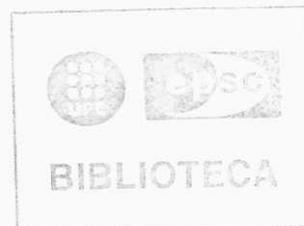




Escola Politècnica Superior
de Castelfelers

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



Problemas resueltos (1)

INTRODUCCIÓ A L'ENGINYERIA

AUTORS: Francesc ROCADEMBOSCH

Ref: ETT/IE/T04/EP1.0

REF. N°..... 25

AHLENS, S.L.
UPC CASTELDEFELS
AVDA. CANAL OLIMPIA
08860 CASTELDEFELS



INTRODUCCION A LA INGENIERIA

ACONDICIONAMIENTO DE SEÑALES QT04

PROBLEMA I

Un fotodiodo de avalancha es un transductor que convierte la potencia óptica incidente en el mismo en una corriente de salida con una responsividad (razón de transducción) dada por:

$$R_i = R_{i0} M \quad \left[\frac{A}{W} \right]$$

donde $R_{i0} = 0.3 \text{ A/W}$ (responsividad intrínseca en corriente) y M es un factor de multiplicación o ganancia interna del fotodiodo, función de la tensión de polarización, V_{pol} .

La hoja de especificaciones (*data sheet*) del fabricante proporciona los siguientes valores de M para distintas polarizaciones:

$$M=80 (V_{pol}=-250 \text{ V}), M=120 (V_{pol}=-275 \text{ V}), M=400 (V_{pol}=-400 \text{ V}).$$

A continuación del fotodiodo sigue un amplificador corriente-tensión (también llamado de transimpedancia) de ganancia $G_T=5 \times 10^3 \text{ V/A}$. El conjunto fotodiodo-amplificador forma el receptor opto-electrónico en cuestión.

Se pide:

- Diagrama de bloques del receptor opto-electrónico así formado, con indicación de las variables de entrada/salida de cada bloque y unidades.

El receptor trabaja con una polarización nominal $V_{pol}=-275 \text{ V}$.

- Calcular la responsividad en corriente, R_i , para dicha polarización.
- Calcular la responsividad en tensión, R_v , para dicha polarización.
- Sensibilidad del receptor.

El fotoreceptor se ilumina ahora con una fibra óptica que proporciona señales luminosas ON/OFF entre $5 \mu\text{W}$ (estado OFF) y $13 \mu\text{W}$ (estado ON). Se pretende visualizar estas señales en un voltímetro cuyo margen dinámico de entrada, MD_{IN} , va de 0 a 10 V.

- Diseñar un circuito de acondicionamiento adecuado, en forma de diagrama de bloques, utilizando un bloque amplificador de ganancia g y un bloque aditivo de offset de valor V_{OS} . Determine los valores de g y V_{OS} adecuados.

Se mide experimentalmente el factor M de multiplicación en función de la tensión de polarización aplicada y se observa que atiende a una curva exponencial de la forma,

$$M = f(V_{pol}) = 1.536 \exp(-15.43 \times 10^{-3} V_{pol})$$

- f) Calcular el error relativo en el factor de multiplicación M, $\varepsilon_{r,M}$, resultante de comparar su valor teórico (*data sheet* del fabricante) con el medido (ajuste exponencial) para las siguientes tensiones de polarización: $V_{pol} = -250, -275$ y -400 V.
- g) Idem el error relativo en la tensión de polarización $V_{pol}, \varepsilon_{r,V}$ para $M = 80, 120, 400$.
- h) ¿Cuál será el margen dinámico de salida del circuito de acondicionamiento, MD_{OUT} , cuando la deriva térmica causa que la responsividad en corriente, R_i ($M = 120$) aumente un 5 %?

SOLUCIONES

b) $R_i=36 \text{ A/W}$, con $M=120$.

c) $R_v=1.8 \times 10^5 \text{ V/W}$, con $M=120$.

d) Sensibilidad = Responsividad. Son sinónimos cuando se habla de transducción de señales.

e) $V_2 = gV_1 + V_{OS}$ con $g=6.944$ y $V_{OS}=-6.250$. (Cfr. Tema 1 pdf, pp.12-13).

f) El error relativo en M se calcula como: $\epsilon_{r,M} = \frac{M|_{V_{pol}} - \hat{M}|_{V_{pol}}}{M|_{V_{pol}}} 100$, donde $M|_{V_{pol}}$ representa el

factor de multiplicación *teórico* del fotodiodo para una tensión de polarización V_{pol} y $\hat{M}|_{V_{pol}}$ el factor de multiplicación *medido* para esa misma tensión polarización. $\epsilon_{r,M}$ puede también darse en valor absoluto y en tanto por uno.

$$\epsilon_{r,M}|_{-250V} = 9.09\%, \quad \epsilon_{r,M}|_{-275V} = 10.87\%, \quad \epsilon_{r,M}|_{-400V} = -83.99\% .$$

g) El error relativo en V_{pol} responde a la pregunta, ¿qué tensión de polarización, \hat{V}_{pol} , debe ajustarse experimentalmente para conseguir un M dado? Puesto que \hat{V}_{pol} difiere de la teórica, V_{pol} , aparece un error,

$$\epsilon_{r,V} = \frac{V_{pol}|_M - \hat{V}_{pol}|_M}{V_{pol}|_M} 100, \quad \text{donde } V_{pol}|_M \text{ representa la tensión de polarización } \textit{teórica}$$

correspondiente a un factor de multiplicación M y $\hat{V}_{pol}|_M$ representa la tensión de polarización *experimental* necesaria.

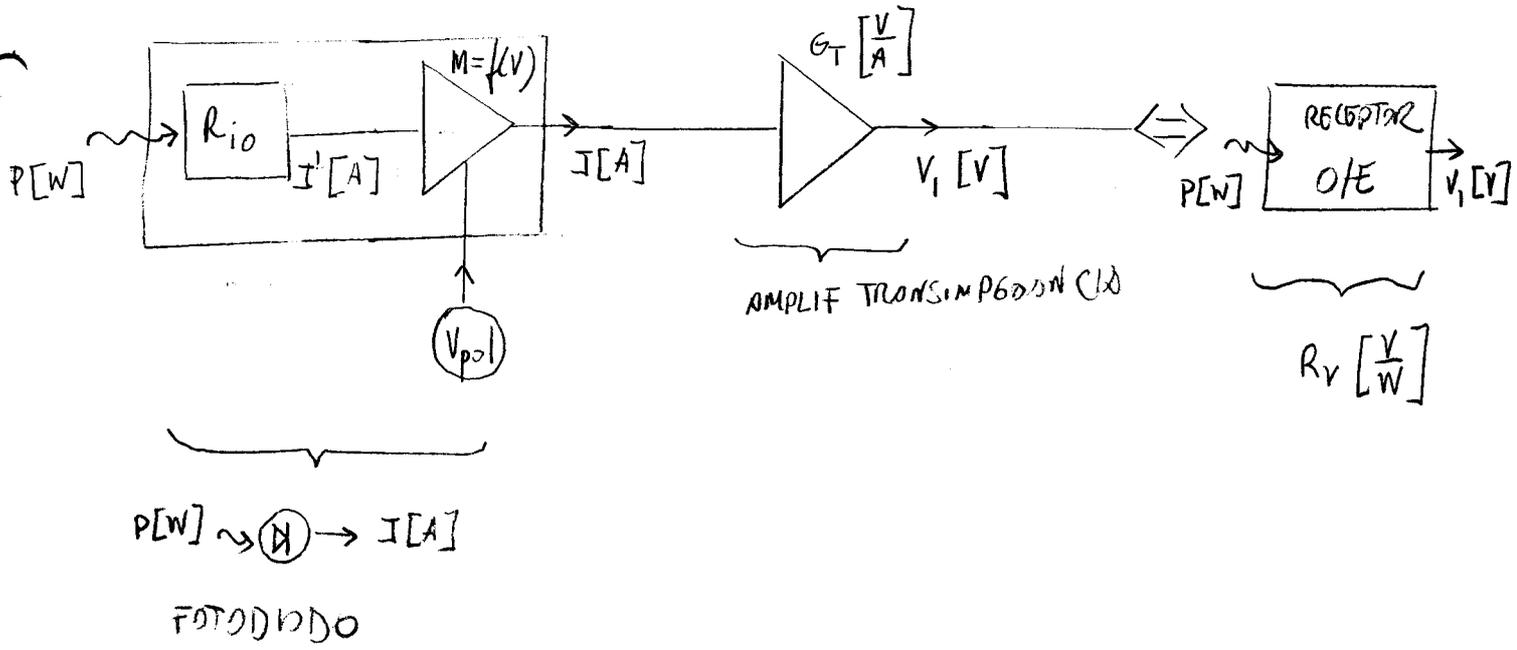
$$\epsilon_{r,V}|_{M=80} = -2.47\%, \quad \epsilon_{r,V}|_{M=120} = -2.71\%, \quad \epsilon_{r,V}|_{M=400} = 9.87\% .$$

i) En ausencia de deriva térmica el margen dinámico va desde $V_{2,A}=0$ hasta $V_{2,B}=10 \text{ V}$ y, en consecuencia, $MD_{out} = V_{2,B} - V_{2,A} = 10V$.

Use que $V_2 = gG_T R_i P + V_{OS}$ con P la potencia óptica incidente [W] y el resto de variables ya se han definido. Se obtiene, $\Delta V_{2,A} = 312.5 \text{ mV}$ (esto es, $V'_{2,A} = 312.5 \text{ mV}$) y $\Delta V_{2,B} = 812.4 \text{ mV}$ (esto es, $V'_{2,B} = 10.812 \text{ mV}$), de forma que $MD'_{out} = 10.5 \text{ V}$ y el voltímetro queda saturado a fondo de escala para $V'_{2,B}$.

Se trata de un error sistemático (Cfr. gráfica en p.14, pdf Tema 1).

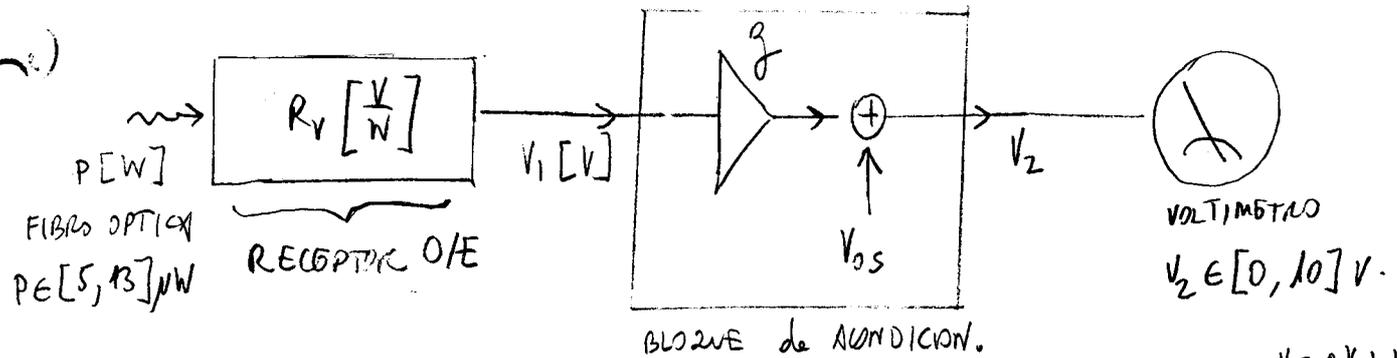
a) DIAGRAMA BLOCKS DEL RECEPTOR OPTOELECTRÓNICO



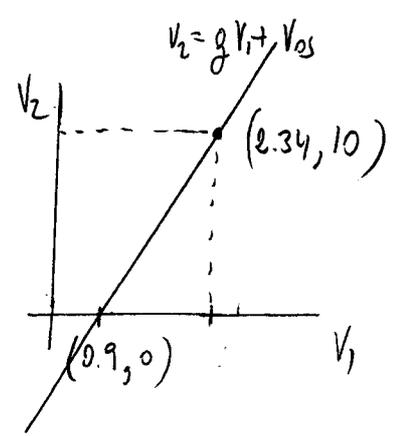
b) $R_i (M=120) = R_{i0} M = 0.3 \text{ A/W} \times 120 = 36 \text{ A/W}$
 $M=120$ para $V_{pol} = -2.75 \text{ V}$

c) $R_V (M=120) = R_i \Big|_{M=120} \quad G_T = 1.8 \times 10^5 \frac{V}{A} \approx 5 \mu\text{W/V}$

d) SENSIBILIDAD = RESPONSIVIDAD



para $\left\{ \begin{array}{l} P = 5 \mu\text{W} \Rightarrow V_1 = R_V P = 0.9 \text{ V} \rightarrow V_2 = 0 \\ P' = 13 \mu\text{W} \Rightarrow V_1' = R_V P' = 2.34 \text{ V} \rightarrow V_2' = 10 \end{array} \right.$
 \Rightarrow debe Mapearse en $\hat{}$



La ecuación de la recta que se obtiene es:

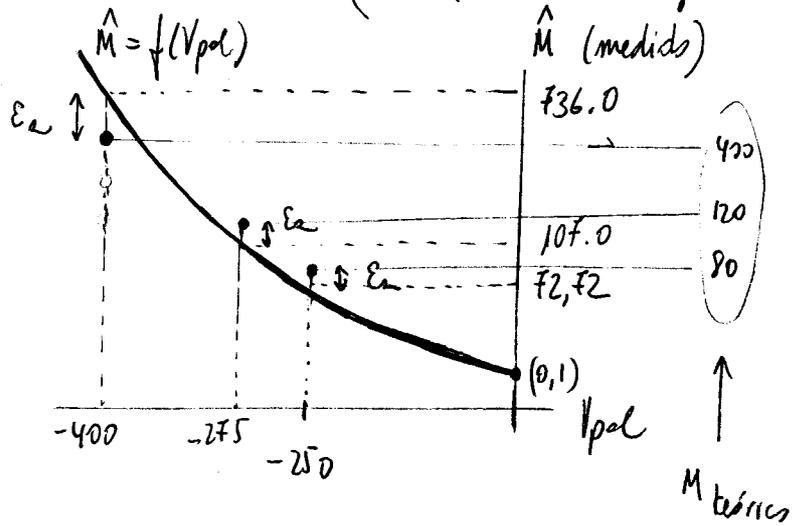
$$V_2 = g V_1 + V_{os} = 6.944 V_1 - 6.250$$

LUEGO: $g = 6.944$ y $V_{os} = -6.250$ en el bloque de acondicionamiento -

$$f) \quad \varepsilon_{r,m} = \frac{M|_{V_{pol}} - \hat{M}|_{V_{pol}}}{M|_{V_{pol}}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_r|_{250V} = \frac{80 - f(-250)}{10} = 9.09\% \\ \varepsilon_r|_{-275} = 10.87\% \\ \varepsilon_r|_{-400} = -83.99\% \end{array} \right.$$

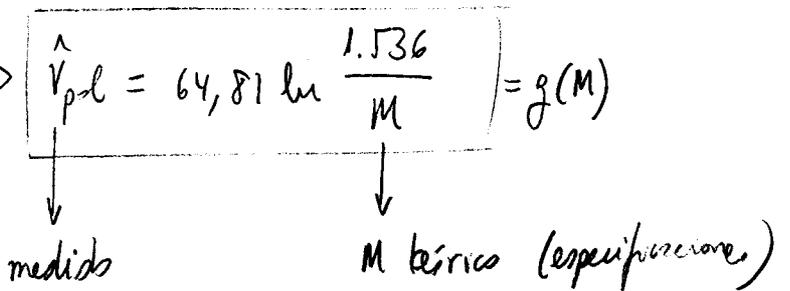
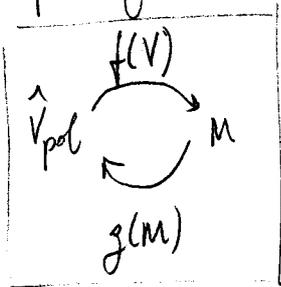
$$\hat{M}|_{V_{pol}} = \hat{M}(V_{pol}) = f(V_{pol}) = 1.536 e^{-15.43 \times 10^{-3} V_{pol}}$$

Notaciones equivalentes



g) el problema inverso de (f).

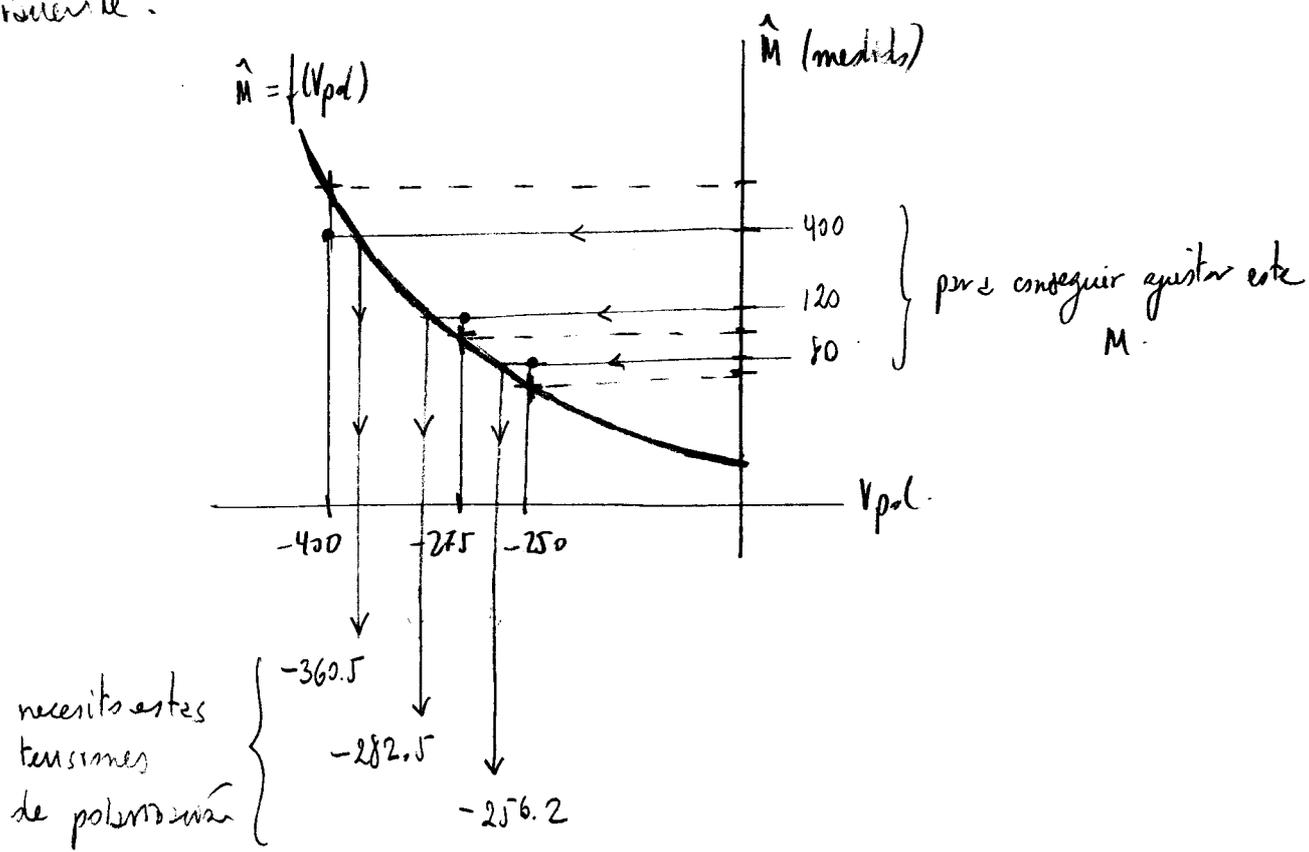
$$\hat{V}_{pol} = g(M) \Rightarrow \text{Despejar} \dots \Rightarrow \hat{V}_{pol} = 64,81 \ln \frac{1.536}{M} = g(M)$$



$g(M)$ responde a la pregunta: ¿Para conseguir un M teórico dado, qué V_{pol} necesito ajustar?

$$\epsilon_{r,v} = \frac{V_{pol}|_M - \hat{V}_{pol}|_M}{V_{pol}|_M} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \epsilon_{r,v}|_{M=80} &= \frac{-250 - z(80)}{-250} = -2.47\% \\ \epsilon_{r,v}|_{M=120} &= \frac{-275 - z(120)}{-275} = -2.71\% \\ \epsilon_{r,v}|_{M=400} &= 9.87\% \end{aligned} \right.$$

donde $z(80) = -256.2 V$; $z(120) = -282.5$ y $z(M=400) = -360.5 V$ representan las tensiones de polarización experimentales necesarias para ajustar $M=80, 120$ y 400 , respectivamente.



h) Para una derivada del 5º.

Notemos, a partir del diagrama de bloques del Apdo. (e) y (2) que:

$$V_2 = z V_1 + V_{os} = g R_i G_T P + V_{os}$$

WEGO

$$V_2(P) = g R_i G_T P + V_{os} \quad \text{donde: } g = 6.944; V_{os} = -6.750; R_i = 36 \text{ n/W}; G_T = 5 \text{ kV/A}.$$

Cuando R_i pasa de R_i a $(1+\alpha)R_i$ ($\alpha = 0.25 = 5\%$):

$$V_{2,A} = g(1+0.25)R_i G_T P_A + V_{os} = 312,5 \text{ mV} \quad \rightarrow \quad \text{para } P_A = 5 \mu\text{W}$$

$$V_{2,B} = g(1+0.25)R_i G_T P_B + V_{os} = 10.812 \text{ mV} \quad \rightarrow \quad \text{para } P_B = 13 \mu\text{W}$$

Por tanto, ahora el margen dinámico de salida del circuito de acondicionamiento va de 312,5 mV a 10.812 V, en vez de 1V a 0 a 10 V como se esperaba.

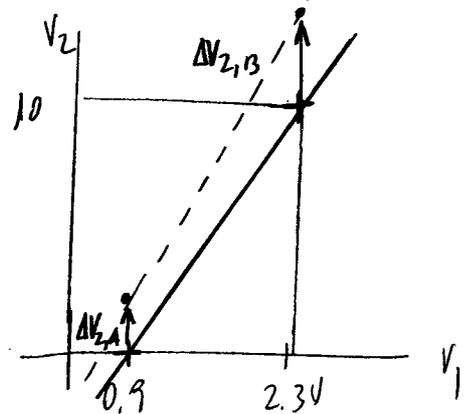
El margen dinámico es, $MD'_{out} = V_{2,B} - V_{2,A} = 10.5$

OTRA FORMA

$$\Delta V_2 = \frac{\partial V_2}{\partial R_i} \Delta R_i = g G_T P \Delta R_i = \left\{ \Delta R_i = 2 R_i, \alpha = 0.25 \right\} = g G_T P \alpha R_i =$$

$$= \begin{cases} \Delta V_{2,A} = 312,5 \text{ mV} \quad \text{para } P = 5 \mu\text{W} \\ \Delta V_{2,B} = 812,4 \text{ mV} \quad \text{para } P = 13 \mu\text{W} \end{cases}$$

Se trata de un error sistemático pq siempre se produce en el mismo sentido. (V_2 es siempre mayor de la tensión esperada).





INTRODUCCION A LA INGENIERIA

DIGITALIZACION DE SEÑALES

QT04

PROBLEMA 2

Las especificaciones de medida de un termómetro digital son las siguientes:

- *Margen dinámico* de medida: De 0°C a 40°C
- *Resolución* de la medida: 0.1°C

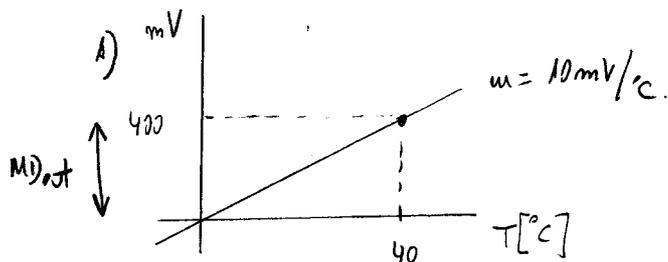
a) Si el termómetro utiliza como sensor de temperatura un sensor PTC de 10 mV/°C de *sensibilidad*, dibuje la *curva de transducción* temperatura-tensión.

b) En el proceso de digitalización de la señal:

- 1) ¿Cuánto vale el *paso de cuantificación*?
- 2) ¿Cuántos *niveles de cuantificación* tiene el conversor A/D (análogo/digital)?
- 3) ¿Cuántos *bits* son necesarios (como mínimo) para digitalizar la señal?

NOTA: Recuerde que el número de bits es siempre un número entero.

VOCABULARIO clave en cursiva.



MD_{at} = MARGEN DINÁMICO de SALIDA del SENSOR

B1) $\Delta = 0.1^\circ C \frac{10 mV}{^\circ C} = 1 mV$

B2) $M = n^2 \text{ niveles} = \frac{MD_{at}}{\Delta} = \frac{400 mV}{1 mV} = 400 \text{ niveles}$

B3) $M \leq 2^n \Rightarrow 400 \leq 2^n \Rightarrow n = 9 \quad (2^9 = 512 \text{ niveles})$

Debe utilizarse un conversor AD de 9 ó más bits.



INTRODUCCION A LA INGENIERIA

TRANSFORMADA DE FOURIER QT04

PROBLEMA 3

Considere las siguientes señales periódicas:

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= \text{sen}(2\pi f_0 t) \\
 x_2(t) &= -2 \text{sen}(600\pi t) \\
 x_3(t) &= 4 \cos(1200\pi t) \\
 x_4(t) &= 4 \text{sen}\left(800\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \\
 x_5(t) &= -x_4(t) \\
 x_6(t) &= x_1(t) + x_2(t) + x_4(t)
 \end{aligned}$$

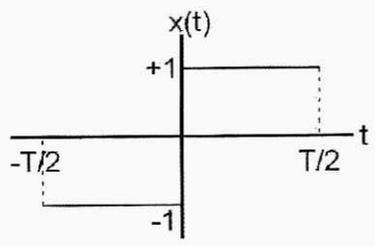
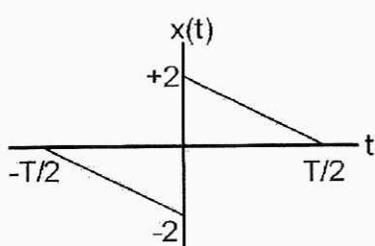
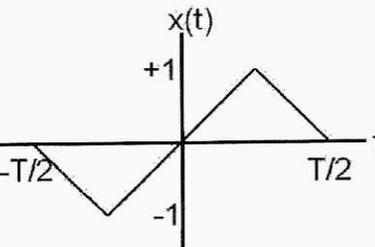
Se toma el criterio de descomposición en serie de Fourier *de senos*,

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \text{sen}(n\omega_0 t + \phi_n) \quad \text{Ec.(1)}$$

y se pide:

- a) Representación frecuencial (o *espectro*) en módulo y fase de la señal (A_n y ϕ_n , respectivamente, sobre el eje positivo de frecuencias).
- b) (Revisión de teoría. Cfr. Tema 2, Sec. 2.1, pp.2-6). Idem representación frecuencial en módulo y fase para las siguientes señales periódicas, de las que se da su función base (esto es una representación de un período de la señal centrado en el origen) y serie de Fourier asociada.

Ayuda: Dado que la serie de Fourier asociada se ha obtenido de tablas matemáticas y no coincide con la formulación de Ec.(1) será preciso que transforme adecuadamente las funciones senoidales de la serie, a fin de evidenciar A_n y ϕ_n , (módulo y fase).

FUNCION	SERIE DE FOURIER ASOCIADA
	$x_A(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ (n \text{ impar})}}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \text{sen}(n\omega_0 t)$ <p data-bbox="662 470 1061 537">Señal cuadrada. Corresponde al ejemplo de Tema.2, p.3, Fig.2.</p>
	$x_B(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \text{sen}(n\omega_0 t)$ <p data-bbox="662 862 1061 963">Señal diente de sierra (sawtooth). Corresponde al ejemplo de Tema.2, p.4, Fig.3.</p>
	$x_C(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ (n \text{ impar})}}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{4}{\pi n^2} \text{sen}(n\omega_0 t)$ <p data-bbox="662 1310 869 1344">Señal triangular.</p>

2) $x_1(t) = \sin(2\pi f_0 t) = 1 \sin(2\pi f_0 t + \phi)$

$x_2(t) = -2 \sin(600\pi t) = 2 \sin(2\pi \cdot 300 t + \pi)$

$x_3(t) = 4 \cos(1200\pi t) = 4 \sin(2\pi \cdot 600 t + \frac{\pi}{2})$

$x_4(t) = 4 \sin(800\pi t + \frac{\pi}{3}) = 4 \sin(2\pi \cdot 400 t + \frac{\pi}{3})$

$x_5(t) = -x_4(t) = 4 \sin(2\pi \cdot 400 t + \frac{4\pi}{3})$
 $= 4 \sin(2\pi \cdot 400 t - \frac{2\pi}{3})$

Criterio de $-\pi \leq \phi_n < \pi$

$x_6(t) =$ Suma de espectros $\rightarrow X_1(\omega) + X_2(\omega) + X_4(\omega)$

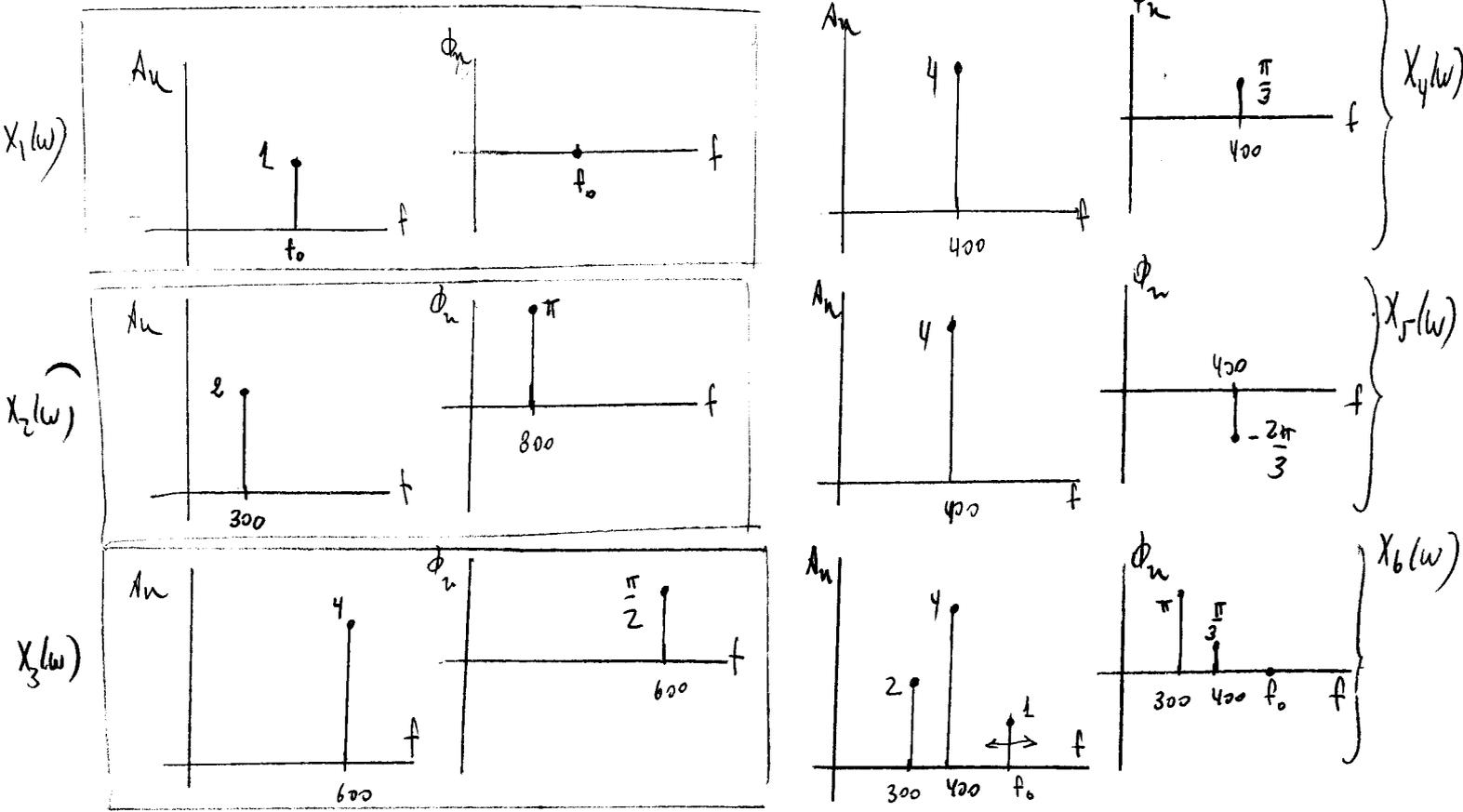
$A_n = 1 \quad \phi_n = \angle A_n = \phi \quad f = f_0$

$A_n = 2 \quad \phi_n = \pi \quad f = 300 \text{ Hz}$

$A_n = 4 \quad \phi_n = \frac{\pi}{2} \quad f = 600 \text{ Hz}$

$A_n = 4 \quad \phi_n = \frac{\pi}{3} \quad f = 400 \text{ Hz}$

$A_n = 4 \quad \phi_n = -\frac{2\pi}{3} \quad f = 400 \text{ Hz}$



$\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x) = -\sin(x - \frac{\pi}{2}) = \sin(x - \frac{\pi}{2} + \pi) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$

b) FORMA BVSCADA $x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n)$.

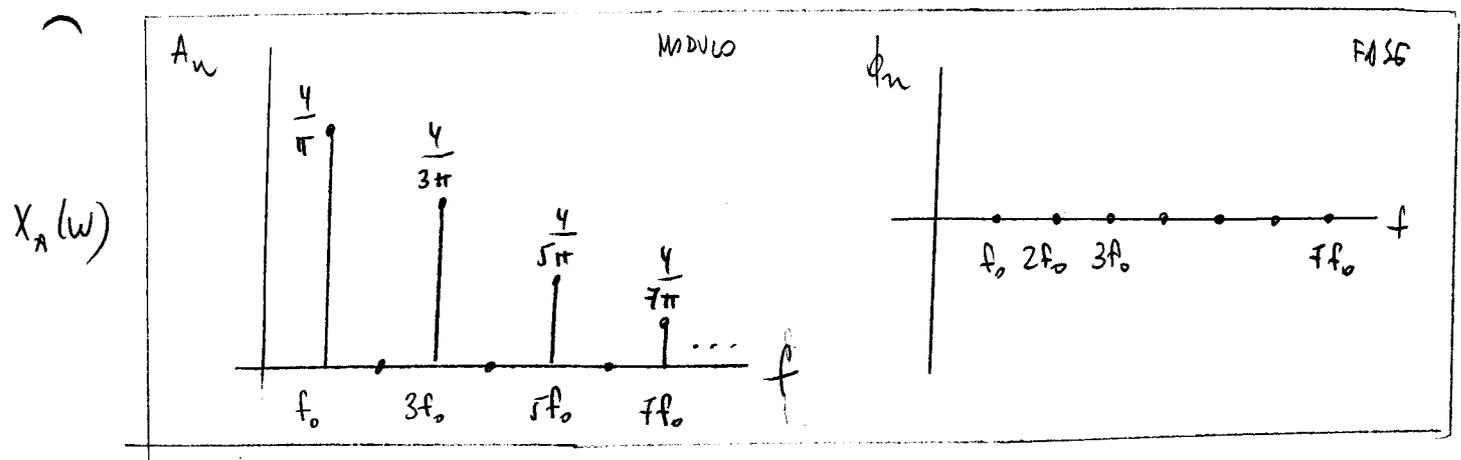
$$x_A(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \sin(n\omega_0 t) =$$

(impar)

$$= \frac{4}{\pi} \sin(\omega_0 t + 0) + \frac{4}{3\pi} \sin(3\omega_0 t + 0) + \frac{4}{5\pi} \sin(5\omega_0 t + 0) + \dots$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 A_1 ϕ_1 A_3 ϕ_3 A_5 ϕ_5

SÓLO ARMÓNICOS IMPARES

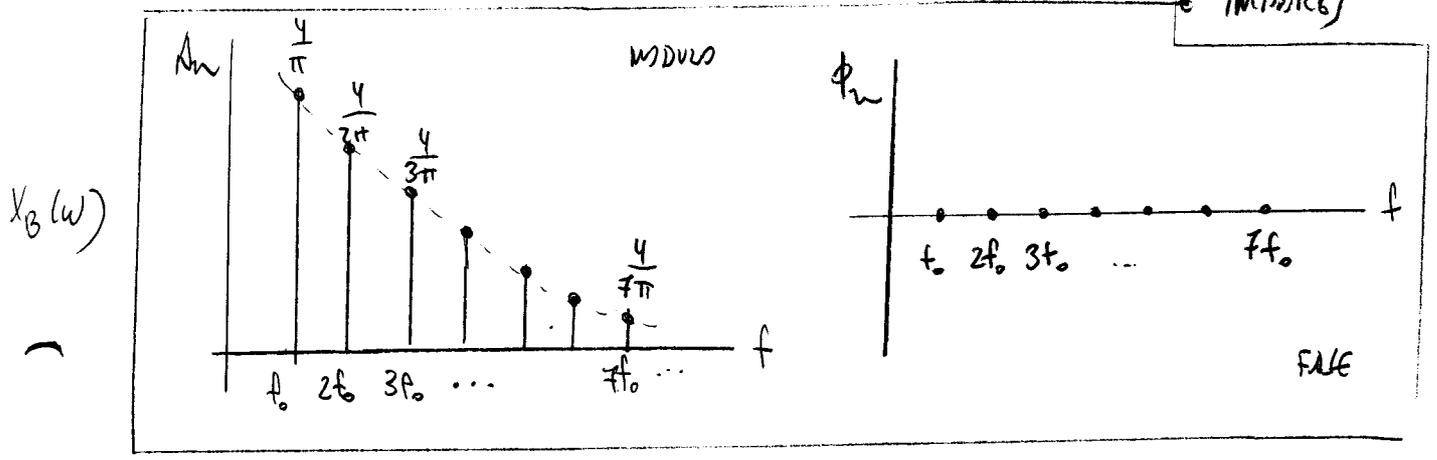


$$x_B(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \sin(n\omega_0 t) =$$

$$= \frac{4}{\pi} \sin(\omega_0 t + 0) + \frac{4}{2\pi} \sin(2\omega_0 t + 0) + \frac{4}{3\pi} \sin(3\omega_0 t + 0) + \dots$$

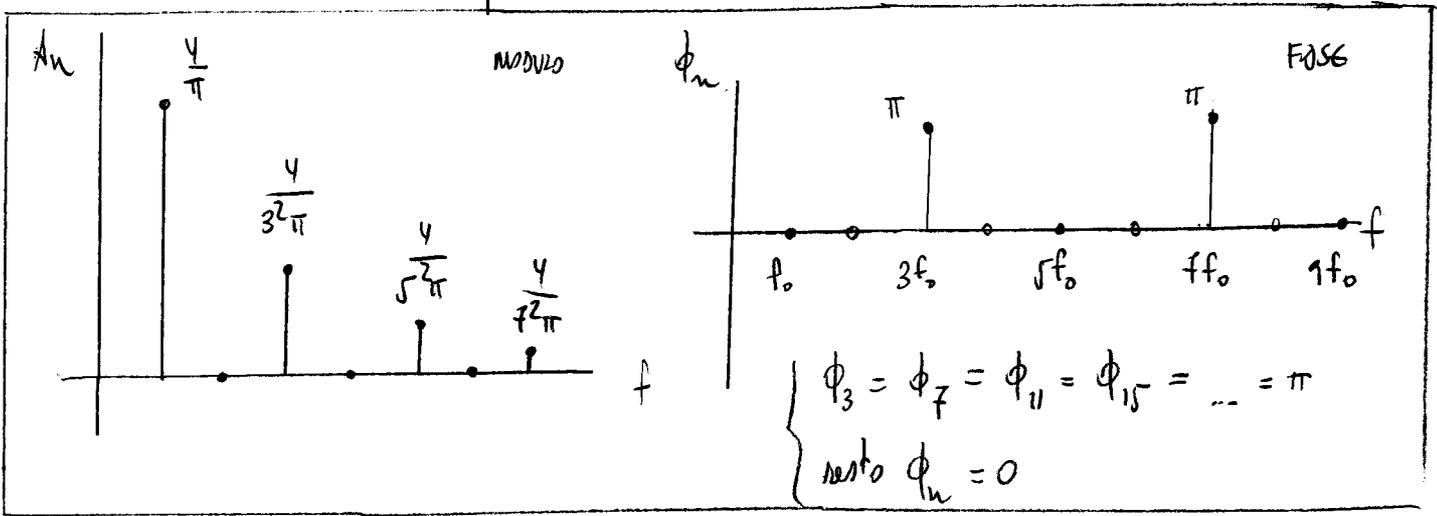
\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 A_1 ϕ_1 A_2 ϕ_2 A_3 ϕ_3

APORÁN ANUNO ARMÓNICOS PARES E IMPARES



$$\begin{aligned}
 c) \quad x_c(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{4}{\pi n^2} \sin(n\omega_0 t) = \\
 &\quad \text{(impar)} \\
 &= \frac{4}{\pi} \sin(\omega_0 t) - \frac{4}{3^2 \pi} \sin(3\omega_0 t) + \frac{4}{5^2 \pi} \sin(5\omega_0 t) - \frac{4}{7^2 \pi} \sin(7\omega_0 t) + \dots = \\
 &= \underbrace{\frac{4}{\pi} \sin(\omega_0 t + 0)}_{A_1, \phi_1} + \underbrace{\frac{4}{3^2 \pi} \sin(3\omega_0 t + \pi)}_{A_3, \phi_3} + \underbrace{\frac{4}{5^2 \pi} \sin(5\omega_0 t + 0)}_{A_5, \phi_5} + \underbrace{\frac{4}{7^2 \pi} \sin(7\omega_0 t + \pi)}_{A_7, \phi_7} + \dots
 \end{aligned}$$

Sólo armónicos IMPARES pero con FASES ALTERNADAS



NOTA: La representación frecuencial de A_n y ϕ_n es conceptualmente idéntica a la representación de $|X(\omega)|$ y $\arg[X(\omega)]$, aunque numérica NO lo son.

Por el momento, y a nivel conceptual, puede asimilarse A_n al concepto de módulo y ϕ_n al de ARGUMENTO. En cursos superiores se aprenderá a calcular $|X(\omega)|$ y $\arg[X(\omega)]$ a partir de ellos, usando el concepto de EXPOSICIÓN COMPLEJA.

