

## Explotación de la reversibilidad del problema $Fm|prmu|C_{max}$ para mejorar las soluciones de las heurísticas.

Ramon Companys<sup>1</sup>, Imma Ribas<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dpto. de Organización de Empresas. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona. Universidad Politécnica de Catalunya. Av. Diagonal, 647, 08028. Barcelona. ramon.companys@upc.edu , imma.ribas@upc.edu

**Keywords:** Heurísticas constructivas, flow shop de permutación, reversibilidad.

### 1. Introducción

En este trabajo se analiza la reversibilidad del flowshop cuando el objetivo es la minimización del makespan. Se restringe las soluciones a aquellas en las que la secuencia de las piezas es la misma en cada una de las máquinas, (flow shop de permutación, PFSP). Dado el carácter NP-hard del PFSP, se han propuesto diferentes heurísticas. Una de las heurísticas sencillas más eficientes es la NEH propuesta por Nawaz et al. 1983. Esta heurística consta de dos fases: la ordenación inicial de las piezas según la regla *Largest Processing Time* (LPT) seguida, como segunda fase, por la inserción iterativa de piezas en una secuencia parcial. La eficiencia de NEH ha llevado a desarrollar heurísticas similares, habitualmente modificando la primera fase. Framinan et al. (2003) estudia 176 ordenaciones diferentes y muestra que la ordenación propuesta inicialmente en la heurística NEH es la que obtiene los mejores resultados cuando se quiere minimizar el Makespan. En artículos más recientes, en cambio, (Kalczyński and Kamburowski (2008) y Dong et al. (2008)), se han propuesto criterios de desempate para la segunda fase dado que en la versión original de la heurística no se especifica ninguno. En esta comunicación, presentamos un criterio de desempate con el que obtenemos mejores resultados que utilizando los propuestos por los autores citados y utilizamos la reversibilidad del problema como herramienta para mejorar los resultados de las heurísticas. Se han diseñado cinco variantes de una heurística de dos fases similar a NEH. Las variantes difieren únicamente en el procedimiento de ordenación inicial de las piezas ya que la segunda fase es idéntica para todas ellas. Las ordenaciones elegidas son diferentes a las analizadas en Framinan et al. (2003) lo que permite actualizar las conclusiones obtenidas. El análisis de los resultados obtenidos en la experiencia computacional realizada muestra la eficiencia del procedimiento de desempate implementado y aconseja el uso de la propiedad de reversibilidad para mejorar la solución obtenida por las heurísticas.

### 2. Definición del problema

En el instante cero, hay  $n$  trabajos que deben ser procesados, en el mismo orden, en  $m$  máquinas. Cada trabajo va de la máquina 1 a la  $m$ . Sea  $p_{j,i}$  el tiempo de proceso de la pieza  $i$  en la máquina  $j$ . Se considera que los tiempos de preparación están incluidos en el tiempo de proceso. La función objetivo considerada es la minimización del makespan que equivale a la maximizar el uso de las máquinas.

## 2.1 Reversibilidad del PFSP

Dado un ejemplar I (directo) con unos tiempos de proceso  $p_{j,i}$  se puede determinar un ejemplar I' (inverso), cuyos tiempos de proceso  $p'_{j,i}$  son  $p'_{j,i} = p_{m-j+1,i}$ . Para cualquier permutación P, el valor  $C_{\max}$  en I es el mismo que el obtenido en I' con la permutación inversa P'. Por lo tanto, el  $C_{\max}$  mínimo es el mismo para I y I', y las permutaciones asociadas se deducen una de otra. En consecuencia, es indiferente resolver el ejemplar I o el I'.

## 3. Heurísticas analizadas

No es en cambio indiferente aplicar las heurísticas a I o a I', pues las soluciones suelen tener valores  $C_{\max}$  distintos. Por lo tanto, los procedimientos heurísticos simples, como pueden ser las heurísticas constructivas, pueden mejorar la solución obtenida si se aplica el procedimiento sobre el ejemplar directo y sobre el ejemplar inverso reteniendo la mejor de las dos soluciones. En este trabajo hemos analizado 5 variantes de la heurística NEH cuya diferencia radica en la ordenación inicial de las piezas. Las ordenaciones iniciales consideradas son: la original (LPT), la de Nagano and Moccellin (2002) (NM), la de Ronconi (2004) (MM), la de McCormick et al. (1989) denominada *Profile Fitting* (PF) y la de Companys (1966) (TR) denominada Trapecios. Cada una de estas variantes define una heurística que hemos designado por NEHR, NMR, MMR, PFR y TRR respectivamente. La R final indica la incorporación del procedimiento de desempate en la fase de inserción iterativa de las piezas en la secuencia parcial. A continuación se describen las 5 ordenaciones iniciales, paso 1, así como la fase de inserción, paso 2, utilizada en de todas ellas.

### 3.1. Variantes para la ordenación inicial

- LPT . Ordenar los n trabajos en orden decreciente de  $P_i = \sum_{j=1}^m p_{ji}$  ;
- NM: Para cada trabajo i calcula  $\bar{P}_i = P_i - \max_h \{BT_{hi}\}$ , siendo  $BT_{hi}$  la cota inferior del tiempo de espera para el trabajo i entre el tiempo de finalización de sus operaciones en cada máquina y el inicio de operación en la máquina siguiente, cuando el trabajo h precede inmediatamente al trabajo i (y sólo se consideran los trabajos h y i). Ordenar los n trabajos por orden decreciente  $\bar{P}_i$  ;
- MM: Colocar en la primera y en la última posición aquellas piezas con los menores tiempos de proceso, en la primera y en la última máquina respectivamente. Hacer  $k = 2$ . Seleccionar entre las piezas no colocadas aquella que proporciona el menor valor de la expresión:

$$\alpha \cdot \sum_{j=1}^m |p_{jh} - p_{j+1,h}| + (1 - \alpha) \cdot \sum_{j=1}^m p_{jh} \quad (6)$$

- donde i es la pieza candidato y h la última pieza colocada. Colocar esta pieza en k. Hacer  $k = k + 1$ . Si  $k = n$ , stop.
- En nuestra implementación  $\alpha=0.75$  como se propuso en {{303 Ronconi, D.P. 2004}}.

- PF: Colocar en la primera posición una pieza cualquiera. Hacer  $k=2$ . Seleccionar entre las piezas no colocadas aquella que proporciona el menor valor de la expresión (7):

$$\sum_{j=1}^m w_j \cdot it_j(i) \quad (7)$$

Donde  $i$  es la pieza candidato,  $w_j$  es un peso asociado a la máquina  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) y  $it_j(i)$  es el tiempo muerto en la máquina  $j$  generado por la pieza  $i$  candidata, cuando se coloca en la última posición de la secuencia parcial generada. Si hay empate entre dos piezas candidatas se da prioridad a la que minimice la expresión (8):

$$\frac{\sum_{j=1}^m it_j(i)}{\sum_{j=1}^m p_{j,i}} \quad (8)$$

En el caso de que el numerador sea nulo para ambas piezas se da preferencia a la pieza con mayor  $p(i)$ . Colocar la pieza candidata en la posición  $k$ . Hacer  $k=k+1$ . Si  $k=n+1$  stop.

Dada la inexistencia de un criterio eficiente sobre cuál es la primera pieza más adecuada se prueban sucesivamente cada una de las  $n$  piezas. De todas las permutaciones se selecciona aquella que obtiene un valor menor del tiempo muerto ponderado calculado como en (9).

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n w_j \cdot it_j(i) \quad (9)$$

En caso de empate se elige la secuencia de menor  $C_{max}$

- TR: Se calculan  $S1_i = \sum_{j=1}^m (m-j) \cdot p_{j,i}$  y  $S2_i = \sum_{j=1}^m (j-1) \cdot p_{j,i}$  y se aplica a dichos valores el algoritmo de Johnson {{284 Johnson, S.M. 1954}} para obtener una secuencia. En caso de empate se da prioridad al job con menor valor  $S1_i - S2_i$  y si subsiste el empate al de menor  $p_{1,i}$ . Esta heurística está inspirada en la idea de slope de Palmer {{275 Palmer, D.S. 1965}}.

### 3.2. Procedimiento de inserción

En la fase de inserción de la heurística NEH no se determina ningún criterio de desempate para determinar qué posición se debe elegir cuando al insertar dos piezas en posiciones distintas se obtiene el mismo Makespan. En nuestra implementación se ha considerado un procedimiento de desempate, basado en dos criterios. El primer criterio busca la minimización del tiempo muerto de las máquinas y el segundo es el propuesto por {{288 Kalczyński, Paweł J. 2008}} en la heurística NEHKK1.

En consecuencia el paso 2 queda como sigue: de acuerdo al orden establecido en el paso 1, tomar los dos primeros trabajos y programarlos de forma que se minimice el makespan parcial, considerando un ejemplar con sólo dos trabajos. A continuación, para  $k=3$  hasta  $n$ ,

insertar el  $k$ -th trabajo en una de las  $k$  posible posiciones de la secuencia parcial con el fin de minimizar el  $C_{max}$  del problema  $Fm | prmu | C_{max}$  con  $k$  trabajos. Para desempatar elegir la secuencia con menor tiempo muerto de las máquinas. Si persiste el empate utilizar el procedimiento definido en {{288 Kalczynski,Pawel J. 2008}} para NEHKK1.

#### 4. Experiencia computacional

Se ha realizado dos test. En el primer test se pretende mostrar la efectividad del procedimiento de desempate implementado en la fase de inserción de las heurísticas. En el segundo test se analiza la mejora conseguida al aplicar las heurísticas sobre el ejemplar directo e inverso conservando la mejor de ambas soluciones.

En ambos test se han utilizado los 110 ejemplares de Taillard (1993) {{316 Taillard,E. 1993}} que combinan 20, 50, 100 y 200 trabajos con 5, 10 y 20 máquinas. Todos los programas han sido implementados en Quick Basic y los experimentos se han llevado a cabo en un Pentium IV a 667Mhz y 2GB de memoria RAM.

La calidad de la solución obtenida por cada heurística se ha medido a través del índice  $I_{hi}$ , calculado como en (10), donde  $h$  indica la heurística e  $i$  el ejemplar. Este índice indica la discrepancia relativa entre la solución obtenida por el procedimiento respecto a la solución óptima o mejor solución conocida.

$$I_{hi} = \frac{Heur_{hi} - Best_i}{Best_i} \times 100 \quad (10)$$

##### 4.1. Análisis de la efectividad del procedimiento de mejora.

Para analizar la efectividad del procedimiento de desempate propuesto en la fase de inserción de la heurística NEH se ha implementado dicho procedimiento sin criterio de desempate, al que hemos llamado NEH0, con los criterio propuesto por Kalczynski and Kamburowski (2008) en la heurística NEH1 y NEHKK1 respectivamente, con el criterio propuesto por {{302 Dong,Xingye 2008}}, que hemos llamado NEHD y con el propuesto en éste trabajo NEHR. En la Tabla 1 se muestra el promedio del índice  $I_{hi}$  obtenido para cada una de las colecciones de Taillard. Se puede observar que el procedimiento aquí propuesto es el más eficaz ya que es con el que, en promedio, se obtiene mejores resultados. Observamos, también que el procedimiento propuesto en la heurística NEHkk1, que nosotros hemos utilizado como segundo criterio, también es bastante efectivo. Sin embargo, vemos que los valores obtenidos con el procedimiento de desempate propuesto en Dong et al. (2008) no son buenos ya que en promedio son peores que los obtenidos por la heurística NEH original. Cabe decir que en su artículo, estos autores, reportan valores obtenidos por la heurística NEH, sobre estas mismas colecciones que no son correctos, por lo que cabe pensar en algún error en la implementación que no fue detectado por los revisores.

**Tabla 1.** Promedio del índice  $I_{hi}$  para cada colección de Taillard y procedimiento de desempate utilizado.

	<b>NEH0</b>	<b>NEH1</b>	<b>NEHkk1</b>	<b>NEHD</b>	<b>NEHR</b>
<b>20x5</b>	3.30	2.69	2.73	2.82	<b>2.52</b>
<b>20x10</b>	4.60	4.35	<b>4.31</b>	4.59	4.32
<b>20x20</b>	3.73	3.68	<b>3.41</b>	3.61	3.54
<b>50x5</b>	0.73	0.87	0.59	1.09	<b>0.60</b>
<b>50x10</b>	5.07	5.08	4.87	5.70	<b>4.83</b>
<b>50x20</b>	6.66	6.51	6.42	6.11	<b>5.77</b>
<b>100x5</b>	0.53	0.48	0.40	0.50	<b>0.35</b>
<b>100x10</b>	2.21	2.10	<b>1.77</b>	2.22	2.08
<b>100x20</b>	5.34	<b>5.28</b>	<b>5.28</b>	5.61	5.43
<b>200x10</b>	1.26	1.19	1.16	1.24	<b>1.02</b>
<b>200x20</b>	4.42	4.42	4.25	4.58	<b>4.19</b>
<b>500x20</b>	2.06	1.98	2.03	2.26	<b>1.96</b>
<b>Promedio</b>	3.33	3.22	3.10	3.36	<b>3.05</b>

#### 4.2. Mejora obtenida a través de la propiedad de reversibilidad.

Con el segundo test se quiere probar la eficacia de utilizar la propiedad de reversibilidad como “procedimiento de mejora” a utilizar en las heurísticas constructivas. La ventaja de este tipo de heurísticas es que son fáciles de implementar por lo que suelen usarse en la industria o como solución inicial para heurísticas de mejora más complejas. Por lo tanto, parece interesante mejorar la solución obtenida manteniendo su simplicidad. En este caso la mejora propuesta se basa en aplicar la heurística sobre el ejemplar directo e inverso manteniendo la mejor de ambas soluciones. Para diferenciar cuándo aplicamos los procedimientos sobre el ejemplar directo a cuándo lo aplicamos sobre el ejemplar directo e inverso hemos añadido el nombre de la heurística un 2, de esta forma el nuevo nombre asignado a cada procedimiento es: NEHR2, NYMR2, MMER2, PFER2, TRR2. Dadas las conclusiones obtenidas en el primer test la heurísticas se han implementado añadiendo en la fase 2 el procedimiento de desempate aquí propuesto.

**Tabla 2.** Valor promedio del índice  $I_{hi}$  para cada colección de Taillard obtenido por las heurísticas sobre el ejemplar directo.

<b>Colecciones</b>	<b>NEHR</b>	<b>NYMR</b>	<b>MMR</b>	<b>PFR</b>	<b>TRR</b>
<b>Tail0001</b>	2.52	2.71	3.51	3.87	2.71
<b>Tail0011</b>	4.32	4.13	5.36	4.63	6.17
<b>Tail0021</b>	3.54	3.98	4.38	4.84	4.96
<b>Tail0031</b>	0.60	0.88	1.96	1.78	0.92
<b>Tail0041</b>	4.83	5.03	5.88	5.73	5.99
<b>Tail0051</b>	5.77	8.19	8.19	8.19	8.19
<b>Tail0061</b>	0.35	0.65	0.65	0.65	0.65
<b>Tail0071</b>	2.08	3.06	3.06	3.06	3.06

<b>Tail0081</b>	5.43	6.59	6.59	6.59	6.59
<b>Tail0091</b>	1.02	1.40	1.40	1.40	1.40
<b>Tail101</b>	4.19	5.39	5.39	5.39	5.39
<b>Promedio</b>	<b>3.15</b>	<b>3.82</b>	<b>4.22</b>	<b>4.19</b>	<b>4.18</b>

En la Tabla 2 se muestra el promedio del índice  $I_{hi}$  obtenido para cada colección de Taillard aplicando las heurísticas únicamente sobre el ejemplar directo. Observamos que la ordenación inicial según la regla LPT sigue obteniendo los mejores resultados.

En la Tabla 3, se muestran los resultados obtenidos al aplicar las heurísticas sobre el ejemplar directo e inverso manteniendo la mejor de ambas soluciones. Comparando los valores en ambas tablas observamos que la mejora que experimentan los resultados en cada heurística es considerable. La heurística NEHR2 es un 10% mejor respecto a NEHR, la NYM2 es un 7% mejor que NYMR, MMR2 un 11% mejor que MMR, PFR2 un 16% mejor que PFR y TRR un 18% mejor que TRR. Cabe notar que al aplicar el procedimiento sobre el ejemplar directo e inverso la ordenación propuesta por Nagano and Moccellini (2002) obtiene resultados ligeramente mejores que la ordenación LPT.

**Tabla 3.** Valor promedio del índice  $I_{hi}$  para cada colección de Taillard obtenido por las heurísticas sobre el ejemplar directo e inverso.

<b>Colecciones</b>	<b>NEHR2</b>	<b>NYMR2</b>	<b>MMR2</b>	<b>PFR2</b>	<b>TRR2</b>
<b>Tail0001</b>	2.33	2.37	2.91	2.97	1.77
<b>Tail0011</b>	3.87	3.15	4.63	4.45	4.29
<b>Tail0021</b>	3.29	3.42	4.08	3.75	4.39
<b>Tail0031</b>	0.47	0.71	1.50	0.91	0.52
<b>Tail0041</b>	4.35	4.63	5.61	5.26	5.45
<b>Tail0051</b>	5.56	5.68	6.34	6.74	7.14
<b>Tail0061</b>	0.34	0.32	0.85	0.42	0.41
<b>Tail0071</b>	1.68	1.73	3.01	2.83	2.43
<b>Tail0081</b>	5.08	5.00	6.06	5.99	6.38
<b>Tail0091</b>	0.94	0.91	1.85	1.53	1.09
<b>Tail101</b>	4.06	3.86	4.91	4.81	4.99
<b>Promedio</b>	<b>2.91</b>	<b>2.89</b>	<b>3.80</b>	<b>3.60</b>	<b>3.53</b>

### **Acknowledgements (Times New Roman, 12 pt bold, use ‘Agradecimientos y Referencias’ style)**

The acknowledgements and the references titles must not be numbered. The acknowledgements must be included just before the references section.

### **References (Times New Roman, 12 pt bold, use ‘Agradecimientos y Referencias’ style)**

Hayes, R.H.; Wheelwright, S.C. (1979). Link Manufacturing Process and Product Life Cycles. Harvard Business Review, Vol. 57, No. 1, pp. 133-140.

Vollmann, T.E.; Berry, W.L.; Whybark, D.C. (1997). Manufacturing Planning and Control Systems. 4<sup>th</sup> ed. Irwin / McGraw-Hill.