TREBALL DE FI DE GRAU

Grau en Estadística

Títol: Anàlisi i predicció del mercat de les criptomonedes

Autor: Ferran Pedemonte i Bernat

Director: José B. Sáez Madrid

Departament: Departament de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial

Convocatòria: 2n Semestre curs 2022 (Juny 2022)

UNIVERSITAT DE BARCELONA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Facultat de Matemàtiques i Estadística

Resum executiu

L'auge de les criptomonedes és un fet històric i que cal estudiar més enllà dels vessants tecnològic i social. Així doncs, al llarg de l'informe s'analitzarà el mercat de les criptomonedes tot emprant eines estadístiques i models econòmics. Es començarà creant un índex representatiu del mercat, i se l'analitzarà a la vegada que es va comparant amb els principals mercats borsaris. Més tard, s'utilitzaran eines de predicció per veure fins a quin punt és possible pronosticar el que passarà al mercat a curt termini tot utilitzant dades del que ha succeït en el passat tant en el mercat de les criptomonedes com en els mercats tradicionals. Per últim, es veurà si emprant diferents models d'optimització de carteres per a un inversor és preferible invertir en el mercat de forma passiva o activa, i es veurà si es pot crear alguna cartera amb una volatilitat relativament semblant als mercats tradicionals però que a la vegada tingui una elevada rendibilitat esperada, tret clau del mercat de les criptomonedes.

Paraules clau: Criptomonedes, correlacions, tests de permutació, rendibilitat, risc, volatilitat, sèries temporals, models lineals generalitzats, prediccions, cartera eficient.

Title: Analysis and prediction of the cryptocurrency market

Abstract

The rise of cryptocurrencies is a historic fact that needs to be studied beyond the technological and social sides. Therefore, the report will analyse the cryptocurrency market using statistical tools and economic models. We will start by creating a representative index, and then we will analyse it and compare it with the major stock markets. Later, prediction tools will be used to see to what extent it is possible to predict what will happen in the market in the short-term using data from what has happened in the past in both the cryptocurrency and traditional markets. Finally, we will see if using different portfolio optimization models for an investor is preferable to invest in the market passively or actively, and we will see if it is feasible to create a portfolio with a volatility relatively similar to traditional markets but that at the same time it has a high expected return, a key feature of the cryptocurrency market.

Keywords: Cryptocurrencies, correlations, permutation tests, profitability, risk, volatility, time series, generalized linear models, predictions, efficient portfolio.

Classificació AMS

62H20 – Measures of association (correlation, canonical correlation, etc.)

62G86 – Nonparametric inference and fuzziness

91B84 – Economic time series analysis

62J12 – Generalized Linear Models

91G10 – Portfolio theory

Índex

1. INTRODUCCIÓ

En aquest primer apartat del treball es farà la introducció, on es parlarà de la justificació i motivació d'aquest, dels seus objectius, de la metodologia que s'emprarà i de l'estructura que seguirà. Així doncs, comencem parlant de la justificació.

1.1 Justificació

Tal i com podem aprendre en l'article de SoFi titulat "*A brief History of the Stock Market*"[1] ja fa molts segles que existeix la borsa. Com sabem, la borsa de valors és un lloc físic o digital on els inversors poden comprar i vendre accions, en empreses que cotitzen en borsa. El preu de cada acció és impulsat per l'oferta i la demanda. Com més gent vulgui comprar accions, més alt serà el preu, i a l'invers. Els mercats de valors existeixen ara a la majoria de països, però el primer va aparèixer a l'Amsterdam del segle XVII.

La primera negociació d'accions moderna es va produir a Amsterdam quan la Dutch East India Company va començar a cotitzar. Per recaptar capital, l'empresa va decidir vendre accions i pagar dividends de les accions als inversors. Després, el 1611, es va crear la borsa d'Amsterdam. Durant molts anys, l'única activitat comercial a la borsa va ser negociar accions de Dutch East India Company. En aquest punt, altres països van començar a crear empreses similars, i la compra d'accions era la moda per als inversors. L'emoció va encegar la majoria dels inversors i van comprar qualsevol empresa que comencés a estar disponible sense investigar l'organització. Això va provocar una inestabilitat financera i, finalment, al 1720 molts inversors van tenir por i van intentar vendre totes les seves accions amb pressa. Com que l'oferta era molt superior a la demanda, els preus van caure en picat. Aquí és on molts inversors es van familiaritzar amb el terme de risc.

Són molts els treballs i els projectes que s'han fet per analitzar els actius que cotitzen en les borses tradicionals. No obstant, aquest treball es centrarà en un altre tipus d'actiu: les criptomonedes.

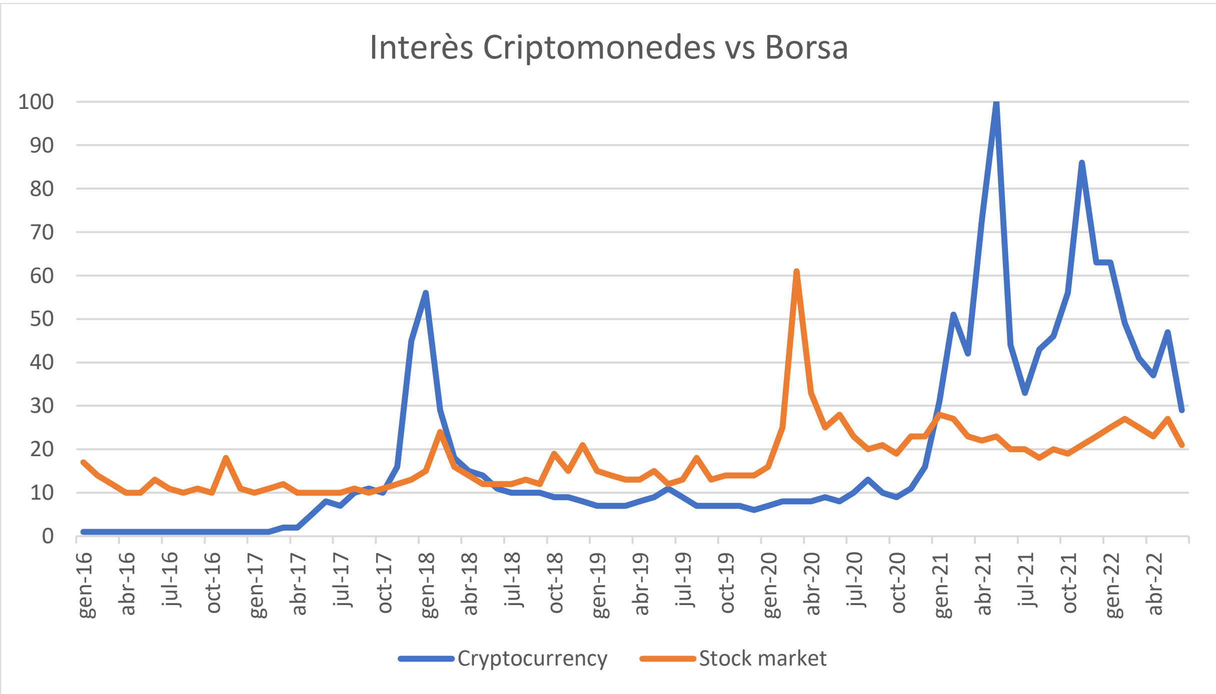
Tal i com podem veure en l'article del famós portal CryptoVantage titulat "*A Brief History of Cryptocurrency*"[2] la idea de la criptomoneda va començar a finals de la dècada de 1980. La idea era una moneda que es pogués enviar sense rastrejar i d'una manera que no requerissin entitats centralitzades (és a dir, bancs). El 1995, el criptògraf nord-americà David Chaum va implementar un moneda electrònica criptogràfica anònima anomenada Digicash. Va ser una forma primerenca de pagaments electrònics criptogràfics que requeria que el programari de l'usuari es retirés d'un banc i requeria claus xifrades específiques abans de poder ser enviat a un destinatari. Bit Gold, sovint anomenat precursor directe de Bitcoin, va ser dissenyat l'any 1998 per Nick Szabo. Es va requerir que un participant dediqués la potència de l'ordinador a resoldre trencaclosques criptogràfics, i els que van resoldre el trencaclosques van rebre la recompensa. Si s'ajunten els conceptes de Chaum i Szabo, s'obté quelcom que s'assembla a Bitcoin. Però Szabo no va poder resoldre el trencaclosques del problema de la doble despesa (les dades digitals es poden copiar i enganxar) sense l'ús d'una autoritat central, i per això no va ser fins una dècada més tard quan una persona o persones misterioses, utilitzant el pseudònim Satoshi Nakamoto, van publicar un llibre anomenat *Bitcoin - A Peer to Peer Electronic Cash System*,[3] que va començar la història de Bitcoin i les criptomonedes posteriors.

Satoshi, després de publicar el llibre mencionat en el paràgraf anterior, va començar formalment a treballar en el projecte Bitcoin el 18 d'agost de 2008, quan van comprar Bitcoin.org. La història de Bitcoin estava ara en marxa. Satoshi Nakamoto va extreure el primer bloc de la xarxa Bitcoin el 3 de gener de 2009. Aquest primer bloc de 50 Bitcoins es coneix ara com el Bloc Genesis. Bitcoin gairebé no va tenir cap valor durant els primers mesos de la seva existència. Sis mesos després de començar a negociar-se l'abril de 2010, el valor d'un Bitcoin era inferior a 14 cèntims.

Tot i que encara no valia gaire, Bitcoin estava demostrant que tenia un valor real. El febrer de 2011 va pujar a 1,06 dòlars abans de tornar a baixar a 87 cèntims aproximadament. A la primavera, en part a causa d'una història de Forbes sobre la nova "moneda criptogràfica", el preu es va disparar. Des de principis d'abril fins a finals de maig, el cost d'un Bitcoin va passar de 86 cèntims a 8,89 dòlars.

Així doncs, ja veiem que el comportament inicial de la primera criptomoneda té certs paral·lelismes amb el de la borsa de valors. En els darrers anys és evident que l'interès de la població mundial en les criptomonedes ha crescut molt, arribant fins a límits insospitats. De fet, tal i com veiem en el següent gràfic, des del gener del 2021 que hi ha més interès a nivell mundial en les criptomonedes que en la borsa, tot i que la quantitat de diners que mouen és molt diferent.

Gràfic 1.1: Evolució del Crypto-15 Índex entre l'1 de febrer del 2019 i el 28 de febrer del 2022



Aquestes dades s’han tret del portal de Google Trends.[4] Com el seu nom indica, Google Trends és una eina que, en base a les dades registrades al motor de cerca de Google, mostra de manera dinàmica i gràfica la freqüència de temes i termes de cerca dels usuaris en determinat lapse de temps o regió del món. Per dir-ho d’una altra manera, mesura la popularitat de cert tema en un període concret i en un lloc específic i fins i tot en determinada plataforma. Així doncs, veiem que a nivell mundial l’interès que es té sobre les criptomonedes és major que el que hi ha per la borsa.

Per tant, la justificació del treball és clara: emprar les eines adquirides al llarg del grau d’Estadística per tal de fer anàlisi i predicció del mercat de les criptomonedes. Queda clar que és un tema de molta actualitat, i que s’aplicaran alguna de les eines típiques en l’anàlisi de mercats borsaris i alguna més nova. Gràcies a això s’intentarà complir uns objectius que es definiran en el següent apartat.

1.2 Objectius

Un cop s’ha reflexionat sobre la justificació i motivació del treball, en aquest apartat es discutiran els diferents objectius del TFG. El treball no només té un únic objectiu, sinó que en té diferents que es descriuran a continuació:

1. El primer objectiu és el de crear un índex de criptomonedes que sigui representatiu del mercat i que sigui complementari als que ja existeixen. Gràcies a aquest índexs es podrà procedir a complir els altres objectius que es veuen a continuació.
2. A partir de l’índex creat, intentar veure quina correlació existeix entre els diferents mercats borsaris i el mercat de les criptomonedes. Així doncs, s’intentarà avaluar fins a quin punt el mercat de les criptomonedes és independent o no del que passa als principals parquets tradicionals.
3. S’intentarà avaluar i analitzar tant la rendibilitat com el risc del mercat de les criptomonedes en comparació del mercat borsari tradicional. Així doncs, es treballarà amb les dues característiques principals que es tenen en compte a l’hora de fer una inversió, rendibilitat i risc, per tal de veure diferències entre els mercats borsaris i el de criptomonedes.
4. El quart objectiu és el de crear un model de predicció a curt termini per el mercat de les criptomonedes. Entenent que l’índex que es crearà és un bon representant de la totalitat del mercat, s’utilitzaran diferents eines estadístiques per predir la rendibilitat del mercat de criptomonedes mitjançant el que ha passat en dies anteriors.
5. El darrer objectiu serà el de crear diferents carteres eficients utilitzant només actius del mercat de les criptomonedes. Així doncs, es compararan aquestes carteres eficients amb el global del mercat representat per l’índex creat per veure i avaluar si en el mercat de les criptomonedes és més adient practicar una gestió activa o una gestió passiva.

Així, veiem clarament que no només existeix un objectiu per al treball, però que tots ells estan sensiblement relacionats. A més, veiem que gràcies a definir aquests objectius sembla relativament senzill crear un relat i veure els passos que s’hauran d’anar fent en cada moment. Veiem que aquests objectius no són, doncs, un llistat que s’ha fet sense tenir en compte la resta d’objectius, sinó que s’han establert pensant en que el treball ha de tenir un ordre lògic i seguir determinats passos sense els quals el treball deixaria de tenir coherència. En el següent apartat es discutirà les diferents metodologies que s'empraran per tal d'assolir els objectius prèviament descrits.

1.3 Metodologia

Per la realització d'aquest treball s'ha hagut d'implementar els coneixements adquirits al llarg de tot el grau d'estadística, però en concret de les assignatures que es discutiran a continuació.

La majoria del treball es realitzarà amb el software estadístic de l'R. Com sabem, R és un llenguatge de programació per a la computació estadística i de gràfics amb el suport de l'equip principal de R i la Fundació R per a la computació estadística. Creat pels estadístics Ross Ihaka i Robert Gentleman, R s'utilitza entre els miners de dades, els bioinformàtics i els estadístics per a l'anàlisi de dades i el desenvolupament de programari estadístic. Els usuaris han creat paquets per augmentar les funcions del llenguatge R. Així doncs, en les assignatures del grau que més s'ha tractat aquest programa són en "Introducció a la Informàtica", "Programació" i "Software Estadístic", amb la qual cosa han sigut necessaris els coneixements adquirits en aquestes tres assignatures per a realitzar el treball.

Veurem que un dels primers apartats del treball és la creació de l'índex de criptomonedes. La primera assignatura on vam parlar de com es creava un índex fou "Estadística Descriptiva". En aquesta assignatura també vam aprendre eines estadístiques bàsiques com el càlcul de mitjanes, desviacions típiques o coeficients de correlació de Pearson que també s'empraran al llarg del treball.

Dins de l'apartat d'anàlisi de l'índex veurem subapartats on es fan testos de correlació per dictaminar si determinades correlacions són significativament diferents de 0 o no. Aquests testos no paramètrics es van desenvolupar principalment a l'assignatura "Mètodes no Paramètrics i de Remostreig", així que aquesta assignatura també es veu clarament implicada en el treball.

A continuació trobarem l'anàlisi de la rendibilitat i del risc de l'índex de criptomonedes envers els índexs borsaris tradicionals. Per fer-ho, veurem que utilitzem diferents mesures tant per la rendibilitat com el risc, i aquestes mesures s'han adquirit principalment a l'assignatura optativa d'"Optimització Financera". A més, en aquesta assignatura també s'ha tractat els índexs borsaris (aplicat en l'apartat 2) i la creació de carteres eficients en els models de Markowitz i Tobin.

Més endavant es farà un anàlisi de la volatilitat condicional de l'índex tot emprant models vistos tant en les assignatures de "Anàlisi de Sèries Temporals" com en la de "Mètodes Estadístics per a finances i Assegurances". A més, en questa darrera assignatura també es va tractar en la part de finances de construir carteres eficients seguint el model de Markowitz amb l'R.

Per últim, veiem que també es farà un apartat de model lineal per tal de predir el comportament de l'índex a partir d'una sèrie de dades de dies anteriors. En aquest apartat s'aplicaran coneixements adquirits tant en l'assignatura de "Models lineals" com en la de "Models lineals generalitzats".

1.4 Estructura del treball

En aquest darrer subapartat d'introducció s'explicarà els diferents punts amb els quals comptarà aquest informe. Més enllà d'aquest apartat d'introducció, el treball consta de 6 grans seccions les quals descriurem a continuació.

En primer lloc, es crearà l'índex de criptomonedes en l'apartat que veiem com a punt 2. En aquest apartat es descriurà que és un índex i se'n presentaran alguns de representatius. A més, veurem els índexs de criptomonedes ja existents. Un cop tinguem aquesta informació ja es podrà començar a crear l'índex, partint d'unes bases que es descriuran al peu de la lletra. Per últim, es presentaran uns resultats inicials de l'índex per a un període determinat.

En segon lloc, s'analitzarà aquest índex. Per fer-ho, primer es faran correlacions entre aquest índexs i les principals criptomonedes que el formen per tal de veure amb quina està més relacionada i amb quina ho està menys. A continuació, s'intentarà veure fins a quin punt el mercat de les criptomonedes està relacionat amb els mercats borsaris. En aquest sentit, també s'intentarà veure com de correlacionat està l'índex de criptomonedes creat amb els ja existents. Per últim, s'analitzarà l'índex en termes de rendibilitat i risc envers els índexs borsaris principals.

En tercer lloc es farà un anàlisi de volatilitat de l'índex. Així doncs, s'ajustarà un model de volatilitat condicional que permetrà expressar la volatilitat present de l'índex en funció de la volatilitat passada. Es compararà els resultats del model aplicant-ho a l'índex de criptomonedes creat amb el resultat aplicant-lo a diferents índexs borsaris.

En quart lloc, es desenvoluparà un model lineal amb la voluntat de predir una rendibilitat futura de l'índex de criptomonedes com a representant de la totalitat del mercat. Així, mitjançant dades del que ha passat en jornades anteriors en els diferents índexs borsaris i en el propi índex de criptomonedes creat es pretendrà predir la rendibilitat futura del mercat de les criptomonedes.

En cinquè lloc, podrem trobar la creació de diferents carteres eficients utilitzant els models de Markowitz i de Tobin i els diferents actius del mercat de criptomonedes. Analitzarem les diferències de les carteres eficients amb la de l'índex creat per tal d'avaluar fins a quin punt és més interessant per un inversor aplicar mètodes de gestió activa o de gestió passiva.

En sisè lloc, trobarem l'apartat de conclusions. En aquest apartat veurem conclusions dels diferents apartats vistos fins ara, i es donarà resposta als principals objectius que es relataven anteriorment.

Per últim, trobarem els apartats de bibliografia i l'annex. En la bibliografia el lector podrà veure les diferents fonts d'informació que s'han utilitzat al llarg del treball, mentre que en l'annex es podrà veure tot el codi d'R que ha estat necessari per a desenvolupar els diferents càlculs i models que s'han emprat al llarg de l'informe.

2. CREACIÓ DEL ÍNDEX DE CRIPTOMONEDES

En aquest capítol del treball es realitzarà la creació del índex de criptomonedes. Per fer-ho, primer caldrà presentar que és un índex i quins són els índex borsaris mes famosos i que es prendran com a referència. A continuació, es presentaran les criptomonedes i s'explicarà perquè són tan importants avui en dia. En un tercer apartat es parlarà d'algun índex de criptodivises semblant al que es crearà per veure que ja hi ha certa experiència en aquest camp. Seguidament, s'explicaran les bases i normes de l'índex, a la vegada que es farà referència de les criptomonedes que entraran a l'índex i amb quin pes ho farà cadascuna. Per últim, es presentarà el resultat de l'índex per veure com ha sigut la seva evolució en els últims anys.

2.1 Introducció: Que és un índex?

Abans de procedir a crear un índex, cal tenir molt clar què és un índex i perquè es fan servir en finances. Segons el portal Web Investopedia[5], un índex és un mètode per fer un seguiment de les cotitzacions d'un grup d'actius de manera estandarditzada. Els índexs solen mesurar els preus d'una cistella de valors destinada a replicar una determinada àrea del mercat. Aquests poden ser un índex de base àmplia que capta bona part del mercat, com l'índex Standard & Poor's 500 o el Ibex-35, o més especialitzats, com ara índexs que fan el seguiment d'una indústria o segment concret.

També es creen índexs per mesurar altres dades financeres o econòmiques, com ara els tipus d'interès, la inflació o la producció manufacturera. Els índexs solen servir com a punts de referència per avaluar el rendiment d'una cartera. Una estratègia d'inversió popular, coneguda com a indexació, és intentar replicar aquest índex d'una manera passiva en lloc d'intentar superar-lo. A continuació, presentem índex borsaris rellevants, per tal d'entendre millor el que són i perquè els utilitzarem més endavant a mode de comparació.

IBEX-35

L'índex Ibex 35 (Iberia index) és l'índex borsari de referència d'àmbit espanyol i inclou les 35 empreses més importants d'Espanya[6]. Està elaborat per la societat Bolsas y Mercados Españoles (BME). El seu seguiment proporciona una idea de l'evolució de la borsa espanyola en un període determinat. L'entrada o sortida de valors en la seva composició és revisada per uns criteris específics segons un Comitè Assessor Tècnic (CAT), un grup d'experts que s'encarrega de decidir qui es mereix un lloc en l'índex i qui no, revisant-se cada 6 mesos, sent l'1 de gener i l'1 de juliol de cada any les dates de revisió i possible modificació. És important mencionar que perquè un valor formi part de l'Ibex 35 és necessari que la seva capitalització mitjana sigui superior al 0,30 per cent de la de l'Ibex 35 en el període analitzat i que aquest valor hagi estat contractat almenys en la tercera part de les sessions d'aquest període. És important saber que per fer el càlcul s'utilitza el mètode de ponderació per valor, on les empreses amb major capitalització borsària tindran major pes en l'índex. De fet, la fórmula amb la qual es calcula és la següent:

$$I_t = I_{t-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{35} Cap_i(t)}{\sum_{i=1}^{35} Cap_i(t-1) \pm J}$$

En aquest cas, I_t és el valor del índex en l'instant t, I_{t-1} és el valor de l'índex en l'instant t-1, $Cap_i(t)$ és la capitalització borsària de l'empresa i (de les 35) en el moment t, $Cap_i(t-1)$ és la capitalització borsària de l'empresa i (de les 35) en el moment t-1 i J és la quantitat utilitzada per a ajustar el valor de l'índex per ampliacions de capital o d'altres modificacions. És important mencionar que l'Ébex-35 no té en compte els dividends, i que existeix un altre índex anomenat Ibex-35 dividends que sí que els inclou.

S&P 500

L'índex Standard & Poor's 500 (oficialment Standard & Poor's 500 Index) també conegut com a S&P 500 és un dels índexs borsaris més importants dels Estats Units i inclou les 500 empreses més grans del país. Es pondera d'acord amb la capitalització de mercat de cada una de les empreses, com l'índex anterior. El S&P 500 és elaborat per l'agència de qualificació de risc d'accions i bons Standard & Poor's i és considerat l'índex més representatiu de la situació real del mercat. A 30 de setembre de 2021, les nou empreses més grans de la llista d'empreses de l'S&P 500 representaven el 28,1% de la capitalització borsària de l'índex i eren, per ordre de ponderació, Apple, Microsoft, Alphabet (incloent les accions de classe A i C), Amazon.com, Meta Platforms, Tesla, Nvidia, Berkshire Hathaway i JPMorgan Chase. En aquest cas, la fórmula de càlcul és molt semblant a la presentada anteriorment, doncs com dèiem també es pondera pel valor de la companyia.

Dow Jones

El Dow Jones Industrial Average (DJIA) és un índex del mercat de valors ponderat pel preu de 30 empreses destacades que cotitzen a les borses dels Estats Units. Tot i que el DJIA és un dels índexs de renda variable més antics i més seguits, molts professionals consideren que el Dow Jones és una representació inadequada del mercat de valors dels Estats Units en comparació amb índexs de mercat més amplis com l'S&P 500 que acabem d'explicar o l'índex Russell 2000. El DJIA només inclou 30 grans empreses i és un índex ponderat pel preu, a diferència dels índexs de valors que havíem presentat en els paràgrafs anteriors. Així doncs, el valor de l'índex és la suma dels preus de les accions de les empreses incloses en l'índex, dividida per un factor que actualment és (a novembre de 2021) aproximadament 0,152. El factor es modifica cada vegada que una empresa integrant se sotmet a un *Split o contrasplit* de manera que el valor de l'índex no es vegi afectat per la divisió d'accions. En aquest cas, doncs, una empresa amb menor capitalització borsària que una altre pot tenir més pes en l'índex. De fet, a data 9 de Febrer del 2022, l'empresa amb major pes en l'índex és United Health Group Incorporated, amb una ponderació propera al 9,5%, i té una capitalització borsària propera als 450.000 milions de dòlars americans. Apple, en canvi, té més de 5 vegades la capitalització borsària de United Health (2.600.000 milions de dòlars) i només pesa un 3,2% en l'índex.[7]

DAX

El DAX és un índex borsari format per les 40 principals empreses alemanyes que cotitzen a la Borsa de Frankfurt. És un índex de preus total. Els preus es prenen del centre de negociació de Xetra. Segons Deutsche Börse, l'operador de Xetra, DAX mesura les cotitzacions de les 40 empreses alemanyes més grans de Prime Standard en termes de volum de cartera de comandes i capitalització de mercat. A causa de la seva selecció d'empreses petites, no representa necessàriament la vitalitat de l'economia alemanya en el seu conjunt. No obstant, el seu mètode de càlcul també és mitjançant la ponderació de les empreses per la seva capitalització de mercat, tal i com feien el Ibex-35 i el S&P 500.

NIKKEI 225

El Nikkei 225 és un índex de borsa que avalua les cotitzacions de la Borsa de Tòquio (TSE). El diari Nihon Keizai Shimbun (El Nikkei) la calcula diàriament des de l'any 1950. És un índex ponderat per preus, que opera en el ien japonès (JP¥), i els seus components es revisen un cop l'any. El Nikkei mesura el rendiment de 225 grans empreses al Japó d'una àmplia gamma de sectors industrials. Així doncs, el seu mètode de càlcul és semblant al Dow Jones, on empreses més petites en quant a capitalització de mercat poden tenir més pes en l'índex que d'altres més grans.

EURO STOXX 50

L'EURO STOXX 50 és un índex d'accions de la zona euro dissenyat per STOXX, un proveïdor d'índexs propietat de Deutsche Börse Group. Segons STOXX, el seu objectiu és "oferir una representació de primer nivell dels líders del supersector a la zona euro". Està format per cinquanta de les empreses més grans i líquides del vell continent. És important saber també que els futurs i les opcions de l'índex de l'EURO STOXX 50, negociats a Eurex, es troben entre els productes més líquids d'Europa i del món. El seu mètode de càlcul és el de ponderació per capitalització de mercat.

Així doncs, ja hem presentat 6 índex diferents i ara ja sabem millor el que signifiquen. Altres índex que s'utilitzaran en el treball són el Footsie, Bovespa, Hang Seng, S&P Merval i BSE SENSEX, que són els índex de referència dels mercats del Regne Unit, del Brasil, de la Xina, d'Argentina i de l'Índia respectivament.

2.2 Criptomonedes: Que són?

Un cop ja hem presentat que és un índex, cal presentar que són exactament les criptomonedes. Aquí ens podríem posar molt tècnics, però l'objecte del treball no és explicar d'on sorgeixen i perquè serveixen, sinó que és poder-ne analitzar el seu comportament des d'un punt de vista econòmic. Segons Investopedia[8], una criptomoneda o criptodivisa (de l'anglès *cryptocurrency*) és un mitjà digital d'intercanvi basat en una cadena de blocs. La primera criptomoneda que va començar a operar va ser Bitcoin (BTC) el 2009, i des de llavors n'han aparegut moltes altres, amb diferents característiques. Han aparegut ja milers de criptomonedes amb diferents especificacions, però la majoria d'elles són similars o derivades de la primera que ha estat totalment implementada, el Bitcoin. El que és important mencionar aquí és el comerç de criptomoneda. El comerç de criptomoneda és l'acte d'especular amb els moviments de preus de criptomoneda mitjançant un compte de negociació de CFD o comprar i vendre les monedes subjacents mitjançant un intercanvi.

Segons un famós article de El Economista de Vicente Nieves de data 9 de febrer del 2021[9] existeixen cinc grans riscs al invertir en criptomonedes.

- Formació de preus: els preus de les criptomonedes es formen en absència de mecanismes eficaços que impedeixin la seva manipulació, com els presents als mercats regulats de valors. A més, afirma que moltes vegades els preus es formen també sense informació pública que els doni suport.
- Liquidesa: moltes d'aquestes criptomonedes es poden veure sense la liquiditat necessària per poder desfer una inversió sense patir pèrdues significatives, especialment perquè la seva circulació entre inversors, tant minoristes com professionals, és molt limitada.
- Ús com a mitjà de pagament: malgrat que existeixen des de fa més d'una dècada, l'acceptació de les criptomonedes com a mitjà de pagament és encara molt limitada, cosa que contrasta amb molts altres desenvolupaments digitals que han tingut una acceptació generalitzada en molt menys temps .
- Problemes derivats del caràcter transfronterer: en moltes ocasions, els diferents actors implicats en l'emissió, custòdia i comercialització de criptoactius no es troben localitzats a Espanya o, en alguns casos, fins i tot, no és possible la seva localització, per la qual cosa la resolució de qualsevol conflicte podria resultar costosa i quedar fora de l'àmbit de competència de les autoritats espanyoles.
- Robatori, estafa o pèrdua: la tecnologia de registres distribuïts utilitzada per a l'emissió de les criptomonedes comporta riscos específics. La seva custòdia no està regulada ni supervisada. La pèrdua o robatori de les claus privades pot suposar la pèrdua de les criptomonedes, sense possibilitat de recuperar-les. Aquest risc ha de ser valorat abans d'adquirir aquests actius, tant si es gestiona personalment el moneder, com si la custòdia es deixa en mans de tercers.

Així doncs, queda clar que el tema del comerç de criptomonedes és un tema de molta actualitat, tal i com es relatava també a l'apartat de justificació del treball amb l'eina del Google Trends. Amb la creació de l'índex un dels objectius serà veure com es comporten en general les criptomonedes enfront dels mercats borsaris més tradicionals, i intentar observar les diferències més significatives. Intentarem veure, també, si mitjançant mesures estadístiques podem afirmar que invertir en criptomonedes és molt més arriscat que invertir en el mercat borsari tradicional o no.

2.3 Índexs de Criptomonedes existent

Actualment ja existeixen molts índex que intenten avaluar el desenvolupament en conjunt de les criptomonedes. Per exemple, l'entitat S&P en té més de 10, tal i com podem veure en la seva pàgina web oficial. No obstant, en aquest apartat n'estudiarem bàsicament 2 que són molt utilitzats per els inversors i que es poden utilitzar com a referència. Tanmateix, com comentem, n'hi ha centenars, cadascun amb les seves peculiaritats.

2.3.1 Crypto 10 Index

L'índex Crypto10, també conegut com a índex B10, va ser creat per una empresa anomenada BITA.[10] Representa les cotitzacions de les 10 criptomonedes més grans del mercat, en funció de la capitalització borsària. Seguint aquest índex, els inversors globals poden mesurar ràpidament la rendibilitat i el sentiment del mercat global de criptomoneda. L'índex BITA10 10 va ser introduït per primera vegada el 20 de setembre de 2018 per BITA, una empresa de tecnologia Fintech amb seu a Alemanya que és responsable de proporcionar índexs, dades i infraestructura de grau empresarial a les institucions que operen en l'espai d'inversió. L'índex Crypto10 es calcula en dòlars dels EUA (USD) i es calcula diàriament, sense excepcions. Aquest càlcul es fa entre les 00:00 i les 23:00 UTC. L'índex B10 es va llançar amb un valor de referència estandarditzat de 5.000 punts i des de llavors el seu valor ha reflectit l'evolució del mercat global de criptomoneda.

A data Febrer del 2021 la composició del índex en funció del seu pes era la següent:

Taula 2.1: Pes de les Criptomonedes en el Crypto 10 Index

Número	Criptomoneda	Pes
1	Bitcoin	26,46%
2	Ethereum	23,61%
3	Polkadot	15,13%
4	Binance Coin	11,05%
5	ChainLink	6,70%
6	Litecoin	6,63%
7	Bitcoin Cash	6,14%
8	EOS	2,18%
9	Bitcoin SV	2,11%

Així doncs, durant el mes de Febrer del 2021 només tenia nou criptomonedes incloses, tot i que cal recordar que l'índex en pot tenir fins a 10 i que les criptomonedes que hi entren o hi surten es revisen trimestralment.

2.3.2 Índex Crypto Populares de CMC Markets

L'Índex Crypto Populars de CMC Markets reflecteix el comportament de 5 grans criptomonedes.[11] Aquest índex és revisat trimestralment pel Grup de Revisió de l'Índex. L'Índex fou creat amb un nivell base de 3.000 a 31 de desembre de 2018. En aquest cas, la taula de ponderacions del índex en el moment de la creació fou el següent:

Taula 2.2: Pes de les Criptomonedes en l'Índex Crypto Populares de CMC Markets

Número	Criptomoneda	Pes
1	Bitcoin	40,00%
2	Ethereum	24,56%
3	XRP	25,44%
4	Bitcoin cash	5,00%
5	Litecoin	5,00%

Així doncs, en aquest cas és cert que les criptomonedes amb més capitalització tenen més pes, però no és quelcom totalment proporcional.

2.4 Bases del índex

En aquest nou subapartat es definirà com serà l'índex creat per nosaltres, i quines normes seguirà. Per fer-ho, en primer lloc es redactaran les normes generals que seguirà l'índex. En segon lloc, es discutirà sobre quines monedes s'inclouran i amb quin pes i, per últim, s'explicarà el mètode de càlcul.

Ara bé, abans de començar a discutir el que acabem de dir, és pertinent mencionar per què es crearà aquest índex. A diferència dels índexs ja existents, aquest índexs ponderarà perfectament la capitalització de mercat que tingui la criptomoneda en cada moment, i no seguirà criteris arbitraris com en els índexs anteriors. A més, com veurem a continuació, el nostre índex exigirà que les monedes que hi formen part han de portar existint com a mínim des del 1 de gener del 2019, i això farà que no inclogui criptomonedes que apareixen i desapareixen contínuament. Així doncs, creiem que aquest índex serà capaç de representar millor el comportament del mercat de les criptomonedes, també perquè no tindrà al darrera cap empresa que pugui tenir segones intencions en quant als criteris que segueix per a construir l'índex.

2.4.1 Normes generals

En primer lloc, cal mencionar que l'índex s'anomenarà Crypto-15 Índex ja que, com parlarem després, comptarà amb un total de 15 criptomonedes.

Pel preu de les criptomonedes s'agafarà el seu valor en dòlars americans. Aquesta informació s'extraurà del portal *Yahoo Finance*[12] emprant la funció del R *getSymbols* de la llibreria *quantmod*.

El càlcul de l'índex es farà des del 1 de gener del 2019. No es podrà fer abans ja que alguna de les monedes incloses en l'índex encara no existien i no seria coherent. A més, cal mencionar que el càlcul es farà a diari, i tindrà en compte el preu de tancament. Com que el mercat de les criptodivises no tanca com el de la borsa, cal dir que per preu de tancament es té en compte el preu de les 12 de la nit del dia en qüestió, on la franja horària és la de Nova York (EST).

El dia 1 de gener del 2019 el índex tindrà un valor base de 1000 unitats, i a partir d'aquí anirà evolucionant de forma que ho facin les criptomonedes incloses.

2.4.2 Criptomonedes incloses

L'objectiu de l'índex Crypto-15 és entendre i explicar el comportament de les principals criptomonedes. Així doncs, les criptomonedes incloses són aquelles que tenen una major capitalització de mercat. Per capitalització de mercat entenem el nombre d'unitats en circulació multiplicat pel seu preu, en dòlars. Així doncs, en la següent taula podem veure les criptomonedes que han estat incloses:

Taula 2.3: Taula de les 34 Criptomonedes amb més capitalització de mercat (a data de 12 de març del 2022)

#	Criptomoneda	Preu (12/3)	Market Cap ($)	Unitats en circulació	Inclosa en l'índex?
1	Bitcoin	39129,94	742,739B	18,981M	Sí
2	Ethereum	2592,85	310,964B	119,931M	Sí
3	Tether	10002	80,076B	80,063B	Sí
4	Binance Coin	377,38	62,312B	165,117M	Sí
5	USD Coin	10001	52,392B	52,386B	Sí
6	XRP	0,790398	37,976B	48,046B	Sí
7	Terra	89,73	33,578B	374,209M	No, informació des del 19/07/19
8	Cardano	0,796321	26,826B	33,687B	Sí
9	Solana	81,99	26,479B	322,953M	No, informació des del 6/04/20
10	HEX	0,12563	21,786B	173,411B	No, informació des del 16/12/19
11	Avalanche	72,07	19,187B	266,231M	No, informació des del 13/07/20
12	Polkadot	18,44	18,206B	987,579M	No, informació des del 17/08/20
13	Binance	10007	18,021B	18,008B	No, informació des del 16/09/19
14	Dogecoin	0,116216	15,418B	132,671B	Sí
15	TerraUSD	10029	14,542B	14,501B	No, informació des del 23/11/20
16	SHIBA INU	0,000022	12,281B	549,063T	No, informació des del 27/07/20
17	Polygon	14146	10,842B	7,665B	No, informació des del 22/04/19
18	Wrapped Bitcoin	39084,43	10,663B	272824	No, informació des del 28/01/19
19	Dai	10004	9,841B	9,837B	No, informació des del 18/11/19
20	Crypto.com Coin	0,386452	9,763B	25,263B	Sí
21	Cosmos	27,56	7,891B	286,37M	No, informació des del11/03/19
22	Litecoin	105,26	7,35B	69,827M	Sí
23	NEAR Protocol	10,48	6,772B	646,436M	No, informació des del 14/10/20
24	Chainlink	13,28	6,203B	467,01M	Sí
25	TRON	0,059971	6,1B	101,716B	Sí
26	Wrapped TRON	0,059886	6,091B	101,716B	No, informació des del 12/03/22
27	Uniswap	85767	5,894B	687,243M	No, informació des del 14/09/20
28	FTX Token	41,24	5,674B	137,578M	No, informació des del 29/07/19
29	UNUS SED LEO	58274	5,559B	953,954M	No, informació des del 20/05/19
30	Bitcoin Cash	291,42	5,539B	19,006M	Sí
31	Lido stETH	2584,67	5,206B	2,014M	No, informació des del 23/12/20
32	Algorand	0,712882	4,724B	6,627B	No, informació des del 17/06/19

33	Stellar	0,184126	4,527B	24,588B	Sí
34	Decentraland	23354	4,299B	1,841B	Sí

Font: Yahoo FInance, Consultat el 12 de març del 2022

En aquesta taula veiem que l'índex inclou 15 de les 34 monedes amb una major capitalització de mercat a data 12/03/2022. Així doncs, veiem que les altres 19 no han pogut ser incloses ja que no tenim informació total des del 1 de gener del 2019, requisit imprescindible per entrar en l'índex. En aquesta taula veiem la unitat "B" que cal dir que són els bilions nord-americans (1B = 1.000M) i no europeus.

Així doncs, s'ha prioritzat l'antiguitat a la capitalització de mercat de la criptomoneda ja que estem en un context on les criptomonedes apareixen i desapareixen de forma diària, i el fet de tenir certa antiguitat implica ser acceptada i reconeguda pels diferents agents del mercat. Per tant, aquest fet dona més validesa a l'índex creat.

2.4.3 Mètode de càlcul

El Crypto-15 Índex utilitzarà el mètode de ponderació per valor, cosa que implica que les monedes amb major capitalització tindran més pes. És cert que també es podria elaborar un índex emprant el mètode de ponderació per preu, però el que succeeix és que els preus de les criptomonedes varien molt en quant a ordres de magnitud (algunes valen cèntims de dòlar, d'altres desenes de milers) amb la qual cosa dificultaria molt la feina d'homogeneïtzació, i sembla més coherent i més real amb el mercat el fer-ho ponderant per valor.

Així doncs, la fórmula que s'utilitzarà per calcular el valor de l'índex en l'instant t serà la següent:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^{15} P_i(t) \cdot K_i}{\sum_{i=1}^{15} P_i(0) \cdot K_i} \cdot 1000$$

En aquest cas, $P_i(t)$ és el preu de la criptomoneda i en l'instant t, K_i representa les unitats en circulació de la moneda i, $P_i(0)$ representa el preu de la criptomoneda i a l'instant 0 (dia de l'inici de l'índex, 1 de gener del 2019) i els 1000 són els punts base. Així doncs, queda clar que el denominador de l'índex és sempre constant i equival a la capitalització de mercat de les 15 criptomonedes mencionades a dia 1 de gener del 2019. Per més informació sobre el càlcul de l'índex es pot consultar el codi que s'ha emprat d'R a l'annex.

Si calculem el denominador amb l'R, el resultat és el següent: 256.153.264.153$. És a dir, més de 256.153 milions de dòlars. Per calcular el valor de l'índex del dia 2 de gener del 2019, calculem el valor de la capitalització d'aquell dia i ens resulta en: 261.478.013.110$. Així doncs, per trobar el valor de l'índex en el segon dia de l'any 2019 dividim aquest valor entre l'anteriorment mencionat i el multipliquem per 1000, sent el resultat de 1020,787. Així doncs, aquí ja veuríem que durant aquell dia l'índex ha pujat un 2,08%, que implica que el mercat de criptomonedes ha crescut en aquest percentatge.

Quelcom que podem intentar mostrar és el pes que té cada criptomoneda en l'índex Crypto-15. Cal dir que aquest pes no és constant, ja que a mesura que la capitalització de mercat d'una moneda varia, el seu pes en l'índex també ho fa. En la següent taula podem veure el pes de cada criptomoneda a dia 1 de gener del 2019, quan es va crear l'índex:

Taula 2.4: Pes de les Criptomonedes en el Crypto 15 Índex a data 1 de febrer del 2019

Número	Criptomoneda	Símbol	Market Cap ($)	Pes
1	Bitcoin	BTC	72.930.984.556	28,47%
2	Ethereum	ETH	16.874.955.389	6,59%
3	Tether	USDT	81.530.666.013	31,83%
4	Binance Coin	BNB	1.003.129.400	0,39%
5	USD Coin	USDC	53.601.165.602	20,93%
6	XRP	XRP	17.490.507.230	6,83%
7	Cardano	ADA	1.432.750.687	0,56%
8	Dogecoin	DOGE	317.348.468	0,12%
9	Crypto.com Coin	CRO	542.295.852	0,21%
10	Litecoin	LTC	2.231.389.100	0,87%
11	Chainlink	LINK	139.809.116	0,05%
12	TRON	TRX	1.989.908.702	0,78%
13	Bitcoin Cash	BCH	3.132.229.138	1,22%
14	Stellar	XLM	2.850.446.711	1,11%
15	Decentraland	MANA	85.678.189	0,03%

Veiem que aleshores el Tether tenia més capitalització de mercat fins i tot que el Bitcoin. No obstant, tot això ara ha canviat, tal i com veiem en la taula 3, on s'observa clarament que és el Bitcoin qui te una capitalització de mercat superior.

2.5 Presentació de resultats de l'índex

Un cop hem explicat els criteris que seguirà l'índex, ja podem presentar els primers resultats. Per fer-ho, fem servir la funció *chartSeries* del R, que ens proporciona el següent gràfic:

Gràfic 2.1: Evolució del Crypto-15 Índex entre l'1 de febrer del 2019 i el 28 de febrer del 2022

Així doncs, veiem que l'índex ha crescut molt durant el període de tres anys i dos mesos seleccionat (com s'ha comentat, des d'1 de gener del 2019 fins a 28 de febrer del 2022). Veiem com, efectivament, al principi l'índex estava al voltant dels mil, i va arribar a estar proper als 10.000 durant l'any 2021. De fet, amb l'R podem veure que el màxim de l'índex correspon al 8 de novembre del 2021 i que el valor de l'índex era de 9.184,89. Pel que fa al mínim, gràficament veiem que està al principi del període. Amb l'R veiem que el mínim es troba al dia 7 de febrer del 2019 amb un valor de 924,77.

3. Anàlisi de l’índex

Un cop creat l’índex Cripto-15 sembla convenient analitzar-lo a fons. Per tot aquest apartat tindrem en compte el resultat de l’índex des del 1 de gener del 2019 fins el 28 de febrer del 2022. Així doncs, el que farem serà, en primer lloc, calcular la correlació entre l’índex Crypto-15 i les 15 criptomonedes que el formen, per veure quina s’hi assembla més i quina està menys correlacionada. Més tard veurem com es relaciona l’índex creat amb els altres índexs de criptomonedes existents. A continuació, buscarem les correlacions entre l’índex creat i els principals índexs borsaris explicats anteriorment, per veure si el valor de les criptomonedes depèn dels mercats borsaris. Per últim, farem un anàlisi de rendibilitat i de risc emprant diferents eines tant per l’índex Crypto-15 com per els diferents índexs borsaris a mode de comparació.

3.1 Correlació entre l’índex i les criptomonedes que el formen

En aquest apartat és rellevant fer un anàlisi de correlacions entre les criptomonedes i l’índex Crypto-15 per veure quina ha evolucionat d’una manera més similar al global i quina d’una manera més diferent. Per fer-ho, emprarem la fórmula del coeficient de correlació de Pearson:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

És important mencionar en aquest pas que la correlació es fa tenint en compte el valor de l’índex i no les rendibilitats diàries d’aquest. El R té una funció en el seu paquet base que calcula la correlació entre dues variables i és la funció *cor(),* tal i com es pot veure en l’annex on es troba el codi de R emprat al treball. Així doncs, en la següent taula podem veure la correlació entre l’índex Crypto-15 i les 15 monedes que formen l’índex:

Taula 3.1: Correlacions de preus entre les criptomonedes incloses i l’índex

Número	Criptomoneda	Símbol	Correlació
1	Bitcoin	BTC	0,9877007
2	Ethereum	ETH	0,9708335
3	Tether	USDT	-0,3100455
4	Binance Coin	BNB	0,9578241
5	USD Coin	USDC	-0,3277767
6	XRP	XRP	0,8966655
7	Cardano	ADA	0,9329980
8	Dogecoin	DOGE	0,8402372
9	Crypto.com Coin	CRO	0,6911214
10	Litecoin	LTC	0,8983106
11	Chainlink	LINK	0,9262457
12	TRON	TRX	0,9338056
13	Bitcoin Cash	BCH	0,8000546
14	Stellar	XLM	0,8977625

15	Decentraland	MANA	0,7523538

En la taula superior veiem que la correlació més alta es troba en el cas del Bitcoin. Això és lògic, ja que com veiem a la taula amb les 34 monedes amb més capitalització de mercat (la taula 3) és la primera amb força diferència. És cert que si mirem a la taula 4 a data 1 de febrer del 2019 el Bitcoin no era la criptomoneda amb més pes en l'índex, però com que va créixer molt més que el Tether aviat va assolir aquesta posició capdavantera. En segon lloc es troba l'Ethereum, amb una correlació del 0,97, també molt elevada. De les altres 13 criptomonedes incloses en l'índex veiem que la seva correlació amb l'índex es troba entre el 0,69 i 0,94 en tots els casos amb l'excepció de dues criptomonedes, el Tether i el USD Coin. Aquestes monedes tenen correlació negativa amb el global del mercat de criptomonedes. Això implica que quan la majoria de criptomonedes pugen, el Tether i el USD Coin solen baixar, i a la inversa. Quan després creem una cartera amb aquestes criptomonedes veurem que és molt interessant comptar amb aquest tipus d'actius de cara a augmentar l'efecte de la diversificació.

Així doncs, tenint en compte aquesta conclusió que hem extret, sembla convenient veure si efectivament les criptomonedes de Tether i USD Coin, les que es comporten més diferent a la majoria, com a mínim es comporten similar entre si. Si calculem el coeficient de correlació de Pearson que podem trobar la fórmula en la pàgina anterior entre les dues criptomonedes veiem que el resultat és de 0,5447. Això ens indica que efectivament aquestes dues criptomonedes es comporten de manera molt similar entre elles però diferent al global del mercat de les criptodivises.

Un aspecte molt rellevant que podríem fer a continuació seria comprovar si efectivament la correlació del Tether i de la USDC Coin amb l'índex Crypto-15 és significativament negativa. Ara bé, no ho farem en aquest apartat ja que ara ens dedicarem a trobar la correlació d'una manera molt més utilitzada en el mercat.

Així, el que farem ara serà veure les correlacions de les rendibilitats logarítmiques diàries entre les criptomonedes i l'índex Crypto-15. Gràcies això el resultat no es veurà afectat pel valor absolut del preu, sinó només per la seva modificació. Agafem les rendibilitats logarítmiques enlloc de les simples perquè sabem que segueixen més una distribució normal, i això ens serà útil de cara propers apartats. Així doncs, la fórmula que emprem és la següent:

$$r_i = ln(\frac{P_i}{P_{i-1}})$$

El càlcul de la rendibilitat logarítmica presenta avantatges per al seu tractament estadístic en els models financers[13]. Aquests avantatges es deriven que poden sumar-se les rendibilitats successives d'un actiu si s'han calculat de manera contínua, no passant això quan la rendibilitat es calcula de manera discreta. És a dir, la rendibilitat contínua té la propietat que la suma de les rendibilitats logarítmiques obtingudes d'una sèrie temporal de cotitzacions és igual que la rendibilitat logarítmica calculada mitjançant el logaritme neperià del quocient de les cotitzacions del valor al principi i al final del període temporal.

Així doncs, si calculem la taula de correlacions entre les rendibilitats de l'índex Crypto-15 i les rendibilitats de les diferents criptomonedes que el formen pel període 1 de gener del 2019 a 28 de febrer del 2022 els resultats són els següents:

Taula 3.2: Correlacions de rendibilitats logarítmiques diàries entre les criptomonedes incloses i l'índex

Número	Criptomoneda	Símbol	Correlació
1	Bitcoin	BTC	0,9453581
2	Ethereum	ETH	0,8780283
3	Tether	USDT	-0,0010849
4	Binance Coin	BNB	0,7236385
5	USD Coin	USDC	-0,0254677
6	XRP	XRP	0,6813594
7	Cardano	ADA	0,7261064
8	Dogecoin	DOGE	0,4726798
9	Crypto.com Coin	CRO	0,5491410
10	Litecoin	LTC	0,8431331
11	Chainlink	LINK	0,6661905
12	TRON	TRX	0,7286897
13	Bitcoin Cash	BCH	0,8100216
14	Stellar	XLM	0,7158609
15	Decentraland	MANA	0,5585863

En aquest cas, veiem que les conclusions a les quals arribem són força semblants al que dèiem amb la primera taula amb les correlacions de preus. Veiem, en primer lloc, que la correlació més alta es troba en el cas del Bitcoin, per sobre de 0,94. Com comentàvem, això és lògic, ja que com veiem a la taula amb les 34 monedes amb més capitalització de mercat (la taula 3) és la primera amb força diferència. En segon lloc també es troba l'Ethereum, amb una correlació del 0,87, una mica menys elevada que en la taula de correlacions de preus. De les altres 13 criptomonedes incloses en l'índex veiem que la seva correlació amb l'índex es troba entre el 0,47 i 0,85 en tots els casos amb l'excepció de dues criptomonedes, el Tether i el USD Coin, les mateixes que comentàvem abans. Aquestes monedes tenen correlació molt baixa (pràcticament 0) amb el mercat de les criptomonedes, fet que indica que el seu comportament no depèn pas del que succeeixi amb el global del mercat.

No obstant, aquí ens sorgeix un clar dubte en el cas de la correlació entre el USD Coin i l'índex Crypto-15. Com veiem, l'estadístic resulta negatiu (-0,025), però caldria veure si això és estadísticament significatiu o és fruit de l'atzar. Amb les altres correlacions positives de les altres criptomonedes no hi ha aquest dubte doncs el valor absolut de la correlació és molt major. En quant a la correlació del Tether, tampoc hi ha dubte doncs és un valor tant proper al 0 que podem afirmar que no existeix correlació entre l'índex Crypto-15 i el Tether. Ara bé, en el cas del USD Coin clarament sí que tenim aquesta incertesa. Per veure si la correlació és significativa o no farem un test no paramètric, doncs no exigeix que les variables hagin de ser normals i és el cas més general.

3.1.1 Test de permutacions per avaluar la significació de la correlació

Així doncs, farem pas a pas les 5 etapes d'un test de permutacions, que com sabem són les d'establir hipòtesis, el número de permutacions a fer, escollir l'estadístic i fer les permutacions, calcular el p valor i redactar les conclusions derivades del test.

Pas 1. Establir hipòtesis

En aquest cas, el test el farem sobre la criptomoneda USD Coin com comentàvem. La rendibilitat logarítmica diària del USD Coin serà la variable X i la rendibilitat de l'índex la variable Y. Així doncs, la hipòtesi nul·la és que la rendibilitat de l'índex i del USD Coin són independents, mentre que la hipòtesi alternativa és que hi ha correlació negativa:

$$H_0: X \ i \ Y \ independents$$

$$H_0: \rho \ < 0$$

Pas 2. Nombre de permutacions

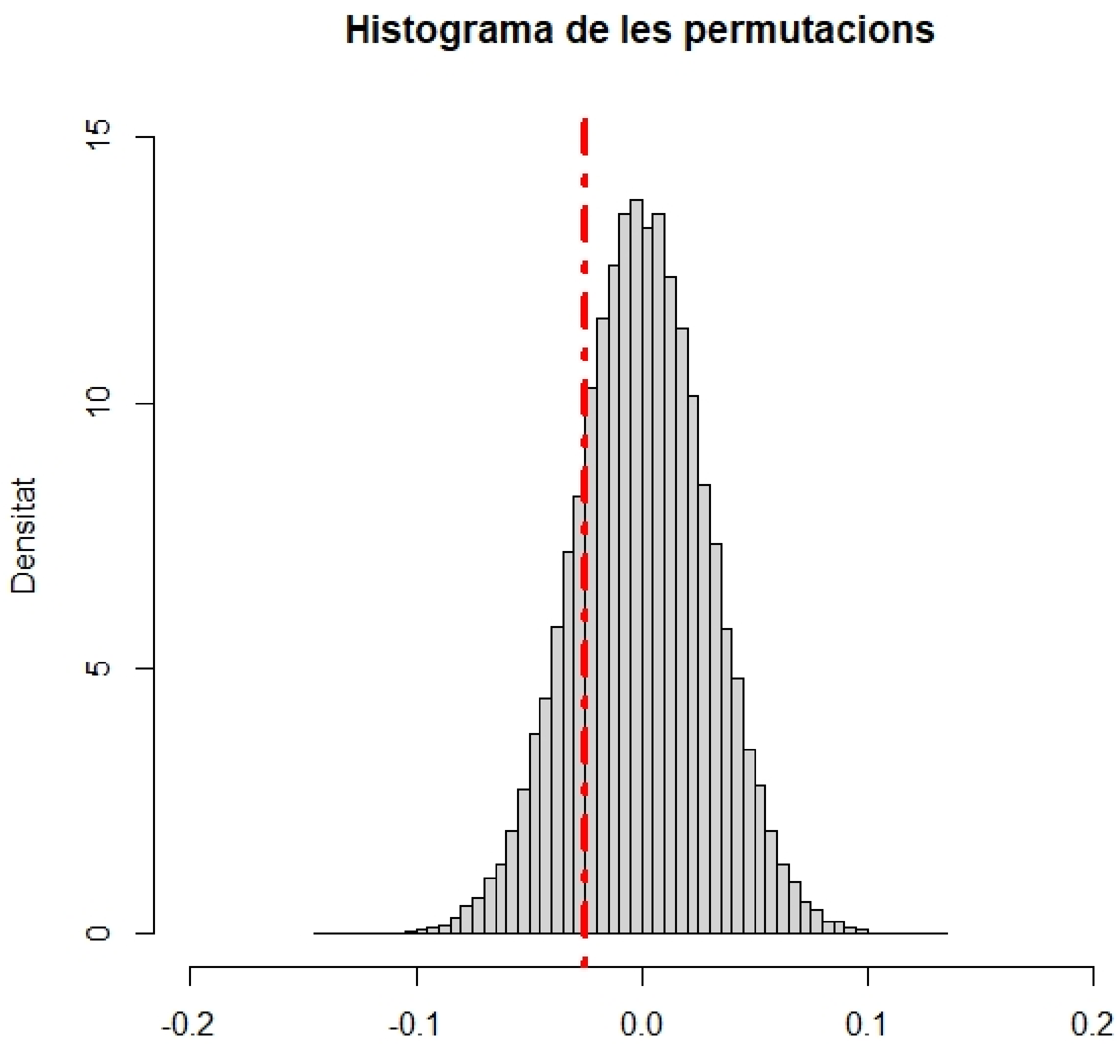
En el nostre cas, el nombre de permutacions que es poden fer serien 1.154!, on 1.154 són el nombre de dies entre l'1 de gener del 2019 i el 28 de febrer del 2022, ambdós inclosos, restant-ne un. Així doncs, com que lògicament és del tot impossible fer tantes simulacions, haurem de fer el test de permutacions de Monte Carlo. Decidim que farem un total de 49.999 permutacions. Aquesta xifra la traiem de l'obra: *Some remarks about the number of permutations one should consider to perform a permutation test* de Marco Marozzi.[14] Fixem-nos que agafem un menys de 50.000 expressament, i és perquè a l'hora de calcular el p valor del test haurem de sumar-li un al denominador i al numerador, tal i com trobem indicat a la mencionada obra de Marozzi.

Pas 3. Estadístic escollit i valor en la mostra

En aquest cas, nosaltres ja hem decidit que l'estadístic que emprarem per veure si existeix correlació negativa entre ambdues variables és l'estadístic de correlació de Pearson. Si el calculem a la mostra, el resultat és de -0,02546772, tal i com veiem a la taula 6 anterior.

A continuació, calculem el valor de l'estadístic a les 49.999 permutacions emprant la funció *replicate(nperm, cor(x, sample(y))),* tal i com es pot veure en el codi del R a l'annex. Si ho fem, a continuació podem veure la distribució de l'estadístic sobre la hipòtesi nul·la d'independència:

Gràfic 3.1: Histograma de les 49.999 permutacions simulades per al test USD Coin . Crypto 15



Així, veiem que el valor de la nostra mostra queda situat relativament pel centre, fet que ens indueix a pensar que la correlació negativa no serà significativa.

Pas 4. Càlcul del p valor

Per calcular el p valor, fem servir la fórmula del R que es pot trobar a l'annex: *(sum(r.perm <= r.mostral) + 1) / (nperm + 1)*. En aquest cas, el p valor resulta en 0,189.

Pas 5. Conclusions

Com que el p valor és major al nivell de significació més utilitzat (5%), podem concloure que la correlació negativa que havíem trobat entre les rendibilitats logarítmiques diàries entre l'índex i el USD

COIN no és significativa. Així doncs, això vol dir que no hi ha cap tipus de relació entre la rendibilitat del mercat de les criptomonedes i les rendibilitats tant del Tether com del USD Coin.

3.2 Correlació entre l'índex i els altres índexs de criptomonedes existents

Un cop hem calculat i explicat les correlacions entre les criptomonedes que formen l'índex i l'índex en si, sembla pertinent analitzar si l'índex Crypto-15 està correlacionat o no amb els índexs de criptomonedes presentats anteriorment, que són l'índex Crypto 10 i l'índex Crypto Populares de CMC Markets. Així doncs, farem servir la fórmula que hem utilitzat anteriorment per calcular el coeficient de correlació. De la mateixa manera, la correlació serà en quant als valors de l'índex, i no en les seves rendibilitats diàries.

ÍNDEX CRYPTO 10

En el cas d'aquest índex, també traiem les dades emprant la funció *getSymbols* del paquet *quantmod*. Així doncs, quan apliquem el coeficient de correlació entre l'índex Crypto-15 i l'índex Crypto 10 per al període de 1 de gener del 2019 i 28 de febrer del 2022 el resultat és de 0,9915492. Això implica que ambdós índexs estan molt altament correlacionats i de forma positiva.

En aquest cas sembla també adient calcular la correlació de la rendibilitat logarítmica diària de l'índex Crypto-15 i el Crypto-10. Si ho fem, veiem que el resultat és de 0,9519338, lleugerament inferior al càlcul previ.

ÍNDEX CRYPTO POPULARES DE CMC

De nou, també extraiem la informació de la mateixa manera que en el cas anterior. En aquest cas, el coeficient de correlació entre l'índex creat per nosaltres i l'índex Crypto Populares de CMC és de 0,9899883, també molt elevada. En aquest cas calculem també la correlació de la rendibilitat logarítmica diària de l'índex Crypto-15 i el índex Crypto Populares de CMC i veiem que el resultat és de 0,9519338, també lleugerament inferior al càlcul previ.

En ambdós casos hem vist com existeix una altíssima correlació entre el nostre índexs i els ja creats. La manera de calcular-los difereix una mica, tal i com hem demostrat a l'apartat 2.4, però el resultat no és gaire diferent. Amb el resultat obtingut confirmem que l'índex que hem creat es pot utilitzar com a alternativa als ja existents, i considerarem que és preferible seguir amb el Crypto-15 doncs és més representatiu que els altres al estar format per un nombre major de criptomonedes estables. Com que no és una correlació de 1, això vol dir que el nostre índexs aporta un tret diferencial als índexs de criptomonedes existents, i això fa que sigui interessant i pertinent l'anàlisi que farem a continuació.

3.3 Correlació entre l'índex i els principals índex borsaris

Un cop hem calculat i explicat les correlacions entre les criptomonedes que formen l'índex i l'índex en si i hem analitzat com es comporta l'índex Crypto 15 en front altres índexs de criptomonedes, sembla pertinent analitzar si l'índex Crypto-15 està correlacionat o no amb els principals índex borsaris. Amb els índex borsaris que el compararem són els que explicàvem en l'apartat 2.1, i són els següents: Ibex-35, S&P 500, Dow Jones, Nikkei 225, Eurostoxx 50, Footsie, Bovespa, Hang Seng, S&P Merval i BSE SENSEX.

3.3.1 Ajustaments previs al càlcul

Abans de fer cap càlcul sobre les correlacions, cal tenir en ment un aspecte molt important. Les criptomonedes cotitzen a totes hores tots els dies de l'any, mentre que els índex borsaris només ho fan a determinades hores els dies laborables. Així, si comptem quantes dades tenim de l'índex Crypto 15 en tenim un total de 1155, que correspon al número de dies entre l'1 de gener del 2019 i el 28 de febrer del 2022, ambdós inclosos. En canvi, si calculem quantes dades tenim de l'índex S&P 500, per exemple, en trobem un total de 795 pel mateix període de temps, degut a que no cotitza en caps de setmana i tampoc en d'altres dies festius.

Així doncs, de cara a trobar correlacions cal que les variables a comparar tinguin la mateixa llargada. Per fer-ho, eliminarem els valors de l'índex Crypto-15 sempre que el comparem amb un altre índex i l'índex borsari no tingui valors per una data determinada. Per veure com s'ha fet es pot consultar l'annex, on es troba tot el codi usat en l'elaboració del treball.

3.3.2 Taula de correlacions

Després d'haver fet els ajustaments necessaris per calcular les correlacions, a continuació podem veure les diferents correlacions que els índexs borsaris escollits tenen amb l'índex Crypto-15:

Taula 3.3: Correlacions entre les l'índex Crypto-15 i els principals índex borsaris

Número	Índex	Mercat	Correlació
1	Ibex-35	Espanya	0,1494110
2	S&P 500	Estats Units	0,9275577
3	Dow Jones	Estats Units	0,9147422
4	Nikkei 225	Japó	0,8929275
5	Euro-Stoxx 50	Europa	0,8227231
6	Footsie	Regne Unit	0,2369963
7	Bovespa	Brasil	0,5686219
8	Hang Seng	Xina	-0,0414960
9	S&P Merval	Argentina	0,8418226
10	BSE SENSEX	Índia	0,9149726

Així doncs, en aquesta taula podem observar que els mercats que més correlacionats estan amb les criptomonedes són el mercat d'Índia i el nord-americà. A continuació, veiem com el japonès, l'argentí, l'europeu i el brasiler també tenen una elevada correlació amb el preu de les criptomonedes. El que es interessant veure aquí és que el mercat espanyol és dels que menys correlació té amb les criptomonedes. Per últim, veiem com el mercat xinès és l'únic que té una correlació negativa amb el global de les criptomonedes. No obstant, aquesta taula presenta un greu problema, que és la de que els diferents índexs estan valorats amb una divisa diferent. Així doncs, quan fem l'anàlisi de correlacions entre l'íbex-35 i el Crypto-15, per exemple, no estem tenint en compte que el primer està valorat en euros i el segon en dòlars americans. Així doncs, aquests resultats que hem extret no són del tot fiables, i caldrà doncs estandarditzar la moneda per trobar resultats que siguin significatius.

3.3.3 Anàlisi de correlacions amb estandardització dels índexs

Com hem comentat, seria convenient estandarditzar tots els índex a una mateixa moneda per evitar així possibles efectes del tipus de canvi en les correlacions. En la següent taula podem veure tots els índexs que s'han emprat, i podem veure la moneda amb la qual cotitza cada índex:

Taula 3.4: Divisa que empra cada índex utilitzat en l'anàlisi

Número	Índex	Mercat	Divisa
1	Ibex-35	Espanya	Euro
2	S&P 500	Estats Units	Dòlar
3	Dow Jones	Estats Units	Dòlar
4	Nikkei 225	Japó	Yen
5	Euro-Stoxx 50	Europa	Euro
6	Footsie	Regne Unit	Lliures
7	Bovespa	Brasil	Reals Brasilers
8	Hang Seng	Xina	Yuan xinès
9	S&P Merval	Argentina	Peso argentí
10	BSE SENSEX	Índia	Rúpia

Tenint en compte que l'índex Crypto-15 ha estat creat en dòlars americans, el que sembla que pot tenir més lògica és transformar tots els valors dels índexs a dòlars. Així doncs, per fer-ho extraurem tots els valors dels tipus de canvi per el període analitzat (1 de gener del 2019 fins a 28 de febrer del 2022) emprant el Yahoo Finances utilitzant les mateixes funcions al R i a partir d'aquí actualitzarem el valor del índex en dòlars americans. En el cas de l'íbex-35, per exemple, el que fem és aplicar la següent fórmula:

$$IBEX35_{\$} = IBEX35_{€} \cdot t_{\$/€}$$

En aquest cas, $t_{\$/€}$ és el tipus de canvi dòlar – euro per a cada dia. Al fer-ho amb cadascun dels índexs, veiem que la taula de correlacions seria la següent, tenint en compte que les correlacions estan fetes sobre el valor de l'índex i no sobre les seves rendibilitats diàries:

Taula 3.5: Correlacions de preus entre l'índex Crypto-15 i els principals índex borsaris (en dòlars)

Número	Índex	Mercat	Correlació
1	Ibex-35	Espanya	0,3287157
2	S&P 500	Estats Units	0,9275577
3	Dow Jones	Estats Units	0,9147422
4	Nikkei 225	Japó	0,8241824
5	Euro-Stoxx 50	Europa	0,8640518
6	Footsie	Regne Unit	0,5194867
7	Bovespa	Brasil	-0,1946375
8	Hang Seng	Xina	0,3363036
9	S&P Merval	Argentina	0,1556616
10	BSE SENSEX	Índia	0,8866630

En aquest cas és rellevant comparar aquesta taula amb la 3.3 i veure'n les principals diferències. En primer lloc, veiem com les correlacions dels índex de S&P 500 i Dow Jones no canvien, doncs ja estaven prèviament en dòlars americans. En aquesta nova taula veiem, tal i com dèiem sense estandarditzar la divisa, que els mercats que més correlacionats estan amb les criptomonedes són el mercat d'Índia i el nord-americà. A continuació, veiem com el japonès, l'europeu i l'indi també tenen una elevada correlació amb el preu de les criptomonedes. El que es rellevant veure és que ara el mercat espanyol està molt més correlacionat amb les criptomonedes que quan estàvem treballant en euros.

Sense estandarditzar la moneda, vèiem com els mercats argentí i brasiler estaven altament correlacionats amb les criptomonedes, mentre que quan posem els seus principals índex en dòlars veiem que la correlació és molt menor. De fet, en el cas del mercat brasiler veiem com la correlació esdevé negativa. Especialment significatiu és el cas de la Xina, on al convertir l'índex Hang Seng a dòlars això resulta en una correlació clarament positiva.

Ara bé, tal i com comentàvem a l'apartat 3.1, més que fer correlacions sobre els preus, el que sembla més pertinent és fer correlacions sobre les seves rendibilitats. Si ho fem, tindrem només en compte el moviment del preu dels índexs i no el preu en valor absolut. Els models que utilitzen les correlacions entre diferents actius normalment utilitzen les correlacions de les rendibilitats, com és el cas del model de Markowitz. Així doncs, el que farem ara és calcular les rendibilitats logarítmiques diàries per tots els índexs i calcular-ne la correlació amb l'índex Crypto 15.

Taula 3.6: Correlacions entre rendibilitats de l'índex Crypto-15 i els principals índex borsaris (en dòlars)

Número	Índex	Mercat	Correlació
1	Ibex-35	Espanya	0,1967524
2	S&P 500	Estats Units	0,2511250
3	Dow Jones	Estats Units	0,2237293
4	Nikkei 225	Japó	0,0646134
5	Euro-Stoxx 50	Europa	0,2250359

6	Footsie	Regne Unit	0,1719397
7	Bovespa	Brasil	0,1686609
8	Hang Seng	Xina	0,0035454
9	S&P Merval	Argentina	0,1248374
10	BSE SENSEX	Índia	0,0834858

Aquí ja veiem que les correlacions són sensiblement inferiors al que ensenyàvem amb la taula 9 de correlacions entre preus. Com que tenim correlacions petites, cal ser molt curosos amb les conclusions que en traiem. El primer que veiem molt clarament és que la correlació de les rendibilitats del mercat xinès amb el de criptomonedes és nul·la, doncs trobem un valor molt proper a 0. Per la resta de valors, veiem que tots són positius però relativament petits, amb la qual cosa caldrà fer testos de permutacions per veure si són valors significatius o no. Començarem amb la correlació de les rendibilitats de l'índex nipó i el mercat de les criptomonedes, ja que és el més petit traient el que comentàvem del Hang Seng.

TEST Correlació NIkkei 225 Índex Crypto-15

Pas 1. Establir hipòtesis

En aquest cas el que volem comprovar és si la correlació és significativament pasitiva, ja que el valor que ens surt és lleugerament positiu. Per tant, en aquest cas la hipòtesi nul·la és que les variables de rendibilitat diària logarítmica de l'Índex Crypto-15 i de l'índex de referència del mercat nipó són independents i a l'alternativa posem allò que volem comprovar, que és si la correlació és significativament positiva, entenent que les rendibilitats del Nikkei 225 és la variable X i les del nostre Índex Crypto-15 és la variable Y:

$$H_0: X \ i \ Y \ independents$$

$$H_0: \rho \ < 0$$

Pas 2. Nombre de permutacions

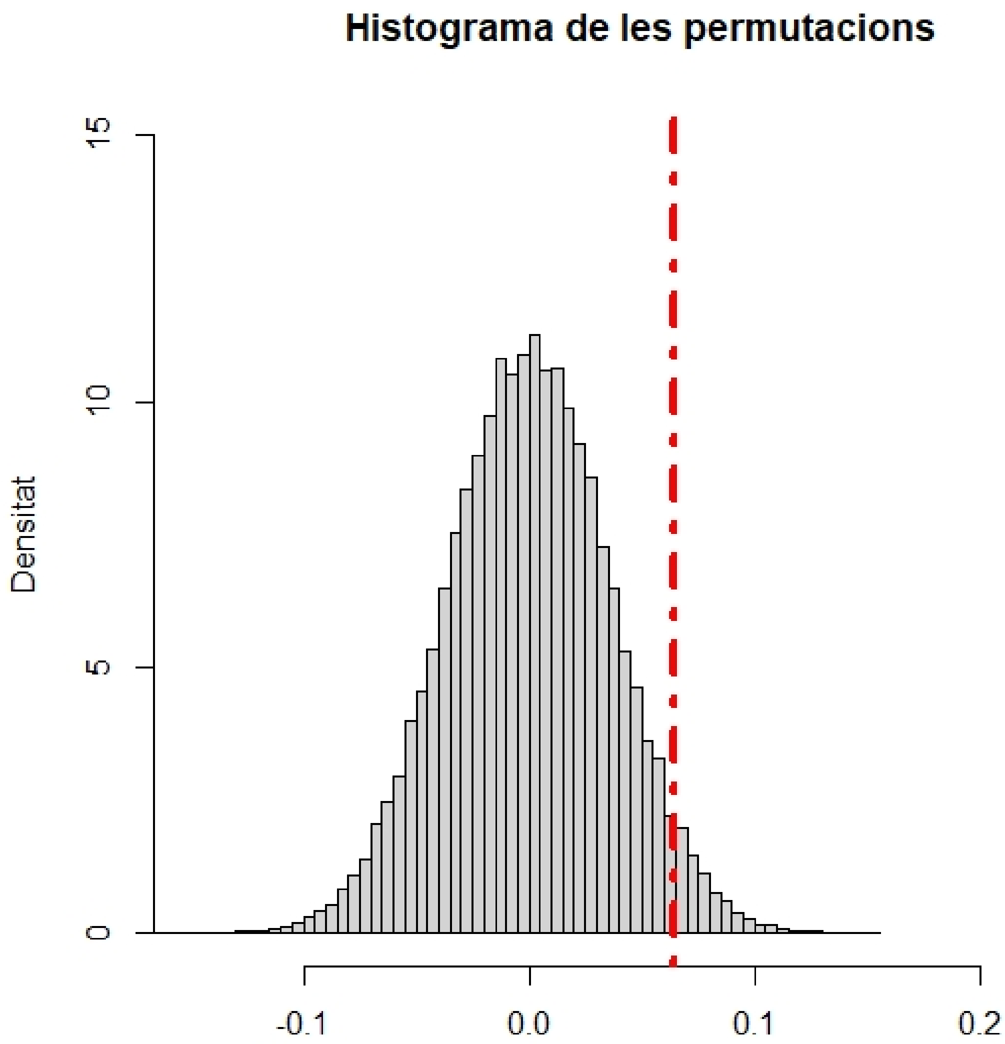
En el cas d'aquest test, el nombre de permutacions que es poden fer serien 763!, on 763 és el nombre de dies entre l'1 de gener del 2019 i el 28 de febrer del 2022, ambdós inclosos, els quals el Nikkei ha cotitzat restant-li un. Així doncs, de nou és del tot impossible fer tantes simulacions, i haurem de fer el test de permutacions de Monte Carlo, on en farem un total de 49.999 com en els dos testos previs.

Pas 3. Estadístic escollit i valor en la mostra

Ja hem decidit que l'estadístic que emprarem per veure si existeix correlació positiva entre ambdues variables és l'estadístic de correlació de Pearson. Si el calculem a la mostra, el resultat és de 0,06461343, tal i com veiem a la taula 10 anterior.

A continuació, calculem el valor de l'estadístic per totes les simulacions emprant la funció *replicate* tal i com fèiem en els altres tests de permutacions. Al fer-ho podem veure la distribució de l'estadístic sobre la hipòtesi nul·la d'independència:

Gràfic 3.2: Histograma de les 49.999 permutacions simulades per al test Nikkei (USD) – Crypto 15



Veient aquest gràfic ja veiem que el valor mostral queda lleugerament a la dreta del centra d'observacions. Tot i això, veient només el gràfic no està clar si caldrà rebutjar o no la hipòtesi nul·la, amb la qual cosa cal calcular el p valor en el següent apartat.

Pas 4. Càlcul del p valor

Per calcular el p valor, fem servir la fórmula del R que es pot trobar a l'annex i que hem utilitzat en els primers tests de permutacions, i trobem un p valor de 0,03672.

Pas 5. Conclusions

Com que el p valor és menor al nivell de significació més utilitzat (5%), podem concloure que efectivament la correlació positiva que havíem trobat entre les rendibilitats de l'índex Crypto-15 i del Nikkei és significativa. Així doncs, la conclusió que en traiem d'aquest test és que rebutgem la hipòtesis nul·la d'independència, i diem que efectivament ambdues variables estan correlacionades positivament, que significa que quan la rendibilitat del mercat de les criptomonedes és positiva la del mercat japonès tendeix a ser-ho, i al revés.

Veient que la correlació de les rendibilitats de l'índex Crypto-15 i de l'índex japonès era la segona menor, ja podríem pensar que la resta són significatives. No obstant, n'hi ha d'una que estava molt propera al valor d'aquesta correlació, i era la de la correlació entre les rendibilitats del BSE indi i del índex Crypto-15. Així, és pertinent fer un nou test de permutacions on comprovem que efectivament la correlació que ens havia sortit de 0,083 és significativa.

TEST Correlació BSE Índex Crypto-15

Pas 1. Establir hipòtesis

En aquest cas el que volem comprovar és si la correlació és significativament positiva, ja que el valor que ens surt és de 0,08, major que 0. Per tant, en aquest cas la hipòtesi nul·la és que les variables de rendibilitat diària logarítmica de l'Índex Crypto-15 i de l'índex de referència del mercat borsari indi són independents i a l'alternativa posem allò que volem comprovar, que és si la correlació és significativament positiva, entenent que la rendibilitat del BSE és la variable X i la rendibilitat del nostre Índex Crypto-15 és la variable Y:

$$H_0: X\ i\ Y\ independents$$

$$H_0: \rho > 0$$

Pas 2. Nombre de permutacions

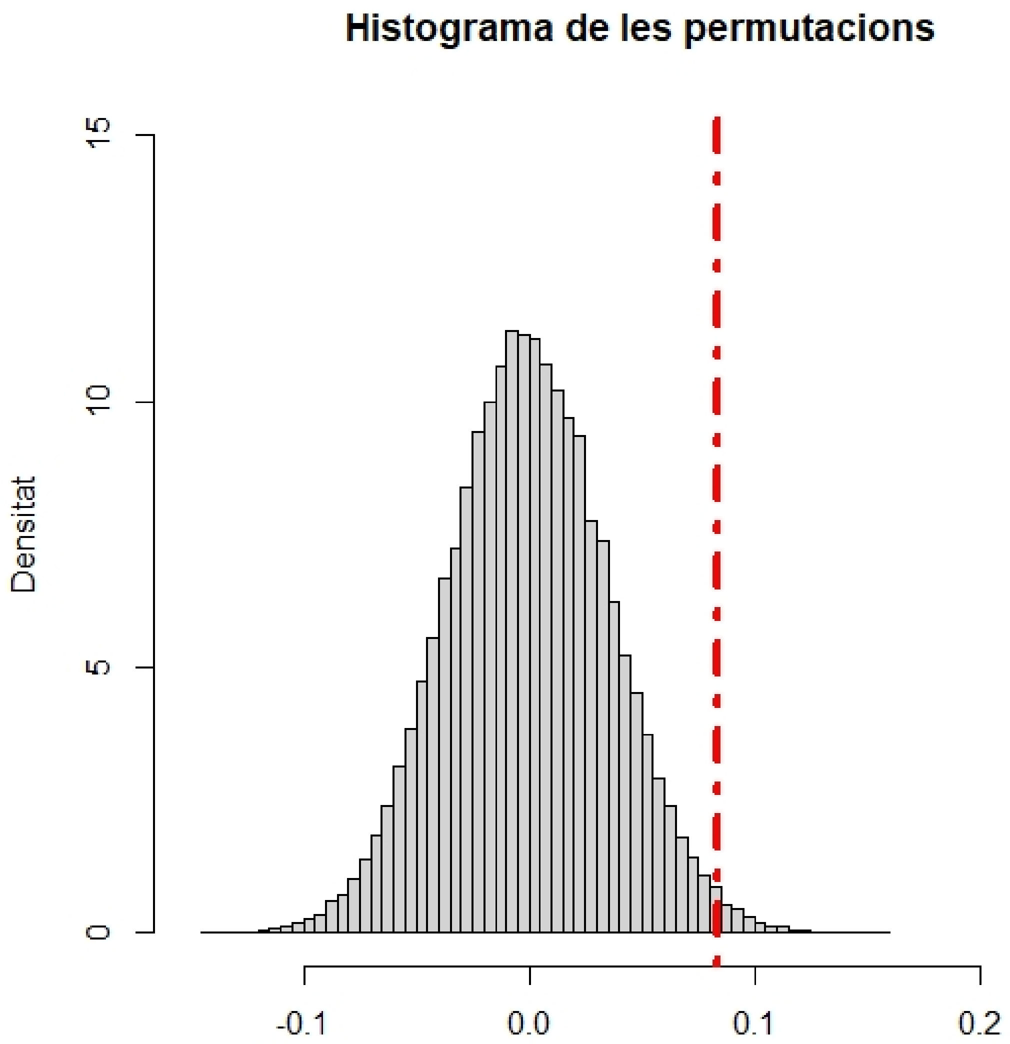
En el cas d'aquest test, el nombre de permutacions que es poden fer serien 774!, on 774 és el nombre de dies entre l'1 de gener del 2019 i el 28 de febrer del 2022, ambdós inclosos, els quals el BSE ha cotitzat restant-li un. Així doncs, de nou és del tot impossible fer tantes simulacions, i haurem de fer el test de permutacions de Monte Carlo, on en farem un total de 49.999 com en els dos testos previs.

Pas 3. Estadístic escollit i valor en la mostra

Ja hem decidit que l'estadístic que emprarem per veure si existeix correlació positiva entre ambdues variables és l'estadístic de correlació de Pearson. Si el calculem a la mostra, el resultat és de 0,08348579, tal i com veiem a la taula 10 anterior.

A continuació, calculem el valor de l'estadístic per totes les simulacions emprant la funció *replicate* tal i com fèiem en els altres tests de permutacions. Al fer-ho podem veure la distribució de l'estadístic sobre la hipòtesi nul·la d'independència:

Gràfic 3.3: Histograma de les 49.999 permutacions simulades per al test BSE (USD) – Crypto 15



Veient aquest gràfic ja veiem que el valor mostral queda significativament a la dreta de la distribució, fet que ens porta a pensar que efectivament la correlació positiva serà significativa. No obstant, ens fa falta calcular el p valor per confirmar-ho..

Pas 4. Càlcul del p valor

Per calcular el p valor, fem servir la fórmula del R que es pot trobar a l'annex i que hem utilitzat en els primers tests de permutacions, i trobem un p valor de 0,01128.

Pas 5. Conclusions

Com que el p valor és menor al nivell de significació més utilitzat (5%), podem concloure que efectivament la correlació positiva que havíem trobat entre les rendibilitats de l'índex Crypto-15 i les del BSE és significativa. Així doncs, la conclusió que en traiem d'aquest test és que les rendibilitats del mercat indi i del mercat de criptomonedes estan positivament correlacionades. No obstant, ja hem vist que és una de les correlacions més baixes. Veient això, ja podem intuir que la resta de correlacions que ens havien sortit encara més positives seran significatives. Amb això podem concloure que les rendibilitats de tots els mercats borsaris que estem analitzant estan positivament relacionades amb les rendibilitats del mercat de les criptomonedes, amb l'excepció del mercat xinès, amb el qual no hi ha cap tipus de correlació.

3.4 Anàlisi de la rendibilitat

Segons el diccionari, la rendibilitat és la capacitat de produir un benefici que compensi la inversió o l'esforç que s'ha fet. No obstant, hi ha desenes de maneres de mesurar la rendibilitat financera d'un actiu o d'una cartera. Al llarg d'aquest subapartat analitzarem la rendibilitat de l'índex Crypto-15 emprant diferents eines, a la vegada que analitzem la rendibilitat dels principals índexs borsaris a mode de comparació. Per a la rendibilitat dels índexs borsaris agafarem els seus valors un cop els hem passat a dòlars, tal i com comentàvem a l'apartat 3.3.3.

RENDIBILITAT SIMPLE

En primer lloc, analitzarem la rendibilitat simple dels índexs en el període d'interès, que va de 1 de gener del 2019 fins el 28 de febrer del 2022. Per fer-ho, sabem que caldrà utilitzar aquesta fórmula:

$$RS_t = \frac{P_f \; - P_i}{P_i}$$

En aquest cas, P_f és el preu de l'índex a final del període i P_i n'és el preu al final. Cal remarcar que per analitzar la rendibilitat dels índexs emprarem els preus en dòlars per tractar les rendibilitats estandarditzades. Així doncs, a continuació podem veure les rendibilitats simples del període per cadascun dels índexs a tractar, tots en valors de dòlars americans:

Taula 3.7: Rendibilitats simples dels índexs

Número	Índex	Mercat	Preu inici	Preu final	RS
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	1.000,00	5.878,30	487,83%
1	Ibex-35	Espanya	9.799,76	9.497,09	-3,09%

2	S&P 500	Estats Units	2.510,03	4.384,65	74,69%
3	Dow Jones	Estats Units	23.346,24	34.058,75	45,89%
4	Nikkei 225	Japó	181,45	229,50	26,48%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	3.344,12	4.443,48	32,87%
6	Footsie	Regne Unit	8.588,99	10.015,91	16,61%
7	Bovespa	Brasil	23.457,34	22.088,60	-5,84%
8	Hang Seng	Xina	3.654,00	3.598,53	-1,52%
9	S&P Merval	Argentina	827,36	819,26	-0,98%
10	BSE SENSEX	Índia	514,87	740,75	43,87%

En aquesta taula veiem com clarament la rendibilitat de l'índex Crypto 15 durant el període ha estat molt superior a la dels mercats borsaris. Veiem com el valor de les criptomonedes s'ha pràcticament multiplicat per sis, mentre que en la resta de mercats no n'hi ha cap que s'hagi arribat a doblar en el període prèviament mencionat. És molt rellevant entendre el significat de la rendibilitat simple. El que significa que l'índex de la Índia, el BSE Sensex, hagi crescut un 43,87% és que si algú hagués invertit 1 dòlar en aquest índex, al cap de tot el període (3 anys i dos mesos) tindria 1,4387 dòlars.

RENDIBILITAT GEOMÈTRICA

Un cop calculada la rendibilitat simple de tot el període, podem calcular la taxa geomètrica de rendibilitat mensual i anual. Recordem que aquesta taxa considera que els excedents monetaris generats per l'actiu són reinvertits en l'adquisició dels actius del mateix tipus. Així doncs, tenint en compte que ja hem calculat la rendibilitat simple del període en l'apartat anterior, per calcular la rendibilitat geometria mensual caldria aplicar la següent fórmula:

$$TGR_{mensual} = (1 + RS)^{\frac{1}{t}} - 1 = (1 + RS)^{\frac{1}{38}} - 1$$

En aquest cas, t és 38 ja que són els mesos que hi ha en 3 anys i dos mesos, que és el període entre 1 de gener del 2019 i 28 de febrer del 2022. D'altra banda, si volem trobar el TGR anual, tenim dues opcions per fer-ho, que són les següents:

$$TGR_{anual} = (1 + RS)^{\frac{12}{t}} - 1 = (1 + TGR_{mensual})^{12} - 1$$

Així doncs, en la següent taula podem trobar les següents rendibilitats geomètriques:

Taula 3.8: Rendibilitats geomètriques dels índexs

Número	Índex	Mercat	RS	TGR mensual	TGR anual
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	487,83%	4,772%	74,953%
1	Ibex-35	Espanya	-3,09%	-0,083%	-0,986%

2	S&P 500	Estats Units	74,69%	1,479%	19,262%
3	Dow Jones	Estats Units	45,89%	0,999%	12,666%
4	Nikkei 225	Japó	26,48%	0,620%	7,700%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	32,87%	0,751%	9,391%
6	Footsie	Regne Unit	16,61%	0,405%	4,973%
7	Bovespa	Brasil	-5,84%	-0,158%	-1,881%
8	Hang Seng	Xina	-1,52%	-0,040%	-0,482%
9	S&P Merval	Argentina	-0,98%	-0,026%	-0,310%
10	BSE SENSEX	Índia	43,87%	0,962%	12,172%

En aquest cas, veiem que la rendibilitat mensual de l'índex Crypto-15 ha estat de 4,772%, que implica que cada mes de mitjana l'índex ha crescut en aquest percentatge. Com dèiem, això és assumint que els beneficis que s'extreuen en un mes es reinverteixen i no es retiren pas. De manera anual la rendibilitat és propera al 75%, una xifra elevadíssima en comparació els índexs borsaris més tradicionals.

Hom també podria pensar que caldria calcular la taxa aritmètica de rendibilitat, que considera la política de no reinvertir els beneficis d'un període a un altre. És a dir, en cada període s'hauria de tenir la mateixa inversió inicial, retirant o incorporant el excés de fons a una compte corrent que rendeixi al 0%. Aquesta política respon a la pregunta de perquè s'ha de reinvertir els beneficis ja obtinguts enlloc de guardar-los. Tanmateix, en aquest cas no sembla convenient fer-ho així, doncs les criptomonedes no reparteixen dividends que es pugui decidir no reinvertir, per tant el més lògic és trobar les rendibilitats emprant el mètode de la taxa geomètrica.

RENDIBILITATS LOGARÍTMIQUES DIÀRIES

A continuació sembla interessant calcular també les rendibilitats logarítmiques diàries, ja que són la manera amb la qual portem treballant en els apartats anteriors per trobar correlacions. Així doncs, emprem la fórmula ja presentada en l'apartat 3.1. Si calculem les rendibilitats i en fem la mitjana, tenint en compte que treballem amb el valor dels índexs en dòlars americans, trobem el següent:

Taula 3.9: Rendibilitats logarítmiques diàries dels índexs

Número	Índex	Mercat	Rendibilitat logarítmica diària	Rendibilitat anual
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	0,1535%	55,256%
1	Ibex-35	Espanya	-0,0039%	-0,973%
2	S&P 500	Estats Units	0,0703%	17,563%
3	Dow Jones	Estats Units	0,0476%	11,891%
4	Nikkei 225	Japó	0,0308%	7,697%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	0,0358%	8,961%

6	Footsie	Regne Unit	0,0193%	4,827%
7	Bovespa	Brasil	-0,0077%	-1,925%
8	Hang Seng	Xina	-0,0020%	-0,493%
9	S&P Merval	Argentina	-0,0013%	-0,320%
10	BSE SENSEX	Índia	0,0470%	11,749%

Per a calcular la última columna hem anualitzat la rendibilitat assumint no reinversió. És a dir, en el cas de l'índex de criptomonedes hem multiplicat el valor per 360 i en el cas dels índexs borsaris per 250, doncs un índex borsari cotitza menys dies al llarg del mes que les criptomonedes. Veient això, no ens estranya que la rendibilitat de l'índex Crypto-15 segueixi sent netament superior a la resta. Veiem que els índexs borsaris segueixen estant molt lluny de les rendibilitats de l'índex Crypto-15, tal i com vèiem a les taules anteriors.

3.5 Anàlisi del risc

Més enllà de la rendibilitat, un altre factor fonamental que cal tenir en compte a l'hora de fer un anàlisi financer com el que estem fent és el del risc. Tanmateix, aquí sorgeix un clar problema, que és que no tots els inversors, gestors i analistes estan d'acord amb la definició i quantificació del risc. Si busquem la definició de risc al diccionari, trobem que risc és el dany potencial que pot sorgir per un procés present o esdeveniment futur. Com veiem, és una definició molt ambigua.

Tenint en compte aquesta definició, hom podria entendre que el risc financer és la possibilitat d'obtenir una rendibilitat negativa. No obstant, un altre agent del mercat podria entendre risc com la suspensió de pagaments d'una empresa emissora del actiu. Un tercer agent podria entendre risc financer com la pèrdua des del últim màxim assolit. Així doncs, veiem que no hi ha consens en com es pot definir el risc, el que porta a deduir que tampoc hi ha consens a l'hora de quantificar-lo. En aquest apartat s'empraran diferents eines per a quantificar el risc, però caldrà tenir en compte en tot moment el que significa cadascuna d'elles.

VOLATILITAT

En primer lloc, podem utilitzar la volatilitat com a una mesura del risc financer. És possiblement la mesura del risc més utilitzada al mercat, però cal deixar clar que per fer un anàlisi global és millor complementar-la amb d'altres mesures que veurem més endavant. La volatilitat mesura la incertesa que genera en un actiu la fluctuació de la seva rendibilitat respecte del seu valor mitjà. En aquest sentit, entre dos actius, es considerarà més arriscat aquell que tingui més volatilitat, és a dir, el que ofereixi més incertesa en la fluctuació. Per a calcular la volatilitat cal calcular el que es coneix com a desviació estàndard de les rendibilitats. Així doncs, quan es disposa d'una sèrie històrica de rendibilitats simples RS_j referides al període T, es defineix la volatilitat històrica com la desviació típica estadística d'aquesta sèrie, o també, com l'arrel quadrada de la variància:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{j=1}^{N} (RS_j - \overline{Rt})^2}$$

Emprant el R podem utilitzar la funció *sd* del paquet estàndard. Si ho apliquem sobre les rendibilitats logarítmiques diàries calculades a l'anterior apartat, a continuació podem veure la volatilitat per a cada índex:

Taula 3.10: Volatilitats logarítmiques diàries dels índexs

Número	Índex	Mercat	Volatilitat diària	Volatilitat anual
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	3,058%	58,030%
1	Ibex-35	Espanya	1,475%	23,327%
2	S&P 500	Estats Units	1,419%	22,433%
3	Dow Jones	Estats Units	1,473%	23,286%
4	Nikkei 225	Japó	1,235%	19,530%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	1,429%	22,594%
6	Footsie	Regne Unit	1,326%	20,967%
7	Bovespa	Brasil	2,181%	34,481%
8	Hang Seng	Xina	1,310%	20,713%
9	S&P Merval	Argentina	3,257%	51,494%
10	BSE SENSEX	Índia	1,539%	24,339%

Cal tenir en compte que com la desviació típica s'ha calculat sobre rendibilitats logarítmiques diàries, també aquesta volatilitat és diària, i correspon al període de 1 de gener del 2019 al 28 de febrer del 2022. Sembla interessant anualitzar aquesta volatilitat tal i com podem veure a la columna de la dreta. La volatilitat anual representa, doncs, la incertesa que genera en un actiu la fluctuació de la seva rendibilitat respecte del seu valor mitjà al llarg d'un any.

Per tal d'anualitzar la volatilitat diària recordem que cal emprar la següent fórmula:

$$\sigma_{Anual} = \sqrt{N} \cdot \sigma_{Diària}$$

En el cas de l'índex Crypto-15, com que cotitza tots els dies de l'any (incloent-hi els festius) considerem un any de 360 dies, amb la qual cosa substituïm la N per 360. En els índexs borsaris, en canvi, com que no cotitzen en dies festius ni caps de setmana considerem anys naturals de 250, amb la qual cosa cal substituir la N per 250.

Aquí veiem que prenent com a mesura la desviació típica de les rendibilitats diàries l'índex creat és clarament el més arriscat, ja que és el que té un major percentatge. Cal dir que això ja ens ho esperàvem, doncs té certa lògica que si era el més rendible també seria el més arriscat, doncs hi ha certa relació en el binomi risc-rendibilitat. Veiem com altres índexs com el Bovespa Brasiler o el S&P Merval argentí també tenen una volatilitat força elevada, mentre que la resta d'índexs tenen una volatilitat del voltant del 20%-25%.

PROBABILITAT DE PÈRDUA

Per a alguns inversors, més que l'oscil·lació de la rendibilitat, consideren que el risc ha d'estar associat a la possibilitat d'obtenir una rendibilitat inferior a un valor R*. Sota hipòtesi de normalitat, la probabilitat de pèrdua d'un actiu respecte de R*, es representa i es calcula, normalitzant la variable i consultant una taula de la llei Normal N(0,1), o bé utilitzant un programari que ja calculi directament aquest valor. En aquest sentit, entre dos actius, es considerarà més arriscat aquell que tingui més probabilitat de pèrdua. A continuació podem veure les probabilitats de pèrdua anuals per a cadascun dels índexs subjectes a l'anàlisi.

Taula 3.11: Probabilitats de pèrdua dels índexs

Número	Índex	Mercat	Rendibilitat anual	Volatilitat anual	Probabilitat pèrdua
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	55,256%	58,030%	17,050%
1	Ibex-35	Espanya	-0,973%	23,327%	51,664%
2	S&P 500	Estats Units	17,563%	22,433%	21,683%
3	Dow Jones	Estats Units	11,891%	23,286%	30,480%
4	Nikkei 225	Japó	7,697%	19,530%	34,675%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	8,961%	22,594%	34,583%
6	Footsie	Regne Unit	4,827%	20,967%	40,896%
7	Bovespa	Brasil	-1,925%	34,481%	52,226%
8	Hang Seng	Xina	-0,493%	20,713%	50,950%
9	S&P Merval	Argentina	-0,320%	51,494%	50,248%
10	BSE SENSEX	Índia	11,749%	24,339%	31,465%

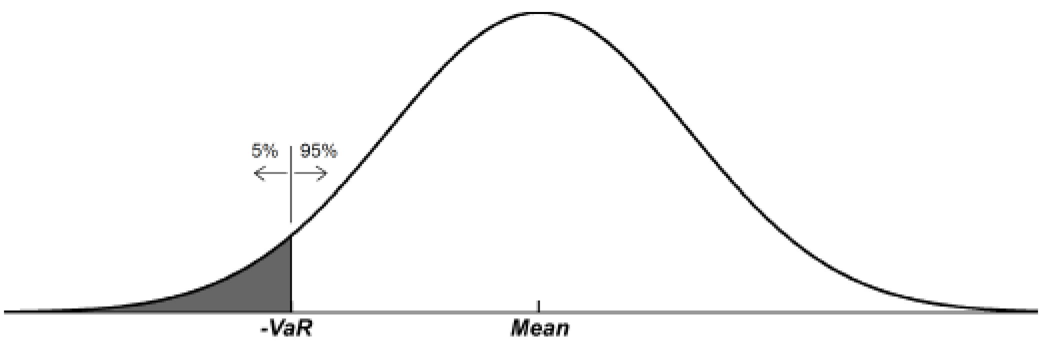
Abans d'analitzar els resultats, és important mencionar que aquí estem assumint que les distribucions són normals, cosa que ja sabem que no sempre és del tot cert. Així doncs, cal anar amb cura quan els analitzem doncs és pertinent ser cautelosos ja que estem assumint quelcom que no sempre es compleix. En primer lloc, veiem com el índex Crypto-15 és el que té menor probabilitat de pèrdua tot i ser el que major volatilitat tenia. Això és degut a que la rendibilitat anual és molt superior a la resta, i per tant tot i tenir una campana més ample al estar centrada molt més a la dreta la cua a l'esquerra del 0 és menor. Veiem com els criteris de risc divergeixen, ja que segons la volatilitat el nostre índex era el més arriscat, però segons la probabilitat de pèrdua no ho és.

A la taula també veiem com en el segon lloc es situa el S&P 500, amb una probabilitat esperada de pèrdua de només el 21,683%. Al final veiem els valors més elevats de probabilitat de pèrdua per els índexs de la Xina, Argentina, Espanya i el Brasil. Com que en aquests índexs la rendibilitat anual és negativa, és lògic que la probabilitat de pèrdua sigui major que 0,5 si estem assumint normalitat.

VALUE AT RISK

El *Value at Risk* (VaR) és una altra forma alternativa de mesurar el risc, que quantifica la pèrdua màxima que pot experimentar un actiu durant un període temporal i a un determinat nivell de confiança (habitualment el 95%). Gràficament es pot veure clarament la idea de *Value At Risk* que estem comentant:

Gràfic 3.4: Explicació de Value At Risk



El VaR d'un actiu per a un període T, es pot calcular utilitzant 3 mètodes (paramètric, simulació històrica, simulació de Montecarlo) dels que nosaltres farem servir el mètode paramètric: Aquest mètode parteix de la hipòtesi que les rendibilitats de l'actiu segueixen una llei normal amb una determinada rendibilitat mitjana i volatilitat. És cert que ja hem comentat que això no sempre és així, però les diferencies amb si no ho consideréssim normal no són gaire grans. Segons el nivell de confiança ε que vulgui l'inversor, el VaR paramètric o pèrdua màxima respecte del capital invertit, durant un període s'obté mitjançant la següent expressió:

$$VaR = |MIN(0\,;\ \bar{R}_t - k_\varepsilon \cdot \sigma_t)|$$

Així doncs, k_ε depèn del nivell de confiança, i pel que ho farem nosaltres de 95% és 1,645. En aquest sentit, entre dos actius es considerarà que té més risc aquell que tingui més *value at risk*, és a dir, el que ofereixi més pèrdua dins d'un termini temporada. Si ho calculem per l'índex creat i els 10 índexs de referència, els resultats són els següents:

Taula 3.12: VaR dels índexs

Número	Índex	Mercat	Rendibilitat anual	Volatilitat anual	VaR
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	55,256%	58,030%	40,20%
1	Ibex-35	Espanya	-0,973%	23,327%	39,35%
2	S&P 500	Estats Units	17,563%	22,433%	19,34%
3	Dow Jones	Estats Units	11,891%	23,286%	26,41%
4	Nikkei 225	Japó	7,697%	19,530%	24,43%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	8,961%	22,594%	28,21%
6	Footsie	Regne Unit	4,827%	20,967%	29,66%
7	Bovespa	Brasil	-1,925%	34,481%	58,65%
8	Hang Seng	Xina	-0,493%	20,713%	34,57%
9	S&P Merval	Argentina	-0,320%	51,494%	85,03%
10	BSE SENSEX	Índia	11,749%	24,339%	28,29%

En primer lloc, anem a interpretar els resultats de la taula. El 40,20% de VaR que trobem per l'índex Crypto-15 vol dir que en un 5% de probabilitat la rendibilitat simple anual serà menor al -40,20%, que vol dir que en un 5% dels anys hi haurà pèrdues iguals o superiors al 40,20%. En canvi, en un 95% de probabilitat la rendibilitat simple serà major o igual a aquest 40,20%. Fixem-nos com si tenim present aquesta mesura del risc el nostre índex es troba més o menys semblant als índexs borsaris. De fet, dels 11 índexs que estem analitzant, el Crypto-15 se situaria com el tercer el més arriscat darrere de l'índex argentí i del brasiler. Així doncs, seguint el criteri del VaR sí que podríem dir que el mercat de les criptomonedes és més arriscat que la majoria de mercats borsaris analitzats.

No obstant, a l'hora d'emprar aquest model cal tenir present que porta una sèrie d'inconvenients. Al VaR per simulació històrica, s'atorga la mateixa importància a totes les dades històriques. Hi ha inversors que consideren que a les dades més recents se'ls hauria de donar més ponderació i importància que a les dades més llunyanes. En segon lloc, en expressar-se el VaR en funció d'un nivell de confiança, no es té en compte ni s'analitza el que passa amb les rendibilitats eliminades, i són precisament les rendibilitats extremes les que, depenent de la mida i del moment en què es produeixin, podrien generar un gran trencament en la solvència de l'actiu. En tercer lloc, no tots els analistes estan d'acord amb la idea de VaR expressada fins ara com a mesura de la pèrdua respecte del capital invertit, sinó que consideren que també s'hauria de considerar com a pèrdua la part de rendibilitat mitjana que s'espera i no s'aconsegueix.

Una altra mesura del risc a utilitzar podria ser la de calcular el coeficient beta, que és la mesura de risc que quantifica la variació que ofereix un actiu per cada punt que varïï el seu índex de referència. No obstant, com que estem treballant amb índexs directament aquesta mesura és poc útil, i amb les tres eines emprades ja hem posat de manifest la problemàtica existent al mercat sobre la quantificació del risc. Posats a seleccionar una de les mesures de risc anteriorment mencionades per a continuar amb el treball, triarem la més utilitzada en el mercat, la volatilitat. Per això, en el següent apartat es desenvoluparà la volatilitat de l'índex Crypto-15 o es compararà amb la volatilitat d'altres índexs borsaris tradicionals.

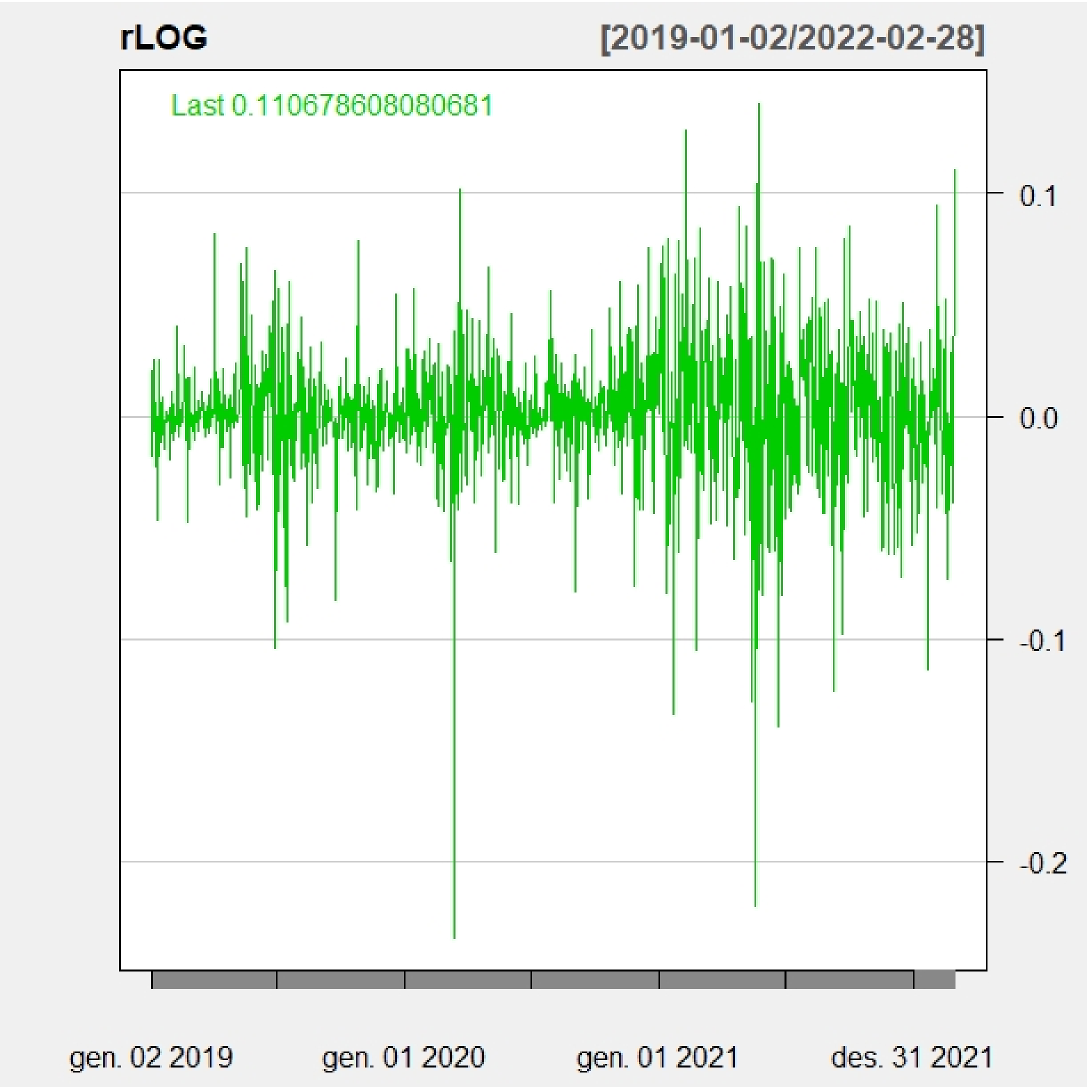
4. ANÀLISI DE LA VOLATILITAT DE L'ÍNDEX

En aquest capítol s'ajustarà un model de volatilitat condicional que permetrà expressar la volatilitat present de l'índex en funció de la volatilitat passada. El que farem en primer lloc serà, doncs, calcular les rendibilitats diàries de l'índex. Aquestes rendibilitats les calcularem en forma logarítmica, ja que així seran simètriques. Això vol dir que quan l'índex baixi un dia un 5% en rendibilitat logarítmica, per recuperar-ho caldrà només que pugi un 5%, i no com si treballéssim amb rendibilitats simples. Així doncs, les rendibilitats logarítmiques diàries les calculem de la següent forma, tal i com hem vist a l'apartat 3.4 i en els apartats anteriors:

$$r_i = ln(\frac{P_i}{P_{i-1}})$$

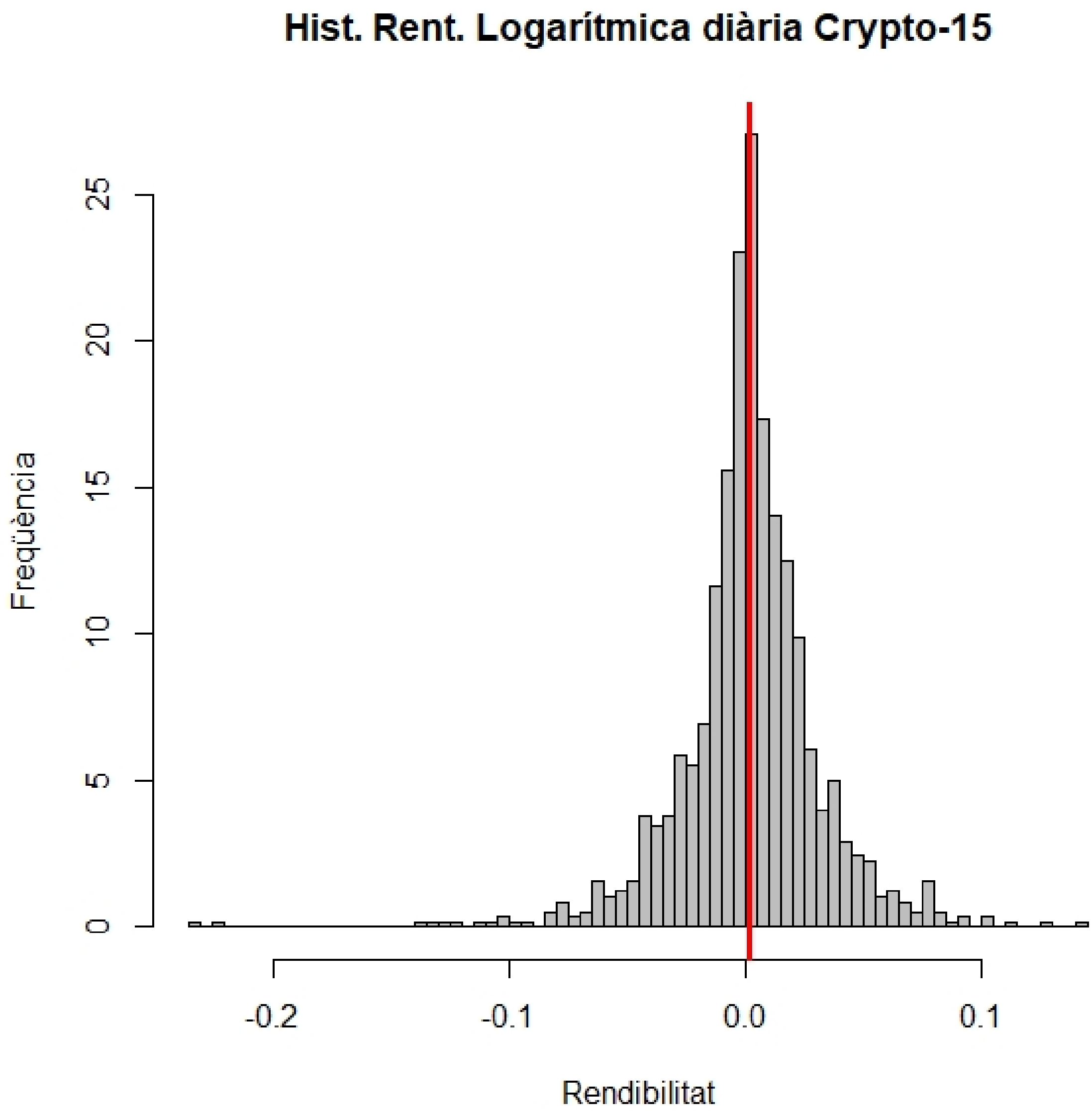
Si el fem, en el gràfic a continuació podem observar l'evolució de les rendibilitats logarítmiques per a l'índex Crypto-15:

Gràfic 4.1: Evolució rendibilitats diàries



Aquí ja veiem que la volatilitat no és constant en el temps, ja que durant determinats intervals de temps hi ha rendibilitats més extremes que en d'altres. Si calculem la mitjana de les rendibilitats diàries trobem que és de 0,001535. El màxim es troba en 0,140566 i el mínim en -0,234205. A continuació, provem de fer un histograma per veure quina distribució seguirien les rendibilitats logarítmiques diàries:

Gràfic 4.2: Histograma de les rendibilitats diàries logarítmiques de l'índex Crypto-15



Veient això ja s'intueix que les rendibilitats logarítmiques diàries no segueixen pas una distribució normal. En els models que presentarem a continuació cal dir que s'assumeix que la rendibilitat mitjana diària és 0 (hem vist que el valor era molt proper) doncs així la volatilitat es pot aproximar al sumatori de les rendibilitats diàries al quadrat entre el número de rendibilitats. Veurem que entre els models següents no incloem pas el model ARIMA, i això és degut a que en finances usualment s'incompleix una de les suposicions més clares del model ARIMA, i és que la variància ha de ser constant en el temps.

Tal i com hem vist en el gràfic 7 això no és així, i per tant, utilitzarem només els tres models que es veuen a continuació, que són el EWMA, ARCH i GARCH.

4.1 Model EWMA

El model EWMA és un model de suavitzat exponencial. Així doncs, es basa en mitjanes mòbils de n dies on pesen més les dades més recents. Per a la predicció de la volatilitat del dia i-èssim utilitza la següent fórmula:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = \lambda \widehat{\sigma_{i-1}}^2 + (1-\lambda) r_{i-1}^2 + \varepsilon_i$$

Per tant, veiem com el model EWMA estima la volatilitat en un moment com una funció de les rendibilitats prèvies. Com hem comentat abans, suposa una rendibilitat mitjana diària igual a 0. Com veiem, té un paràmetre a estimar, que és la lambda, i l'estimarem per màxima versemblança. Si ens fixem en la fórmula, veiem que si el paràmetre lambda estimat fos igual a 1, la variància seria constant, Tanmateix, si fos 0, aleshores la variància respondria únicament als efectes del mercat. És rellevant veure que el paràmetre lambda ha d'estar sempre entre 0 i 1.

Si definim el model al R, tal i com es pot veure a l'annex emprant la funció *EWMAvol*, obtenim la següent sortida:

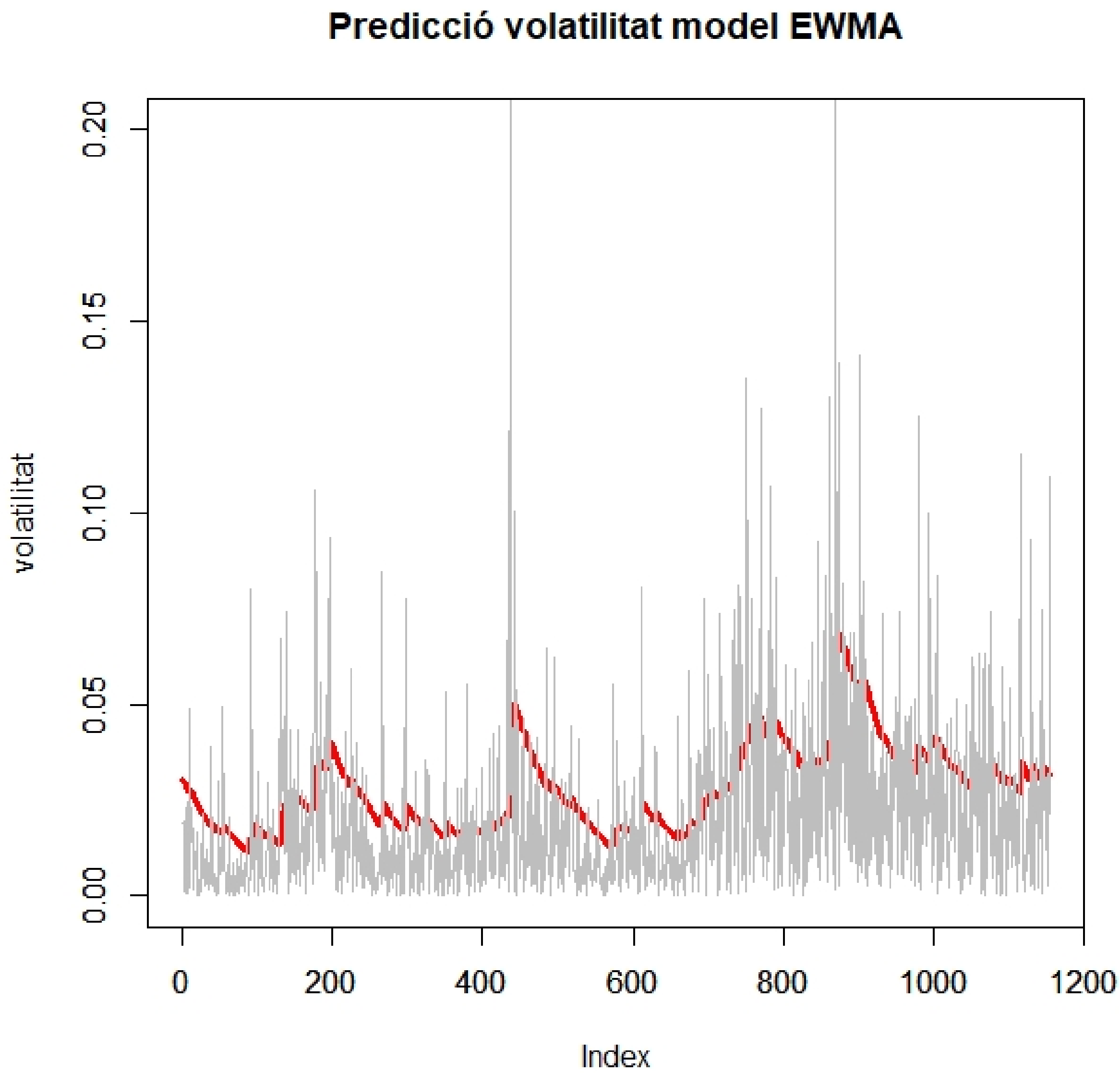
```
Coefficient(s):
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
lambda  0.962504    0.004023    239.3   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Fixem-nos que l'R ens estima una lambda propera al 0,96. Com que està molt més a prop de l'1 que del 0, això vol dir que la volatilitat dels dies anteriors influeix força en la predicció de la volatilitat del següent dia. Així doncs, si haguéssim d'escriure l'equació del model resultant seria la següent:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = 0{,}962504 \cdot \widehat{\sigma_{i-1}}^2 + 0{,}037496 \cdot r_{i-1}^2 + \varepsilon_i$$

En el gràfic de continuació podem veure com de bé el model prediu la volatilitat a la vegada que veurem la volatilitat diària de l'índex Crypto-15:

Gràfic 4.3: Gràfic de la modelització de la volatilitat condicional model EWMA



Així doncs, de color vermell veiem les prediccions del model. A continuació, i de cara a comparar-ho amb els altres models, calcularem la suma d'errors al quadrat. Això és dir, calcularem l'error de cada observació en valor absolut, l'elevarem al quadrat, i a continuació en farem el sumatori. Si ho fem de la manera que es pot veure en el codi adjunt, el resultat és 0,6858696. Com dèiem, després ho compararem amb els altres dos models per determinar quin model té un menor error i, per tant, és més adient.

4.2 Model ARCH

Un cop hem intentat aproximar la variabilitat condicional mitjançant un model EWMA, a continuació intentarem aproximar-la mitjançant un model ARCH. El model ARCH és un model condicional que incorpora al model una constant, proporcionant un nivell de referència. Així doncs, l'equació d'un ARCH (L) seria la següent:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = \omega + \sum_{t=1}^{L} \alpha_t \cdot r_{i-t}^2 + \varepsilon_i$$

Per tant, per el model ARCH caldrà estimar L+1 paràmetres. Si busquem l'equació per L=1, aleshores obtindrem:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = \omega + \alpha_1 \cdot r_{i-1}^2 + \varepsilon_i$$

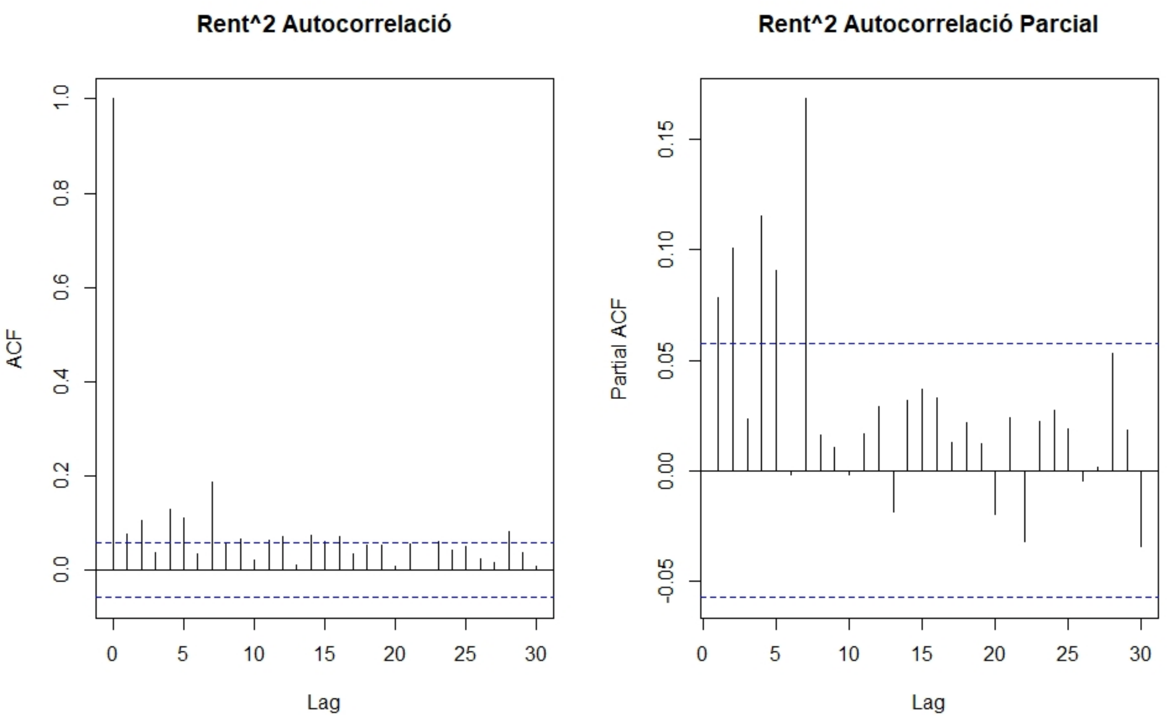
Si ampliem el model a un ARCH (2), aleshores l'equació es transforma en la següent:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = \omega + \alpha_1 \cdot r_{i-1}^2 + \alpha_2 \cdot r_{i-2}^2 + \varepsilon_i$$

I així podríem seguir amb els paràmetres que volguéssim. Veiem, doncs, que L fa referència al número de *lags* que tindrem en compte en el model, i com major sigui informació més antiga estarem emprant. Com a restriccions del model sabem que tots els paràmetres han de ser positius i la suma de totes les alfes ha de ser necessàriament menor que 1.

A l'hora d'aplicar el model, cal decidir el paràmetre L, que són el número de retards que es tindran en compte. Per fer-ho, ens fixarem en els gràfics d'autocorrelació i d'autocorrelació parcial de les rendibilitats al quadrat que veiem a continuació:

Gràfic 4.4: Autocorrelació i autocorrelació parcial de les rendibilitats diàries de Crypto-15 al quadrat



Veient aquests gràfics, queda clar que no tindria gaire sentit aplicar un ARCH (1), doncs clarament l'autocorrelació és d'ordre 7. Així doncs, necessitarem com a mínim un ARCH (7), on haurem d'estimar doncs un total de 8 paràmetres incloent la constant. Això ho farem mitjançant la funció del R *garchFit*, que es troba en la llibreria *fGarch*[15]. Al fer-ho, obtenim la següent sortida:

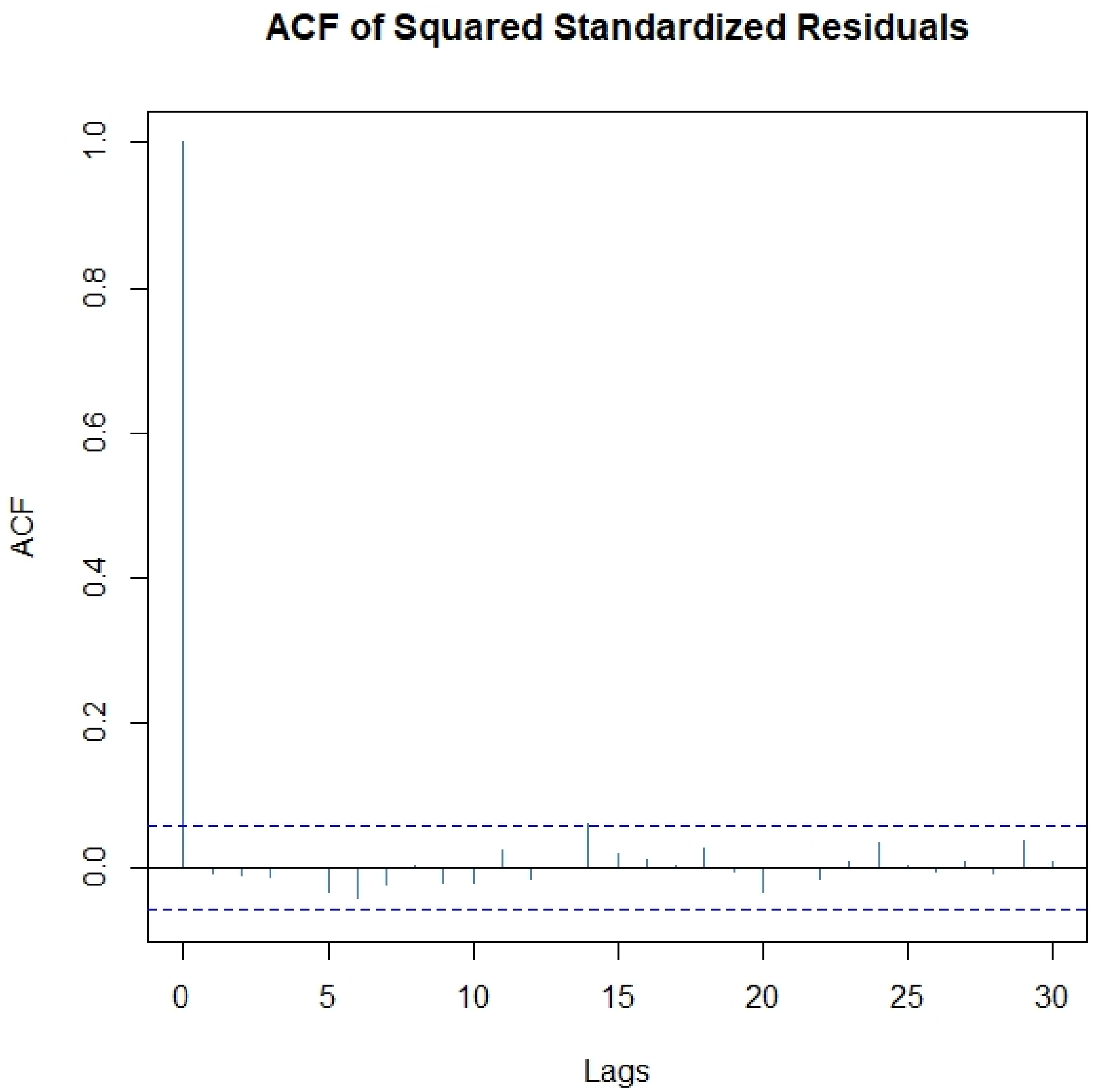
```
          Estimate   Std. Error  t value     Pr(>|t|)
omega  0.000286776 3.416981e-05 8.392670 0.000000e+00
alpha1 0.059148193 3.175724e-02 1.862510 6.253118e-02
alpha2 0.103611082 3.541477e-02 2.925646 3.437422e-03
alpha3 0.024315835 2.294395e-02 1.059793 2.892388e-01
alpha4 0.240503836 4.716529e-02 5.099170 3.411460e-07
alpha5 0.084789731 3.580171e-02 2.368315 1.786930e-02
alpha6 0.166928968 4.802009e-02 3.476232 5.085120e-04
alpha7 0.121371352 3.802748e-02 3.191674 1.414506e-03
```

Aquí veiem com tots els paràmetres del model surten significatius excepte dos, que són alpha 1 i alpha 3. El fet de que hi hagi paràmetres no significatius ja ens indica que possiblement el model no serà el millor. De les altres restriccions, veiem clarament que la suma de tots els paràmetres és menor que 1 i que l'estimació de tots els paràmetres és positiva. Així doncs, si haguéssim d'escriure l'equació del model resultant, arrodonint al quart decimal, seria la següent:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = 0{,}0003 + 0{,}0591 \cdot r_{i-1}^2 + 0{,}1036 \cdot r_{i-2}^2 + 0{,}0243 \cdot r_{i-3}^2 + 0{,}2405 \cdot r_{i-4}^2 + 0{,}0848 \cdot r_{i-5}^2 + 0{,}1669 \cdot r_{i-6}^2 + 0{,}1214 \cdot r_{i-7}^2 + \varepsilon_i$$

Per continuar amb la validació del model, cal analitzar el gràfic d'autocorrelació dels residus que veiem a continuació:

Gràfic 4.5: Autocorrelació dels residus del model ARCH (7)



Aquí observem clarament com no hi ha autocorrelació entre els residus, quelcom que és molt necessari quan s'ajusta un model de volatilitat condicional. A continuació, igual que hem fet per el model EWMA, calculem el sumatori de l'error al quadrat de cada observació, i obtenim 0,6820941. Per veure com s'ha trobat aquesta xifra es pot consultar el codi d'R adjunt que es troba en l'annex.

4.3 Model GARCH

Un cop aplicats els models ARCH i EWMA per analitzar la variabilitat condicional, és convenient emprar el model Garch. Aquest model combina els dos anteriors, ja que utilitza tant informació sobre les rendibilitats anteriors, les variabilitats condicionals anteriors i té una constant. Així doncs, l'equació d'un model Garch (L_1, L_2) és la següent:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = \omega + \sum_{t=1}^{L1} \alpha_t \cdot r_{i-t}^2 + \sum_{k=1}^{L2} \beta_k \cdot \sigma_{i-k}^2 + \varepsilon_i$$

En aquest cas, L_1 fa referència al número de *lags* respecte la rendibilitat al quadrat mentre que L_2 fa referència al número de *lags* respecte la volatilitat. Aquest model també assumeix que la rendibilitat mitjana diària és igual a 0. Com veiem, hi ha un total de $L_1 + L_2 + 1$ paràmetres a estimar. Les restriccions dels paràmetres són que tots han de ser positius, i que perquè sigui un model estacionari el sumatori de les alfes més el de les betes ha de ser menor que 1. Fixem-nos que el cas anterior de el model ARCH és un cas particular del GARCH on L_2=0. El model més parsimoniós possible és el model Garch (1,1), que és el que s'explicaria mitjançant la següent equació:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = \omega + \alpha_1 \cdot r_{i-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{i-1}^2 + \varepsilon_i$$

Així doncs, a continuació podem veure el resultat d'aplicar el model Garch (1,1) a les rendibilitats diàries de l'índex Crypto-15 emprant la funció del R *garchFit*, que es troba en la llibreria *fGarch*.

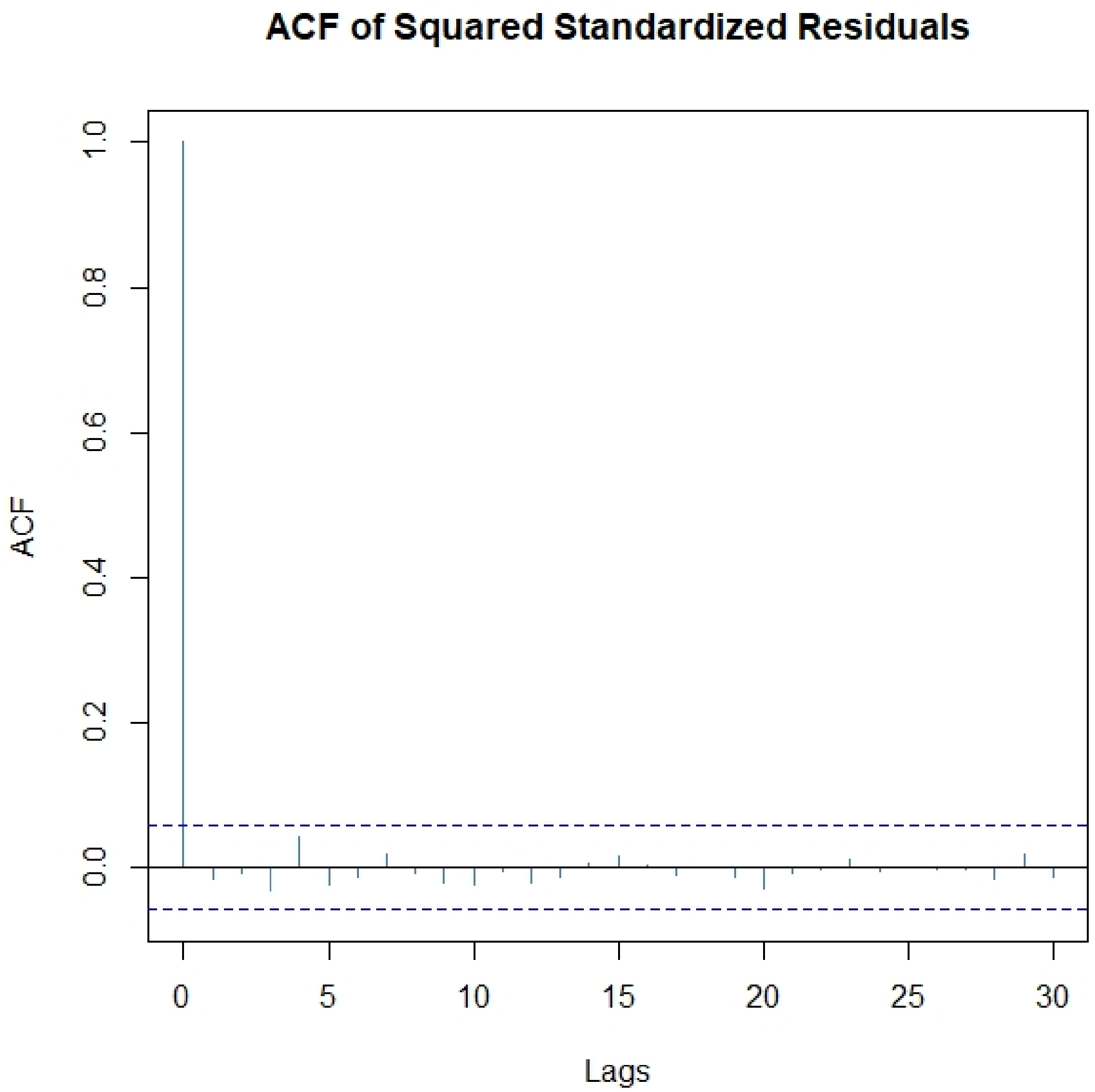
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
omega	2.156417e-05	5.519293e-06	3.907053	9.342863e-05
alpha1	9.052406e-02	1.842892e-02	4.912064	9.012255e-07
beta1	8.939400e-01	1.898164e-02	47.094978	0.000000e+00

En primer lloc, veiem que efectivament l'estimació de tots els paràmetres és positiva, i si els sumem tots són menors que 1, fet que confirma l'estacionarietat del model. A més, veiem que tots els paràmetres són clarament significatius. Així doncs, si haguéssim d'escriure l'equació del model resultant, arrodonint al sisè decimal, seria la següent:

$$\widehat{\sigma_i}^2 = 0{,}000022 + 0{,}009052 \cdot r_{i-1}^2 + 0{,}893940 \cdot \sigma_{i-1}^2 + \varepsilon_i$$

En el gràfic següent podem veure si hi ha autocorrelació en els residus del model:

Gràfic 4.6: Autocorrelació dels residus del model GARCH (1,1)



Així doncs, de la mateixa manera que dèiem que els residus en el model ARCH no estaven autocorrelacionats, en el model Garch tampoc ho estan, fet que ajuda a validar el model. A continuació, igual que hem fet per els dos models anteriors, calculem el sumatori de l'error al quadrat de cada observació, i obtenim 0,65371. Per veure com s'ha trobat aquesta xifra es pot consultar el codi d'R adjunt que es troba en l'annex.

El model Garch permet calcular la volatilitat incondicional mitjançant la següent fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \alpha_1 - \cdots - \alpha_{L1} - \beta_1 - \cdots - \beta_{L2}}$$

Així doncs, si apliquem la fórmula en el nostre cas obtenim el següent:

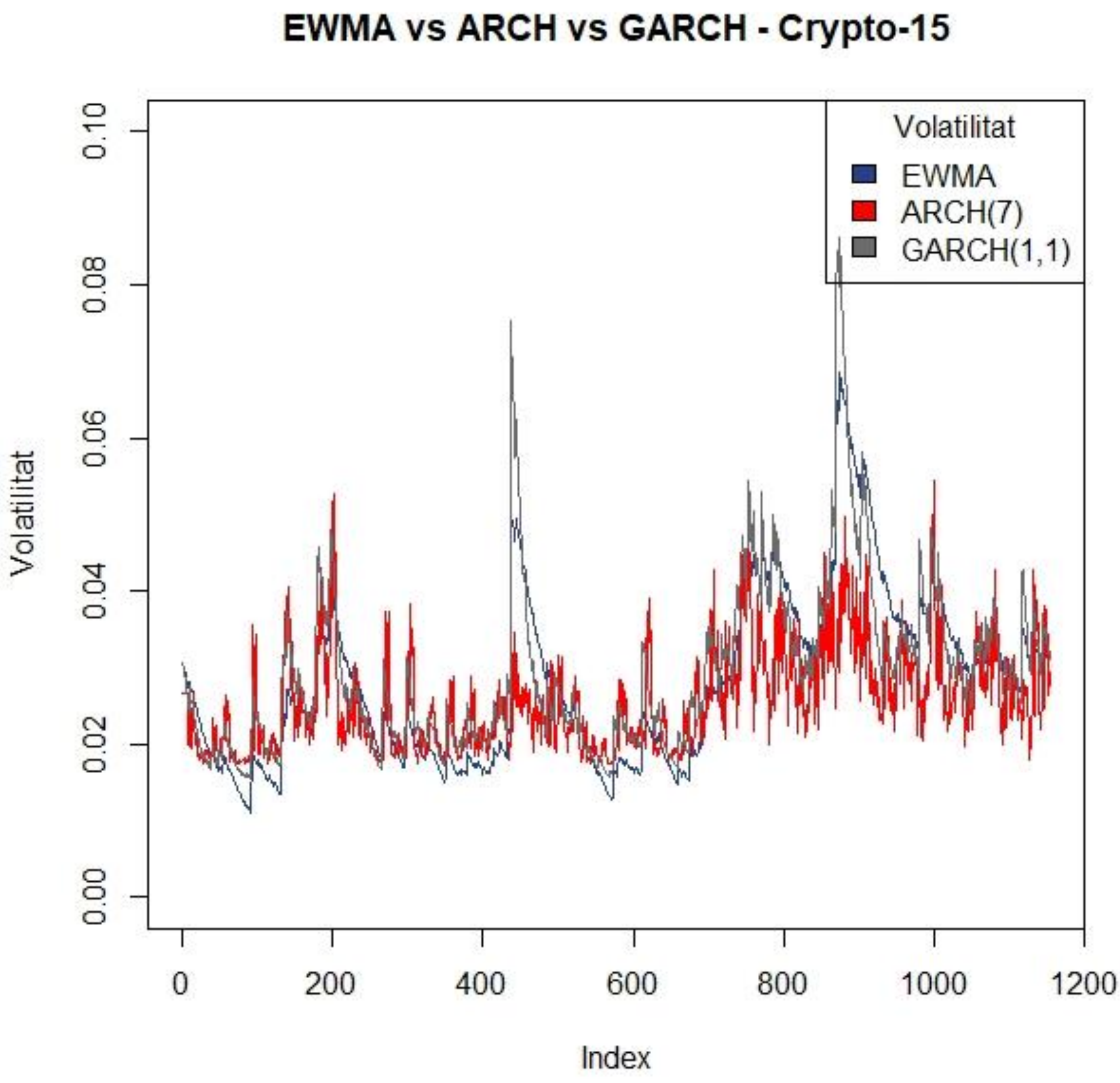
$$\sigma^2 = \frac{0{,}000022}{1 - 0{,}090524 - 0{,}893940} = 0{,}001388021$$

Aquest 0,001388021 seria la volatilitat incondicional estimada pel model Garch (1,1) de les rendibilitats logarítmiques diàries l'índex Crypto-15.

4.4 Conclusions i comparació amb índexs borsaris

Un cop ja hem trobat tres models que expliquen la volatilitat de l'índex Crypto-15, seria convenient comparar-los. En primer lloc, en el següent gràfic es poden veure les volatilitats estimades per els diferents 3 models:

Gràfic 4.7: Comparació de la volatilitat predita en els tres models



En aquest gràfic veiem, en primer lloc, com el model ARCH li costa més pujar la volatilitat davant de rendibilitats extremes. Veiem certa semblança entre els models GARCH i EWMA pel que fa les prediccions de la volatilitat. Com a conclusió clara de l'apartat podem veure que a partir de finals del 2020 i principis de 2021 la volatilitat de l'índex Crypto-15 va augmentar, ja que es pot veure una clara escalada al gràfic. Així doncs, clarament no es va mantenir constant.

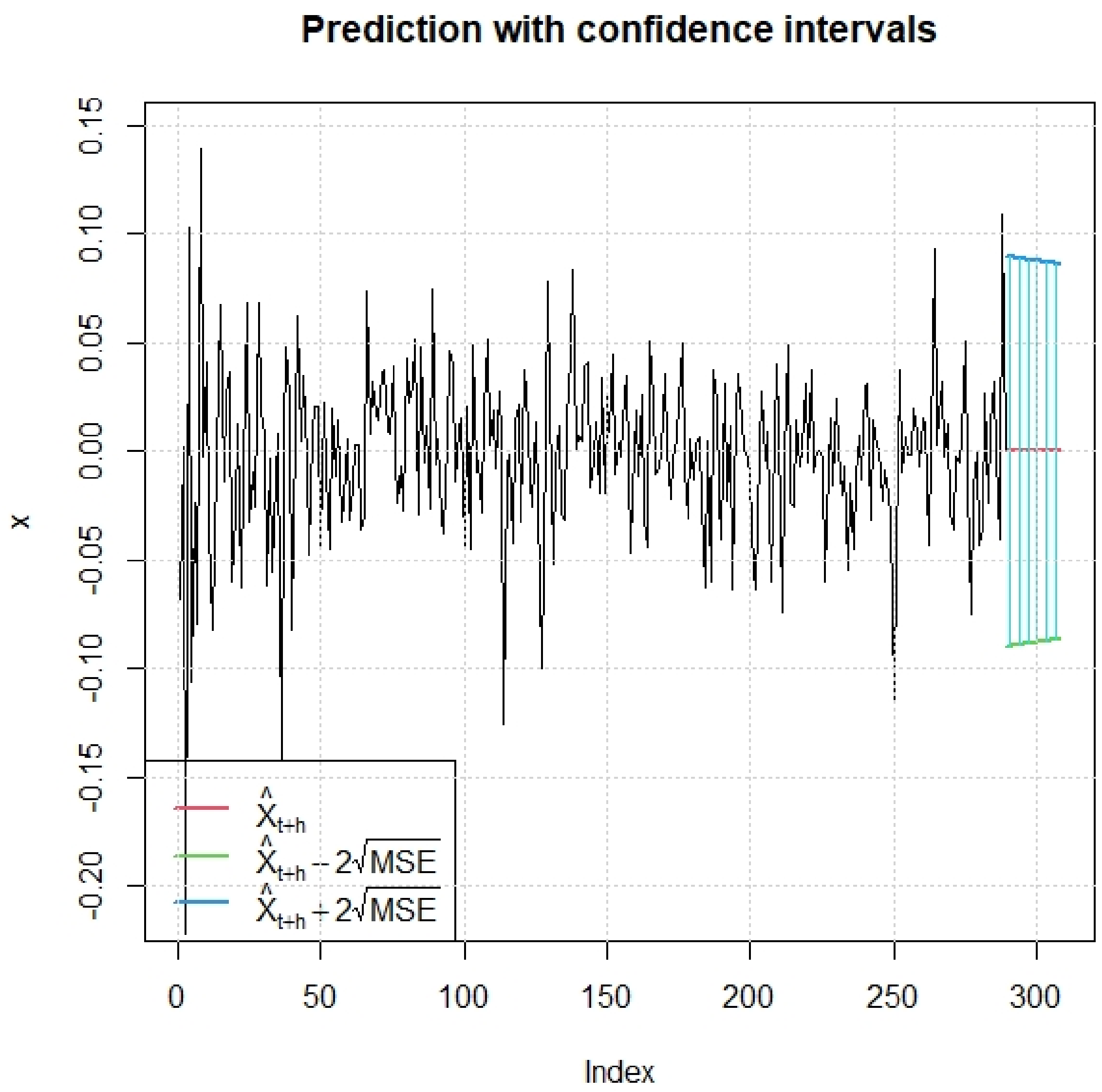
Una eina clara que podem emprar per predir la volatilitat és la de comparar els seus errors quadràtics, tal i com veiem a la següent taula:

Taula 4.1: Resum dels models

Model	Número de paràmetres a estimar	Sumatori del EQ
EWMA	1	0,685869
ARCH (7)	8	0,682094
GARCH (1,1)	3	0,653710

En aquesta taula resum veiem com el model que té un error més petit és el Garch (1,1). Així, ens quedarem amb aquest model, que és clarament més parsimoniós que el ARCH (7) i té menys error que l'EWMA. D'altra banda, en el següent gràfic podem veure les prediccions per als propers 20 dies (1 de març del 2022 fins el 20 de març del 2022) pel que fa la volatilitat:

Gràfic 4.8: Previsions de la volatilitat de l'índex Crypto-15 amb el model Garch (1,1)



Un cop aplicat aquest model per a l'índex Crypto-15, sembla convenint provar-ho també amb alguns índexs tradicionals i veure'n les diferències. En aquest apartat treballarem només amb l'Íbex 35 en dòlars i amb el S&P 500, doncs veurem que comparant els resultats del model amb aquests dos índexs ja en podrem treure conclusions rellevants. En aquests índexs aplicarem el model Garch (1,1) directament, doncs ha estat el millor per a l'índex Crypto-15. En primer lloc, a continuació veiem els sumatoris dels errors quadràtics per cada índex.

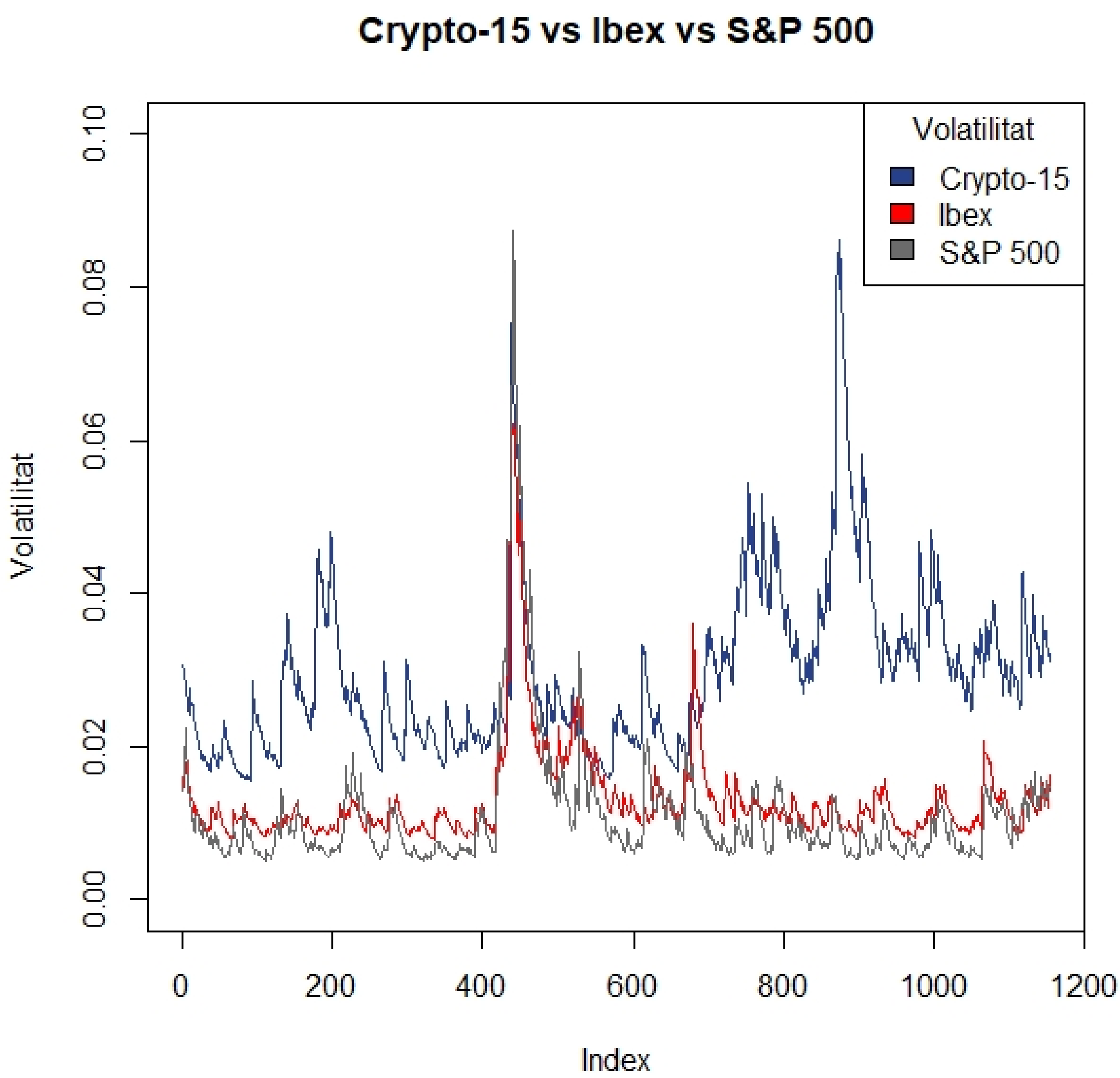
Taula 4.2: Comparació del EQ i de la volatilitat incondicional amb índexs tradicionals

Índex	Sumatori del EQ	Volatilitat incondicional
Crypto-15	0,653710	0.001388021
Íbex 35	0,090771	0.000204339
S&P 500	0.065251	0.000199564

Aquí ja veiem que el model Garch funciona molt millor per l'Íbex 35 i per el S&P 500 que per l'índex Grypto-15, doncs hi ha menys valors extrems o *outliers* que resulten en un menor sumatori d'errors quadràtics. A més, veiem clarament que la volatilitat incondicional és molt superior per l'índex Crypto-15 que per els índexs borsaris tradicionals, fet que confirma la hipòtesi de que existeix més volatilitat en els mercats de criptomonedes que en els mercats borsaris.

D'altra banda també és molt interessant analitzar la volatilitat predita per cadascun dels tres models, i això ho podem veure en el gràfic de continuació:

Gràfic 4.9: Volatilitat condicional per a l'índex Crypto-15, l'Ibex-35 i el S&P 500



En el gràfic veiem clarament com la volatilitat condicional és sempre molt major per índex de criptomonedes que pels índexs tradicionals, fet que ens porta a pensar que, tal i com dèiem a l'apartat anterior, el mercat de les criptomonedes és més arriscat que els mercats borsaris perquè hi ha major volatilitat. Aquesta gran pujada al voltant del 400-500 és degut a l'increment de volatilitat que hi hagué el març del 2020 amb l'aparició de la pandèmia del Covid 19, que veiem que va afectar de manera similar els índexs borsaris com la criptomoneda pel que fa la volatilitat condicional.

Així doncs, podem concloure que en general en els mercats de criptomonedes hi ha més volatilitat que en els mercats borsaris tradicionals. No obstant, cal aclarir que en moments de rendibilitats extremes no s'hi observa gran diferència.

5. MODEL LINEAL PER PREDIR EL COMPORTAMENT DE L'ÍNDEX

En aquest apartat intentarem crear un model lineal per tal de predir el comportament de l'índex Crypto-15 en funció del que ha passat anteriorment en el propi índexs i en els índexs borsaris amb els quals estem treballant. Així doncs, primer definirem el model, el validarem, n'analitzarem l'error i la seva capacitat predictiva i, per últim, en veurem els resultats i en farem la interpretació corresponent. A més, al final farem un test de que hauria passat si ens haguéssim cregut el model que hem creat i haguéssim obrat en conseqüència.

5.1 Definició del model

El primer pas a l'hora de crear un model lineal per tal de predir el comportament de l'índex Crypto-15 és el de definir exactament el que volem predir. Així doncs, decidim que el que volem predir és la rendibilitat logarítmica simple diària de l'índex en funció de la rendibilitat logarítmica simple diària del dia anterior tant de l'índex Crypto-15 com dels altres índexs borsaris.

Així doncs, ens trobem amb un problema inicial, i és que per l'índex Crypto-15 tenim dades de forma diària i per als índexs no tenim dades en els dies festius. A més, els dies festius no coincideixen entre els índexs, de tal manera que tenim dades de dies diferents per tots ells. Per resoldre aquest problema, tindrem en compte només aquells dies on tots els índexs hagin cotitzat, i ho farem emprant la funció *time()* del R tal i com s'observa en l'annex. Així doncs, per dades entre el 1 de gener del 2019 i el 28 de febrer del 2022 tenim un total de 608 dades. Aquestes dades en el període que portem treballant en anteriors apartats són les que s'empraran també a l'hora de crear el model lineal. Així doncs, per la rendibilitat dels índexs que originalment no es calculen en dòlars s'agafarà el seu valor en dòlars americans que ja s'havia calculat en apartats anteriors.

A continuació, per cada índex borsari se'n calcula la rendibilitat logarítmica diària simple emprant la fórmula del R*: r_index <- diff(log(index10))[-1],*tal i com s'ha mencionat ja en diferents seccions del treball anteriorment.

El següent pas a fer ha estat el de buscar correlacions entre les variables explicatives per evitar problemes de multicol·linealitat. Com sabem, la multicol·linealitat es defineix com el grau de correlació existent entre les variables explicatives o regressors. Entre les principals conseqüències de la presència d'un cert grau de multicol·linealitat es troben les següents:

- Augment de la variància dels paràmetres estimats.
- Disminució de la precisió de les prediccions i limitacions importants en l'anàlisi estructural del model.
- Impossibilitat d'aïllar l'efecte de cadascuna de les variables explicatives sobre la variable endògena.

Així doncs, és pertinent veure com de correlacionades estan les variables explicatives abans de definir el model lineal. SI calculem la matriu de correlacions trobem el següent:

Taula 5.1: Matriu de correlacions entre les variables explicatives

	r_index	r_IBEX	r_GSPC	r_DJI	r_N225	r_STOXX50E	r_FTSE	r_BVSP	r_HSI	r_MERV	r_BSESN
r_index	1	0.2345181	0.2648902	0.2369319	0.08372047	0.2307721	0.2124469	0.1804417	0.05635213	0.1350671	0.1169621
r_IBEX	0.23451808	1	0.6388920	0.6986686	0.43471147	0.9088015	0.8190329	0.5801632	0.41651041	0.3314860	0.4781329
r_GSPC	0.26489015	0.6388920	1	0.9648224	0.32328173	0.6719418	0.5978390	0.6487223	0.31706199	0.3048734	0.3684954
r_DJI	0.23693186	0.6986686	0.9648224	1	0.35769035	0.7178079	0.6520790	0.6753595	0.33814100	0.3189004	0.3741602
r_N225	0.08372047	0.4347115	0.3232817	0.3576903	1	0.5263575	0.5360292	0.3260338	0.57951428	0.2376737	0.3560799
r_STOXX50E	0.23077206	0.9088015	0.6719418	0.7178079	0.52635745	1	0.8779511	0.5754151	0.49122132	0.3282560	0.4709191
r_FTSE	0.21244688	0.8190329	0.5978390	0.6520790	0.53602922	0.8779511	1	0.5494593	0.52531267	0.3500149	0.4721481
r_BVSP	0.18044171	0.5801632	0.6487223	0.6753595	0.32603385	0.5754151	0.5494593	1	0.35558630	0.3793583	0.4099782
r_HSI	0.05635213	0.4165104	0.3170620	0.3381410	0.57951428	0.4912213	0.5253127	0.3555863	1	0.2861544	0.4204163
r_MERV	0.13506714	0.3314860	0.3048734	0.3189004	0.23767372	0.3282560	0.3500149	0.3793583	0.28615445	1	0.2116801
r_BSESN	0.11696210	0.4781329	0.3684954	0.3741602	0.35607985	0.4709191	0.4721481	0.4099782	0.42041627	0.2116801	1

En aquest cas, hem decidit eliminar de l'anàlisi les variables que tinguessin una correlació major a 0,8 amb qualsevol altre variable. Així doncs, decidim eliminar, en primer lloc, l'Íbex, que té una correlació de 0,90 amb l'EuroStoxx i una de 0,81 amb el Footsie. En segon lloc, hem decidit eliminar el Footsie, que té una correlació de 0,88 amb l'EuroStoxx. És cert que d'entre els 3 índexs mencionats n'havíem d'eliminar 2, i el més natural sembla deixar l'EuroStoxx, doncs és un índex més global. Per últim, decidim eliminar de l'anàlisi el Dow Jones, doncs d'entre els dos índexs nord-americans se n'havia d'eliminar un degut a l'alta correlació que tenen. Un cop fet això, ja sabem que no tindrem problemes greus de multicol·linealitat.

Així doncs, un cop hem eliminat les variables pertinents ja podem aplicar el model lineal. En aquest cas, el model és el següent:

$$
\begin{aligned}
R_{Crypto-15_t} = {} & \beta_0 + \beta_1 R_{Crypto-15_{t-1}} + \beta_2 R_{GSPC_{t-1}} + \beta_3 R_{N225_{t-1}} + \beta_4 R_{STOXX50E_{t-1}} + \beta_5 R_{BVSP_{t-1}} \\
& + \beta_6 R_{HSI_{t-1}} + \beta_7 R_{MERV_{t-1}} + \beta_8 R_{BSESN_{t-1}} + \varepsilon_t
\end{aligned}
$$

Fixem-nos que per intentar explicar la rendibilitat d'un dia determinat agafem la informació de les rendibilitats del dia anterior, ja que són les que es disposen en el dia en qüestió. És cert que ara que ja estem a futur podríem utilitzar les dades del mateix dia, però això no tindria sentit ja que l'objectiu del model és predir en el moment.

Si apliquem aquest model al R tal i com es pot veure en l'annex obtenim la següent sortida:

```
Call:
lm(formula = y ~ df1$r_index + df1$r_GSPC + df1$r_N225 + df1$r_STOXX50E +
    df1$r_BVSP + df1$r_HSI + df1$r_MERV + df1$r_BSESN)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.236458 -0.016023 -0.000188  0.016349  0.182370

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)     0.002878   0.001701   1.691   0.0913 .
df1$r_index    -0.054063   0.042506  -1.272   0.2039
df1$r_GSPC     -0.010947   0.170143  -0.064   0.9487
df1$r_N225      0.045145   0.158624   0.285   0.7760
df1$r_STOXX50E  0.177960   0.163502   1.088   0.2768
df1$r_BVSP     -0.138608   0.097156  -1.427   0.1542
df1$r_HSI       0.032012   0.152536   0.210   0.8338
df1$r_MERV      0.056169   0.047833   1.174   0.2408
df1$r_BSESN    -0.074924   0.128810  -0.582   0.5610
```

Aquí ja detectem un clar problema, i és que cap dels coeficients resulta estadísticament significatiu. Per tant, veient això podríem pensar que no és possible predir de cap manera la rendibilitat del dia següent per l'índex Crypto-15 amb la informació que tenim, ja que les variables explicatives aporten molt poca informació.

No obstant, sí que hi ha quelcom que podríem fer. En aquest punt, sembla interessant definir un model lineal generalitzat de resposta binària per tal d'intentar predir si la rendibilitat de l'índex Crypto-15 serà positiva o negativa a partir de les rendibilitats dels índexs amb els quals estem treballant. Com sabem, el model lineal generalitzat (GLM) és una generalització flexible de la regressió lineal ordinària que permet variables de resposta que tenen models de distribució d'errors diferents d'una distribució normal. El GLM generalitza la regressió lineal en permetre que el model lineal estigui relacionat amb la variable de resposta mitjançant una funció d'enllaç i en permetre que la magnitud de la variància de cada mesurament sigui una funció del seu valor predit. En el cas que ens ocupa, per una variable resposta binària com és el cas començarem utilitzant l'enllaç lògit, que és l'enllaç canònic per a la família binomial:

$$\eta = g_1(\pi) = logit(\pi) = \log\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right)$$

Així doncs, apliquem el model emprant les mateixes 8 variables explicatives que en el model anterior, i obtenim la següent sortida d'R emprant la funció *glm()* del paquet *stats*:

```
Call:
glm(formula = y2 ~ df1$r_index + df1$r_GSPC + df1$r_N225 + df1$r_STOXX50E +
    df1$r_BVSP + df1$r_HSI + df1$r_MERV + df1$r_BSESN, family = binomial)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.5960  -1.2334   0.9812   1.0968   1.3480

Coefficients:
               Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)     0.20010    0.08271   2.419   0.0155 *
df1$r_index    -1.42057    2.06895  -0.687   0.4923
df1$r_GSPC      0.84179    8.37048   0.101   0.9199
df1$r_N225      5.21692    7.93763   0.657   0.5110
df1$r_STOXX50E  0.98062    8.11963   0.121   0.9039
df1$r_BVSP     -6.67013    4.78593  -1.394   0.1634
df1$r_HSI       4.70812    7.42335   0.634   0.5259
df1$r_MERV      5.48371    2.85329   1.922   0.0546 .
df1$r_BSESN    -0.16995    6.38927  -0.027   0.9788
```

En aquest cas, sí que veiem que hi ha variables que clarament aporten informació al model. Ara bé, n'hi ha d'altres que no n'aporten gens. Així doncs, repetim el model però ara obviant les variables que tenien un p valor associat a la significació dels seus paràmetres superior al 0,9, que eren les de l'índex S&P, Eurostoxx i el Bovespa:

```
Call:
glm(formula = y2 ~ df1$r_index + df1$r_N225 + df1$r_BVSP + df1$r_HSI +
    df1$r_MERV, family = binomial)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.5997  -1.2358   0.9804   1.0984   1.3377

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  0.20066    0.08246   2.433   0.0150 *
df1$r_index -1.33351    2.02370  -0.659   0.5099
df1$r_N225   5.58269    7.60774   0.734   0.4631
df1$r_BVSP  -6.18875    3.96915  -1.559   0.1189
df1$r_HSI    4.89614    7.14731   0.685   0.4933
df1$r_MERV   5.56934    2.83511   1.964   0.0495 *
```

En aquest cas, veiem com hi ha encara tres variables com són les de les rendibilitats de l'índex Crypto-15, el Nikkei i el Hang Seng que clarament no tenen paràmetres associats significatius. Per tant, decidim eliminar-les també del model en busca d'un model més parsimoniós, i obtenim el següent:

```
Call:
glm(formula = y2 ~ df1$r_BVSP + df1$r_MERV, family = binomial)

Deviance Residuals:
   Min      1Q  Median      3Q     Max
-1.569  -1.250   1.010   1.097   1.355

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  0.19778    0.08203   2.411   0.0159 *
df1$r_BVSP  -4.87927    3.72325  -1.310   0.1900
df1$r_MERV   6.14050    2.80906   2.186   0.0288 *
```

Hom podria estar temptat aquí en eliminar la variable del BSE brasiler, però amb un nivell de significació del 20% no ho podem fer. Així doncs, el següent pas que ens fem és preguntar-nos si hem perdut informació important al eliminar les 6 variables anteriors. Per esbrinar-ho, apliquem la funció *anova* del R i veiem la següent sortida:

```
Analysis of Deviance Table

Model 1: y2 ~ df1$r_BVSP + df1$r_MERV
Model 2: y2 ~ df1$r_index + df1$r_GSPC + df1$r_N225 + df1$r_STOXX50E +
    df1$r_BVSP + df1$r_HSI + df1$r_MERV + df1$r_BSESN
  Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
1       603     828.31
2       597     825.76  6   2.5507   0.8628
```

Aquí veiem com aquest darrer model té una major deviància residual (recordem que això és pitjor, doncs com menys deviància residual millor) però és molt més parsimoniós. Com que la diferència de deviàncies és de 2,55, i aquest valor és menor al llindar de 12,59, podem dir que no hi ha diferències significatives entre els models, i que, per tant, ens quedarem amb aquest darrer molt més parsimoniós. Aquest 12,59 recordem que surt d'agafar una distribució Chi Quadrat amb 6 graus de llibertat i calcular una probabilitat a la cua del 0,05.

Un cop hem escollit les variables que inclourem a l'estudi, hem intentat veure que passaria si hi hagués alguna variable en forma polinòmica (quadràtica, cúbica o a la quatre) i hem vist que no hi hauria cap canvi significatiu. El codi que s'ha emprat per veure-ho es pot trobar a l'annex a l'apartat del model lineal generalitzat. D'altra banda, també hem intentat veure que passaria si canviéssim la funció enllaç a Probit o a cloglog i hem vist com tant l'AIC com el BIC del model seria pràcticament igual:

Taula 5.2: BIC i AIC del model utilitzant les diferents funcions d'enllaç

	AIC	BIC
Logit	834,3	847,5
Cloglog	834,6	847,8
Probit	834,3	847,5

Així doncs, veiem que no hi ha diferències pel que fa el Logit i el Probit en cap dels dos criteris. Recordem que el criteri d'informació d'Akaike (AIC) és una mesura de la qualitat relativa d'un model estadístic per a un conjunt de dades[16]. Com a tal, l'AIC proporciona un mitjà per a la selecció del model. L'AIC gestiona un *trade-off* entre la bondat d'ajust del model i la complexitat del model. Es basa en l'entropia d'informació: s'ofereix una estimació relativa de la informació perduda quan es fa servir un model determinat per representar el procés que genera les dades. La fórmula que s'utilitza per calcular-lo és el següent:

$$AIC = 2k - 2\ln(L)$$

En aquest cas, k representa el número de paràmetres a estimar i L el màxim valor de la funció de la versemblança per al model estimat. Així doncs, entre dos models escollirem aquell amb un AIC menor. Per al BIC la idea és la mateixa, però la fórmula és la següent:

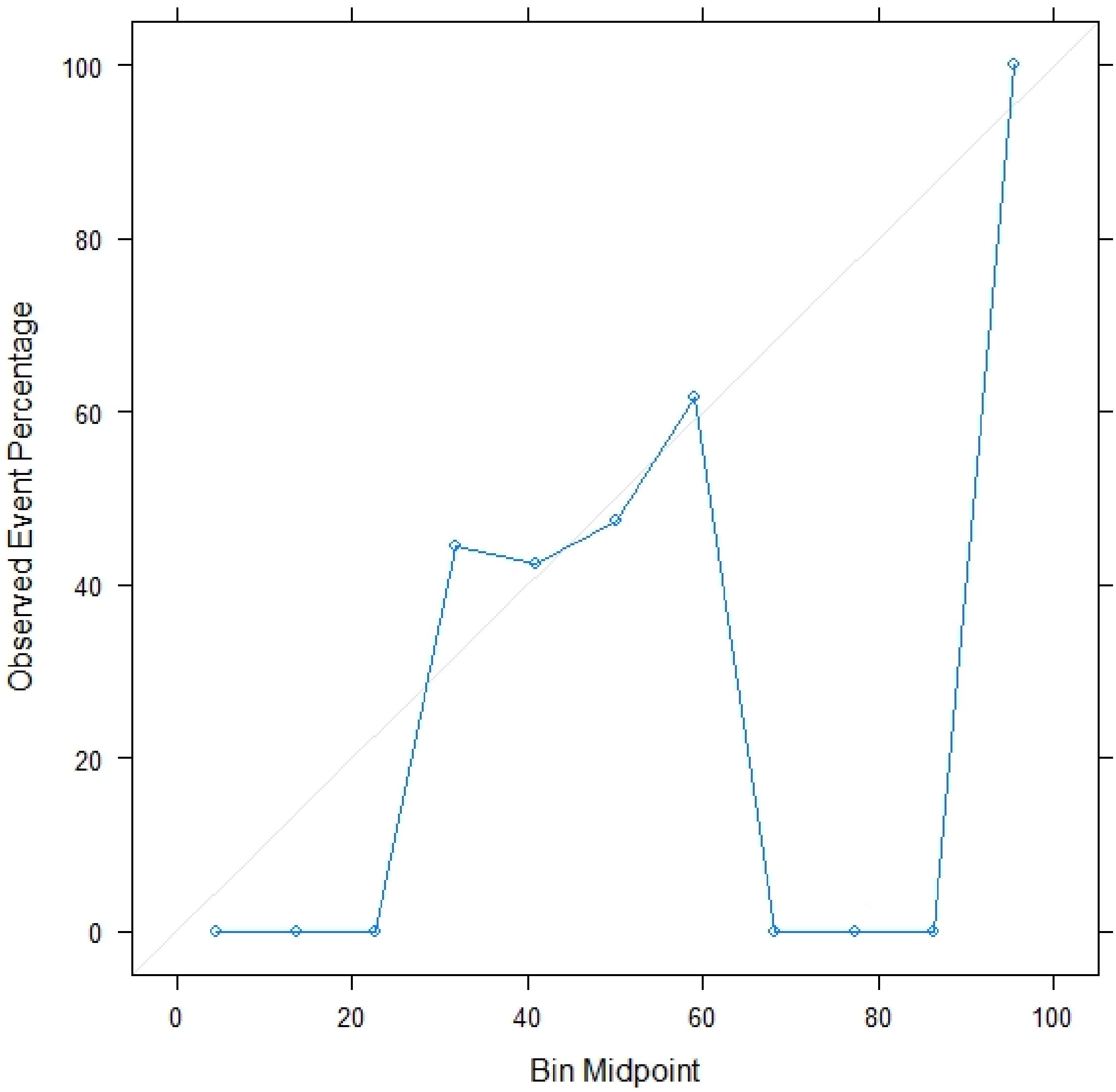
$$BIC = \ln(n)k - 2\ln(L)$$

Així, ln(n) és normalment major que 2, i per tant aquest darrer criteri perjudica i castiga més als models amb un elevat nombre de paràmetres a estimar. En qualsevol cas hem vist que la diferència entre els diferents models amb una funció d'enllaç diferent era molt petita, amb la qual cosa seguirem amb el model logit. Així doncs, un cop ja tenim definit el model ja podem passar al següent pas de validació del model.

5.2 Validació del model

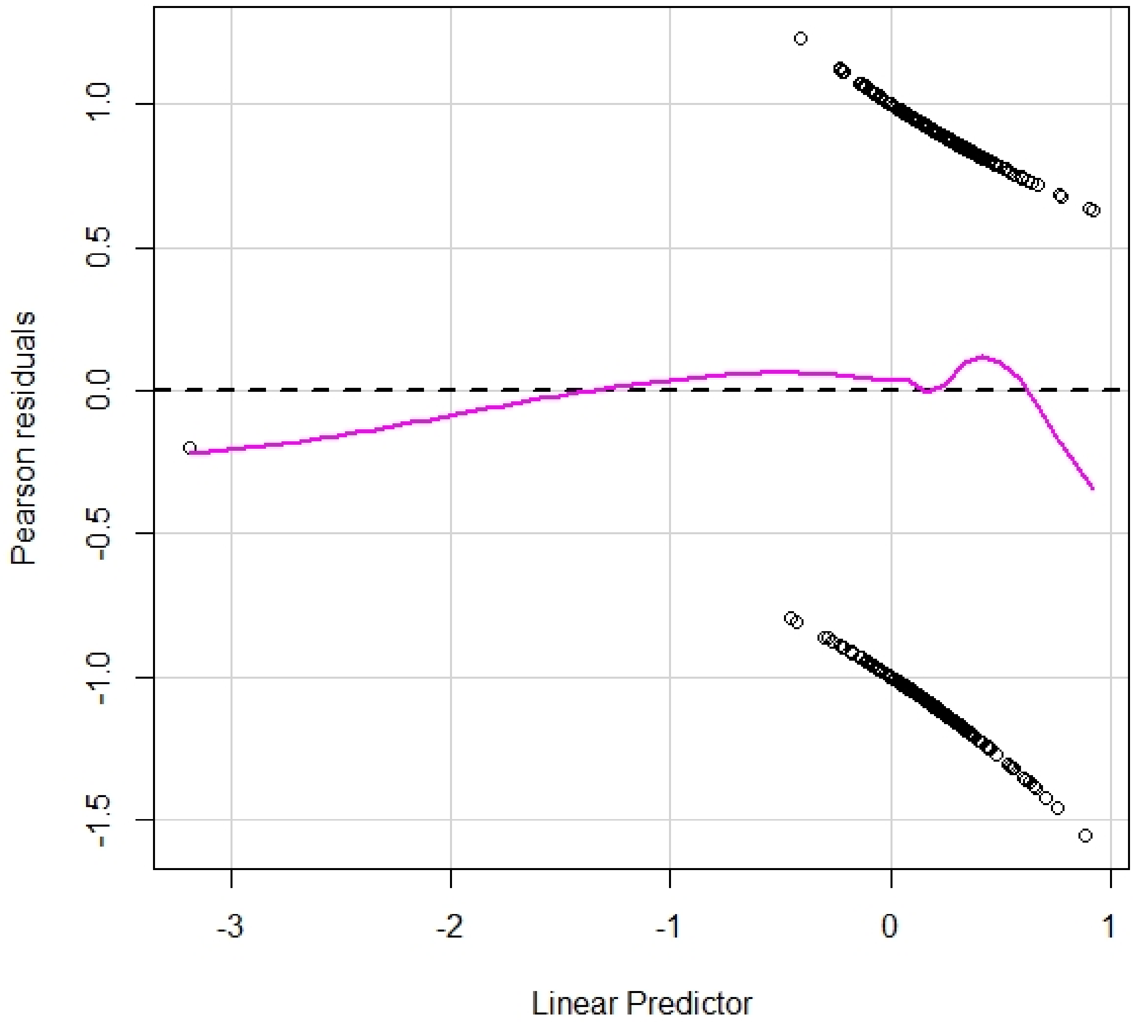
El següent pas adient un cop s'ha definit el model lineal generalitzat i s'han definit les variables explicatives i la variable resposta, és fer la validació del model ver veure si efectivament el podem donar per bo o no. Començarem la validació presentant el que es coneix com a *Calibration Plot,* que és una eina gràfica que serveix per veure si efectivament les probabilitats observades es corresponen amb les predites.

Gràfic 5.1: Calibration plot del model lineal generalitzat



Aquí ja veiem com el model no és gaire bo, doncs els punts no s'apropen gaire a la recta, especialment els tres que es troben entre els percentils 70 i 90. A continuació seguim validant el model fent el gràfic de residus de Pearson i del predictor lineal emprant la funció d'R de *residualPlot* del paquet *car* tal i com es pot veure en l'annex:

Gràfic 5.2: Gràfic de Residus de Pearson vs Predictor lineal



Aquí ja veiem com la línia rosa no és totalment paral·lela a l'eix de les coordenades i igual a 0 com hauria de ser. Així doncs, veient aquest gràfic veiem com torna a ser difícil donar el model per bo, fet coherent amb el que vèiem amb el *Callibration Plot.*

A continuació, i tal i com es pot veure a l'annex, hem calculat 3 estadístics de validació com són la Deviància, el Pseudo R^2 i l'Estadístic de Pearson.

Taula 5.3: Principals mesures de validació

	Resultats
Deviància	828,17
Pseudo R^2	0,0072
Estadístic de Pearson	605,16

Veiem que tenim un Pseudo R^2 tant petit és molt difícil pensar que el model realment és molt explicatiu. Recordem que la fórmula del Pseudo R^2 és la següent:

$$Pseudo\ R^2 = \frac{Deviància\ nula - Deviància\ Residual}{Deviància\ nula}$$

Així doncs, com major sigui la Deviància Residual menor serà el Pseudo R^2, i és el que succeeix en aquest cas.

A continuació, si fem un *dataframe* amb la informació dels residus i fem un *summary* al *dataframe*, aquesta és la informació que trobem:

```
    rstudent           leverage         Distancia_cook
 Min.   :-1.5882   Min.   :0.001666   Min.   :0.0004534
 1st Qu.:-1.2513   1st Qu.:0.002186   1st Qu.:0.0007003
 Median : 1.0120   Median :0.002879   Median :0.0009536
 Mean   : 0.0323   Mean   :0.004951   Mean   :0.0016075
 3rd Qu.: 1.0981   3rd Qu.:0.004856   3rd Qu.:0.0015845
 Max.   : 1.3665   Max.   :0.102914   Max.   :0.0252972
```

Veiem, en primer lloc, que els residus estudentitzats es troben entre -1,6 i 1,4, fet que ens indica que no n'hi ha cap que sigui excessivament gran en valor absolut. Pel que fa el *leverage* no veiem valors excessivament elevats, que implica que la influència potencial no és molt gran en cap de les observacions. Per últim, veiem que sí que podríem veure una influència real important amb una distància de Cook màxima de 0.0253. A continuació, hem fet un test *d'outliers* emprant la funció *outlierTest* del R i només n'hem trobat un. Així doncs, tenint en compte que estem tractant amb més de 600 dades això no hauria de suposar cap problemàtica.

Com a conclusió de la validació del model, no el podríem donar per bo, tal i com hem vist al c*allibration plot* i al gràfic dels residus. Tanmateix, a l'apartat de definició del model ja hem vist que era el millor model que podíem fer amb les dades que teníem, i per tant seguirem treballant amb aquest models en els següents apartats, però sempre tenint en compte aquesta limitació.

5.3 Avaluació de la capacitat predictiva del model

A continuació anem a avaluar la capacitat predictiva del model. En la següent taula veiem la *confusion matrix*. Assumim que predim que la rendibilitat del següent dia serà positiva quan la probabilitat és major que 0,5, i que no ho serà quan la probabilitat és menor. La primera columna correspon a aquells que efectivament y=0 a les dades (és a dir, que la rendibilitat ha estat negativa), i la segona columna correspon al y=1 a les dades (rendibilitat positiva). La primera fila correspon als que hem predit que serien 0 (rendibilitat negativa), i la segona correspon als que hem predit que serien 1 (rendibilitat positiva).

Taula 5.4: Confusion matrix

		Rendibilitat real	
		0	1
Rendibilitat predita	0	35	25
	1	238	308

Així doncs, aquí veiem que durant el període determinat un total de 273 rendibilitats varen ser negatives per l'Índex Crypto-15 (35+238) mentre que 333 varen ser positives (25+308). Per la seva banda, el model ha predit un total de 60 rendibilitats negatives (35+25) i un total de 546 rendibilitats positives (238+308). Un cop fet això, a la taula següent podem veure una sèrie d'estadístics que serveixen per avaluar la capacitat predictiva del model:

Taula 5.5: Resultats d'avaluació de la capacitat predictiva

	Resultats
Proporció d'encerts	0,5660
Sensibilitat	0,9249
Especificitat	0,1282
Valor predictiu positiu	0,5641
Valor predictiu negatiu	0,5833

En primer lloc, trobem una proporció d'encerts d'un 56,60%. Això implica que el model ha predit bé si la rendibilitat del dia següent seria positiva o negativa en un 56,60% de les ocasions.

En segon lloc trobem la sensibilitat, que recordem que és la proporció de valors predits positius entre els efectivament observats positius. En aquest cas la sensibilitat és molt bona, doncs ens dona un valor de 0,9249 força proper al 1.

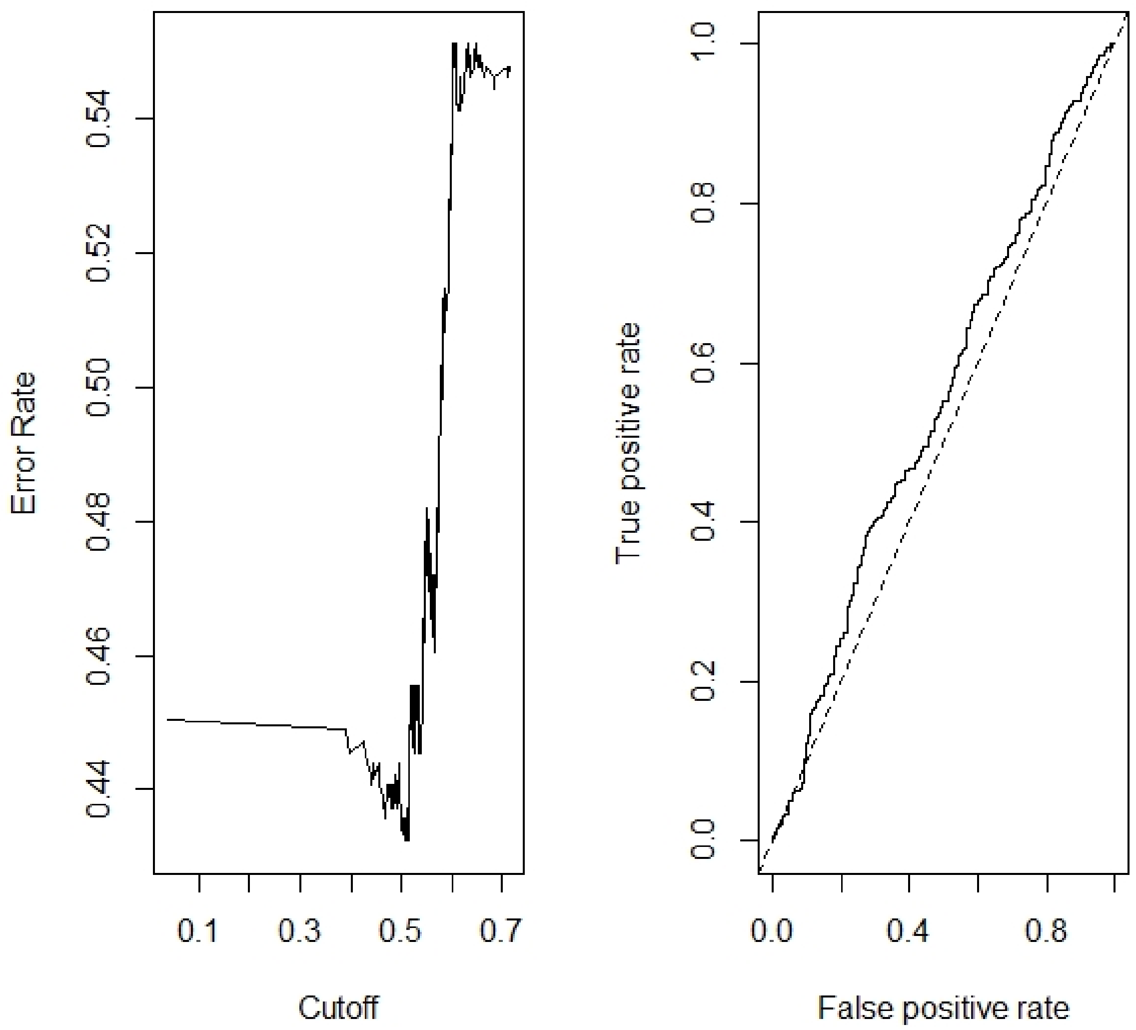
A continuació veiem l'especificitat, que ens dona 0,1282. Recordem que això significa que un total de 12,82% dels observats negatius el model ha estat capaç de predir-los com a negatius. Aquesta proporció és clarament inferior a la desitjada.

En quant al valor predictiu positiu recordem que mesura la proporció de valors observats positius entre els efectivament predits com a positius, i veiem que és de 0,5641. Per últim, el valor predictiu negatiu, que mesura els observats negatius entre els predits negatius ens ha donat 0,5833.

Així doncs, veiem que és un model amb molt bona sensibilitat, però que la resta de mesures haurien de ser més elevades per poder afirmar que la capacitat predictiva del model és bona.

A continuació, anem a graficar la corba ROC, que recordem que representa la sensibilitat versus 1 menys l'especificitat. Així, veiem que ens dona el següent:

Gràfic 5.3: Gràfic del valor llindar i de la corba ROC



En primer lloc, al gràfic de l'esquerra veiem com el valor llindar que hem d'escollir està a prop del 0,5, tal i com hem fet a l'inici d'aquest apartat tot dient que si la probabilitat predita era major a 0,5 dèiem que predèiem rendibilitat positiva i que si la probabilitat predita era menor a 0,5 dèiem que predèiem rendibilitat negativa.

En el gràfic de la dreta podem veure la corba ROC. Com sabem, aquesta corba ha estat acceptada de cara comparar i descriure com d'acurats són els models de resposta binària com el que estem tractant. Així doncs, com major àrea quedi per sota de la corba millor. En aquest cas, veiem com la corba ROC està massa propera a la diagonal, i si estigués més lluny i per sobre voldria dir que el model és més acurat.

Una manera de veure analíticament com de bo és el model és calculant l'àrea que queda per sota la corba ROC, i això s'anomena AUC. Fixem-nos que el valor del AUC estarà sempre entre 0 i 1, doncs l'àrea total seria equivalent a l'àrea d'un quadrat de costat 1. Si ho fem, veiem un AUC de 0,5507. Recordem que aquest valor també es pot interpretar com una probabilitat, i és la probabilitat de que, donat dues observacions diferents, una amb resposta positiva i l'altre amb resposta negativa, l'observació amb resposta positiva tingui una major probabilitat predita que la resposta negativa.

5.4 Resultats i interpretació del model

Un cop ja hem definit el model, l'hem validat i n'hem avaluat la seva capacitat predictiva és el moment de veure'n els resultats i fer-ne una correcta interpretació. És cert que amb la validació no estem segurs d'estar davant d'un bon model, i que la capacitat predictiva del model no és gaire elevada. Tot i això, l'utilitzarem ja que com hem vist a l'hora de definir el model és el millor que podem fer amb les dades que tenim.

Així doncs, a continuació farem la interpretació dels coeficients, que podem veure a continuació:

```
             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)   0.19778    0.08203   2.411   0.0159 *
df1$r_BVSP   -4.87927    3.72325  -1.310   0.1900
df1$r_MERV    6.14050    2.80906   2.186   0.0288 *
```

Abans de començar a interpretar els coeficients, primer cal recordar que estem treballant amb un model amb el l'enllaç canònic lògit. Així doncs, cal recordar el següent:

$$\eta = g_1(\pi) = logit(\pi) = \log\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right)$$

Per tant,

$$\pi = \frac{e^{\eta}}{1+e^{\eta}}$$

En primer lloc, anem a interpretar la *intercept*, que és que el havíem definit com a β_0. Així doncs, veiem que la seva estimació és de 0,19778. El que això significa és que si en un dia determinat les rendibilitats logarítmiques simples dels índexs de BVSP (Bovespa) i del MERV (S&P Merval) són 0, aleshores la probabilitat predita de que la rendibilitat de l'endemà de l'índex Crypto-15 sigui positiva és la següent:

$$\pi = \frac{e^{\eta}}{1+e^{\eta}} = \frac{e^{0,19778}}{1+e^{0,19778}} = 0,54928$$

En segon lloc, anem a interpretar el coeficient associat a l'índex BVSP. Per fer-ho cal tenir en compte que no és significativa (p valor major a 0,05) i, per tant, cal agafar aquests resultats una mica en compte. La interpretació que en fem és que si calculem $e^{-4,87927}$ ens dona 0,007603, i això implica que per cada punt percentual que augmenti la rendibilitat logarítmica d'aquest índex, les *odds* de que la rendibilitat simple sigui positiva el dia següent disminueixen en un 23,97%.

Per últim, anem a interpretar el coeficient associat a l'índex de S&P Merval argentí. Com veiem, aquest sí que és clarament significatiu, amb la qual cosa sí que es poden tenir més en compte les conclusions que n'extraurem. La interpretació que en fem en aquest cas és que si calculem $e^{6,14050}$ ens dona 464,2857, i això implica que per cada punt percentual que augmenti la rendibilitat logarítmica d'aquest índex, les *odds* de que la rendibilitat simple sigui positiva el dia següent augmenten un 463,29%. Com que aquest paràmetre estimat sí que és significatiu, sí que podem afirmar que quan un dia la rendibilitat simple de l'índex S&P Merval ha estat molt elevada, la probabilitat de que el següent dia la rendibilitat simple de l'índex Crypto-15 sigui positiva és més elevada que quan la rendibilitat simple de l'índex S&P Merval ha estat negativa.

Fixem-nos que gràcies al model que hem definit podem fer previsions de la probabilitat de que la rendibilitat logarítmica de l'índex Crypto-15 sigui positiva el dia següent en funció de les rendibilitats logarítmiques simples dels índexs Bovespa i S&P Merval. De fet, tenint en compte la funció d'enllaç lògit el model és el següent, on π és la probabilitat de que la rendibilitat simple del dia següent per l'índex Crypto-15 sigui positiva:

$$\pi_t = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 R_{BVSP_{t-1}}+\beta_2 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 R_{BVSP_{t-1}}+\beta_2 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}$$

Si substituïm pels valors trobats aleshores l'equació del model esdevé la següent:

$$\pi_t = \frac{e^{0,19778-4,87927 R_{BVSP_{t-1}}+6,14050 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}{1+e^{0,19778-4,87927 R_{BVSP_{t-1}}+6,14050 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}$$

A partir d'aquí, podríem fer prediccions com volguéssim. Per exemple, imaginem-nos que en una data determinada la rendibilitat simple diària de l'índex Bovespa en dòlars és del -5% i de l'índex S&P Merval en dòlars és del 10%. Aleshores, el que hauríem de fer en primer lloc és passar les rendibilitats simples a rendibilitats logarítmiques:

$$r_{log} = \ln(1+r_{sim})$$

$$r_{\log\_BVSP} = \ln\left(1+r_{sim_{BVSP}}\right) = \ln(0,95) = -5,1293\%$$

$$r_{\log\_MERV} = \ln\left(1+r_{sim_{MERV}}\right) = \ln(1,10) = 9,5310\%$$

Un cop tenim les rendibilitats en format logarítmic, ja les podríem introduir a l'equació anteriorment presentada, i ens resultaria una probabilitat predita de que el dia següent la rendibilitat de l'índex Crypto-15 fos positiva d'un 73,76%.

5.5 Test al model lineal generalitzat

Un cop ja s'ha definit, validat, avaluat i interpretat el model un pas que podríem fer per veure si realment ens el podem creure o no és testejar-lo. Cal tenir en compte que el model lineal generalitzat prèviament definit s'ha fet emprant dades de l'interval des de l'1 de gener del 2019 fins el 28 de febrer del 2022. Així doncs, farem el que s'anomena com a un test *out of sample*. Obtindrem per cada dia de març, abril i maig del 2022 quina seria la probabilitat de que el índex Crypto-15 pugi l'endemà, i sempre que sigui superior a 0,55 simularem una inversió de 1.000 dòlars americans en l'índex Crypto-15. Un cop transcorregut el dia, vendrem el que tinguem, independentment de la probabilitat predita per el següent dia. Així doncs, al final veurem si gràcies a aquest model hauríem guanyat diners en aquest interval de temps o no. Cal tenir en compte que per fer-ho assumirem que no hi ha comissions.

A continuació, podem observar una taula on veiem les rendibilitats logarítmiques diàries de l'índex Bovespa i del S&P Merval, les rendibilitats diàries logarítmiques de l'índex Crypto-15 del dia següent, les probabilitats de que emprant el model anterior la rendibilitat de l'índex Crypto-15 sigui positiva, el valor de la inversió diària, la rendibilitat simple del dia següent de l'índex i el resultat de la inversió:

Taula 5.6: Test del model Lineal generalitzat

	Rend_log BVSO	Rend_log MERV	Rend_log dia_segeunt	Probabilitat_ pred	Inversió	Rend_simple	Valor final
3/3/2022	0,0121	0,0099	-0,0715	0,5497	0	-0,0690	0,00
4/3/2022	0,0069	-0,0241	-0,0273	0,5040	0	-0,0269	0,00
7/3/2022	-0,0314	-0,0265	0,0174	0,5470	0	0,0175	0,00
8/3/2022	-0,0133	0,0064	0,0633	0,5749	1000	0,0653	1065,30
9/3/2022	0,0341	-0,0106	-0,0510	0,4915	0	-0,0497	0,00
10/3/2022	0,0073	0,0334	-0,0115	0,5907	1000	-0,0114	988,58
11/3/2022	-0,0169	-0,0152	0,0142	0,5467	0	0,0143	0,00
14/3/2022	-0,0288	-0,0452	-0,0024	0,5152	0	-0,0024	0,00
15/3/2022	-0,0183	-0,0160	0,0427	0,5470	0	0,0436	0,00
16/3/2022	0,0114	0,0391	0,0013	0,5943	1000	0,0013	1001,32
17/3/2022	0,0350	0,0235	0,0239	0,5427	0	0,0242	0,00
18/3/2022	0,0264	-0,0075	-0,0099	0,5058	0	-0,0099	0,00
21/3/2022	0,0116	0,0081	0,0264	0,5476	0	0,0268	0,00
22/3/2022	0,0262	0,0001	0,0158	0,5177	0	0,0160	0,00
23/3/2022	0,0067	-0,0017	0,0240	0,5386	0	0,0243	0,00
25/3/2022	0,0309	0,0268	0,0573	0,5526	1000	0,0589	1058,95
28/3/2022	0,0158	-0,0173	0,0098	0,5037	0	0,0098	0,00
29/3/2022	0,0050	-0,0167	-0,0047	0,5178	0	-0,0047	0,00
30/3/2022	0,0037	0,0090	-0,0302	0,5584	1000	-0,0297	970,27
31/3/2022	-0,0050	0,0002	0,0245	0,5557	1000	0,0248	1024,84
1/4/2022	0,0197	0,0146	0,0105	0,5477	0	0,0106	0,00
4/4/2022	0,0148	0,0074	-0,0205	0,5426	0	-0,0203	0,00
5/4/2022	-0,0062	-0,0187	-0,0583	0,5282	0	-0,0566	0,00
6/4/2022	-0,0179	-0,0104	0,0128	0,5550	1000	0,0129	1012,89
7/4/2022	-0,0084	0,0053	-0,0238	0,5674	1000	-0,0235	976,50
8/4/2022	-0,0123	0,0046	-0,0633	0,5711	1000	-0,0614	938,62
11/4/2022	-0,0002	-0,0169	0,0171	0,5237	0	0,0172	0,00
12/4/2022	-0,0060	-0,0073	0,0236	0,5454	0	0,0239	0,00
13/4/2022	0,0098	0,0060	-0,0096	0,5465	0	-0,0095	0,00

18/4/2022	-0,0153	-0,0076	0,0143	0,5562	1000	0,0144	1014,41
19/4/2022	0,0049	0,0056	-0,0059	0,5519	1000	-0,0059	994,10
20/4/2022	-0,0090	0,0091	-0,0345	0,5738	1000	-0,0340	966,04
22/4/2022	-0,0195	-0,0116	0,0133	0,5551	1000	0,0134	1013,41
25/4/2022	-0,0406	-0,0068	-0,0580	0,5876	1000	-0,0564	943,64
26/4/2022	-0,0393	-0,0221	0,0246	0,5632	1000	0,0249	1024,94
27/4/2022	-0,0142	0,0037	0,0127	0,5720	1000	0,0127	1012,74
28/4/2022	0,0121	0,0018	-0,0312	0,5375	0	-0,0307	0,00
29/4/2022	-0,0136	-0,0247	-0,0008	0,5280	0	-0,0008	0,00
2/5/2022	-0,0183	-0,0092	-0,0184	0,5574	1000	-0,0183	981,75
3/5/2022	-0,0236	0,0193	0,0503	0,6062	1000	0,0515	1051,54
4/5/2022	0,0421	-0,0033	-0,0705	0,4930	0	-0,0681	0,00
5/5/2022	-0,0205	-0,0349	-0,0119	0,5208	0	-0,0119	0,00
6/5/2022	-0,0236	-0,0003	-0,1635	0,5771	1000	-0,1508	849,16
9/5/2022	-0,0285	-0,0535	0,0287	0,5021	0	0,0292	0,00
10/5/2022	-0,0171	0,0149	-0,0885	0,5921	1000	-0,0847	915,34
11/5/2022	0,0182	0,0231	-0,0150	0,5624	1000	-0,0149	985,07
12/5/2022	0,0117	-0,0041	0,0201	0,5288	0	0,0203	0,00
13/5/2022	0,0118	0,0362	0,0134	0,5896	1000	0,0134	1013,44
16/5/2022	0,0269	0,0105	0,0216	0,5327	0	0,0218	0,00
17/5/2022	0,0048	0,0070	-0,0132	0,5541	1000	-0,0131	986,86
19/5/2022	0,0019	-0,0258	-0,0293	0,5075	0	-0,0289	0,00
20/5/2022	0,0213	-0,0087	0,0016	0,5101	0	0,0016	0,00
23/5/2022	0,0271	0,0245	0,0139	0,5537	1000	0,0140	1014,03
24/5/2022	0,0159	0,0061	-0,0350	0,5393	0	-0,0344	0,00
26/5/2022	0,0098	0,0251	-0,0237	0,5753	1000	-0,0235	976,53
27/5/2022	0,0119	-0,0032	0,0989	0,5301	0	0,1040	0,00
30/5/2022	0,0000	-0,0059	-0,0030	0,5404	0	-0,0030	0,00

Si sumem tota la inversió inicial ens resulta en 25.000$, ja que en 25 dies hem trobat una probabilitat predita de més del 55%. D'altra banda, si sumem el valor final de totes les inversions resulta en 24.780,28$. Així doncs, si calculem la rendibilitat que n'hauríem extret emprant el model trobat seria de:

$$Rendibilitat = \left(\frac{Valor\ final}{Valor\ inicial} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{24.780{,}28}{25.000} - 1\right) \cdot 100\% = -0{,}8789\%$$

A primer cop d'ull, podríem pensar que el nostre mètode no ha funcionat, ja que la rendibilitat obtinguda ha sigut negativa. Tanmateix, això cal comparar-ho amb l'evolució de l'índex durant aquest període. A continuació veiem quina ha estat l'evolució de l'índex Crypto-15 durant el període que va des de l'1 de març del 2022 fins el 31 de maig:

Gràfic 5.4: Evolució del Crypto-15 entre el 1 de març del 2022 fins el 31 de maig

Aquí ja podem veure com durant el període en el qual hem testejat el model l'índex ha caigut des de 6000 punts fins als 4000. De fet, si calculem la caiguda exacte amb l'R és del 27,96%, molt superior al que hauríem perdut nosaltres si utilitzéssim el mètode per invertir trobat en aquest apartat.

Així doncs, queda clar com el model hauria servit per minimitzar pèrdues en un període clarament molt dolent per el mercat de les criptomonedes. Per tant, sembla que sí que podria aportar valor a un potencial inversor del mercat de les criptomonedes. Cal dir, emperò, que per a fer un bon test del model fora bo allargar el període a més de 3 mesos per tal de tenir més observacions i que les conclusions que n'extraiem siguin significatives.

6. Creació de carteres

Al llarg del treball s'ha analitzat el comportament del mercat de les criptomonedes utilitzant l'índex Crypto-15 com a representació d'aquest. Així doncs, en aquest apartat ens posarem en l'escenari d'un inversor que vol invertir en el mercat de criptomonedes.

Com sabem, quan un inversor està decidint com invertir els seus diners té dues opcions molt clares, que són fer-ne una gestió passiva o bé una gestió activa. Les diferències entre ambdós tipus de gestió segons l'article d'Aurelio Jiménez[17] són les següents:

- La gestió activa és aquella en què les decisions d'inversió es prenen amb criteri propi. És a dir, l'equip de gestió decideix en què invertir sobre la seva opinió i la informació de què disposa. Així doncs, el gestor intenta aportar valor a la cartera, i d'aquí les elevades despeses de gestió que comporta.
- La gestió passiva, per la seva banda, només busca replicar un índex borsari. Aquest índex es converteix en la referència i l'estratègia és imitar el seu comportament. Una gestió passiva la podria fer un robot al no aportar valor afegit, i això fa que les despeses de gestió siguin significativament menors. Com que per fer gestió passiva no cal cap coneixement previ, en aquest apartat ens centrarem en la gestió activa, i en com es podria crear una cartera eficient.

Així doncs, el que podria fer un gestor seria simplement copiar l'índex que hem creat, per tal de tenir exactament la mateixa rendibilitat que la mitjana del mercat. No obstant, un altre gestor més ambiciós el que podria fer seria intentar batre el mercat i fer-ho millor que la mitjana. Si ens posem en aquest segon escenari, veiem que caldria crear una cartera òptima. Per fer-ho, emprarem el que s'anomena com a model de Markowitz, també conegut amb el nom de model mitjana – variància. En aquest apartat, doncs, definirem el model de Markowitz, en trobarem la frontera eficient, trobarem una sèrie de carteres clau de les quals n'analitzarem la rendibilitat i el risc i aplicarem al final el model de Tobin.

6.1 Definició del model de Markowitz

El model de Markowitz és un model que té com a objectiu trobar la cartera d'inversió òptima per a cada inversor en termes de rendibilitat i risc. Això, fent una adequada elecció dels actius que componen aquesta cartera. Aquest model el va publicar Harry Markowitz al 1952 en un article al *Journal of Finance* titulat *Portfolio Selection*[18]. Abans d'explicar el model i el que intenta optimitzar, és pertinent mencionar les 8 hipòtesis del model, que seran també les hipòtesis que utilitzarem en la construcció de la nostra cartera eficient.

1. És un model de gestió uniperiòdica.
2. Els actius que formaran part de la cartera són coneguts.
3. Tots els actius seleccionats són arriscats, prenent com a mesura de risc la variància o la volatilitat.
4. Les variables aleatòries de les rendibilitats de tots els actius es distribuiran seguint lleis normals.

5. S'ha d'esgotar tot el pressupost que es destini a la construcció de la cartera.
6. No s'admet la venda a crèdit o al descobert, el que implica que totes les proporcions han de ser positives o nul·les.
7. Els inversos són adversos al risc.
8. Els actius són infinitament divisibles i no es tindran en compte despeses de gestió, comissions, inflació o impostos.

Com veiem alguna d'aquestes hipòtesis és més realista i alguna ho és menys. Per exemple, sembla lògic dir que podem considerar els inversors adversos al risc, i que per un mateix nivell de rendibilitat preferiran aquella cartera amb un risc menor. D'altra banda, sembla més complicat suposar, per exemple, que les variables aleatòries de les rendibilitats de tots els actius es distribuiran seguint lleis normals. Tot i això, per a construir la frontera eficient ho suposarem, tal i com feia Markowitz.

Així doncs, per tal de trobar el conjunt de carteres eficients s'acostuma a resoldre un dels dos problemes:

1. Maximitzar la rendibilitat de la cartera donat un nivell màxim de risc α:

$$Max\ E_p = \sum_{k=1}^{n} x_k \cdot E_k$$

Subjecte a les restriccions:

$$\sigma_P^2 = x' \cdot V \cdot x \leq \alpha$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_k = 1$$

$$\forall k \in \{1, \dots, n\}\ x_k \geq 0$$

2. Minimitzar el risc de la cartera donat un nivell mínim de rendibilitat β

$$Min\ \sigma_P^2 = x' \cdot V \cdot x$$

Subjecte a les restriccions:

$$E_p = \sum_{k=1}^{n} x_k \cdot E_k \geq \beta$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_k = 1$$

$$\forall k \in \{1, \dots, n\}\ x_k \geq 0$$

En aquest cas cal recordar que la x és el vector de proporcions i V la matriu de variàncies – covariàncies entre les rendibilitats dels actius que conformen la cartera. Resolent aquests problemes d'optimització es pot trobar el conjunt de carteres eficients que conformen la frontera eficient de Markowitz.

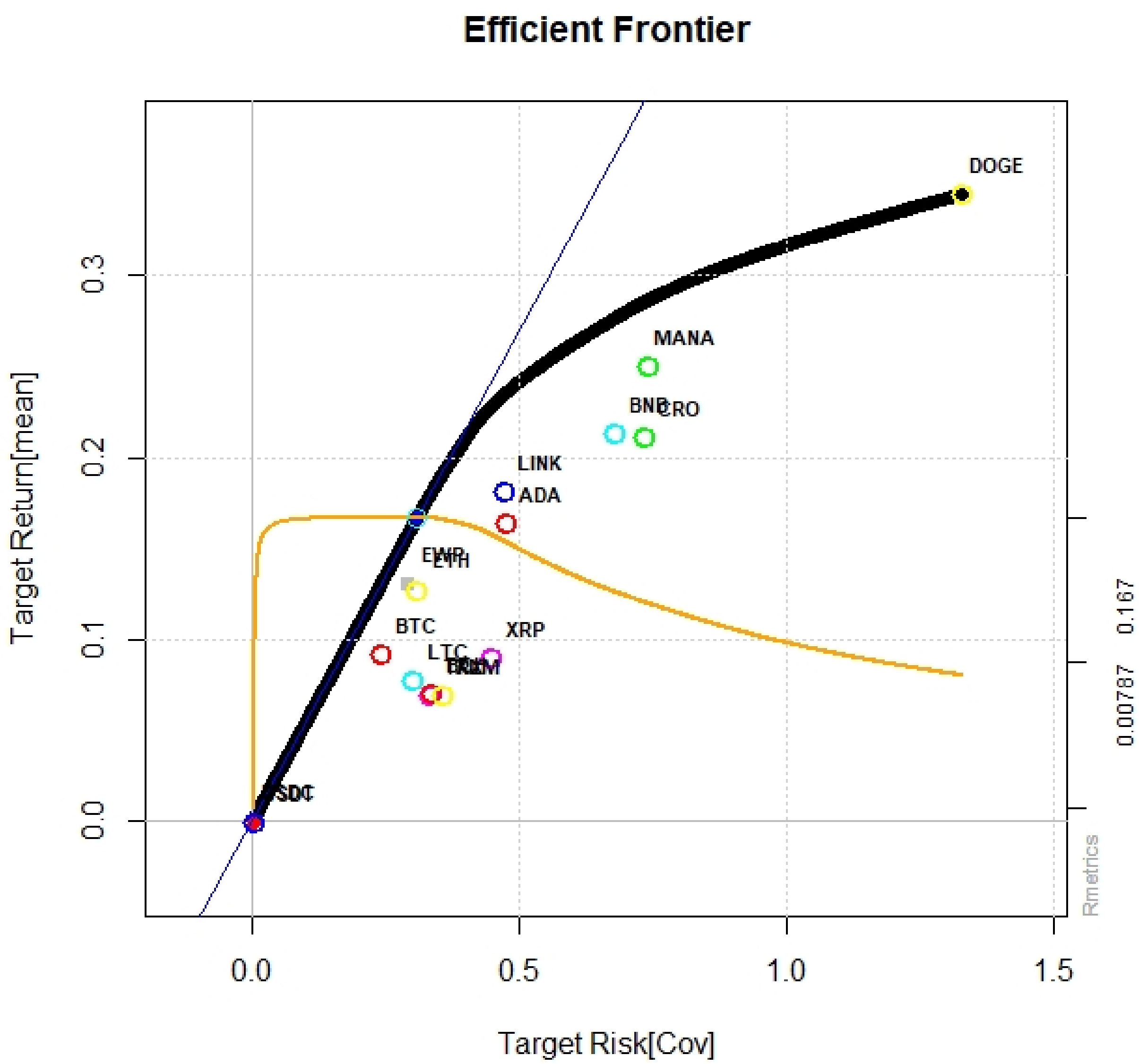
6.2 Frontera eficient de Markowitz

En aquest apartat resoldrem el problema plantejat prèviament. En primer lloc veurem la frontera eficient del mercat de criptomonedes. A continuació, trobarem la cartera de mínim risc, les carteres cantonada, la cartera que té el mateix risc que l'índex Crypto-15, la que té la mateixa rendibilitat i la cartera tangent amb l'actiu sense risc.

6.2.1 Frontera eficient

Recordem que la frontera eficient és el conjunt de possibles carteres que presenten el menor risc per a un nivell donat de rendibilitat i tenen la màxima rendibilitat per a un determinat risc. En aquest cas, hem aplicat el mètode d'optimització al R utilitzant rendibilitats logarítmiques diàries en el model per tal de ser coherent amb els anàlisis fets fins ara i la veritat és que no ens ha sortit gaire bé. Així doncs, ho hem fet de nou però calculant rendibilitats mensuals solapades (d'aquesta manera podem disposar de moltes més dades) i sí que ens ha sortit un bon model. A més, recordem que en un model uniperiòdica com el de Markowitz no té sentit treballar amb rendibilitats contínues que capitalitzen instantàniament els interessos, sinó que és millor utilitzar rendibilitats simples com s'ha fet. En aquest cas hagués tingut més lògica fer-ho amb els rendibilitats logarítmiques diàries, però per fer-ho amb l'R ens ha anat molt millor fer-ho amb les rendibilitats mensuals solapades i el resultat de la composició de les carteres no hauria de variar en excés. De manera gràfica, podem veure la frontera eficient a continuació:

Gràfic 6.1: Frontera Eficient del Model de Markowitz



En aquest gràfic podem veure la frontera eficient representada per tots els punts en negre. Veiem, a més, tots els actius que formarien les carteres en aquest gràfic.

6.2.2 Cartera de mínim risc

Quelcom que podem fer una vegada estem treballant amb la frontera eficient és trobar aquella cartera que ofereix un menor risc a l'inversor. Recordem que el model de Marzowitz entén risc com a volatilitat de la cartera. Així doncs, a continuació podem trobar la rendibilitat, volatilitat i composició de la cartera amb un risc més baix. Per fer-ho s'ha emprat la funció *minvariancePortfolio* del paquet *fPortfolio*[19] de l'R.

Taula 6.1: Cartera amb un menor risc

Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	USDT	USDC	BCH
Mínim risc	-0,0302%	0,47%	64,62%	35,29%	0,09%

Veiem que de les 15 criptomonedes amb les que estem treballant només 3 participen de la cartera amb un menor risc, que són la USDT, la USDC i la BCH. A partir d'aquí, també veiem que aquesta cartera ens ofereix una rendibilitat negativa, cosa que no ens sorprèn en excés, ja que tan baixa volatilitat normalment ve acompanyada també d'una baixa rendibilitat.

6.2.3 Carteres cantonada

A continuació volem calcular el total de les carteres cantonada, és a dir, carteres eficients que tenen la propietat que la seva composició canvia qualitativament respecte la seva "contigua" a la frontera eficient. Això pot ser degut o bé perquè s'incorpora un nou actiu a la frontera eficient que abans no pertanyia o bé perquè surt de la frontera eficient un actiu que abans sí pertanyia. Ho veiem en la següent taula:

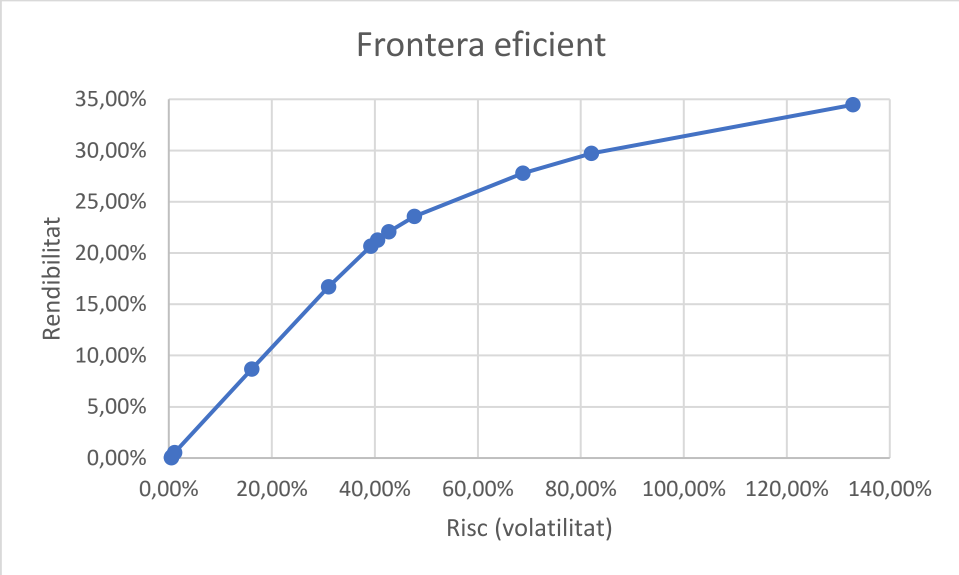
Taula 6.2: Taula de les carteres cantonada

Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	DOGE	MANA	CRO	LINK	BNB	ADA	ETH	BTC	USDC	USDT	BCH
1	34,46%	132,81%	100%	**0%**	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
2	29,73%	82,05%	49,95%	50,05%	**0%**	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
3	27,79%	68,73%	36,96%	44,91%	18,12%	**0%**	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
4	23,57%	47,67%	18,50%	26,24%	20,86%	34,40%	**0%**	0%	0%	0%	0%	0%	0%
5	22,08%	42,68%	11,29%	19,57%	20,00%	43,71%	5,43%	**0%**	0%	0%	0%	0%	0%
6	21,24%	40,54%	8,41%	17,47%	18,61%	43,76%	3,92%	7,84%	**0%**	0%	0%	0%	0%
7	20,67%	39,23%	7,43%	16,15%	18,08%	41,07%	4,17%	7,07%	6,02%	**0%**	0%	0%	0%
8	16,71%	31,00%	4,97%	10,48%	14,35%	25,45%	0,81%	3,15%	8,56%	32,23%	**0%**	0%	0%
9	8,66%	16,11%	2,60%	5,41%	7,47%	13,23%	0,40%	1,62%	4,35%	16,88%	48,05%	**0%**	0%
10	0,51%	1,13%	0,19%	0,31%	0,47%	0,84%	0,01%	0,12%	**0%**	1,39%	36,04%	60,63%	0%
11	0,11%	0,55%	0,06%	0,05%	0,13%	0,20%	0,02%	**0%**	0%	0,50%	35,56%	63,49%	0%
12	0,04%	0,50%	0,03%	**0%**	0,07%	0,09%	0,02%	0%	0%	0,33%	35,45%	64,01%	0%
13	0,01%	0,48%	0,02%	0%	0,03%	0,04%	0,01%	0%	0%	0,25%	35,36%	64,28%	**0%**
14	-0,01%	0,48%	0,01%	0%	0,01%	**0%**	0,02%	0%	0%	0,16%	35,15%	64,60%	0,06%
15	-0,02%	0,47%	0,01%	0%	**0%**	0%	0,01%	0%	0%	0,08%	35,15%	64,66%	0,09%
16	-0,025%	0,47%	**0%**	0%	0%	0%	0,01%	0%	0%	0,04%	35,22%	64,64%	0,10%
17	-0,028%	0,47%	0%	0%	0%	0%	**0%**	0%	0%	0,01%	35,26%	64,63%	0,11%
18	-0,03%	0,47%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	**0%**	35,29%	64,62%	0,09%
19	-0,0302%	0,47%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	35,29%	64,62%	0,09%

En negreta podem observar la criptomoneda que entra o surt de la cartera en cada cartera cantonada. Veiem com comencem amb la cartera de màxima rendibilitat, la que inverteix el 100% en l'actiu més rendible, i acabem amb la cartera de mínim risc, la que havíem presentat en l'apartat anterior. És pertinent veure com XRP, LTC, TRX i XLM mai formaran part d'una cartera eficient.

En el gràfic de continuació extret de l'Excel podem observar totes les parelles de rendibilitat i volatilitat trobades en les carteres cantonada anteriors:

Gràfic 6.2: Rendibilitat i risc de totes les carteres cantonada



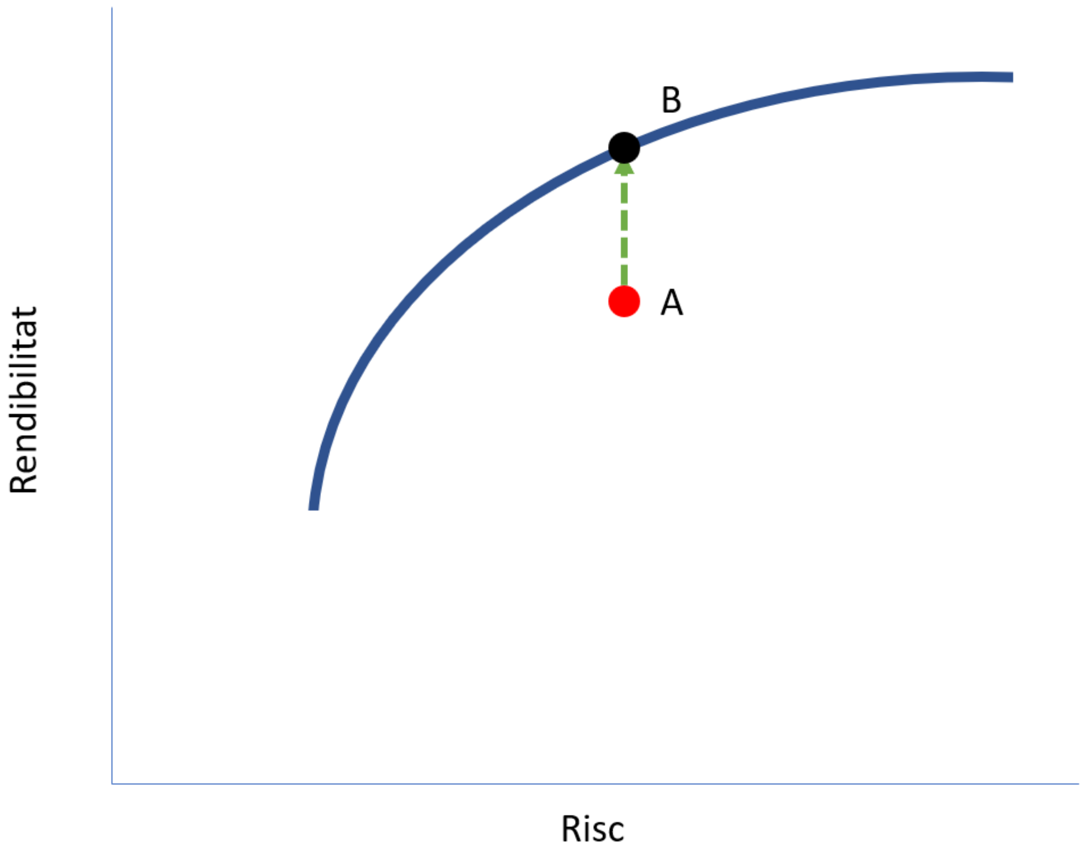
Veient les carteres cantonada que hem trobat en aquest apartat, ja podem arribar a una clara conclusió, i és que la cartera formada per els actius amb la mateixa proporció que estan a l'índex Crypto-15 no és una cartera eficient segons Markowitz. Això ho podem justificar de moltes maneres, però una molt clara és que a l'índex no hi ha cap criptomoneda que tingui pes 0, i en el cas de les carteres eficients sí que n'hi ha 4 com hem comentat abans que mai estaran presents en una cartera eficient.

Sabent això, queda clar que per un mateix nivell de rendibilitat que el que ofereix l'índex Crypto-15 serem capaços de trobar una cartera amb una volatilitat menor i per un mateix nivell de risc serem capaços de trobar una cartera amb una major rendibilitat. Això és precisament el que farem en els següents dos apartats.

6.2.4 Cartera amb el mateix risc que l'índex Crypto-15

Així doncs, com acabem de mencionar en aquest apartat buscarem una cartera que tingui el mateix nivell de risc que la cartera formada pels actius en la mateixa proporció que l'índex Cyrpto-15 però que tingui màxima rendibilitat. És a dir, el que farem serà passar del punt A on es troba la cartera de l'índex Crypto-15 al punt B, on es troba una cartera amb el mateix risc però amb més rendibilitat.

Gràfic 6.3: Cartera eficient amb el mateix risc que l'índex Crypto-15



Així doncs, si calculem la mitjana de les rendibilitats mensuals solapades de l'índex Crypto-15 per el període 1 de gener del 2019 fins a 28 de febrer del 2022 veiem que resulta en 6,281%, mentre que la desviació típica entesa com a mesura de risc és 17,998%. Així doncs, en aquest cas buscarem la cartera de la frontera eficient amb un risc equivalent a aquest 17,998%. Si ho fem, veiem que resulta en la següent cartera:

Taula 6.3: Cartera eficient amb el mateix risc que el Crypto-15

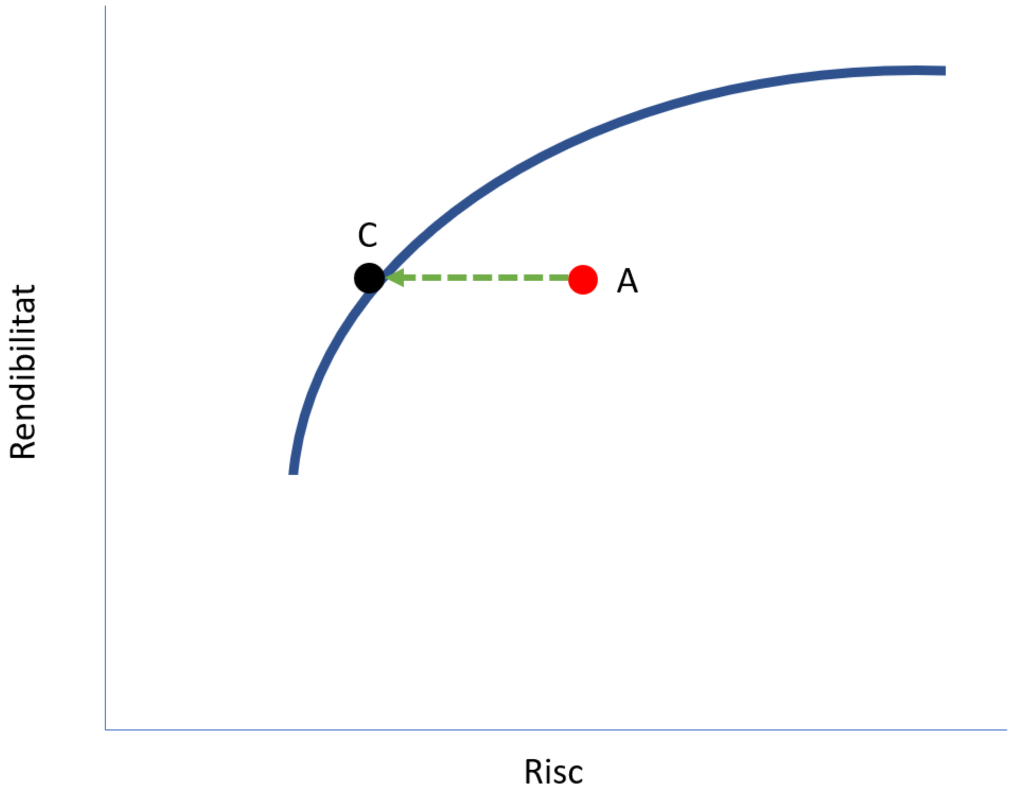
Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	BTC	ETH	BNB	USDC	ADA	DOGE	CRO	LINK	MANA
Mateix risc Crypto-15	9,68%	18,00%	18,83%	4,88%	0,45%	41,96%	1,81%	2,90%	8,34%	14,78%	6,05%

Aquí veiem com gràcies al model de Markowitz podem fer augmentar la rendibilitat mensual esperada de 6,281% a 9,68% mantenint constant el risc. Fixem-nos que aquesta cartera es troba entre les carteres cantonada 8 i 9, just després de que s'inclogués l'actiu USDC a la cartera i abans d'introduir el USDT.

6.2.5 Cartera amb la mateixa rendibilitat que l'índex Crypto-15

Un cop hem trobat la cartera que maximitza la rendibilitat de la cartera de l'índex Crypto-15 mantenint constant el risc, anem a trobar ara la cartera amb la mateixa rendibilitat però minimitzant en aquest cas el risc. És a dir, el que farem serà passar del punt A on es troba la cartera de l'índex Crypto-15 al punt C, on es troba una cartera amb la mateixa rendibilitat però un nivell de risc menor..

Gràfic 6.4: Cartera amb la mateixa rendibilitat que l'índex Crypto-15



En aquest cas, el que caldrà buscar mitjançant la funció *efficientPortfolio* de l'R és aquella cartera eficient que minimitzi el risc tenint una rendibilitat de 6,281%. Si ho fem, veiem que resulta en la següent cartera:

Taula 6.4: Cartera eficient amb la mateixa rendibilitat que el Crypto-15

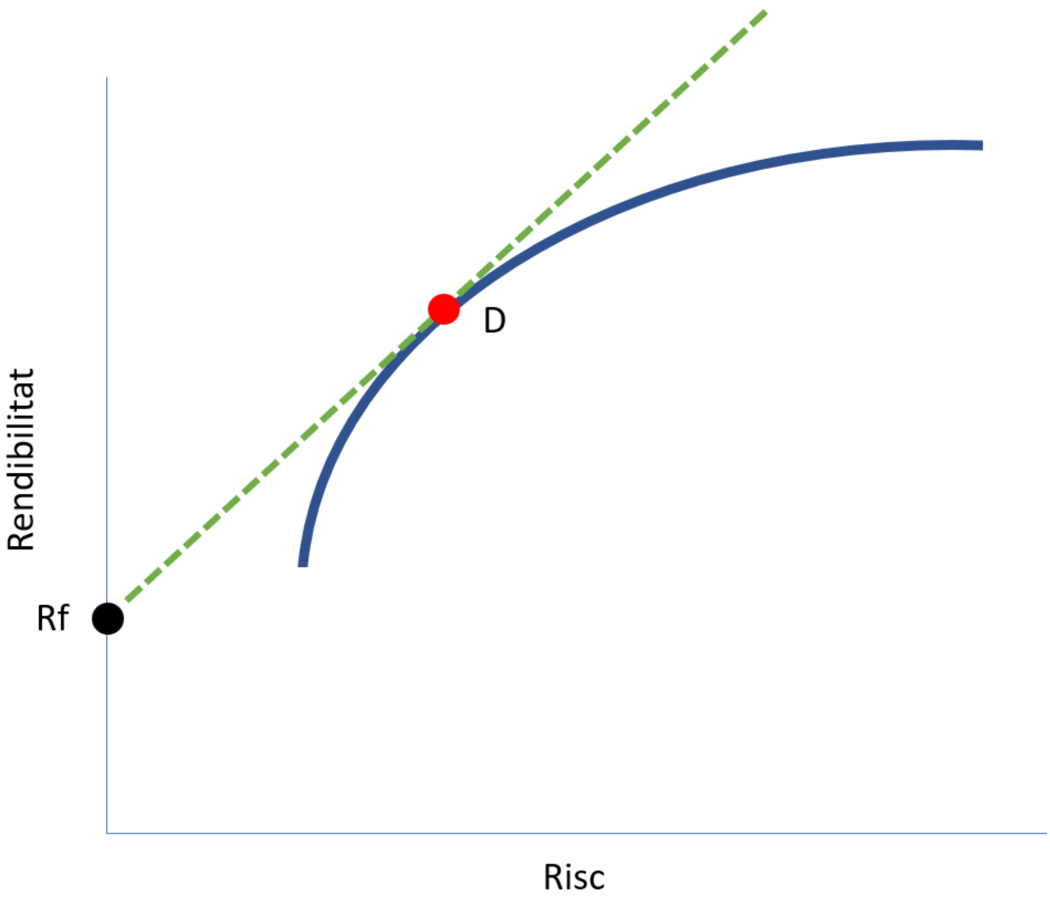
Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	BTC	ETH	BNB	USDC	ADA	DOGE	CRO	LINK	MANA	USDT
Mateixa rend. Crypto-15	6,28%	11,71%	12,35%	3,08%	0,29%	44,55%	1,18%	1,89%	5,42%	9,62%	3,92%	17,69%

Aquí veiem com gràcies al model de Markowitz podem fer disminuir el risc de 17,99% a 11,71% mantenint constant la rendibilitat en 6,28%. Fixem-nos que en aquest cas aquesta cartera es troba entre les carteres cantonada 9 i 10, i que per tant aquesta cartera ja inclou l'actiu USDT, fet que no incloïa la cartera anterior on manteníem el risc constant i el que augmentàvem era la rendibilitat.

6.2.6 Cartera tangent amb l'actiu sense risc

En aquesta nova cartera el que volem trobar és aquella cartera eficient la qual és tangent a la línia imaginària que parteix des de la rendibilitat de l'actiu lliure de risc. Per veure-ho gràficament, volem trobar la següent cartera, on Rf representa la rendibilitat lliure de risc i D la cartera eficient que és tangent a la recta:

Gràfic 6.5: Cartera tangent amb l'actiu sense risc



Com sabem, la cartera tangent s'elabora a partir de l'índex o la raó de Sharpe, el qual calcula l'excés de rendibilitat sobre la taxa d'interès lliure de risc aconseguit per la cartera per unitat de volatilitat o risc propi d'aquesta. La ràtio de Sharpe mostra la rendibilitat ajustada per la taxa lliure de risc i el risc de la covariància.

Un pas clau en aquest cas ha estat decidir que agafàvem com a taxa lliure de risc. Com que estem treballant en dòlars americans, decidim que la taxa lliure de risc sigui equivalent a la TIR que paga el bo nord-americà a 10 anys. La TIR del bo a data de consulta, que és el tancament del 2 de juny del 2022 era de 2,915% anual[20]. Per passar-ho a mensual, que és amb les rendibilitats que estem treballant, cal fer el següent:

$$Rf_{mensual} = (1 + Rf_{anual})^{\frac{1}{12}} - 1 = 1{,}02915^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}002397304$$

Així doncs, al fer-ho, busquem la cartera tangent emprant la funció de l'R de *tangencyPortfolio*, tal i com es veu en l'annex, i obtenim la següent cartera:

Taula 6.5: Cartera tangent a la frontera eficient amb l'actiu lliure de risc

Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	BTC	ETH	BNB	ADA	DOGE	CRO	LINK	MANA
Tangent	16,93%	31,41%	30,42%	8,42%	1,00%	3,37%	5,10%	14,56%	26,33%	10,80%

Aquí veiem com aquesta cartera ens ofereix una rendibilitat mensual esperada del 16,93% i assumeix una volatilitat del 31,41%. Fixem-nos que aquesta cartera es troba entre les carteres cantonades 7 i 8, amb la qual cosa el darrer actiu que hi ha entrat és el BTC i el següent en entrar si seguim baixant la rendibilitat esperada serà el USDC.

6.3 Anàlisi de la rendibilitat i el risc de les carteres

Un cop hem creat les carteres eficients amb el mateix nivell de volatilitat que l'índex Crypto-15, el mateix nivell de rendibilitat i la cartera tangent a la recta formada amb l'actiu lliure de risc, repetirem l'anàlisi de rendibilitat i de risc que vam fer a l'apartat 3 a mode de comparació. Així doncs, no es necessari posar una per una definint les mesures de rendibilitat i risc que s'utilitzaran, sinó que es presentarà directament la taula de resultats (per més informació sobre les mesures emprades es pot llegir els apartats 3.4 i 3.5). En quant a la rendibilitat, trobem els següents resultats:

Taula 6.6: Anàlisi de rendibilitats de les carteres creades

Cartera	RS	TGR mensual	TGR anual	Rendibilitat anualitzada
Crypto-15	487,83%	4,772%	74,953%	55,256%
Mateixa volatilitat	1463,23%	7,503%	138,265%	85,166%
Mateixa rendibilitat	487,83%	4,772%	74,953%	55,256%
Tangent	7030,84%	11,884%	284,771%	132,171%

Pel que fa la rendibilitat simple, veiem com la menor és per l'índex Crypto-15 i per la cartera creada amb la mateixa rendibilitat, que com és lògic coincideixen. Veiem que la rendibilitat simple és propera al 500%, que significa que el valor de la cartera pràcticament s'ha multiplicat per 6. Pel que fa la rendibilitat simple de la cartera amb la mateixa volatilitat que l'índex Crypto-15, veiem com és proper al 1500%, que significa que el valor de la cartera s'ha multiplicat per 16 en l'interval entre l'1 de gener del 2019 i el 28 de febrer del 2022. Per últim, veiem com la rendibilitat simple per a aquest període per la cartera tangent és superior al 7000%, que significa que el valor de la cartera s'ha multiplicat per més de 71 en el període.

Si calculem la rendibilitat anual, veiem com tant la cartera amb el mateix risc que el Crypto-15 com la cartera tangent tenen una rendibilitat superior al 100%, que implica que cada any el seu valor s'ha més que duplicat. Si calculem la rendibilitat anualitzada partint de les rendibilitats logarítmiques diàries veiem com en tots els casos trobem unes rendibilitats extraordinàriament elevades, que afectaran molt en l'anàlisi del risc que veurem a continuació.

Com dèiem, a continuació veurem els resultats més destacats tenint en compte les mesures de risc presentades en l'apartat 3.5:

Taula 6.7: Anàlisi del risc de els carteres creades

Cartera	Volatilitat anual	Probabilitat pèrdua	VaR
Crypto-15	58,030%	17,050%	40,20%
Mateixa volatilitat	58,030%	7,110%	10,29%
Mateixa rendibilitat	32,192%	4,304%	-2,30%
Tangent	87,901%	6,634%	12,43%

Si comencem parlant de la cartera que ofereix la mateixa volatilitat que l'índex Crypto-15 cal matisar que només ofereix el mateix risc si tenim en compte la mesura de la volatilitat. Si parlem de la probabilitat de pèrdua i del Value At Risk observem que són molt menors degut a que la rendibilitat esperada és major, així que la campana se situa més a la dreta. Per tant, tot i que la volatilitat anual coincideixi, en les altres mesures de risc aquesta cartera pot ser considerada menys arriscada perquè hi ha menys probabilitat de que la rendibilitat en un any sigui negativa i el valor màxim de pèrdua esperat és menor.

En el cas de la cartera amb la mateixa rendibilitat, observem que gràcies al model de Markowitz trobem una cartera amb una volatilitat molt menor, que fa que la probabilitat de pèrdua sigui menor del 5%. Com que la probabilitat de pèrdua és menor al 5%, això fa que el VaR surti en negatiu, i implica que amb un 95% de probabilitat les pèrdues seran menors a -2,30%, que vol dir que amb una probabilitat del 95% els guanys seran majors a aquest 2,30% anual.

Per últim, trobem la cartera tangent, amb una volatilitat molt superior a la resta de carteres. No obstant, tal i com hem vist en la taula anterior era la que major rendibilitat esperada tenia, i això fa que com que la campana està situada molt a la dreta tot i ser molt més ample tant la seva probabilitat de pèrdua com el seu Value At Risk són molt inferiors al de l'índex Crypto-15.

6.4 Aplicació del model de Tobin

James Tobin creà al 1958 un model en el qual, en condicions d'eficiència de mercat, existeix un actiu sense risc que es combinarà amb els actius de renda variable que portem veient fins ara per crear carteres mixtes. Les hipòtesis que se'n deriven en aquest cas són les següents:

1. És un model de gestió uniperiòdica.
2. Els actius que formaran part de la cartera són coneguts.
3. Existeix un actiu lliure de risc (volatilitat nul·la) a la taxa del qual s'hi pot invertir i endeutar-se..
4. Les variables aleatòries de les rendibilitats de tots els actius es distribuiran seguint lleis normals.
5. S'ha d'esgotar tot el pressupost que es destini a la construcció de la cartera.
6. No s'admet la venda a crèdit o al descobert, el que implica que totes les proporcions han de ser positives o nul·les.
7. Els inversos són adversos al risc.
8. Els actius són infinitament divisibles i no es tindran en compte despeses de gestió, comissions, inflació o impostos.

Així doncs, l'única diferència amb el model de Markowitz que definíem a l'apartat 6.1 és el tercer punt, on el model de Torbin incorpora que sí que existeix un actiu lliure de risc, mentre que de Markowitz es deduïa que no. Aquesta informació es pot trobar perfectament explicada en l'obra de Luis Ángel Medina de l'any 2003.[21]

En aquest cas, per tal de trobar el conjunt de carteres eficients s'acostuma a resoldre un dels dos problemes:

1. Maximitzar la rendibilitat de la cartera donat un nivell màxim de risc α:

$$Max\ E_p = \sum_{k=0}^{n} x_k \cdot E_k$$

Subjecte a les restriccions:

$$\sigma_P^2 = x' \cdot V \cdot x \leq \alpha$$

$$\sum_{k=0}^{n} x_k = 1$$

$$\forall k \in \{1, \dots, n\}\; x_k \geq 0$$

2. Minimitzar el risc de la cartera donat un nivell mínim de rendibilitat β

$$Min\; \sigma_P^2 = x' \cdot V \cdot x$$

Subjecte a les restriccions:

$$E_p = \sum_{k=0}^{n} x_k \cdot E_k \geq \beta$$

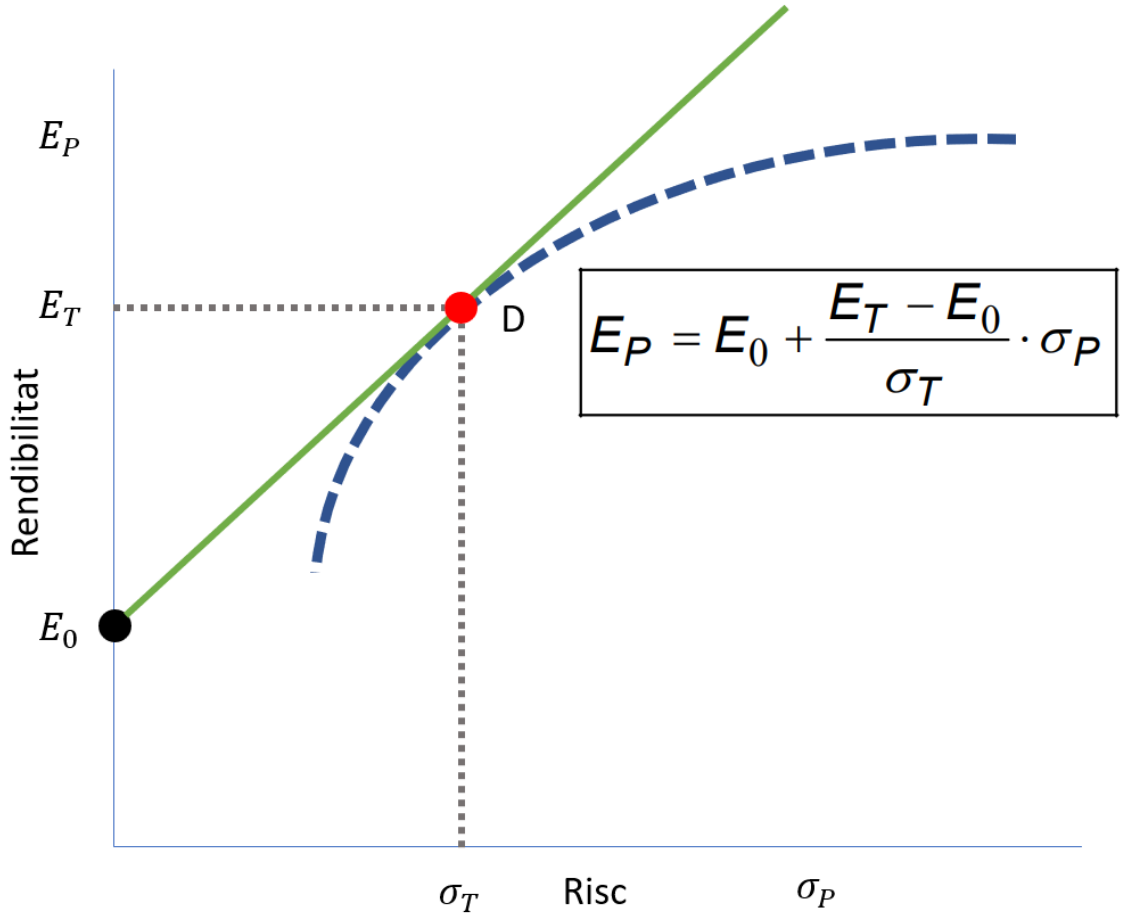
$$\sum_{k=0}^{n} x_k = 1$$

$$\forall k \in \{1, \dots, n\}\; x_k \geq 0$$

En aquest cas cal recordar que la x és el vector de proporcions i V la matriu de variàncies – covariàncies entre les rendibilitats dels actius que conformen la cartera. Veiem que si x_0 és positiu significa que cal invertir a la taxa d'interès lliure de risc mentre que si x_0 és negatiu significa que cal endeutar-se a la taxa lliure de risc.

De totes les rectes que parteixen de la rendibilitat de l'actiu lliure de risc i van cap a la frontera eficient de Markowitz ens quedarem només amb aquella que sigui tangent a la frontera eficient, és a dir, que proporcioni major pendent. Així doncs, veiem que el que cal és trobar la frontera eficient que veiem en el següent gràfic:

Gràfic 6.6: Explicació del Model de Tobin



Veient-ho en el gràfic, el que s'intenta maximitzar és la pendent d'aquesta recta, és a dir, $\frac{E_T - E_0}{\sigma_T}$.

Així, hi ha una conseqüència transcendental del model de Tobin, i és el que s'anomena com a Teorema de Separació de Tobin. Totes les carteres eficients d'aquest model són proporcionalment iguals a la cartera tangent. La combinació òptima d'actius arriscats (en termes relatius) per a un inversor es pot determinar sense coneixement alguna de les seves preferències sobre rendibilitat i risc. Per tant, el model de Tobin és més eficient que el de Markowitz. Les carteres amb menys risc es diferencien de les que tenen més risc no perquè incorporin a la seva composició actius amb menys risc sinó perquè posen més percentatge d'inversió en l'actiu sense risc.

En aquest sentit, això vol dir que les carteres que hem trobat en l'apartat 6.2 amb la mateixa rendibilitat i risc que l'índex Crypto-15 no són eficients segons Tobin.

6.4.1 Cartera amb el mateix risc que l'índex Crypto-15

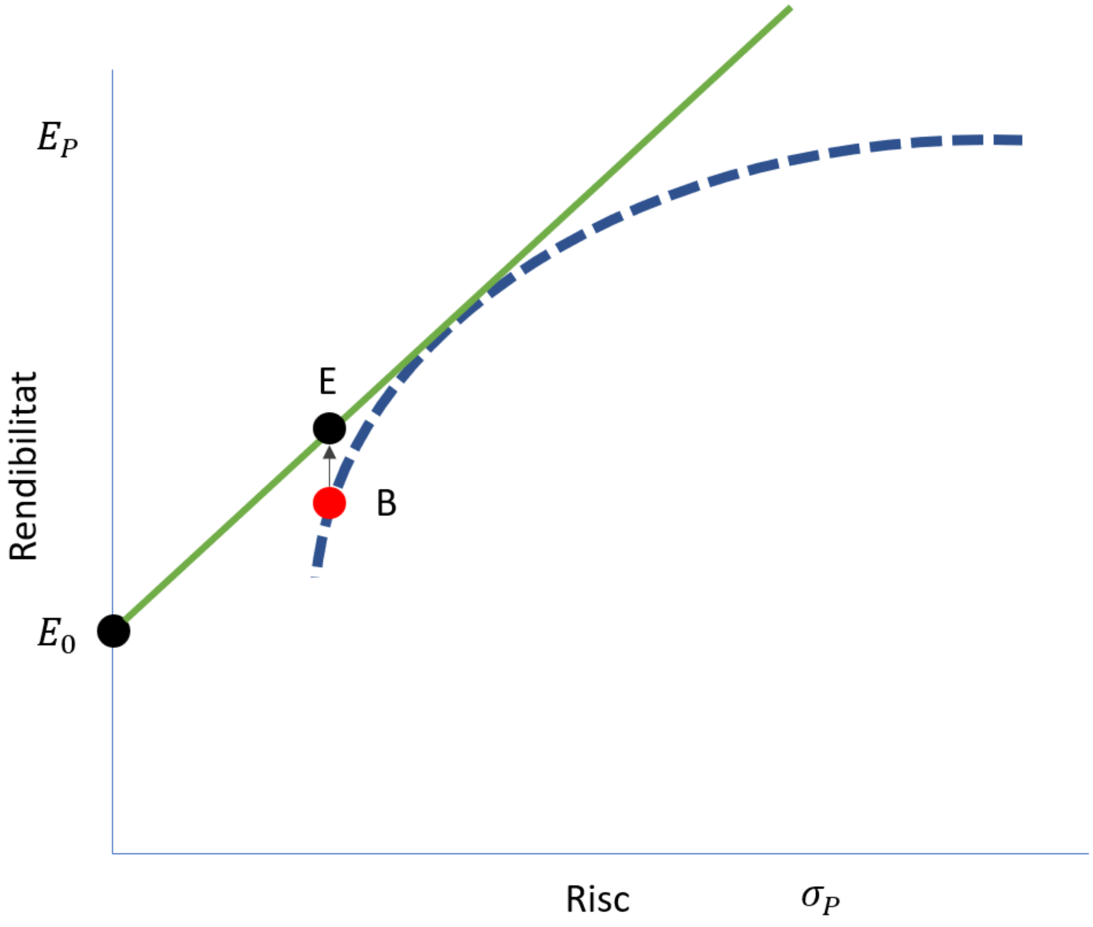
A l'apartat 6.2.4 ja ham trobat la cartera que mantenia el risc de l'índex Crypto-15 mentre en maximitzava la rendibilitat esperada. Així, la cartera era la següent:

Taula 6.8: Cartera eficient de Markowitz amb el mateix risc que el Crypto-15

Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	BTC	ETH	BNB	USDC	ADA	DOGE	CRO	LINK	MANA
Mateix risc Crypto-15	9,68%	18,00%	18,83%	4,88%	0,45%	41,96%	1,81%	2,90%	8,34%	14,78%	6,05%

No obstant, segons Tobin encara podríem maximitzar una mica més aquesta rendibilitat mantenint el risc constant. El que hauríem de fer en aquest cas seria passar del punt B, situat damunt de la frontera eficient de Markowitz al punt E, punt amb el mateix risc però major rendibilitat de la frontera de Tobin:

Gràfic 6.7: Maximitzar la rendibilitat de la cartera amb el mateix risc que el Crypto-15



Per fer-ho, caldrà utilitzar el que havíem trobat com a cartera tangent en l'apartat 6.2.6. Recordem que havíem definit la rendibilitat de l'actiu lliure de risc com a 0,242917% mensual, la rendibilitat esperada de la cartera era de 16,93% i la volatilitat de 31,41%. Recordem que l'equació de la recta és la següent:

$$E_P = E_0 + \frac{E_T - E_0}{\sigma_T}\sigma_P = 0{,}242917\% + \frac{16{,}93\% - 0{,}242917\%}{31{,}41\%}\sigma_P = 0{,}2429\% + 0{,}5313 \cdot \sigma_P$$

Per tant, recordem que aquí el que volem és mantenir un risc del 18% i maximitzar la rendibilitat. Si substituïm a l'equació de la recta σ_P per aquest 18% ens surt la següent rendibilitat esperada:

$$E_P = 0{,}2429\% + 0{,}5313 \cdot \sigma_P = 0{,}2429\% + 0{,}5313 \cdot 18\% = 9{,}806\%$$

Recordem que teníem una rendibilitat esperada de 9,68% mensual, amb la qual cosa amb el model de Tobin som capaços d'augmentar-la tot mantenint constant el risc. A continuació caldria obtenir la composició de la cartera. Per fer-ho, trobem primer la proporció del que hauríem d'invertir a l'actiu lliure de risc i el que hauríem d'invertir a la cartera tangent.

$$9{,}806\% = 0{,}2429\% \cdot x_0 + 16{,}93\% \cdot (1 - x_0)$$

$$x_0 = \frac{16{,}93\% - 9{,}806\%}{16{,}93\% - 0{,}2429\%} = 0{,}4269$$

Per tant, caldrà invertir un 42,69% en l'actiu lliure de risc, en aquest cas bons a 10 anys del govern nord-americà. La cartera serà la següent:

Taula 6.9: Cartera eficient Tobin amb el mateix risc que el Crypto-15

Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	x0	BTC	ETH	BNB	ADA	DOGE	CRO	LINK	MANA
Mateix risc Tobin	9,81%	18,00%	42,69%	17,42%	4,83%	0,57%	1,94%	2,93%	8,34%	15,10%	6,19%

Fixem-nos que la proporció que veiem sota de x_0 representa la fracció que s'hauria d'invertir en l'actiu lliure de risc.

6.4.2 Cartera amb la mateixa rendibilitat que l'índex Crypto-15

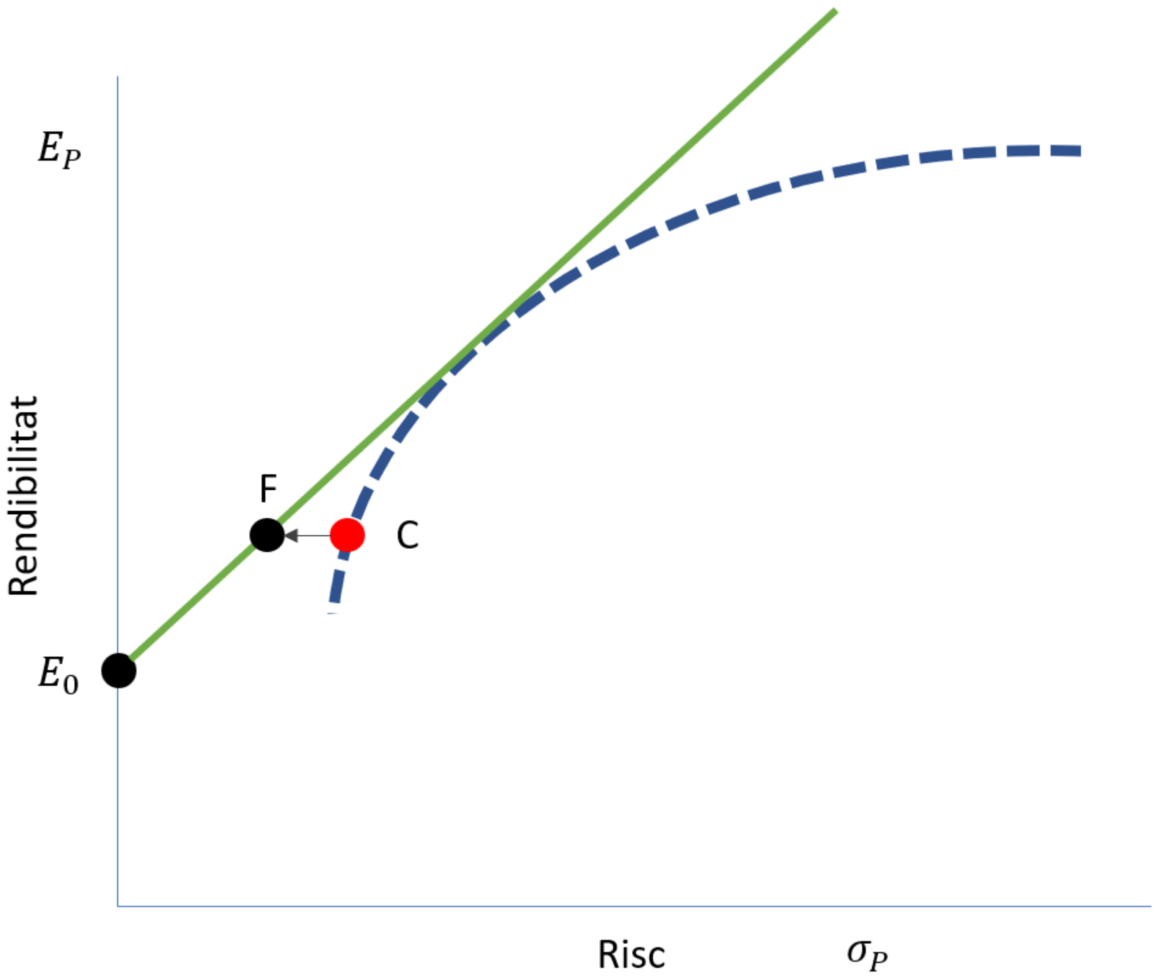
En aquest cas, en l'apartat 6.2.5 ja hem trobat que per Markowitz la cartera que minimitzava el risc de l'índex Crypto-15 mantenint-ne constant la rendibilitat era la següent:

Taula 6.10: Cartera eficient de Markowitz amb la mateixa rendibilitat que el Crypto-15

Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	BTC	ETH	BNB	USDC	ADA	DOGE	CRO	LINK	MANA	USDT
Mateixa rend. Crypto-15	6,28%	11,71%	12,35%	3,08%	0,29%	44,55%	1,18%	1,89%	5,42%	9,62%	3,92%	17,69%

No obstant, segons Tobin encara podíem minimitzar una mica més aquest risc mentre mantenim constant la rendibilitat de 6,28% mensual. El que hauríem de fer en aquest cas seria passar del punt C, situat a la frontera eficient de Markowitz al punt F, punt amb la mateixa rendibilitat però un risc menor de la frontera de Tobin:

Gràfic 6.8: Maximitzar la rendibilitat de la cartera amb el mateix risc que el Crypto-15



Per fer-ho, recuperem la recta de la frontera eficient de Tobin que havíem trobat anteriorment:

$$E_P = 0{,}2429\% + 0{,}5313 \cdot \sigma_P$$

En aquest cas fixem-nos que l'element que volem aïllar és σ_P, doncs E_P és el que mantenim fixat en 6,28%. Si ho aïllem, resulta el següent:

$$\sigma_P = \frac{6{,}28\% - 0{,}2429\%}{0{,}5313} = 11{,}363\%$$

Per tant, en aquest cas seríem capaços de disminuir la volatilitat des de 11,71% com teníem en el model de Markowitz fins a 11,36% com trobem en el model de Tobin.

A continuació, i de la mateixa manera que ho hem fet a l'apartat anterior, caldria obtenir la composició de la cartera. Per fer-ho, trobem primer la proporció del que hauríem d'invertir a l'actiu lliure de risc i el que hauríem d'invertir a la cartera tangent.

$$6{,}28\% = 0{,}2429\% \cdot x_0 + 16{,}93\% \cdot (1 - x_0)$$

$$x_0 = \frac{16{,}93\% - 6{,}28\%}{16{,}93\% - 0{,}2429\%} = 0{,}6382$$

Per tant, caldrà invertir un 63,82% en l'actiu lliure de risc, en aquest cas bons a 10 anys del govern nord-americà. La cartera serà la següent:

Taula 6.11: Cartera eficient Tobin amb la mateixa rendibilitat que el Crypto-15

Cartera	Rend esperada	Risc (volatilitat)	x0	BTC	ETH	BNB	ADA	DOGE	CRO	LINK	MANA
Mateixa rend. Tobin	6,28%	11,36%	63,82%	11,00%	3,05%	0,36%	1,22%	1,85%	5,27%	9,53%	3,91%

De nou, veiem que la proporció que veiem sota de x_0 representa la fracció que s'hauria d'invertir en l'actiu lliure de risc. És interessant veure com es compleix el teorema de separació de Tobin amb les dues carteres trobades amb el model de Tobin, ja que veiem que ambdues carteres eficients són proporcionalment iguals a la cartera tangent. L'única diferència és la proporció que inverteixen en l'actiu lliure de risc. Com que la cartera amb el mateix risc que l'índex Crypto-15 inverteix menys proporció en l'actiu lliure de risc acaba sent una cartera amb un major binomi risc-rendibilitat que la cartera amb la mateixa rendibilitat que el Crypto-15, que acaba invertint més en l'actiu lliure de risc.

7. Conclusions

Recordem que el propòsit inicial del treball era analitzar i veure com es podia fer prediccions en el mercat de les criptomonedes. Així doncs, en l'apartat d'objectius definíem 5 objectius principals relacionats amb això i que ara en l'apartat de conclusions pretendrem donar resposta.

El primer objectiu recordem que era el de crear un índex de criptomonedes que fos representatiu del mercat i complementari als que ja existeixen. Aquest objectiu clarament s'ha assolit, tal i com es pot veure al llarg de tot el punt 2. Les principals conclusions de la creació d'aquest índex és que s'ha vist com hi ha moltes maneres i molts criteris per a crear un índexs, i és essencial descriure bé com s'ha fet i d'on s'han tret les dades tal i com s'ha fet en l'apartat de bases de l'índex. En l'apartat de la creació de l'índex s'ha demostrat com l'Índex Crypto-15 és un molt bon representant del mercat de les criptomonedes. Tanmateix, cal aquí fer una dosi d'humilitat i admetre que els criteris que s'han seguit no són els únics que poden estar bé, i que un altre autor podria crear un índex de criptomonedes amb uns altres criteris que fos igualment representatiu de la totalitat del mercat. A un primer cop d'ull i abans d'entrar a fer un anàlisi més exhaustiu com s'ha fet en l'apartat 3 ja hem vist que l'índex havia crescut molt durant el període de tres anys i dos mesos seleccionat (com s'ha comentat, des d'1 de gener del 2019 fins a 28 de febrer del 2022). Tornem a veure el gràfic per veure com efectivament el valor de l'índex s'ha multiplicat aproximadament per 6 entre les dues dates prèviament mencionades:

Gràfic 7.1: Evolució del Crypto-15 Índex entre l'1 de febrer del 2019 i el 28 de febrer del 2022

Un cop creat l'índex Crypto-15, sembla convenient recordar i aclarir les principals conclusions trobades en l'apartat d'anàlisi de l'índex. Aquest apartat conté 5 punts principals, que són la correlació entre l'índex Crypto-15 i les criptomonedes que el formen, la correlació entre l'índex Crypto-15 i els altres índexs de criptomonedes, la correlació entre l'índex i els principals índex borsaris, l'anàlisi de la rendibilitat i l'anàlisi del risc. Així doncs, aquest apartat de conclusions respon als objectius dos i tres, que eren els d'avaluar la dependència que hi havia entre els mercats borsaris tradicionals i els de criptomonedes i intentar avaluar i analitzar tant la rendibilitat com el risc del mercat de les criptomonedes en comparació del mercat borsari tradicional

En primer lloc, pel que fa la correlació entre les criptomonedes incloses a l'índex i l'índex Crypto-15 ja hem tret algunes conclusions importants. Clarament, les criptomonedes que tenen una major correlació amb l'índex són el Bitcoin i l'Ethereum, que coincideix amb les monedes més grans en quant a capitalització de mercat a data de 28 de febrer del 2022. A més, veiem correlacions positives superiors a 0,45 per totes les criptomonedes excepte en dues, que són el Tether i el USD Coin, que tenen correlacions negatives però properes al 0. Aquí hem vist, mitjançant un test de permutacions, que aquestes correlacions negatives no eren significatives, i que per tant no podíem concloure que ambdues monedes estaven correlacionades negativament amb el global del mercat de criptomonedes.

A continuació hem volgut analitzar les correlacions entre l'índex Crypto-15 i els principals índexs borsaris. Després de diferents correccions, hem vist que el mercat de les criptomonedes estava correlacionat positivament amb tots els mercats excepte amb el xinès, que no està correlacionat ni positivament ni negativament, tal i com hem comprovat amb un test de permutacions. Així, això implica que quan la borsa en general tendeix a pujar el mercat de les criptomonedes també ho fa.

A continuació hem trobat pertinent realitzar un anàlisi de la rendibilitat tant de l'índex Crypto-15 com de la resta d'índexs borsaris a mode de comparació. Per que fos homogeni hem considerat el valor dels índexs borsaris tots en dòlars americans. Així, en la següent taula en podem trobar els principals resultats:

Taula 7.1: Resum de les rendibilitats

Número	Índex	Mercat	RS	TGR mensual	TGR anual	Rend. anual
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	487,83%	4,772%	74,953%	55,256%
1	Ibex-35	Espanya	-3,09%	-0,083%	-0,986%	-0,973%
2	S&P 500	Estats Units	74,69%	1,479%	19,262%	17,563%
3	Dow Jones	Estats Units	45,89%	0,999%	12,666%	11,891%
4	Nikkei 225	Japó	26,48%	0,620%	7,700%	7,697%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	32,87%	0,751%	9,391%	8,961%
6	Footsie	Regne Unit	16,61%	0,405%	4,973%	4,827%
7	Bovespa	Brasil	-5,84%	-0,158%	-1,881%	-1,925%
8	Hang Seng	Xina	-1,52%	-0,040%	-0,482%	-0,493%
9	S&P Merval	Argentina	-0,98%	-0,026%	-0,310%	-0,320%
10	BSE SENSEX	Índia	43,87%	0,962%	12,172%	11,749%

Aquí veiem com clarament la rendibilitat simple de l'índex Crypto-15 és clarament superior a la resta. Que sigui propera al 500% indica que el valor de l'Índex era casi 6 vegades major a data de 28 de febrer del 2022 que a data de 1 de gener del 2019. Els mercats borsaris que més han crescut durant el període han estat el nord-americà i l'indi, però ambdós molt lluny del creixement del mercat de les criptodivises. Quan analitzem la taxa geomètrica de rendibilitat anual i mensual arribem a les mateixes conclusions, que són que la rendibilitat de l'índex Crypto-15 durant el període agafat és netament superior a la resta. Pel que fa la rendibilitat logarítmica diària anualitzada, veiem que la mitjana per a l'índex Crypto-15 és de 55,256%, també molt superior a la dels índexs borsaris.

Per últim, ha estat pertinent analitzar el risc de l'índex Crypto-15 enfront als índexs borsaris tradicionals. Com sabem, hi ha moltes maneres diferents d'analitzar el risc, i per això s'ha decidit agafar més mesures que simplement la volatilitat, tal i com es veu en la taula de continuació:

Taula 7.2: Resum de les mesures de risc

Número	Índex	Mercat	Volatilitat	Probabilitat pèrdua	VaR
Creat	Crypto-15	Criptomonedes	58,030%	0,17050	40,20%
1	Ibex-35	Espanya	23,327%	0,51664	39,35%
2	S&P 500	Estats Units	22,433%	0,21683	19,34%
3	Dow Jones	Estats Units	23,286%	0,30480	26,41%
4	Nikkei 225	Japó	19,530%	0,34675	24,43%
5	Euro-Stoxx 50	Europa	22,594%	0,34583	28,21%
6	Footsie	Regne Unit	20,967%	0,40896	29,66%
7	Bovespa	Brasil	34,481%	0,52226	58,65%
8	Hang Seng	Xina	20,713%	0,50950	34,57%
9	S&P Merval	Argentina	51,494%	0,50248	85,03%
10	BSE SENSEX	Índia	24,339%	0,31465	28,29%

Aquí hem vist com en funció de l'eina que utilitzàvem les conclusions que arribem sobre el risc de l'Índex Crypto-15 són unes o unes altres. En primer lloc, veiem que l'índex de criptomonedes és el que major volatilitat té amb força diferència sobre la resta d'índexs. Aquest fet portaria a pensar que el nostre índexs és clarament el que porta més risc. No obstant, si ens fixem en la següent eina emprada per a analitzar el risc, que és la de probabilitat de pèrdua, veiem que l'índex que té una menor probabilitat de pèrdua és el Crypto-15, fet que ens conduiria a pensar que és el menys arriscat. Per últim, veiem com si el que tenim en compte és el criteri de Value at Risk, que quantifica la pèrdua màxima que pot experimentar un actiu durant un període temporal i a un determinat nivell de confiança, l'índex Crypto-15 està clarament al costat dels índexs amb major pèrdua màxima, fet que afirma que el Crypto-15 té un risc elevat. Així doncs, veiem que segons la definició o percepció de risc que un tingui l'índex Crypto-15 pot ser considerat més o menys arriscat que els índexs tradicionals, tot i que és cert que si agafem la mesura més típica del risc que és la volatilitat arribem a la conclusió de que el risc de l'índex Crypto-15 és superior al dels principals índexs borsaris.

A continuació és pertinent analitzar els principals resultats i conclusions que hem obtingut en l'apartat 4, on hem analitzat mitjançant diferents models estadístics la volatilitat de l'índex Crypto-15 a la vegada que l'hem comparada amb la de l'Íbex 35 i la del S&P 500 nord-americà. Cal aclarir que hem vist que el model que millor s'ajustava a la predicció de la volatilitat condicional dels índexs ha estat el Garch (1,1). Així doncs, hem obtingut aquesta taula:

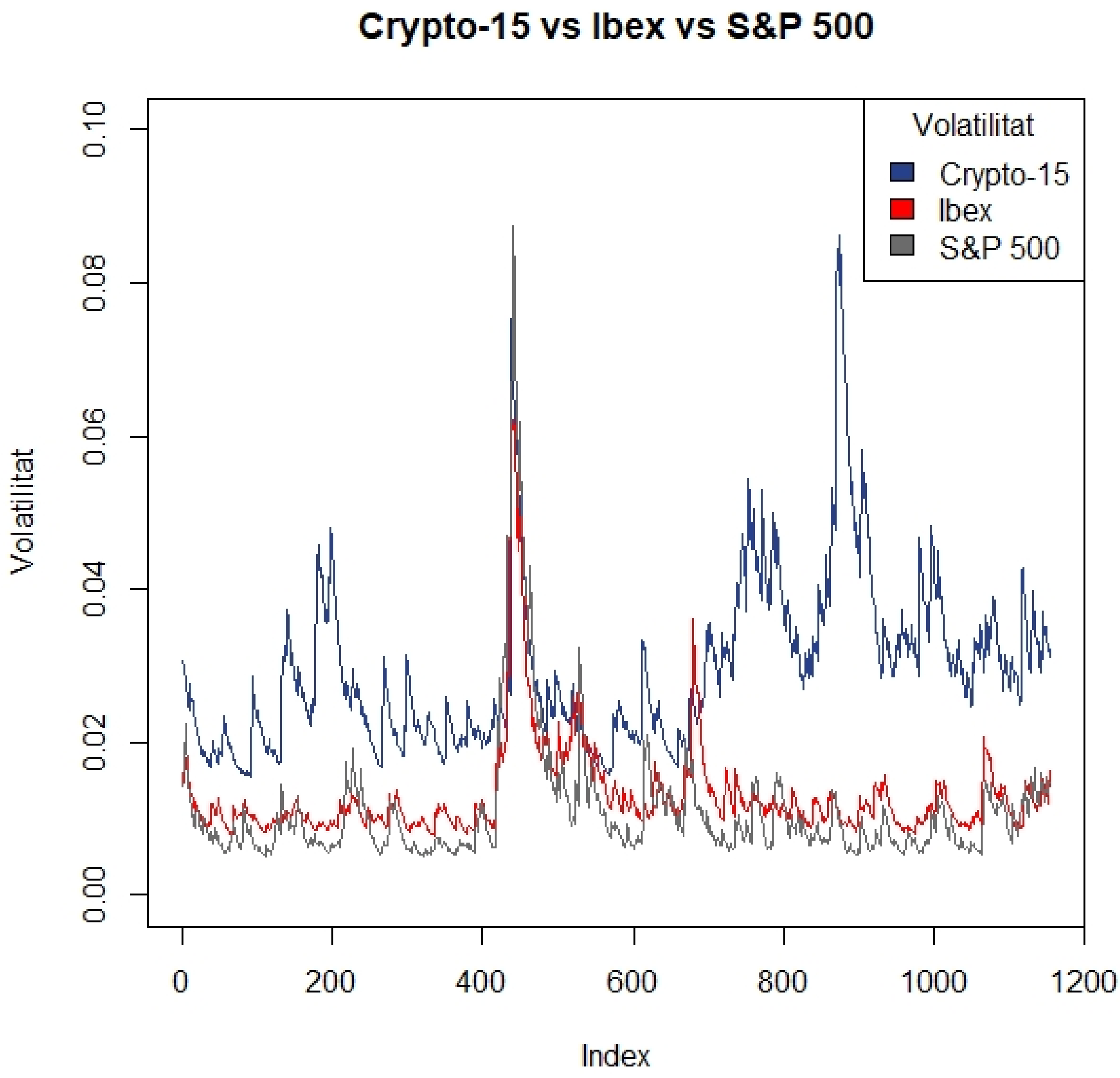
Taula 7.3: Comparació del EQ i de la volatilitat incondicional amb índexs tradicionals

Índex	Sumatori del EQ	Volatilitat incondicional
Crypto-15	0,653710	0.001388021
Íbex 35	0,090771	0.000204339
S&P 500	0.065251	0.000199564

Aquí ja veiem que el model Garch funciona molt millor per l'Íbex 35 i per el S&P 500 que per l'índex Grypto-15, doncs hi ha menys valors extrems o *outliers* que resulten en un menor sumatori d'errors quadràtics. A més, hem vist clarament que la volatilitat incondicional és molt superior per l'índex Crypto-15 que per els índexs borsaris tradicionals, fet que confirma la hipòtesi de que existeix més volatilitat en els mercats de criptomonedes que en els mercats borsaris.

D'altra banda també ha estat molt interessant analitzar la volatilitat predita per cadascun dels tres models, i això ho podem veure en el gràfic de continuació:

Gràfic 7.2: Volatilitat condicional per a l'índex Crypto-15, l'Ibex-35 i el S&P 500



En el gràfic veiem clarament com la volatilitat condicional és sempre molt major per índex de criptomonedes que pels índexs tradicionals, fet que ens porta a pensar que, tal i com dèiem a l'apartat anterior, el mercat de les criptomonedes és més arriscat que els mercats borsaris perquè hi ha major volatilitat. Així doncs, podem concloure que en general en els mercats de criptomonedes hi ha més volatilitat que en els mercats borsaris tradicionals. No obstant, cal aclarir, com discutíem en l'apartat 4, que en moments de rendibilitats extremes no s'hi observa gran diferència.

Recordem que el quart objectiu del treball era el de crear un model de predicció a curt termini per el mercat de les criptomonedes. Així doncs, veiem que això s'ha desenvolupat en l'apartat 5. La primera conclusió clara a la que s'ha arribat és que no era possible fer un model generalitzat ordinari que predis la rendibilitat del dia següent per l'índex Crypto-15 amb les dades de les quals disposàvem. Així doncs, s'ha decidit creat un model lineal generalitzat, on la variable resposta fos la probabilitat de que la rendibilitat el dia següent fos positiva. Un cop hem buscat el model òptim, hem vist que a l'hora de validar-lo no el podíem donar del tot per bo. No obstant, hem seguit amb aquest model perquè era el que millor s'adaptava a les dades. Així doncs, l'equació que s'ha trobat emprant el model de màxima versemblança ha estat la següent, on π és la probabilitat de que la rendibilitat simple del dia següent per l'índex Crypto-15 sigui positiva:

$$\pi_t = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 R_{BVSP_{t-1}}+\beta_2 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 R_{BVSP_{t-1}}+\beta_2 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}$$

Si substituïm pels valors trobats aleshores l'equació del model esdevé la següent:

$$\pi_t = \frac{e^{0,19778-4,87927 R_{BVSP_{t-1}}+6,14050 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}{1+e^{0,19778-4,87927 R_{BVSP_{t-1}}+6,14050 R_{MERV_{t-1}}+\varepsilon_t}}$$

A partir d'aquí ja es podrien fer les prediccions que volguéssim per el dia següent. Com que vèiem que l'únic coeficient significatiu era l'associat a l'índex argentí S&P Merval, la principal conclusió a la que arribem és que quan la rendibilitat diària de l'índex S&P Merval en dòlars és molt elevada, la probabilitat de que la rendibilitat del dia següent de l'índex Crypto-15 augmenta.

Hem fet un test *out of sample* per els mesos que van de març a maig del 2022 i hem vist com per un període baixista com aquest el model ens hauria ajudat a reduir pèrdues. No obstant, i tal i com hem explicat al llarg del cinquè apartat, caldria disposar de més dades per a comprovar que aquest model de predicció efectivament és bo. Ara bé, amb les dades de les quals disposàvem ha sigut el millor que hem pogut trobar.

Per últim, recordem que l'últim objectiu era el de crear diferents carteres eficients utilitzant només actius del mercat de les criptomonedes. Hem utilitzat primer el model de Markowitz, on ja hem vist ràpidament que l'índex creat no formava part de la cartera eficient. Així doncs, hem trobat fins a 3 carteres eficients: una amb la mateixa volatilitat que l'índex Crypto-15 però maximitzant la rendibilitat, una amb la mateixa rendibilitat però minimitzant el risc i, per últim, la cartera tangent amb la frontera eficient. Així, hem demostrat com, tot i que el mercat de les criptomonedes en general té molta més volatilitat que els mercats borsaris, emprant el model de Markowitz i diversificant bé es poden trobar carteres amb una volatilitat inferior als principals índexs borsaris.

Per últim, i tot utilitzant el model de Tobin, hem vist com les carteres eficients de Markowitz encara es podien millorar lleugerament. No obstant, en aquest cas ja no només estaríem invertint en criptomonedes, sinó que ho estaríem fent també en l'actiu lliure de risc. Així doncs, s'arriba a la conclusió clara de que sembla molt més adient aplicar la gestió activa en el cas del mercat de les criptomonedes que simplement plagiar l'índex, doncs optimitzant carteres es pot minimitzar molt el risc mantenint constant l'alta rendibilitat del mercat.

Bibliografia

[1] I. Hwang, “A Brief History of the Stock Market,” *SoFi Learn*, Jan. 2021, Accessed: Jun. 14, 2022. [Online]. Available: https://www.sofi.com/learn/content/history-of-the-stock-market/

[2] E. Jones, “A Brief History of Cryptocurrency,” *CryptoVantage*, Jan. 2022, Accessed: Jun. 14, 2022. [Online]. Available: https://www.cryptovantage.com/guides/a-brief-history-of-cryptocurrency/#:~:text=The%20idea%20for%20cryptocurrency%20first,cryptographic%20electronic%20money%20called%20Digicash.

[3] Satoshi Nakamoto, “Bitcoin - A Peer to Peer Electronic Cash System.” Accessed: Jun. 21, 2022. [Online]. Available: https://bitcoin.org/

[4] Google, “Google Trends: Cryptocurrency vs Stock Market.” https://trends.google.com/trends/explore?date=all&q=%2Fm%2F0vpj4_b,%2Fm%2F0drqp (accessed Jun. 14, 2022).

[5] J. Chen, “Index,” *Investopedia*, Mar. 31, 2021. https://www.investopedia.com/terms/i/index.asp#:~:text=An%20index%20is%20an%20indicator,or%20a%20segment%20of%20it (accessed Mar. 02, 2022).

[6] Santander, “¿Qué es el Ibex 35?,” *Banco Santander*. https://www.bancosantander.es/glosario/ibex-35#:~:text=El%20IBEX%2035%20es%20el,Sistema%20de%20Interconexi%C3%B3n%20Burs%C3%A1til%20Electr%C3%B3nico%20((accessed Mar. 02, 2022).

[7] Slickcarts, “Dow Jones Companies,” *Slickcharts*. https://www.slickcharts.com/dowjones (accessed Feb. 09, 2022).

[8] J. Frankenfield, “Cryptocurrency,” *Investopedia*, Jan. 11, 2022. https://www.investopedia.com/terms/c/cryptocurrency.asp (accessed Feb. 15, 2022).

[9] V. Nieves, “Los cinco grandes riesgos de invertir en criptomonedas como el bitcoin, según la CNMV y el Banco de España,” *El Economista*, Feb. 09, 2021. Accessed: Mar. 10, 2022. [Online]. Available: https://www.eleconomista.es/mercados-cotizaciones/noticias/11039982/02/21/El-Banco-de-Espana-y-la-CNMV-revelan-los-cinco-grandes-riesgos-de-invertir-en-criptomonedas-como-Bitcoin.html

[10] Avatrade, “Crypto 10 Index.” https://www.avatrade.com/trading-info/financial-instruments-index/cryptocurrencies/crypto-10-index (accessed Mar. 08, 2022).

[11] CMC Markets, “Trading en el índice de croptomonedas,” *CMC*. https://www.cmcmarkets.com/es-es/criptomonedas/indices-criptomonedas (accessed Mar. 05, 2022).

[12] Yahoo, “Yahoo Finance.” https://finance.yahoo.com/ (accessed Jun. 02, 2022).

[13] Duk2, “3 Razones para utilizar la rentabilidad logarítmica,” *Estrategias de Trading*. Accessed: Mar. 21, 2022. [Online]. Available: https://estrategiastrading.com/rentabilidad-logaritmica/

[14] M. Marozzi, “Some Remarks About The Number Of Permutations One Should Consider To Perform A Permutation Test,” in *STATISTICA*, 2004.

[15] D. Wuertz, T. Setx, Y. Chalabi, C. Boudt, P. Chausse, and M. Miklovac, “Package ‘fGarch,’” Mar. 2020.

[16] R. Bevans, “Akaike Information Criterion | When & How to Use It (Example),” *Scribbr*, Mar. 26, 2020. https://www.scribbr.com/statistics/akaike-information-criterion/ (accessed Apr. 15, 2022).

[17] A. Jiménez, “Gestión Pasiva vs Gestión activa: ¿Quién es el ganador?”, Accessed: May 30, 2022. [Online]. Available: https://holainversion.com/gestion-pasiva-vs-activa/

[18] H. Markowitz, *Porfolio Selection*. 1952. Accessed: Apr. 21, 2022. [Online]. Available: https://www.jstor.org/stable/2975974

[19] D. Wuertz, T. Setz, Y. Chalabi, and W. Chen, “Package ‘fPortfolio,’” Mar. 2020.

[20] CNBC, “US 10 Year Treasury.” https://www.cnbc.com/quotes/US10Y (accessed Jun. 02, 2022).

[21] L. Á. Medina, “APLICACIÓN DE LA TEORÍA DEL PORTAFOLIO EN EL MERCADO ACCIONARIO COLOMBIANO,” 2003.

Annex

A continuació podrem trobar tot el codi d'R ordenat que s'ha emprat al llarg del treball per als càlculs i models que s'han desenvolupat.

Llibreries utilitzades

```
library(quantmod)
library(e1071)
library(MTS)
library(fGarch)
library(stats)

library(caret)
library(car)
library(ROCR)

library(pROC)
library(fPorfolio)
```

1. Creació de l'índex

```
#import data
getSymbols("BTC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("ETH-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("USDT-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("BNB-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("USDC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("XRP-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("LUNA1-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("ADA-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("SOL-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("AVAX-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("HEX-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("BUSD-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("DOT-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("DOGE-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("UST-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("SHIB-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("MATIC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("WBTC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("CRO-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("DAI-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("ATOM-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("LTC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("NEAR-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("LINK-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("UNI1-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("TRX-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("FTT-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("STETH-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
```

```
getSymbols("BCH-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("ALGO-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("LEO-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("XLM-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("MANA-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si

nrow(`BTC-USD`)
nrow(`ETH-USD`)
nrow(`USDT-USD`)
nrow(`BNB-USD`)
nrow(`USDC-USD`)
nrow(`XRP-USD`)
nrow(`LUNA1-USD`)
nrow(`ADA-USD`)
nrow(`SOL-USD`)
nrow(`AVAX-USD`)
nrow(`HEX-USD`)
nrow(`BUSD-USD`)
nrow(`DOT-USD`)
nrow(`DOGE-USD`)
nrow(`UST-USD`)
nrow(`SHIB-USD`)
nrow(`MATIC-USD`)
nrow(`WBTC-USD`)
nrow(`CRO-USD`)
nrow(`DAI-USD`)
nrow(`ATOM-USD`)
nrow(`LTC-USD`)
nrow(`NEAR-USD`)
nrow(`LINK-USD`)
nrow(`UNI1-USD`)
nrow(`TRX-USD`)
nrow(`FTT-USD`)
nrow(`STETH-USD`)
nrow(`BCH-USD`)
nrow(`ALGO-USD`)
nrow(`LEO-USD`)
nrow(`XLM-USD`)
nrow(`MANA-USD`)

#vector circulating supply
circ_supply<-c(18975050,119834014,79713056448,165116761,52897574957,479492
81138,
               33674540799,132670764300,25263013692,69774669,467009550,101
728372892,
               18999950,24587653853,1832100698)

#comprovació market cap
`BTC-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[1]
`ETH-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[2]
`USDT-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[3]
`BNB-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[4]
`USDC-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[5]
`XRP-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[6]
```

```
`ADA-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[7]
`DOGE-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[8]
`CRO-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[9]
`LTC-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[10]
`LINK-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[11]
`TRX-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[12]
`BCH-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[13]
`XLM-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[14]
`MANA-USD`[nrow(`BTC-USD`),4]*circ_supply[15]

#market cap initial
`BTC-USD`[1,4]*circ_supply[1]
`ETH-USD`[1,4]*circ_supply[2]
`USDT-USD`[1,4]*circ_supply[3]
`BNB-USD`[1,4]*circ_supply[4]
`USDC-USD`[1,4]*circ_supply[5]
`XRP-USD`[1,4]*circ_supply[6]
`ADA-USD`[1,4]*circ_supply[7]
`DOGE-USD`[1,4]*circ_supply[8]
`CRO-USD`[1,4]*circ_supply[9]
`LTC-USD`[1,4]*circ_supply[10]
`LINK-USD`[1,4]*circ_supply[11]
`TRX-USD`[1,4]*circ_supply[12]
`BCH-USD`[1,4]*circ_supply[13]
`XLM-USD`[1,4]*circ_supply[14]
`MANA-USD`[1,4]*circ_supply[15]

initial<-`BTC-USD`[1,4]*circ_supply[1]+
`ETH-USD`[1,4]*circ_supply[2]+
`USDT-USD`[1,4]*circ_supply[3]+
`BNB-USD`[1,4]*circ_supply[4]+
`USDC-USD`[1,4]*circ_supply[5]+
`XRP-USD`[1,4]*circ_supply[6]+
`ADA-USD`[1,4]*circ_supply[7]+
`DOGE-USD`[1,4]*circ_supply[8]+
`CRO-USD`[1,4]*circ_supply[9]+
`LTC-USD`[1,4]*circ_supply[10]+
`LINK-USD`[1,4]*circ_supply[11]+
`TRX-USD`[1,4]*circ_supply[12]+
`BCH-USD`[1,4]*circ_supply[13]+
`XLM-USD`[1,4]*circ_supply[14]+
`MANA-USD`[1,4]*circ_supply[15]

index<-`BTC-USD`[,4]

for(i in 1:nrow(`BTC-USD`)){
  mark_cap<-`BTC-USD`[i,4]*circ_supply[1]+
`ETH-USD`[i,4]*circ_supply[2]+
`USDT-USD`[i,4]*circ_supply[3]+
`BNB-USD`[i,4]*circ_supply[4]+
`USDC-USD`[i,4]*circ_supply[5]+
`XRP-USD`[i,4]*circ_supply[6]+
`ADA-USD`[i,4]*circ_supply[7]+
`DOGE-USD`[i,4]*circ_supply[8]+
```

```
`CRO-USD`[i,4]*circ_supply[9]+
`LTC-USD`[i,4]*circ_supply[10]+
`LINK-USD`[i,4]*circ_supply[11]+
`TRX-USD`[i,4]*circ_supply[12]+
`BCH-USD`[i,4]*circ_supply[13]+
`XLM-USD`[i,4]*circ_supply[14]+
`MANA-USD`[i,4]*circ_supply[15]
  index[i,1]<-mark_cap/as.numeric(initial)*1000
}
```

Gràfic de l'índex

```
chartSeries(index,theme = "white")
index[which.max(index)]
index[which.min(index)]
```

2. Anàlisi de l'índex

Correlacions index-cryptos

```
cor(`BTC-USD`[,4],index)
cor(`ETH-USD`[,4],index)
cor(`USDT-USD`[,4],index)
cor(`BNB-USD`[,4],index)
cor(`USDC-USD`[,4],index)
cor(`XRP-USD`[,4],index)
cor(`ADA-USD`[,4],index)
cor(`DOGE-USD`[,4],index)
cor(`CRO-USD`[,4],index)
cor(`LTC-USD`[,4],index)
cor(`LINK-USD`[,4],index)
cor(`TRX-USD`[,4],index)
cor(`BCH-USD`[,4],index)
cor(`XLM-USD`[,4],index)
cor(`MANA-USD`[,4],index)
```

Correlacions amb rendibilitats logarítmiques

```
rLOG <- diff(log(index))[-1]
rLOG_BTC<- diff(log(`BTC-USD`[,4]))[-1]
rLOG_ETH<- diff(log(`ETH-USD`[,4]))[-1]
rLOG_USDT<- diff(log(`USDT-USD`[,4]))[-1]
rLOG_BNB<- diff(log(`BNB-USD`[,4]))[-1]
rLOG_USDC<- diff(log(`USDC-USD`[,4]))[-1]
rLOG_XRP<- diff(log(`XRP-USD`[,4]))[-1]
rLOG_ADA<- diff(log(`ADA-USD`[,4]))[-1]
rLOG_DOGE<- diff(log(`DOGE-USD`[,4]))[-1]
rLOG_CRO<- diff(log(`CRO-USD`[,4]))[-1]
rLOG_LTC<- diff(log(`LTC-USD`[,4]))[-1]
rLOG_LINK<- diff(log(`LINK-USD`[,4]))[-1]
rLOG_TRX<- diff(log(`TRX-USD`[,4]))[-1]
rLOG_BCH<- diff(log(`BCH-USD`[,4]))[-1]
```

```
rLOG_XLM<- diff(log(`XLM-USD`[,4]))[-1]
rLOG_MANA<- diff(log(`MANA-USD`[,4]))[-1]
```

Correlacions

```
cor(rLOG,rLOG_BTC)
cor(rLOG,rLOG_ETH)
cor(rLOG,rLOG_USDT)
cor(rLOG,rLOG_BNB)
cor(rLOG,rLOG_USDC)
cor(rLOG,rLOG_XRP)
cor(rLOG,rLOG_ADA)
cor(rLOG,rLOG_DOGE)
cor(rLOG,rLOG_CRO)
cor(rLOG,rLOG_LTC)
cor(rLOG,rLOG_LINK)
cor(rLOG,rLOG_TRX)
cor(rLOG,rLOG_BCH)
cor(rLOG,rLOG_XLM)
cor(rLOG,rLOG_MANA)
```

Test de permutacions 1

```
x<-as.vector(rLOG_USDC)
y<-as.vector(rLOG)
r.mostral <- cor(x,y)
nperm<-49999
set.seed(2022)
r.perm <- replicate(nperm, cor(x, sample(y)))
hist(r.perm, breaks=70, freq=F, xlim=c(-0.2,0.2), ylim=c(0,15.0),
     main="Histograma de les permutacions",ylab="Densitat",xlab="")
abline(v=r.mostral, col="red", lwd = 4, lty = 4)

p.valor <- (sum(r.perm <= r.mostral) + 1) / (nperm + 1)
p.valor
```

Correlació índex cryptos

Crypto 10

```
crypto10_initial<-`BTC-USD`[1,4]*0.2388+
`ETH-USD`[1,4]*0.2482+
`BNB-USD`[1,4]*0.1346+
`ADA-USD`[1,4]*0.0749+
`DOGE-USD`[1,4]*0.367

index_crypto10<-`BTC-USD`[,4]

for(i in 1:nrow(`BTC-USD`)){
  mark_cap<-`BTC-USD`[i,4]*0.2388+
`ETH-USD`[i,4]*0.2482+
`BNB-USD`[i,4]*0.1346+
`ADA-USD`[i,4]*0.0749+
```

```
`DOGE-USD`[i,4]*0.367
  index_crypto10[i,1]<-mark_cap/as.numeric(crypto10_initial)*1000
}
cor(index,index_crypto10)
rLOG_crypto10 <- diff(log(index_crypto10))[-1]
cor(rLOG,rLOG_crypto10)
```

Crypto Populares CMC Markets

```
cryptocmc_initial<-`BTC-USD`[1,4]*0.4+
`ETH-USD`[1,4]*0.2456+
`XRP-USD`[1,4]*0.2544+
`BCH-USD`[1,4]*0.05+
`LTC-USD`[1,4]*0.05

index_cryptocmc<-`BTC-USD`[,4]

for(i in 1:nrow(`BTC-USD`)){
  mark_cap<-`BTC-USD`[i,4]*0.4+
`ETH-USD`[i,4]*0.2456+
`XRP-USD`[i,4]*0.2544+
`BCH-USD`[i,4]*0.05+
`LTC-USD`[i,4]*0.05
  index_cryptocmc[i,1]<-mark_cap/as.numeric(cryptocmc_initial)*1000
}
cor(index,index_cryptocmc)
rLOG_cryptocmc <- diff(log(index_cryptocmc))[-1]
cor(rLOG,rLOG_cryptocmc)
```

Correlació amb índexs borsaris

```
getSymbols("^IBEX",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^GSPC",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^DJI",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^N225",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^STOXX50E",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^FTSE",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^BVSP",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^HSI",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^MERV",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("^BSESN",from="2019-01-01",to="2022-02-28")

IBEX<-na.omit(IBEX)
cor(IBEX[,4],index[time(IBEX)])
cor(GSPC[,4],index[time(GSPC)])
cor(DJI[,4],index[time(DJI)])
cor(N225[,4],index[time(N225)])
cor(STOXX50E[,4],index[time(STOXX50E)])
FTSE<-na.omit(FTSE)
cor(FTSE[,4],index[time(FTSE)])
cor(BVSP[,4],index[time(BVSP)])
cor(HSI[,4],index[time(HSI)])
cor(MERV[,4],index[time(MERV)])
```

```
BSESN<-na.omit(BSESN)
cor(BSESN[,4],index[time(BSESN)])
```

Estandardització dels índexs

```
#importació dades
getSymbols("EURUSD=X",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("JPY=X",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("GBPUSD=X",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("BRLUSD=X",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("CNY=X",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("ARSUSD=X",from="2019-01-01",to="2022-02-28")
getSymbols("INR=X",from="2019-01-01",to="2022-02-28")

IBEX_USD<-IBEX[,4]*`EURUSD=X`[,4][time(IBEX)]
N225_USD<-N225[,4]/`JPY=X`[,4][time(N225)]
STOXX50E_USD<-STOXX50E[,4]*`EURUSD=X`[,4][time(STOXX50E)]
FTSE_USD<-FTSE[,4]*`GBPUSD=X`[,4][time(FTSE)]
BVSP_USD<-BVSP[,4]*`BRLUSD=X`[,4][time(BVSP)]
HSI_USD<-HSI[,4]/`CNY=X`[,4][time(HSI)]
MERV_USD<-MERV[,4]*`ARSUSD=X`[,4][time(MERV)]
BSESN_USD<-BSESN[,4]/`INR=X`[,4][time(BSESN)]

IBEX_USD<-na.omit(IBEX_USD)
N225_USD<-na.omit(N225_USD)
STOXX50E_USD<-na.omit(STOXX50E_USD)
FTSE_USD<-na.omit(FTSE_USD)
BVSP_USD<-na.omit(BVSP_USD)
HSI_USD<-na.omit(HSI_USD)
MERV_USD<-na.omit(MERV_USD)
BSESN_USD<-na.omit(BSESN_USD)
```

Correlacions

```
cor(IBEX_USD,index[time(IBEX_USD)])
cor(N225_USD,index[time(N225_USD)])
cor(STOXX50E_USD,index[time(STOXX50E_USD)])
cor(FTSE_USD,index[time(FTSE_USD)])
cor(BVSP_USD,index[time(BVSP_USD)])
cor(HSI_USD,index[time(HSI_USD)])
cor(MERV_USD,index[time(MERV_USD)])
cor(BSESN_USD,index[time(BSESN_USD)])
```

Correlacions rendibilitats

```
cor(diff(log(IBEX_USD))[-1],diff(log(index[time(IBEX_USD)]))[-1])

cor(diff(log(GSPC[,4]))[-1],diff(log(index[time(GSPC)]))[-1])
cor(diff(log(DJI[,4]))[-1],diff(log(index[time(DJI)]))[-1])

cor(diff(log(N225_USD))[-1],diff(log(index[time(N225_USD)]))[-1])
cor(diff(log(STOXX50E_USD))[-1],diff(log(index[time(STOXX50E_USD)]))[-1])
cor(diff(log(FTSE_USD))[-1],diff(log(index[time(FTSE_USD)]))[-1])
```

```
cor(diff(log(BVSP_USD))[-1],diff(log(index[time(BVSP_USD)]))[-1])
cor(diff(log(HSI_USD))[-1],diff(log(index[time(HSI_USD)]))[-1])
cor(diff(log(MERV_USD))[-1],diff(log(index[time(MERV_USD)]))[-1])
cor(diff(log(BSESN_USD))[-1],diff(log(index[time(BSESN_USD)]))[-1])
```

Test de permutacions 2

```
nrow(diff(log(N225_USD))[-1])
x<-as.vector(diff(log(N225_USD))[-1])
y<-as.vector(diff(log(index[time(N225_USD)]))[-1])
r.mostral <- cor(x,y)
nperm<-49999
set.seed(2022)
r.perm <- replicate(nperm, cor(x, sample(y)))
hist(r.perm, breaks=70, freq=F, xlim=c(-0.15,0.25), ylim=c(0,15.0),
     main="Histograma de les permutacions",ylab="Densitat",xlab="")
abline(v=r.mostral, col="red", lwd = 4, lty = 4)

p.valor <- (sum(r.perm >= r.mostral) + 1) / (nperm + 1)
p.valor
```

Test de permutacions 3

```
nrow(diff(log(BSESN_USD))[-1])
x<-as.vector(diff(log(BSESN_USD))[-1])
y<-as.vector(diff(log(index[time(BSESN_USD)]))[-1])
r.mostral <- cor(x,y)
nperm<-49999
set.seed(2022)
r.perm <- replicate(nperm, cor(x, sample(y)))
hist(r.perm, breaks=70, freq=F, xlim=c(-0.15,0.25), ylim=c(0,15.0),
     main="Histograma de les permutacions",ylab="Densitat",xlab="")
abline(v=r.mostral, col="red", lwd = 4, lty = 4)

p.valor <- (sum(r.perm >= r.mostral) + 1) / (nperm + 1)
p.valor
```

Rendibilitats simples

```
index[1]
index[nrow(index)]

IBEX_USD[1]
IBEX_USD[nrow(IBEX_USD)]

GSPC[1]
GSPC[nrow(GSPC)]

DJI[1]
DJI[nrow(DJI)]

N225_USD[1]
N225_USD[nrow(N225_USD)]
```

```
STOXX50E_USD[1]
STOXX50E_USD[nrow(STOXX50E_USD)]

FTSE_USD[1]
FTSE_USD[nrow(FTSE_USD)]

BVSP_USD[1]
BVSP_USD[nrow(BVSP_USD)]

HSI_USD[1]
HSI_USD[nrow(HSI_USD)]

MERV_USD[1]
MERV_USD[nrow(MERV_USD)]

BSESN_USD[1]
BSESN_USD[nrow(BSESN_USD)]
```

Rendibilitats diàries logarítmiques

```
rent_index=rLOG
mean(rent_index)
rent_IBEX=diff(log(IBEX_USD))[-1]
mean(rent_IBEX)
rent_GSPC=diff(log(GSPC[,4]))[-1]
mean(rent_GSPC)
rent_DJI=diff(log(DJI[,4]))[-1]
mean(rent_DJI)
rent_N225=diff(log(N225_USD))[-1]
mean(rent_N225)
rent_STOXX50E=diff(log(STOXX50E_USD))[-1]
mean(rent_STOXX50E)
rent_FTSE=diff(log(FTSE_USD))[-1]
mean(rent_FTSE)
rent_BVSP=diff(log(BVSP_USD))[-1]
mean(rent_BVSP)
rent_HSI=diff(log(HSI_USD))[-1]
mean(rent_HSI)
rent_MERV=diff(log(MERV_USD))[-1]
mean(rent_MERV)
rent_BSESN=diff(log(BSESN_USD))[-1]
mean(rent_BSESN)
```

Anàlisi del risc

```
sd(rent_index)
sd(rent_IBEX)
sd(rent_GSPC)
sd(rent_DJI)
sd(rent_N225)
sd(rent_STOXX50E)
sd(rent_FTSE)
```

```
sd(rent_BVSP)
sd(rent_HSI)
sd(rent_MERV)
sd(rent_BSESN)
```

3. Model de risc

```
rLOG <- diff(log(index))[-1]
chartSeries(rLOG, type="lines",theme = "white")
summary(rLOG)
hist(rLOG, col="grey", breaks="FD",main="Hist. Rent. Logarítmica diària Cr
ypto-15",
     xlab="Rendibilitat", ylab="Freqüència",prob=TRUE)
abline(v=mean(rLOG), col="red",lwd=3)
```

Model EWMA

```
rLOG_0 = rLOG - mean(rLOG)

index_EWMA=EWMAvol(rLOG_0, lambda=-1)#le hemos restado la media
#la lambda nos da 0.94, que es algo muy normal
sigma_ewma = sqrt(index_EWMA$Sigma.t)
plot(sigma_ewma,type="l")


plot(sigma_ewma,type="l",ylim=c(0,0.2),lwd=3,
     col="red",main="Predicció volatilitat model EWMA",ylab="volatilitat")
par(new=TRUE)
plot(abs(as.numeric(rLOG_0)),ylim=c(0,0.2),type = "l",col="grey",
     add=TRUE,xlab="",ylab="")

#Residus
res_ewma<-abs(as.numeric(rLOG_0))-sigma_ewma
sum(res_ewma^2)
```

Model ARCH

```
par(mfrow=c(1,2))
acf(rLOG_0^2, main="Rent^2 Autocorrelació")
pacf(rLOG_0^2, main="Rent^2 Autocorrelació Parcial")

library("fGarch")
arch7<-garchFit(~ garch(7,0), data = rLOG_0,include.mean=FALSE)
#arch7@fit$matcoef#la suma dels coeficients menors que 1, nem bé
arch7@fit$matcoef
plot(arch7,which=11)

sigma_arch7=as.numeric(arch7@sigma.t)
res_arch7<-abs(as.numeric(rLOG_0))-sigma_arch7
sum(res_arch7^2)
```

Model Garch

```
garch_1_1<-garchFit(~ garch(1,1), data = rLOG_0,include.mean=FALSE)
garch_1_1@fit$matcoef
garch_1_1@fit$matcoef[1,1]/(1-garch_1_1@fit$matcoef[2,1]-garch_1_1@fit$mat
coef[3,1])
sigma_garch=as.numeric(garch_1_1@sigma.t)
plot(garch_1_1,which=11)

res_garch<-abs(as.numeric(rLOG_0))-sigma_garch
sum(res_garch^2)
```

Conjunt

```
plot(sigma_ewma ,type="l" ,col="royalblue4", main = "EWMA vs ARCH vs GARCH
- Crypto-15",
     ylab="Volatilitat",ylim=c(0,0.10))
par(new=TRUE)
plot(sigma_arch7 ,type="l", col="red",add=TRUE, xlab="", ylab="",  axes=FA
LSE,
     ylim=c(0,0.10),main="")
par(new=TRUE)
plot(sigma_garch ,type="l", col="gray42",add=TRUE, xlab="", ylab="",  axes
=FALSE,
     ylim=c(0,0.10),main="")
legend(x = "topright",, legend = c("EWMA", "ARCH(7)","GARCH(1,1)"),
       fill = c("royalblue4", "red","gray42"),
       title = "Volatilitat")

predict(garch_1_1, n.ahead = 20, plot=TRUE, crit_val=2)
```

Ibex

```
rLOG <- diff(log(IBEX_USD))[-1]
rLOG_0 = rLOG - mean(rLOG)
garch_1_1<-garchFit(~ garch(1,1), data = rLOG_0,include.mean=FALSE)
sigma_ibex=as.numeric(garch_1_1@sigma.t)
garch_1_1@fit$matcoef

res_garch<-abs(as.numeric(rLOG_0))-sigma_ibex
sum(res_garch^2)
```

S&P 500

```
rLOG <- diff(log(GSPC[,4]))[-1]
rLOG_0 = rLOG - mean(rLOG)
garch_1_1<-garchFit(~ garch(1,1), data = rLOG_0,include.mean=FALSE)
garch_1_1@fit$matcoef[1,1]/(1-garch_1_1@fit$matcoef[2,1]-garch_1_1@fit$mat
coef[3,1])
sigma_sp=as.numeric(garch_1_1@sigma.t)

res_garch<-abs(as.numeric(rLOG_0))-sigma_sp
sum(res_garch^2)
```

Inclusió índexs

```
plot(sigma_garch ,type="l" ,col="royalblue4", main = "Crypto-15 vs Ibex vs
S&P 500",
     ylab="Volatilitat",ylim=c(0,0.10))
par(new=TRUE)
plot(sigma_ibex ,type="l", col="red",add=TRUE, xlab="", ylab="",  axes=FAL
SE,
     ylim=c(0,0.10),main="")
par(new=TRUE)
plot(sigma_sp ,type="l", col="gray42",add=TRUE, xlab="", ylab="",  axes=FA
LSE,
     ylim=c(0,0.10),main="")
legend(x = "topright",, legend = c("Crypto-15", "Ibex","S&P 500"),
       fill = c("royalblue4", "red","gray42"),
       title = "Volatilitat")
```

4. Model lineal

```
index1<-index[time(IBEX_USD)]
index2<-index1[time(GSPC)]
index3<-index2[time(DJI)]
index4<-index3[time(N225_USD)]
index5<-index4[time(STOXX50E_USD)]
index6<-index5[time(FTSE_USD)]
index7<-index6[time(BVSP_USD)]
index8<-index7[time(HSI_USD)]
index9<-index8[time(MERV_USD)]
index10<-index9[time(BSESN_USD)]

IBEX_USD_10<-IBEX_USD[time(index10)]
GSPC_USD_10<-GSPC[time(index10),4]
DJI_USD_10<-DJI[time(index10),4]
N225_USD_10<-N225_USD[time(index10)]
STOXX50E_USD_10<-STOXX50E_USD[time(index10)]
FTSE_USD_10<-FTSE_USD[time(index10)]
BVSP_USD_10<-BVSP_USD[time(index10)]
HSI_USD_10<-HSI_USD[time(index10)]
MERV_USD_10<-MERV_USD[time(index10)]
BSESN_USD_10<-BSESN_USD[time(index10)]

#rendibilitats logarítmiques
r_index <- diff(log(index10))[-1]
r_IBEX <- diff(log(IBEX_USD_10))[-1]
r_GSPC <- diff(log(GSPC_USD_10))[-1]
r_DJI <- diff(log(DJI_USD_10))[-1]
r_N225 <- diff(log(N225_USD_10))[-1]
r_STOXX50E <- diff(log(STOXX50E_USD_10))[-1]
r_FTSE <- diff(log(FTSE_USD_10))[-1]
r_BVSP <- diff(log(BVSP_USD_10))[-1]
r_HSI <- diff(log(HSI_USD_10))[-1]
r_MERV <- diff(log(MERV_USD_10))[-1]
r_BSESN <- diff(log(BSESN_USD_10))[-1]

y<-as.vector(r_index[2:nrow(r_index),])
```

```
df<-data.frame(r_index,r_IBEX,r_GSPC,r_DJI,r_N225,r_STOXX50E,r_FTSE,r_BVSP
,r_HSI,r_MERV,r_BSESN)
names(df)<-c("r_index","r_IBEX","r_GSPC","r_DJI","r_N225","r_STOXX50E","r_
FTSE"
             ,"r_BVSP","r_HSI","r_MERV","r_BSESN")
```

Busca de multicol·linealitats

```
a<-cor(df)
#eliminem DJI,IBEX, FTSE
df1<-subset(df,select=-c(r_IBEX,r_DJI, r_FTSE))
cor(df1)
df1<-df1[1:(nrow(df1)-1),]
```

Model lineal

```
lm<-lm(y~df1$r_index+df1$r_GSPC+df1$r_N225+df1$r_STOXX50E+df1$r_BVSP+df1$r
_HSI+df1$r_MERV+df1$r_BSESN)
summary (lm)
```

Model resposta binària

```
library(stats)
y2<-factor(ifelse(y<0,0,1))
m0 <- glm(y2~df1$r_index+df1$r_GSPC+df1$r_N225+df1$r_STOXX50E+df1$r_BVSP+d
f1$r_HSI+df1$r_MERV+
            df1$r_BSESN,family=binomial)
m1 <- glm(y2~df1$r_index+df1$r_N225+df1$r_BVSP+df1$r_HSI+df1$r_MERV
            ,family=binomial)
m2 <- glm(y2~r_BVSP+r_MERV,df1,family=binomial)
anova(m2,m0,test='Chisq')#no hi ha diferències
```

Model polinòmic

```
m2a <- glm(y2~df1$r_BVSP+poly(df1$r_MERV,2,raw=TRUE)
            ,family=binomial)
m2b <- glm(y2~df1$r_BVSP+poly(df1$r_MERV,3,raw=TRUE)
            ,family=binomial)
m2c <- glm(y2~df1$r_BVSP+poly(df1$r_MERV,4,raw=TRUE)
            ,family=binomial)
m3a<- glm(y2~df1$r_MERV+poly(df1$r_BVSP,2,raw=TRUE)
            ,family=binomial)
```

Comprovació links

```
m2_cloglog<-glm(y2~r_BVSP+r_MERV,df1,family = binomial(link = "cloglog"))
m2_probit<- glm(y2~r_BVSP+r_MERV,df1,family = binomial(link = "probit"))
AIC.links<-c(AIC(m2),AIC(m2_cloglog),AIC(m2_probit))
BIC.links<-c(BIC(m2),BIC(m2_cloglog),BIC(m2_probit))
```

```
taula_links<-data.frame(AIC=AIC.links, BIC=BIC.links)
rownames(taula_links)<-c("m2_logit","m2_cloglog","m2_probit")
taula_links
```

Callibration plot

```
suppressMessages(library(caret,warn.conflicts = FALSE,quietly = TRUE))
df_cal <- data.frame(obs=factor(y2),pre=1-fitted(m2))
calPlotData <- calibration(obs ~ pre, data = df_cal)
xyplot(calPlotData)
```

Residual plot

```
library(car)
residualPlots(m2)
residualPlot(m2)
```

Estadístics

```
m2b$deviance
(m2b$null.deviance-m2b$deviance)/m2b$null.deviance
sum(resid(m2b,"pearson")^2)
```

Outliers

```
validacio<-data.frame(rstudent=rstudent(m2),leverage=hatvalues(m2),
                      Distancia_cook=cooks.distance(m2))
summary(validacio)
outlierTest(m2b)
```

Capacitat predictive del model

```
prob.vot <-m2$fit
pres.est <- ifelse(prob.vot<0.5,0,1)
(t <- table(pres.est,y2))

round(sum(diag(t))/sum(t),4) #prop encerts
round(t[2,2]/sum(t[,2]),4) #sensibilitat
round(t[1,1]/sum(t[,1]),4)#especificitat
round(t[2,2]/sum(t[2,]),4)#VPP
round(t[1,1]/sum(t[1,]),4)#VPN

suppressMessages(library(ROCR,warn.conflicts = FALSE,quietly = TRUE))
dadesroc <- prediction(predict(m2,type="response"),y2)
par(mfrow=c(1,2))
plot(performance(dadesroc,"err")) # Error rate
plot(performance(dadesroc,"tpr","fpr")) # ROC curve
abline(0,1,lty=2)
```

AUC

```r
suppressMessages(library(pROC,warn.conflicts = FALSE,quietly = TRUE))
predicted<-predict(m2,type="response")
auc(y2,predicted)
```

Interpretació

```r
predict(m2,data.frame(r_BVSP=0, r_MERV=0),type="response")
exp(-4.87927)
predict(m2,data.frame(r_BVSP=log(0.95), r_MERV=log(1.1)),type="response")
```

Test amb nous valors

```r
getSymbols("BTC-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("ETH-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("USDT-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("BNB-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("USDC-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("XRP-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("ADA-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("DOGE-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("CRO-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("LTC-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("LINK-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("TRX-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("BCH-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("XLM-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si
getSymbols("MANA-USD",from="2022-02-28",to="2022-06-01")#si

index_nou<-`BTC-USD`[,4]

for(i in 1:nrow(`BTC-USD`)){
  mark_cap<-`BTC-USD`[i,4]*circ_supply[1]+
`ETH-USD`[i,4]*circ_supply[2]+
`USDT-USD`[i,4]*circ_supply[3]+
`BNB-USD`[i,4]*circ_supply[4]+
`USDC-USD`[i,4]*circ_supply[5]+
`XRP-USD`[i,4]*circ_supply[6]+
`ADA-USD`[i,4]*circ_supply[7]+
`DOGE-USD`[i,4]*circ_supply[8]+
`CRO-USD`[i,4]*circ_supply[9]+
`LTC-USD`[i,4]*circ_supply[10]+
`LINK-USD`[i,4]*circ_supply[11]+
`TRX-USD`[i,4]*circ_supply[12]+
`BCH-USD`[i,4]*circ_supply[13]+
`XLM-USD`[i,4]*circ_supply[14]+
`MANA-USD`[i,4]*circ_supply[15]
  index_nou[i,1]<-mark_cap/as.numeric(initial)*1000
}

getSymbols("^BVSP",from="2022-02-28",to="2022-06-01")
getSymbols("^MERV",from="2022-02-28",to="2022-06-01")

getSymbols("BRLUSD=X",from="2022-02-28",to="2022-06-01")
```

```
getSymbols("ARSUSD=X",from="2022-02-28",to="2022-06-01")

BVSP_USD_nou<-BVSP[,4]*`BRLUSD=X`[,4][time(BVSP)]
MERV_USD_nou<-MERV[,4]*`ARSUSD=X`[,4][time(MERV)]

#només on hi ha dades ens quedem

index1_nou<-index_nou[time(BVSP_USD_nou)]
index2_nou<-index1_nou[time(MERV_USD_nou)]
BVSP_USD_10_nou<-BVSP_USD_nou[time(index2_nou)]
MERV_USD_10_nou<-MERV_USD_nou[time(index2_nou)]

#rendibilitats logarítmiques
r_index_nou <- diff(log(index2_nou))[-1]
r_BVSP_nou <- diff(log(BVSP_USD_10_nou))[-1]
r_MERV_nou <- diff(log(MERV_USD_10_nou))[-1]
y_nou<-as.vector(r_index_nou[2:nrow(r_index_nou),])
```

Construcció de la taula

```
llindar_inversio<-0.55
prob_pred<-predict(m2,data.frame(r_BVSP=as.vector(r_BVSP_nou[-nrow(r_BVSP_
nou),]),
                                 r_MERV=as.vector(r_MERV_nou[-nrow(r_MERV_
nou),])),type="response")

taula_test<-data.frame(rend_BVSP=r_BVSP_nou[-nrow(r_BVSP_nou),],rend_MERV=
r_MERV_nou[-nrow(r_MERV_nou),],
                       r_index_dia_seguent_log=y_nou,prob_predita=as.vecto
r(prob_pred))
taula_test$inversio<-ifelse(taula_test$prob_predita>llindar_inversio,1000,
0)
taula_test$r_simpl<-exp(taula_test$r_index_dia_seguent_log)-1
taula_test$inversio_final<-taula_test$inversio*(1+taula_test$r_simpl)
names(taula_test)<-c("Rend_log_BVSO","Rend_log_MERV","Rend_log_dia_seguent
","Probabilitat_pred","Inversio",
                     "Rend_simple","Inversio_final")

sum(taula_test$Inversio)
sum(taula_test$Inversio_final)

(rend_test<-sum(taula_test$Inversio_final)/sum(taula_test$Inversio)-1)
```

Evolució de l'índex en el període

```
chartSeries(index_nou,theme="white")

as.numeric(index_nou[nrow(index_nou)-1])/as.numeric(index_nou[2])-1
```

5. Construcció de carteres

Importació de nou dels valors

```r
getSymbols("BTC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("ETH-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("USDT-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("BNB-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("USDC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("XRP-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("ADA-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("DOGE-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("CRO-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("LTC-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("LINK-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("TRX-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("BCH-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("XLM-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si
getSymbols("MANA-USD",from="2019-01-01",to="2022-02-28")#si

rent_index=diff(index,30)/lag(x=index,k=30)[-c(1:30)]
rLOG_BTC=diff(`BTC-USD`[,4],30)/lag(x=`BTC-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_ETH=diff(`ETH-USD`[,4],30)/lag(x=`ETH-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_USDT=diff(`USDT-USD`[,4],30)/lag(x=`USDT-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_BNB=diff(`BNB-USD`[,4],30)/lag(x=`BNB-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_USDC=diff(`USDC-USD`[,4],30)/lag(x=`USDC-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_XRP=diff(`XRP-USD`[,4],30)/lag(x=`XRP-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_ADA=diff(`ADA-USD`[,4],30)/lag(x=`ADA-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_DOGE=diff(`DOGE-USD`[,4],30)/lag(x=`DOGE-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_CRO=diff(`CRO-USD`[,4],30)/lag(x=`CRO-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_LTC=diff(`LTC-USD`[,4],30)/lag(x=`LTC-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_LINK=diff(`LINK-USD`[,4],30)/lag(x=`LINK-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_TRX=diff(`TRX-USD`[,4],30)/lag(x=`TRX-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_BCH=diff(`BCH-USD`[,4],30)/lag(x=`BCH-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_XLM=diff(`XLM-USD`[,4],30)/lag(x=`XLM-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]
rLOG_MANA=diff(`MANA-USD`[,4],30)/lag(x=`MANA-USD`[,4],k=30)[-c(1:30)]

rent=data.frame(BTC=rLOG_BTC,
                ETH=rLOG_ETH,
                USDT=rLOG_USDT,
                BNB=rLOG_BNB,
                USDC=rLOG_USDC,
                XRP=rLOG_XRP,
                ADA=rLOG_ADA,
                DOGE=rLOG_DOGE,
                CRO=rLOG_CRO,
                LTC=rLOG_LTC,
                LINK=rLOG_LINK,
                TRX=rLOG_TRX,
                BCH=rLOG_BCH,
                XLM=rLOG_XLM,
                MANA=rLOG_MANA)
names(rent)<-c("BTC","ETH","USDT","BNB","USDC",
               "XRP","ADA","DOGE","CRO","LTC",
               "LINK","TRX","BCH","XLM","MANA")

evol_BTC<-`BTC-USD`[,4]/as.numeric(`BTC-USD`[1,4])
evol_ETH<-`ETH-USD`[,4]/as.numeric(`ETH-USD`[1,4])
```

```
evol_USDT<-`USDT-USD`[,4]/as.numeric(`USDT-USD`[1,4])
evol_BNB<-`BNB-USD`[,4]/as.numeric(`BNB-USD`[1,4])
evol_USDC<-`USDC-USD`[,4]/as.numeric(`USDC-USD`[1,4])
evol_XRP<-`XRP-USD`[,4]/as.numeric(`XRP-USD`[1,4])
evol_ADA<-`ADA-USD`[,4]/as.numeric(`ADA-USD`[1,4])
evol_DOGE<-`DOGE-USD`[,4]/as.numeric(`DOGE-USD`[1,4])
evol_CRO<-`CRO-USD`[,4]/as.numeric(`CRO-USD`[1,4])
evol_LTC<-`LTC-USD`[,4]/as.numeric(`LTC-USD`[1,4])
evol_LINK<-`LINK-USD`[,4]/as.numeric(`LINK-USD`[1,4])
evol_TRX<-`TRX-USD`[,4]/as.numeric(`TRX-USD`[1,4])
evol_BCH<-`BCH-USD`[,4]/as.numeric(`BCH-USD`[1,4])
evol_XLM<-`XLM-USD`[,4]/as.numeric(`XLM-USD`[1,4])
evol_MANA<-`MANA-USD`[,4]/as.numeric(`MANA-USD`[1,4])


creix_perc_BTC<-diff(evol_BTC,1)/lag(x=evol_BTC,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_ETH<-diff(evol_ETH,1)/lag(x=evol_ETH,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_USDT<-diff(evol_USDT,1)/lag(x=evol_USDT,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_BNB<-diff(evol_BNB,1)/lag(x=evol_BNB,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_USDC<-diff(evol_USDC,1)/lag(x=evol_USDC,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_XRP<-diff(evol_XRP,1)/lag(x=evol_XRP,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_ADA<-diff(evol_ADA,1)/lag(x=evol_ADA,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_DOGE<-diff(evol_DOGE,1)/lag(x=evol_DOGE,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_CRO<-diff(evol_CRO,1)/lag(x=evol_CRO,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_LTC<-diff(evol_LTC,1)/lag(x=evol_LTC,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_LINK<-diff(evol_LINK,1)/lag(x=evol_LINK,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_TRX<-diff(evol_TRX,1)/lag(x=evol_TRX,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_BCH<-diff(evol_BCH,1)/lag(x=evol_BCH,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_XLM<-diff(evol_XLM,1)/lag(x=evol_XLM,k=1)[-c(1:1)]
creix_perc_MANA<-diff(evol_MANA,1)/lag(x=evol_MANA,k=1)[-c(1:1)]
```

Frontera eficient

```
library(fPortfolio)

Spec = portfolioSpec()
  setRiskFreeRate(Spec) = 0
    setNFrontierPoints(Spec) <- 2000
Frontera <- portfolioFrontier(as.timeSeries(rent),spec=Spec)
tailoredFrontierPlot(Frontera)
```

Mínim risc

```
efPortfolio <- minvariancePortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio
```

Variància I rendibilitat

```
p_minrisc=getWeights(efPortfolio)
min_risc<-p_minrisc[1]*rLOG_BTC+p_minrisc[2]*rLOG_ETH+p_minrisc[3]*rLOG_US
DT+p_minrisc[4]*rLOG_BNB+
  p_minrisc[5]*rLOG_USDC+p_minrisc[6]*rLOG_XRP+p_minrisc[7]*rLOG_ADA+p_min
risc[8]*rLOG_DOGE+
```

```
  p_minrisc[9]*rLOG_CRO+p_minrisc[10]*rLOG_LTC+p_minrisc[11]*rLOG_LINK+p_m
inrisc[12]*rLOG_TRX+
  p_minrisc[13]*rLOG_BCH+p_minrisc[14]*rLOG_XLM+p_minrisc[15]*rLOG_MANA

summary(as.vector(min_risc))
sd(min_risc)
```

Carteres cantonada

```
medias=apply(X = rent, MARGIN = 2, FUN = mean)#busquem actiu més rendible
medias

#1
setTargetReturn(Spec) <- 0.3446
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#2
setTargetReturn(Spec) <- 0.2973
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#3
setTargetReturn(Spec) <- 0.2779
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#4
setTargetReturn(Spec) <- 0.2357
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#5
setTargetReturn(Spec) <- 0.2208
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#6
setTargetReturn(Spec) <- 0.2124
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#7
setTargetReturn(Spec) <- 0.2067
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#8
setTargetReturn(Spec) <- 0.1671
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#9
setTargetReturn(Spec) <- 0.0866
```

```r
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#10
setTargetReturn(Spec) <- 0.0051
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#11
setTargetReturn(Spec) <- 0.0011
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#12
setTargetReturn(Spec) <- 0.0004
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#13
setTargetReturn(Spec) <- 0.0001
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#14
setTargetReturn(Spec) <- -0.0001
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#15
setTargetReturn(Spec) <- -0.0002
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#16
setTargetReturn(Spec) <- -0.00025
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#17
setTargetReturn(Spec) <- -0.00028
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#18
setTargetReturn(Spec) <- -0.0003
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio

#19
setTargetReturn(Spec) <- -0.000302
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio
```

Mateix risc que l’índex

```
sd(rent_index)
mean(rent_index)

setTargetReturn(Spec) <- 0.0968
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio


p_matrisc=getWeights(efPortfolio)
rend_dia_mateix_risc<-p_matrisc[1]*creix_perc_BTC+p_matrisc[2]*creix_perc_
ETH+p_matrisc[3]*creix_perc_USDT+
  p_matrisc[4]*creix_perc_BNB+p_matrisc[5]*creix_perc_USDC+p_matrisc[6]*cr
eix_perc_XRP+
  p_matrisc[7]*creix_perc_ADA+p_matrisc[8]*creix_perc_DOGE+p_matrisc[9]*cr
eix_perc_CRO+
  p_matrisc[10]*creix_perc_LTC+p_matrisc[11]*creix_perc_LINK+p_matrisc[12]
*creix_perc_TRX+
  p_matrisc[13]*creix_perc_BCH+  p_matrisc[14]*creix_perc_XLM+p_matrisc[15
]*creix_perc_MANA

cart_mateix_risc<-vector(length=nrow(rend_dia_mateix_risc)+1)
cart_mateix_risc[1]<-1
for(i in 2:length(cart_mateix_risc)){
  cart_mateix_risc[i]<-cart_mateix_risc[i-1]*(1+rend_dia_mateix_risc[i-1,1
])
}
rent_cart_mateix_risc=diff(cart_mateix_risc,30)/lag(x=cart_mateix_risc,k=3
0)[-c(1:30)]
mean(rent_cart_mateix_risc)
sd(rent_cart_mateix_risc)
```

Mateixa rendibilitat que l'índex

```
setTargetReturn(Spec) <- 0.06281016
efPortfolio <- efficientPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio


p_matrend=getWeights(efPortfolio)
rend_dia_mateix_rend<-p_matrend[1]*creix_perc_BTC+p_matrend[2]*creix_perc_
ETH+p_matrend[3]*creix_perc_USDT+
  p_matrend[4]*creix_perc_BNB+p_matrend[5]*creix_perc_USDC+p_matrend[6]*cr
eix_perc_XRP+
  p_matrend[7]*creix_perc_ADA+p_matrend[8]*creix_perc_DOGE+p_matrend[9]*cr
eix_perc_CRO+
  p_matrend[10]*creix_perc_LTC+p_matrend[11]*creix_perc_LINK+p_matrend[12]
*creix_perc_TRX+
  p_matrend[13]*creix_perc_BCH+  p_matrend[14]*creix_perc_XLM+p_matrend[15
]*creix_perc_MANA

cart_mateix_rend<-vector(length=nrow(rend_dia_mateix_rend)+1)
cart_mateix_rend[1]<-1
for(i in 2:length(cart_mateix_rend)){
  cart_mateix_rend[i]<-cart_mateix_rend[i-1]*(1+rend_dia_mateix_rend[i-1,1
```

```
])
}
```

Cartera tangent

```
#Cartera 4 <-tangente con activo sin riesgo
Spec = portfolioSpec()
  setRiskFreeRate(Spec) = (1.02915)^(1/12)-1
    setNFrontierPoints(Spec) <- 2000
efPortfolio <- tangencyPortfolio(as.timeSeries(rent),Spec)
efPortfolio
p_tangent=getWeights(efPortfolio)
rend_dia_tangent<-p_tangent[1]*creix_perc_BTC+p_tangent[2]*creix_perc_ETH+
p_tangent[3]*creix_perc_USDT+
  p_tangent[4]*creix_perc_BNB+p_tangent[5]*creix_perc_USDC+p_tangent[6]*cr
eix_perc_XRP+
  p_tangent[7]*creix_perc_ADA+p_tangent[8]*creix_perc_DOGE+p_tangent[9]*cr
eix_perc_CRO+
  p_tangent[10]*creix_perc_LTC+p_tangent[11]*creix_perc_LINK+p_tangent[12]
*creix_perc_TRX+
  p_tangent[13]*creix_perc_BCH+  p_tangent[14]*creix_perc_XLM+p_tangent[15
]*creix_perc_MANA

cart_tangent<-vector(length=nrow(rend_dia_tangent)+1)
cart_tangent[1]<-1
for(i in 2:length(cart_tangent)){
  cart_tangent[i]<-cart_tangent[i-1]*(1+rend_dia_tangent[i-1,1])
}
```

Anàlisi del risc I la rendibilitat

```
cart_mateix_risc[1]
cart_mateix_risc[length(cart_mateix_risc)]

cart_mateix_rend[1]
cart_mateix_rend[length(cart_mateix_rend)]

cart_tangent[1]
cart_tangent[length(cart_tangent)]

#rend_log_diaria
rent_mateix_risc=diff(log(cart_mateix_risc))[-1]
mean(rent_mateix_risc)

rent_mateix_rend=diff(log(cart_mateix_rend))[-1]
mean(rent_mateix_rend)

rent_tangent=diff(log(cart_tangent))[-1]
mean(rent_tangent)
```

Volatilitat

```
sd(rent_mateix_risc)
sd(rent_mateix_rend)
sd(rent_tangent)
```