

CÁLCULO TEÓRICO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO EN FUNCIÓN DEL TAMAÑO DE LA APERTURA RECEPTORA DE UN ANEMÓMETRO LÁSER DOPPLER (LDA)

David Garcia-Vizcaino

Jaume Recolons

Federico Dios Otin

Adolf Comeron

Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions (TSC)

Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)

e-mail: dgarcia@tsc.upc.es

Abstract—From the expressions by Adrian and Earley (Proceeding of Minessota Symposium on Laser Anemometry, University of Minessota, Dept. of Conference, Minneapolis, 1976), we have calculated the signal-to-noise ratio of a Laser Doppler Anemometer system by means of the differential Doppler Technique with backscattering configuration, for the detection and estimation of the velocity of a fluid, as a function of the size of the receiving aperture and that of the seeding particles. We present the distribution of the local reduced SNR in each point of the aperture and the total reduced SNR of the photodetector, for the case of using Polyamida-12 particles suspended in water and 2D-LDA system designed by the autors. All the results have been obtained from development of different programs implemented in C-language and Matlab.

I. INTRODUCCIÓN

Los velocímetros o anemómetros láser Doppler (conocidos como sistemas radar láser, *LDV* o *LDA*) y sus diferentes técnicas aplicadas a la detección y estimación de la velocidad de diferentes blancos en movimiento (superficies rugosas, líquidos y/o gases) fueron propuestas ya desde los inicios del desarrollo de los láseres en los años sesenta por Yeh y Cummins [1]. Mediante la técnica diferencial Doppler [2], el grupo de investigación de EEF-TSC de la UPC, ha desarrollado un prototipo de radar láser (Sistema *2D-LDA*) [3] capaz de detectar dos componentes de velocidad de un fluido, utilizando una fuente láser de HeNe (@632.8nm), y un solo elemento fotodetector (APD), gracias a la utilización de dos moduladores acusto-ópticos(AOM). Se han realizado en los últimos años diferentes experimentos para la medida de la velocidad de líquidos (agua destilada) en diferentes estructuras hidrodinámicas [4], con la presencia de partículas en el medio, que serán las encargadas de provocar la dispersión de la luz incidente, normalmente sembrando el fluido artificialmente.

Uno de los factores que va a depender la relación SNR de la señal detectada a la salida del fotodetector, es el tamaño de la apertura receptora, encargada de recoger la luz dispersada por el elemento dispersor (partícula) y posteriormente focalizarla

sobre el área del fotodetector. En función del tamaño y tipo de partículas utilizadas en el fluido y de los parámetros del sistema, obtendremos diferentes valores de la SNR. En este artículo, presentamos el cálculo teórico de la SNR en función del tamaño de la apertura, para diferentes tamaños de partículas de sembrado, en cada punto de la apertura en configuración *backscattering*, y la SNR integrada a la salida del detector, utilizando las formulaciones electromagnéticas de dispersión de partículas de la teoría de *Lorenz-Mie*, para el caso de un sistema *LDA* de una dimensión [5].

A. Sistema 2D-LDA

Se utiliza como transmisor un láser de HeNe (20mW @633nm), con un diámetro del haz de 1.2mm, con polarización lineal y como receptor un APD polarizado a 190 V por una fuente de alta tensión, seguido de un amplificador de transimpedancia (ganancia 20K Ω). La luz generada por el láser es dividida en tres haces, mediante dos divisores de haz (uno de ellos polarizado) y un conjunto de espejos. Dos de los haces son desplazados en frecuencia mediante dos moduladores acusto-ópticos de valor $f_{AOM1}=39.1$ MHz, y $f_{AOM2}=45.1$ MHz, y mediante una lente TX (acromato)

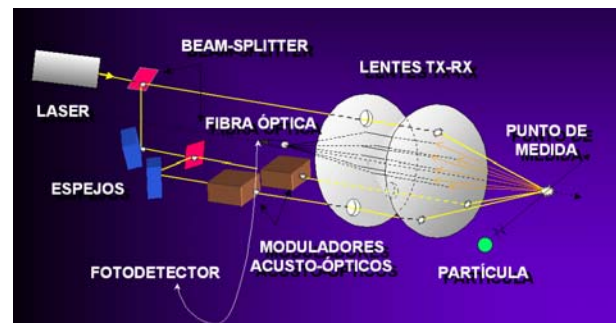


Fig. 1. Sistema óptico 2D-LDA.

se focalizan los tres haces sobre el blanco $\alpha=4.5^\circ$, con una distancia focal de 250mm y de diámetro 40mm. Parte de la luz dispersada por las partículas será recogida y focalizada por la lente o apertura RX (a una distancia de 27 cm del punto de medida), sobre una fibra óptica multimodo para ser tratada por un módulo fotodetector APD. La interferencia producida por el cruce de tres haces de perfil gaussiano en un punto del fluido forman tres zonas de franjas, por interferencia de los haces dos a dos. Las partículas atraviesan las zonas de dispersión o punto de medida, obteniéndose una señal burst, formada por una componente de baja frecuencia debida a la señal del pedestal y a otra de alta frecuencia (señal Doppler), formada por dos tonos centradas a las frecuencias de los AOM, que serán proporcionales a las dos componentes de la velocidad a detectar v_1 y v_2 .

Para el caso de un fluido, y mas si el detector se coloca en configuración *backscattering* ($\theta = 180^\circ, \phi = 90^\circ$), para obtener una buena SNR, es conveniente sembrar artificialmente el fluido (agua, de índice de refracción 1.33) con partículas comerciales. Así, se han elegido partículas de la empresa Dantec de poliamida-12, con tamaños entre 5 y $35\mu\text{m}$ de diámetro, y de índice de refracción 1.5.

B. Cálculo de la SNR un sistema LDA

En un sistema LDA, dos haces de luz con un determinado campo eléctrico E_{in1} y E_{in2} o intensidad I_{in1} y I_{in2} , inciden sobre la partícula que atraviesa el punto de medida del fluido con un cierto ángulo α entre ellos. El campo total dispersado por la partícula es la suma de los campos dispersados

$$E_d = E_{d1} + E_{d2} \quad (1)$$

La intensidad dispersada, en un punto de la apertura receptora definido en el sistema de coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) de la Figura 2, en función de las intensidades incidentes y dispersadas por cada haz I_{in1}, I_{in2} y I_{d1}, I_{d2} respectivamente, de la longitud de onda del láser en el fluido λ , del numero de onda $k = 2\pi/\lambda$ y del parámetro de dispersión para cada haz, $\sigma_1(\theta, \phi)$ y $\sigma_2(\theta, \phi)$ de la teoría de dispersión *Lorenz-Mie*, se puede expresar como

$$I_d(r, \theta, \phi) = I_{dDC} + \left[\sqrt{I_{in1}I_{in2}} \cdot I_{dAC}(t) \right] \quad (2)$$

dónde la componente continua de la señal dispersada

$$I_{dDC} = I_{d1} + I_{d2} \quad (3)$$

$$I_{d1} = I_{in1} |\sigma_1(\theta, \phi)|^2 \frac{1}{k^2 r^2} \quad (4)$$

$$I_{d2} = I_{in2} |\sigma_2(\theta, \phi)|^2 \frac{1}{k^2 r^2} \quad (5)$$

y la componente alterna

$$I_{dAC}(t) = 2\Re \left\{ \sigma_1(\theta, \phi) \cdot \sigma_2^*(\theta, \phi) \cdot e^{(j2\pi f_{dop}t)} \right\} \quad (6)$$

o expresada en función de una señal sinusoidal

$$I_{dAC}(t) = D(\theta, \phi) \cos(2\pi f_{dop}t - \psi(\theta, \phi)) \quad (7)$$

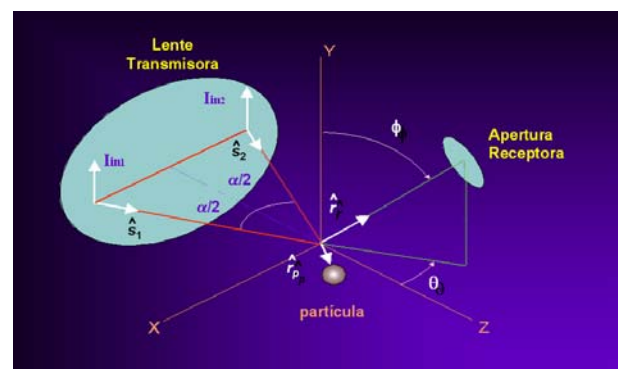


Fig. 2. Geometría Sistema LDA.

Si sustituimos las ecuaciones (3) (4) (5) (7) en (2) obtenemos

$$I_d(r, \theta, \phi) = \frac{1}{k^2 r^2} \left(I_{in1} |\sigma_1(\theta, \phi)|^2 + I_{in2} |\sigma_2(\theta, \phi)|^2 \right) + \left(\sqrt{I_{in1}I_{in2}} \cdot D(\theta, \phi) \cdot \cos(2\pi f_{dop}t - \psi(\theta, \phi)) \right) \quad (8)$$

La potencia total recibida por una apertura, determinada por su ángulo sólido de recepción Ω centrado en la partícula, es

$$P_{wd} = \iint_{\Omega} I_d(\theta_{rx}, \phi_{rx}) r^2 d\Omega \quad (9)$$

$$P_{wd} = \frac{1}{k^2} \left(I_{in1} \overline{P_1} + I_{in2} \overline{P_2} \right) + \left(\sqrt{I_{in1}I_{in2}} \cdot \overline{D} \cdot \cos(2\pi f_{dop}t - \overline{\psi}) \right) \quad (10)$$

dónde $\overline{P_1}$ y $\overline{P_2}$, son las señales pedestal de cada uno de los haces, \overline{D} señal Doppler y $\overline{\psi}$ la fase de la señal Doppler de la interferencia

$$\overline{P_{1,2}} = \int_{\Omega} |\sigma(\theta, \phi)_{1,2}|^2 d\Omega \quad (11)$$

$$(12)$$

$$\overline{D} = \left[\left(\int_{\Omega} D(\theta, \phi) \sin \psi(\theta, \phi) d\Omega \right)^2 + \left(\int_{\Omega} D(\theta, \phi) \cos \psi(\theta, \phi) d\Omega \right)^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

$$(14)$$

$$\overline{\psi} = \arctan \left[\frac{\int_{\Omega} D(\theta, \phi) \sin \psi(\theta, \phi) d\Omega}{\int_{\Omega} D(\theta, \phi) \cos \psi(\theta, \phi) d\Omega} \right] \quad (15)$$

La relación señal a ruido a la salida de un fotodetector de eficiencia cuántica η_q y un ancho de banda BW , en el caso que las intensidades de los haces sean iguales ($I_{in} = I_{in1} = I_{in2}$), considerando solo ruido de tipo shot, con h la constante de Planck, ν_o la frecuencia del laser y $\overline{P} = \overline{P_1} + \overline{P_2}$, se define como

$$SNR = \frac{I_{in} \eta_q}{4h\nu_o BW k^2} \frac{\overline{D}^2}{\overline{P}} \quad (16)$$

C. Cálculo de la SNR en función tamaño apertura

Una vez presentadas en el apartado anterior las formulaciones para poder calcular la SNR de un sistema LDA mediante la técnica diferencial Doppler, vamos a realizar el estudio de como evoluciona en función del tamaño de la apertura y del tamaño de las partículas, para los datos del sistema 2D-LDA del apartado A.

En las Figuras 3-6 representamos D^2/P en cada punto de la apertura receptora (SNRr local) (tamaño 4cm x 4cm, ángulos $\theta = 90^\circ \pm 8.4^\circ$ y $\phi = 180^\circ \pm 8.4^\circ$), para partículas esféricas de diámetro $5\mu m$, $7\mu m$, $10\mu m$ y $20\mu m$, de índice de refracción 1.5.

Podemos observar, que cada vez que la partícula tiene mayor tamaño, la distribución de la SNRr local sobre la apertura tiene mas variación. Estas variaciones de nivel, son debidas principalmente a tres motivos [5]. Primero, al nivel de intensidad dispersada por los dos haces, cuanto menor sea P_1 y P_2 , menor será D. El segundo, al efecto de intensidades no balanceadas, dónde será máxima cuando P_1 sea igual a P_2 . Y por último al efecto de polarización, dónde el producto $\sigma_1(\theta, \phi) \cdot \sigma_2^*(\theta, \phi)$, dependerá de la polarización de las ondas dispersadas.

En la Figura 7 presentamos la SNRr total integrada a la salida del fotodetector $\overline{D^2}/\overline{P}$, la señal pedestal \overline{P} , la señal Doppler \overline{D} y la relación $\overline{D}/\overline{P}$ denominada visibilidad (V), en función del radio de una apertura receptora de forma circular, de radio 4cm, para diferentes tamaños de partículas. En este caso, podemos observar que el echo de incrementar el tamaño del detector no implica necesariamente un incremento de la SNRr, ya que regiones pobres de SNRr local pueden ser incluidas, y además la fase de la señal Doppler ψ varia en cada punto de la apertura, y por consiguiente decrementar el valor integrado.

Por tanto, el tamaño óptimo de la apertura dependerá siempre del rango de tamaños de las partículas del fluido a detectar, y también de la forma del detector, aunque en este ejemplo hemos considerado siempre una forma circular.

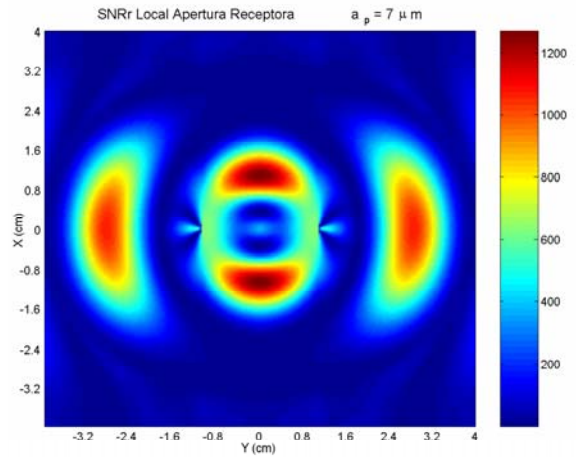


Fig. 4. SNRr local en la apertura para una partícula de $7\mu m$.

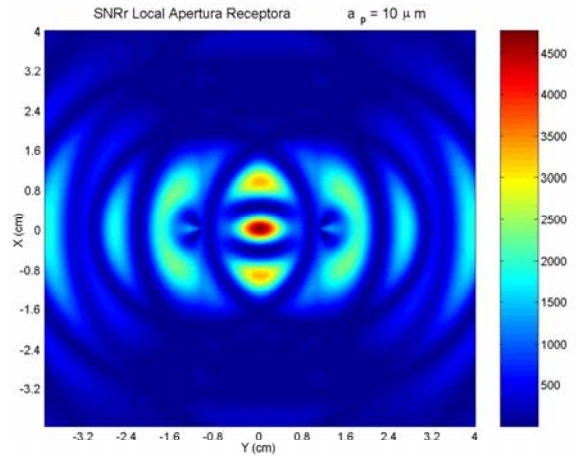


Fig. 5. SNRr local en la apertura para una partícula de $10\mu m$.

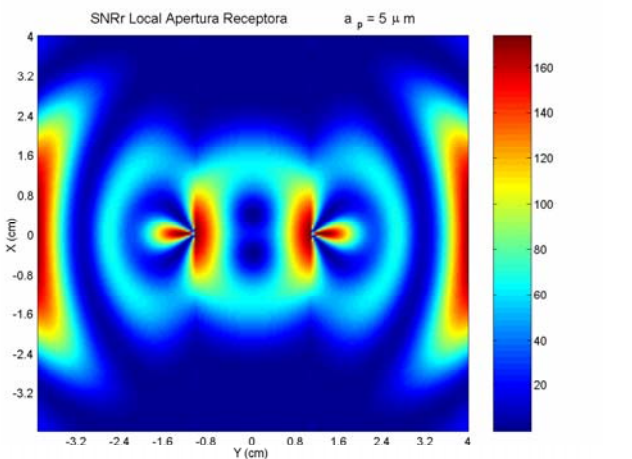


Fig. 3. SNRr local en la apertura para una partícula de $5\mu m$.

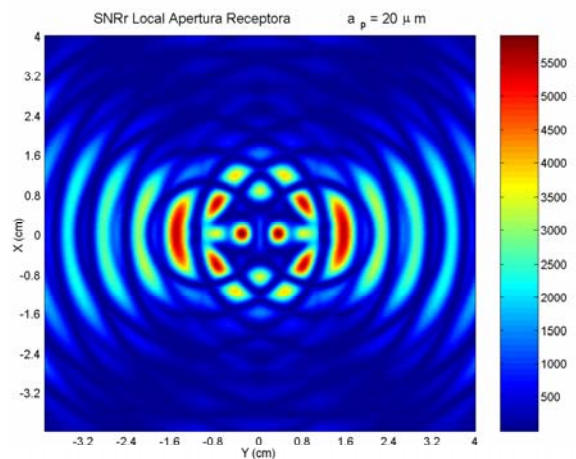


Fig. 6. SNRr local en la apertura para una partícula de $20\mu m$.

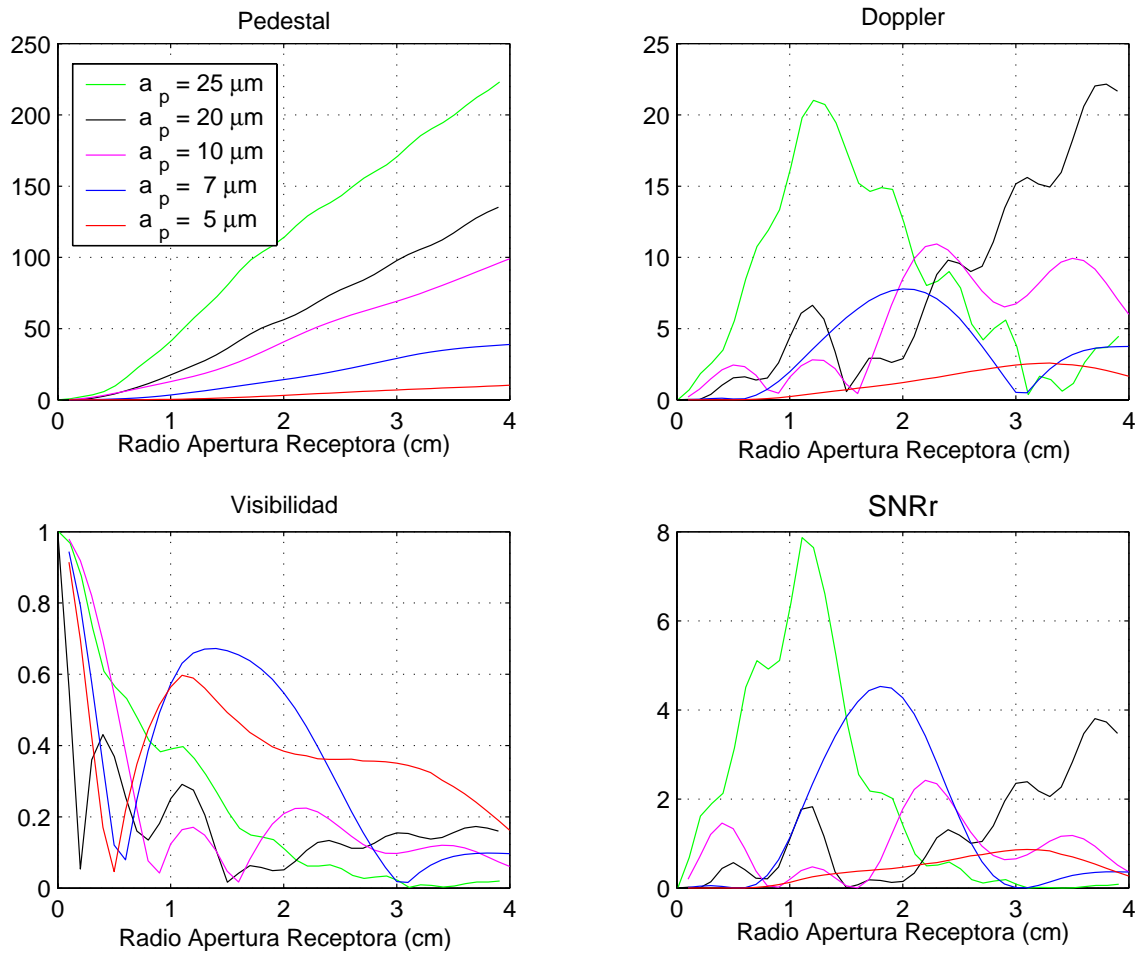


Fig. 7. Señal Pedestal \bar{P} , señal Doppler \bar{D} , visibilidad V y SNRr total a la salida del fotodetector, en función del tamaño de la apertura para partículas de diámetro $5\mu\text{m}$, $7\mu\text{m}$, $10\mu\text{m}$, $20\mu\text{m}$ y $25\mu\text{m}$.

II. CONCLUSIONES

El tamaño de la apertura receptora en un sistema LDA, va a depender de una manera decisiva del tamaño de las partículas elegidas del fluido a detectar, para obtener una SNR determinada. El nivel de la SNR a la salida del detector, tiende a incrementarse cuando la apertura aumenta, pero con oscilaciones que pueden provocar que ciertos tamaños de sembrado para una apertura dada, provoquen SNR pequeñas [5]. Hemos presentado el cálculo para un sistema LDA de una dimensión, con las especificaciones de nuestro sistema 2D-LDA en particular, de la evolución de la SNR reducida en función del tipo de partículas y del área de la apertura. A la vista de los resultados, y sabiendo que debido a las limitaciones mecánicas del sistema, la apertura o lente receptora no podrá ser mayor que la lente transmisora (Figura 1), el tamaño elegido habrá que mantener una SNR total mínima, para todo el rango de partículas elegidas. Todos los resultados ha sido obtenidos a partir del desarrollo de diferentes programas implementados en lenguaje C y Matlab, basados en las formulaciones de Adrian y Earley [5].

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al Gobierno Español que ha financiado este trabajo a través del programa CICYT PETRI 95-0249-OP, en colaboración con la empresa Monocrom S.L.

REFERENCIAS

- [1] Yeh, Y. and Cummings H. Z., *Localized fluid flow Measurements with an HeNe Laser Spectrometer*, Applied Physics Letters, 4, 176-8 (1964)
- [2] L.E. Drain, *The Laser Doppler Technique*, Addison-Wesley (1975).
- [3] David García-Vizcaino, *Anemómetro Láser Doppler para la Medida de dos Componentes de Velocidad para Aplicaciones Hidrodinámicas (2D-LDA)*, Congreso XV Simposium nacional de la Unión científica internacional de radio URSI2001. Universidad Europea CEES. Villaviciosa de Odón. Septiembre 2001.
- [4] David García-Vizcaino, Federico Dios, Jaume Recolons y Adolf Comerón, *Medidas Experimentales de la Velocidad de un Fluido con un Anemómetro Láser Doppler (2D-LDA)*, Congreso XVII Simposium nacional de la Unión científica internacional de radio URSI2003. Universidad a Coruña. A Coruña. Septiembre 2003.
- [5] Ronald J. Adrian and Walter L. Earley, *Evaluation of LDV Performance Using Mie Scattering Theory*, Proceeding of Minessota Symposium on Laser Anemometry, University of Minessota, Dept. of Conference, Minneapolis, 1976.