

Grau en Estadística

Títol: Anàlisi i proposta d'implantació d'un servei d'autobusos llançadora per als conductors/es de Transports de Barcelona.

Autor: Joan Martí Gensana

Director: Esteve Codina Sancho

Departament: Estadística i Investigació Operativa

Convocatòria: Juny 2022



*A l'Esteve, per l'ajuda i hores
dedicades durant aquests mesos.
Treballar amb tu aquest temps m'ha
ajudat a reafirmar el meu interès i
inquietuds pel món de la planificació
i optimització del transport.*

*A la Judith i companys de la unitat,
ha estat un plaer poder compartir
aquest any de pràctiques amb
vosaltres.*

Resum

Aquest projecte sorgeix de la necessitat d'estudiar la viabilitat logística i econòmica d'implantar un nou sistema de transport que millori i faciliti els desplaçaments, tant de presa com de final de servei, dels conductors/res de Bus de l'empresa Transports de Barcelona, a través de la instauració d'un sistema d'autobusos llançadora.

La principal dificultat que sorgeix a l'hora d'implementar el citat sistema és, per una banda, el gran volum de conductors i punts de relleu i, per l'altra, la dispersió d'aquests tant geogràficament, per tota la ciutat de Barcelona, com temporalment al llarg del dia. Caldrà definir i aplicar un seguit de models d'optimització on s'hi recullin totes les variables i restriccions necessàries per al correcte funcionament del sistema de transport.

Paraules clau:

- Transport
- Model d'optimització
- Autobusos llançadora
- Viabilitat logística
- Eficiència econòmica
- Tractament de dades
- Variables decisió
- Restriccions

Classificació AMS

- 62-07: Data analysis
- 65Kxx: Mathematical programming, optimization and variational techniques
- 78M50: Optimization
- 90C05: Linear programming
- 90B06: Transportation, logistics
- 90B10: Network models, deterministic

Abstract

“Analysis and proposal for the implementation of a shuttle bus service for Transports de Barcelona drivers”.

The goal of this project is to assess the logistical and economic viability of the implementation of a new transport system that improves and facilitates the shifts, both take-off and end-of-service, of the bus drivers in Transports de Barcelona, through the deployment of a shuttle bus system.

The major difficulty that arises when implementing the above-mentioned system lies, on one hand, in the large volume of drivers and landmarks and, on the other hand, on the dispersion of these both geographically, throughout the city of Barcelona, and temporarily throughout the day. In order to ensure the correct operability of the transport system, it will be necessary to define and apply a series of optimization models which will include all the applicable variables and restrictions.

Key words:

- Transportation
- Optimization model
- Shuttle bus service
- Logistic viability
- Economic efficiency
- Data processing
- Decision variables
- Restrictions

AMS classification:

- 62-07: Data analysis
- 65Kxx: Mathematical programming, optimization and variational techniques
- 78M50: Optimization
- 90C05: Linear programming
- 90B06: Transportation, logistics
- 90B10: Network models, deterministic

Índex

1. Introducció	7
1.1 Motius i justificació	7
1.2 Objectius	7
1.3 Estructura de la memòria	8
2. Metodologia	9
2.1 Passos realitzats	9
2.2 Tècniques estadístiques i d'optimització	9
2.3 Recursos informàtics.....	10
2.3.1 R	10
2.3.2 SAC	10
2.3.3 AMPL	10
2.3.4 Excel	10
2.3.5 ACCESS.....	10
3. Plantejament i hipòtesis	11
3.1 Consideracions prèvies	11
3.2 Sistema actual i nova proposta.....	12
4. Modelització inicial	13
4.1 Origen i descriptiu de dades.....	13
4.2 Model de dades 1	16
5. Models d'optimització	19
5.1 Problema de localització	19
5.1.1 Consideracions inicials i filtratge previ.....	19
5.1.2 Matriu de distàncies.....	21
5.1.3 MCLP	24
5.1.4 P-Center Problem	25
5.1.5 Adaptacions pròpies	26
5.1.6 Model de localització final	27
5.1.7 Model de dades 2.....	28
5.1.8 Consideracions posteriors.....	29
5.2 Problema de rutes de vehicles.....	31
5.2.1 Consideracions inicials.....	31
5.2.2 VRPTW	31
5.2.3 Adaptacions pròpies	33
5.2.4 Definició de les Time Windows	34
5.2.5 Model de rutes final.....	37
5.2.6 Exemple de funcionament	41
6. Obtenció de resultats	46
7. Conclusions	51
8. Bibliografia	52
9. Annexos	53
9.1 Codi R.....	53
9.2 Codi AMPL.....	55
9.2.1 Localització	55
9.2.2 Rutes	56

Capítol 1

1. Introducció

1.1 Motius i justificació

Les assignatures que més interès m'han despertat durant els 4 anys de grau han estat sens dubte les relatives a la investigació operativa. És per això que des d'aviat he sabut que el meu treball de fi de grau havia d'estar-hi relacionat.

A finals de tercer curs vaig començar a cursar les pràctiques curriculars del grau a Transports de Barcelona, empresa que gestiona la xarxa de Bus de Barcelona, concretament a la unitat de Coordinació Operativa i Planificació. El meu desig per conèixer la feina necessària per al correcte funcionament i gestió d'una xarxa de transport d'aquesta magnitud, creixia exponencialment a mesura que els mesos passaven.

L'existència de l'assignatura "Optimització en Enginyeria" que ofereix el grau d'Estadística ha estat un factor clau, tant per a l'elecció del tema d'aquest TFG com per al meu interès personal, doncs m'ha permès unir el millor dels dos mons (investigació operativa i transport) i he descobert un ampli ventall d'opcions per on podia encaminar la direcció d'aquest projecte.

El problema desenvolupat al llarg d'aquesta memòria prové d'un encàrrec rebut a la unitat on he estat desenvolupant les pràctiques. La meva tutora d'empresa Judith Reviejo, m'ha permès abordar el tema amb total confiança i autonomia, recolzant-me en tot moment en cas de necessitar-ho.

1.2 Objectius

L'objectiu inicial és aprendre a gestionar un projecte d'aquestes característiques, pensar a llarg termini per tal d'estructurar i planificar els passos que caldrà realitzar i anar abordant-los individualment un per un. Entendre les necessitats del "client" resulta indispensable per a determinar un correcte plantejament del problema i posteriorment obtenir uns resultats acord a elles.

Posteriorment, l'objectiu principal d'aquest projecte és implementar i personalitzar un o diversos models d'optimització adaptats a la singularitat del cas tractat, de tal manera que es respectin un seguit de restriccions definides prèviament.

Paral·lelament a això, es marca com a objectiu també fer entenedora la present memòria, sense necessitat d'estar avesat necessàriament al món del transport i/o la investigació operativa.

Finalment, a títol personal, em marco com a objectiu implicar-me de ple en la matèria per tal d'estar una vegada acabat el projecte, més a prop de saber si vull o no encarar el meu futur professional cap a aquest camp.

1.3 Estructura de la memòria

La present memòria compta amb 9 capítols generals, desglossats en diferents apartats i subapartats segons l'extensió que presenten.

Al llarg dels dos primers capítols, s'introdueix, sense arribar a entrar al cas d'estudi, els objectius i motius d'haver escollit el tema del treball. S'exposen també, a grans trets, els passos seguits durant el desenvolupament d'aquest projecte, així com les tècniques, tant estadístiques com d'optimització, i els recursos informàtics que ho han fet possible.

Passat aquest marc inicial, s'introdueix i contextualitza la problemàtica tractada per al correcte enteniment de la memòria. Seguidament es presenta el sistema de transport instaurat actualment i una aproximació del cost que aquest suposa. Aquesta dada serà clau, i representarà el punt de partida del treball, doncs durant el capítol 5 s'intentarà demostrar, a través d'un seguit de models d'optimització, si és rebaixable a partir de la instauració del sistema de busos llançadora que es pretén definir.

Passat aquest punt només restarà extreure'n resultats, on s'exposaran els recorreguts, costos i recursos necessaris per dur-la a terme, contrastant d'aquesta manera a les conclusions (capítol 7), si s'ha pogut complir la hipòtesis inicial (definida al capítol 3) i decidir conseqüentment quin és el sistema de transport econòmicament més eficient.

Per acabar, només resta el capítol 8, on s'hi documentarà tota la bibliografia consultada i estudiada per a l'elaboració de la memòria, i el capítol 9, on s'hi troba annexada tota la documentació complementària necessària.

Capítol 2

2. Metodologia

2.1 Passos realitzats

Per tal d'assolir els objectius plantejats en aquest treball i poder arribar a extreure un seguit de conclusions fonamentades d'ell, ha estat essencial dur a terme un seguit de passos que han facilitat el seu desenvolupament general.

1. Entendre les necessitats que es pretenen cobrir amb l'estudi i contextualitzar la situació actual.
2. Establir una hipòtesis inicial de partida.
3. Cercar i recopilar totes les fonts de dades i informació necessàries per al plantejament de l'estudi.
4. Analitzar i transformar les variables de les fonts de dades segons convingui.
5. Cercar i estudiar els diferents models d'optimització existents, tant de localització com de rutes de vehicles, i entendre'n les seves formulacions.
6. Definir les singularitats necessàries que presenta el cas d'estudi.
7. Plantejar i generar a partir dels passos 5 i 6, els models d'optimització necessaris per a aconseguir l'objectiu proposat.
8. Implementar els models aconseguits en 7 a les dades transformades.
9. Analitzar i contrastar els resultats obtinguts a través del model, i comprovar-ne la seva viabilitat.
10. Definir les conclusions en base a 9 i estudiar l'acceptació de la hipòtesis inicial definida en 2.

2.2 Tècniques estadístiques i d'optimització

Per realitzar part dels passos esmentats anteriorment, ha estat necessari aplicar tècniques estadístiques apreses durant el grau. Aquestes han estat aplicades en un estadi inicial del projecte, doncs han servit per a l'anàlisi i depuració de les bases de dades amb les que s'ha partit. Principalment han estat tècniques d'anàlisi descriptiva univariant i bivariant que han facilitat, tant la comprensió del gran volum de dades del que es disposava, com la seva posterior representació a través de *boxplots* o *time series plots*, entre d'altres.

D'altre banda, aquest projecte pren una clara orientació cap al món de la investigació operativa i l'optimització, fet que ha requerit de l'ús de programació lineal i algorismes iteratius com el conegut *Branch and bound*.

2.3 Recursos informàtics

Per tal d'aplicar el conjunt de tècniques, tant estadístiques com d'optimització que ha requerit el present projecte, ha estat essencial l'ús d'un seguit de recursos informàtics força recurrents durant el grau d'Estadística.

2.3.1 R

L'R és un dels llenguatges de programació més utilitzats al món de l'anàlisi estadístic, present en àmbits d'estudi com en poden ser la mineria de dades o l'aprenentatge automàtic. Aquest, s'ha usat des d'un punt de vista descriptiu en el present projecte, facilitant la depuració i tractament de les dades inicials.

2.3.2 SAC

Sap Analytics Cloud (SAC) és una eina creada per l'empresa SAP amb la finalitat de generar *dashboards* interactius que faciliten tasques com el seguiment de *KPI'S* o l'elaboració d'anàlisis predictius. Durant l'estada de pràctiques a Transports de Barcelona s'ha tingut accés a dita eina, facilitant la representació dels diferents escenaris i etapes del projecte.

2.3.3 AMPL

A Mathematical Programming Language (AMPL) és, tal com diu el nom, un llenguatge de programació algebraica creat per resoldre problemes de gran complexitat a gran escala. Una gran virtut del software és que permet treballar amb multitud de *solvers*, fet que permet abordar una ampla gamma de tipus de problemes. El present projecte contempla únicament programació lineal entera, per la qual cosa s'ha fet ús del *solver* anomenat *CPLEX*. Aquest programa treballa amb 3 extensions diferents simultàniament, un arxiu *.dat* on hi figuren les dades, un *.mod* on hi és escrit el model i finalment un *.run* encarregat d'executar els dos anteriors.

2.3.4 Excel

Excel és un full de càlcul desenvolupat per Microsoft. S'ha decidit fer-ne ús degut a la gran facilitat comunicativa que presenta amb AMPL, de cara a la importació i exportació de dades i resultats.

2.3.5 ACCESS

Access és un software de gestió de bases de dades, generat també per Microsoft. S'ha usat mitjançant el llenguatge SQL, tant per a l'elaboració de consultes com per la facilitat de relació que permet entre les dues grans bases de dades de les que parteix aquest treball.

Capítol 3

3. Plantejament i hipòtesis

3.1 Consideracions prèvies

Les sigles CON fan referència a Centre Operatiu de Negoci. La xarxa de bus de Barcelona compta en l'actualitat amb 4 d'ells, són espais de grans dimensions amb diverses funcions: s'hi guarden els autobusos quan no estan circulant, compten amb tallers capacitats per revisar i reparar-los, s'hi realitza feina d'oficina, etc.

Les línies de bus solen circular al voltant d'unes 18 o 19 hores al llarg del dia. Tal fet fa necessari un complex sistema de relleus de conductors/es que garanteixin, tant la durada de la seva jornada laboral, com el correcte funcionament de la línia. Cada una d'elles presenta definides dues o tres parades pertinents al seu recorregut, on s'hi realitzen els intercanvis.

Existeixen tres tipus de casuístiques pel que fa als tipus de serveis dels conductors/es de bus:

1. Inicien el servei al CON i el finalitzen al punt de relleu.
2. Inicien i finalitzen el servei al punt de relleu.
3. Inicien el servei al punt de relleu i el finalitzen al CON.

El personal que forma part dels serveis de tipus 1, acaba la seva jornada laboral a una hora determinada en un dels punts de relleu definits dins la línia en la qual presten servei, on ja hi haurà un altre conductor preparat per agafar el comandament del bus. Una vegada s'ha produït l'intercanvi, el primer d'ells ha d'anar pel seu compte, usualment mitjançant transport públic o a peu en cas que sigui molt proper, al CON.

Els de tipus 3 funcionen de manera inversa, el seu servei comença al punt de relleu que pertoqui però aquests han hagut de partir inicialment del CON. També han de realitzar aquest trajecte per compte propi.

A diferència dels dos casos anteriors, els de tipus 2 són els únics que no requereixen passar pel CON en cap cas.

3.2 Sistema actual i nova proposta

En l'actualitat, els desplaçaments que han de realitzar els conductors/es entre CON i punt de relleu i viceversa, no formen part de la jornada laboral i per tant no estan remunerats. Transports de Barcelona considera l'opció d'integrar-los a la jornada i formula un estudi per estimar el còmput total d'hores anuals que això representaria, resultant en 346.476 hores anuals per a la totalitat de la xarxa.

Al present projecte s'estudia la possibilitat d'oferir un sistema de transport alternatiu on la pròpia empresa s'encarregui directament de cobrir aquests desplaçaments, mitjançant la instauració d'un sistema d'autobusos llançadora que traslladi als conductors/es del seu punt de relleu al CON (serveis de tipus 1) i de forma inversa (serveis de tipus 3). El propòsit d'aquest estudi és comprovar si aquest sistema resulta econòmicament més eficient envers l'actual.

La magnitud del problema és tal que es decideix estudiar la implementació de dit sistema únicament pel CON de Zona Franca. Aquest és el centre més gran dels quatre, el que reuneix més línies i conseqüentment més conductors/es i punts de relleu. De l'estudi generat per l'empresa, s'aproxima que el còmput diari d'hores amb el sistema actual per a aquest centre en un dia feiner és d'aproximadament 285 hores. Aquesta dada resulta de gran importància, doncs serà la xifra que servirà per comparar l'eficiència d'aquest contra la del sistema estudiat, per tal de poder escollir entre tots dos.

Cal tenir en compte que el mètode estudiat en aquest projecte requereix de l'ús d'un seguit d'autobusos, de tal manera que hi entrarien en joc factors extra com serien el preu del combustible o la remuneració dels conductors/es de bus a càrrec dels autobusos llançadora. El valor d'aquests nous factors seran fàcilment calculables a través de la solució obtinguda, però la present memòria es centrarà únicament en la comparació del total d'hores de desplaçament viscut pel personal de conducció.

Es considera doncs com a hipòtesi inicial que és viable definir un sistema de busos llançadora que generi un còmput diari inferior a l'actual, de tal manera que beneficïi els interessos de l'empresa. D'aquesta manera:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Còmput hores}_{\text{llançadora}} < \text{Còmput hores}_{\text{Actual}} \\ H_1 : \text{Còmput hores}_{\text{llançadora}} \geq \text{Còmput hores}_{\text{Actual}} \end{cases}$$

Capítol 4

4. Modelització inicial

Conegut l'origen del problema, és moment de recopilar totes les dades disponibles per tal de començar a fer-lo tangible. Per la naturalesa de l'estudi resultarà de gran ajuda generar un model de dades que ens permeti plasmar les dimensions i evolució del mateix sobre el planell de la ciutat de Barcelona. Aquest model s'anirà actualitzant paral·lelament al propi desenvolupament del projecte.

4.1 Origen i descriptiu de dades

Aquest projecte ha estat elaborat durant un cicle de pràctiques a Transports de Barcelona, per la qual cosa l'origen i propietat de les dades els correspon de forma íntegra. Els arxius de dades dels que es parteix i que es presentaran a continuació, s'han extret de les bases internes de l'empresa.

Tota la informació necessària s'ha extret principalment de dues fonts de dades. A continuació es presenta el procés d'anàlisi i filtratge segons interès, que s'ha seguit de cara a obtenir el model de dades final:

- **Serveis:** En aquest arxiu consten tots i cada un dels serveis planificats durant un dia feiner determinat per a la totalitat de la Xarxa de Bus. Podem trobar-hi per a cada servei (i per tant conductor/a), les següents variables:
 - **CON:** Fa referència al Centre Operatiu de Negoci del qual pertany el servei. Com s'ha comentat n'hi ha 4 repartits per la ciutat de Barcelona i en aquesta memòria es tractaran tots els serveis relatius al CON Zona Franca.

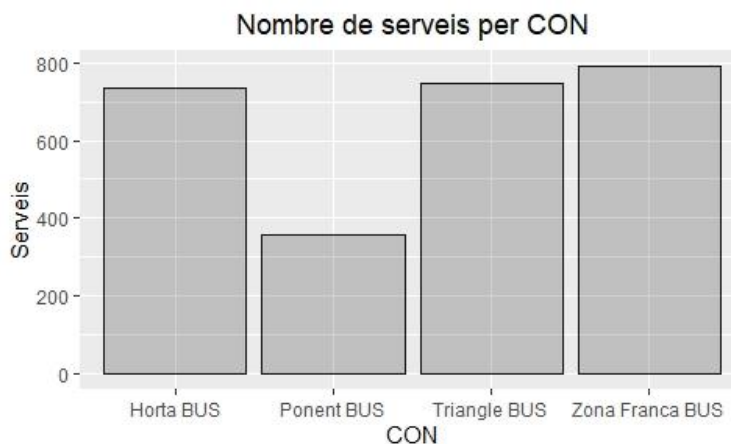


Figura 4.1: Barplot del nombre de serveis per CON

Com es pot observar és el centre amb més serveis, fregant els 800 diaris sobre els 2631 que presenta la totalitat de la xarxa. Es realitza un *subset* de la matriu per conservar els d'interès.

- Línia: Informa de la línia de bus a la qual està assignat cada servei. Els 791 de Zona Franca es reparteixen entre les següents línies:

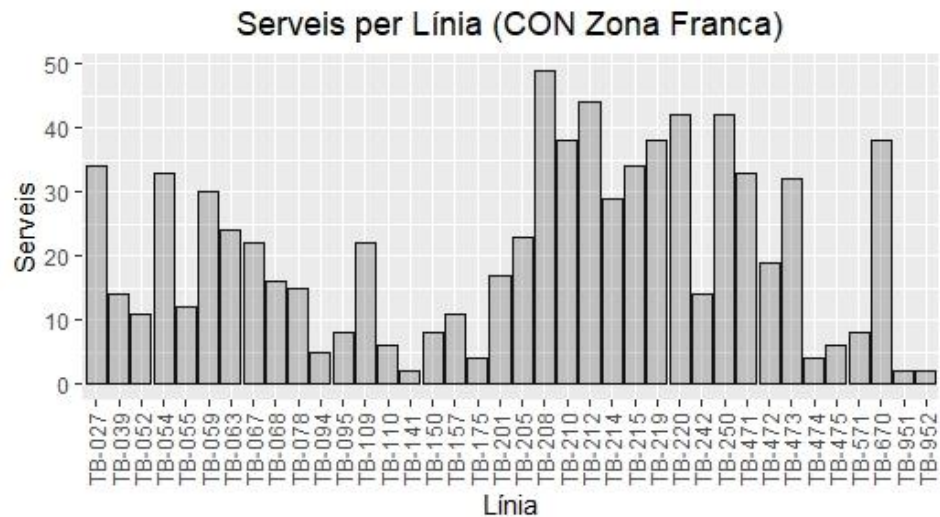


Figura 4.2: Barplot del nombre de serveis per línia

Un total de 29 línies regulars (fins la 250, inclosa) sobre les aproximadament 102 de la xarxa, més 9 línies especials que no es tindran en compte degut a la seva condició canviant. Les línies més grans són les anomenades de “Nova Xarxa” (200-250) on conseqüentment s’observa un major nombre de serveis entre elles.

- Lloc inici i lloc final: Indiquen el codi de la parada en la qual s’inicia o es finalitza el servei. Es recorda que els serveis de tipus 1 inicien el servei al CON i el finalitzen al punt de relleu, mentre que els de tipus 3 és de forma inversa.

Es genera una nova variable anomenada “tipus_servei” encarregada de classificar els serveis en base al lloc d’inici i final (tipus 1, 2 i 3). Per fer-ho, cal tenir en compte que el CON es codifica tant per “9017” com per “9027”.

```
tipus_servei <-
ifelse( (ServeisZF$Lugar_inicio == "9017" | ServeisZF$Lugar_inicio ==
"9027" ) & (ServeisZF$Lugar_fin != "9017" | ServeisZF$Lugar_inicio !=
"9027"), "tipus1",
```

```

ifelse( (ServeisZF$Lugar_inicio != "9017" |
ServeisZF$Lugar_inicio != "9027" ) & (ServeisZF$Lugar_fin ==
"9017" | ServeisZF$Lugar_inicio == "9027"), "tipus3",

ifelse( (ServeisZF$Lugar_inicio == "9017" |
ServeisZF$Lugar_inicio == "9027" ) & (ServeisZF$Lugar_inicio ==
"9017" | ServeisZF$Lugar_inicio == "9027"), "tipus2", "buit"))

```

Codi : Creació factor tipus_servei

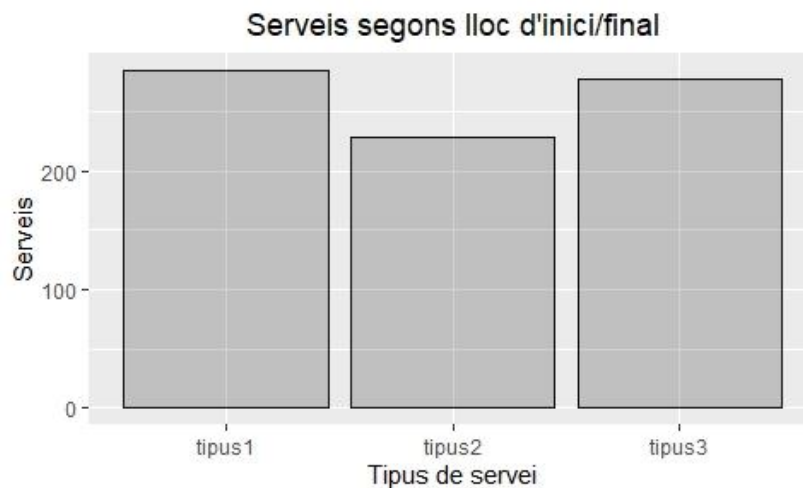


Figura 4.3: Barplot del nombre de serveis segons tipus

Descartant els de tipus 2, partim de 563 serveis, 285 de tipus 1 que finalitzaran el servei a un punt de relleu dins la ciutat de Barcelona i caldrà dur al CON, i 278 que caldrà dur de forma inversa, del CON al punt de relleu.

Per tal de mantenir únicament la informació estrictament necessària es procedeix a generar una variable “Parada”, que reculli el codi de la parada on s’ha de produir el relleu, doncs serà la localització on s’hi haurà de recollir o entregar el conductor/a en qüestió, segons sigui el tipus de servei. Es transforma “lloc_inici” i “lloc_final” de manera que siguin variables binàries indicadores de si “Parada” és una o altre en cada cas.

- Hora inici i Hora final: Fa referència a l’hora exacte d’inici i final de servei per a cada un del conductors. Més endavant s’estudiarà la temporalitat d’aquests.

De la mateixa manera que s’ha fet amb “lloc inici” i “lloc final”, es genera una variable “Hora_relleu” per comptar únicament amb l’hora a la que cal entregar o recollir el conductor/a de cada servei. També es procedeix a canviar “hora_inici” i “hora_final” a binàries.

- **Parades recorregut real:** Aquest arxiu proporciona tots els atributs necessaris per a la correcta identificació i localització, de totes les parades actives actualment a la xarxa de bus de Barcelona. Les principals variables d'interès pel cas d'estudi són:
 - **Codi parada:** Número d'entre 3 i 4 xifres identificador de la parada. Únic i diferent per a cada unitat.
 - **Longitud i Latitud parada:** Proporcionen les dimensions de longitud i latitud en sistema de coordenades WSG84.

4.2 Model de dades 1

Filtrada i processada la informació que resulta d'interès en les dues fonts anteriors, és moment de fusionar tots dos arxius amb l'ajuda d'Access i el llenguatge SQL. Es genera un model de dades on cada observació representa el servei d'un conductor/a del CON de Zona Franca de tal manera que es disposi de totes les dades relatives a ell, incloent la seva ubicació exacte de presa i final de servei.

La variable d'unió entre tots dos arxius és el codi de parada:

```

SELECT Servei_Id, Parada, Hora_relleu, Lloc_inici, Lloc_final,
Hora_inici, Hora_final, Parades_recorregut_real.Longitud_parada,
Parades_recorregut_real.Latitud_parada
FROM Serveis LEFT JOIN Parades_recorregut_real ON Serveis.Parada =
Parades_recorregut_real.Codi_parada
ORDER BY Servei_id;

```

Codi 4.1: Merge de les dues fonts d'informació

Resultant en el següent *data frame* amb 563 observacions:

Servei_Id	Parada	Hora_relleu	Lloc_inici	Lloc_final	Hora_inici	Hora_final	LONGITUD_parada	LATITUD_parada
0027- 1	3167	11:31:00	0	1	0	0	1 2.1414363986668614	41.37946787775731
0027- 2	3167	11:58:00	0	1	0	0	1 2.1414363986668614	41.37946787775731
0027- 3	3167	14:34:00	0	1	0	0	1 2.1414363986668614	41.37946787775731
0027- 4	3167	12:24:00	0	1	0	0	1 2.1414363986668614	41.37946787775731
0027- 5	3167	13:58:00	0	1	0	0	1 2.1414363986668614	41.37946787775731
0027- 6	3558	14:44:00	0	1	0	0	1 2.145435203490796	41.39348028231371
0027- 7	3558	15:46:00	0	1	0	0	1 2.145435203490796	41.39348028231371
0027- 8	3558	14:51:00	0	1	0	0	1 2.145435203490796	41.39348028231371
0027- 10	3558	15:08:00	0	1	0	0	1 2.145435203490796	41.39348028231371
0027- 11	3558	15:17:00	0	1	0	0	1 2.145435203490796	41.39348028231371

Taula 4.1: Model de dades inicial

Aquest arxiu s'implementa a SAC per la seva posterior anàlisi gràfica, doncs aquest software permet plasmar la situació de tots els punts de relleu al planell de la ciutat de Barcelona, entre d'altres funcions. S'anirà actualitzant el model de dades a mesura que avanci la memòria, introduint tots aquells canvis que sigui necessari.

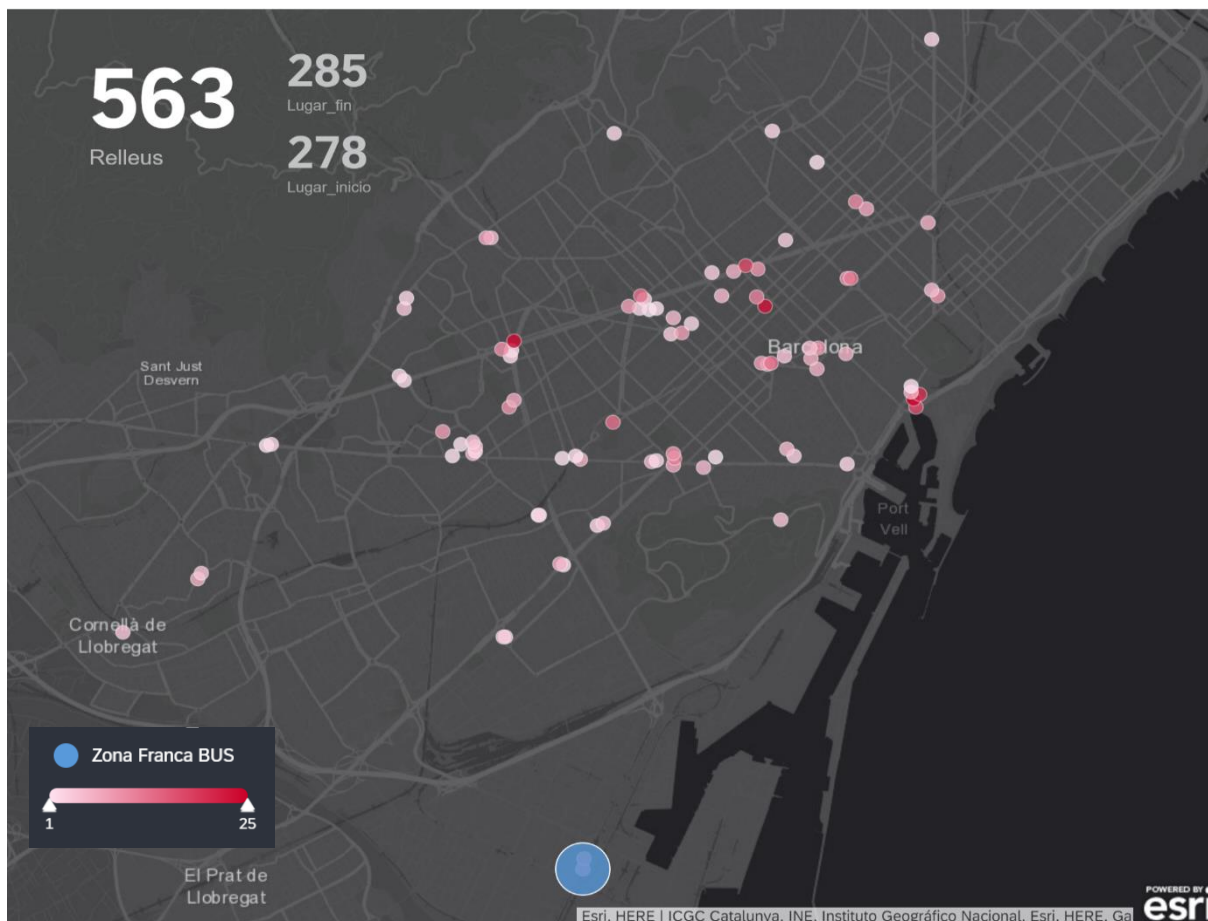


Figura 4.4: Localització geogràfica de la totalitat dels punts de relleu

A la figura 4.4 s'hi representen les ubicacions exactes dels 93 punts de relleu que té en actiu el CON Zona Franca (representat amb el cercle blau). Al llarg del dia, 563 conductors/es realitzen la seva presa o final de servei en alguna d'aquestes localitzacions. S'hi pot observar, en diverses tonalitats de vermell, l'afluència de relleus que presenta cada punt, essent en vermell més fosc aquelles localitzacions que presenten més relleus.

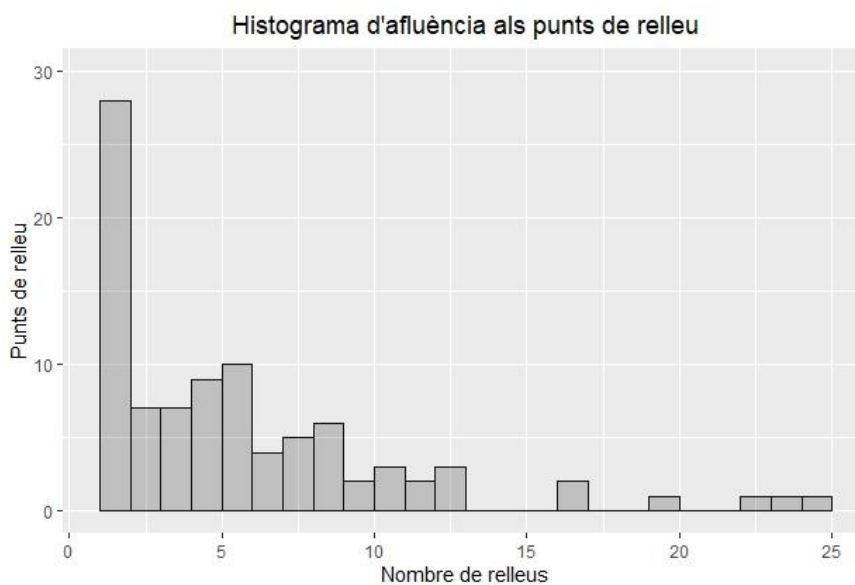


Figura 4.5: Nombre de relleus diaris per punt

S'observa com prop de 30 dels 93 punts de relleu són visitats només per 1 o 2 conductors/es al llarg del dia, essent 25 el màxim de relleus que es produeixen al punt més transitat.

Resultarà important tenir en compte l'afluència d'aquests punts de cara al següent capítol de la present memòria, doncs com pot resultar lògic, el sistema de busos llançadora que es pretén definir no serà capaç (ni resultaria eficient) de visitar cada un d'aquests punts, fet que genera la necessitat d'agrupar-los a partir d'un cert criteri tal i com es podrà veure a continuació.

Capítol 5

5. Models d'optimització

5.1 Problema de localització

Un problema de localització és aquell problema d'optimització que sorgeix de la necessitat de cobrir una demanda, generada per un conjunt de clients i repartida al llarg d'un territori. Es tracta de localitzar de manera òptima un seguit d'instal·lacions que serveixin per cobrir la demanda de manera total o parcial. Sovint, també cal determinar un patró d'assignació dels clients a cada una de les instal·lacions que es decideixen obrir.

Aquesta definició resulta fàcilment extrapolable al cas tractat. Siguin els clients, els 563 conductors/es que requereixen un servei en 93 punts diferents, cal determinar un seguit de localitzacions o *semidepots* d'ara en endavant, que els agrupin per tal de facilitar-ne la seva recollida o entrega, doncs com s'ha comentat anteriorment, resulta impossible visitar-los tots. A partir d'aquesta secció s'intercanvia el concepte servei per relleu, doncs és d'interès concebre'ls com als moments d'intercanvi de servei que es generen entre els diferents conductors/es.

5.1.1 Consideracions inicials i filtratge previ

Plasmada la magnitud del problema a nivell geogràfic, cal recordar que la temporalitat dels relleus hi juga també un paper molt important, doncs tant la simultaneïtat d'aquests en localitzacions molt llunyanes entre elles dins la ciutat de Barcelona, com la necessitat d'haver de visitar diversos punts de relleu més d'una vegada al llarg del dia, són factors que en dificulten la seva aproximació.

Es realitza un *time series plot* amb la intenció d'identificar les principals franges horàries on és necessari instaurar el sistema de busos llançadora:

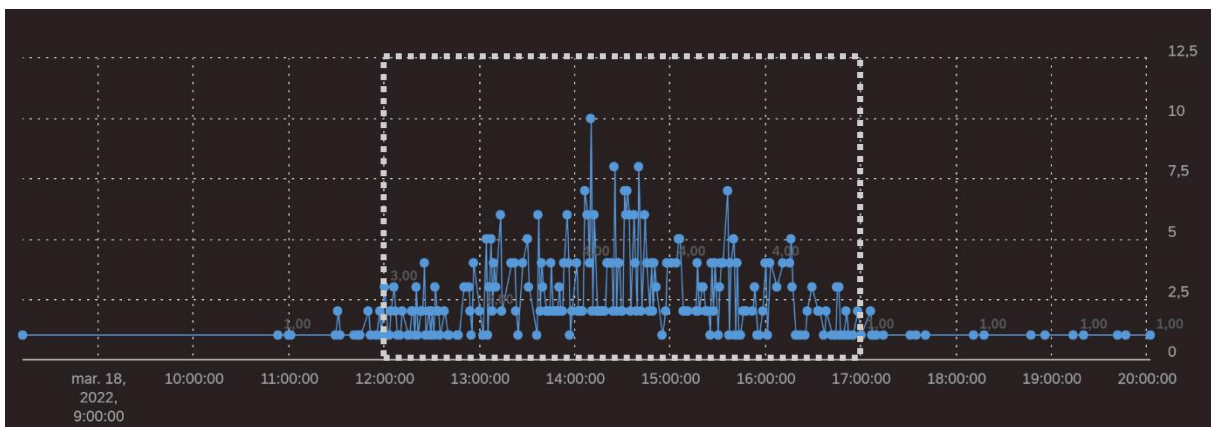


Figura 5.1: *Time series plot*, totalitat dels relleus

Tot i que es pot observar en la figura 5.1 el primer dels relleus a les 8:00h del matí i se'n segueixen produint fins ben arribes les 20:00h del vespre, el gruix dels intercanvis de servei es realitza principalment en la franja entre les 12:00h i les 16:59h. Resulta comprensible, doncs els primers serveis al CON s'inicien al voltant de les 4:00h. Aquests conductors/es més matiners seran els primers en fer efectiu el relleu al voltant de les 12:00h, comptant una jornada laboral estàndard de 8 hores, i s'hi aniran incorporant els que inicien servei amb posterioritat.

Es decideix doncs, que els conductors fora de la franja enquadrada en 5.1 seran "eliminats" del problema, de tal manera que el nou sistema de transport no els contemplarà i hauran de seguir desplaçant-se en transport públic com fins ara. Al final d'aquesta memòria es recuperaran aquests casos, doncs caldrà estimar-ne els seus desplaçaments per tal d'afegir-los al còmput d'hores que generi el sistema de llançadores.

Segueixen constant 525 relleus en la franja d'estudi, fet que representa aproximadament un 93% dels relleus totals diaris. D'aquests, en caldrà recollir 265 per tal de dur-los al CON i 260 que partiran del CON fins al punt de presa de servei. Es torna a representar de forma gràfica:

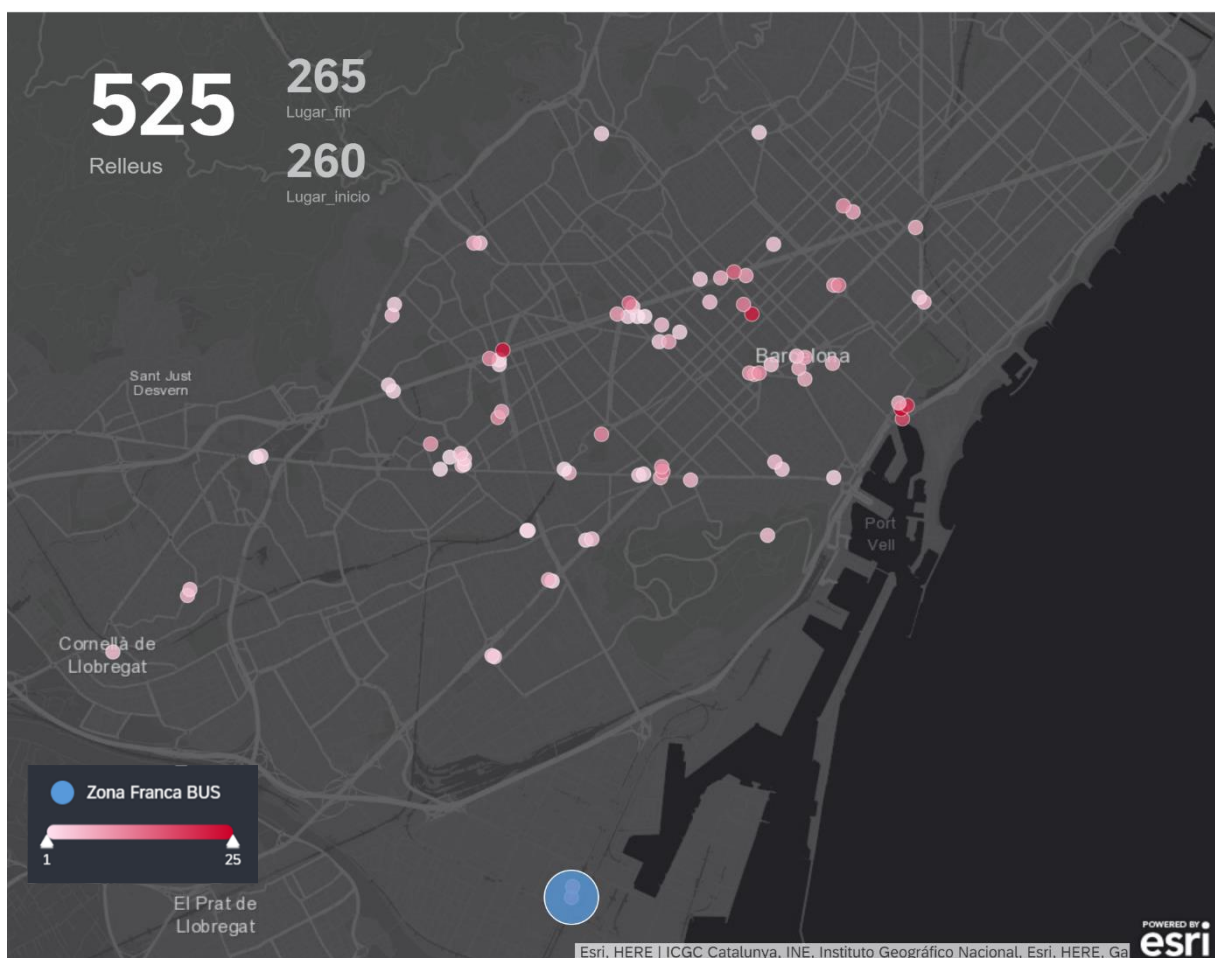


Figura 5.2: Localització punts de relleu, post filtratge horari

Respecte la figura 5.1, s'hi ha perdut 5 punts de relleu que recollien 6 relleus entre tots ells i 32 relleus de punts encara actius. Es segueix comptant amb 88 punts de demanda on s'hi realitzen 525 intercanvis entre les 12:00h i les 16:59h.

5.1.2 Matriu de distàncies

Un graf complet és una figura formada per un conjunt d' n nodes i totes les combinacions possibles d'unió entre ells, de tal manera que existeixen $n(n-1)/2$ arcs que els connecten.

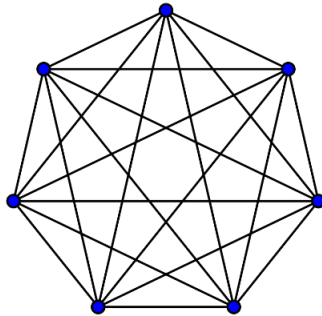


Figura 5.3: Exemple graf complet, $n=7$.

Resultarà necessari obtenir el graf complet de distàncies que separa cada un dels 88 punts de relleu dels altres. En condicions ideals hauria estat favorable disposar de software específic que recull i contempla el relleu de la ciutat de Barcelona, com seria el cas de *visum*, un software de planificació de transport que realitza anàlisis i pronòstics de trànsit, per tal d'obtenir les distàncies de forma més acurada possible.

Durant l'elaboració del treball s'ha intentat usar alternatives gratuïtes com el programari *Google Cloud Platform*, on s'hi permet introduir un seguit de geolocalitzacions i en retorna les distàncies i temps de desplaçament a través de *Google Maps*, segons el transport i hora indicats. Finalment tampoc ha estat possible, doncs la versió limitada que proporciona *Google* de forma gratuïta, no cobreix la magnitud del problema estudiat.

Davant la gran falta de recursos, es proposa realitzar-ne una aproximació mitjançant el càlcul de la distància euclidiana i la posterior aplicació d'un coeficient corrector de 1.3, que l'aproximi més a la realitat. El justificant de tal coeficient sorgeix d'un estudi del Dr. Codina, director d'aquest TFG, on demostrava mitjançant la generació de milers de punts, tant dins el quadrat unitat com del cercle de radi 0.5, que el coeficient de la recta de regressió que aproxima les distàncies euclidianes a les de *Manhattan*, és aproximadament 1.3.

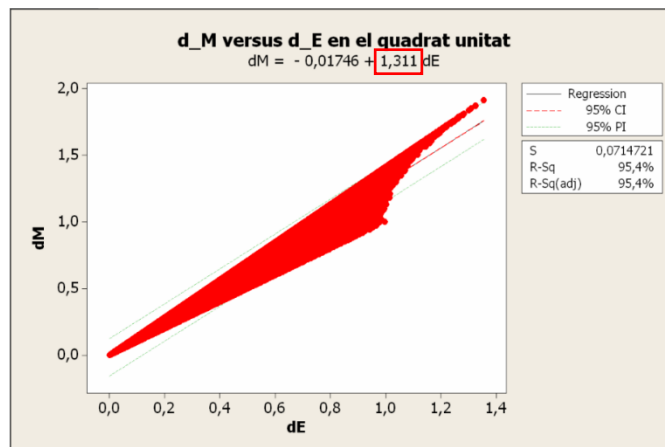


Figura 5.4: Regressió al quadrat unitat. Font: Esteve Codina

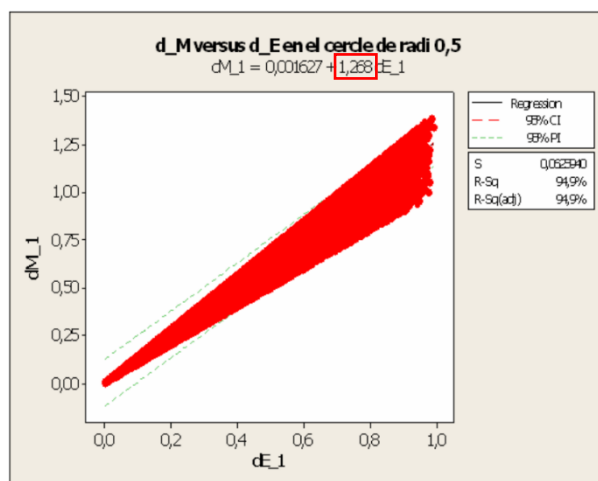


Figura 5.5: Regressió al cercle $r = 0.5$. Font: Esteve Codina

D'aquesta manera, es procedeix al càlcul de la matriu de distàncies mitjançant el software estadístic R. El paquet *Geosphere* conté la funció *distGeo*, creada per retornar la distància més curta entre dos punts d'una el·lipsoide. La funció treballa amb les coordenades WGS84 de longitud i latitud d'únicament dos punts.

Es genera un *data frame* amb el codi identificador i les coordenades pels 88 punts de relleu.

	Parada	LONGITUD	LATITUD
1	1476	2.184129644483907	41.38208095491802
2	237	2.127385634211721	41.3884442961452
3	1078	2.162947820525286	41.39234566903645
4	1164	2.1850045973391805	41.38255034318391
5	1477	2.184434862593263	41.38116433842991
6	1520	2.1603040363268353	41.39680944538143
7	1075	2.163970342044979	41.386070445993425
8	3167	2.1414363986668614	41.37946787775731

Taula 5.1: *Data frame*, coordenades 88 parades

Posteriorment es crea una funció que, a partir de les dades presentades en la figura 5.3, en retorni una matriu completa de distàncies, de tal manera que mostri els metres que separa cada un dels 88 punts de la resta.

```

distancia <- function(dades){
arcs <- data.frame(row.names = dades$Parada)
  for (i in 1:(nrow(dades))){
    long <- dades$LONGITUD[i]
    lat <- dades$LATITUD[i]
    for (j in 1:(nrow(dades))){
      long_dest <- dades$LONGITUD[j]
      lat_dest <- dades$LATITUD[j]
      dist <- distGeo(matrix(c(long, lat), ncol = 2), matrix(c(long_dest,
lat_dest), ncol = 2)) * 1.3
      arcs[i,j] <- dist
      dist <- 0
    }
  }
  return(arcs)
}

```

Codi 5.1: Funció generadora matriu distàncies

Al codi 5.1 s'hi pot veure com ja s'hi introdueix d'arrel el coeficient de correcció d'1.3.

	1476	237	1078	1164	1477	1520	1075	3167
1476	0	4799	2107	90	105	2578	1743	3583
237	4799	0	3006	4864	4840	2906	3071	1541
1078	2107	3006	0	2142	2185	543	702	2298
1164	90	4864	2142	0	161	2603	1802	3660
1477	105	4840	2185	161	0	2663	1796	3602
1520	2578	2906	543	2603	2663	0	1231	2490
1075	1743	3071	702	1802	1796	1231	0	2023
3167	3583	1541	2298	3660	3602	2490	2023	0

Taula 5.2: Matriu de distàncies 88x88

En resulta una matriu quadrada simètrica amb tots els valors de la diagonal principal igual a 0, doncs la distància d'una parada a ella mateixa és nul·la.

5.1.3 MCLP

El *Maximum Capture Location Problem* [MCLP], és un problema d'optimització que té per objectiu determinar la localització d'un nombre fixe d'instal·lacions al llarg d'un territori, de tal manera que es maximitzi el recobriment del total de demanda experimentada.

Sigui:

I : conjunt d'ubicacions candidates per la localització d'instal·lacions.

J : conjunt de clients a ser servits.

w_j : demanda del client j . $\forall j \in J$

p : nombre màxim d'instal·lacions que es poden obrir

$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el client } j \text{ és recobert per la instal·lació } i. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases}$

Es defineixen les següents variables de decisió:

$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si s'obra la instal·lació ubicada en } i. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases}$ $\forall i \in I$

$z_j = \begin{cases} 1 & \text{si el client } j \text{ és recobert.} \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases}$ $\forall j \in J$

Hall, R. (2012) planteja la següent formulació:

$$\max \sum_{j \in J} w_j z_j \quad (5.1)$$

Subject to:

$$\sum_{i \in I} a_{ij} y_i \geq z_j \quad \forall j \in J \quad (5.2)$$

$$\sum_{i \in I} y_i \leq p \quad (5.3)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (5.4)$$

$$z_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (5.5)$$

A (5.1) s'especifica maximitzar el total de demanda recoberta. La restricció (5.2) determina la relació lògica que han de mantenir les variables binàries, la demanda d'un client només serà recoberta si aquest és assignat a una instal·lació que es decideix obrir. Per acabar, a (5.3) es limita el nombre d'instal·lacions obertes al màxim especificat.

5.1.4 P-Center Problem

El *P-Center Problem* és un altre problema d'optimització que té per objectiu determinar la localització de p instal·lacions, de tal manera que es minimitzi el cost del client que té un cost d'assignació major. Entra doncs en joc un nou paràmetre respecte l'*MCLP*, un factor cost que determini la despesa o nivell de dificultat d'un client j , a ser assignat a una instal·lació i . Aquest paràmetre l'anomenem c_{ij} .

Una altre diferència és la presència d'una variable que no només decideix si un client és recobert o no, sinó que també l'assigna a una de les instal·lacions que s'acabin obrint.

Variabls de decisió:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si s'obra la instal·lació ubicada en } i. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases} \quad \forall i \in I$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el client } j \text{ és assignat a la instal·lació } i. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases} \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

Hall, R. (2012) planteja la següent formulació:

$$\min z \quad (5.6)$$

Subject to:

$$z \geq c_{ij} x_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5.7)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \quad (5.8)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad (5.9)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5.10)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (5.11)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5.12)$$

$$z \geq 0 \quad (5.13)$$

A (5.6) és minimitza z , que definida a (5.7) representa el cost d'assignació més gran que existeix pel total de clients a recobrir. L'equació (5.8) implica el recobriment i assignació de tota la demanda o clients, mentre que la (5.9) limita el nombre d'instal·lacions candidates a ser obertes a un nombre determinat anteriorment. Es defineix la relació entre les variables binàries a (5.10) de la següent manera: un client només pot ser assignat a una instal·lació, si i només si aquesta és una de les escollides a ser obertes.

5.1.5 Adaptacions pròpies

Tot i la coneguda existència de diversos models de localització, com els presentats en les dues seccions anteriors, cada problema d'optimització presenta un seguit de singularitats que el fan únic i per tant, requereix de la seva pròpia adaptació i formulació.

Tal i com s'entén el sistema de llançadores, més enllà de tenir per objectiu la valoració de la seva viabilitat tant logística com econòmica, es pretén que aquesta suposi també una millora de cara al personal de conducció de Transports de Barcelona, facilitant i millorant la qualitat dels seus desplaçaments, i per tant, de part de la seva jornada laboral. És per aquest motiu que cal definir, i posteriorment imposar al model, un seguit de restriccions que assegurin aquestes condicions favorables.

Siguin els *semidepots*, les instal·lacions a obrir que enuncien els dos anteriors problemes, aquests representaran els punts on el sistema de llançadores entregui o reculli als conductors/es, de tal manera que puguin iniciar o finalitzar el seu servei, respectivament. Es decideix, en base a l'extensió dels 88 punts de relleu que es consideren actualment, definir en 15 el nombre màxim d'aquests. Cal remarcar que les 15 ubicacions candidates a ser *semidepot* sortiran d'entre les dels punts de relleu. D'aquesta manera, al ser parades actives de la xarxa de Bus s'assegura que les localitzacions escollides permetin la circulació i estacionament d'autobusos.

Es decideix també limitar el cost d'assignació dels conductors/es a qualsevol dels *semidepots* que acabin sent oberts. La possibilitat que el personal de conducció pugui desplaçar-se caminant al punt de recollida que li ha estat assignat, resulta favorable de cara a evitar possibles inconvenients que podrien sorgir si aquests haguessin de fer-ho en transport públic, com seria el propi trànsit que pateix la ciutat de Barcelona, en cas que ho fessin en bus, o el tall momentani d'una línia de metro, en cas que es desplaressin amb aquest mitjà. Qualsevol d'aquests inconvenients entre d'altres, suposaria un retard en l'arribada del conductor/a al *semidepot*, fet que podria provocar la pèrdua de la llançadora assignada.

S'opta doncs per considerar els desplaçaments als punts d'entrega/recollida caminant, fet que obliga a limitar la distància entre els punt de relleu i els *semidepots*. Es considera com a "acceptable" que els conductors hagin de caminar qualsevol distància igual o inferior a 750 metres, longitud que suposaria caminar entre 10-12 minuts per un adult estàndard. El fet d'introduir aquesta nova restricció, implica la consideració de dues situacions de cara a garantir la factibilitat del problema:

1. Que sigui necessari augmentar per sobre de 15 el nombre de *semidepots* a obrir, doncs el més probable és que alguns dels 88 punts de relleu estiguin prou distanciats de la resta com per dificultar el compliment de tal restricció.
2. Que es decideixi seguir amb 15 *semidepots* i conseqüentment no es pugui cobrir la totalitat de la demanda.

Aixecant la mirada i pensant en la dificultat que podrà suposar establir un sistema de llançadores que recobreixi la totalitat de la demanda, es decideix optar per la situació 2 i assumir que no serà possible abastar tots els conductors/es.

5.1.6 Model de localització final

El model generat en aquest projecte presenta trets característics de l'*MCLP*, doncs al no abastar la totalitat de la demanda es procura maximitzar-ne el recobriment d'aquesta. D'altra banda s'introdueix també, com en el *P-Center*, una variable decisió indicadora tant de recobriment com d'assignació dels diferents punts de relleu als *semidepots*, resultant en el model següent:

Sigui:

N : conjunt de 88 ubicacions que són punt de relleu.

S : conjunt de 88 ubicacions candidates a ser semidepot.

w_j : total de conductors que visitien el punt de relleu j al llarg del dia. $\forall j \in N$

p : nombre màxim de semidepots que es poden obrir: 15.

Variables de decisió:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si s'obra la instal·lació ubicada en } i. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases} \quad \forall i \in I$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el client } j \text{ és assignat a la instal·lació } i. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases} \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

Es planteja la següent formulació:

$$\max \sum_{i \in S} \sum_{j \in N} w_j x_{ij} \quad (5.14)$$

Subject to:

$$\sum_{i \in S} y_i = p \quad (5.15)$$

$$\sum_{i \in S} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in N \quad (5.16)$$

$$dist_{ij} x_{ij} \leq d \quad \forall i \in S, \forall j \in N \quad (5.17)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in S, \forall j \in N \quad (5.18)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in S, \forall j \in N \quad (5.19)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in S \quad (5.20)$$

La funció de maximització (5.14) introdueix la demanda per parada w_j com a efecte ponderador de la variable decisió d'apertura, per tal de recobrir el màxim de relleus possibles amb la selecció final dels *semidepots* que finalment s'obrin. A (5.15) es limita a p el nombre màxim d'apertures. Al tractar-se d'un problema de maximització, el model procurarà sempre fer y_i tant gran com p . A diferència del *P-Center Problem*, es defineix a (5.16) la no necessitat de recobrir la totalitat de la demanda, assegurant d'aquesta manera la factibilitat del problema. La restricció (5.17) limita la distància que pot existir entre un punt de relleu i un *semidepot*, de tal manera que el primer pugui ser assignat al segon. A (5.18) es defineix la relació entre les variables binàries del model de la següent manera: un client només pot ser assignat a una instal·lació, si i només si aquesta és una de les escollides a ser obertes.

5.1.7 Model de dades 2

Una vegada implementat el model de localització definit en la secció 5.1.6 a la situació descrita en la figura 5.2, es genera a través dels resultats obtinguts una nova variable al model de dades anomenada "Semidepot", de tal manera que relacioni cada punt de relleu a un d'aquests *semidepots*.

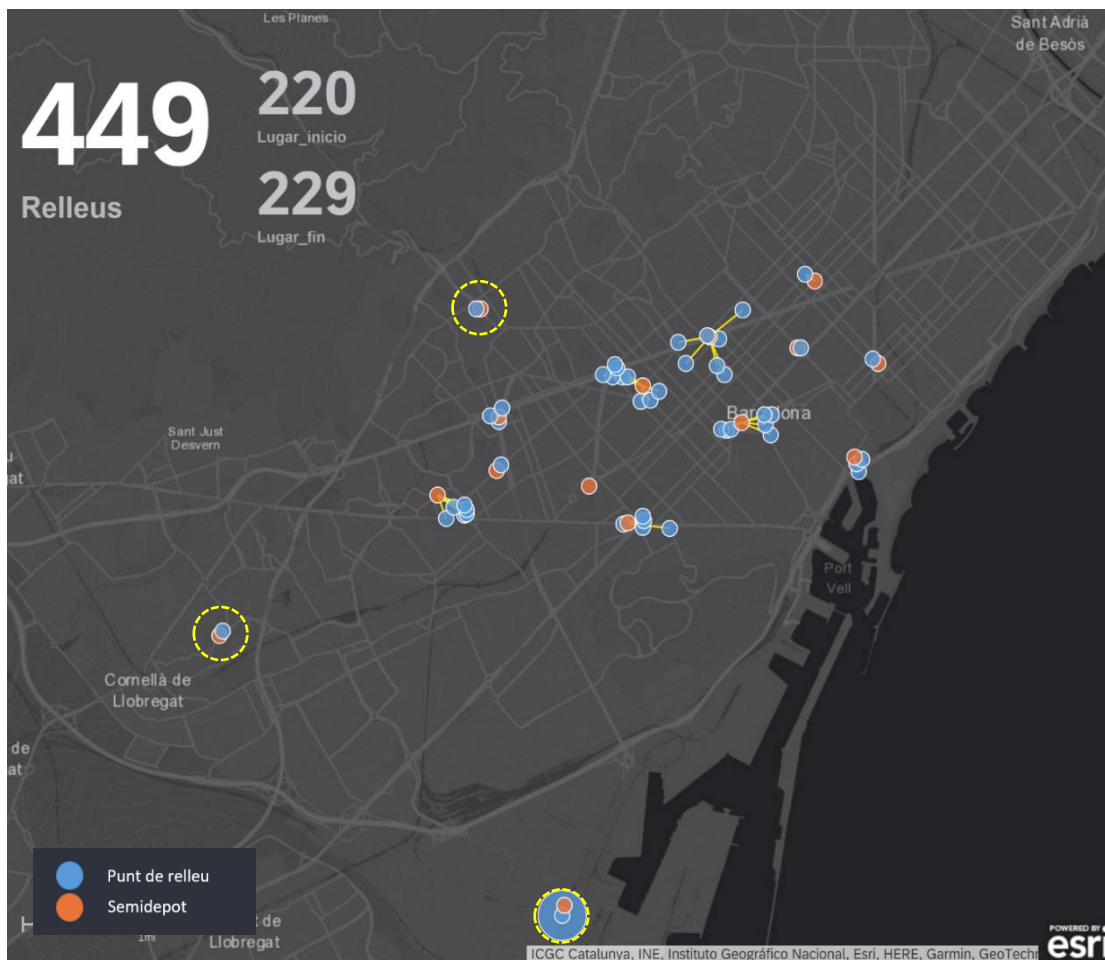


Figura 5.6: Assignació dels punts de relleu a través del model de localització

Com podem veure en la figura 5.6 es generen 15 *semidepots* (punts taronges), cada un dels quals hi té assignats diversos punts de relleu (punts blaus). Els conductors/es que finalitzin el seu servei en un dels punts de relleu hauran d'anar caminant fins al *semidepot* assignat, per tal de ser recollits per la llançadora. De forma inversa, el personal que iniciï el servei a un punt de relleu serà entregat al seu *semidepot* assignat i hauran de realitzar el trajecte de forma inversa.

Definint en 15 el nombre de *semidepots* a obrir i limitant a 750 metres la distància màxima d'assignació, es poden recobrir un total de 449 relleus dels 525 dels que partíem a partir en la secció 5.1.6.

5.1.8 Consideracions posteriors

Finalment, es decideix prescindir de la inclusió dels 3 *semidepots* encerclats en la figura 5.6, juntament amb les 3 parades que tenen assignades. El motiu de fer-ho és, en el cas del situat en la part inferior del planell, la gran proximitat d'aquest al CON de Zona Franca. Incloure els conductors/es que inicien o finalitzen servei en aquest punt no faria més que incrementar innecessàriament el seu temps de desplaçament. En el cas dels altres dos, el motiu d'exclusió és la distància que els separa del nucli, més o menys definit, per la resta de *semidepots* i punts de relleu. Incloure'ls al sistema de llançadores augmentaria considerablement el còmput total de desplaçament.

D'acord a aquest criteri, es compta actualment amb 409 relleus i 12 nodes a visitar.

Punt relleu	Afluència	Semidepot	Distància (m)	Temps desplaçament
171	4	171	0	0:00:00
214	2	171	298	0:03:35
814	1	171	293	0:03:31
1098	3	171	537	0:06:27
1264	7	171	278	0:03:20
1466	3	171	263	0:03:09
1546	1	171	388	0:04:39
3186	2	171	537	0:06:27
3558	13	171	601	0:07:13
3802	8	171	716	0:08:36
180	2	180	0	0:00:00
392	3	180	76	0:00:55
1369	5	180	732	0:08:47
3236	9	180	289	0:03:28
3247	12	180	291	0:03:30
3742	7	180	266	0:03:12
315	8	315	0	0:00:00

317	11	315	66	0:00:48
482	9	482	0	0:00:00
923	7	482	120	0:01:26
784	7	784	0	0:00:00
1297	9	784	194	0:02:20
221	4	1080	615	0:07:23
1078	22	1080	681	0:08:10
1080	6	1080	0	0:00:00
1089	3	1080	727	0:08:43
1135	8	1080	160	0:01:55
1207	11	1080	507	0:06:05
1389	3	1080	562	0:06:45
1520	14	1080	39	0:00:28
1302	6	1302	0	0:00:00
3397	3	1302	117	0:01:24
237	23	1376	153	0:01:50
493	10	1376	150	0:01:48
1376	2	1376	0	0:00:00
2530	2	1376	83	0:01:00
854	4	2392	491	0:05:54
1361	6	2392	579	0:06:57
1713	1	2392	347	0:04:10
2392	8	2392	0	0:00:00
3305	4	2392	556	0:06:40
3473	1	2392	415	0:04:59
3661	2	2392	594	0:07:08
3167	10	3167	0	0:00:00
1164	20	3395	138	0:01:39
1476	25	3395	112	0:01:21
1477	17	3395	249	0:02:59
3395	6	3395	0	0:00:00
7	8	3745	298	0:03:35
316	8	3745	368	0:04:25
1075	10	3745	224	0:02:41
1210	5	3745	410	0:04:55
1257	8	3745	537	0:06:27
1258	6	3745	552	0:06:37
1271	6	3745	413	0:04:57
3745	4	3745	0	0:00:00

Taula 5.3: Assignació i temps de desplaçament de punts de relleu a *semidepots*.

A la taula 5.3 s'hi pot comprovar tant la l'assignació com el temps de desplaçament que hauran de realitzar caminant els conductors/es del punt de relleu al seu *semidepot* o viceversa. Mitjançant el càlcul d'una mitjana ponderada, podem comprovar que la distància mitja que haurà de recórrer un conductor/a és d'aproximadament 250 metres.

5.2 Problema de rutes de vehicles

Un problema de rutes de vehicles [VRP] és aquell problema d'optimització que sorgeix de la necessitat de visitar un conjunt de punts de demanda, repartits per un territori. L'objectiu és definir de manera òptima un seguit de rutes que incloguin la totalitat d'aquests punts, donats un conjunt de paràmetres i restriccions que en condicionen la seva definició.

5.2.1 Consideracions inicials

La principal dificultat que presenta el cas d'estudi, més enllà de la pròpia complexitat que solen presentar aquest tipus de models, es troba a l'hora de tenir en compte la dimensió temps implicada en ell. Mentre la majoria de *VRP*'s tracten casuístiques on només cal visitar cada punt de demanda una única vegada, en aquest projecte es parteix de la necessitat de definir un conjunt de rutes que visitin 12 nodes repartits per l'extensió de Barcelona, en els quals es va generant un seguit de demanda (entregues i recollides de conductors/es) al llarg del dia.

Existeix un tipus de problema de rutes de vehicles, l'anomenat *VRP* amb *Time Windows*, on hi entra en joc el factor temps. Aquest resultarà el model de partida, a través del qual es plantejaran un seguit de mancances que requeriran d'adaptacions i modificacions per personalitzar-lo al projecte.

5.2.2 VRPTW

Un *VRPTW* és un problema de rutes de vehicles que té per objectiu trobar una col·lecció de k circuits que minimitzin el temps total de viatge, de tal manera que:

- Cada circuit factible comença i acaba al node *depot*. Aquest es representa amb dos nodes, 0 pel de sortida i $n+1$ pel d'arribada.
- Tot node diferent al *depot* és visitat únicament en un sol circuit.
- Cada node té una finestra de temps associada dins la qual ha de ser visitat, un temps de servei i una demanda associada.
- El node *depot* presenta temps de servei i demanda igual a 0.

A partir d'aquests requeriments es defineixen els següents conjunts i paràmetres:

N : conjunt de nodes a visitar

A : conjunt d' arcs que uneixen els diferents nodes.

B : conjunt de circuits disponibles per a la definició del sistema de rutes.

c_{ij} : cost implicat en recórrer l' arc ij . $\forall (i,j) \in A$

s_i : temps de servei al node i . $\forall i \in N$

t_{ij} : temps de desplaçament per recórrer l' arc ij . $\forall (i,j) \in A$

e_i : instant mínim d'inici de servei al node i . $\forall i \in N$

l_i : instant màxim d'inici de servei al node i . $\forall i \in N$

d_i : demanda generada al node i . $\forall i \in N$

E : instant mínim d'inici del sistema.

L : instant màxim d'inici del sistema.

C : capacitat màxima per circuit.

El model compta amb les següents variables de decisió:

$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el circuit } k \text{ recorre l' arc } ij. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in B$

w_{ik} : instant d' inici de servei a i . $\forall i \in N$

Laporte, G. (2004) planteja la següent formulació:

$$\min \sum_{k \in B} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk} \quad (5.21)$$

Subject to:

$$\sum_{k \in B} \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (5.22)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in B \quad (5.23)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(h)} x_{ihk} - \sum_{j \in \Delta^+(h)} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in N, \forall k \in B \quad (5.24)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(n+1)} x_{i,n+1,k} = 1 \quad \forall k \in B \quad (5.25)$$

$$x_{ijk} (w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk}) \leq 0 \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in B \quad (5.26)$$

$$e_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq l_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \quad \forall i \in N, \forall k \in B \quad (5.27)$$

$$E \leq w_{ik} \leq L \quad \forall i \in \{0, n+1\}, \forall k \in B \quad (5.28)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq C \quad \forall k \in B \quad (5.29)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in B \quad (5.30)$$

S'entrarà al detall de la funció de cada una de les restriccions en la presentació del model final a la secció 5.2.5 d'aquesta memòria, per evitar repetir informació. A grans trets, les restriccions entre la (5.21) i la (5.25) s'encarreguen tant del compliment de visites a tots els nodes com del flux que ha de seguir cada vehicle, mentre que de (5.26) a (5.29) s'imposa la factibilitat en termes de temps i capacitat.

Amb aquest model s'obté un nombre k de circuits necessaris per al funcionament del sistema, on cada un d'ells representa una ruta amb un temps d'inici i un de final. Cal recalcar però i resultarà important més endavant, que si dues d'aquestes rutes són no coincidents en el temps, podria i de fet seria convenient, que la mateixa unitat vehicular els realitzés, reduint així el nombre de flota necessària respecte l'escenari en que s'assignés un vehicle per a cada circuit.

5.2.3 Adaptacions pròpies

El model presentat a la secció anterior requereix d'un seguit d'adaptacions per implementar-lo al cas concret d'estudi, així com per procurar personalitzar-lo als interessos de l'empresa. Algunes d'aquestes mesures correctores s'han identificat des d'una etapa inicial, mentre que altres han sorgit a través de prova i error, en un intent de millorar els resultats obtinguts en cada modificació.

El model *VRPTW* estàndard presentat en la secció anterior contempla la demanda com un flux unidireccional. No és el cas del sistema de llançadores buscat, on s'hi entrega personal alhora que se'n recull. Aquest fet requerirà de la inclusió d'un seguit de restriccions que tinguin en compte els flux d'entregues i recollides, tant de forma independent com conjunta, per tal que no s'excedeixi en cap cas els criteris de capacitat que presenta la flota d'autobusos disponible. Cal tenir en compte que el personal que ha de ser entregat al llarg d'una de les rutes ha d'haver partit inicialment del *depot 0*.

En segon lloc, la funció objectiu del model anterior proposa minimitzar únicament el temps total de viatge gastat pel conjunt del sistema. Després d'aplicar aquesta formulació al cas tractat, s'ha pogut observar que el model tendeix a fer un ús innecessari de les unitats de flota disponible. Al no figurar aquests en la funció objectiu, s'usen sense cap penalització tants vehicles com siguin requerits per tal de disminuir el cost del sistema, quan a la realitat, l'empresa no disposa d'una flota il·limitada i per tant resultarà beneficiós establir un balanç entre el aquest i el nombre de vehicles requerits.

Es recorda que el *solver* escollit, degut al plantejament lineal del problema, és *CPLEX*. Serà necessari doncs, el procés de linealització de la restricció (5.26) on hi consta el producte de les dues variables de decisió.

Per acabar, en una etapa final d'aquest projecte i degut a la inconformitat generada pel sistema de rutes resultant, es decideix implementar una última modificació del model. La solució obtinguda fins al moment, tot i que presentava un conjunt de rutes factible on s'hi minimitzava el nombre de flota necessària així com el cost de desplaçament d'aquests, generava rutes de fins a 6 hores, resultant en un còmput d'hores excessiu per part del personal entre inici/finalització del servei i el *depot*. Un dels objectius, entre d'altres, és millorar la qualitat dels desplaçaments del personal, per la qual cosa no resulta factible augmentar els seus temps de trajecte en hores. Per tal de solucionar-ho es decideix limitar el temps màxim que pot durar cada una de les diferents rutes, des que surt del *depot* inici (0) fins que arriba al *depot* final (n+1). Aplicar tal restricció afectarà inevitablement en un increment del nombre de rutes necessàries, però s'aconseguirà reduir el temps de desplaçament del personal de conducció.

En la secció 5.2.5, amb la formulació del model final, s'exposaran les propostes realitzades per a imposar aquest conjunt d'adaptacions.

5.2.4 Definició de les Time Windows

A les adaptacions anteriors cal sumar també un petit inconvenient que fa necessari un replantejament estratègic. Comptar amb una demanda unidireccional en el model *VRPTW* de la secció 5.2.2, fa factible el fet de visitar una única vegada cada un dels nodes de demanda. En el cas d'estudi però, com s'ha exposat fins ara, els diferents nodes generen demanda no una única vegada, sinó repartida al llarg d'una franja horària de 5 hores.

Després d'estudiar diversos escenaris sobre com encaminar aquest inconvenient, s'arriba a la següent conclusió: es decideix estudiar individualment els instants d'entrega i arribada de personal de conducció a cada un dels *semidepots* (cal recordar que es disposa de la distància que separa els diferents punts de relleu del *semidepot*, i consegüentment del temps) que tenen assignats per d'aquesta manera, dividir-los en diferents grups o en el que anomenarem d'ara en endavant "*semidepots ficticis*", segons la seva proximitat temporal.



Figura 5.7: Generació de *semidepots* ficticis

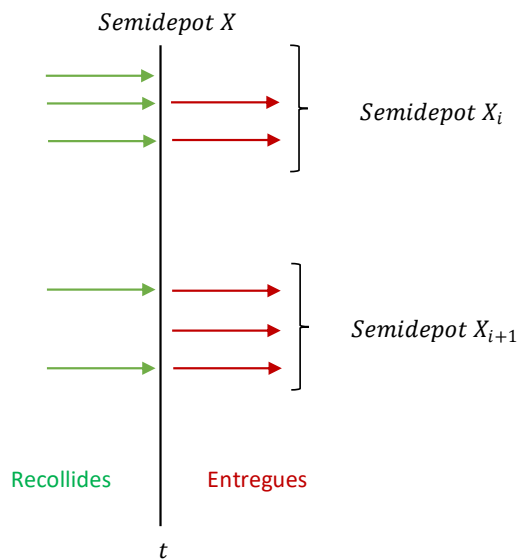


Figura 5.8: Agrupació de relleus en grups temporals

D'aquesta manera, es genera un petit “engany” al model, doncs contemplarà diversos nodes físicament iguals (mateixa exacta localització) en moments temporals diferents, que haurà de tractar i visitar individualment.

A més grups o *semidepots* ficticis es generin per a cada *semidepot* “real”, més reduïdes seran les corresponents amplituds d'aquests, i per tant, menys esperes es produiran per part dels conductors. D'altra banda, cal també tenir en compte que generar un nombre molt elevat d'aquests grups temporals pot portar a enfrontar-nos amb un model d'optimització d'un valor computacional molt costós, fins al punt de requerir de dies per a obtenir una simple solució factible.

Una vegada establert el nombre de *semidepots* ficticis amb els que comptarà el sistema, cal definir un seguit de paràmetres que resultaran necessaris per a la implementació del model.

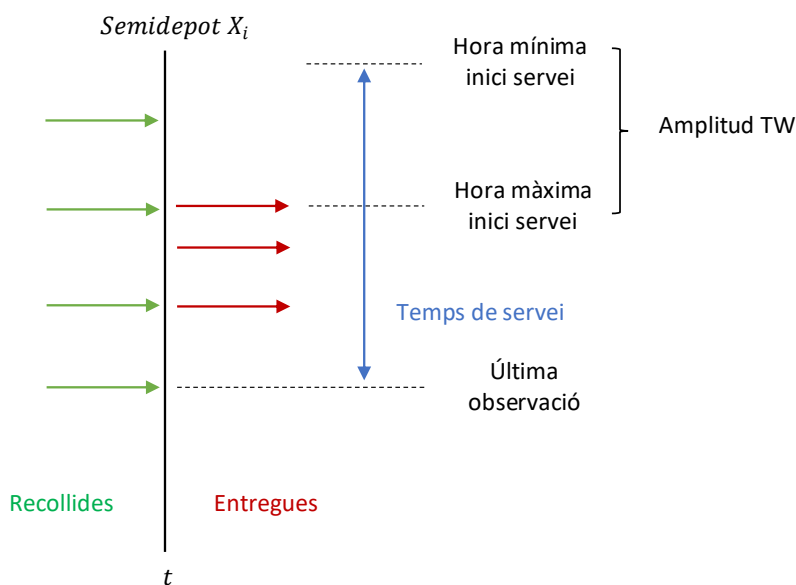


Figura 5.9: Esquema definició dels diferents paràmetres

Cada un d'ells compta amb una *Time Window* o finestra de temps, on s'hi indica l'instant mínim i màxim d'inici de servei entre els quals la llançadora ha d'arribar-hi. Per tal de garantir el correcte funcionament del sistema de relleus es defineix l'instant màxim d'inici de servei a un *semidepot* fictici, amb l'instant exacte de la primera de les seves entregues. D'aquesta manera, s'està prioritzant l'entrega a temps de tots els conductors/es que inicien el seu servei, garantint així el compliment dels intercanvis. Determinat aquest paràmetre, cal establir l'amplitud de la *TW*. A més estreta sigui aquesta, més es posarà en risc la factibilitat del problema, així com possiblement augmentarà la mida de flota necessària per recobrir tots els nodes a temps. Per contra, sobre definir-ne la seva amplitud acabarà perjudicant el sistema amb majors temps de recorregut, i per tant, més esperes per part del personal. En si, l'òptima definició d'aquest paràmetre requeriria d'un problema d'optimització propi. Per tal de limitar la dificultat del projecte, en base al temps que es disposa per a la seva realització, es decidirà usar una amplitud constant de *TW* de 30 minuts al llarg d'aquest.

Finalment, resulta necessari establir el temps de servei per a cada un dels nodes del sistema. Aquest, serà el temps que restaran aturats els diferents vehicles als seus corresponents *semidepots* ficticis, esperant a recollir tot el personal assignat en ells. A fi d'assegurar que la llançadora no marxa abans d'haver recollit fins l'últim dels conductors/es assignats a ella, cal recollir totes les possibilitats d'arribada d'aquesta al llarg de la *TW*, per la qual cosa el temps de servei s'allargarà entre l'hora mínima d'inici de servei i l'última observació, tal i com es representa en blau a la figura 5.3. Aquest sistema, tot i que assegura la correcta recollida de tot el personal, repercutirà també inevitablement en alguns casos en esperes innecessàries de la llançadora després de l'última de les recollides.

5.2.5 Model de rutes final

Després de varis intents i versions, s’aconsegueix generar un model on es tenen en compte totes les adaptacions necessàries enumerades en la secció 5.2.3 d’aquesta memòria.

Per a definir el temps de desplaçament entre els diferents nodes o *semidepots* ficticis, s’ha calculat el graf complert de distàncies entre ells fent ús de la mateixa funció presentada en 5.1.2. Posteriorment, s’ha considerat una velocitat constant de 12 km/h al llarg de tot el sistema doncs és la velocitat comercial mitja que presenta la Xarxa de Bus de Barcelona durant els primers mesos de 2022. Amb aquestes dues dades, es genera una matriu de temps de desplaçament (en minuts) on cal tenir en compte que, el temps de viatge que separa dos *semidepots* ficticis provinents de la mateixa “família” o *semidepot* original, és 0.

	9017_1	171_1	171_2	171_3	171_4	171_5	171_6	171_7	171_8	180_1	180_2	180_3
9017_1	0.0	44.8	44.8	44.8	44.8	44.8	44.8	44.8	44.8	33.2	33.2	33.2
171_1	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
171_2	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
171_3	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
171_4	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
171_5	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
171_6	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
171_7	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
171_8	44.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.5	11.5	11.5
180_1	33.2	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	0.0	0.0	0.0
180_2	33.2	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	0.0	0.0	0.0
180_3	33.2	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	0.0	0.0	0.0

Taula 5.4: Matriu de temps de desplaçament entre *semidepots* ficticis

Es defineixen els següents conjunts i paràmetres:

N : conjunt de nodes a visitar

A : conjunt d’arcs que uneixen els diferents nodes.

B : conjunt de circuits disponibles per a la definició del sistema de rutes.

$t_{rec_{ij}}$: temps de desplaçament per recórrer l’arc ij . $\forall (i, j) \in A$

t_{servei_i} : temps de servei al node i . $\forall i \in N$

e_i : instant mínim d’inici de servei al node i . $\forall i \in N$

l_i : instant màxim d’inici de servei al node i . $\forall i \in N$

recollides_i: nombre de personal a recollir al node *i*. $\forall i \in N$
entregues_i: nombre de personal a entregar al node *i*. $\forall i \in N$
E: instant mínim d'inici del sistema.
L: instant màxim d'inici del sistema.
M: constant de gran magnitud.
lloguer: cost d'usar un circuit.
C: capacitat màxima d'un circuit.
t_rec_max: temps màxim de durada de cada circuit.

El model compta amb les següents variables de decisió:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el circuit } k \text{ recorre l'arc } ij. \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases} \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in B$$

w_{ik} : instant d'inici de servei a *i*. $\forall i \in N$

θ_i : temps de circuit acumulat a *i*. $\forall i \in N$

u_{ij} : flux de recollides acumulat a l'arc *ij*. $\forall (i, j) \in A$

v_{ij} : flux d'entregues acumulat a l'arc *ij*. $\forall (i, j) \in A$

T: nombre de circuits necessaris.

Es proposa la formulació:

$$\min: \text{lloguer } T + \sum_{k \in B} \sum_{(i,j) \in A} t_rec_{ij} x_{ijk} \quad (5.31)$$

Subject to:

$$\sum_{k \in B} \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (5.32)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0jk} \leq 1 \quad \forall k \in B \quad (5.33)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(h)} x_{ihk} - \sum_{j \in \Delta^+(h)} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in N, \forall k \in B \quad (5.34)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(n+1)} x_{i,n+1,k} \leq 1 \quad \forall k \in B \quad (5.35)$$

$$w_{ik} + t_rec_{ij} + t_servei_i - M(1 - x_{ijk}) \leq w_{jk} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in B \quad (5.36)$$

$$e_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq l_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \quad \forall i \in N, \forall k \in B \quad (5.37)$$

$$E \leq w_{ik} \leq L \quad \forall i \in \{0, n+1\}, \forall k \in B \quad (5.38)$$

$$0 \leq T \leq |B| \quad (5.39)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(0)} \sum_{k \in B} x_{0jk} \leq T \quad (5.40)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(h)} u_{ih} - \sum_{j \in \Delta^+(h)} u_{hj} = \text{recollides}[h] \quad \forall h \in N \quad (5.41)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(h)} v_{ih} - \sum_{j \in \Delta^+(h)} v_{hj} = \text{entregues}[h] \quad \forall h \in N \quad (5.42)$$

$$u_{ij} \leq M \sum_{k \in B} x_{ijk} \quad \forall (i,j) \in A \quad (5.43)$$

$$v_{ij} \leq M \sum_{k \in B} x_{ijk} \quad \forall (i,j) \in A \quad (5.44)$$

$$u_{ij} + v_{ij} \leq C \quad \forall (i,j) \in A \quad (5.45)$$

$$\theta_i + (w_{jk} + t_servei_j - w_{ik}) - M(1 - x_{ijk}) \leq \theta_j \quad \forall (i,j) \in A: j \neq \{n+1\}, \forall k \in B \quad (5.46)$$

$$\theta_i \leq t_rec_max \quad \forall i \in N \quad (5.47)$$

$$\theta_i = 0 \quad \forall i \in \{0, n+1\} \quad (5.48)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in B \quad (5.49)$$

$$u_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (5.50)$$

$$v_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (5.51)$$

Com podem veure a (5.31), més enllà del còmput d'hores total que acumularan totes les rutes del sistema, s'introdueix la variable T multiplicada per un paràmetre *lloguer*. Tractant-se d'una funció objectiu de minimització, aquest paràmetre té un efecte "càstig" sobre T empitjorant el valor resultant de la funció. Mitjançant la restricció (5.39) es defineix T com un nombre comprès entre 0 i el cardinal del nombre de rutes inicials que s'introdueixin al problema, i a (5.40) definim que el nombre de rutes que s'inicien des del *depot* a de ser inferior o igual aquest nombre. T serà doncs el nombre òptim de rutes.

Al limitar aquest nombre, i no fer ús de totes les rutes que s'introdueixen inicialment al conjunt B , es procura la factibilitat del problema canviant (respecte el model de la secció 5.2.2) a restriccions de desigualtat (5.33) i (5.34), que vetllen per a que tota ruta factible comenci i acabi al *depot*.

A (5.32) s'imposa la visita de tots els nodes únicament per una de les rutes, mentre que a (5.34) s'hi vetlla per la continuïtat de flux entre els nodes diferents al *depot*. El conjunt de restriccions vistes fins ara, asseguren la no formació de semi-circuits dins el sistema.

La restricció (5.36) és resultat de la linealitzar la (5.26). En ella s'especifica que per dos nodes contigus visitats en una mateixa ruta, l'instant de visita del segon no pot ser inferior al del primer més el temps de servei del primer i el temps de desplaçament entre tots dos.

Tant (5.37) com (5.38) s'encarreguen que les visites als nodes com l'inici del sistema es duguin a terme dins les finestres de temps indicades.

A (5.41) i (5.42) s'assegura la continuïtat del flux de recollides i d'entregues respectivament. Mitjançant (5.43) i (5.44) s'exclou la possibilitat de contenir flux, tant de recollides com d'entregues, per aquells arcs que no es visiten dins cada una de les rutes, mentre que a (5.45) vetlla per no excedir la capacitat màxima de la flota d'autobusos disponible, en cap dels arcs recorreguts.

El funcionament de (5.46) és similar a (5.36). Es pretén definir el temps acumulat de ruta a cada un dels nodes visitats. Per la qual cosa, entre dos nodes visitats de forma contigua, el temps acumulat al segon és igual al del primer més el temps de servei del primer i el de desplaçament entre tots dos. El temps emprat per viatjar entre nodes es té en compte amb els instants d'inici de servei de tots dos, doncs en ells s'hi tenen present possibles esperes que pateixin les llançadores, esperant a que s'obri la TW . Al ser θ una acumulació de temps de ruta, al limitar-lo a (5.47) a un temps màxim per tots els nodes, s'aconsegueix l'objectiu de fer-ho per als últims visitats en cada ruta, reduint així el temps de circuit final. Per assegurar la factibilitat, a (5.48) es defineix com a 0 l'acumulació de temps al *depot*.

5.2.6 Exemple de funcionament

El cas d'estudi resultarà d'una magnitud massa gran per a poder interpretar-hi fàcilment la sortida d'AMPL, per la qual cosa es genera un cas d'únicament 3 nodes que facilitarà la comprovació del correcte funcionament del model. En aquest exemple reduït, tant les *TW* de cada un dels nodes a visitar (en color blau) com els temps de desplaçament que els separen, són definits de tal manera que se'n coneix a priori la seva solució òptima formada per una sola ruta.

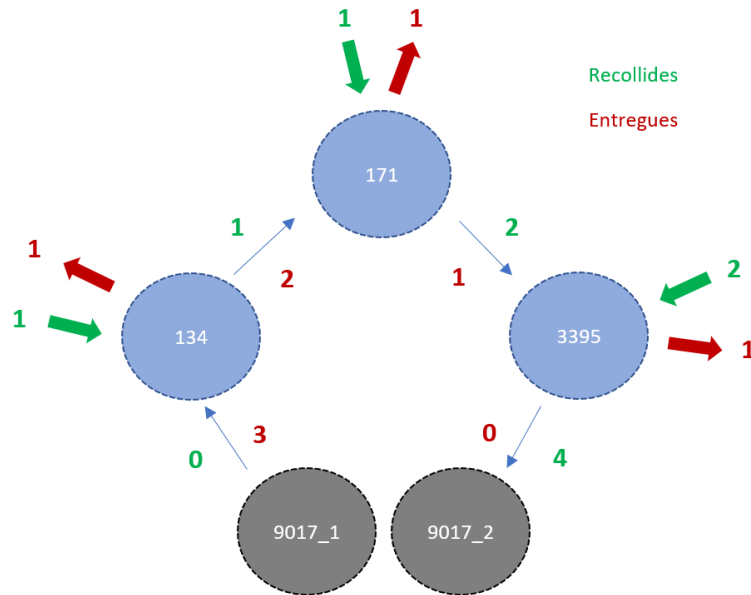


Figura 5.10: Solució òptima del problema generat

Sigui “9017_1” el *depot* d'inici i “9017_2” el de final, tots dos nodes representen el CON Zona Franca, on totes les rutes factibles han de començar i finalitzar respectivament. La ruta definida en la figura 5.10 representa la solució òptima del problema.

S'espera que tot i introduir al model la possibilitat de realitzar diverses rutes per a la visita dels 3 nodes, aquest decideixi fer-lo, no només en una sinó també en l'ordre que marquen les fletxes de la figura. A més a més, es podrà comprovar també si els fluxos, tant d'entregues com de recollides (indicats en vermell i verd respectivament), són els correctes per a cada arc. El nombre 3 en vermell sortint del node “9017_1” representa els 3 conductors/es que han de partir des del depot per tal de ser entregats als diferents nodes visitats, un a cada un d'ells. Per contra, el nombre 4 en verd que arriba al node “9017_2”, és fruit de les 4 recollides que s'han produït durant el trajecte, 1 pels dos primers nodes visitats i 2 al 3395.

Per tal que l'òptim correspongui a una sola ruta, com s'ha especificat en la figura anterior, caldrà proporcionar al model un temps màxim de ruta suficientment gran per que no necessiti generar-ne dues.

L'arxiu *.dat* que conté tots els valors dels paràmetres és el següent:

```

# Conjunts
set DEPOT_INICI := 9017_1;
set DEPOT_FINAL := 9017_2;
set DEPOTS := 9017_1 9017_2;

# Nombre de rutes disponibles
set BUSOS := 1 2 3;

# Paràmetres
param capacitat := 23;
param M := 1000;
param lloguer := 2000;
param temps_volta_max := 1000;

param: NODES: demanda temps_servei min_inici max_inici :=
9017_1 0 0 0 520
134_1 2 30 52 60
171_1 2 42 120 130
3395_1 3 37 300 350
9017_2 0 0 0 520;

param: entregues recollides :=
9017_1 3 0
134_1 -1 1
171_1 -1 1
3395_1 -1 2
9017_2 0 -4;

param temps_rec
: "9017_1" "134_1" "171_1" "3395_1" "9017_2" :=
"9017_1" 0 51.1 44.8 45.9 0
"134_1" 51.1 0 15.5 34.8 51.1
"171_1" 44.8 15.5 0 19.3 44.8
"3395_1" 45.9 34.8 19.3 0 45.9
"9017_2" 0 51.1 44.8 45.9 0 ;

```

Figura 5.11: Arxiu de dades AMPL, cas 3 nodes.

S'introdueixen fins a 3 possibles rutes, una per cada node, amb les que el model podrà comptar per resoldre el problema de rutes de vehicles. Es permet un temps màxim de ruta de 1000 unitats temporals per tal d'assegurar no haver de necessitar més d'un circuit.

Es comentarà la solució obtinguda, la qual s'anirà tallant i comentant per parts per tal de comprovar-ne la seva factibilitat:

```

CPLEX 20.1.0.0: optimal integer solution; objective 2131.8
0 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
temps_total = 2131.8
T = 1

```

Figura 5.12: Resultat funció objectiu, cas 3 nodes

En primer lloc es pot veure com el resultat de la funció objectiu és 2131,8. Cal extreure el valor del producte de *lloguer* i *T* per tal d'obtenir el temps total de desplaçament emprat durant ruta. Com $T=1$, es pot confirmar que el model ha fet servir una única ruta de les tres disponibles amb un còmput de temps entre nodes de 131,8 minuts.

```

W :=
134_1  1    0
134_1  2    0
134_1  3   60
171_1  1    0
171_1  2    0
171_1  3  120
3395_1 1    0
3395_1 2    0
3395_1 3  300
9017_1 1    0
9017_1 2    0
9017_1 3   8.9
9017_2 1   520
9017_2 2   520
9017_2 3   520

```

Figura 5.13: Resultat matriu W, cas 3 nodes

La matriu W és l'encarregada de mostrar els instants d'inici de servei a cada un dels nodes, així com a quina ruta han estat visitats (segona columna figura 5.13). Es recalca les files amb valors positius, on s'hi pot veure que tots ells pertanyen a la ruta 3 (excepte els del node final, que per defecte mostren el valor del paràmetre *L*). L'ordre de visita ha estat el representat en la figura 5.9, començant pel node 134, seguint pel 171 i essent l'últim visitat abans de tornar al *depot* el 3395.

```

x [*,*,1]
:      134_1 171_1 3395_1 9017_2 :=
134_1  .    0    0    0
171_1  0    .    0    0
3395_1 0    0    .    0
9017_1 0    0    0    .

[*,*,2]
:      134_1 171_1 3395_1 9017_2 :=
134_1  .    0    0    0
171_1  0    .    0    0
3395_1 0    0    .    0
9017_1 0    0    0    .

[*,*,3]
:      134_1 171_1 3395_1 9017_2 :=
134_1  .    1    0    0
171_1  0    .    1    0
3395_1 0    0    .    1
9017_1 1    0    0    .

```

Figura 5.14: Resultat matriu X, cas 3 nodes

La matriu X que mostra la figura 5.14, indica amb un 1 els arcs que han estat recorreguts per cada una de les rutes. Es pot confirmar que tant la ruta 1 com la 2 són completament buides. La 3, com ja havíem vist, és la que visita tots 3 nodes i ho podem comprovar resseguint aquells arcs que han estat usats. Partint de la fila 9017_1, es pot veure que hi ha un 1 en la columna del 134, per la qual cosa és el primer node visitat. Ara cal situar-se a la fila del 134 i veure'm amb un 1 que el següent node és el 171. D'aquesta manera es pot anar comprovant que el camí seguit és exactament el buscat en la figura 5.10.

:		u	v	:=
134_1	171_1	1	2	
134_1	3395_1	0	0	
134_1	9017_2	0	0	
171_1	134_1	0	0	
171_1	3395_1	2	1	
171_1	9017_2	0	0	
3395_1	134_1	0	0	
3395_1	171_1	0	0	
3395_1	9017_2	4	0	
9017_1	134_1	0	3	
9017_1	171_1	0	0	
9017_1	3395_1	0	0	

Figura 5.15: Matriu de fluxes, cas 3 nodes

Aquesta matriu és la indicadora del nombre de personal, tant que s'ha recollit (u) com s'ha entregat (v), de tal manera que si es sumen tots dos valors es pot conèixer l'ocupació de la llançadora en cada un dels arcs recorreguts. Si es contrasten els valors obtinguts en aquesta matriu amb els buscats representats a la figura 5.10, es pot comprovar que són exactament els mateixos.

phi [*]	:=
134_1	81.1
171_1	183.1
3395_1	400.1
9017_1	0
9017_2	0

Figura 5.16: Matriu de temps acumulat, cas 3 nodes

A l'anterior matriu s'hi pot comprovar el total de temps de ruta acumulat al finalitzar el servei en cada un dels nodes de demanda. Aquest temps no només inclou el de desplaçament de la llançadora com fa la funció objectiu, sinó també el gastat durant el servei d'aquesta. Per comprovar-ho només cal sumar el temps de recorregut del node inici 9017_1 a 134 que resulta 51.1, més el temps de servei a 134 que és exactament de 30 (com podem veure en la figura 5.11) resultant en el valor de 81.1 mostrat a la figura 5.16.

Per acabar de comprovar el correcte funcionament del model, es limita ara el temps màxim de ruta a 350. Com es pot veure a 5.16, el temps acumulat a l'últim node de demanda és de 400, per la qual cosa suposem que ara el model necessitarà de dues rutes per tal de visitar tots 3

nodes. Es mostra a continuació la sortida AMPL del model, havent canviat únicament aquest paràmetre:

```

CPLEX 20.1.0.0: optimal integer solution within mipgap or absmipgap; objective 4550.3
27 MIP simplex iterations
0 branch-and-bound nodes
absmipgap = 274, relmipgap = 0.0602158
temps_total = 4203.2
T = 2

w :=
134_1 1 0
134_1 2 0
134_1 3 60
171_1 1 0
171_1 2 0
171_1 3 120
3395_1 1 350
3395_1 2 0
3395_1 3 0
9017_1 1 304.1
9017_1 2 0
9017_1 3 8.9
9017_2 1 520
9017_2 2 520
9017_2 3 520
;

x [*,*,1]
: 134_1 171_1 3395_1 9017_2 :=
134_1 . 0 0 0
171_1 0 . 0 0
3395_1 0 0 . 1
9017_1 0 0 1 .

x [*,*,2]
: 134_1 171_1 3395_1 9017_2 :=
134_1 . 0 0 0
171_1 0 . 0 0
3395_1 0 0 . 0
9017_1 0 0 0 .

x [*,*,3]
: 134_1 171_1 3395_1 9017_2 :=
134_1 . 1 0 0
171_1 0 . 0 1
3395_1 0 0 . 0
9017_1 1 0 0 .

phi [*] :=
134_1 81.1
171_1 183.1
3395_1 82.9
9017_1 0
9017_2 0
;

u v :=
134_1 171_1 1 1
134_1 3395_1 0 0
134_1 9017_2 0 0
171_1 134_1 0 0
171_1 3395_1 0 0
171_1 9017_2 2 0
3395_1 134_1 0 0
3395_1 171_1 0 0
3395_1 9017_2 2 0
9017_1 134_1 0 2
9017_1 171_1 0 0
9017_1 3395_1 0 1
;

```

Figura 5.17: Sortida completa AMPL, cas 3 nodes i límit temps ruta de 350.

Efectivament, limitar el temps màxim de ruta a 350 no ha permès al model realitzar un sol circuit que visités tots 3 nodes, obligant aquest a fer ús no només de la ruta 3 sinó també de la 1, tal i com es pot comprovar en les matrius W i X.

Per tot això, es tenen motius suficients per pensar que el model funciona de forma correcta i està preparat per enfrontar-lo al cas real de manera que en retorni la solució òptima.

Capítol 6

6. Obtenció de resultats

Inicialment aquest projecte partia d'un total de 563 conductors/es pels quals es proposava definir el sistema d'autobusos llançadora. Inevitablement, i per qüestions de factibilitat, al llarg d'aquesta memòria s'ha hagut d'anar prescindint d'alguns d'ells en les diferents etapes tractades, com en són el filtratge temporal inicial (5.1.1) o el problema de localització resolt per al seu agrupament (5.1.6). Finalment s'ha arribat a l'etapa final de disseny de rutes de vehicles, amb 403 relleus, fet que representa prop d'un 72% del total inicial. D'aquesta manera els 160 restants que no s'han pogut incloure al sistema, caldrà que segueixin realitzant els desplaçaments per compte pròpia, en transport públic. Resultarà necessari doncs aproximar el còmput d'hores que generaran aquests al llarg del dia, per tal de poder afegir-lo posteriorment al que resulti del sistema proposat.

Punt relleu	Nº serveis	Temps desplaçament (min.)
134	5	39
171	2	37
180	1	25
211	6	35
221	1	36
237	1	32
315	2	36
317	1	39
392	2	25
444	1	26
455	2	53
548	2	31
549	4	32
584	6	30
590	2	33
622	7	38
659	4	30
763	2	36
783	1	45
784	1	43
895	4	21
1034	1	31
1075	3	36

1078	1	35
1135	1	37
1198	6	28
1257	1	34
1264	1	33
1297	1	43
1302	4	40
1326	2	29
1509	2	44
1520	3	37
1641	11	2
1655	4	28
1741	11	2
1767	1	25
1826	4	48
2363	1	18
2837	2	21
3023	6	18
3167	4	46
3174	2	31
3305	1	26
3396	1	35
3397	2	40
3417	3	28
3520	1	25
3637	2	46
3651	2	21
3652	2	21
3690	5	28
3706	3	15
3712	3	15
3798	6	44

Taula 6.1: Desplaçaments dels relleus eliminats

A la taula 6.1 podem veure a quins punts de relleu pertanyen els 160 relleus dels que s'ha prescindit, així com un temps aproximat de desplaçament en transport públic (excepte el cas del punt 1741, que és just davant el CON de Zona Franca) fins al *depot* o CON.

Resulta en un còmput total de 75.8 hores, que caldrà afegir al generat pel sistema de llançadores.

Com s'ha explicat en la secció 5.2.4, dels 403 relleus que si es cobriran amb el sistema d'estudi, cal generar agrupacions (o *semidepots* ficticis) segons el *semidepot* assignat i la proximitat temporal que presenten. En aquest projecte s'ha intentat implementar el model de rutes descrit en 5.2.5 a una agrupació de fins a 123 *semidepots* ficticis, intentant així minimitzar les esperes del personal de conducció. Tot i als esforços i esperes de computació superiors a les 18 hores, no s'ha aconseguit trobar una solució factible per aquest problema.

Davant aquesta limitació de recursos computacionals, s'ha decidit reduir a la meitat el nombre de nodes a introduir al model de *VRPTW*, agrupant els 403 relleus en 65 *semidepots* ficticis. Tot i a seguir resultant un problema força demandant a nivell computacional, s'ha aconseguit trobar una solució amb un temps de *CPU* de 21600 segons (6hores) i un *gap* relatiu del 12%, que quedarà adjunta als annexes de la present memòria degut a la seva gran extensió.

Aquesta solució descriu un sistema de 58 rutes necessàries per tal de visitar els 65 nodes i un conjunt de 3975 arcs que els uneixen, on en cada una d'elles s'arriben a visitar fins a un màxim de dos nodes durant el seu recorregut.

Ruta	Instants de visita			Codi <i>semidepots</i>
	Inici	Nodes visitats	Final	Nodes visitats
1	268	313	358	171_4
2	253	310	367	784_3
3	185	234	283	1080_2
4	235	271 i 310	348	3167_2 i 482_3
5	191	244	298	1302_2
6	309	358	407	1080_5
7	202	253	305	315_2
8	348	392	436	3745_6
9	308	352	396	3745_5
10	312	365	419	1302_3
11	270	314	358	3745_4
12	386	423	460	2392_5
13	421	458	496	482_5
14	154	191 i 210	252	2392_1 i 1376_2
15	343	380	417	2392_4
16	240	291	343	315_3
17	149	198	247	1080_1
18	206	263	320	784_2
19	193	239	285	3395_2
20	349	398	447	1080_6
21	138	183	228	171_1
22	187	231	275	3745_2
23	364	410	456	3395_6
24	127	180	234	1302_1
25	160	198 i 246	288	482_1 i 1376_3
26	179	236	293	784_1
27	169	202	235	180_2
28	314	360	406	3395_5
29	138	174 i 224	268	3167_1 i 171_2
30	292	337	382	171_5
31	389	435	481	3395_7
32	380	429	478	1080_7
33	389	433	477	3745_7

34	229	262	295	180_3
35	245	282	319	2392_2
36	314	347	380	180_5
37	273	306	339	180_4
38	301	343	385	1376_5
39	332	418	460	1376_7
40	222	260 i 297	334	482_2 i 2392_3
41	395	446	498	315_5
42	364	397 i 466	502	180_6 i 3167_5
43	289	346	403	784_4
44	353	395	437	1376_6
45	269	318	367	1080_4
46	238	282	326	3745_3
47	222	271	320	1080_3
48	154	196	238	1376_1
49	325	370	415	171_6
50	384	429	474	171_7
51	250	292	334	1376_4
52	273	319	365	3395_4
53	291	342	394	315_4
54	152	196	240	3745_1
55	231	277	323	3395_3
56	298	334	370	3167_3
57	227	272	317	171_3
58	139	185	231	3395_1

Taula 6.2: Nodes i instants de visita, per cada una de les 58 rutes.

Amb les dades representades en la taula 6.2, es disposa de tota la informació necessària per calcular el còmput d'hores de trajectes que experimentaran els 403 relleus coberts pel sistema.

Pels conductors/es que finalitzen servei al punt de relleu, caldrà calcular el temps que transcorre des que són rellevats al seu punt de relleu, fins que la llançadora que els recull al *semidepot* fictici (al que hi hauran anat caminant) arriba al *depot* final. De manera inversa es calcularà per aquells/es que inicien el servei al punt de relleu.

Aquest còmput d'hores generat, del qual se n'adjunta el detall als annexes de la memòria, és de 336 hores, que sumat a les 75.8 hores dels relleus "eliminats" resulta en un total de 411.8 hores.

Amb aquesta dada, n'hi ha prou per tal d'extreure les conclusions pertinents donats els objectius del l'estudi. A continuació es presenta el nombre de llançadores del qual s'hauria de disposar per tal de complir les 58 rutes, així com el temps total de ruta de cada una d'elles, el qual serviria per definir quants conductors/es es necessitarien i els seus pertinents sous. També es mostrarà la distància total recorreguda pel conjunt de llançadores, amb la qual podríem aproximar un cost total de combustible requerit, sent coneixedors del consum que presenten els autobusos usats.

Llançadora	Rutes realitzades	Temps total de ruta (hh:mm:ss)
1	24 - 4 - 8	5:09:30
2	29 - 1 - 42	6:03:48
3	21 - 34 - 56 - 32	5:40:06
4	58 - 55 - 49 - 13	5:56:24
5	17 - 51 - 15	4:28:00
6	54 - 16 - 20	4:55:18
7	48 - 46 - 39	5:05:48
8	14 - 2	3:33:00
9	25 - 43	4:03:18
10	27 - 35	2:29:54
11	26 - 38 - 12	4:41:00
12	3 - 53 - 41	5:12:48
13	22 - 30 - 50	4:46:48
14	5 - 9	3:25:30
15	19 - 6	3:34:12
16	7 - 10	3:37:00
17	18 - 44	3:51:12
18	47 - 23	3:54:12
19	40 - 45 - 33	4:15:00
20	57 - 11	2:10:48
21	37	1:06:24
22	52	1:31:48
23	36 - 31	2:47:06
24	28	1:31:48

Taula 6.3: Llançadores necessàries i respectius temps de recorregut.

Mitjançant la taula 6.3 s'agrupen entre elles totes aquelles rutes que poden ser realitzades per un mateix vehicle, de manera que es minimitzen els temps d'espera entre el final d'una i d'inici de la següent. Són necessaris fins a 24 autobusos llançadora amb el seu corresponent personal de conducció que, en cap dels casos superaria la jornada estàndard de 8 hores. Per acabar, a través del valor obtingut a la funció objectiu de la sortida AMPL (annexada al capítol 9), és possible calcular el total de quilometratge recorregut per les 24 llançadores. Es recorda que al valor proporcionat per aquest, cal restar-li el de $T \cdot lloguer$:

$$121255 - 58 \times (2000) = 5225$$

5225 correspon al total de minuts en els que les diferents llançadores han estat circulant, sense tenir en compte aquells moments d'espera on es troben parades. Havent considerat una velocitat constant de 12 km/h al llarg de tot el sistema:

$$\frac{5225}{60} \times 12 = 1045$$

Són doncs finalment 1045 els km recorreguts, a partir dels quals podríem aproximar el cost del combustible necessari.

Capítol 7

7. Conclusions

Una vegada finalitzat l'estudi sobre la implementació del sistema d'autobusos llançadora, és moment de recapitular i fer-ne una valoració en base als objectius plantejats inicialment.

En primer lloc, a través dels resultats obtinguts i presentats al capítol 6 de la present memòria es pot confirmar el rebuig de la hipòtesis nul·la inicial, acceptant consegüentment l'alternativa. En aquesta, s'exposa el fet de no ser capaços de generar un sistema d'autobusos llançadora que redueixi el còmput d'hores inicial, generat pel conjunt de desplaçaments del personal de conducció del CON de Zona Franca. D'aquesta manera acceptem:

$$H_1: \text{Còmput hores}_{\text{llançadora}} \geq \text{Còmput hores}_{\text{Actual}}$$

On substituït els valors aconseguits, resulta:

$$H_1: 411.8 \text{ hores} \geq 285 \text{ hores}$$

El còmput d'hores obtingut pel sistema estudiat representa un augment del 44% respecte l'actual. Tot i demostrar ser un sistema més costós, s'ha proporcionat tota la informació necessària respecte necessitats de flota, hores de conducció i total de quilòmetres recorreguts, que serviria a l'empresa per valorar-ne la seva implementació, doncs tot i el clar augment de les despeses totals que suposaria fer-ho, aquest també repercutiria positivament en la qualitat de la jornada dels conductors/es.

Arribar a aquesta conclusió implica haver complert la resta d'objectius proposats inicialment per tal d'aprendre a gestionar un problema d'aquesta magnitud, pensant a llarg termini, estructurant i planificant tots els futurs passos. També s'ha aconseguit implementar i personalitzar diversos models d'optimització de manera que s'adaptin a la singularitat del problema tractat, i que aquests arribin a funcionar i proposar solucions factibles.

A títol personal, valoro l'elaboració del projecte com una experiència molt positiva i enriquidora de cara a saber enfocar la nova etapa acadèmica i/o professional que m'espera, havent finalitzat el grau d'Estadística. Ha servit per confirmar l'interès que sento cap el món de la investigació operativa, el transport i la logística.

Capítol 8

8. Bibliografia

Codina, E. (2022). Vehicle and Driver Scheduling Problems. Optimization Models for Transport. Universitat Politècnica de Catalunya.

Corchero, C. (2022). Optimización en Ingeniería. Capítulo 3: Localización.

Corchero, C. (2022). Optimización en Ingeniería. Capítulo 4: Diseño de Rutas de Vehículos.

Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon, M. M., & Soumis, F. (1995). Time constrained routing and scheduling. Handbooks in operations research and management science, 8, 35-139.

Fourer, R. Gay, D. and Kernighan, B. (2003). A Modeling Language for Mathematical Programming. Chapter 3: Transportation and Assignment Models.

Fourer, R. Gay, D. and Kernighan, B. (2003). A Modeling Language for Mathematical Programming. Chapter 15: Network Linear Programs.

Karney, C.F.F. (2013). Algorithms for geodesics, J. Geodesy 87: 43-55.

Hall, R. (Ed.). (2012). Handbook of transportation science (Vol. 23). Springer Science & Business Media.

Kallehauge, B., Larsen, J., Madsen, O. B., & Solomon, M. M. (2005). Vehicle routing problem with time windows. In Column generation (pp. 67-98). Springer, Boston, MA.

Laporte, G. (2007). What you should know about the vehicle routing problem. Naval Research Logistics (NRL), 54(8), 811-819.

Mitrovic-Minic, S. and Laporte, G. (2004). Waiting strategies for the dynamic pickup and delivery problem with time windows. Transportation Research Part B: Methodological, 38(7):635–655.

Pillac, V., Guéret, C., & Medaglia, A. (2011). Dynamic vehicle routing problems: state of the art and prospects.

Pureza, V. and Laporte, G. (2008). Waiting and buffering strategies for the dynamic pickup and delivery problem with time windows. INFOR, 46(3):165–175.

Capítol 9

9. Annexos

9.1 Codi R

Llibreries usades
library(geosphere) library(readxl) library(ggplot2) library(igraph)

Filtratge i factorització de dades
attach(Serveis) Deposito_factor <- as.factor(Deposito) Serveis4 <- subset(Serveis, Deposito == "Horta BUS" Deposito == "Ponent BUS" Deposito == "Triangle BUS" Deposito == "Zona Franca BUS") ServeisZF <- subset(Serveis, Deposito == "Zona Franca BUS") tipus_relleu <- ifelse((ServeisZF\$Lugar_inicio == "9017" ServeisZF\$Lugar_inicio == "9027") & (ServeisZF\$Lugar_fin != "9017" ServeisZF\$Lugar_inicio != "9027"), "tipus1", ifelse((ServeisZF\$Lugar_inicio != "9017" ServeisZF\$Lugar_inicio != "9027") & (ServeisZF\$Lugar_fin == "9017" ServeisZF\$Lugar_inicio == "9027"), "tipus3", ifelse((ServeisZF\$Lugar_inicio == "9017" ServeisZF\$Lugar_inicio == "9027") & (ServeisZF\$Lugar_inicio == "9017" ServeisZF\$Lugar_inicio == "9027"), "tipus2", "re")) tipus_relleu <- as.factor(tipus_relleu)

Gràfics univariants
ggplot(data = Serveis4, aes(x = Deposito)) + geom_bar(col="grey8", fill="grey8", alpha = .2) + ggtitle("Nombre de serveis per CON") + theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5)) + labs(x="CON", y="Serveis")

```

ggplot(data = ServeisZF, aes(x = Unidad)) +
  geom_bar(col="grey8", fill="grey8",
    alpha = .2) + ggtitle("Serveis per Línia (CON Zona Franca)") + theme(plot.title =
element_text(hjust = 0.5) , axis.text.x = element_text(angle = 90, vjust = 0.5, hjust=1) ) +
  labs(x="Línia", y="Serveis")

```

```

ggplot(data = ServeisZF, aes(x = (Lugar_inicio=="9017" & Lugar_fin!="9017"))) +
  geom_bar(col="grey8", fill="grey8",
    alpha = .2) + ggtitle("Serveis segons lloc d'inici") + theme(plot.title =
element_text(hjust = 0.5) , axis.text.x = element_text(c("Punt de relleu", "CON")) ) +
  labs(x="Inici de servei al CON", y="Nº relleus")

```

Funcions generades

```

distancia <- function(dades){
  arcs <- data.frame(row.names = dades$Parada)
  for (i in 1:(nrow(dades))){
    long <- dades$LONGITUD[i]
    lat <- dades$LATITUD[i]
    for (j in 1:(nrow(dades))){
      long_dest <- dades$LONGITUD[j]
      lat_dest <- dades$LATITUD[j]
      dist <- distGeo(matrix(c(long, lat), ncol = 2), matrix(c(long_dest, lat_dest), ncol = 2))
      arcs[i,j] <- dist
      dist <- 0 } }
  return(arcs)}

```

```

distancia_CON <- function(dades){
  arcs2 <- data.frame()
  for (i in 1:(nrow(dades))){
    long <- dades$LONGITUD[i]
    lat <- dades$LATITUD[i]
    long_dest <- dades$LONGITUD[nrow(dades)]
    lat_dest <- dades$LATITUD[nrow(dades)]
    dist <- distGeo(matrix(c(long, lat), ncol = 2), matrix(c(long_dest, lat_dest), ncol = 2))
    arcs2[i,1] <- dades$Parada[i]
    arcs2[i,2] <- dades$Parada[nrow(dades)]
    arcs2[i,3] <- dist
    dist <- 0 }
  return(arcs2)}

```

9.2 Codi AMPL

9.2.1 Localització

```
.mod (secció 5.1.6)
# Conjunts

set PARADES; # i (instalacio)
set NODES := PARADES; # j (client)

# Paràmetres

param p;
param l;
param d;
param demanda{PARADES};
param distancies{NODES, PARADES};

# Variables de decisió

var y{PARADES} binary; # si obrim la instalacio ubicada a j
var x{NODES, PARADES} binary; # si el node j es assignat a la parada i

# Funció objectiu

maximize captacio:
sum{i in PARADES}sum{j in NODES} demanda[j]*x[i,j];

# Restriccions

#Limitació total parades a obrir
subject to max_parades:
sum{i in PARADES} y[i]=p;
#Possibilitat de no recobriment de demanda
subject to max_assignacio {j in NODES}:
sum{i in PARADES} x[i,j] <= 1;
#Limitació del cost d'assignació
subject to max_camminar {i in PARADES, j in NODES}:
distancies[i,j]*x[i,j]<=d;
#Relació variables binàries (factibilitat)
subject to relacio_binaries {i in PARADES, j in NODES}:
x[i,j]<=y[i];
```

9.2.2 Rutes

```
.mod (secció 5.2.5)

# CONJUNTS

    set NODES;
    param temps_rec{NODES, NODES};
    set DEPOTS;
    set NODES_DEM := NODES diff DEPOTS;
    set DEPOT_INICI;
    set DEPOT_FINAL;
    set DEPOT_INI_DEM := NODES_DEM union DEPOT_INICI;
    set DEPOT_FIN_DEM := NODES_DEM union DEPOT_FINAL;
    set BUSOS;
    set ARCS0 := {i in NODES, j in NODES: temps_rec[i,j] = 0};
    param min_inici{NODES};
    param temps_servei{NODES};
    set ARCS1 := {i in NODES, j in NODES: min_inici[i] + temps_servei[i] +
        2*temps_rec[i,j] <= min_inici[j]};
    set ARCS := ( {i in NODES, j in NODES: i<>j && (i not in DEPOTS or j not
        in DEPOTS) &&
        (j not in DEPOT_INICI) && (i not in DEPOT_FINAL)} diff ARCS0); #diff
        ARCS1;

# limitar temps volta
    set ARCS_FINAL := {i in NODES_DEM, j in DEPOT_FINAL};
    set ARCS_LIMIT := ARCS diff ARCS_FINAL;

# PARÀMETRES

    param capacitat;
    param E;
    param L;
    param M;
    param B;
    param lloguer;
    param entregues{NODES};
    param recollides{NODES};
    param max_inici{NODES};

# VARIABLES

    var x{ARCS, BUSOS} binary;
    var w{NODES, BUSOS};
    var T integer >=0, <= card(BUSOS);

# limitar temps volta
    var phi{NODES} >= 0;
```



```

# FUNCIO OBJECTIU

    minimize temps_total:
lloguer * T + sum{k in BUSOS} sum{(i,j) in ARCS} temps_rec[i,j]*x[i,j,k];

# RESTRICCIONS

    subject to unic_bus_client{i in NODES_DEM}:
sum{k in BUSOS} sum{j in DEPOT_FIN_DEM: (i,j) in ARCS} x[i,j,k]=1;

    subject to unic_desde_depot{k in BUSOS}:
    sum{j in NODES_DEM} x["9017_1",j,k]<=1;

    subject to continuïtat{h in NODES_DEM, k in BUSOS}:
    (sum{i in DEPOT_INI_DEM: (i,h) in ARCS} x[i,h,k]) - (sum{j in
    DEPOT_FIN_DEM:(h,j) in ARCS} x[h,j,k]) = 0;

    subject to unic_fins_depot{k in BUSOS}:
    sum{i in NODES_DEM} x[i,"9017_2",k]<=1;

    subject to arribar_a_temps{(i,j) in ARCS, k in BUSOS}:
w[i,k] + temps_rec[i,j] + temps_servei[i] -M * (1-x[i,j,k]) <= w[j,k];

# TIME WINDOWS

    subject to finestra_node_inf{k in BUSOS, i in NODES_DEM}:
    (min_inici[i] * sum{j in DEPOT_FIN_DEM:(i,j) in ARCS} x[i,j,k]) <=
    w[i,k];

    subject to finestra_node_sup{k in BUSOS, i in NODES_DEM}:
w[i,k] <= (max_inici[i] * sum{j in DEPOT_FIN_DEM:(i,j) in ARCS}
    x[i,j,k]);

    subject to finestra_general_inici_1{k in BUSOS, i in DEPOTS}:
    min_inici[i] <= w[i,k];

    subject to finestra_general_inici_2{k in BUSOS, i in DEPOTS}:
    w[i,k] <= max_inici[i];

# ESTALVI RECURSOS

    subject to estalvi_busos:
sum{j in NODES_DEM} sum{k in BUSOS} x["9017_1",j,k] <= T;

# PICK UP & DELIVERY

```

```

node Nu{i in NODES}: net_out = recollides[i];
    arc u{(i,j) in ARCS} >= 0,
        from Nu[i], to Nu[j];

node Nv{i in NODES}: net_out = entregues[i];
    arc v{(i,j) in ARCS} >= 0,
        from Nv[i], to Nv[j];

    subject to max_u {(i,j) in ARCS}:
u[i,j] <= M * sum{k in BUSOS} x[i,j,k];
    subject to max_v{(i,j) in ARCS}:
v[i,j] <= M * sum{k in BUSOS} x[i,j,k];

    subject to cap{(i,j) in ARCS}:
u[i,j] + v[i,j] <= capacitat;

# LIMITAR TEMPS DE VOLTA

    subject to acumulat {(i,j) in ARCS_LIMIT, k in BUSOS}:
phi[i] + (w[j,k]+temps_servei[j]-w[i,k]) - M * (1 - x[i,j,k]) <= phi[j];

    subject to temps_limitat {j in NODES_DEM}:
phi[j] <= temps_volta_max;

    subject to phi_depots {i in DEPOTS}:
phi[i] = 0;

```

– Taula resultat sortida AMPL, matriu W d'instants de visita (secció 5.2.5)

Ruta	1080_1	1080_2	1080_3	1080_4	1080_5	1080_6
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	234	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	358	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	198	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	398
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	318	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	271	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	1080_7	1302_1	1302_2	1302_3	1376_1	1376_2
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	244	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	365	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	210,4
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	180	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	429	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	196	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	1376_3	1376_4	1376_5	1376_6	1376_7	171_1
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	183
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	246	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	343	0	0	0
66	0	0	0	0	418	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	395	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	292	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	171_2	171_3	171_4	171_5	171_6	171_7
1	0	0	313	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	223,6	0	0	0	0	0
42	0	0	0	337	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	370	0
85	0	0	0	0	0	429
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	272	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	180_2	180_3	180_4	180_5	180_6	2392_1
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	191
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	202	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	262	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	347	0	0
60	0	0	306	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	397	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	2392_2	2392_3	2392_4	2392_5	315_2	315_3
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	253	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	423	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	380	0	0	0
25	0	0	0	0	0	291
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	282	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	297	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	315_4	315_5	3167_1	3167_2	3167_3	3167_5
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	270,9	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	174	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	446	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	466
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	342	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	334	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	3395_1	3395_2	3395_3	3395_4	3395_5	3395_6
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	239	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	410
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	360	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	319	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	277	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	185	0	0	0	0	0

Ruta	3395_7	3745_1	3745_2	3745_3	3745_4	3745_5
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	352
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	314	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	231	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	435	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	282	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	196	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	3745_6	3745_7	482_1	482_2	482_3	482_4
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	310	0
6	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	392	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
37	0	0	197,5	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0
48	0	433	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	369,5
70	0	0	0	259,5	0	0
71	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0

83	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
86	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0

Ruta	482_5	784_1	784_2	784_3	784_4	9017_1
1	0	0	0	0	0	268,2
3	0	0	0	310	0	252,7
4	0	0	0	0	0	184,7
5	0	0	0	0	0	235
6	0	0	0	0	0	190,5
8	0	0	0	0	0	308,7
9	0	0	0	0	0	201,5
12	0	0	0	0	0	348
13	0	0	0	0	0	308
15	0	0	0	0	0	311,5
16	0	0	0	0	0	270
17	0	0	0	0	0	386,3
18	458	0	0	0	0	420,5
19	0	0	0	0	0	154,3
20	0	0	0	0	0	343,3
25	0	0	0	0	0	239,5
26	0	0	0	0	0	148,7
27	0	0	263	0	0	205,7
28	0	0	0	0	0	193,1
31	0	0	0	0	0	348,7
32	0	0	0	0	0	138,2
33	0	0	0	0	0	187
34	0	0	0	0	0	364,1
35	0	0	0	0	0	126,5
37	0	0	0	0	0	160
38	0	236	0	0	0	178,7
39	0	0	0	0	0	168,8
40	0	0	0	0	0	314,1
41	0	0	0	0	0	138,1
42	0	0	0	0	0	292,2
44	0	0	0	0	0	389,1
46	0	0	0	0	0	379,7
48	0	0	0	0	0	389
51	0	0	0	0	0	228,8
54	0	0	0	0	0	245,3
59	0	0	0	0	0	313,8
60	0	0	0	0	0	272,8
64	0	0	0	0	0	301,1
66	0	0	0	0	0	332
70	0	0	0	0	0	222
71	0	0	0	0	0	394,5
72	0	0	0	0	0	363,8
73	0	0	0	0	346	288,7
75	0	0	0	0	0	353,1
77	0	0	0	0	0	268,7
78	0	0	0	0	0	238
79	0	0	0	0	0	221,7

83	0	0	0	0	0	154,1
84	0	0	0	0	0	325,2
85	0	0	0	0	0	384,2
86	0	0	0	0	0	250,1
88	0	0	0	0	0	273,1
89	0	0	0	0	0	290,5
90	0	0	0	0	0	152
91	0	0	0	0	0	231,1
92	0	0	0	0	0	298,1
94	0	0	0	0	0	227,2
96	0	0	0	0	0	139,1

Ruta	9017_2
1	600
3	600
4	600
5	600
6	600
8	600
9	600
12	600
13	600
15	600
16	600
17	600
18	600
19	600
20	600
25	600
26	600
27	600
28	600
31	600
32	600
33	600
34	600
35	600
37	600
38	600
39	600
40	600
41	600
42	600
44	600
46	600
48	600
51	600
54	600
59	600
60	600
64	600
66	600
70	600
71	600
72	600
73	600
75	600
77	600
78	600
79	600

83	600
84	600
85	600
86	600
88	600
89	600
90	600
91	600
92	600
94	600
96	600