

# Reducció de noms: Especialitzacions

(La difícil tasca d'identificar. Número 6)

*Josep M. Merenciano*

Departament de Llenguatges i Sistemes Informàtics  
Universitat Politècnica de Catalunya

meren@lsi.upc.edu

Juliol de 2014

## **Resum**

A [Mer14a] hem analitzat els noms de les associacions i els seus enllaços, i hem fet una proposta de llenguatge de comunicació basat en el nom de les visibilitats i dels objectes. En concret hem vist com ni els enllaços ni els enllaços dirigits cal que tinguin un nom propi, ja que sempre els podem referenciar amb una combinació adient dels noms de les realitzacions involucrades. Ara extenem aquest resultat pels cas de les especialitzacions. La conclusió és que només hem de donar nom al les realitzacions dels components que són una arrel de la jerarquia d'especialització/generalització.

## **Abstract**

In [Mer14a] we analyzed associations and link names, and we drew up a communication language based on the visibilities names and objects names. In particular we have seen links and links directed mustn't have a name, because we can always reference them with a suitable combination of the names of involved realizations. Now extend this result for specializations. The conclusion is that we only need to give name to the realizations of the components that are the root of the hierarchy of specialization / generalization.

1	Gènesi . . . . .	3
2	Esbós del camí . . . . .	5
3	Restricció d'un llenguatge . . . . .	5
4	Comunicació en les especialitzacions . . . . .	8
4.1	El cas general . . . . .	8
4.2	Especialització d'una associació . . . . .	10
5	Llenguatge estratificat i especialitzacions . . . . .	15
5.1	Un nou llenguatge estratificat . . . . .	15
5.2	Anàlisi de $L_{obj}$ . . . . .	16
5.3	Reescriptura de $L_{en}$ . . . . .	17
6	Propietats del llenguatge estratificat . . . . .	20
7	La comunicació de les especialitzacions és possible . . . . .	21
8	Principis i definicions . . . . .	23
9	Referències . . . . .	24

# 1 Gènesi

**Observació inicial.** Aquest apartat es repeteix en tots els informes de la sèrie *La difícil tasca d'identificar*. Per aquest motiu el fons és de color gris.

**Ús de coneixement implícit.** En la meua experiència en l'ensenyament (des del 2005) de les tècniques i mètodes de l'enginyeria del Software aviat em vaig adonar de com els professionals prenem algunes decisions tant inconscientment que ens sembla inconcebible que algú altre (els estudiants) pugui pendre decisions diferents. En l'anàlisi del motiu d'aquesta discrepància vaig descobrir que molts cops darrera hi havia un coneixement per part del docent o professional que era desconegut per l'estudiant. El sorprenent del cas era que aquest coneixement, fruit d'anys d'experiència i de múltiples lectures, era encapsulable en alguns principis simples, tant d'enunciació com d'aplicació.

**L'Enginyeria del Software encapsula el coneixement.** Però aquesta és justament l'essència de l'Enginyeria del Software. La disciplina, l'art, l'habilitat i la professió d'adquirir i aplicar coneixements científics, matemàtics, econòmics, socials i pràctics, en el desenvolupament de software<sup>1</sup> és tant la capacitat de reproduir desenvolupaments com la capacitat d'encapsular l'experiència prèvia, pròpia o d'altri, de transmetre-la i d'usar el coneixement rebut a través de l'experiència d'altres.

**Transmissió errònia de coneixement.** Des d'aquest punt de vista, la discrepància entre el docent i el discent no és deguda a una manca del discent, ans a una manca del docent. L'origen de la discrepància rau en la incapacitat del docent d'haver transmès al discent la seva experiència; el docent de l'Enginyeria del Software falla en no usar ell mateix les tècniques i mètodes que pretén ensenyar.

**Propòsit d'esmena.** Arribats a aquesta conclusió només hi havia un camí a seguir. Calia detectar les discrepàncies i per cadascuna analitzar quin era el coneixement emprat implícitament pel professional, explicitar-lo, i encapsular-lo en uns pocs principis simples. I això fer-ho extensiu en tot el contingut de l'assignatura Enginyeria del Software:Disseny<sup>2</sup> de la que l'autor n'era responsable. En alguns casos l'explicitació del coneixement ha estat simple, d'altres força més complex. Un cop explicitat el coneixement sovint els principis apareixien per si sols, bé per tractar-se de principis fortament coneguts, bé per tractar-se de principis extensament usats tot i que potser no explicitats o sense un nom d'ús universal. De tot plegat en sorgí un llibre (inèdit, però accessible pels estudiants de l'assignatura) on a mesura que es va avançant en un desenvolupament es van analitzant les diferents decisions possibles, els seus avantatges i inconvenients,

---

<sup>1</sup>Viquipèdia. Entrada "Enginyeria".

<sup>2</sup>Enginyeria Tècnica en Informàtica de Gestió, Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú. El darrer cop que es donà aquesta assignatura, per extinció del pla, fou la primavera de 2012. Des de la primavera del 2011, i dins del Grau en Informàtica, de la mateixa Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú, l'assignatura Ampliació a l'Enginyeria del Programari en prengué, en certa manera, el relleu.

com les anàlisis es poden encapsular en principis, i com l'ús d'aquests principis simplifica el desenvolupament.

**La problemàtica dels identificadors.** El què, el perquè, el com i el quan dels identificadors ha esdevingut un obstacle feixuc. Poca cosa hi ha en la bibliografia aplicable al context que m'interessava (visió des de l'especificació i des del disseny, fugint d'implementacions concretes com les bases de dades o l'orientació a objectes), i en canvi són molts els dubtes que els apareixen als estudiants. Per resoldre la problemàtica vaig introduir un capítol en el llibre usat com a material docent que desenvolupés els principis pertinents. Però les premisses emprades en aquests principis estaven farcides de coneixement implícit, la qual cosa les feia incomprendibles als estudiants. Calia explicitar aquest coneixement i presentar nous principis. La bola de neu s'anà fent gran i cada cop més tècnica. El resultat queda lluny del nivell dels estudiants als qui originalment anava destinat.

**Informes de recerca amb origen en material docent.** El material que tot i ser originalment docent és més de recerca que de transmissió docent l'he refet en termes d'informes de recerca, tot i mantenint l'estil de la redacció. El resultat és un híbrid: el contingut és més de recerca que docent, però l'estil i l'estructura el permet emprar com a material de consulta en cursos superiors.

**Un apunt sobre l'estil.** Com a material docent un text ha de permetre múltiples lectures: una ràpida que ens permeti situar dins la problemàtica, una pausada d'aprenentatge del contingut, lectures ràpides d'estudi i repàs, ús com a material de referència, accés ràpid a contingut antic relacionat amb el contingut nou, etc. Per aquest motiu aquest text conté diferents índexs, múltiples referències creuades, repeticions volgudes de contingut (amb el mateix text o amb text alternatiu, amb ús de diferents registres o nivells de formalisme,...), i els paràgrafs es presenten com un unitat semàntica. Aquesta darrera afirmació significa que cada paràgraf introdueix una sola idea o conseqüència; i aquesta idea es pot plasmar o resumir en el títol que encapçala el propi paràgraf. El resultat és un text més llarg del necessari per a la simple exposició, potser més feixuc a voltes, però que facilita gran part de les múltiples lectures exigides a un material docent.

## 2 Esbós del camí

**Introducció de les especialitzacions.** A [Mer14a] hem plantejat la pregunta: cal donar nom a totes les abstraccions i realitzacions? En el mateix treball hem respost afirmativament pel que fa a les abstraccions, i hem vist com els enllaços (dirigits o no) construeixen el seu nom a partir del nom de les realitzacions enllaçades. Ara ens plantegem resoldre la mateixa pregunta pel que fa referència a les realitzacions de les especialitzacions:

Cal donar nom propi a les realitzacions d'una especialització? (1) ?

**Un formalisme necessari.** En l'apartat 3.Restricció d'un llenguatge, pàgina 5, introduïm el mecanisme formal necessari.

**El nom d'una realització.** En l'apartat 4.Comunicació en les especialitzacions, pàgina 8, plantegem que una realització sempre és la mateixa, tant si la veiem com a realització de l'especialització, com si la veiem com a realització de l'abstracció pertinent; i per tant el nom és el mateix independentment de la perspectiva emprada (generalització o especialització).

**Un nou llenguatge estratificat.** En l'apartat 5.Llenguatge estratificat i especialitzacions, pàgina 15, introduïm el nou llenguatge estratificat que té en compte la simplificació de noms proposada.

**Utilitat del llenguatge estratificat per a la comunicació.** En l'apartat 6.Proprietats del llenguatge estratificat, pàgina 20, demostrem la utilitat d'aquest nou llenguatge com a llenguatge de comunicació

## 3 Restricció d'un llenguatge

**Definició. Restricció d'un llenguatge en un subconjunt.** *Sigui  $L_A$  un llenguatge sobre el conjunt  $A$ ; i sigui  $B \subseteq A$ . Anomenem llenguatge de  $A$  restringit al subconjunt  $B$  al llenguatge que es comporta igual que  $L_A$  però que dóna nom només als elements del subconjunt  $B$ :*

$$L_{A|B} = \{ \text{nom}_A(x) \mid x \in B \subseteq A \}$$

*Notació.* Usaem  $\text{nom}_A(x)$  per expressar el nom que el llenguatge  $L_A$  dóna a l'element  $x$ . En concret,  $\text{nom}_{A_1|A_2}(x)$  és el nom que el llenguatge  $L_{A_1|A_2}$  dóna a l'element  $x$ , que per la definició de  $L_{A_1|A_2}$  sabem que és un element de  $A_2$

*Notació.* Per expressar que un llenguatge és la restricció d'un llenguatge sobre  $A$  al subconjunt  $B$  ho notarem amb  $L_{A|B}$ . Així  $L = L_{A|B}$  expressa:

- $B$  és un subconjunt de  $A$ :  $B \subseteq A$
- Existeix un llenguatge  $L'$  sobre el conjunt  $A$
- $L$  és la restricció de  $L'$  sobre  $B$

**Relectura de la definició.** La definició de  $L=L_{A|B}$  diu que el llenguatge  $L$  dóna nom als elements de  $B$ ; i aquest nom és exactament el nom que al mateix element donaria el llenguatge  $L_A$ .

**Propietat fonamental dels llenguatges restringits al subconjunt.** Si  $L_{A_1}$  és útil com a llenguatge de comunicació de les realitzacions de  $A_1$ , llavors  $L_{A_1|A_2}$  és útil com a llenguatge de comunicació de les realitzacions de  $A_2$ .<sup>3</sup>

#### Esbós de la demostració

Per la definició de  $L_{A_1|A_2}$  tenim que  $L_{A_1|A_2} \subseteq L_{A_1}$ . Per tant totes les propietats que té  $L_{A_1}$  també les té la seva restricció al conjunt  $B_1$ . Tto seguit ho veiem en detall.

- *Qüestió de models.* Sigui  $model(A_1) = B_1$ . Llavors podem afirmar que  $model(A_2) = B_2 \subseteq B_1$ . És a dir, el model d'un subconjunt és un subconjunt del model.

*Demostració.*

$$B_2 = model(A_2) \quad (1)$$

$$= \{model(x) \mid x \in REAL_{A_2}\} \quad (2)$$

$$\subseteq \{model(x) \mid x \in REAL_{A_1}\} \quad (3)$$

$$= model(A_1) \quad (4)$$

$$= B_1 \quad (5)$$

#### Descripció dels passos algebraics

1. Definició de  $B_2$
  2.  $A_2$  vist com a conjunt d'elements
  3.  $A_2 \subseteq A_1$
  4.  $A_1$  vist com a conjunt d'elements
  5. Definició de  $B_1$
- *Sintaxi comuna.* Hem de veure que el conjunt de noms de  $L_{A_1|A_2}$  i el conjunt de noms de  $L_{B_1|B_2}$  són el mateix. És a dir,  $nom(x) \in L_{A_1|A_2} \Leftrightarrow nom(x) \in L_{B_1|B_2}$ . O, el que és el mateix:  $(\forall x)(\exists y) nom_{A_1|A_2}(x) = nom_{B_1|B_2}(y)$  (implicació cap a la dreta), i que  $(\forall x)(\exists y) nom_{B_1|B_2}(x) = nom_{A_1|A_2}(y)$  (implicació cap a l'esquerra)
    - Sigui  $x$  un element qualsevol de  $A_2$ . Anem a considerar el seu nom:

---

<sup>3</sup>Les propietats que ha de tenir el llenguatge de comunicació es resumeixen a la conclusió 6, pàgina 15, de [Mer12b].

$$nom_{A_1|A_2}(x) = nom_{A_1}(x) \quad (1)$$

$$= nom_{B_1}(y), \text{ per a algun } y \in B_1 \quad (2)$$

$$= nom_{B_1}(model(x)) \quad (3)$$

$$= nom_{B_2}(model(x)) \quad (4)$$

$$= nom_{B_1|B_2}(model(x)) \quad (5)$$

#### Descripció dels passos algebraics

1. Per definició de  $L_{A_1|A_2}$
  2. Per la propietat de la *Sintaxi comuna* a  $L_{A_1}$
  3. Per la propietat de les *Semàntiques consistents* a  $L_{A_1}=L_{B_1}$  sabem que  $nom_{A_1}(x)=nom_{B_1}(y) \Leftrightarrow model(x) = y$
  4.  $x \in A_2 \Rightarrow model(x) \in B_2$ , per la definició de  $model(A_2) = B_2 = \{ model(x) \mid x \in A_2 \}$
  5. Per definició de  $L_{B_1|B_2}$
- Sigui  $x$  un element qualsevol de  $B_2$ . Anem a considerar el seu nom:

$$nom_{B_1|B_2}(x) = nom_{B_1}(x) \quad (1)$$

$$= nom_{A_1}(y), \text{ per a algun } y \in A_1 \quad (2)$$

$$= nom_{A_1}(model^{-1}(x)) \quad (3)$$

$$= nom_{A_2}(model^{-1}(x)) \quad (4)$$

$$= nom_{A_1|A_2}(model^{-1}(x)) \quad (5)$$

#### Descripció dels passos algebraics

1. Per definició de  $L_{B_1|B_2}$
  2. Per la propietat de la *Sintaxi comuna* a  $L_{B_1}$
  3. Per la propietat de les *Semàntiques consistents* a  $L_{A_1}=L_{B_1}$  sabem que  $nom_{A_1}(x)=nom_{B_1}(y) \Leftrightarrow model(x) = y$
  4.  $x \in B_2 \Rightarrow model^{-1}(x) \in A_2$ , per la definició de  $model^{-1}(B_2) = A_2 = \{ model^{-1}(x) \mid x \in B_2 \}$
  5. Per definició de  $L_{A_1|A_2}$
- *Semàntiques consistents*. Hem de veure que  $nom_{A_1|A_2}(x) = nom_{B_1|B_2}(y) \Leftrightarrow model(x) = y$ . Però justament això és el que hem demostrat en la demostració de la *Sintaxi comuna*.
  - *Completesa*. Per la *Completesa* de  $L_{A_1}=L_{B_1}$  sabem que tot element, de  $A_1$  o de  $B_1$  té un nom. Però, com que tot element de  $A_2$  és un element de  $A_1$ , i tot element de  $B_2$  és un element de  $B_1$ , podem afirmar que el llenguatge  $L_{A_1|A_2}=L_{B_1|B_2}$  dóna nom a tots els elements de  $A_2$  i de  $B_2$ , i per tant és complet.

- *Referent únic.* Per la propietat del *Referent únic* a  $L_{A_1}=L_{B_1}$  sabem que els noms de  $A_1$  i de  $B_1$  no són ambigus referencialment. Però com que els noms que  $L_{A_1|A_2}=L_{B_1|B_2}$  dona als elements de  $A_2$  i de  $B_2$  són els noms que sobre aquests mateixos elements dona el llenguatge  $L_{A_1}=L_{B_1}$ , podem afirmar que  $L_{A_1|A_2}=L_{B_1|B_2}$  té la propietat del *Referent únic*.

(1)

#### Llenguatge de comunicació d'una especialització

Si  $L_{A_1}$  és vàlid com a llenguatge de comunicació entre  $A_1$  i el seu model  $B_1$ , llavors  $L_{A_1|A_2}$  és vàlid com a llenguatge de comunicació entre  $A_2$  i el seu model  $B_2$

## 4 Comunicació en les especialitzacions

### 4.1 El cas general

**Especialitzacions vistes com a subconjunts.** Si  $A_2$  és una especialització de  $A_1$  llavors tota realització de  $A_2$  també ho és de  $A_1$ . És a dir  $A_2 \subseteq A_1$ .<sup>4</sup>

**Necessitats comunicatives en les especialitzacions.** Tota especialització  $A_2$  és un subconjunt de la seva generalització  $A_1$ ; als efectes comunicatius això significa que per comunicar una realització de  $A_2$  n'hi ha prou en saber comunicar una realització de  $A_1$ . És a dir, *per comunicar els elements de l'especialització n'hi ha prou en saber comunicar els elements de la generalització*, ja que tot element de l'especialització també ho és de la generalització.

**Un element amb dues perspectives.** Per comunicar l'element d'una especialització n'hi ha prou en comunicar el mateix element vist des de la generalització. Compte: és el mateix element, que el veiem de d'una perspectiva o una altra; no són pas dos elements lligats per una interrelació d'especialització/generalització.

**Llenguatge per a les especialitzacions.** Sigui una especialització  $A_2 \subseteq A_1$ . Per comunicar un element des de la perspectiva de la generalització emprarem el llenguatge  $L_{A_1}$ ; per comunicar el mateix element des de la perspectiva de l'especialització podem emprar el llenguatge  $L_{A_1|A_2}$ . És a dir, podem usar exactament el mateix llenguatge que en la generalització però limitant-nos als elements propis de l'especialització:

<sup>4</sup>Més exactament, si estem en la realitat, l'especialització significa que  $REAL_{A_2} \subseteq REAL_{A_1}$ ; si estem en el model, l'especialització significa que  $REAL_{A_2} \subseteq REAL_{A_1}$ .



**Llenguatge d'una generalització**

Com a llenguatge d'una generalització  $A_1 \supseteq A_2$  usarem el següent llenguatge:

$$L_{A_1 \supseteq A_2} = L_{A_1}$$

(2)

**Llenguatge d'una especialització**

Com a llenguatge d'una especialització  $A_1 \subseteq A_2$  podem usar el següent llenguatge:

$$L_{A_2 \subseteq A_1} = L_{A_1|A_2}$$

(3)

**Necessitat de marcatge.** Per tal de permetre la comunicació en el context de tot el model, i no només en el fragment corresponent a l'especialització, hem d'assegurar que el nom de les realitzacions de l'especialització considerada són únics. La manera més simple és usar el marcatge dels llenguatges:

- Generalització.  $L_{A_1 \supseteq A_2}^m = L_{A_1}^m = \{nom(A_1)\} \times L_{A_1}$
- Especialització.  $L_{A_2 \subseteq A_1}^m = \{nom(A_2)\} \times L_{A_1|A_2}$

**Una qüestió de notació.** Segons la notació emprada fins ara,  $L_{A_1|A_2}^m = \{nom(A_1|A_2)\} \times L_{A_1|A_2}$ . Però el conjunt  $A_1|A_2$  és la restricció de  $A_1$  al seu subconjunt  $A_2$ ; és a dir, que és el propi  $A_2$ .<sup>5</sup> Per tant,  $L_{A_1|A_2}^m = \{nom(A_2)\} \times L_{A_1|A_2}$ . És a dir, l'ús de la definició genèrica de llenguatge marcat<sup>6</sup> dona exactament la mateixa expressió que la donada com a definició de  $L_{A_2 \subseteq A_1}^m$ . Per això, podem expressar:

$$L_{A_2 \subseteq A_1}^m = L_{A_1|A_2}^m = \{nom(A_2)\} \times L_{A_1|A_2}$$

**Comunicació d'especialitzacions i generalitzacions**

Per a comunicar, en el marc de tot el model, les realitzacions d'una generalització o els elements d'una especialització, cal usar els llenguatges marcats:

- Generalització.  $L_{A_1 \supseteq A_2}^m = L_{A_1}^m = \{nom(A_1)\} \times L_{A_1}$
- Especialització.  $L_{A_2 \subseteq A_1}^m = L_{A_1|A_2}^m = \{nom(A_2)\} \times L_{A_1|A_2}$

(4)

<sup>5</sup>De fet,  $A_1|A_2$  l'únic que indica és que  $A_2 \subseteq A_1$ .

<sup>6</sup>Vegeu la definició a la pàgina 16 de [Mer12c].

**Dos llenguatges per a les realitzacions de les especialitzacions.** Dins del MODEL, per comunicar una realització d'una generalització  $A_1$  usarem el llenguatge marcat sobre  $A_1$ ,  $L_{A_1}^m$ . Si el que es vol és comunicar exactament la mateixa realització vista com element de l'especialització  $A_2$ , llavors usarem el llenguatge marcat sobre el subconjunt  $A_2$  de  $A_1$ ,  $L_{A_1|A_2}^m$ .

**Dos noms per a les realitzacions de les especialitzacions.** El fet que les realitzacions de les especialitzacions es puguin comunicar en dos llenguatges diferents significa que les realitzacions de les especialitzacions tenen dos noms diferents: com a element de la generalització i com a element de l'especialització.<sup>7</sup>

**Comunicació de la interpretació.** En el cas de les especialitzacions, la possibilitat d'elecció del nom emprat per la comunicació, és a dir, la possibilitat d'escollir entre dos llenguatges marcats diferents, significa que el nom usat per a la comunicació encapsula la interpretació<sup>8</sup> que volem que es doni a la realització comunicada.

**Especialitzacions i llenguatge estratificat.** Per a comunicar una realització d'una especialització cal usar el llenguatge marcat sobre una abstracció del MODEL: si volem comunicar la realització com un element de l'especialització usarem com a marca el nom de l'especialització, que és abstracció del MODEL; si volem comunicar la realització com un element de la generalització usarem com a marca el nom de la generalització, que també és abstracció del MODEL.

## 4.2 Especialització d'una associació

### 4.2.1 Anàlisi del cas particular

**Context de l'anàlisi.** Sigui una associació  $assoc:A_1-A_2$ . En el que segueix considerarem l'especialització  $assoc' \subseteq assoc$ .

**Aplicació del cas general.** Tot seguit apliquem el resultat general obtingut en l'apartat anterior<sup>9</sup> al cas particular d'una especialització d'una associació:

$$L_{assoc' \subseteq assoc} = L_{assoc|assoc'}^m \quad (1)$$

$$= \{nom(assoc')\} \times L_{assoc|assoc'} \quad (2)$$

$$= \{nom(assoc')\} \times (L_{A_1}^m \times L_{A_2}^m) | assoc' \quad (3)$$

#### Descripció dels passos algebraics

1. Llenguatge d'una especialització
2. Definició de llenguatge marcat
3. Llenguatge d'una associació

<sup>7</sup>De fet es tracta d'un sol nom amb marques diferents.

<sup>8</sup>Aquí per interpretació entenem el context on s'ha d'interpretar: si en l'especialització o bé en la generalització.

<sup>9</sup>Vegeu la conclusió 4, pàgina 9.

**Un problema per resoldre.** El desenvolupament de l'expressió  $L_{assoc' \subseteq assoc}$  ens obliga a resoldre la següent pregunta:

Quina és la restricció del producte cartesià de dos llenguatges? (2) ?

**Recordatori. Restricció d'un llenguatge.** La restricció d'un llenguatge,  $L_{A_1|A_2}$ , diu que el llenguatge que estem considerant és un subconjunt del llenguatge  $L_{A_1}$  que estem restringint; i que és aquest subconjunt el que usem per donar nom als elements de la restricció  $A_2$ .

**Apliquem la definició.** Siguin els llenguatges  $L_1 = L_{A_1}^m \times L_{A_2}^m$ , i  $L_2 = L_{1|assoc'}$ . Cada mot del llenguatge  $L_1$  és un parell ordenat de noms, tal que el primer és un nom de  $L_{A_1}$ , i el segon és un nom de  $L_{A_2}$ . Per tant, el llenguatge  $L_2$ , que és un subconjunt de  $L_1$ , és també un conjunt de parells de mots.

**Pregunta resolta.** La restricció del producte cartesià de dos llenguatges és el conjunt de parells que té sentit en el conjunt que defineix la restricció. La pregunta 2 ha quedat resolta.

**Solució insatisfactòria.** Malgrat haver resolt la pregunta 2 la resposta no sempre és convincent. A cops ens agradaria poder expressar la restricció d'un producte cartesià de llenguatges en termes de restricció sobre llenguatges atòmics. El motiu: ens pot facilitar la comprensió de la nostra descripció del món, i ens pot facilitar la definició del llenguatge de comunicació.<sup>10</sup>

**Canvi de perspectiva.** A la restricció d'un producte cartesià de llenguatges hi hem arribat com a conseqüència de considerar l'especialització d'una associació. Conceptualment l'especialització d'una associació és quelcom que té sentit, i no hi volem renunciar. La pregunta que ens queda per fer és:

L'especialització d'una associació es pot expressar en uns altres termes? (3) ?

**Especialització d'una associació.** Sigui l'especialització  $assoc' \subseteq assoc$  de l'associació  $assoc:A_1-A_2$ . Llavors, sempre existeixen dues especialitzacions  $A_3 \subseteq A_1$  i  $A_4 \subseteq A_2$  tals que  $assoc'$  es pot expressar com una associació entre  $A_3$  i  $A_4$ :

$$assoc' \subseteq assoc:A_1-A_2 == assoc': (A_3 \subseteq A_1) - (A_4 \subseteq A_2)$$

#### Esbós de demostració

Una associació, vista com a conjunt de realitzacions, és un conjunt d'enllaços. Una especialització és un subconjunt del conjunt de realitzacions de la generalització. Per tant, l'especialització d'una associació és un subconjunt dels possibles enllaços de l'associació.

Els extrems dels enllaços d'aquest subconjunt són al seu torn un subconjunt dels extrems dels enllaços que constitueixen l'associació.

<sup>10</sup>L'exemple 3, pàgina 13, és aclaridor en aquest sentit.

D'aquí que l'especialització la podem expressar com un conjunt d'enllaços (una associació) on els seus extrems són un subconjunt dels extrems originals.

**Commutació d'especialització i associació.** En termes algebraics, el resultat que acabem de demostrar es pot expressar com que l'especialització d'una associació es pot distribuir sobre els extrems d'aquesta:

$$\begin{aligned} \text{especialització}(\text{associació}(A_1, A_2)) = \\ \text{associació}(\text{especialització}(A_1), \text{especialització}(A_2)) \end{aligned}$$

(5)

### Especialització d'una associació

L'especialització d'una associació es pot expressar en termes d'una associació d'especialitzacions

**Exemple 1 (Semàntica d'una associació)** *Per tal de promoure la cultura es realitzen diferents certàmens literaris als que es presenten lliurement diversos autors. L'associació presentat, N-M, entre Certàmen i Autor, ens diu quins autors s'han presentat a quins premis:*

presentat: Certamen-Autor  $M-N$  optatiu-optatiu

*En principi qualsevol autor es pot presentar a qualsevol certamen. Per això té sentit dir que  $L_{\text{presentat}} = L_{\text{Autor}} \times L_{\text{Certamen}}$ .*

*La igualtat  $L_{\text{presentat}} = L_{\text{Autor}} \times L_{\text{Certamen}}$  pròpiament, però no és correcta. El que estem dient és que potencialment qualsevol parell  $\langle \text{nom}(\text{autor}), \text{nom}(\text{certàmen}) \rangle$  pot ser el nom d'un enllaç de presentat. Sintàcticament no podem afinar més.*

*Sabem que hi ha parells  $\langle \text{autor}, \text{certamen} \rangle$  que no corresponen a cap enllaç de presentat. Però quins són exactament els parells que pertanyen a presentat només ho podem saber observant la nostra realitat en cada instant. Semànticament només hem de considerar un subconjunt del llenguatge sintàcticament correcte.*

*En conclusió, dir que  $L_{\text{presentat}} = L_{\text{Autor}} \times L_{\text{Certamen}}$  és un clar abús del llenguatge que ens diu que la nostra descripció admet potencialment qualsevol parell  $\langle \text{autor}, \text{certamen} \rangle$  com a realització de presentat, tot i que sabem que en la pràctica només tindrem algun dels parells.*

**Exemple 2 (Especialització d'una associació)** *Continuem amb l'exemple 1. L'associació premiat,  $N-M$ , entre Certamen i Autor, ens diu quins autors han estat premiats en quins certàmens. Cal tenir present que en un mateix certamen es poden lliurar diferents premis:*

premiat: Certàmen–Autor  $M-N$  optatiu-optatiu

*Clarament tot enllaç de premiat és un enllaç de presentat: només els autors que es presenten al certamen poden endur-se'n-en algun dels premis. Per tant el conjunt dels enllaços que configuren premiat és un subconjunt dels enllaços que configuren presentat.*

*La pertinença d'un enllaç a premiat és totalment estàtica: quan un autor ha estat premiat mai no deixa d'estar-ho.<sup>11</sup> Això ens permet considerar premiat com una especialització de presentat:*

premiat  $\subseteq$  presentat

**Exemple 3 (Expressió canònica d'una especialització)** *Continuem amb l'exemple 2. Els autors que han estat premiats algun cop són els anomenats autors distingits.*

*Evidentment els autors distingits són una especialització dels autors:*

Distingit  $\subseteq$  Autor

*La introducció d'aquesta especialització permet expressar l'associació premiat (que recordem que és una especialització de l'associació presentat) com:*

premiat: Certamen–Distingit  $M-N$  obligatori-optatiu

*Alguns certàmens han quedat deserts: o no s'hi han presentat prou treballs, o bé no n'hi havia cap amb la qualitat mínima exigida. Els certàmens no deserts són una especialització dels certàmens:*

NoDesert  $\subseteq$  Certamen

*Amb la introducció d'aquesta especialització podem expressar l'associació premiat com:*

premiat: NoDesert–Distingit  $M-N$  obligatori-obligatori

*Qualsevol de les tres expressions de l'associació premiat que hem presentat és correcta. Canvia la finor en com veiem les coses. És decisió de l'analista decidir quina descripció de la realitat és més entenedora i simple.*

---

<sup>11</sup>Bé, suposem que no hi ha impugnacions per plagi o similars.

### 4.2.2 Expressió canònica d'una especialització

**Definició. Expressió canònica d'una especialització.** *Donada una especialització  $X \subseteq Y$ , definim la seva expressió canònica com:*<sup>12</sup>

- Concepte:  $Y=A_2$ . Si  $Y$  és un concepte, llavors l'expressió canònica de  $X$  és  $X$ :

$$A_1 \subseteq A_2 \implies A_1 \subseteq_c A_2$$

- Associació:  $Y=assoc:A_1-A_2$ . Si  $Y$  és una associació  $assoc:A_1-A_2$ , llavors l'expressió canònica de  $X$  és l'associació  $assoc'$  entre una especialització canònica d' $A_1$  i una especialització canònica d' $A_2$ :

$$assoc' \subseteq assoc:A_1-A_2 \implies assoc': (A_3 \subseteq_c A_1) - (A_4 \subseteq_c A_2)$$

*Notació.* Per expressar que  $A_1$  és l'expressió canònica d'una especialització de  $A_2$ , usarem  $A_1 \subseteq_c A_2$

**Com obtenir l'expressió canònica d'una especialització.** L'expressió canònica d'una especialització és aquella on s'ha aplicat la distribució de l'especialització sobre els constituents de la generalització.

**Utilitat de l'expressió canònica d'una especialització.** En l'expressió canònica d'una especialització les restriccions de llenguatge que ens trobem són restriccions sobre conceptes, i per tant la pregunta 2, pàgina 11, queda sense sentit.<sup>13</sup>

(6)

#### Utilitat de l'expressió canònica d'una especialització

L'ús de les expressions canòniques sobre les especialitzacions significa que totes les restriccions de llenguatges ho són sobre llenguatges atòmics (això és, que no són un producte cartesià d'altres llenguatges)

<sup>12</sup>A [Mer14d] veurem com aquesta definició s'hauria d'extendre per considerar el cas dels conceptes associatius.

<sup>13</sup>Les restriccions sobre productes cartesianes s'originen en les especialitzacions sobre associacions; que en el cas d'usar les expressions canòniques es redueixen a associacions d'especialitzacions.

## 5 Llenguatge estratificat i especialitzacions

### 5.1 Un nou llenguatge estratificat

**Jerarquia d'especialització/generalització.** Donat un model  $\text{MODEL}_{Abs}$  el conjunt de totes les especialitzacions i generalitzacions en ell present es pot representar en forma de graf dirigit acíclic: per tota relació d'especialització/generalització  $A_2 \subseteq A_1$  definim dos nodes  $A_1$  i  $A_2$ , i un arc  $A_1 \rightarrow A_2$  de la generalització a l'especialització. Anomenem *jerarquia d'especialització/generalització* a aquest graf.

**Arrels de la jerarquia d'especialització/generalització.** Anomenem *arrel* de la jerarquia d'especialització/generalització a tot node de la jerarquia que no tingui cap arc incident.

*Notació.* Sovint, per expressar que un element  $A$  és una arrel de la jerarquia d'especialització/generalització, simplement direm que  $A$  és una arrel.

**Definició. Llenguatge estratificat (aproximació 3).** Donat un MODEL estratificat, definim com a llenguatge estratificat<sup>14</sup> sobre aquest model el llenguatge següent:

$$L = L_{Abs} \cup \bigcup_{\substack{B_i, B_j \in \text{MODEL}_{Abs} \\ B_i \text{ és una arrel} \\ B_j \text{ és un component}}} L_{B_i|B_j}^m \cup \bigcup_{\substack{vis: B_i \rightarrow B_j^* \times B_j \in \text{MODEL}_{Abs} \\ B_k \text{ és una arrel} \\ B_l \text{ és una arrel}}} \{\text{nom}(vis)\} \times L_{B_k|B_i}^m \times L_{B_l|B_j}^m$$

**Anatomia del llenguatge estratificat.** El llenguatge estratificat és de fet la unió de tres llenguatges:

- Llenguatge sobre les abstraccions del model:  $L_{Abs}$
- Llenguatge sobre les realitzacions dels conceptes i dels components (siguin o no especialitzacions o generalitzacions):

$$L_{obj} = \bigcup_{\substack{B_i, B_j \in \text{MODEL}_{Abs} \\ B_i \text{ és una arrel} \\ B_j \text{ és un component}}} L_{B_i|B_j}^m$$

- Llenguatge sobre les realitzacions de les associacions binàries (els enllaços), i els seus models:

$$L_{en} = \bigcup_{\substack{vis: B_i \rightarrow B_j^* \times B_j \in \text{MODEL}_{Abs} \\ B_k \text{ és una arrel} \\ B_l \text{ és una arrel}}} \{\text{nom}(vis)\} \times L_{B_k|B_i}^m \times L_{B_l|B_j}^m$$

<sup>14</sup>Aquesta definició refina i amplia les definicions donades a [Mer12c], pàgina 16; i a [Mer14a], pàgina 22. A [Mer14d] presentem una nova ampliació i refinament.

*Notació.* Usarem  $L_{obj}$  o *llenguatge sobre els objectes* per expressar el llenguatge sobre les realitzacions dels conceptes i dels components. Usarem  $L_{en}$  o *llenguatge sobre els enllaços*, per expressar el llenguatge sobre les realitzacions de les associacions binàries (els enllaços), i els seus models.

**Un nou llenguatge sobre els objectes.** Aquesta definició de *llenguatge estratificat* difereix de la donada a [Mer14a], apartat 4.4.2. **Definició. Llenguatge estratificat (aproximació 2)**, pàgina 22, en les definicions de  $L_{obj}$  i  $L_{en}$ . Tot seguit analitzem aquests canvis.

## 5.2 Anàlisi de $L_{obj}$

**Context de l'anàlisi.** En el que segueix considerarem dos components  $B_i$  i  $B_j$  de  $\text{MODEL}_{Abs}$ , tals que  $B_i$  és una arrel.

**Combinacions absurdes.** Suposem que no existeix cap interrelació d'especialització ni de generalització entre  $B_i$  i  $B_j$ . Llavors  $L_{B_i|B_j}$  és el conjunt buit. És a dir  $L_{B_i|B_j}$  no aporta res a  $L_{obj}$ .

**Llenguatge de les arrels.** Suposem que  $B_j$  és una arrel. Llavors l'única combinació amb sentit és aquella en la que  $B_i=B_j$ . En aquest cas,  $L_{B_i|B_j}=L_{B_i}$ . Per tant, si  $\text{MODEL}_{Abs}$  només té arrels, tenim que:

$$L_{obj} = \bigcup_{\substack{B \in \text{MODEL}_{Abs} \\ B \text{ és una arrel}}} L_B^m$$

**Llenguatge de les arrels i l'antic  $L_{obj}$ .** Si  $\text{MODEL}_{Abs}$  només té arrels, llavors  $L_{obj}$  és el que teníem en la definició [Mer14a], apartat 4.4.2. **Definició. Llenguatge estratificat (aproximació 2)**, pàgina 22.

**Llenguatge de les especialitzacions.** Suposem que existeix una interrelació d'especialització  $B_j \subseteq B_i$ . Llavors aquest parell de components aporten a  $L_{en}$  el llenguatge  $L_{B_i|B_j}^m = \{nom(B_j)\} \times L_{B_i}$ , que com hem vist<sup>15</sup> és un llenguatge vàlid per a la comunicació de les realitzacions de l'especialització  $B_j$ .

**Anatomia de  $L_{obj}$ .** Per tant, la definició de  $L_{obj}$  tal i com l'hem donada ara, és la unió de dos llenguatges,  $L_1$  i  $L_2$ . El llenguatge  $L_1$  és la unió de tots els llenguatges marcats sobre els components que no són especialització de ningú;<sup>16</sup> i per tant coincideix amb la definició donada a [Mer14a], apartat 4.4.2. **Definició. Llenguatge estratificat (aproximació 2)**, pàgina 22 per a  $L_{obj}$ . El llenguatge  $L_2$  és la unió de tots els llenguatges marcats sobre les especialitzacions; on, recordem-ho, un llenguatge sobre una especialització és el llenguatge de la generalització restringit a l'especialització.

<sup>15</sup>Vegeu la conclusió 4, pàgina 9.

<sup>16</sup>Això és, dels components que són arrel de la jerarquia d'especialització/generalització.



**Els llenguatges de les arrels són suficients**

Per donar nom a la realització d'una especialització *només hem de considerar els llenguatges de les arrels* de la jerarquia d'especialització/generalització i afegir-li la marca pertinent, bé de l'especialització, bé de la generalització.

(7)

**5.3 Reescriptura de  $L_{en}$** 

**El punt de partida.** En la definició de *llenguatge estratificat* que teníem fins ara<sup>17</sup> el llenguatge dels enllaços el definíem com:

$$L_{en} = \bigcup_{(\text{vis}:\mathbf{B}_i \rightarrow \mathbf{B}_j^*) \times \mathbf{B}_2 \in \text{MODEL}_{Abs}} \{nom(vis)\} \times L_{\mathbf{B}_i}^m \times L_{\mathbf{B}_j}^m$$

**La restricció és una generalització.** En l'anàlisi de  $L_{obj}$  hem vist com de fet  $L_{\mathbf{B}_i|\mathbf{B}_j}^m$  es pot veure com una generalització notacional de  $L_{\mathbf{B}_i}^m$ : si  $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_j$  el que obtenim és justament  $L_{\mathbf{B}_i}^m$ . És a dir, tot llenguatge marcat es pot expressar en termes d'un llenguatge marcat restringit a un subconjunt, però no a la inversa.

**Necessitat de la reescriptura de  $L_{en}$ .** Un enllaç pot enllaçar realitzacions d'especialitzacions. Per tant en l'expressió de  $L_{en}$  els components involucrats tant poden ser especialitzacions com generalitzacions. I en cada cas caldrà usar el llenguatge pertinent.

**Expressió de  $L_{en}$  tenint en compte la jerarquia d'especialització/generalització.** Si introduïm la jerarquia d'especialització/generalització en la definició de  $L_{en}$  obtenim:

$$L_{en} = \bigcup_{\substack{\text{vis}:\mathbf{B}_i \rightarrow \mathbf{B}_j^* \times \mathbf{B}_j \in \text{MODEL}_{Abs} \\ \mathbf{B}_k \text{ és una una arrel} \\ \mathbf{B}_l \text{ és una una arrel}}} \{nom(vis)\} \times L_{\mathbf{B}_k|\mathbf{B}_i}^m \times L_{\mathbf{B}_l|\mathbf{B}_j}^m$$

<sup>17</sup>Vegeu la definició a [Mer14a], apartat 4.4.2. **Definició. Llenguatge estratificat (aproximació 2)**, pàgina 22.

(8)

**Definició formal de llenguatge estratificat**<sup>18</sup>

Definim el llenguatge estratificat com:

$$L = L_{Abs} \cup L_{Obj} \cup L_{en}$$

- *Llenguatge de les abstraccions*:  $L_{Abs}$
- *Llenguatge de les realitzacions*:

$$L_{Obj} = \bigcup_{\substack{B_i, B_j \in \text{MODEL}_{Abs} \\ B_i \text{ és una arrel} \\ B_j \text{ és un component}}} L_{B_i|B_j}^m$$

- *Llenguatge dels enllaços*:

$$L_{en} = \bigcup_{\substack{\text{vis}: B_i \rightarrow B_j^* \times B_j \in \text{MODEL}_{Abs} \\ B_k \text{ és una arrel} \\ B_l \text{ és una arrel}}} \{nom(vis)\} \times L_{B_k|B_i}^m \times L_{B_l|B_j}^m$$

<sup>18</sup>Aquesta definició és vàlida sempre i quan no considerem els conceptes associatius. La definició que considera també els conceptes associatius és la presentada [Mer14d].

**Llenguatge estratificat (3).** <sup>19,20</sup>

(9)

- **Abstraccions.** Cada abstracció té el seu nom propi `nomAbstracció`
- **Realitzacions de conceptes i de components.**
  - **Que *no* són especialització de ningú.** El nom d'una realització és el parell `<nomComponent, nomRealitzacióDinsDelComponent>` on cada `nomRealització` només té sentit dins de l'abstracció expressada per `nomComponent`
  - **Que *sí* són especialització d'algú.** El nom d'una realització és el parell `<nomComponent, nomRealització>` on cada `nomRealització` només té sentit dins de l'abstracció que és la generalització màxima<sup>21</sup> de l'abstracció expressada per `nomComponent`<sup>22</sup>
- **Realitzacions d'associacions i models d'aquestes realitzacions.** El nom d'un enllaç (o del seu model) és la terna `<nomVisibilitat, nomRealització1, nomRealització2>`, on `nomRealització1` és el nom d'una realització d'una de les abstraccions involucrades, i `nomRealització2` és el nom d'una realització de l'altra de les abstraccions involucrades.<sup>23</sup> Tant `nomRealització1` com `nomRealització2` s'expressen en forma de parell `<nomComponent, nomRealitzacióDinsDelComponent>`<sup>24, 25</sup>

<sup>19</sup>Per simplicitat expressem la conclusió en termes d'absència de sinonímia. La generalització pel cas de permetre la sinonímia és ben simple: n'hi ha prou en demanar que `nomAbstracció` i `nomRealització` siguin conjunts.

<sup>20</sup>Aquesta definició refina i amplia la definició exposada en la conclusió 15, pàgina 23, de [Mer14a], que al seu torn és un refinament i una ampliació de la definició de la conclusió 5, pàgina 16, de [Mer12c]. A [Mer14d] presentem una nova ampliació i refinament.

<sup>21</sup>Aquí per generalització màxima entenem la generalització de l'abstracció expressada per `nomComponent` que no és especialització de ningú altre; és a dir, que és una arrel.

<sup>22</sup>Amb `nomComponent` tant podem expressar un component com un concepte.

<sup>23</sup>Si estem comunicant un enllaç, les abstraccions involucrades són els conceptes associats amb l'associació del quan l'enllaç en qüestió n'es una realització. Si estem comunicant el model d'un enllaç, les abstraccions involucrades són els components que són origen i destinació de la visibilitat corresponent.

<sup>24</sup>Amb `nomComponent` tant podem expressar un component com un concepte. I `nomRealitzacióDinsDelComponent` tant podem expressar el nom de la realització dins del component com dins del concepte.

<sup>25</sup>Cal tenir present que el parell `<nomComponent, nomRealitzacióDinsDelComponent>` emprat ha de ser un nom vàlid d'una realització segons el mateix llenguatge especificat. És

(10)

**Noms de les realitzacions**

En la comunicació al nivell de les realitzacions n'hi ha prou en usar els *llenguatges dels components* arrels, *restringits* a les seves especialitzacions.

A partir de l'ús de marques obtingudes de  $L_{Abs}$  i del producte cartesià binari d'aquests mateixos llenguatges, podem obtenir els llenguatges pels enllaços i les especialitzacions.

Com a conseqüència només cal donar nom a *les realitzacions de components* (els objectes) que són *arrel* de la jerarquia d'especialització/generalització del model (o bé, a *les realitzacions de conceptes* que són *arrel* de la jerarquia d'especialització/generalització de la realitat).

## 6 Propietats del llenguatge estratificat

**El llenguatge estratificat és un llenguatge de comunicació.** Donat un model estratificat, el seu llenguatge estratificat és vàlid com a llenguatge de comunicació.

**Demostració.** En el que segueix esbossem la demostració de l'afirmació que el nou llenguatge estratificat compleix amb les propietats per a ser usat com a llenguatge de comunicació.

**D'un a tres problemes.** El llenguatge estratificat es pot expressar com  $L = L_{Abs} \cup L_{Obj} \cup L_{En}$ , on els tres llenguatges de la dreta de la igualtat són mútuament independents. És a dir, no hi ha cap nom que pertanyi a més d'un dels llenguatges, i no hi ha cap element que rebí nom de més d'un llenguatge. Això permet analitzar els tres llenguatges per separat.

**Llenguatge sobre les abstraccions.** A [Mer12c], apartat 5.3.2. **Propietats del llenguatge estratificat**, pàgina 17, hem vist com  $L_{Abs}$  és vàlid com a llenguatge de comunicació sobre  $MODEL_{Abs}$ .

**Llenguatge sobre els objectes.** En l'apartat 5.2. **Anàlisi de  $L_{Obj}$** , pàgina 16, hem vist com el llenguatge dels objectes que ara estem considerant és de fet la unió de dos llenguatges independents: el llenguatge d'objectes que són realització d'una arrel, i el llenguatge dels objectes que són realització d'una especialització. A [Mer12c], apartat 5.3.2. **Propietats del llenguatge estratificat**, pàgina 17, ja hem vist com el primer d'aquests llenguatges compleix amb les condicions necessàries per a la comunicació. Queda per analitzar el llenguatge sobre les especialitzacions.

---

a dir, que `nomComponent` sempre serà el nom d'una arrel de la jerarquia d'especialització/generalització.

**Llenguatge sobre les especialitzacions.** En l'apartat [6.Propietats del llenguatge estratificat](#), pàgina 20, hem vist com el llenguatge restringit  $L_{A_1|A_2}$  compleix amb les condicions necessàries per a la comunicació de les realitzacions d'una especialització  $A_2 \subseteq A_1$ , sota la condició que el llenguatge  $L_{A_1}$  de l'arrel sigui un llenguatge vàlid per a la comunicació. Però aquesta condició ja la tenim assegurada: justament és el que ens diu el paràgraf anterior.

**Llenguatge sobre els enllaços: abans i ara.** A [\[Mer14a\]](#), apartat [5.Propietats del nou llenguatge estratificat](#), pàgina 23, hem vist com el llenguatge sobre els enllaços compleix amb les condicions necessàries per a la comunicació. Ara però hem canviat l'expressió d'aquest llenguatge: enlloc d'usar com a nom de cada element enllaçat el parell  $\langle \text{nom}(A_2), \text{nom}(a_2) \rangle$ , on  $a_2$  és una realització de  $A_2$ , usem el parell  $\langle \text{nom}(A_1), \text{nom}(a_2) \rangle$ , on  $a_2$  és una realització de  $A_2$ ,  $A_2 \subseteq A_1$  i  $A_1$  és una arrel de la jerarquia d'especialització/generalització.

**Aparença de les diferències.** Aquests canvis, però, són més aparents que altra cosa: continuem usant el mateix llenguatge que abans, però ara els elements enllaçats ho poden ser d'una especialització, i per tant hem d'usar el llenguatge marcat sobre aquesta. Malgrat tot res ha canviat: cada element involucrat l'expressem indicant un context (que ara pot ser arrel o especialització), i un nom dins d'aquest context. L'única exigència addicional és que el nom dins d'aquest context també sigui vàlid en el context de tota generalització existent.

**La restricció del context no invalida els resultats.** L'exigència que els noms tinguin una validesa superior a la del context indicat no afecta en res la demostració donada a l'apartat [\[Mer14a\]](#), apartat [5.Propietats del nou llenguatge estratificat](#), pàgina 23. L'únic que cal exigir és que un cop indicat el context no hi hagi ambigüïtat referencial; i això sabem que és així perquè el llenguatge  $L_B$  de tota arrel és un llenguatge vàlid per a la comunicació.

**El llenguatge estratificat és un llenguatge de comunicació: demostrat.** De tot plegat en podem concloure que el *llenguatge estratificat*, tal com s'expressa en la conclusió 8, pàgina 18, i es sumaritza en la conclusió 9. [Llenguatge estratificat \(3\)](#), pàgina 19, és un llenguatge vàlid per a la comunicació.

## 7 La comunicació de les especialitzacions és possible

**Conclusions planeres.** Tot seguit plantegem les conclusions d'aquest capítol en termes planers. Entre parèntesis fem referència al concepte tècnic associat. Cal tenir present que hi ha condicions que cal exigir des d'un punt de vista tècnic, que no apareixen en l'exposició planera presentada.

**Dues cares d'una mateixa moneda.** Tota realització d'una especialització és també realització de la generalització pertinent. Es tracta d'una sola realització que la podem veure des de punts de vista diferents. Sigui quin sigui

el punt de vista, però, la realització és la mateixa, i per tant també el seu nom. (Llenguatge restringit)

**La comunicació és possible.** Comunicar una realització d'una especialització és exactament el mateix que comunicar una realització d'una generalització. El que canvia és el context (generalització o especialització) on hem d'interpretar el nom comunicat. (Llenguatge restringit marcat)

## 8 Principis i definicions

### Definicions

Expressió canònica d'una especialització, [14](#)

Llenguatge estratificat (aproximació 3), [15](#)

Restricció d'un llenguatge en un subconjunt, [5](#)

## 9 Referències

En la bibliografia de desenvolupament de software la temàtica aquí tractada es passa molt per sobre. L'objectiu d'aquest informe és justament explicitar el contingut que en la bibliografia està implícit. Per aquest motiu no podem presentar una bibliografia adient, més enllà de la que ja presentàvem a [\[Mer12a\]](#).

- [Mer12a] Josep M. Merenciano. *Principis de modelització en un desenvolupament de software (La difícil tasca d'identificar, 1)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya, LSI-12-10-R. 2012.
- [Mer12b] Josep M. Merenciano. *Comunicació de models (La difícil tasca d'identificar, 2)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya, LSI-12-11-R. 2012.
- [Mer12c] Josep M. Merenciano. *Comunicació estratificada (La difícil tasca d'identificar, 3)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya, LSI-12-12-R. 2012.
- [Mer14a] Josep M. Merenciano. *Reducció de noms: associacions i visibilitats (La difícil tasca d'identificar, 5)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2014.
- [Mer14b] Josep M. Merenciano. *Model d'un concepte associatiu (La difícil tasca d'identificar, 7)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2014.
- [Mer14c] Josep M. Merenciano. *Concepte associatiu normalitzat (La difícil tasca d'identificar, 8)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2014.
- [Mer14d] Josep M. Merenciano. *Reducció de noms: concepte associatiu (La difícil tasca d'identificar, 9)*. Informe de recerca, Universitat Politècnica de Catalunya. 2014.