

Treball Fi de Grau

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

MODELAT I CONTROL D'UN SISTEMA TWIN ROTOR

- ANNEX A:** Desenvolupament del model matemàtic del TRMS
ANNEX B: Manual d'ús del simulador del TRMS
ANNEX C: Llistat d'arxius complementaris

Autor: Rubén Mascaró Palliser
Director: Ramon Costa Castelló
Convocatòria: Juny 2015



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Índex

A	Desenvolupament del model matemàtic del TRMS	3
A.1	Variables generalitzades i sistemes de referència	3
A.2	Recordatori dels paràmetres del TRMS	4
A.3	Energia cinètica	5
A.4	Energia potencial	13
A.5	Forces generalitzades	14
A.5.1	Forces aerodinàmiques sobre les articulacions del TRMS	14
A.5.2	Parells provocats pel rotor principal	15
A.5.3	Parells provocats pel rotor de cua	16
A.5.4	Parells aerodinàmics totals	18
A.5.5	Integració de les forces aerodinàmiques amb la resta de forces externes al sistema	19
A.6	Equacions de moviment	20
B	Manual d'ús del simulador del TRMS	23
B.1	Arxius per al desenvolupament d'un simulador del TRMS en Matlab/Simulink	23
B.1.1	Contingut de la Carpeta TWIN_ROTOR	23
B.1.2	Ús de la llibreria TRMS_model_library	24
B.2	Ús del simulador desenvolupat en aquest projecte	25
B.2.1	Contingut de la carpeta TWIN_ILC	25
B.2.2	Mode de funcionament basat en el control PID	26
B.2.3	Mode de funcionament basat en l'ILC	28
C	Llistat d'arxius complementaris	33
C.1	Maple	33
C.2	Matlab/Simulink	33
C.2.1	Carpeta modelat_motors	33
C.2.2	Carpeta ajust_parametres	35
C.2.3	Carpeta disseny_controladors	36
C.2.4	Carpeta resultats_experimentals	37
	Bibliografia	39

Annex A

Desenvolupament del model matemàtic del TRMS

Les equacions de moviment del TRMS s'obtenen desenvolupant l'equació d'Euler-Lagrange, que s'expressa de la forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{F}_{\mathbf{x}} \quad (\text{A.1})$$

on \mathbf{x} és el vector de variables generalitzades, L és la Lagrangiana del sistema, obtinguda com la resta de les seves energies cinètica i potencial totals ($L = T - U$), i $\mathbf{F}_{\mathbf{x}}$ és el vector de forces generalitzades.

A.1 Variables generalitzades i sistemes de referència

El vector de variables generalitzades del TRMS es defineix com:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_v \\ q_h \\ \theta_t \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_h \\ \omega_t \\ \omega_m \end{bmatrix};$$

essent q_v la posició angular de capcineig, q_h posició angular de guinyada, θ_t la posició angular de l'hèlix de cua i θ_m la posició angular de l'hèlix principal.

Per simplificar el càlcul de la Lagrangiana del TRMS, s'ha dividit el sistema en els diferents cossos que l'integren, associant un sistema de referència a cadascun d'ells:

- El rotor principal, format per les hèlixs (C_m) i la part estructural fixa a la barra principal (B_m), això és, la carcassa del motor i l'escut protector de les hèlixs.

- El rotor de cua, integrat per les hèlixs (C_t) i la part estructural fixa a la barra principal (B_t) que, igual que en el cas anterior, consta de la carcassa del motor i de l'escut protector de les hèlixs.
- La barra principal, que ahora s'ha dividit entre la part que uneix l'articulació central amb el motor principal (D) i la que uneix l'articulació central amb el motor de cua (E).
- La barra que subjecta el contrapès (F).
- El propi contrapès (G).

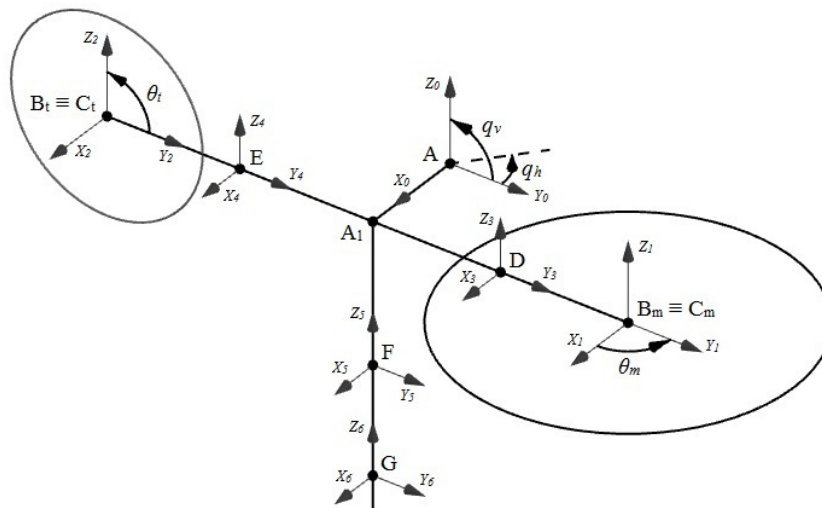


Figura A.1: Variables generalitzades i eixos de referència

La Figura A.1 mostra com s'han definit les variables generalitzades i la disposició dels sistemes de referència esmentats sobre un esquema tridimensional del TRMS. Vegis que aquestes referències permeten definir la posició i la orientació de cada cos respecte d'un sistema de referència global fix (A), el qual s'ha situat a l'articulació que uneix la part mòbil del TRMS amb la columna vertical fixa a la seva base.

A.2 Recordatori dels paràmetres del TRMS

Per tal d'assegurar una millor comprensió de les equacions que es desenvolupen en els propers apartats, cal tenir present la taula dels paràmetres bàsics del TRMS que s'ha presentat en el capítol 3 de la Memòria i que també s'inclou a continuació:

Símbol	Paràmetre	Valor	Unitat
L_m	Longitud de la barra principal (part del motor principal)	0,24	m
L_t	Longitud de la barra principal (part del motor de cua)	0,25	m
L_b	Longitud de la barra del contrapès	0,26	m
L_d	Distància de la barra principal a l'articulació fixa	0,025	m
L_{cb}	Distància entre el contrapès i l'articulació mòbil	0,255	m
r_{cb}	Radi del contrapès	0,01	m
r_{ms}	Radi de l'escut del rotor principal	0,155	m
r_{ts}	Radi de l'escut del rotor de cua	0,10	m
h_{cb}	Altura del contrapès	0,03	m
h	Altura dels escuts dels dos rotors	0,05	m
M_{mr}	Massa del motor i el rotor principals	0,228	kg
M_{ms}	Massa de l'escut del rotor principal	0,225	kg
M_{tr}	Massa del motor i el rotor de cua	0,206	kg
M_{ts}	Massa de l'escut del rotor de cua	0,165	kg
M_m	Massa de la barra principal (part del motor principal)	0,0145	kg
M_t	Massa de la barra principal (part del motor de cua)	0,0155	kg
M_b	Massa de la barra del contrapès	0,022	kg
M_{cb}	Massa del contrapès	0,068	kg
M_{mh}	Massa de les hèlixs del rotor principal	0,0022	kg
M_{th}	Massa de les hèlixs del rotor de cua	0,0033	kg
J_{mr}	Inèrcia del rotor principal	$2,650 \cdot 10^{-5}$	kg m ²
J_{tr}	Inèrcia del rotor de cua	$1,6543 \cdot 10^{-5}$	kg m ²
g	Acceleració de la gravetat	9,81	m s ⁻²

Taula A.1: Paràmetres del TRMS (II)

A.3 Energia cinètica

L'energia cinètica del sistema s'ha calculat seguint els principis de la cinemàtica del cos rígid en \mathbb{R}^3 [1]. En primer lloc, s'ha trobat l'energia cinètica de cada part de la planta per separat. Finalment, s'han acabat sumant totes aquestes energies per tal d'obtenir l'energia cinètica total del sistema.

La metodologia que s'ha seguit consta de diferents passos:

- En primer lloc, partint de la geometria del sistema, es calcula una matriu \mathbf{G}_{AX} que representa la transformació homogènia amb què es defineix la posició i orientació d'una referència X associada a una part del sistema respecte de la referència global

A. Recordem que una transformació homogènia és una matriu 4×4 que té la forma:

$$\mathbf{G}_{AX} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{AX} & \mathbf{p}_{AX} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

on \mathbf{p}_{AX} és el vector que representa la posició de la referència X en coordenades globals i \mathbf{R}_{AX} és la matriu de rotació que descriu l'orientació de la referència X respecte de la referència global A .

- Seguidament, es calculen les velocitats lineals i angulars de cada part del sistema. En aquest cas s'han utilitzat les expressions que s'indiquen a continuació [1]:

$$\mathbf{v}_{AX}^X = \mathbf{R}_{AX}^T \dot{\mathbf{p}}_{AX} ; \quad \boldsymbol{\Omega}_{AX}^X = \left(\mathbf{R}_{AX}^T \dot{\mathbf{R}}_{AX} \right)^\vee$$

on el símbol \vee representa el pas d'una matriu antisimètrica a la forma vectorial:

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}}_{AX}^X = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \boldsymbol{\Omega}_{AX}^X = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix}$$

Vegis que, mitjançant aquest procediment de càlcul, la velocitat \mathbf{v}_{AX}^X obtinguda es pot interpretar com la velocitat de l'origen del sistema de referència X solidari al cos vista des de la referència global A , però orientada segons X . De la mateixa manera, $\boldsymbol{\Omega}_{AX}^X$ s'interpreta com la velocitat angular del sistema de referència X vista des d'una referència amb origen a A , però orientada segons X .

- Després, es troben els tensors d'inèrcia associats a cada part del TRMS. Per simplificar els càlculs, els cossos que componen el sistema s'han considerat o bé cilindres massissos i homogènis o bé casquets cilíndrics circulars homogènis [2].
- Finalment, per a cadascuna de les parts de la planta, l'energia cinètica es pot calcular a partir de la següent expressió [1]:

$$T_{c,A} = \frac{1}{2} M_{c_X} \|\mathbf{v}_{AX}^X\|^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{AX}^X{}^T \mathbf{I}_{c_X} \boldsymbol{\Omega}_{AX}^X \quad (\text{A.2})$$

on M_{c_X} és la massa del cos associat a la referència X i \mathbf{I}_{c_X} és el tensor d'inèrcia del mateix cos respecte del seu centre de gravetat (configuració d'eixos segons X).

Rotor principal

Tant en el rotor principal com en el de cua es dona el cas particular que, a més del moviment de rotació degut als dos graus de llibertat que presenta tota la part mecànica, també s'ha de tenir en compte el moviment de rotació degut al gir dels motors. Per tant, la matriu G_{AC_m} , que representa la posició i orientació de les hèlixs respecte de la referència global A , es descompon en dues parts diferenciades: una que té en compte el moviment respecte els plans vertical i horitzontal (G_{AB_m}) i l'altre que incorpora el moviment degut al gir del motor ($G_{B_mC_m}$). Les matrius obtingudes són les següents:

$$\mathbf{G}_{AB_m} = \begin{bmatrix} \cos q_h & -\sin q_h \cos q_v & \sin q_h \sin q_v & L_d \cos q_h - L_m \sin q_h \cos q_v \\ \sin q_h & \cos q_h \cos q_v & -\cos q_h \sin q_v & L_d \sin q_h + L_m \cos q_h \cos q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & L_m \sin q_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{B_mC_m} = \begin{bmatrix} \cos \theta_m & -\sin \theta_m & 0 & 0 \\ \sin \theta_m & \cos \theta_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_{AC_m} = \mathbf{G}_{AB_m} \mathbf{G}_{B_mC_m}$$

Partint d'aquestes matrius, el càlcul de les velocitats dona lloc a les següents expressions:

$$\mathbf{v}_{AB_m} = \begin{bmatrix} -L_m \dot{q}_h \cos q_v \\ L_d \dot{q}_h \cos q_v \\ L_m \dot{q}_v - L_d \dot{q}_h \sin q_v \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\Omega}_{AB_m} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_h \sin q_v \\ \dot{q}_h \cos q_v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{AC_m} = \begin{bmatrix} \dot{q}_h \cos q_v (-L_m \cos \theta_m + L_d \sin \theta_m) \\ \dot{q}_h \cos q_v (L_m \sin \theta_m + L_d \cos \theta_m) \\ L_m \dot{q}_v - L_d \dot{q}_h \sin q_v \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\Omega}_{AC_m} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \cos \theta_m + \dot{q}_h \sin q_v \sin \theta_m \\ -\dot{q}_v \sin \theta_m + \dot{q}_h \sin q_v \cos \theta_m \\ \dot{q}_h \cos q_v + \omega_m \end{bmatrix}$$

Per altra banda, es poden obtenir els tensors d'inèrcia del conjunt motor-escut, $\mathbf{I}_{m,1}$ i de les hèlixs, $\mathbf{I}_{m,2}$, com:

$$\mathbf{I}_{m,1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} M_{ms} r_{ms}^2 + \frac{1}{12} M_{ms} h^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} M_{ms} r_{ms}^2 + \frac{1}{12} M_{ms} h^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_{ms} r_{ms}^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{I}_{m,2} = \begin{bmatrix} J_{mr} & 0 & 0 \\ 0 & J_{mr} & 0 \\ 0 & 0 & J_{mr} \end{bmatrix}$$

Finalment, l'energia cinètica, calculada segons l'equació A.2, dóna lloc a les expressions que segueixen. Vegis que el càlcul s'ha fet en dues fases, donat que les inèrcies del motor i l'escut no es veuen afectades pel gir del rotor principal.

$$T_{m,1} = \frac{1}{2} (M_{ms} + M_{mr}) \|\mathbf{v}_{AB_m}\|^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{AB_m}^T \mathbf{I}_{m,1} \boldsymbol{\Omega}_{AB_m}$$

$$T_{m,2} = \frac{1}{2} M_{mh} \|\mathbf{v}_{AC_m}\|^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{AC_m}^T \mathbf{I}_{m,2} \boldsymbol{\Omega}_{AC_m}$$

$$T_m = T_{m,1} + T_{m,2}$$

$$\begin{aligned} T_m = & \left(\frac{1}{4} M_{ms} r_{ms}^2 + \frac{1}{2} J_{mr} + \frac{1}{2} L_d^2 M_{mh} + \frac{1}{2} L_d^2 M_{mr} + \frac{1}{2} L_d^2 M_{ms} + \frac{1}{4} M_{ms} r_{ms}^2 \cos^2 q_v + \right. \\ & + \frac{1}{2} M_{ms} L_m^2 \cos^2 q_v + \frac{1}{2} M_{mr} L_m^2 \cos^2 q_v - \frac{1}{24} M_{ms} h^2 \cos^2 q_v + \frac{1}{2} M_{mh} L_m^2 \cos^2 q_v + \\ & \left. + \frac{1}{24} M_{ms} h^2 \right) \dot{q}_h^2 + ((-M_{mh} L_d L_m \sin q_v - M_{mr} L_d L_m \sin q_v - M_{ms} L_d L_m \sin q_v) \dot{q}_v + \\ & + J_{mr} \omega_m \cos q_v) \dot{q}_h + \left(\frac{1}{4} M_{ms} r_{ms}^2 + \frac{1}{24} M_{ms} h^2 + \frac{1}{2} M_{mr} L_m^2 + \frac{1}{2} M_{ms} L_m^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} M_{mh} L_m^2 + \frac{1}{2} J_{mr} \right) \dot{q}_v^2 + \frac{1}{2} J_{mr} \omega_m^2 \end{aligned}$$

Rotor de cua

De forma similar a l'apartat anterior, en aquest cas també s'ha de tenir en compte el gir de les hèlixs a més dels moviments angulars de capcineig i guinyada de tota la part mecànica. Així doncs, es defineixen unes matrius de posició i orientació G_{AB_t} , $G_{B_t C_t}$ i G_{AC_t} que tenen la forma:

$$\mathbf{G}_{AB_t} = \begin{bmatrix} \cos q_h & -\sin q_h \cos q_v & \sin q_h \sin q_v & L_d \cos q_h + L_t \sin q_h \cos q_v \\ \sin q_h & \cos q_h \cos q_v & -\cos q_h \sin q_v & L_d \sin q_h - L_t \cos q_h \cos q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & -L_t \sin q_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{B_t C_t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_t & -\sin \theta_t & 0 \\ 0 & \sin \theta_t & \cos \theta_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_{AC_t} = \mathbf{G}_{AB_t} \mathbf{G}_{B_t C_t}$$

Un cop trobades aquestes matrius, es passa a calcular les diferents velocitats, obtenint-se els següents resultats:

$$\mathbf{v}_{AB_t} = \begin{bmatrix} L_t \dot{q}_h \cos q_v \\ L_d \dot{q}_h \cos q_v \\ -L_t \dot{q}_v - L_d \dot{q}_h \sin q_v \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\Omega}_{AB_t} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_h \sin q_v \\ \dot{q}_h \cos q_v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{AC_t} = \begin{bmatrix} L_t \dot{q}_h \cos q_v \\ L_d \dot{q}_h (-\sin \theta_t \sin q_v + \cos \theta_t \cos q_v) - L_t \dot{q}_v \sin \theta_t \\ L_d \dot{q}_h (-\sin \theta_t \cos q_v - \cos \theta_t \sin q_v) - L_t \dot{q}_v \cos \theta_t \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{AC_t} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v + \omega_t \\ \dot{q}_h (\sin q_v \cos \theta_t + \cos q_v \sin \theta_t) \\ -\dot{q}_h (\sin q_v \sin \theta_t - \cos q_v \cos \theta_t) \end{bmatrix}$$

Arribats a aquest punt, es calculen els tensors d'inèrcia del conjunt motor-escut, $\mathbf{I}_{t,1}$ i de les hèlixs, $\mathbf{I}_{t,2}$, com:

$$\mathbf{I}_{t,1} = \begin{bmatrix} M_{ts} r_{ts}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} M_{ts} r_{ts}^2 + \frac{1}{12} M_{ts} h^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} M_{ts} r_{ts}^2 + \frac{1}{12} M_{ts} h^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{I}_{t,2} = \begin{bmatrix} J_{tr} & 0 & 0 \\ 0 & J_{tr} & 0 \\ 0 & 0 & J_{tr} \end{bmatrix}$$

I, finalment, es pot calcular l'energia cinètica del motor de cua a partir de l'equació A.2. Igual que en l'apartat anterior, aquest càlcul s'ha fet en dos passos: per una banda s'ha obtingut l'energia del conjunt motor-escut, afectat només pels moviments de capcineig i guinyada de la part mecànica, i, per l'altra, l'energia de les hèlixs, que, a més, es veuen afectades per la rotació del motor.

$$T_{t,1} = \frac{1}{2} (M_{ts} + M_{tr}) \|\mathbf{v}_{AB_t}\|^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{AB_t}^T \mathbf{I}_{t,1} \boldsymbol{\Omega}_{AB_t}$$

$$T_{t,2} = \frac{1}{2} M_{th} \|\mathbf{v}_{AC_t}\|^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{AC_t}^T \mathbf{I}_{t,2} \boldsymbol{\Omega}_{AC_t}$$

$$T_t = T_{t,1} + T_{t,2}$$

$$\begin{aligned}
T_t = & \left(\frac{1}{2}L_d^2M_{th} + \frac{1}{2}J_{tr} + \frac{1}{2}L_d^2M_{ts} + \frac{1}{2}L_d^2M_{tr} + \frac{1}{2}M_{th}L_t^2\cos^2q_v + \frac{1}{2}M_{ts}L_t^2\cos^2q_v + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2}M_{tr}L_t^2\cos^2q_v + \frac{1}{24}M_{ts}h^2 + \frac{1}{4}M_{ts}r_{ts}^2 \right) \dot{q}_h^2 + (M_{th}L_dL_t\sin q_v + M_{tr}L_dL_t\sin q_v + \\
& + M_{ts}L_dL_t\sin q_v) \dot{q}_v\dot{q}_h + \left(\frac{1}{2}J_{tr} + \frac{1}{2}M_{tr}L_t^2 + \frac{1}{2}M_{ts}L_t^2 + \frac{1}{2}M_{ts}r_{ts}^2 + \frac{1}{2}M_{th}L_t^2 \right) \dot{q}_v^2 + \\
& + J_{tr}\dot{q}_v\omega_t + \frac{1}{2}J_{tr}\omega_t^2
\end{aligned}$$

Barra principal

Com s'ha explicat en l'apartat 3.2, la barra principal s'ha dividit en dues parts: la que va de l'articulació central al motor principal (D) i la que va de l'articulació central al motor de cua (E). Per tant, es tenen dues matrius d'orientació:

$$\mathbf{G}_{AD} = \begin{bmatrix} \cos q_h & -\sin q_h \cos q_v & \sin q_h \sin q_v & L_d \cos q_h - \frac{1}{2}L_m \sin q_h \cos q_v \\ \sin q_h & \cos q_h \cos q_v & -\cos q_h \sin q_v & L_d \sin q_h + \frac{1}{2}L_m \cos q_h \cos q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & \frac{1}{2}L_m \sin q_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{AE} = \begin{bmatrix} \cos q_h & -\sin q_h \cos q_v & \sin q_h \sin q_v & L_d \cos q_h + \frac{1}{2}L_t \sin q_h \cos q_v \\ \sin q_h & \cos q_h \cos q_v & -\cos q_h \sin q_v & L_d \sin q_h - \frac{1}{2}L_t \cos q_h \cos q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & -\frac{1}{2}L_t \sin q_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A partir d'aquestes matrius es calculen les velocitats de cada part de la barra principal:

$$\mathbf{v}_{AD} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}L_m\dot{q}_h \cos q_v \\ L_d\dot{q}_h \cos q_v \\ \frac{1}{2}L_m\dot{q}_v - L_d\dot{q}_h \sin q_v \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\Omega}_{AD} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_h \sin q_v \\ \dot{q}_h \cos q_v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{AE} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}L_t\dot{q}_h \cos q_v \\ L_d\dot{q}_h \cos q_v \\ -\frac{1}{2}L_t\dot{q}_v - L_d\dot{q}_h \sin q_v \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\Omega}_{AE} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_h \sin q_v \\ \dot{q}_h \cos q_v \end{bmatrix}$$

Per altra banda, les inèrcies es poden calcular associant les barres a cilindres massissos

i homogenis de radi negligible:

$$\mathbf{I}_{bd} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}M_m L_m^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}M_m L_m^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{I}_{be} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}M_t L_t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}M_t L_t^2 \end{bmatrix}$$

Un cop obtinguts tots els termes necessaris, ja es pot calcular l'energia cinètica de cada part de la barra principal a partir de l'equació A.2:

$$T_{bd} = \frac{1}{6}M_m (L_m^2 \cos^2 q_v + 3L_d^2) \dot{q}_h^2 - \frac{1}{2}M_m L_m L_d \dot{q}_v \dot{q}_h \sin q_v + \frac{1}{6}M_m L_m^2 \dot{q}_v^2$$

$$T_{be} = \frac{1}{6}M_t (L_t^2 \cos^2 q_v + 3L_d^2) \dot{q}_h^2 + \frac{1}{2}M_t L_t L_d \dot{q}_v \dot{q}_h \sin q_v + \frac{1}{6}M_t L_t^2 \dot{q}_v^2$$

Barra del contrapès

En aquest cas, el procediment és molt similar al que s'ha seguit per fer els càlculs de les dues parts de la barra principal. Així, es té que:

$$\mathbf{G}_{AF} = \begin{bmatrix} \cos q_h & -\sin q_h \cos q_v & \sin q_h \sin q_v & L_d \cos q_h - \frac{1}{2}L_b \sin q_h \sin q_v \\ \sin q_h & \cos q_h \cos q_v & -\cos q_h \sin q_v & L_d \sin q_h + \frac{1}{2}L_b \cos q_h \sin q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & -\frac{1}{2}L_b \cos q_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{AF} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}L_b \dot{q}_h \sin q_v \\ L_d \dot{q}_h \cos q_v + \frac{1}{2}L_b \dot{q}_v \\ -L_d \dot{q}_h \sin q_v \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\Omega}_{AF} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_h \sin q_v \\ \dot{q}_h \cos q_v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{bc} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}M_b L_b^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}M_b L_b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

I, aleshores, l'energia cinètica de la barra del contrapès és:

$$T_{bc} = \frac{1}{6}M_b (L_b^2 - L_b^2 \cos^2 q_v + 3L_d^2) \dot{q}_h^2 + \frac{1}{2}M_b L_b L_d \dot{q}_v \dot{q}_h \cos q_v + \frac{1}{6}M_b L_b^2 \dot{q}_v^2$$

Contrapès

Finalment, per al contrapès s'obtenen les posicions i velocitats següents:

$$\mathbf{G}_{AG} = \begin{bmatrix} \cos q_h & -\sin q_h \cos q_v & \sin q_h \sin q_v & L_d \cos q_h - L_{cb} \sin q_h \sin q_v \\ \sin q_h & \cos q_h \cos q_v & -\cos q_h \sin q_v & L_d \sin q_h + L_{cb} \cos q_h \sin q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & -L_{cb} \cos q_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{AG} = \begin{bmatrix} -L_{cb} \dot{q}_h \sin q_v \\ L_d \dot{q}_h \cos q_v + L_{cb} \dot{q}_v \\ -L_d \dot{q}_h \sin q_v \end{bmatrix}; \quad \mathbf{\Omega}_{AG} = \begin{bmatrix} \dot{q}_v \\ \dot{q}_h \sin q_v \\ \dot{q}_h \cos q_v \end{bmatrix}$$

Associant el contrapès a un cilindre massís i homogeni, el tensor d'inèrcia resulta:

$$\mathbf{I}_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}M_{cb}r_{cb}^2 + \frac{1}{12}M_{cb}h_{cb}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}M_{cb}r_{cb}^2 + \frac{1}{12}M_{cb}h_{cb}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}M_{cb}r_{cb}^2 \end{bmatrix}$$

I, en conseqüència, l'energia cinètica queda:

$$T_c = -\frac{1}{24}M_{cb} (12L_{cb}^2 \cos^2 q_v + h_{cb}^2 \cos^2 q_v - 3r_{cb}^2 \cos^2 q_v - 12L_{cb}^2 - 12L_d^2 - h_{cb}^2 - 3r_{cb}^2) \dot{q}_h^2 + M_{cb}L_{cb}L_d \dot{q}_v \dot{q}_h \cos q_v + \frac{1}{24}M_{cb} (12L_{cb}^2 + h_{cb}^2 + 3r_{cb}^2) \dot{q}_v^2$$

Energia cinètica total

L'energia cinètica total del sistema es troba sumant totes les energies cinètiques parcials obtingudes en els apartats anteriors:

$$T = T_m + T_t + T_{bd} + T_{be} + T_{bc} + T_c$$

A.4 Energia potencial

L'energia potencial de cadascuna de les parts del TRMS es pot obtenir multiplicant la seva massa per la seva altura respecte de la referència global A i per l'acceleració de la gravetat. Així, es té:

- Energia potencial del rotor principal

$$U_m = (M_{ms} + M_{mr}) g L_m \sin q_v$$

- Energia potencial del rotor de cua

$$U_t = - (M_{ts} + M_{tr}) g L_t \sin q_v$$

- Energia potencial de la barra principal

$$U_b = \frac{1}{2} M_m g L_m \sin q_v - \frac{1}{2} M_t g L_t \sin q_v$$

- Energia potencial de la barra del contrapès

$$U_{bc} = -\frac{1}{2} M_b g L_b \cos q_v$$

- Energia potencial del contrapès

$$U_c = -M_{cb} g L_{cb} \cos q_v$$

D'altra banda, es considera una energia potencial addicional deguda a la presència del cable que connecta els dispositius elèctrics de les parts mòbils del TRMS (motors i encoders) amb la placa electrònica situada a la base de l'equip. Aquest cable té una certa rigidesa i actua com una molla de torsió en l'angle de guinyada, de manera que la seva energia potencial s'ha assimilat a l'expressió:

$$U_{cable} = \frac{1}{2} K_a (q_h - q_{h,0})^2$$

Finalment, l'energia potencial total del sistema s'obté sumant les diferents energies potencials parcials calculades anteriorment:

$$U = U_m + U_t + U_b + U_{bc} + U_c + U_{cable}$$

A.5 Forces generalitzades

A.5.1 Forces aerodinàmiques sobre les articulacions del TRMS

Un apartat que mereix especial atenció pel que fa a la definició del vector de forces generalitzades és l'estudi de les forces aerodinàmiques generades per les hèlixs i dels seus efectes sobre les articulacions del TRMS. Tal i com s'explica a la Memòria, seguint els principis de la teoria aerodinàmica de l'element de pala [3], [4], cada grup rotor-hèlix del TRMS genera una força de propulsió T i un parell reactiu Q que són proporcionals al quadrat de la seva velocitat angular. El parell reactiu Q és generat per la resistència de l'aire oposant-se al moviment de les pales i esdevé el principal responsable dels acoblaments existents en aquest sistema donat que es transmet als estators dels motors i, per tant, a les articulacions del sistema mecànic. Això provoca un efecte pel qual el cos del TRMS tendeix a girar en sentit oposat al de les pales. En altres paraules, tant el rotor principal com el de cua intervenen en el moviment en els dos graus de llibertat q_v i q_h del sistema, fenomen que es tractarà de demostrar en aquest apartat.

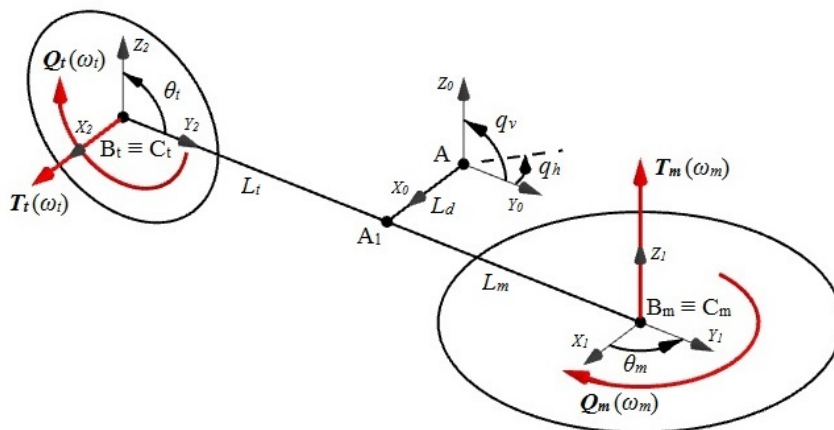


Figura A.2: Forces i parells aerodinàmics que actuen sobre la part mecànica TRMS

Per tal de calcular els parells provocats per les forces aerodinàmiques sobre les articulacions del TRMS, cal veure com es transmeten aquestes forces a través de la geometria del sistema. Per a això, s'ha utilitzat l'equació (A.3), que transforma un conjunt de forces i parells aplicats a l'origen d'una referència B en un conjunt de forces i parells equivalents aplicats a l'origen d'una referència C [1]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_C \\ \Gamma_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{BC}^T & \mathbf{0} \\ -\mathbf{R}_{BC}^T \hat{\mathbf{p}}_{BC} & \mathbf{R}_{BC}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_B \\ \Gamma_B \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

En aquesta expressió, \mathbf{R}_{BC}^T és la transposada de la matriu de rotació que descriu l'orientació de la referència C respecte de la referència B i $\hat{\mathbf{p}}_{BC}$ és una matriu antisimètrica obtinguda a partir del vector \mathbf{p}_{BC} que representa la posició del centre de la referència C respecte de la referència B :

$$\mathbf{p}_{BC} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \rightarrow \hat{\mathbf{p}}_{BC} = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_2 \\ p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{bmatrix}$$

A.5.2 Parells provocats pel rotor principal

Consideris la referència B_m solidària a l'estator del motor principal i una referència A_1 solidària a l'articulació A_1 tal que l'eix Y té sempre la direcció de la barra principal i l'eix X és perpendicular a aquesta (veure Figura A.1). Aleshores es poden definir la matriu de rotació $\mathbf{R}_{A_1 B_m}$ i el vector de posició $\mathbf{p}_{A_1 B_m}$ com:

$$\mathbf{R}_{A_1 B_m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_{A_1 B_m} = \begin{bmatrix} 0 \\ L_m \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aplicant adientment l'expressió A.3, s'obtenen les forces i parells aplicats sobre l'articulació A_1 (els superíndexs m fan referència al fet que són provocats pel rotor principal, i s'utilitzen per distingir-los dels causats pel rotor de cua):

$$\begin{bmatrix} f_{x,A_1}^m \\ f_{y,A_1}^m \\ f_{z,A_1}^m \\ \Gamma_{x,A_1}^m \\ \Gamma_{y,A_1}^m \\ \Gamma_{z,A_1}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_m & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -L_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_m(\omega_m) \\ 0 \\ 0 \\ -Q_m(\omega_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_m(\omega_m) \\ L_m T_m(\omega_m) \\ 0 \\ -Q_m(\omega_m) \end{bmatrix}$$

Vegis que el parell que afecta el moviment de capcineig és el que s'aplica en la direcció de l'eix X de la referència A_1 : $\Gamma_{x,A_1}^m = L_m T_m(\omega_m)$. La resta de forces i parells es transmeten a l'articulació A a través de l'estructura.

Consideris ara la referència A_1 definida anteriorment i la referència A solidària a l'articulació A tal que l'eix X és sempre perpendicular a la barra principal del TRMS i l'eix Z té direcció vertical (veure Figura A.1). Aleshores es poden definir la matriu de rotació \mathbf{R}_{AA_1} i el vector de posició \mathbf{p}_{AA_1} com:

$$\mathbf{R}_{AA_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_v & -\sin q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_{AA_1} = \begin{bmatrix} L_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aplicant l'expressió A.3 i prenent com a referència les forces aplicades sobre l'articulació A_1 que no intervenen en el moviment de capcineig, s'obtenen les forces i parells aplicats sobre l'articulació A:

$$\begin{bmatrix} f_{x,A}^m \\ f_{y,A}^m \\ f_{z,A}^m \\ \Gamma_{x,A}^m \\ \Gamma_{y,A}^m \\ \Gamma_{z,A}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_v & -\sin q_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -L_d \sin q_v & -L_d \cos q_v & 0 & \cos q_v & -\sin q_v \\ 0 & L_d \cos q_v & -L_d \sin q_v & 0 & \sin q_v & \cos q_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_m(\omega_m) \\ 0 \\ 0 \\ -Q_m(\omega_m) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_{x,A}^m \\ f_{y,A}^m \\ f_{z,A}^m \\ \Gamma_{x,A}^m \\ \Gamma_{y,A}^m \\ \Gamma_{z,A}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -T_m(\omega_m) \sin q_v \\ T_m(\omega_m) \cos q_v \\ 0 \\ -L_d T_m(\omega_m) \cos q_v + Q_m(\omega_m) \sin q_v \\ -L_d T_m(\omega_m) \sin q_v - Q_m(\omega_m) \cos q_v \end{bmatrix}$$

En aquest cas, el parell que afecta el moviment de guinyada és el que s'aplica en la direcció de l'eix Z de la referència A: $\Gamma_{z,A}^m = -L_d T_m(\omega_m) \sin q_v - Q_m(\omega_m) \cos q_v$. La resta de forces i parells són absorbits per la columna que es troba fixa a la base del TRMS.

A.5.3 Parells provocats pel rotor de cua

Consideris la referència B_t solidària a l'estator del motor de cua i la referència A_1 solidària a l'articulació A_1 tal i com s'ha definit a l'apartat anterior (veure Figura A.1). Aleshores es poden definir la matriu de rotació $\mathbf{R}_{A_1 B_t}$ i el vector de posició $\mathbf{p}_{A_1 B_t}$ com:

$$\mathbf{R}_{A_1 B_t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_{A_1 B_t} = \begin{bmatrix} 0 \\ -L_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aplicant adientment l'expressió A.3, s'obtenen les forces i parells aplicats sobre l'articulació A_1 (els superíndexs t fan referència al fet que són provocats pel rotor de cua, i

s'utilitzen per distingir-los dels causats pel rotor principal):

$$\begin{bmatrix} f_{x,A_1}^t \\ f_{y,A_1}^t \\ f_{z,A_1}^t \\ \Gamma_{x,A_1}^t \\ \Gamma_{y,A_1}^t \\ \Gamma_{z,A_1}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_t & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ L_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_t(\omega_t) \\ 0 \\ 0 \\ -Q_t(\omega_t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_t(\omega_t) \\ 0 \\ 0 \\ -Q_t(\omega_m) \\ 0 \\ L_t T_t(\omega_t) \end{bmatrix}$$

Com en el cas del rotor principal, el parell que afecta el moviment de capcineig és el que s'aplica en la direcció de l'eix X de la referència A_1 : $\Gamma_{x,A_1}^t = -Q_t(\omega_t)$. La resta de forces i parells es transmeten a l'articulació A a través de l'estructura.

Consideris ara la referència A_1 definida anteriorment i la referència A solidària a l'articulació A tal que l'eix X és sempre perpendicular a la barra principal del TRMS i l'eix Z té direcció vertical (veure Figura A.1). Aleshores es poden definir la matriu de rotació \mathbf{R}_{AA_1} i el vector de posició \mathbf{p}_{AA_1} com:

$$\mathbf{R}_{AA_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_v & -\sin q_v \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_{AA_1} = \begin{bmatrix} L_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aplicant l'expressió A.3 i prenent com a referència les forces aplicades sobre l'articulació A_1 que no intervenen en el moviment de capcineig, s'obtenen les forces i parells aplicats sobre l'articulació A:

$$\begin{bmatrix} f_{x,A}^t \\ f_{y,A}^t \\ f_{z,A}^t \\ \Gamma_{x,A}^t \\ \Gamma_{y,A}^t \\ \Gamma_{z,A}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_v & -\sin q_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin q_v & \cos q_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -L_d \sin q_v & -L_d \cos q_v & 0 & \cos q_v & -\sin q_v \\ 0 & L_d \cos q_v & -L_d \sin q_v & 0 & \sin q_v & \cos q_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_t(\omega_t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ L_t T_t(\omega_t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_{x,A}^t \\ f_{y,A}^t \\ f_{z,A}^t \\ \Gamma_{x,A}^t \\ \Gamma_{y,A}^t \\ \Gamma_{z,A}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_t(\omega_m) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -L_t T_t(\omega_t) \sin q_v \\ L_t T_t(\omega_t) \cos q_v \end{bmatrix}$$

En aquest cas, el parell que afecta el moviment de guinyada és el que s'aplica en la direcció de l'eix Z de la referència A: $\Gamma_{z,A}^t = L_t T_t(\omega_t) \cos q_v$. La resta de forces i parells són absorbits per la columna que es troba fixa a la base del TRMS.

A.5.4 Parells aerodinàmics totals

Manipulant correctament les expressions anteriors, és possible arribar a una equació molt més compacta per al càlcul els parells que actuen en els graus de llibertat del sistema (capcineig i guinyada) a partir de les forces aerodinàmiques expressades en les referències dels rotors. Per a cada motor, es pot pensar una matriu 2×6 tal que:

- La primera fila correspon a la quarta fila de la matriu que transforma les forces i parells aplicats a la referència del motor en forces i parells aplicats sobre l'articulació A_1 . Vegis que, multiplicant aquesta fila pel vector de forces i parells dels motors, s'obté el parell resultant aplicat sobre l'articulació A_1 que afecta el moviment de capcineig.
- La segona fila correspon a la sisena fila de la matriu que s'obté en multiplicar la matriu que transforma les forces i parells aplicats a la referència del motor en forces i parells aplicats sobre l'articulació A_1 per la matriu que transforma les forces i parells aplicats a l'articulació A_1 en forces i parells aplicats a l'articulació A. Vegis que, multiplicant aquesta fila pel vector de forces i parells dels motors, s'obté el parell resultant aplicat sobre l'articulació A que afecta el moviment de guinyada.

Així, l'expressió per al càlcul dels parells aerodinàmics resultants que afecten el moviment del TRMS queda:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} F_{a,q_v} \\ F_{a,q_h} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & L_m & 1 & 0 & 0 \\ -L_m \cos q_v & L_d \cos q_v & -L_d \sin q_v & 0 & \sin q_v & \cos q_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_m(\omega_m) \\ 0 \\ 0 \\ -Q_m(\omega_m) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L_t & 1 & 0 & 0 \\ L_t \cos q_v & L_d \cos q_v & -L_d \sin q_v & 0 & \sin q_v & \cos q_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_t(\omega_t) \\ 0 \\ 0 \\ -Q_t(\omega_t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A.4)
 \end{aligned}$$

Donat que els vectors de forces tenen molts de zeros, l'expressió anterior es pot expressar únicament en funció de les forces de propulsió T i dels parells reactius Q de forma que, finalment, queda:

$$\begin{bmatrix} F_{a,q_v} \\ F_{a,q_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ -L_d \sin q_v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m(\omega_m) \\ Q_m(\omega_m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ L_t \cos q_v & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_t(\omega_t) \\ Q_t(\omega_t) \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Aquesta és la formulació dels parells aerodinàmics que s'ha presentat a la Memòria pel fet que es tracta d'una expressió molt compacta, intuïtiva i relativament fàcil d'operar.

A.5.5 Integració de les forces aerodinàmiques amb la resta de forces externes al sistema

A més de les forces aerodinàmiques, també són externes al TRMS:

1. Els parells electromecànics generats pels motors de corrent continu, que es poden aproximar per l'expressió $k_t i$, on k_t és una constant del motor i i representa el corrent que hi circula.
2. Les forces degudes al fregament entre les diferents parts mecàniques i l'aire, per a les quals s'ha considerat un model simplificat de fricció viscosa utilitzat habitualment en la modelització i el control de sistemes mecànics. Així, les magnituds dels parells de fricció per a cada coordenada generalitzada venen donats per $-B_{x_1} \dot{q}_v$, $-B_{x_2} \dot{q}_h$, $-B_{x_3} \omega_m$ i $-B_{x_4} \omega_t$.

Integrant totes les forces considerades en una única expressió per a cadascuna de les coordenades generalitzades, es té que:

$$\begin{aligned} F_{q_v} &= T_m(\omega_m) L_m - Q_t(\omega_t) - B_{x_1} \dot{q}_v \\ F_{q_h} &= T_t(\omega_t) L_t \cos q_v - T_m(\omega_m) L_d \sin q_v - Q_m(\omega_m) \cos q_v - B_{x_2} \dot{q}_h \\ F_{\theta_m} &= k_{tm} i_m - Q_m(\omega_m) - B_{x_3} \omega_m \\ F_{\theta_t} &= k_{tt} i_t - Q_t(\omega_t) - B_{x_4} \omega_t \end{aligned}$$

A.6 Equacions de moviment

Un cop s'ha obtingut la Lagrangiana del sistema i s'ha identificat el vector de forces generalitzades, desenvolupant l'equació (A.1) per a les quatre coordenades generalitzades es pot arribar a les equacions que descriuen el model dinàmic complet del TRMS. Aquest càlcul es troba resolt en els arxius Maple inclosos en el CD que es presenta juntament amb la memòria i els annexos del projecte.

Tot i que les equacions resultants són llargues i complexes, es pot observar que molts dels paràmetres del model actuen de forma conjunta en els diferents termes que les integren. Per això, a fi de reduir la complexitat de càlcul, s'han realitzat agrupacions de paràmetres tot formant una espècie de paràmetres reduïts que permeten expressar les equacions de moviment de forma més compacta.

Les equacions de moviment, expressades en funció d'aquests nous paràmetres, són les que segueixen:

Equació en q_v

$$\alpha_{11}\ddot{q}_v + (\alpha_{12} \sin q_v + \beta_{12} \cos q_v) \ddot{q}_h + J_{tr}\dot{\omega}_t + (\beta_{222} \cos q_v \sin q_v) \dot{q}_h^2 + J_{mr}\dot{q}_h\omega_m \sin q_v - \gamma_1 \sin q_v + \gamma_2 \cos q_v = T_m(\omega_m) L_m - Q_t(\omega_t) - B_{x_1}\dot{q}_v$$

Equació en q_h

$$(\alpha_{12} \sin q_v + \beta_{12} \cos q_v) \ddot{q}_v + (\beta_{222} \cos^2 q_v + \beta_{220}) \ddot{q}_h + J_{mr}\dot{\omega}_m \cos q_v + J_{tr}\dot{q}_v\omega_t \sin q_v - (2\beta_{222} \cos q_v \sin q_v) \dot{q}_v\dot{q}_h + (\alpha_{12} \cos q_v - \beta_{12} \sin q_v) \dot{q}_v^2 + K_a(q_h - q_{h0}) = T_t(\omega_t) L_t \cos q_v - T_m(\omega_m) L_d \sin q_v - Q_m(\omega_m) \cos q_v - B_{x_2}\dot{q}_h$$

Equació en θ_m

$$(J_{mr} \cos q_v) \ddot{q}_h + J_{mr}\dot{\omega}_m = k_{tm}\dot{\theta}_m - Q_m(\omega_m) - B_{x_3}\omega_m$$

Equació en θ_t

$$J_{tr}\ddot{q}_v + J_{tr}\dot{\omega}_t = k_{tt}\dot{\theta}_t - Q_t(\omega_t) - B_{x_4}$$

El valor numèric dels paràmetres utilitzats en les equacions anteriors es troba indicat a la Taula A.2.

Paràmetre	Valor	Unitats	Paràmetre	Valor	Unitats
α_{11}	0,0349	kg m ²	β_{222}	0,0089	kg m ²
α_{12}	$-2,8218 \cdot 10^{-4}$	kg m ²	γ_1	-0,1982	N · m
β_{12}	$5,0500 \cdot 10^{-4}$	kg m ²	γ_2	0,1547	N · m
β_{222}	0,0233	kg m ²			

Taula A.2: Paràmetres reduïts del TRMS

Els paràmetres K_a i q_{h0} que modelitzen la constant recuperadora del cable i la posició d'equilibri en l'angle de guinyada, respectivament, són propis de cada planta i cal determinar-los experimentalment.

Annex B

Manual d'ús del simulador del TRMS

En aquest annex es presenta un petit manual d'ús de la llibreria que s'ha desenvolupat amb els blocs necessaris per a la implementació del model del TRMS. Així mateix, es fa una descripció detallada del funcionament del model de simulació que s'ha creat en aquest projecte, que permet tant el control PID de posició com el control basat en l'aprenentatge de trajectòries. Tots els arxius a què es fa referència en aquest annex es troben a les carpetes TWIN_ROTOR i TWIN_ILC, incloses en el CD que s'entrega juntament amb la Memòria del projecte.

B.1 Arxius per al desenvolupament d'un simulador del TRMS en Matlab/Simulink

B.1.1 Contingut de la Carpeta TWIN_ROTOR

La carpeta TWIN_ROTOR inclou els arxius bàsics per al desenvolupament d'un model de simulació del TRMS i la implementació de tècniques de control. A continuació es detalla el contingut d'aquesta carpeta, juntament amb una descripció de la funció que realitza cadascun dels fitxers que la componen:

- **TRMS_model_library.mdl**: Arxiu Simulink que conté tots els blocs necessaris per a la confecció del simulador del TRMS.
- **ini_Twin.m**: Funció que inicialitza tots els paràmetres físics del model, així com els coeficients dels polinomis que modelitzen les característiques Tensió-Velocitat i Velocitat-Força de propulsió dels grups motor-hèlix. Aquests coeficients es troben guardats en els fitxers *Vm-wm_characteristics*, *Vt-wt_characteristics*, *wm-Fm_characteristics* i *wt-Fm_characteristics*, i són els que s'han obtingut experimentalment en aquest projecte.

- **F_Param_opti.m**: Funció que, a partir dels paràmetres físics del model, calcula un vector de 14 paràmetres optimitzats a partir dels quals és possible desenvolupar les equacions de moviment del sistema. D'aquesta manera, el model treballa amb un nombre reduït de paràmetres, amb la qual cosa es simplifiquen notablement els càlculs a realitzar.
- **Inertia_Tensor_M_aprox.m**: Funció que calcula la matriu d'inèrcies del model reduït del TRMS en una orientació \mathbf{q} .
- **Inertia_Tensor_M_aprox_inv.m**: Funció que calcula la inversa de la matriu d'inèrcies del model reduït del TRMS en una orientació \mathbf{q} .
- **Gravity_.m**: Funció que calcula el terme de forces conservatives del model reduït del TRMS en una orientació \mathbf{q} .
- **Coriolis_aprox_.m**: Funció que calcula el terme de forces de Coriolis del model reduït del TRMS en una orientació \mathbf{q} .
- **diff_Mg_.m**: Funció que calcula la matriu Jacobiana de l'expressió $\mathbf{M}_q(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{g}_q(\mathbf{q})$ avaluada en una orientació \mathbf{q} , essent $\mathbf{M}_q(\mathbf{q})$ la matriu d'inèrcies i $\mathbf{g}_q(\mathbf{q})$ el terme de forces conservatives del model reduït (aquesta funció resulta útil en cas que s'hagi d'aplicar una linealització del sistema entorn d'un punt d'operació).

B.1.2 Ús de la llibreria TRMS_model_library

La creació d'un model de simulació del TRMS a partir dels blocs inclosos en la **TRMS_model_library** resulta molt senzilla i intuïtiva. Per a això, cal seguir els següents passos:

1. Obrir un nou model de simulació en l'entorn Simulink.
2. Arrossegar els blocs de la llibreria al nou entorn de Simulink i realitzar les connexions pertinents entre ells. Per facilitar aquestes connexions, tots els blocs de la llibreria tenen indicades les variables a què corresponen cadascuna de les seves entrades i sortides, així com el terme de les equacions de moviment del TRMS que representen. Així mateix, es recomana directament l'ús del bloc **Twin_Rotor_model**, que integra per ell mateix tot el model de simulació ja implementat.
3. Connectar elements generadors de senyals a les entrades del TRMS o bé començar a experimentar amb el disseny de sistemes de control. **Nota:** Abans d'executar el model de simulació, cal carregar al Workspace de Matlab el vector de paràmetres optimitzats utilitzant les funcions **ini_Twin** i **F_Param_opti**.

A continuació s'adjunta una taula que especifica el funcionament de les funcions que acompanyen la llibreria del TRMS:

Funció	Paràmetres	Descripció
ini_Twin	Sense paràmetres	Paràmetres físics. Retorna vector Param .
F_Param_opti	Param	Calcula Param_opti a partir de Param .
Inertia_Tensor_M_aprox	q, Param_opti	Calcula $M_q(\mathbf{q})$. Retorna matriu 2×2 .
Inertia_Tensor_M_aprox_inv	q, Param_opti	Calcula $M_q(\mathbf{q})^{-1}$. Retorna matriu 2×2 .
Gravity_	q, Param_opti	Calcula $\mathbf{g}_q(\mathbf{q})$. Retorna vector 1×2 .
Coriolis_aprox_	$\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, \mathbf{Param_opti}$	Calcula $\mathbf{c}_q(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$. Retorna vector 1×2 .
diff_Mg_	q, Param_opti	Calcula $\frac{\partial [M_q(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{g}_q(\mathbf{q})]}{\partial \mathbf{q}}$. Retorna matriu 2×2 .

Taula B.1: Funcions adjuntes a la llibreria del TRMS

B.2 Ús del simulador desenvolupat en aquest projecte

En el cas d'aquest projecte, s'ha desenvolupat un model de simulació que permet assajar dues estratègies diferents de control: per una banda, el control PID de la posició del TRMS i, per l'altra, el control basat en l'ILC per a l'aprenentatge de trajectòries. Al final d'aquesta secció s'inclou una captura presa del Simulink on es pot visualitzar el model esmentat i tots els controladors que l'integren (Figura B.1). El simulador, juntament amb els arxius necessaris per a la seva posada en marxa, es troben a la carpeta TWIN_ILC inclosa en el CD que s'entrega juntament amb la memòria del projecte.

B.2.1 Contingut de la carpeta TWIN_ILC

A continuació es presenta una llista dels arxius inclosos en la carpeta TWIN_ILC:

- **model_ILC**: Model de simulació on es troba implementat el sistema de control que s'ha dissenyat en aquest projecte.

- **ini_Twin.m**: Funció que inicialitza tots els paràmetres físics del model, així com els coeficients dels polinomis que modelitzen les característiques Tensió-Velocitat i Velocitat-Força de propulsió dels grups motor-hèlix. Aquests coeficients es troben guardats en els fitxers *Vm-wm_characteristics*, *Vt-wt_characteristics*, *wm-Fm_characteristics* i *wt-Fm_characteristics*, i són els que s'han obtingut experimentalment en aquest projecte.
- **F_Param_opti.m**: Funció que, a partir dels paràmetres físics del model, calcula un vector de 14 paràmetres optimitzats a partir dels quals és possible desenvolupar les equacions de moviment del sistema. D'aquesta manera, el model treballa amb un nombre reduït de paràmetres, amb la qual cosa es simplifiquen notablement els càlculs a realitzar.
- **inicialització.m**: Funció que inicialitza els paràmetres corresponents a tots els controladors implementats en el sistema de control. També carrega els paràmetres associats als filtres, que es troben guardats en el fitxer *filtres_FIR.mat*.
- **run_PID.m**: Funció que executa el model de simulació tenint en compte únicament l'efecte dels controladors PID pel que fa al control de posició del TRMS.
- **run_ILC.m**: Funció que executa el model de simulació durant una sèrie d'iteracions i aplica els algorismes basats en l'ILC entre una iteració i la següent per tal de millorar la resposta del sistema.
- **plot_dades.m**: Funció que representa la resposta obtinguda l'últim cop que s'ha executat el model de simulació.
- **traj1.mat** i **traj2.mat**: Fitxers que emmagatzemen les trajectòries dissenyades en aquest projecte i que s'han utilitzat com a senyal de referència del sistema de control.

B.2.2 Mode de funcionament basat en el control PID

Per executar el model utilitzant el sistema de control de posició basat únicament en els controladors de realimentació tipus PID, cal seguir els passos següents:

1. Carregar una de les dues trajectòries al Workspace de Matlab.
2. Executar la comanda **run_PID**. Automàticament s'obrirà i s'executarà el model de simulació, obtenint-se al final de l'execució una representació gràfica de la resposta del model.

Nota: El model es pot executar tant per al seguiment d'una trajectòria com per a l'assoliment d'un punt d'equilibri. Per alternar entre una opció i l'altra, cal obrir el model de simulació i canviar l'estat del *Manual Switch* situat a la part esquerra del diagrama de blocs. Perquè el model es pugui executar, cal tenir sempre carregada una trajectòria al Workspace de Matlab, encara que no es faixi servir.

El codi contingut en l'arxiu **run_PID** és el que es mostra a continuació.

```
1 %  
2 %CONTROL PID DEL TRMS  
3 %  
4 %Inicialitzacio dels parametres del TRMS i del sistema de control  
5 ini_Twin  
6 inicialitzacio  
7 %  
8 Tini=0;  
9 Tfi=100;  
10 Ts=0.001;  
11 %  
12 %Valor de l'estat inicial  
13 qv_ini=-0.65;  
14 qh_ini=1.455;  
15 %  
16 %Posada a zero de les funcions d'aprenentatge  
17 qv_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';  
18 qv_ILC.signals.values=zeros(size(qv_ILC.time));  
19 qv_ILC.signals.dimensions=1;  
20 qh_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';  
21 qh_ILC.signals.values=zeros(size(qh_ILC.time));  
22 qh_ILC.signals.dimensions=1;  
23 %  
24 %Execucio del model  
25 open_system('model_ILC')  
26 sim('model_ILC');  
27 %  
28 %Representacio dels resultats  
29 plot_dades
```

B.2.3 Mode de funcionament basat en l'ILC

Per executar el model utilitzant el sistema de control basat en l'ILC, cal seguir els passos següents:

1. Carregar una de les dues trajectòries al Workspace de Matlab.
2. Obrir la funció **run_ILC** i indicar el nombre desitjat d'iteracions d'aprenentatge.
3. Executar la comanda **run_ILC**. Automàticament s'obrirà i s'executarà el model de simulació tants cops com s'hagi indicat. Al final de cada iteració, aquesta funció calcula l'error de posició i aplica els algorismes basats en l'ILC, generant uns senyals qv_ILC i qh_ILC que s'apliquen a l'entrada del sistema de control en la iteració subsegüent. A més, també representa uns gràfics en què es pot observar la trajectòria seguida en cada iteració i l'error comès, permetent visualitzar així l'evolució de l'aprenentatge.

El codi contingut en l'arxiu **run_ILC** és el que es mostra a continuació.

```

1 %-----
2 %CONTROL ILC DEL TRMS
3 %-----
4 %Inicialitzacio dels parametres del TRMS i del sistema de control
5 ini_Twin
6 inicialitzacio
7 %-----
8 %Nombre d'iteracions
9 NITER=10;
10 %-----
11 Tini=0;
12 Tfi=100;
13 Ts=0.001;
14 Interval=Tfi-Tini;
15 %-----
16 %Guany de les funcions d'aprenentatge
17 kpv = 1;
18 kdv = 1000;
19 kph = 0.75;
20 kdh = 500;
21 %-----
22 %Filtres Q
23 [Numv, Denv]= butter (2 ,0.0002) ;
24 [Numh, Denh]= butter (2 ,0.00015) ;
25 Fdv=tf (Numv, Denv , Ts) ;
26 Fdh=tf (Numh, Denh , Ts) ;

```

```

27 %
28 %Valor de l'estat inicial
29 qv_ini=-0.65;
30 qh_ini=1.455;
31 %
32 %Inicialitzacio de les funcions d'aprenentatge
33 qv_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';
34 qv_ILC.signals.values=zeros(size(qv_ILC.time));
35 qv_ILC.signals.dimensions=1;
36 qh_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';
37 qh_ILC.signals.values=zeros(size(qh_ILC.time));
38 qh_ILC.signals.dimensions=1;
39 %
40 %Iteracio inicial
41 open_system('model_ILC')
42 sim('model_ILC');
43 Tini=Tfi;
44 Tfi=Tfi+Interval;
45 qv_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';
46 qh_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';
47 qv_input(:,1)=(Tini:Ts:Tfi)';
48 qh_input(:,1)=(Tini:Ts:Tfi)';
49 %
50 %
51 %Bucle per a la repeticio de les iteracions
52 ITER0=0;
53
54 for ITER=ITER0:NITER
55
56     sim('model_ILC');
57
58     %Actualitzacio dels vectors de temps
59     Tini=Tfi;
60     Tfi=Tfi+Interval;
61     qv_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';
62     qh_ILC.time=(Tini:Ts:Tfi)';
63     qv_input(:,1)=(Tini:Ts:Tfi)';
64     qh_input(:,1)=(Tini:Ts:Tfi)';
65
66     %Calcul dels errors comesos
67     error_qv = posicions(:,2) - posicions(:,4);
68     error_qh = posicions(:,3) - posicions(:,5);
69
70

```

```

71  %Implementacio PD-Type Learning
72  for i=1:100000
73      qv_ILC.signals.values(i)=qv_ILC.signals.values(i)+kpv*error_qv(i
          +1)+kdv*(error_qv(i+1)-error_qv(i));
74      qh_ILC.signals.values(i)=qh_ILC.signals.values(i)+kph*error_qh(i
          +1)+kdh*(error_qh(i+1)-error_qh(i));
75  end
76
77  %Filtratge
78  qv_ILC.signals.values = filtfilt(Fdv.num{1},Fdv.den{1},qv_ILC.signals
          .values);
79  qh_ILC.signals.values = filtfilt(Fdh.num{1},Fdh.den{1},qh_ILC.signals
          .values);
80
81  %Representacions grafiques
82  subplot(2,2,1)
83  plot(posicions(:,1),error_qv,'r',posicions(:,1),qv_ILC.signals.values
          , 'k')
84  legend('Error','qv_ILC')
85  title(strcat('Iteracio_:',sprintf('%d',ITER)))
86  subplot(2,2,2)
87  plot(posicions(:,1),error_qh,'r',posicions(:,1),qh_ILC.signals.values
          , 'k')
88  legend('Error','qh_ILC')
89  title(strcat('Iteracio_:',sprintf('%d',ITER)))
90  subplot(2,2,3)
91  plot(posicions(:,1),posicions(:,2),'r',posicions(:,1),posicions(:,4),
          'b')
92  legend('Trajectoria_desitjada','Trajectoria_real')
93  title('Capcineig')
94  subplot(2,2,4)
95  plot(posicions(:,1),posicions(:,3),'r',posicions(:,1),posicions(:,5),
          'b')
96  legend('Trajectoria_desitjada','Trajectoria_real')
97  title('Guinyada')
98
99  pause(0.1)
100 end

```

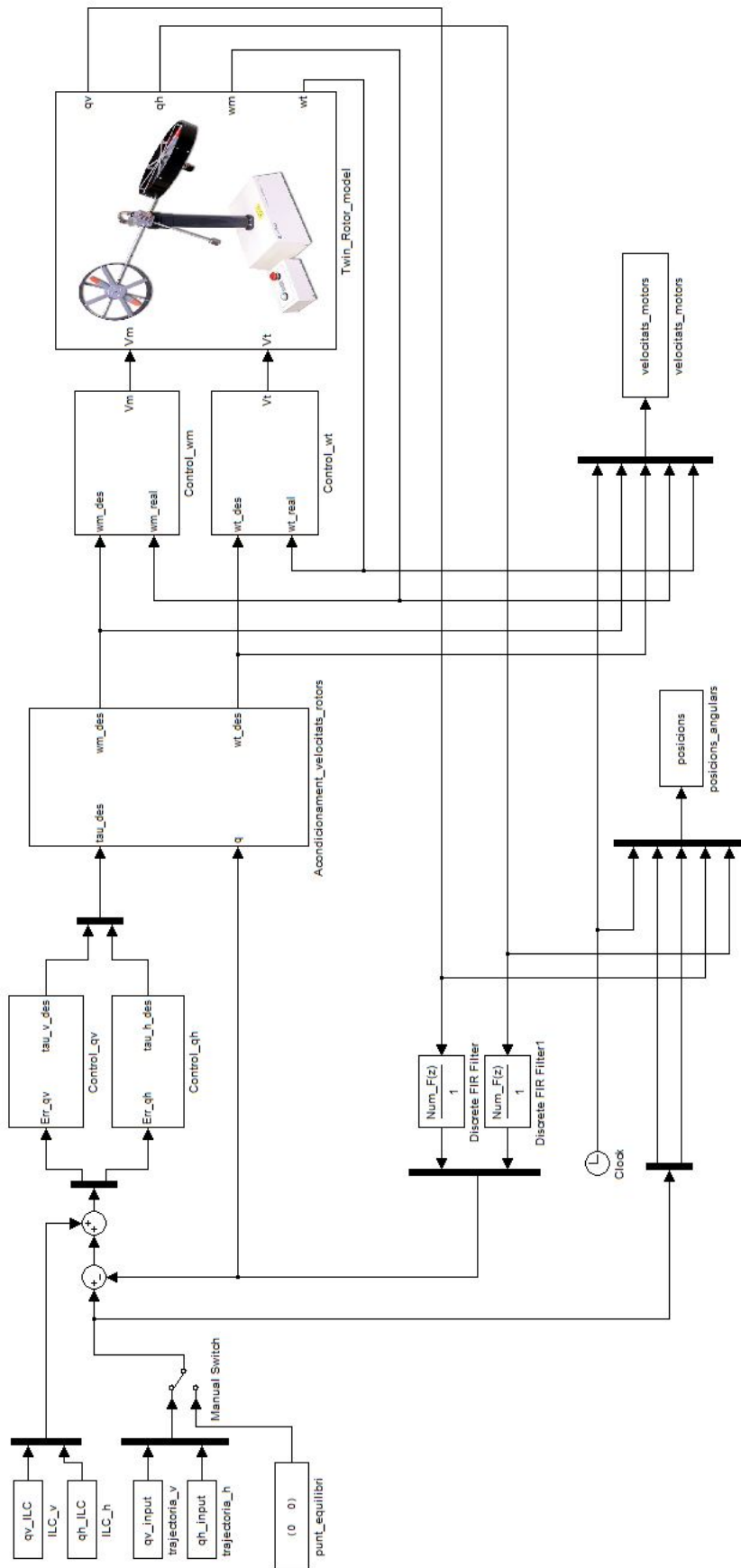



Figura B.1: Model per al control del TRMS implementat en Simulink

Annex C

Llistat d'arxius complementaris

En aquest annex es presenta un llistat dels arxius de Maple i Matlab/Simulink que s'han anat desenvolupat durant la realització d'aquest projecte. Els arxius esmentats s'inclouen en el CD que s'entrega juntament amb la memòria, i es troben classificats de la manera que segueix.

C.1 Maple

Aquesta carpeta conté els dos arxius utilitzats per a l'obtenció de les equacions de moviment del TRMS:

- **Complete_dynamics.mws**: S'hi obtenen les equacions del model complet del TRMS.
- **Complete_dynamics.mws**: S'hi obtenen les equacions del model reduït del TRMS. També inclou el codi utilitzat per generar les funcions de Matlab encarregades de calcular els termes d'aquestes equacions associats a les inèrcies, les forces de Coriolis i les forces conservatives (per a una descripció més detallada d'aquestes funcions, remeti's a l'annex B d'aquest treball).

C.2 Matlab/Simulink

C.2.1 Carpeta modelat_motors

En aquesta carpeta s'hi poden trobar els arxius utilitzats per al càlcul de les característiques Voltatge-Velocitat dels rotors així com els arxius i models utilitzats per al disseny dels controladors PI i els filtres FIR dels motors (veure Capítol 4 de la Memòria). El contingut d'aquesta carpeta és el que es detalla a continuació.

Carpeta corbes_caracteristiques_omegaV

- **calcul_caract_omegaV.m**: Funció que calcula les corbes característiques Voltatge-Velocitat i les seves inverses.
- **velocitats_helixes.mat**: Inclou les dades experimentals utilitzades per al càlcul de les corbes característiques esmentades.

Carpeta linealitzacio_models

- **plot_resultats.m**: Funció que representa la resposta del sistema real obtinguda experimentalment abans i després de linealitzar el comportament dels grups motor-hèlixs.
- **ajust_models.sid**: Sessió guardada en la System Identification Toolbox de Matlab corresponent a l'ajust dels paràmetres dels models linealitzats dels motors

Carpeta control_motors

- **funcions_transferencia.m**: Funció que crea i guarda les funcions de transferència de temps discret associades a cadascun dels motors en un fitxer *funcions_transf.mat*.
- **disseny_controladors.m**: Funció que calcula els paràmetres dels controladors PI dels motors per assignació de pols a partir de les funcions de transferència dels motors. Aquests paràmetres són emmagatzemats en un fitxer *guanys_controladors.mat*
- **sim_control_omega.mdl**: Model de simulació del sistema de control de la velocitat dels rotors.
- **inputs.m**: Funció que permet modificar els senyals de consigna del model de simulació.
- **plot_dades_sim.m**: Funció que representa la resposta del model de simulació.
- **plot_comparació.m**: Funció que representa les dades experimentals guardades a *velocitat_helix_real.mat* juntament amb les dades contingudes a *velocitat_helix.mat*, que corresponen a la resposta del model de simulació executat en les mateixes condicions que el sistema real.

C.2.2 Carpeta ajust_parametres

Aquesta carpeta conté els arxius utilitzats en l'ajust experimental dels termes associats a les forces externes que actuen sobre el TRMS. Per una banda, s'hi poden trobar els fitxers a partir dels quals s'han determinat les expressions de les forces aerodinàmiques provocades pels rotors i, per l'altra, els fitxers amb què s'han ajustat els coeficients d'un model de fricció viscosa actuant tant en el pla vertical com en l'horitzontal (veure Capítol 5 de la Memòria).

Carpeta caracteristiques_RotorPrincipal

- **caract_main.m**: Funció que interpola la corba característica Força-Velocitat del rotor principal i la seva inversa a partir de les dades experimentals guardades en els fitxers *velocitats.mat*.
- **plot_dades.m**: Funció que representa les dades experimentals guardades en els fitxers *velocitats.mat*.
- **Gravity_.m**: Funció que calcula el terme de gravetat del model del TRMS donada una posició angular \mathbf{q} i un vector de paràmetres optimitzats guardat al fitxer *Param_opti.mat*.

Carpeta caracteristiques_RotorCua

- **caract_tail.m**: Funció que interpola la corba característica Força-Velocitat del rotor de cua i la seva inversa a partir de les dades experimentals guardades en els fitxers *velocitats.mat*.
- **plot_dades.m**: Funció que representa les dades experimentals guardades en els fitxers *velocitats.mat*.
- **Gravity_.m**: Funció que calcula el terme de gravetat del model del TRMS donada una posició angular \mathbf{q} i un vector de paràmetres optimitzats guardat al fitxer *Param_opti.mat*.

Carpeta model_friccio

- **model_reduit.mdl**: Model reduït del TRMS utilitzat per la determinació dels coeficients de fricció en els plans horitzontal i vertical.

- **ini_Twin.m**: Fitxer que conté tots els paràmetres per fer anar el model de simulació. Es fa servir de la funció *F_Param_opti.m* per tal de calcular un vector de paràmetres optimitzats.
- **plot_comparacio_v.m**: Funció que representa les dades experimentals obtingudes per a l'ajust del coeficient de fricció en el pla vertical, superposant-hi la resposta obtinguda amb el model de simulació executat amb les mateixes condicions inicials. Les dades experimentals, juntament amb les respostes del model obtingudes abans i després de fer l'ajust, es troben en els fitxers *resultats_vert_abans.mat* i *resultats_vert_despres.mat*
- **plot_comparacio_h.m**: Funció que representa les dades experimentals obtingudes per a l'ajust del coeficient de fricció en el pla horitzontal, superposant-hi la resposta obtinguda amb el model de simulació executat amb les mateixes condicions inicials. Les dades dels experiments realitzats amb la planta, juntament amb les respostes obtingudes executant el model un cop fet l'ajust, es troben en els quatre fitxers *resultats_horitz.mat* (numerats de l'1 al 4).

C.2.3 Carpeta disseny_controladors

Aquesta carpeta conté els arxius utilitzats per al disseny dels controladors de posició del TRMS, això és, els controladors lineals tipus PID i els controladors basats en l'aprenentatge.

Carpeta disseny_PIDs

- **disseny_PIDs.m**: Funció a partir de la qual s'ha dut a terme el disseny dels controladors PID per al llaç de control de posició del TRMS.
- **model_lineal.mdl**: Model de simulació amb les funcions de transferència linealitzades del sistema amb què s'han assajat els controladors PID. Aquestes funcions de transferència es troben guardades al fitxer *ft_linealitzades.mat*.
- **plot_dades.m**: Funció que representa la resposta del model de simulació un cop s'ha executat.

Carpeta disseny_ILC

- Carpeta **proves_guanysP**: Conté els resultats obtinguts en simulació per diferents guanys proporcionals de l'algoritme d'aprenentatge, i una funció **analisi_error.m**

que representa la mitjana quadràtica dels errors i els errors màxims de posició en funció del nombre d'iteracions.

- Carpeta **proves_filtres**: Conté els resultats obtinguts en simulació per diferents filtres Q de l'algoritme d'aprenentatge, i una funció **analisi_error.m** que representa la mitjana quadràtica dels errors i els errors màxims de posició en funció del nombre d'iteracions.
- Carpeta **proves_guanysD**: Conté els resultats obtinguts en simulació per diferents guanys derivatius de l'algoritme d'aprenentatge, i una funció **analisi_error.m** que representa la mitjana quadràtica dels errors i els errors màxims de posició en funció del nombre d'iteracions.

C.2.4 Carpeta resultats_experimentals

Aquesta carpeta conté els resultats experimentals obtinguts en els diferents experiments de control que s'han realitzat al llarg del projecte.

Carpeta equilibri_PIDs

Inclou tres fitxers de nom *resultats_grao.mat* i numerats de l'1 al 3, que inclouen la resposta del TRMS davant tres entrades graó diferents. Aquestes dades es poden representar gràficament executant el codi contingut en l'arxiu **plot_dades.m**.

Carpeta trajectories_PIDs

Inclou dos fitxers de nom *resultats_traj.mat* i numerats de l'1 al 2, que inclouen la resposta del TRMS davant les dues trajectòries de referència que s'han utilitzat per a l'experimentació en aquest projecte. Aquestes dades es poden representar gràficament executant el codi contingut en l'arxiu **plot_dades.m**.

Carpeta trajectories_ILC

- Carpeta **traj1_ILC**: Conté els resultats obtinguts experimentalment en 20 iteracions d'aprenentatge consecutives amb la trajectòria 1 com a consigna. A més, inclou una funció **analisi_error.m** que representa la mitjana quadràtica dels errors i els errors màxims de posició en funció del nombre d'iteracions, i una funció **plot_comparacio.m** que permet comparar en un mateix gràfic la resposta del TRMS en dues iteracions diferents.

- Carpeta **traj1_ILC**: Conté els resultats obtinguts experimentalment en 20 iteracions d'aprenentatge consecutives amb la trajectòria 2 com a consigna. També inclou una funció **analisi_error.m** que representa la mitjana quadràtica dels errors i els errors màxims de posició en funció del nombre d'iteracions, i una funció **plot_comparacio.m** que permet comparar en un mateix gràfic la resposta del TRMS en dues iteracions diferents.

Bibliografia

- [1] MURRAY, R.M., LI, Z. i SASTRY, S.S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994, p. 51-58.
- [2] AGULLÓ I BATLLE, J. *Mecànica de la partícula i del sòlid rigid*, 3a Edició. Publicacions OK PUNT, 1997, p. 197-221.
- [3] HOUGHTON, E.L., i BROCK, A.E. *Aerodynamics for Engineering Students*, 5a edició. Butterworth-Heinemann, 2003, p. 541-549.
- [4] PARK, S., BACK, N. i RYU, K.W. "A Dynamics Model of Rotor Blades for Real-time Helicopter Simulation", *International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*, 7(2), Abril 2012, p. 209-220.