació de les realitzacions dins de cada abstracció. La combinació de tot plegat permet obtenir el llenguatge (estratificat) de comunicació. (Apartat 6.Model estratificat infinit comunicable, pàgina 23).

## 2 Problemes de cardinalitat

**Subllenguatges que cal construir.** El llenguatge estratificat és la unió del llenguatge  $L_{Abs}$  sobre les abstraccions amb els llenguatges marcats  $L_B^m$  sobre les realitzacions d'aquestes abstraccions. Per tant, per construir *llenguatge estratificat* l'únic que cal és construir  $L_{Abs}$ , així com  $L_B$  per cada  $B \in MODEL_{Abs}$ .

**La virtut de la finitud.** El model de les abstraccions  $\text{MODEL}_{Abs}$  és relativament fàcil de construir, principalment perquè el nombre d'elements a considerar, tant en un món com en l'altre, és *finit*, i generalment d'un ordre de magnitud abastable per la ment humana.<sup>1</sup>

**La finitud del llenguatge  $L_{Abs}$ .** Per gran que sigui el model o la realitat, el conjunt d'abstraccions que cal manipular és finit. I per tant també ho és el conjunt de noms usat; és a dir,  $L_{Abs}$  és finit.

**El problema de la infinitud.** La construcció del model  $\text{MODEL}_B$  sobre les realitzacions d'una abstracció  $B$  és problemàtica, ja que el nombre de realitzacions d'una abstracció (tant en el món com en la realitat) és potencialment infinit. Com assegurem la completesa i la solidesa en aquest cas? Com assegurem la completesa del conjunt de noms? Com assegurem la propietat del referent únic? En totes aquestes qüestions hi ha amagat un quantificador universal sobre un domini infinit!<sup>2</sup>

- (1) Com solucionem el problema de la infinitud en la construcció d'un model sobre realitzacions?

## 3 Construcció d'un model infinit

### 3.1 El paper de les definicions

**Objectiu que perseguim.** El que es pretén és construir un model  $\text{MODEL}_B$  del fragment  $\text{REAL}_B$  de les realitzacions de  $B$ , i un llenguatge de comunicació sobre ell.

**Necessitat de coherència.** La conclusió 3, pàgina 11, de [Mer12b], diu que per tal que la comunicació sigui possible cal construir un model coherent sobre  $\text{REAL}_B$ .

**Obtenció del llenguatge de comunicació.** La conclusió 12, pàgina 24, de [Mer12b], diu que si un model s'ha a construït segons els principis de modelització llavors aquest model és coherent. A més, el conjunt de noms que apareixen tant en el model com en la realitat fan la funció de llenguatge de comunicació.

**Punt de partida.** Començarem doncs per construir un model coherent a partir dels principis de modelització.

<sup>1</sup>Si el model o la realitat contenen massa abstraccions, sempre podem dividir els mons en fragments. La finitud assegura que el nombre d'elements de cadascun d'aquests fragment és inferior al nombre d'elements de la totalitat del món. El resultat de la fragmetació són fragments d'una magnitud més manejable.

<sup>2</sup>Davant la infinitud un mecanisme comprovador no serveix de res, ja que mai acabarem de comprovar que tots els elements tenen les propietats desitjades.

### 3.1.1 Un camí erroni

**Una solució que no ho és.** L'ús dels fragments induïts per la modelització, tant en el model com en la realitat, assegura la completesa i la solidesa del model amb la realitat modelitzada. Però aquest ha de ser un recurs per polir serrells que no permeten parlar pròpiament de completesa i solidesa, i no pot ser usat sense més ni més. Altrament tota realitat podria ser (pretesament) modelitzada amb gairebé qualsevol model.

**Exemple 1 (No tot s'hi val)** *Sigui el concepte Cadira. I sigui el model  $B = \{x, \textit{patata}, \textit{qwertyuiop}\}$ . Sigui una relació de modelització que fa correspondre la cadira  $c$  on ara sec amb l'element *patata* del model, i res més:  $\text{REL}_{\text{model}} = \{ \langle c, \textit{patata} \rangle \}$ .*

*Llavors si considerem els fragments induïts per la modelització certament obtenim un model que és complert i sòlid per una determinada realitat. Però ens hem allunyat molt de la realitat desitjada: de fet només modelitzem una cadira!!*

**Tornem al punt de sortida.** El que cal, per tant, és construir un model  $\text{MODEL}_B$  coherent sobre  $\text{REAL}_B$ . I, de moment, ens hem d'oblidar de recórrer als fragments induïts per la modelització per tal d'aconseguir la completesa i la solidesa del model

### 3.1.2 Semàntica d'una abstracció

**Ús de les definicions.** El problema per construir el model  $\text{MODEL}_B$  és que aquest és potencialment infinit; i el raonament sobre la coherència d'un model infinit exigeix raonar sobre infinits. Per sort, com veurem, l'ús de les definicions o semàntiques de les abstraccions permet simplificar les coses.

**Definició per intensió de les abstraccions.** Abans de construir el model abstracte  $\text{MODEL}_{\text{Abs}}$ , donarem una definició per intensió a cadascuna de les abstraccions de la realitat. És a dir, definim la *semàntica* de cada abstracció.

#### Exemple 2 (Semàntica de les abstraccions)

*El concepte cadira es pot definir com "tot aquell objecte que serveixi per seure".*

*Aquesta definició és incorrecta perquè hi ha moltes coses que poden servir per seure (una taula, el capó d'un cotxe, un tronc, ...) que no són pas cadires.*

*Una definició més acurada seria "tot aquell objecte tal que la seva funció principal és la de poder-s'hi asseure al damunt".*

*Si volem distingir les cadires dels tamborets caldrà afegir que han de tenir un respall. Per distingir les cadires dels sofàs o les butaques caldria refinar convenientment la definició.*

**La triple visió de les abstraccions.** D'aquesta manera cada element  $B$  del model abstracte  $\text{MODEL}_{Abs}$  es pot veure simultàniament com una idea, com un col·lectiu o com una definició.

(1)

#### Visions d'una abstracció

- **Idea.** Idea abstracte, no tangible, que creiem convenient com a mecanisme de coneixement o comunicació.
- **Col·lectiu.** Conjunt de totes les realitzacions concretes d'una determinada *idea*.
- **Definició.** Conjunt de propietats que ha de complir un element qualsevol per poder afirmar que forma part del *col·lectiu* d'una determinada *idea*.

#### Exemple 3 (Triple visió de les abstraccions)

Parell és un concepte abstracte, que té certes interrelacions amb els conceptes senar i primer. Parell és una idea.

Tota realització del concepte parell és un nombre natural. El conjunt de tots els nombres parell és:  $\text{Parell} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ . Parell és un col·lectiu.

Definim un nombre parell com:  $\text{Parell} = \{n \mid \exists k \ n = 2k\}$ . Per saber si un natural qualsevol és parell n'hi ha prou en executar els testos que apareixen en la seva definició; en aquest cas, cal comprovar si el nombre és divisible per dos. Parell és una definició.

En resum, parell és una moneda amb tres cares: sigui quina sigui la cara que estiguem observant, la moneda sempre és la mateixa.

**Relació de modelització i definició.** El fet de veure les abstraccions com a definicions significa que la relació de modelització usada per construir el model abstracte  $\text{MODEL}_{Abs}$  és una relació que fa correspondre *definicions* de la realitat amb *definicions* del model.

**Exemple 4 (Modelització amb definicions)** *El concepte parell el definim com  $\text{Parell} = \{n \mid \exists k \ n = 2k\}$ . El component **parell** el definim com  $\text{Parell} = \{n\}$ .*

*L'aplicació de modelització fa correspondre el concepte Parell amb el component **Parell**:*

$$\text{model}(\text{Parell}) = \text{Parell}.$$

*En el model sobre les realitzacions, el conjunt de naturals que configuren el conjunt Parell esdevé la realitat per modelitzar. El model construït sobre aquesta realitat és el conjunt d'elements que formen el conjunt **Parell**.<sup>3</sup>*

<sup>3</sup>Aquí **Parell** s'ha de veure com un *col·lectiu*.

$$\text{model}(\text{REAL}_{\text{Parell}}) = \text{Parell}$$

Queda per veure que el model sobre les realitzacions és coherent. És a dir, que cada element de la realitat li correspon un i només un element del model, i a la inversa.

En aquest cas la demostració és molt simple. N'hi ha prou en considerar els naturals com el llenguatge de comunicació i definir les funcions de modelització i demodelització de la següent manera:

$$\begin{aligned} \forall n \in \text{Parell}: \text{model}(n) &= n \text{ div } 2 \\ \forall n \in \text{Parell}: \text{model}^{-1}(n) &= 2n \end{aligned}$$

### 3.1.3 Definicions i infinitud

**Infinitud des de la finitud.** La descripció de la semàntica d'una abstracció és finita, tot i que potencialment hi ha infinites maneres de realitzar-la. La semàntica finita genera infinites realitzacions.

**Generació de la infinitud.** Tota realització de la semàntica d'una abstracció és una realització d'aquesta abstracció. Això permet veure les abstraccions com a generadores de realitzacions, més que no com a agrupadores d'aquestes.

**La perdiu amagada.** La introducció de les definicions o semàntiques de les abstraccions no resol el problema: simplement el planteja en d'altres termes. Hem amagat la perdiu, però aquesta encara voleia. Per una banda, introduir una definició no és simple; de l'altra, l'anàlisi de la coherència no sempre serà factible.

### 3.1.4 Problemes amb les definicions

**Raonar amb definicions.** Si bé en l'exemple 4, pàgina 6, les definicions permeten una demostració per inducció de la coherència entre model i realitat, en general les coses no són tant senzilles.

**Exemple 5 (Model no complert)** *El concepte abstracte que volem modelitzar és el de pila de uns i dosos; l'anomenem Pila12. Per construir el model ens fixem que tota pila té un cim i un fons; i que les diferents operacions (empilar i desempilar) només afecten el cim de la pila. Això permet veure cada realització de la Pila12 com una seqüència (per tant amb ordre) d'uns i dosos. Però tota seqüència d'uns i dosos és interpretable com un sol natural. Per exemple  $\text{empilar}(\text{empilar}(\text{empilar}(\text{pbuida}, 1), 2), 2)$  es pot expressar amb el valor numèric 122.*

*Així, el model Pila12 de Pila12 es pot descriure com el conjunt  $\text{Pila12} = \{\text{Natural format per uns i dosos}\}$ . Donada una pila  $pila$  (model d'una pila  $pila$ ) la xifra de les unitats és el model del cim de la pila  $pila$ .*

*És fàcil veure (per inducció) com el model és sòlid. Malauradament el model no és complert: la pila buida no té cap element que la modelitzi!!! (La demostració acurada de la completesa ha de portar*

*a aquesta observació, però l'elecció errònia de la base de la inducció pot induir-nos fàcilment a error i fer-nos creure en la completesa del model).*

*En d'altres casos la inducció és extremadament complexa, si no impossible. Per exemple, la inducció sobre els nombres reals no és possible ja que no està definit el següent d'un real.*

**La complexitat de definir.** No tota definició és vàlida. Cal una definició, una descripció, que capturi justament la idea desitjada; que capturi tots els elements del col·lectiu en el que estem pensant, i que en deixi fora aquells que elements que no en formin part. I això generalment és força complex.

**Exemple 6 (La importància de les definicions)** *Sigui el concepte Cadira. La definició {Objecte que serveix per a seure} no és una definició útil. Hom pot seure en un pedrís, en un tronc d'arbre, àdhuc en el capó d'un cotxe, i no sembla pas que vulguem que aquests elements puguin ser considerats realitzacions del concepte Cadira.*

*La definició {Objecte la finalitat principal del qual és per a seure} sembla més acurada. Malgrat tot aquesta definició engloba tant els sofàs, com les butaques o els tamborets.*

*La definició {Objecte la finalitat principal del qual és per a seure i que té quatre potes d'un mínim de 40 cm cadascuna} potser evita capturar els sofàs i les butaques. Si hi afegim la necessitat de raspalller evitem capturar els tamborets. Tant en un cas com en l'altre, però, deixem fora de la descripció les cadires de disseny amb un sol peu en forma de C en tres dimensions.*

**El perquè de la dificultat de definir.** La descripció d'una abstracció no és res més que un *model* de la *idea* o del *col·lectiu* que representa aquesta abstracció. Trobar una definició “convinent” per tant és construir un *model sòlid i complert* amb la realitat que constitueix aquesta idea o col·lectiu.<sup>4</sup> I justificar la solidesa i la completesa significa raonar amb infinits! Som on érem.

**Tot i les dificultats, avancem.** Treballar amb definicions no resol els nostres problemes amb la infinitud: com dèiem, hem amagat la perdiu, però no l'hem matada. Malgrat tot seguirem aquest camí, a veure on ens porta.

## 3.2 El procés de construcció

**Passos en el procés de construcció.** Per construir el model sòlid i complert  $MODEL_B$  sobre  $REAL_A$  seguirem els següents passos:

1. **Delimitació de la realitat.** Expressarem la semàntica de  $A$  en forma de definició.

---

<sup>4</sup>De fet amb això no n'hi ha prou: de cara a la comunicació volem que la definició sigui un model *coherent* respecte la *idea* representada per l'abstracció. És a dir, cal exigir també la unicitat en la modelització i en la demodelització.



2. **Construcció del model.** Expressessem la semàntica de  $B$  en forma de definició.
3. **Validació del model.** Justifiquem que la definició donada en la *construcció del model* és el model de la definició donada en la *delimitació de la realitat*.

**Visió de futur.** En el que segueix expliquem com realitzar cadascun d'aquests passos, i justifiquem com el resultat és un model sòlid i complert sobre la realitat modelitzada. A partir d'aquí quedarà només afegir la unicitat de la modelització i de la demodelització.

### 3.3 Delimitació de la realitat

**Confiam en l'analista.** La impossibilitat, en general, de demostrar la completesa i la solidesa de les definicions ens porta a assumir que no tenim més remei que confiar en l'expertesa i experiència de l'analista a l'hora de crear les definicions sobre les abstraccions de la realitat:

---

**Confiança en l'analista.** Assumim que les definicions de les abstraccions sobre la realitat capturen totes les realitzacions desitjades, i cap més. És a dir, que cada  $A$  és un model *coherent* sobre  $REAL_A$ .

---

**Confiança i desconfiança.** La dificultat de definir i raonar amb les definicions<sup>5</sup> ens porta a donar la volta a la truita: si no puc demostrar que una definició té les propietats que desitjo doncs assumeixo que les té (*Confiança en l'analista*). Però evidentment aquest gir de la truita només té sentit si tenim algun tipus de convenciment o justificació que la definició donada té, o gairebé té, les propietats desitjades.

**Expertesa i experiència.** La *Confiança en l'analista* només és aplicable sobre definicions amb “bona pinta”. Una definició té “bona pinta” si recolza en algun tipus de raonament o justificació; o bé és consistent amb l'experiència de l'analista (“en situacions similars ho hem fet així i no hem tingut problemes”) o la seva intuïció. (En aquest darrer cas estem considerant que l'expertesa i l'experiència de l'analista li han fet afinar el nas, i el que ell en diu intuïció de fet no és sinó el resultat d'aquesta expertesa i experiència).

**La realitat s'esvaeix.** La *Confiança en l'analista* significa que el model  $MODEL_B$  que cal cercar no és un model sobre la realitat, sinó sobre la definició que l'analista fa d'aquesta realitat. D'aquesta manera la realitat que el dissenyador ha de considerar és la que li defineix l'analista; però aquesta no deixa de ser un model de l'autèntica realitat!

---

<sup>5</sup>Vegeu l'apartat [3.1.4.Problemes amb les definicions](#), pàgina 7.

**El guany aconseguit.** Gràcies a haver introduït la definició de  $A$  el que cal ara és trobar un model sobre aquesta definició, i no pas sobre un conjunt (infinit) d'elements  $REAL_A$ . I com que la definició és una descripció finita, és molt més fàcil d'analitzar i de modelitzar.

### 3.4 Construcció i validació del model

**Model d'una abstracció.** Un cop donada la definició de  $A$  hem de donar la definició de  $B$ . Però aquesta no pot ser qualsevol, sinó que ha de ser el model *sòlid i complert*<sup>6</sup> sobre la definició de  $A$ :  $model(A) = B$ .

**Correctesa del model d'una abstracció.** Per poder afirmar que  $B$  és un model *sòlid i complert* sobre  $A$  cal veure que tota realització de  $B$  (és a dir, tot element de  $MODEL_B$ ) es correspon amb una realització de  $A$  (és a dir, amb un element de  $REAL_A$ ), i a la inversa. I per demostrar-ho podem (i hem d') usar les definicions de  $A$  i  $B$ .

**Problemes amb la completesa.** Raonar sobre la completesa de  $MODEL_B$  com a model de  $REAL_A$  exigeix "comprovar" cada element de  $REAL_A$ ; i això no ens és abastable. Fixem-nos que el principi de la *Confiança en l'analista* s'ha introduït precisament per evitar haver de raonar sobre tots els elements de  $REAL_A$ .

**Assumpció de completesa.** El fet de no poder raonar sobre la completesa de  $MODEL_B$  respecte  $REAL_B$  no ens deixa més remei que fer confiança en el dissenyador i considerar com a realitat el fragment induït per la modelització. És a dir, assumim que les definicions de les abstraccions sobre el model capturen totes les realitzacions desitjades de les definicions de la realitat, o el que és el mateix, que cada  $B$  és un model *complert* sobre  $A$ .

**Naturalesa de les definicions de  $Model_{Abs}$ .** Les definicions de les abstraccions de la realitat tracten sobre elements molt diversos i complexes. Per contra les definicions dels elements presents a  $MODEL_{Abs}$  són molt més simples. I sobre ells podem raonar.

**Exemple 7 (Definició en el model)** *A mode d'exemple presentem unes definicions prototípiques, no necessàriament complertes, d'alguns dels tipus d'abstraccions del model.*

*La definició d'un component haurà d'expressar la seva estructura interna (atributs), la seva estructura externa (visibilitat i dependències), i el seu comportament (operacions, persistència, etc).*

*La definició d'una especialització haurà d'expressar el seu tipus: complert o parcial; sobreposat o disjunt.*

*La definició d'una visibilitat haurà d'indicar el seu àmbit.*

---

<sup>6</sup>En el paràgraf *Visió de futur* de la pàgina 9 es demana construir un model sòlid i complert, per començar; la unitat de la modelització i de la demodelització es deixen per més endavant. Per a aquest motiu ara no demanem la coherència del model.

**Raonament sobre la solidesa.** La limitació dels elements que apareixen en les definicions del model permeten, en molts casos, fer certs raonaments sobre la solidesa.

**Exemple 8 (Solidesa d'una abstracció del model)** *Definim el concepte DE de la realitat com a dispositiu electrònic. Considerem com a model d'un dispositiu electrònic el plànol en dues dimensions que el descriu. És a dir  $\text{model}(\text{DE}) = \text{DE} = \{\text{Plànol } 2D\}$ .*

*La realitat té molts elements i molt diversos. En canvi els elements del model són molt més homogenis i restringits. En concret, els plànols 2D tenen un llenguatge específic: hi ha uns elements bàsics (símbols com resistència, díodes, vàlvules i portes lògiques) i unes normes de connexió (per exemple, una resistència té una connexió d'entrada i una de sortida, les portes lògiques tenen dues entrades i una sortida; tot element ha de tenir connectades tant les sortides com les entrades; etc).*

*Donat un dibuix concret podem comprovar si és un plànol 2D o no. En cas de ser-ho segur que podem construir el dispositiu indicat (encara que no sapiguem per a què serveix), i així obtenir un dispositiu electrònic concret. És a dir, tal com hem construït el llenguatge per fer plànols 2D sabem que tot plànol es correspon a un dispositiu electrònic: DE és un model sòlid sobre DE.*

*Per contra, la complexitat de la realitat ens impedeix fer un raonament a la inversa. Suposem que obtenim un dispositiu electrònic i l'obrim. Oh, sorpresa, conté uns components, els transistors, que el nostre llenguatge de plànols no considera. És a dir, tenim un dispositiu electrònic que no es pot expressar com a realització de DE. El model no és complet.*

*Els raonaments de completesa com el que acabem de fer són sempre destinats al fracàs: desconeixem fins on arriba la nostra realitat. D'aquí la necessitat de confiar en el dissenyador i assumir la completesa. En aquest exemple la realitat ens fa trontollar aquesta confiança; per mantenir-la hem d'ampliar la nostra definició del component DE, i més concretament, el llenguatge de plànols emprat.*

**Dificultat de raonar sobre la solidesa.** Tot i l'exemple anterior, assegurar la solidesa de  $\text{MODEL}_B$  respecte  $\text{REAL}_B$ , és a dir, assegurar que tot element que compleixi les condicions de la definició de B, això és, tot element generat per la semàntica de l'abstracció B, tingui un correlat en la realitat, sovint és massa complex, si no impossible.

**Assumpció de solidesa.** La dificultat en raonar sobre la solidesa de  $\text{MODEL}_B$  respecte  $\text{REAL}_B$  no ens deixa més remei que fer confiança en el dissenyador i considerar com a model el fragment induït per la modelització. És a dir, assumim que cada B és un model sòlid sobre A.

**Confiança en el dissenyador.** L'assumpció de la solidesa i la completesa de  $MODEL_B$  com a model de  $REAL_A$  significa que confiem en la tasca del dissenyador a l'hora de crear les definicions de les abstraccions del model.

---

**Confiança en el dissenyador.** Assumim que cada B és un model *sòlid i complert* sobre  $REAL_B$ . A efectes pràctics, donades les definicions de A i B considerem com a model i com a realitat els *fragments induïts per la modelització*.

---

**Expertesa i experiència.**<sup>7</sup> La *Confiança en el dissenyador* només és aplicable sobre definicions amb “bona pinta”. Una definició té “bona pinta” si recolza en algun tipus de raonament o justificació; o bé és consistent amb l'experiència del dissenyador (“en situacions similars ho hem fet així i no hem tingut problemes”) o la seva intuïció. (En aquest darrer cas estem considerant que l'expertesa i l'experiència del dissenyador li han fet afinar el nas, i el que ell en diu intuïció de fet no és sinó el resultat d'aquesta expertesa i experiència).

**Diferents tipus de confiança.** La *Confiança en l'analista* és una confiança cega, sense elements per contrastar-la. La *Confiança en el dissenyador* no és tant forta: en l'àmbit del model tenim eines que permeten algun tipus de raonament.<sup>8</sup>

**Confiança en els desenvolupadors.** La *Confiança en el dissenyador* diu que confiem en B com a model sòlid i complert de la definició de A. Però la *Confiança en l'analista* diu que la definició de A és un model sòlid i complert<sup>9</sup> sobre  $REAL_A$ . Per tant, ambdues confiances diuen que hem de confiar en B com a model sòlid i complert de  $REAL_A$ .

**El paper secundari de la realitat.** El principi de la *Confiança en el dissenyador* diu que tant li fa si una realització d'una abstracció A de la realitat és “capturada” o no per la definició que s'ha donat a A; el que importa és que aquesta realització tingui un model que sigui una realització de B (estem considerant que  $model(A) = B$ ), i per tant que es correspongui amb la definició de B.

**Realitat o no realitat.** L'observació sobre el paper secundari que té la realitat porta a pensar que el paper de l'analista no és important: tant li fa la definició que es doni a les abstraccions de la realitat, si al final qui mana són les definicions del model! El que passa és que si bé són les definicions del model les qui defineixen la realitat modelitzada, cada una d'aquestes definicions és el model d'una definició sobre la realitat. És a dir, *és en la modelització a nivell de definició o d'abstracció on la realitat prèn la seva força*.<sup>10</sup>

---

<sup>7</sup>Aquest paràgraf és idèntic al paràgraf *Expertesa i experiència* de la pàgina 9, però on aquí parlem de dissenyador allà parlàvem d'analista.

<sup>8</sup>En l'exemple 5, pàgina 7, es mostra un raonament de completesa.

<sup>9</sup>Entre d'altres, ja que de fet el que assumim és la coherència del model.

<sup>10</sup>Recordem que donada una definició d'una abstracció del model cal raonar o justificar que és el model de la definició de l'abstracció pertinent de la realitat. És a dir, les definicions del

**El paper preponderant del model.** En la conclusió 16, pàgina 26, es plantejava que qui realment importa és el model, ja que a tots els efectes la realitat que considerem és la induïda pel model. L'ús simultani dels principis de la *Confiança en l'analista* i de la *Confiança en el dissenyador*, que relega la realitat a un paper secundari, ens porta un pas més enllà: *és el model qui defineix la realitat considerada*, ja que l'únic que ens interessa són els fragments induïts per la modelització de les definicions de la realitat.

**El model com a realitat**

El model és qui defineix la realitat modelitzada

(2)

**Exemple 9 (Definició d'un component)**

*Sigui el concepte  $\text{Client} = \{\text{Persona que ha realitzat una compra}\}$ .*

*A l'exemple 7, pàgina 10, presentàvem com un component es pot definir a través de la seva estructura interna, la seva estructura externa i el seu comportament. Així el concepte Client el podem modelitzar amb un component *Client* amb:*

- Estructura interna: *nom, adreça*
- Estructura externa: *Visibilitat multiavaluada amb els albarans de compra propis*
- Comportament: *Operacions que li permeten realitzar compres*

*Aquí el que estem dient és que les compres es modelitzen amb els **albarans de compra**, i que assumim que les persones queden *determinades pel seu nom i la seva adreça*. Llavors tot objecte *client* del model expressa, modelitza, un element de la realitat que s'adapta a la definició de  $\text{Client} = \{\text{Persona que ha realitzat una compra}\}$ .*

*Cal tenir en compte, però, que un *client* (i per tant un *client*) no és només aquell qui té nom i adreça (com podria ser una proveïdor o un turista), sinó que cal que tingui un enllaç dirigit multiavaluat sobre els seus albarans de compra (i d'aquesta manera els turistes i els proveïdors queden descartats).*

*La confiança en els desenvolupadors ens diu que qui té nom i adreça i un enllaç dirigit multiavaluat sobre albarans de compra és el model d'una persona que compra. No admetem per tant les compres anònimes, per exemple.*

**Excés de confiança.** Els principis acabats de presentar diuen que hem de confiar en l'analista en el sentit que les seves definicions expressen exactament la realitat desitjada; i hem de confiar en el dissenyador en el sentit que les seves definicions són sòlides i complertes respecte les corresponents definicions de l'analista. Sembla doncs que en la nostra tasca de cercar un mètode de

---

model depenen de les definicions de la realitat.

desenvolupament hem arribat a un atzucac que esquivem exigint actes de fe: l'analista tot ho fa bé; el dissenyador també. Tanmateix les coses no són ben bé així, ja que *els actes de fe els exigim només allà on els raonaments no ens porten més enllà*.

## 4 Introducció de la coherència

**Què ens manca.** En l'apartat 3.2.El procés de construcció, pàgina 8, hem plantejat com construir un model  $\text{MODEL}_B$  sòlid i complert sobre  $\text{REAL}_A$ . En els apartats següents,<sup>11</sup> hem analitzat cadascuna de les etapes del procés i hem justificat com el model resultant és sòlid i complert (de fet hem vist com sovint ens cal assumir aquestes propietats a partir de raonaments amb una alta dosi d'intuïció). Per tal d'aconseguir que  $\text{MODEL}_B$  sigui un *model coherent* sobre  $\text{REAL}_A$  ens manca per assegurar la unicitat de la modelització i de la demodelització.

### 4.1 Respectuositat amb els noms

**Definició. Respectuositat amb els noms.** *Direm que una relació de modelització que defineix un model sòlid i complert<sup>12</sup> sobre una determinada realitat, és respectuosa amb els noms si i només si ni la modelització ni la demodelització alteren els noms dels elements:*

- Respectuosa en la modelització. *La modelització no modifica els noms. És a dir:  $\text{nom}_R(A) = \text{nom}_M(\text{model}(A))$*
- Respectuosa en la demodelització. *La demodelització no modifica els noms. És a dir:  $\text{nom}_M(B) = \text{nom}_R(\text{model}^{-1}(B))$*

*Notació.* Direm que un MODEL és *respectuós amb els noms* si la relació de modelització entre el MODEL i la REALITAT modelitzada és *respectuosa amb els noms*.

*Notació.* Direm que una REALITAT és *respectuosa amb els noms* si la relació de modelització entre aquesta REALITAT i el MODEL considerat és *respectuosa amb els noms*.

**Respectuositat amb els noms i coherència.** Si  $\text{MODEL}_B$  és un model sobre  $\text{REAL}_A$  que és *respectuós amb els noms*,<sup>13</sup> i tal que *no hi ha anòmies* (ni

<sup>11</sup>Apartat 3.3.Delimitació de la realitat, pàgina 9, i apartat 3.4.Construcció i validació del model, pàgina 10.

<sup>12</sup>La completesa i la solidesa s'exigeixen per simplificar la definició. En el cas, per exemple, d'un element  $A$  de la realitat no modelitzat, caldria donar semàntica a  $\text{model}(A)$ . Tant si considerem  $\text{model}(A)$  indefinit com si considerem  $\text{model}(A) = \emptyset$ , caldria afegir alguna condició per permetre que  $A$  tingui nom tot i no tenir model.

<sup>13</sup>La respectuositat amb els noms implica la *solidesa* i *completesa* del model.

en el model ni en la realitat) i es compleix la propietat del *referent únic*, llavors  $\text{MODEL}_B$  és un model *coherent* sobre  $\text{REAL}_A$ .<sup>14</sup>

*Esbós de la demostració.*

- *Què cal demostrar.* El model ja és sòlid i complert. Per tant només manca per demostrar la unicitat de la modelització i de la demodelització.
- *Unicitat de la modelització.*
  - *Supòsit que volem refusar* Suposem que tant  $x:B$  com  $y:B$  formen part del model de  $a:A$ .
  - *Modelització respectuosa.* La modelització respectuosa amb els noms exigeix que els noms de  $a:A$  siguin els noms dels elements que en són model. En el nostre cas això significa que  $\text{nom}_R(a:A) \supseteq \text{nom}_M(x:B) \cup \text{nom}_M(y:B)$ .
  - *Demodelització respectuosa.* La demodelització respectuosa amb els noms exigeix que els noms de  $x:B$  siguin els noms dels elements del qual n'és model, com per exemple  $a:A$ . És a dir  $\text{nom}_M(x:B) \supseteq \text{nom}_R(a:A)$ .
  - *Combinació de resultats* Si combinem els resultats obtinguts tenim que  $\text{nom}_M(x:B) \supseteq \text{nom}_R(a:A) \supseteq \text{nom}_M(y:B)$
  - *Aplicació del Referent únic.* L'absència d'ambigüitat denominadora en el model<sup>15</sup> assegura que  $x:B$  i  $y:B$  no poden compartir noms:  $\text{nom}_M(x:B) \cap \text{nom}_M(y:B) = \emptyset$ . I en canvi acabem de veure que  $\text{nom}_M(x:B) \supseteq \text{nom}_M(y:B)$ . Ambdues condicions només són possibles en el cas que un dels dos conjunts de noms sigui el conjunt buit.
  - *Prohibició d'anòmies.* La condició que no admetem anòmies significa que  $\text{nom}_M(x:B) \neq \emptyset$  i  $\text{nom}_M(y:B) \neq \emptyset$ . Però això entra en contradicció amb les conclusions anteriors, i per tant podem considerar refusada la hipòtesi inicial.
- *Unicitat de la demodelització.*
  - *Supòsit que volem refusar* Suposem que  $b:B$  forma part tant del model de  $x:A$  com del model de  $y:A$ .
  - *Demodelització respectuosa.* La demodelització respectuosa amb els noms exigeix que els noms de  $b:B$  siguin els noms dels elements del qual n'és model. En el nostre cas això significa que  $\text{nom}_M(b:B) \supseteq \text{nom}_R(x:A) \cup \text{nom}_R(y:A)$ .
  - *Modelització respectuosa.* La modelització respectuosa amb els noms exigeix que els noms de  $x:A$  siguin els noms dels elements que en són model, com per exemple  $b:B$ . És a dir,  $\text{nom}_R(x:A) \supseteq \text{nom}_M(b:B)$ .

<sup>14</sup>Hem expressat aquest resultat en termes d'un model estratificat:  $\text{MODEL}_B$  i  $\text{REAL}_A$ , tot i ser un resultat vàlid per models no estratificats. El motiu de fer-ho així és per comoditat notacional: en el que segueix per expressar, per exemple, que un element  $b$  és del model n'hi ha prou amb usar la notació  $b:B$ .

<sup>15</sup>La propietat del *referent únic* diu que els noms no tenen ambigüitat denominadora.

- *Combinació de resultats* Si combinem els resultats obtinguts tenim que  $nom_R(x:A) \supseteq nom_M(b:B) \supseteq nom_R(y:A)$
- *Aplicació del Referent únic.* L'absència d'ambigüitat denominadora en el model<sup>16</sup> assegura que  $x:A$  i  $y:A$  no poden compartir noms:  $nom_R(x:A) \cap nom_R(y:A) = \emptyset$ . I en canvi acabem de veure que  $nom_R(x:A) \supseteq nom_R(y:A)$ . Ambdues condicions només són possibles en el cas que un dels dos conjunts de noms sigui el conjunt buit.
- *Prohibició d'anòmies.* La condició que no admetem anòmies significa que  $nom_R(x:A) \neq \emptyset$  i  $nom_R(y:A) \neq \emptyset$ . Però això entra en contradicció amb les conclusions anteriors, i per tant podem considerar refusada la hipòtesi inicial.

(3)

**Coherència i respectuositat amb els noms**

Un model *respectuós amb els noms* i amb *referent únic* és un model *coherent* sempre i quan ni en el model ni en la realitat s'admetin *anòmies*

**4.2 Propagació de noms**

**Objectiu que perseguim.** Acabem de veure com sota determinades condicions un model *respectuós amb els noms* és un model *coherent*. Tot seguit analitzem com construir un model *respectuós amb els noms*, com a primer pas per a la construcció d'un model *coherent*.

**L'efecte *taca d'oli*.** En un model *respectuós amb els noms* es produeix l'efecte *taca d'oli*: tot nom "s'escampa" seguint el graf de la relació de modelització.<sup>17</sup>

**Exemple 10 (Efecte *taca d'oli*)** *Siguin  $b_1 : B$  i  $b_2 : B$  dos elements del model; i siguin  $a_1 : A$  i  $a_2 : A$  dos elements de la realitat. Suposem  $model(a_1 : A) = \langle b_1 : B, b_2 : B \rangle$  i  $model(a_2 : A) = b_2 : B$ .*

*Sigui  $nom \in nom_M(b_2 : B)$ . Si el model és respectuós amb els noms podem assegurar que  $nom \in nom_M(a_2 : A)$ , ja que  $\langle a_2 : A, b_2 : B \rangle \in REL_{model}$ . Anàlogament  $nom \in nom_M(a_1 : A)$ . Finalment, com que  $\langle a_1 : A, b_1 : B \rangle \in REL_{model}$  tenim que  $nom \in nom_M(b_1 : B)$ .*

*L'efecte *taca d'oli* permet obtenir el mateix resultat de la seqüent manera. Com que tant  $\langle a_1 : A, b_2 : B \rangle \in REL_{model}$  com  $\langle a_1 : A, b_1 : B \rangle \in REL_{model}$ , per transitivitat existeix un camí  $\langle b_1 : B, b_2 : B \rangle$ , i per tant  $nom \in nom_M(b_1 : B)$ .*

<sup>16</sup>La propietat del *referent únic* diu que els noms no tenen ambigüitat denominadora.

<sup>17</sup>Formalment, la clausura transitiva de la relació de modelització defineix una relació d'homonímia.



**Construcció d'un model respectuós amb els noms.** L'efecte *taca d'oli* ens proporciona un mecanisme per convertir qualsevol model en un *model respectuós amb els noms*: n'hi ha prou amb assegurar que tot nom s'escampa al màxim possible. Per aconseguir-ho cal *propagar* els noms. Tot seguit en veiem el mecanisme.

### Propagació de noms

(4)

Per convertir un model *sòlid i complet* en un model *respectuós amb els noms* cal propagar iterativament tots els noms del model. Això és:

- **Propagació descendent.** Per cada element  $B$  del model propaguem tots els seus noms a tots els elements  $A$  de la realitat tals que  $B \in \text{model}(A)$
- **Propagació ascendent.** Per cada element  $A$  de la realitat propaguem tots els seus noms a tots els elements  $B$  del model tals que  $B \in \text{model}(A)$
- **Iteració.** Repetim la propagació ascendent i descendent fins que no es produeixi cap canvi

#### Exemple 11 Propagació de noms

- *Situació de partida* Siguin  $b1:B$  i  $b2:B$  dos elements del model; i siguin  $a1:A$  i  $a2:A$  dos elements de la realitat. Suposem  $\text{model}(a1:A) = \langle b1:B, b2:B \rangle$  i  $\text{model}(a2:A) = b2:B$ .

Suposem

- $\text{nom}_M(b1:B) = \{x, y\}$
- $\text{nom}_M(b2:B) = \{z\}$
- $\text{nom}_M(a1:A) = \{t\}$
- $\text{nom}_M(a2:A) = \{u\}$ .

- *Propagació descendent.* Els noms de  $b1:B$  s'han de propagar a  $a1:A$ ; i els noms de  $b2:B$  s'han de propagar tant a  $a1:A$  com a  $a2:A$ . El resultat és:

- $\text{nom}_M(b1:B) = \{x, y\}$
- $\text{nom}_M(b2:B) = \{z\}$
- $\text{nom}_M(a1:A) = \{x, y, z, t\}$
- $\text{nom}_M(a2:A) = \{z, u\}$ .

- *Propagació ascendent.* Els noms de  $a1:A$  s'han de propagar tant a  $b1:B$  com a  $b2:B$ ; i els noms de  $a2:A$  s'han de propagar a  $b2:B$ . El resultat és:

- $\text{nom}_M(b1:B) = \{x, y, z, t\}$
- $\text{nom}_M(b2:B) = \{x, y, z, t, u\}$
- $\text{nom}_M(a1:A) = \{x, y, z, t\}$
- $\text{nom}_M(a2:A) = \{z, u\}$

- *Propagació descendent, segona volta.* Els noms de  $\mathfrak{b1}:B$  s'han de propagar a  $\mathfrak{a1}:A$ ; i els noms de  $\mathfrak{b2}:B$  s'han de propagar tant a  $\mathfrak{a1}:A$  com a  $\mathfrak{a2}:A$ . El resultat és:
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{b1}:B) = \{x, y, z, t\}$
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{b2}:B) = \{x, y, z, t, u\}$
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{a1}:A) = \{x, y, z, t, u\}$
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{a2}:A) = \{x, y, z, t, u\}$ .
- *Propagació ascendent, segona volta.* Els noms de  $\mathfrak{a1}:A$  s'han de propagar tant a  $\mathfrak{b1}:B$  com a  $\mathfrak{b2}:B$ ; i els noms de  $\mathfrak{a2}:A$  s'han de propagar a  $\mathfrak{b2}:B$ . El resultat és:
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{b1}:B) = \{x, y, z, t, u\}$
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{b2}:B) = \{x, y, z, t, u\}$
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{a1}:A) = \{x, y, z, t, u\}$
  - $\text{nom}_M(\mathfrak{a2}:A) = \{x, y, z, t, u\}$ .
- *Final propagació.* La següent volta de propagació no introdueix cap canvi. Per tant ja hem acabat.

(5)

**Model resultant de la propagació de noms**

La propagació de noms en un model sòlid i complert dona com a resultat un model respectuós amb els noms.

**Obtenció de la coherència.** Sigui un model sòlid i complert sense anòmies. Si ni en el model resultant de la propagació de noms ni en la corresponent realitat<sup>18</sup> hi ha ambigüitat referencial, llavors el model és coherent.

*Esbós de la demostració.*

- *Anòmies en el model resultant.* La propagació de noms afegeix noms als elements, però no en suprimeix. Per tant si al final de la propagació tenim una anòmia és perquè ja la teníem inicialment. Així l'exigència que en el model de partida no hi hagi anòmies assegura que tampoc n'hi ha en el model resultant.<sup>19</sup>
- *Anòmies en la realitat.*<sup>20</sup> Considerem el model resultant de la propagació de noms. Suposem que en la realitat existeix un ele-

<sup>18</sup>La propagació de noms no canvia ni el model ni la realitat. El que canvia són els noms dels elements del model i els noms dels elements de la realitat. És a dir, la relació de modelització es manté invariable, però canvien els noms dels elements.

<sup>19</sup>És possible que el model de partida tingui anòmies i que tot i així el model resultant de la propagació de noms no en tingui: n'hi ha prou que en la propagació els elements anòmics rebien un nom des de la realitat. Per tant l'exigència que el model inicial sigui no anòmic és una condició suficient, però no necessària.

<sup>20</sup>Hem exigit l'absència d'anòmies en el model de partida per assegurar l'absència d'anòmies en el model resultant. Ara el que fem es veure com aquesta exigència és suficient per a assegurar l'absència d'anòmies en la realitat (que és la mateixa abans i després de la propagació dels noms).

ment  $A$  sense nom. Per completeness del model<sup>21</sup> ha d'existir un  $B$  tal que  $B \in \text{model}(A)$ . Però com que el model no té anòmies,  $B$  ha de tenir algun nom, que s'ha d'haver propagat a  $A$ . Per tant en la realitat no hi poden haver anòmies.

- *Respectuositat amb els noms.* La conclusió 3, pàgina 16, diu que si un model, sòlid i complert, és respectuós amb els noms, i no hi ha ni anòmies ni ambigüitat referencial en cap dels dos mons, llavors el model és coherent. Però la propagació de noms assegura que el model és respectuós amb els noms. L'única condició que ens mancava era la manca d'anòmies en el model i en la realitat, que és el que acabem de demostrar. Per tant el model és coherent.

#### Introducció de la coherència

Sigui un model  $M1$  sòlid i complert sense anòmies. Sigui el model  $M2$  resultant d'aplicar la *propagació de noms* a  $M1$ . Si podem assegurar la propietat del *referent únic* a  $M2$ ,<sup>22</sup> llavors el model  $M2$  és coherent

(6)

### 4.3 Expansió de noms

**On hem arribat.** La conclusió 3, pàgina 16, diu que un model que és respectuós amb els noms, sota certes condicions, és un model coherent. La propagació de noms és un mecanisme que ens permet convertir qualsevol model en un model respectuós amb els noms, i per tant aquesta condició de la conclusió 3 no ens ha de preocupar. Finalment acabem de veure com la condició de la inexistència d'anòmies en el model i la realitat resultants de la propagació de noms es pot reduir a la inexistència d'anòmies en el model de partida.

**Un pas més enllà.** El principi de l'*Expansió de noms* va un pas més enllà, en el sentit de simplificar les coses. Aquí presentem el principi; en l'apartat 4. [Introducció de la coherència](#), pàgina 14 veurem com gràcies a ell podem construir un model coherent i un llenguatge de comunicació.

---

**Expansió dels noms.** Els noms del model es propaguen, com una taca d'oli, cap a la realitat, que inicialment assumim totalment anòmica

---

<sup>21</sup>La propagació de noms no modifica el model, sinó només els noms dels elements que intervenen en la relació de modelització. Per tant si el model de partida és complert, també ho és el model resultant de la propagació de noms.

<sup>22</sup>La propietat del *referent únic* diu que ni en el model ni en la realitat hi ha ambigüitat referencial.

**La propagació en l'expansió de noms.** El mecanisme de propagació és el presentat en el requadre 4, pàgina 17. Per tant de fet el que demana el principi de l'*Expansió de noms* és una expansió del nom del model a la realitat, en camí d'anada i tornada, i aplicada iterativament.

**La taca d'oli en l'expansió de noms.** En la descripció del principi de l'*expansió de noms* hem usat l'expressió “com una taca d'oli” per emfasitzar la iteració de l'expansió. En l'exemple 10, pàgina 16, hem usat aquesta expressió en el mateix sentit.

**La realitat anòmica de partida.** El mecanisme de propagació de noms és un mecanisme iteratiu que es pot començar tant des del model (propagació descendent) com des de la realitat (propagació ascendent). L'exigència en el principi de l'*expansió de noms* que la realitat sigui inicialment anòmica obliga a començar des del model (propagació descendent). Al final els noms inicials del model s'hauran expandit pel model<sup>23</sup> i per la realitat.

**Noms induïts pel model.** El principi de l'*expansió de noms* diu que de la mateixa manera que com a realitat considerem la induïda pel model, com a llenguatge de noms considerarem també el conjunt de noms induïts pel model: *els únics noms que hem de considerar són els noms presents en el model, que per l'expansió es propaguen iterativament cap a la realitat.*

**La preponderància del model, revisada.** La conclusió 16, pàgina 26, de [Mer12b], expressava la preponderància del model per sobre de la realitat modelitzada; la realitat és el fragment induït per la modelització. La conclusió 2, pàgina 13, a què hem arribat més amunt, apreta més el clau: les definicions de les abstraccions del model són les qui defineixen la realitat. L'*expansió de noms* encara va més enllà: el model defineix la realitat i el llenguatge per a expressar-la.

(7)

**Preponderància del model amb l'expansió de noms**

- El model defineix la realitat
- Els noms del model defineixen els noms de la realitat

**Relaxació de les condicions.** Si considerem els fragments induïts per la modelització llavors tant la solidesa com la completesa estan assegurades. Per tant només ens hem de preocupar que el model no tingui anòmies, i que després de l'expansió no hi hagi ambigüitat referencial ni en el model ni en la realitat.

<sup>23</sup>Si la modelització no és única, un nom del model es propaga primer a la realitat, i després a tots els elements del model que comparteixen el mateix element de la realitat. L'exemple 10, pàgina 16, il·lustra aquest fet.

## 5 Llenguatge per a la comunicació

### 5.1 Propietats dels noms respectats

Donada una relació de modelització respectuosa amb els noms, podem afirmar que el *conjunt de noms comuns* entre un model i la realitat pertinents compleix amb les propietats suficients per ser emprat com a llenguatge de comunicació?

(2) ?

**Els resultats previs no són aplicables.** La conclusió 14, pàgina 24, de [Mer12b], diu que un model coherent construït segons els principis de la modelització ofereix un conjunt de noms vàlid com a llenguatge de comunicació. Malauradament no podem usar aquest resultat ja que hem introduït la coherència sense fer ús dels principis de modelització. En el seu lloc hem exigint la solidesa, la completesa, la no presència d'anòmies, el referent únic i la *propagació dels noms*.

**Excursió. (Respectuositat amb els noms i principis de modelització)** Davant l'absència d'anòmies la *respectuositat amb els noms en la modelització* es pot veure com un cas particular de la *Franquícia obligada*, i la *respectuositat amb els noms en la demodelització* es pot veure com un cas particular de la *Franquícia*. Aquesta observació obre el camí per expressar la conclusió 6, pàgina 19, sobre com la propagació de noms assegura la coherència, en termes dels principis de modelització i alguna propietat addicional.

**El camí que seguirem.** Tot seguit analitzarem les propietats del conjunt de noms en un model respectuós amb els noms. L'objectiu és determinar si aquest conjunt de noms ens serveix com a llenguatge de comunicació.<sup>24</sup>

**Sintaxi comuna.** Si  $\text{MODEL}_B$  és un model sobre  $\text{REAL}_A$  que és *respectuós amb els noms*, llavors es compleix que  $\text{NOMS}_{M \setminus R} = \text{NOMS}_{R \setminus M} = \emptyset$ .<sup>25</sup> És a dir, el conjunt de noms del model  $\text{MODEL}_B$  és el conjunt de noms comuns amb la realitat  $\text{REAL}_A$ : ambdós mons tenen la mateixa sintaxi.

Esbós de la demostració.

Suposem un nom del model, no present en la realitat; és a dir,  $\text{nom} \in \text{NOMS}_{M \setminus R}$ . Sigui  $B$  un element del model tal que  $\text{nom} \in \text{nom}_M(B)$ .<sup>26</sup> Per *solidesa*<sup>27</sup> sabem que existeix un  $A$  tal que  $\text{model}(A) = B$ . Pel *respecte amb els noms* en la modelització tenim que els noms de  $A$  són els noms dels elements que el modelitzen, i per

<sup>24</sup>Les propietats que ha de tenir un conjunt de noms per a ser emprat com a llenguatge de comunicació són les expressades a la conclusió 6, pàgina 15, de [Mer12b].

<sup>25</sup>Aquesta notació s'ha introduït a [Mer12b], apartat 5.3.3. **Sintaxi comuna**, pàgina 18.

<sup>26</sup>Com que no estem exigint el *Referent únic* pot ser que  $\text{nom}$  sigui el nom de més d'un element del model.

<sup>27</sup>La *respectuositat amb els noms* implica la *solidesa* i *completesa* del model.

tant  $\text{nom} \in \text{nom}_R(A)$ . En conseqüència  $\text{nom}$  tant és un nom del model com de la realitat, fet que invalida la hipòtesi inicial. Concloem que necessàriament  $\text{NOMS}_{M \setminus R} = \emptyset$ .

Anàlogament es demostra que  $\text{NOMS}_{R \setminus M} = \emptyset$ .

**Semàntiques consistents.** Si  $\text{MODEL}_B$  és un model sobre  $\text{REAL}_A$  que és *respectuós amb els noms*, llavors es compleix que  $\text{NOMS}_M$  i  $\text{NOMS}_R$  tenen *semàntiques consistents* entre ells.

*Esbós de la demostració.*

Per ser el model respectuós amb els noms, tot nom de qualsevol element ha de ser necessàriament el nom d'un element que el modelitza (o el nom d'un dels elements que modelitza, segons el món de partida). Per tant tot nom té la mateixa semàntica en ambdós mons. O vist altrament: la propietat de la taca d'oli assegura que tot nom es propaga, i que la propagació només és possible a través de la relació de modelització, és a dir, sempre dins la mateixa semàntica.

(8)

#### Respectuositat amb els noms i comunicació

El conjunt de noms d'un model respectuós amb els noms és útil com a llenguatge de comunicació sempre i quan podem assegurar la *inexistència d'anòmies* i la *inexistència d'ambigüitat referencial* en ambdós mons.

## 5.2 Principis i comunicació

**Propagació i coherència.** Donat un model *sòlid i complert* sabem<sup>28</sup> que la *propagació de noms* assegura la *coherència* del model (sota les condicions *d'absència d'anòmies i d'absència d'ambigüitat referencial*<sup>29</sup> en ambdós mons).

**Simplificació de les condicions.** De fet, per aconseguir la coherència a través de la propagació de noms, n'hi ha prou en considerar l'absència d'anòmies en el model de partida. (La manca d'ambigüitat referencial s'ha de continuar assegurant en els dos mons un cop acabada la propagació).<sup>30</sup>

**Expansió i coherència.** Així l'aplicació del principi de l'*expansió de noms*<sup>31</sup> en un model *sòlid i complert sense anòmies* donarà un model *coherent* quan tant la realitat com el model resultants de l'expansió no tinguin *ambigüitats referencials*.

<sup>28</sup>Vegeu la conclusió 3, pàgina 16, de [Mer12b]; i la conclusió 5, pàgina 18, del present informe.

<sup>29</sup>La propietat del referent únic diu que no hi ha ambigüitat referencial en cap dels dos mons.

<sup>30</sup>Vegeu la conclusió 6, pàgina 19.

<sup>31</sup>L'expansió de noms usa la propagació; vegeu la definició a la pàgina 19.

**Assumpció de solidesa i completenessa.** El principi de la *confiança en el dissenyador*<sup>32</sup> permet assumir la *solidesa* i la *completesa* del model.

**Empaquetem-ho tot.** L'aplicació del principis de la *Confiança en el dissenyador*, l'*Expansió de noms* i del *Referent únic* donen un model *coherent* (sempre i quan podem assegurar la *inexistència d'anòmies*). El conjunt de noms del model obtingut és vàlid com a llenguatge de comunicació.<sup>33</sup>

#### Construcció d'un model coherent infinit

(9)

- L'aplicació del principis de la *Confiança en el dissenyador*, l'*Expansió de noms* i del *Referent únic* donen un model *coherent* (sempre i quan podem assegurar la *inexistència d'anòmies*)
- El conjunt de noms del model obtingut és vàlid com a llenguatge de comunicació

## 6 Model estratificat infinit comunicable

**Recapitem.** En aquest apartat presentem un resum de les conclusions obtingudes.

### 6.1 El glossari

**Infinitud des de la finitud.** Per poder treballar amb la infinitud potencial de les realitzacions de les abstraccions introduïm la idea de *definició* o *semàntica d'una abstracció*. Una definició és una descripció explícita i per intensió. Les definicions són finites, però descriuen col·lectius infinits.

**Definicions sobre la realitat.** Per cada abstracció de la realitat introduïm la seva definició. A tots els efectes la definició de *A* descriu exactament *A*: és a dir, tothom que compleixi amb els termes de la definició de *A* és una realització de *A*; i els que no compleixin els termes de la definició no són realitzacions de *A*.

**Glossari.** El conjunt de totes les definicions de la realitat és el glossari del problema. Sense ell no podem modelitzar. *El glossari és qui defineix i delimita la realitat que es vol modelitzar.*

**Validesa del glossari.** Si les definicions del glossari no són prou acurades pot ser que capturin elements de la realitat que de fet no volem veure com a realitzacions de l'abstracció definida (*sobre-definició*), o pot ser que no tinguin

<sup>32</sup>Vegeu la definició a la pàgina 12.

<sup>33</sup>Vegeu la conclusió 8, pàgina 22.

en compte elements de la realitat que volem veure com a realitzacions de l'abstracció definida (*sota-definició*). La infinitud de les realitzacions ens impedeix anar gaire més enllà d'un raonament intuïtiu que refusi la sobre-definició o la sota-definició.<sup>34</sup>

**Glossari i realitat.** Davant la impossibilitat d'anar gaire enllà en la demostració de la correctesa del glossari, assumim que aquest és correcte fins que no es demostrï el contrari. Aquest és el sentit del principi de la *Confiança en l'analista*: a tots els efectes el *glossari* és qui defineix la realitat que cal modelitzar.

## 6.2 Els models $\text{Model}_B$ sobre les realitzacions

**Model d'una definició.** El model d'una definició de la realitat és una altra definició. A tots els efectes la definició de  $B$  descriu exactament  $B$ : és a dir, tothom que compleixi amb els termes de la definició de  $B$  és una realització de  $B$ ; i els que no compleixin els termes de la definició no són realitzacions de  $B$ .

**Validesa de les definicions del model.** Per tal que una definició  $B$  del model sigui el model d'una definició  $A$  de la realitat cal que l'extensió d'ambdues abstraccions sigui la mateixa; i que hi hagi una correspondència un a un entre els elements del conjunt  $A$  i els elements del conjunt  $B$ . Els raonaments sobre aquest aspecte sovint no hi ha més remei que limitar-los al pla intuïtiu.

**Model i realitat.** Davant la impossibilitat d'anar gaire enllà en la demostració de la correctesa de les definicions del model en relació al glossari donat, assumim que aquestes són correctes fins que no es demostrï el contrari. Aquest és el sentit del principi de la *Confiança en el dissenyador*: a tots els efectes el *model* és qui defineix la realitat modelitzada.

**Qui mana és el model.** La *Confiança en l'analista* diu que les definicions del glossari delimiten la realitat que cal modelitzar. La *Confiança en el dissenyador* diu que són les definicions del model les que defineixen la realitat modelitzada. El model és qui configura la realitat, per tant.

**Model i realitat no són independents.** El model construeix la realitat, cert, però no pot construir qualsevol realitat. Això és així perquè el model no el construïm des de res, sinó que partim d'una descripció de la realitat: el *glossari*. És a dir, d'una descripció de la realitat es construeix un model; i un cop construït, aquest defineix la nostra realitat.

---

<sup>34</sup>L'exemple 6, pàgina 8, presenta casos de sota-definició i de sobre-definició.



### 6.3 Els noms emprats

**Noms de les abstraccions.** Els noms de les abstraccions són els noms usats en el model, i que s'han obtingut com a resultat d'aplicar els principis de la *Franquícia*, la *Franquícia obligada* i el *Referent únic*. Cal donar nom a totes les abstraccions.

**Expansió de noms.** Els noms de cada model  $MODEL_B$ , on B és un component, es propaguen, segons el principi de l'*Expansió de noms* a la realitat. D'aquesta manera els noms de la realitat són els definits pel model.

**El model com a realitat**

El model és qui defineix tant la realitat modelitzada, com el llenguatge emprat per a la comunicació

(10)

## 6.4 Construcció d'un model infinit

### Construcció d'un model i un llenguatge estratificats infinits

(11)

- Nivell de les abstraccions
  - **Delimitació de la realitat.** Construïm les definicions de les abstraccions de la realitat, tot usant el principi de la *Confiança en l'analista*. El *glossari* és el conjunt d'aquestes definicions.
  - **Etiquetatge del glossari.** Donem nom a cadascun dels elements del glossari.
  - **Construcció del model de les abstraccions.** Construïm el model coherent de les abstraccions del model, tot usant el principi de la *Confiança en el dissenyador*. Les abstraccions obtingudes són el model de les definicions del glossari.
  - **Llenguatge  $L_{Abs}$  de les abstraccions.** Donem nom a totes i cadascuna de les abstraccions del model seguint els principis de la *Franquícia*, de la *Franquícia obligada* i del *Referent únic*.<sup>35</sup>
- Nivell de les realitzacions
  - **Llenguatge  $L_B$  de les realitzacions.** Per cada component B del model, donem nom a les seves realitzacions, tenint en compte el *referent únic* i la *prohibició d'anòmies*
  - **Expansió de noms.** Segons el principi de l'*Expansió de noms* propaguem aquests noms a les realitzacions de la realitat
  - **Construcció del llenguatge estratificat.** Construïm el llenguatge estratificat segons la seva definició (vegeu la pàgina 16).

**Dos nivells: abstraccions i realitzacions.** Les primeres etapes del procés de construcció que acabem d'exposar, de fet són etapes del procés de construcció del model sobre les abstraccions. Les tres darreres etapes del procés de construcció són les que es preocupen del model sobre les realitzacions.

**El nom fa la cosa.** Quan de debò ens preocupem de les realitzacions de fet només ens estem preocupant dels noms. Més que analitzar quins lligams de

<sup>35</sup>També podem donar nom només a les abstraccions del model, i propagar-los sobre la realitat.

modelització hi ha entre les realitzacions de  $\text{MODEL}_B$  i  $\text{REAL}_A$ , ens preocupem dels lligams entre els noms de  $L_B$  i  $L_A$ :

**El paper dels noms**

Construïm el model a partir dels noms. Els noms defineixen el model i la realitat modelitzada.

(12)

## 7 La infinitud és tractable

**Conclusions planeres.** Tot seguit plantegem les conclusions d'aquest capítol en termes planers. Entre parèntesis fem referència al concepte tècnic associat. Cal tenir present que hi ha condicions que cal exigir des d'un punt de vista tècnic, que no apareixen en l'exposició planera presentada.

**Un problema de quantitat.** A [Mer12c], hem vist que per cada abstracció considerada ens cal construir un model sobre les seves realitzacions. El problema és que si bé el nombre d'abstraccions és finit, el nombre de realitzacions d'un mateixa abstracció és potencialment infinit. Per tant hem de ser capaços de construir models infinits.

**El glossari al rescat.** Per evitar treballar amb infinits de manera directa, expressem cada conjunt infinit de realitzacions, això és, cada abstracció, com el conjunt de propietats que ha de tenir tota realització d'aquesta abstracció. És a dir, expressem cada abstracció en termes de la seva *semàntica* o *definició*. (Glossari).

**La perdiu amagada.** L'ús de definicions no soluciona pas la problemàtica de la infinitud. Només posa les bases per a facilitar raonaments més o menys formals, més o menys intuïtius, sobre la bondat del que hom està fent. Malgrat tot només la tasca metòdica, pausada i subjecte a reconsideració contínua pot assegurar la correctesa del model construït. (Confiança en l'analista; confiança en el dissenyador).

**El nom fa la cosa.** El model de les realitzacions capturades per una definició el construïm a partir dels noms d'aquestes realitzacions. És a dir, *els noms defineixen el model i la realitat modelitzada*. (Expansió de noms).

## 8 Principis i definicions

### Principis

Confiança en el dissenyador, [12](#)

Confiança en l'analista, [9](#)

Expansió dels noms, [19](#)

### Definicions

Respectuositat amb els noms, [14](#)

## 9 Referències

En la bibliografia de desenvolupament de software la temàtica aquí tractada es passa molt per sobre. L'objectiu d'aquest informe és justament explicitar el contingut que en la bibliografia està implícit. Per aquest motiu no podem presentar una bibliografia adient, més enllà de la que ja presentàvem a [\[Mer12a\]](#).

- [Mer12a] Josep M. Merenciano. *Principis de modelització en un desenvolupament de software (La difícil tasca d'identificar, 1)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2012.
- [Mer12b] Josep M. Merenciano. *Comunicació de models (La difícil tasca d'identificar, 2)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2012.
- [Mer12c] Josep M. Merenciano. *Comunicació estratificada (La difícil tasca d'identificar, 3)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2012.