UPC
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Escola Universitària
Politècnica de Barcelona

Departament de
Física Aplicada

FÍSICA APLICADA

PROBLEMES D'INTRODUCCIÓ

Enric Camí

Barcelona, Juliol 1996.

FÍSICA APLICADA

PROBLEMES D'INTRODUCCIÓ

Enric Camí

Barcelona, Juliol 1996.

DEPOSITO LEGAL B- 32.181.-
JULIO 1.996.-

ÍNDEX

PROBLEMES PROPOSATS

1. MOMENT D'UNA FORÇA

1.1.- Calculeu el moment de la força de 300 N respecte cada un dels punts A, B, C, D, E i O que s'indiquen a la Figura 1.1.

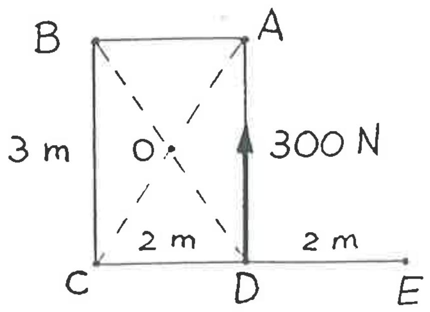


Figura 1.1

1.2.- Calculeu el moment de la força de 70 kp respecte cada un dels punts A, B, C i D que s'indiquen a la Figura 1.2.

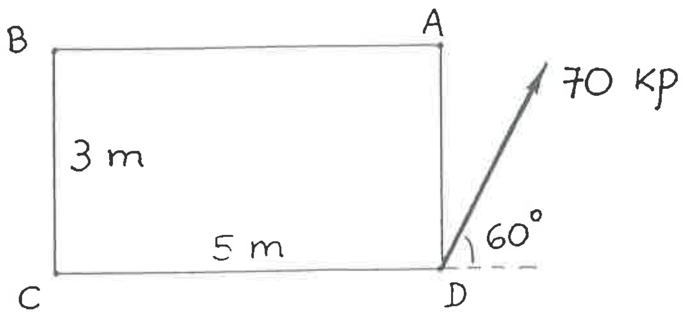


Figura 1.2

1.3.- Sobre el rectangle de la Figura 1.3 actuen les forces que s'indiquen. Calculeu el moment d'aquest sistema de forces respecte cada un dels punts A, C i O.

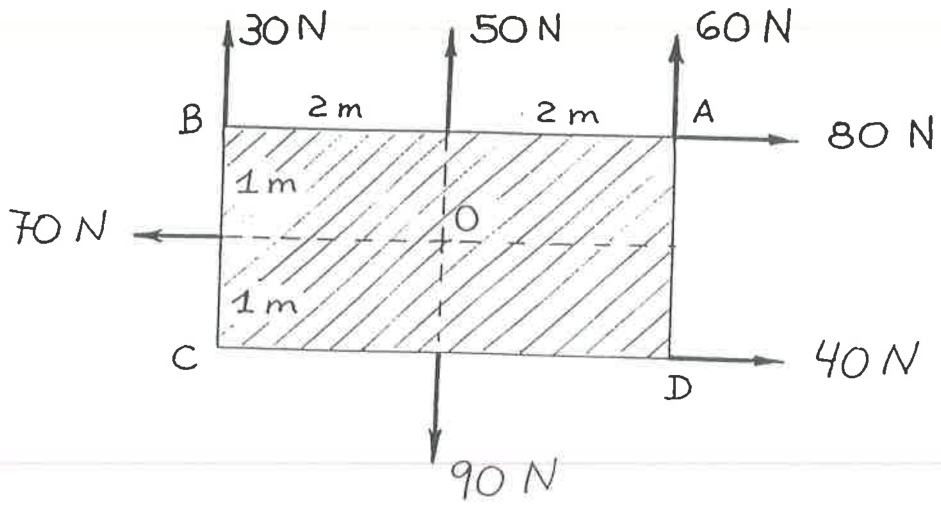


Figura 1.3

1.4.- Sobre el quadrat de la Figura 1.4 actuen les forces que s'indiquen. Calculeu el moment d'aquest sistema de forces respecte els punts A i O.

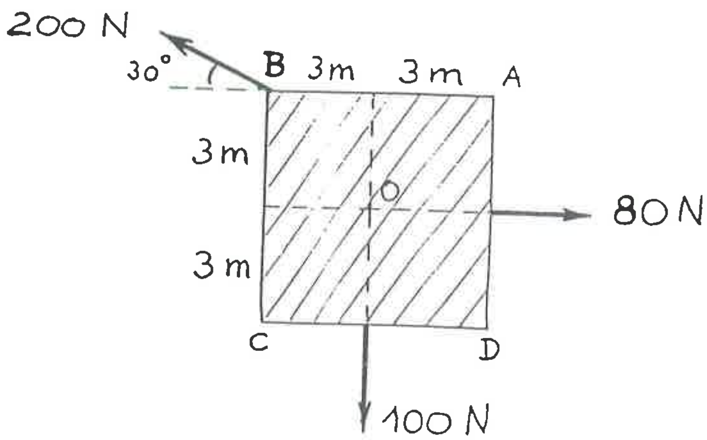


Figura 1.4

1.5.- La recta d'acció de la força **F** = (5,-1,2) N passa pel punt A(1,2,-1). Si les distàncies s'expressen en metres, calculeu el moment d'aquesta força respecte al punt

a) O(0,0,0)

b) P(2,3,1)

c) Q(-4,3,-3)

1.6.- La recta d'acció de la força $\mathbf{F_1}$ = (1,0,1) kp passa pel punt A(5,-3,0) i la de la força $\mathbf{F_2}$ = (2,1,1) kp pel punt B(0,3,-4), on les distàncies s'expressen en metres. Calculeu el moment d'aquest sistema de forces respecte al punt

a) O(0,0,0)

b) P(1,-1,3)

1.7.- Sobre l'ortoedre de la Figura 1.5 actuen dues forces: F_1, dirigida d'A a C i de mòdul 1262 N, i F_2 , dirigida de G a B i de mòdul 3082 N. D'aquest sistema de forces, calculeu:

a) la resultant

b) el moment respecte al punt E.

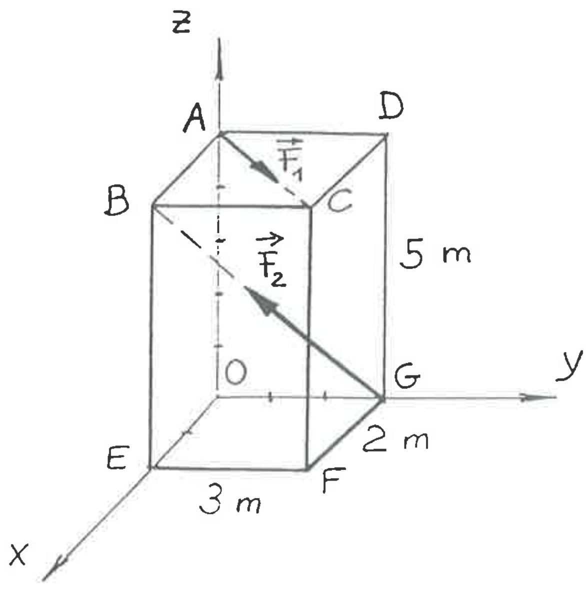


Figura 1.5

1.8.- Calculeu la intensitat i el punt d'aplicació de la resultant de dues forces paral.leles i del mateix sentit de 400 N i 600 N aplicades en dos punts d'una barra a 2.4 m un de l'altre.

1.9.- Calculeu la resultant i l'equilibrant del sistema de forces planes i concurrents següent: $F_1 = 20$ N , $F_2 = 40$ N i $F_3 = 50$ N , que determinen amb l'eix d'abscisses els angles 90°, 135° i 210° respectivament.

2. ESTÀTICA

2.1.- Trobeu la tensió que suporta cada corda de la Figura 2.1 si el cos penjat pesa 800 N.

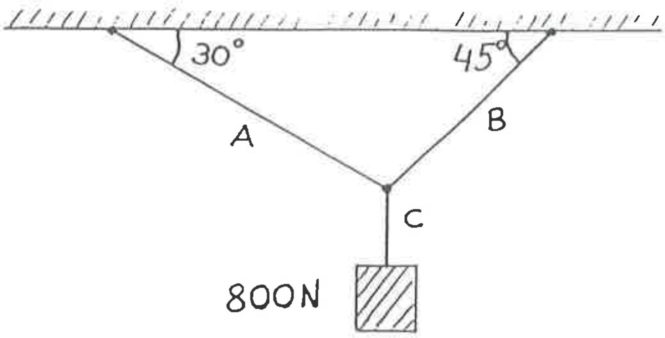


Figura 2.1

2.2.- Calculeu la tensió de cada corda de la Figura 2.2 si el pes del cos és de 20 kp.

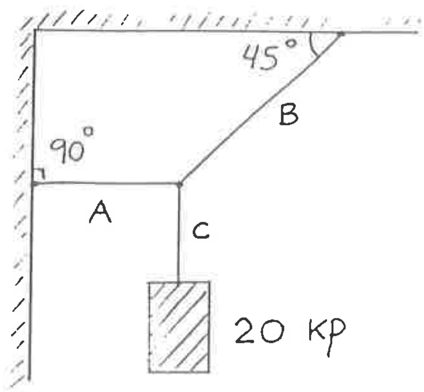


Figura 2.2

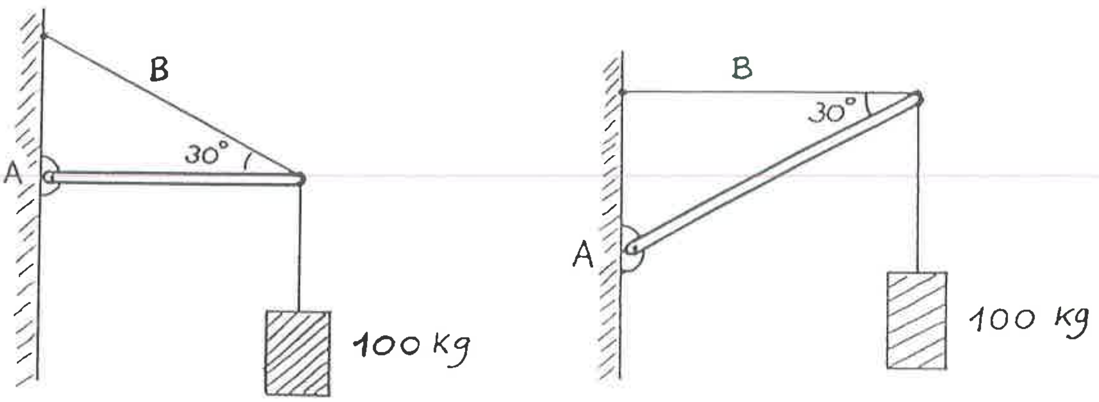
2.3.- Un cos que pesa 500 N està aturat sobre un pla rugós inclinat 30° respecte l'horitzontal.

a) Descompon la força pes en dues components perpendiculars entre elles, una paral.lela al pla inclinat i una altra de perpendicular.

b) Quant val la força de fricció?

c) Quin és el valor de la força normal que fa el pla?

2.4.- Calculeu la reacció a l'articulació A i la tensió del cable B en els dispositius indicats a la Figura 2.3 si el cos penjat té una massa de 100 kg i se suposa que la barra no té pes.



a) b)

Figura 2.3

2.5.- Dos pintors aguanten els extrems d'un tauló horitzontal d'1.2 m de longitud i 4 kp de pes. ¿En quin punt del tauló s'ha de col.locar un bidó de pintura de 12 kp de manera que un pintor suporti el triple de pes que l'altre?

2.6.- El pes de la barra de la Figura 2.4 és de 40 kp i està aplicat en el seu punt mig. Calculeu:

a) La tensió del cable inclinat

b) La reacció a l'articulació.

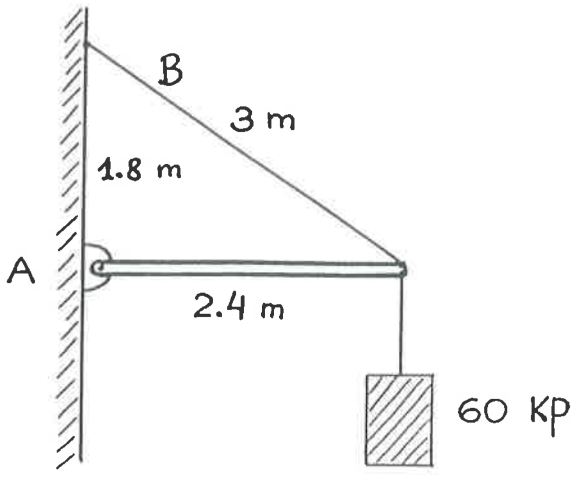


Figura 2.4

2.7.- En el sistema de la Figura 2.5 la barra AB està articulada en A i el seu pes és cinc vegades el pes del cos que penja del cable . En situació d'equilibri el tros de cable que aguanta la barra per l'extrem B està horitzontal. Calculeu l'angle que forma la barra amb l'horitzontal.

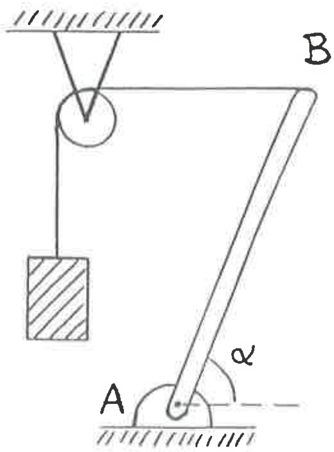


Figura 2.5

2.8.- L'extrem B de la barra AB de la Figura 2.6 descansa sobre una paret vertical sense fricció i a l'extrem A hi ha una articulació. Si sobre l'extrem B s'aplica una força de 3 kN, vertical i dirigida cap avall, calculeu les reaccions a la paret i a l'articulació. Prescindiu del pes de la barra.

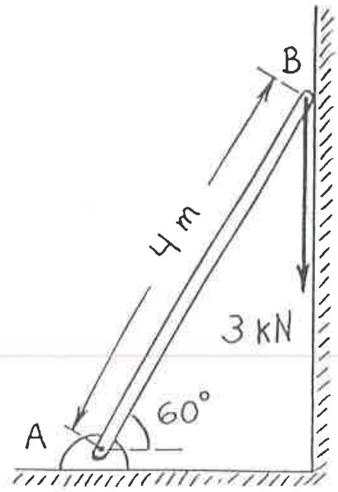


Figura 2.6

2.9.- Un ortoedre uniforme, de base quadrada de 20 cm de costat i 30 cm d'altura, pesa 90 N i està dret i en repòs sobre un pla horitzontal rugós. Se li aplica una força de 27 N, perpendicular a una de les cares rectangulars, a 25 cm del terra i centrada, que no el mou. A quina distància de l'extrem del cos passa la recta d'acció de la força normal?

3. ELASTICITAT

3.1.- ¿Quina força s'ha d'aplicar als extrems d'una barra d'acer d'1,5 m de longitud i 4,5 cm^2 de secció per allargar-la 1 mm? Mòdul de Young de l'acer: $20 \cdot 10^{10}$ N/m^2.

3.2.- Una proveta cilíndrica de formigó, de 15 cm de diàmetre i 30 cm d'altura, és sotmesa a compressió per les seves bases amb forces normals de 14 tones. Calculeu l'escurçament de la proveta. El mòdul de Young del formigó és $2{,}3 \cdot 10^{10}$ Pa i 1 tona són 1000 kp.

3.3.- S'apliquen forces de tracció de 42 kN als extrems d'una barra metàl·lica de forma prismàtica, de dimensions 1,2 m $\times$ 2 cm $\times$ 3 cm. Calculeu el mòdul de Young del metall si la barra s'ha allargat 0,7 mm. Expresseu el resultat en GPa (1 GPa = 10^9 Pa) i en kp/cm^2.

3.4.- La barra lleugera AB de la Figura 3.1 té una longitud de 2 m i una secció de 10 cm^2. Està fixada per A i sotmesa a una força de tracció de 5000 N aplicada a B. Calculeu:

a) l'esforç normal de tracció

b) l'allargament de la barra i la seva deformació relativa si el mòdul de Young del material de la barra és $7 \cdot 10^{10}$ Pa.

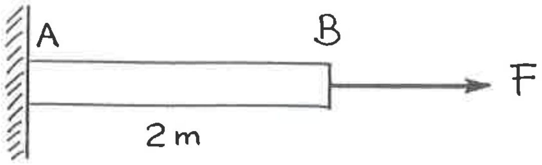
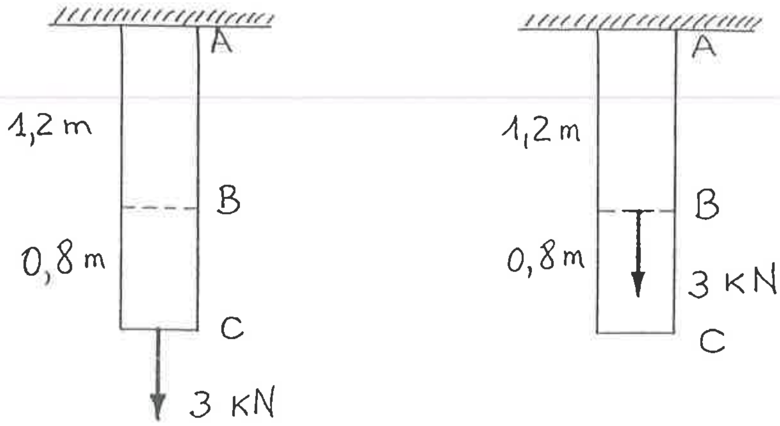


Figura 3.1

3.5.- La secció de les barres lleugeres de la Figura 3.2 és de 4 cm². Calculeu l'esforç normal a cada tram de la barra en tots dos casos.



a) b)

Figura 3.2

3.6.- Calculeu l'allargament de cada barra del problema anterior si el mòdul de Young del material de la barra és 70 GPa.

3.7.- Repetiu el problema 3.5 suposant ara forces de compressió.

4. PRESSIÓ

4.1.- Les densitats d'algunes substàncies (a 0 °C i 1 atm) són en g/cm³

Benzina	0,68
Oli	0,80
Gel	0,92
Aigua	1
Aigua de mar	1,03
Alumini	2,7
Ferro	7,8
Plom	11,3
Mercuri	13,6

a) Expresseu aquestes densitats en kg/m³

b) Quines són les seves densitats relatives?

4.2.- Expresseu en kPa les següents pressions:

a) 35 cm Hg b) 0,87 kp/cm² c) 296 N/m²

4.3.- Calculeu la pressió absoluta i la pressió manomètrica en el fons d'una piscina de 3 m de profunditat.

4.4.- ¿Quina altura de columna d'aigua fa la mateixa pressió que una columna de 760 mm Hg?

4.5.- Els tres recipients de la Figura 4.1 contenen alcohol de densitat relativa 0,81. Si el fons de cada recipient és un cercle d'àrea 300 cm², calculeu:

a) la pressió que fa l'*alcohol* en el fons de cada recipient

b) la força que fa l'*alcohol* sobre el fons de cada recipient

c) el pes de l'alcohol contingut en el recipient A.

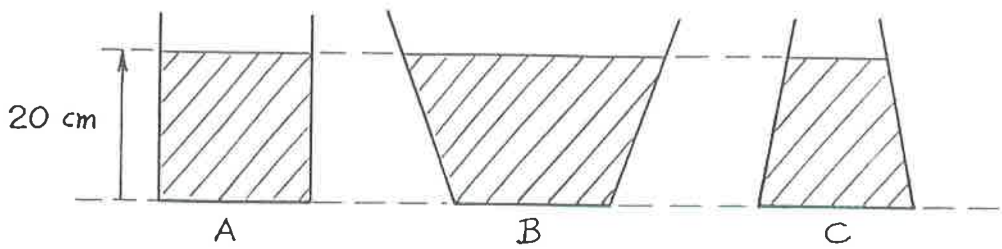


Figura 4.1

4.6.- El dipòsit de la Figura 4.2 està obert a l'atmosfera i conté aigua de mar. Si els punts A, B i C són els centres de tres comportes circulars, de 40 cm de radi, disposades en posició horitzontal, calculeu:

a) la pressió que fa l'*aigua de mar* en els punts A, B i C

b) la força que fa l'*aigua de mar* sobre cada comporta.

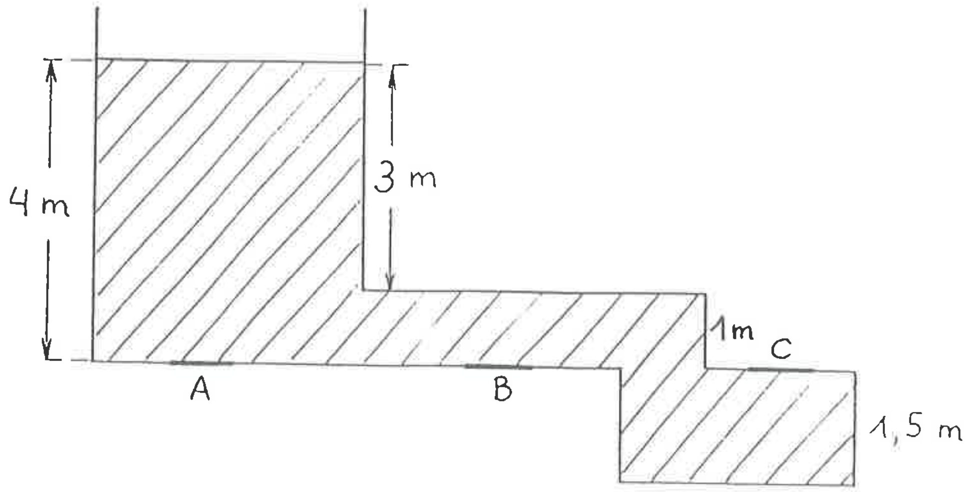


Figura 4.2

5. CENTRE DE GRAVETAT I MOMENT D'INÈRCIA

5.1.- Dues masses, d'1 kg i 5 kg respectivament, estan separades 10 m una de l'altra. Calculeu la posició del centre de masses d'aquest sistema.

5.2.- Tres masses puntiformes estan situades al pla XY de la manera següent: una massa d'1 kg està a l'origen, una segona massa d'1 kg està en x = 4 m sobre l'eix X i l'altra massa, de 2 kg, està al punt x = 2 m, y = 2 m. Calculeu el centre de masses del sistema.

5.3.- Calculeu les coordenades del centre de gravetat de cada una de des peces de la Figura 5.1, que són homogènies, uniformes i de poc gruix.

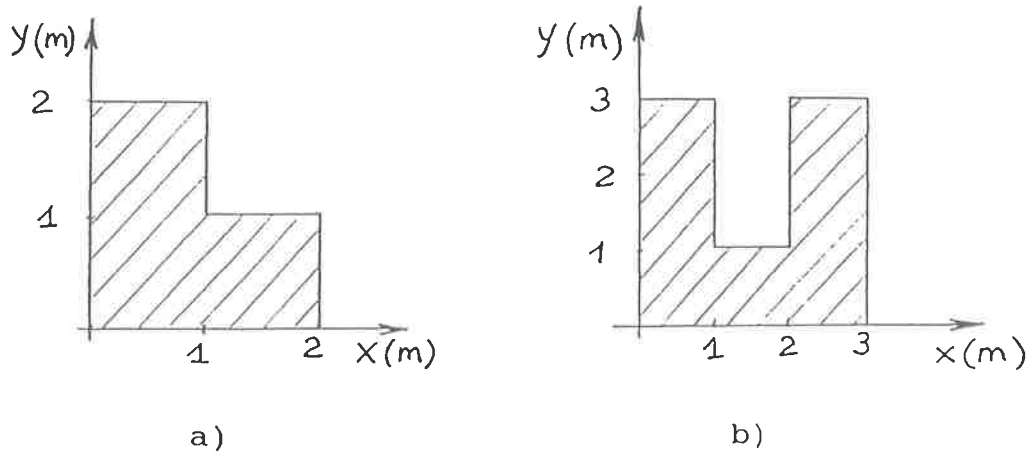


Figura 5.1

5.4.- Calculeu el centre de gravetat d'un triangle equilàter de 6 cm de costat.

5.5.- Calculeu el centre de gravetat d'un triangle rectangle de catets 9 cm i 12 cm tangents respectivament als eixos X i Y.

5.6.- L'ordenada del centre de gravetat d'un semicercle de radi r (amb el diàmetre sobre l'eix X) val $y_G = 4r/3\pi$. Calculeu el centre de gravetat d'un semicercle da radi 18 cm.

5.7.- Calculeu el moment d'inèrcia d'un rectangle de costats 4 m i 2 m, tangents respectivament als eixos X i Y, respecte

a) l'eix X

b) l'eix Y.

5.8.- Calculeu el moment d'inèrcia d'un cercle de 8 cm de radi respecte

a) un eix tangent al cercle

b) un eix paral.lel a l'anterior que passi pel centre del cercle.

5.9.- Calculeu els moments d'inèrcia respecte als eixos X i Y del semicercle de 10 cm de radi que es mostra a la Figura 5.2.

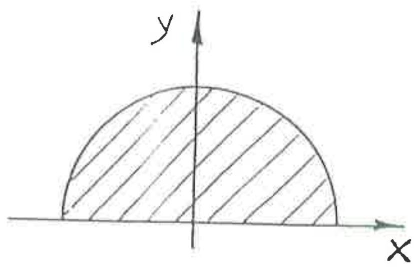


Figura 5.2

5.10.- Calculeu els moments d'inèrcia respecte als eixos X i Y d'un triangle rectangle de catets 5 cm i 2 cm que són tangents als eixos X i Y respectivament.

5.11.- Calculeu el moment d'inèrcia del triangle equilàter de la Figura 5.3, de 6 cm de costat, respecte

a) l'eix X

b) l'eix Y.

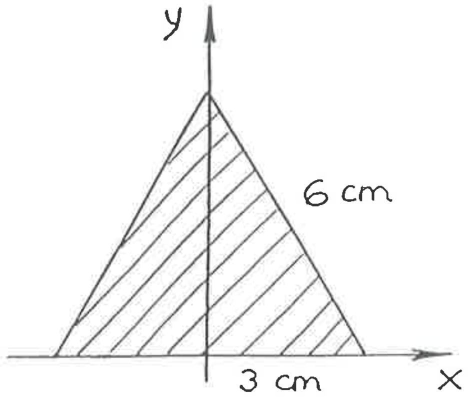


Figura 5.3

RESPOSTES

1. MOMENT D'UNA FORÇA

1.1.- $M_A = M_D = 0$ Nm , $M_B = M_C = +600$ Nm , $M_E = -600$ Nm ,

$M_O = +300$ Nm

1.2.- $M_A = +105$ kp·m , $M_B = +408,1$ kp·m , $M_C = +303,1$ kp·m ,

$M_D = 0$ kp·m

1.3.- $M_A = -30$ Nm , $M_C = +70$ Nm , $M_O = +20$ Nm

1.4.- $M_A = -60$ Nm , $M_O = +219,6$ Nm

1.5.- a) $\mathbf{M_O} = (3,-7,-11)$ Nm

b) $\mathbf{M_P} = (-4,-8,6)$ Nm

c) $\mathbf{M_Q} = (0,0,0)$ Nm

1.6.- a) $\mathbf{M_O} = (4,-13,-3)$ kp·m

b) $\mathbf{M_P} = (9,-20,-7)$ kp·m

1.7.- a) $\mathbf{R} = (1700,-450,2500)$ N

b) $\mathbf{M_E} = (2250,8500,-2100)$ Nm

1.8.- R = 1000 N , x = 1,44 m des d'A

1.9.- R = (-71,58 , 23,28) N , E = (71,58 , -23,28) N

2. ESTÀTICA

2.1.- $T_A = 585,6$ N , $T_B = 717,2$ N , $T_C = 800$ N

2.2.- $T_A = T_C = 20$ kp , $T_B = 28,3$ kp

2.3.- a) F (paral·lela) = 250 N , F (perpendicular) = 433 N

b) F (fricció) = 250 N

c) N = 433 N

2.4.- a) $R_A = (173,2 \ , \ 0)$ kp , $T_B = 200$ kp

b) $R_A = (173,2 \ , \ 100)$ kp , $T_B = 173,2$ kp

2.5.- A 1 m del pintor que aguanta menys

2.6.- a) $T_B = 133,3$ kp

b) $R_A = (106,7 \ , \ 20)$ kp

2.7.- 68,2 °

2.8.- $R_A = (1,73 \ , \ 3)$ kN , $R_B = (-1,73 \ , \ 0)$ kN

2.9.- A 2,5 cm de l'extrem del cos contrari al que s'aplica la força.

3. ELASTICITAT

3.1.- 60 kN

3.2.- -0,1 mm

3.3.- 120 GPa , $1,22 \cdot 10^6$ kp/cm²

3.4.- a) 5 MPa

b) 0,14 mm , $7 \cdot 10^{-5}$

3.5.- a) tram AB i tram BC: +7,5 MPa

b) tram AB: +7,5 MPa , tram BC: 0 Pa

3.6.- a) 0,21 mm

b) 0,13 mm

3.7.- a) tram AB i tram BC: -7,5 MPa

b) tram AB: -7,5 MPa , tram BC: 0 Pa

4. PRESSIÓ

4.1.- a) En kg/m³: 680, 800, 920, 1000, 1030, 2700, 7800, 11300, 13600

b) Sense unitats: 0,68 , 0,80 , 0,92 , 1 , 1,03 , 2,7, 7,8 , 11,3 , 13,6.

4.2.- a) 46,6 kPa

b) 85,3 kPa

c) 0,3 kPa

4.3.- Pressió absoluta: 130,7 kPa, pressió manomètrica: 29,4 kPa

4.4.- 10,3 m

4.5.- a) 1588 Pa

b) 47,6 N

c) 47,6 N

4.6.- a) 40,4 kPa

b) 20,3 kN

5. CENTRE DE GRAVETAT I MOMENT D'INÈRCIA

5.1.- A 8,3 m de la massa d'1 kg, sobre la recta que passa per les dues masses.

5.2.- $x_{CM} = 2$ m , $y_{CM} = 1$ m

5.3.- a) $x_G = y_G = 0{,}83$ m

b) $x_G = 1{,}50$ m , $y_G = 1{,}36$ m

5.4.- $x_G = 0$ m , $y_G = 1{,}73$ m

5.5.- $x_G = 3$ cm , $y_G = 4$ cm

5.6.- $x_G = 0$ cm , $y_G = 7{,}64$ cm

5.7.- $I_x = 10{,}67$ m^4 , $I_y = 42{,}67$ m^4

5.8.- $I_x = 16085$ cm^4 , $I_{xG} = 3217$ cm^4

5.9.- $I_x = I_y = 3927$ cm^4

5.10.- $I_x = 3{,}33$ cm^4 , $I_y = 20{,}83$ cm^4

5.11.- $I_x = 70{,}15$ cm^4 , $I_y = 23{,}38$ cm^4

PROBLEMES RESOLTS

Problema resolt 1

Calculeu el moment de la força de 600 N de la Figura 6.1 respecte als punts A, B i C.

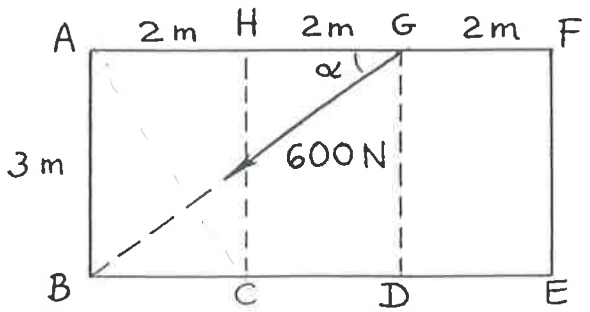


Figura 6.1

Com que la recta d'acció de la força passa per B,

$$M_B = 0 \text{ N·m}$$

La distància BG és 5 m i $\sin\alpha = \frac{3}{5} = 0,6$ i $\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0,8$.

Les components cartesianes rectangulars de la força són (en valor absolut)

$$F_x = F\cos\alpha = 600 \cdot 0,8 = 480 \text{ N}$$

(480 N dirigits cap a l'esquerra)

$$F_y = F \sin\alpha = 600 \cdot 0,6 = 360 \text{ N}$$

(360 N dirigits cap avall)

I els moments,

$$M_A = -360 \cdot 4 = -1440 \text{ N.m}$$

(sentit horari)

La component horitzontal de la força no genera moment respecte al punt A.

$$M_C = +480 \cdot 3 - 360 \cdot 2 = +720 \text{ N.m}$$

(sentit antihorari)

En resum,

$M_A = -1440$ N.m (sentit horari)

$M_B = 0$ N.m

$M_C = +720$ N.m (sentit antihorari)

X

Problema resolt 2

Calculeu el moment respecte al punt E (Fig. 6.2) de la força F que té de mòdul 1262 N i està dirigida d'A a C.

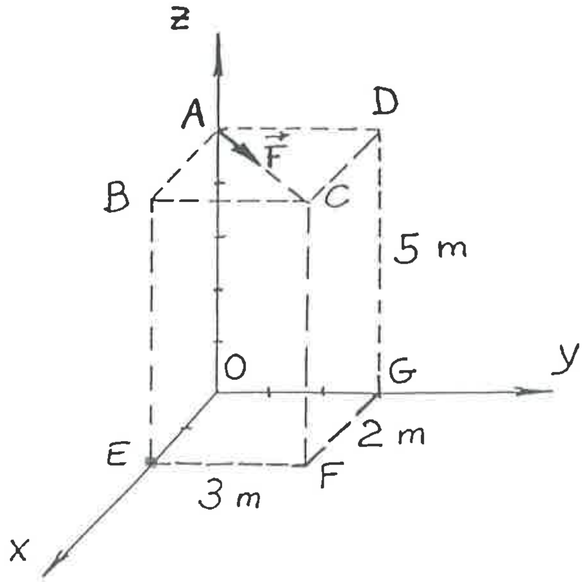


Figura 6.2

Els punts A i C són : $A(0,0,5)$, $C(2,3,5)$

$$\vec{AC} = C - A = (2, 3, 0)$$

$$|\vec{AC}| = +\sqrt{2^2+3^2+0^2} = +\sqrt{13}$$

El vector unitari en la direcció AC (i sentit d'A a C), que és la direcció i sentit de la força, és

$$\vec{u}_{AC} = \frac{(2,3,0)}{\sqrt{13}}$$

L'expressió vectorial de la força és

$$\vec{F} = F\,\vec{u}_{AC} = 1262\,\frac{(2,3,0)}{\sqrt{13}} = 350\,(2,3,0) =$$

$$= (700,\ 1050,\ 0)\ N$$

Per calcular el moment respecte al punt E cal el vector $\vec{EA}$,

$$\vec{M}_E = \vec{EA} \wedge \vec{F}$$

$E(2,0,0)$, $A(0,0,5)$; $\vec{EA} = \mathbf{A} - \mathbf{E} = (-2,0,5)$

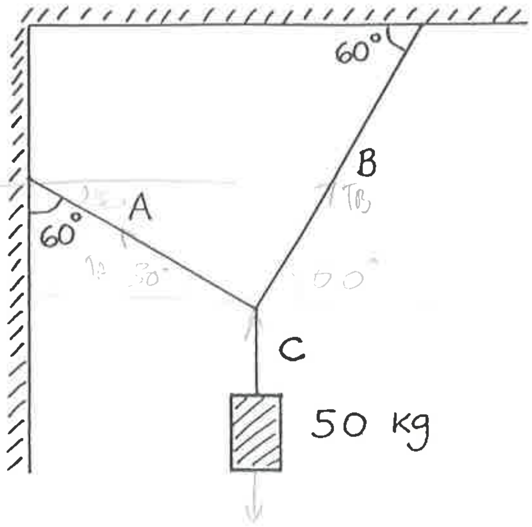
$$\vec{M}_E = \vec{EA} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 0 & 5 \\ 700 & 1050 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -5250\,\vec{i} + 3500\,\vec{j} - 2100\,\vec{k} =$$

$$= (-5250,\ 3500,\ -2100)\ N.m$$

Problema resolt 3

Calculeu la tensió als cables A, B i C de la Figura 6.3 si el cos penjat té una massa de 50 kg.



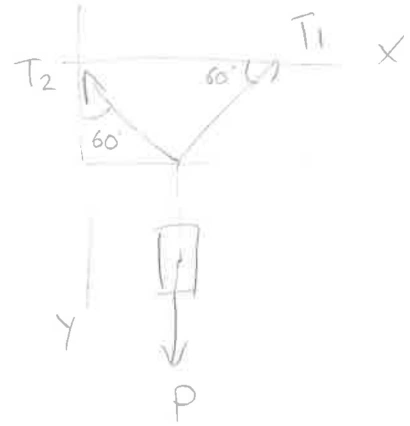


Figura 6.3

El cable A forma 30° amb l'horitzontal i el cable B, 60°.

El cos penjat pesa $P = 50\ kp = 490\ N$

$1\ kp = 9'8\ N$

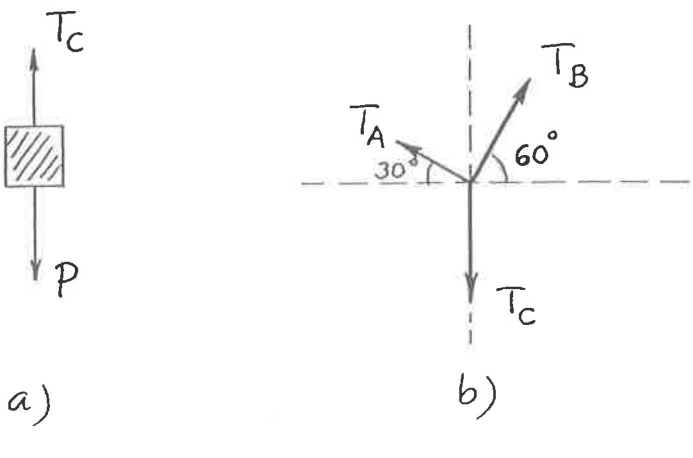


Figura 6.4

Sobre el cos penjat només actuen forces verticals en la mateixa recta d'acció (Figura 6.4 a). Les condicions d'equilibri imposen

$* \ \Sigma F_y = 0 \ \Rightarrow \ T_C = P = 490 \text{ N}$

Les forces T_A, T_B i T_C són concurrents (Figura 6.4 b) Només cal imposar equilibri de forces.

$* \ \Sigma F_x = 0 \ \Rightarrow \ T_B \cos 60° = T_A \cos 30°$

$$T_B = T_A \frac{\cos 30°}{\cos 60°} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} T_A = \sqrt{3} \, T_A$$

$* \ \Sigma F_y = 0 \ \Rightarrow \ T_B \sin 60° + T_A \sin 30° = T_C = 490$

$$T_B \frac{\sqrt{3}}{2} + T_A \frac{1}{2} = 490$$

$$\sqrt{3} \, T_A \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{T_A}{2} = 490$$

$$2T_A = 490 \quad , \quad T_A = 245 \text{ N}$$

$$T_B = \sqrt{3} \, T_A = 245\sqrt{3} = 424,4 \text{ N}$$

En resum,

$$T_A = 245 \text{ N}$$
$$T_B = 424,4 \text{ N}$$
$$T_C = 490 \text{ N}$$

Problema resolt 4

La barra AB de la Figura 6.5 és homogènia i uniforme i pesa 120 N. Està articulada en A, i B recolza en una paret vertical i llisa. Calculeu les reaccions de la paret i de l'articulació.

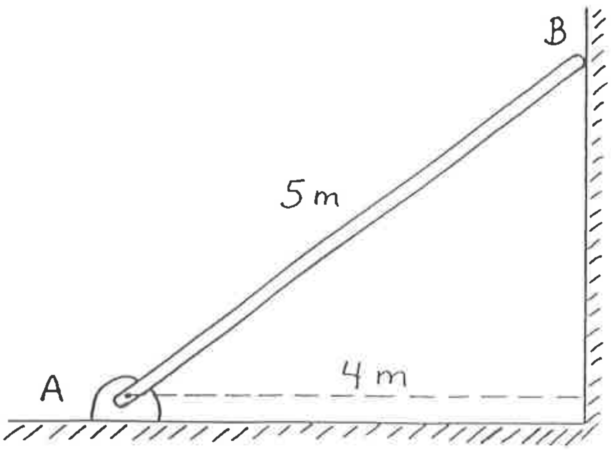


Figura 6.5

El diagrama de sòlid lliure de la barra (Figura 6.6) és

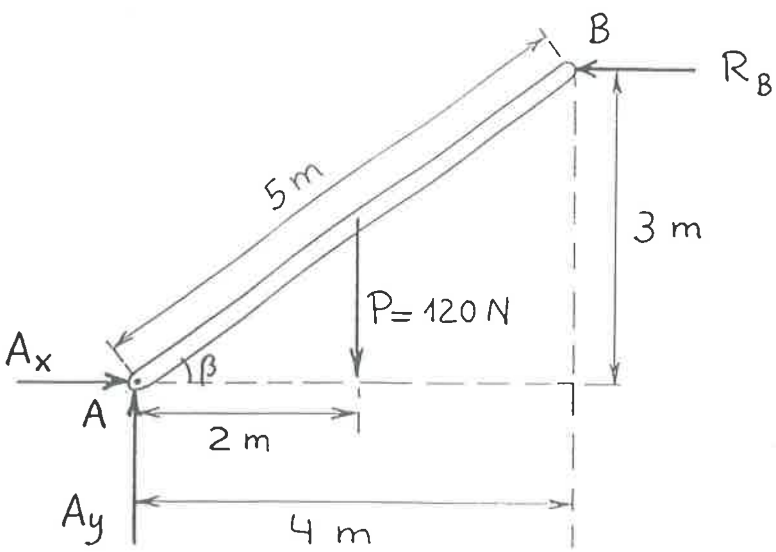


Figura 6.6

Condicions d'equilibri

$* \ \sum F_x = 0 \Rightarrow \quad A_x = R_B$

$* \ \sum F_y = 0 \Rightarrow \quad A_y = P = 120\ N$

$A_y = 120\ N \uparrow$

$* \ \sum M_A = 0 \Rightarrow \quad R_B \cdot 3 = 120 \cdot 2$

$R_B = 80\ N \leftarrow$

$A_x = 80\ N \rightarrow$

Per tant,

reacció de la paret: $\vec{R}_B = (-80, 0)\ N$

mòdul, $R_B = 80\ N$

reacció de l'articulació: $\vec{R}_A = (80, 120)\ N$

mòdul, $R_A = \sqrt{80^2 + 120^2} = 144,2\ N$

angle, $tg\,\alpha = \frac{120}{80} = 1,5 \Rightarrow \alpha = arc\,tg\,1,5 = 56,3^\circ$

La reacció de l'articulació no té la direcció de la barra ($\beta = arc\,tg\,\frac{3}{4} = 36,9^\circ$).

Jo!

Problema resolt 5

Una barra cilíndrica d'acer, de 80 cm de longitud, ha de suportar forces de tracció que mai ultrapassen els 100 kN. Calculeu el diàmetre mínim que ha de tenir aquesta barra de manera que els allargaments no superin en cap cas la dècima de mil·límetre. El mòdul de Young de l'acer és $20\cdot10^{10}$ Pa.

Dades: $\ell = 80\ cm = 0{,}8\ m$

$F = 100\ kN = 10^5\ N$

$\Delta\ell^{max} = 0{,}1\ mm = 10^{-4}\ m$

$Y = 20\cdot10^{10}\ Pa = 20\cdot10^{10}\ \frac{N}{m^2}$

$$\frac{F}{S} = Y\,\frac{\Delta\ell}{\ell} \Rightarrow S = \frac{F\cdot\ell}{Y\,\Delta\ell}$$

Com que l'allargament és directament proporcional a la força, el cas més desfavorable és quan la força val 100 kN. La secció mínima és:

$$S = \frac{F\cdot\ell}{Y\cdot\Delta\ell} = \frac{10^5\,N\cdot 0{,}8\,m}{20\cdot10^{10}\,\frac{N}{m^2}\cdot10^{-4}\,m} = 4\cdot10^{-3}\ m^2$$

La secció recta de la barra cilíndrica és un cercle,

$$S = 4\cdot10^{-3} = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3}\, m^2}{\pi}} = 0{,}036 \ m = 3{,}6 \ cm$$

El diàmetre mínim és:

$$d = 2r = 7{,}2 \ cm$$

Problema resolt 6

Les seccions rectes de l'arbre d'acer ABC de la Figura 6.7 són, respectivament, 8 cm² i 6 cm². Calculeu l'esforç normal que suporta cada element de l'arbre i la seva deformació (en mil·límetres) si el mòdul de Young de l'acer és 200 GPa.

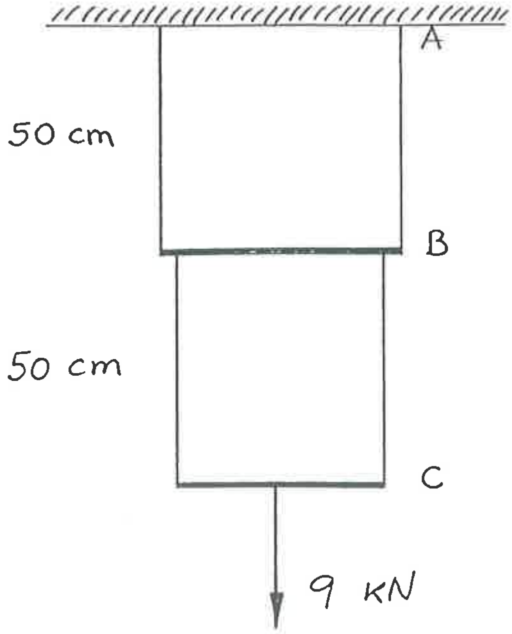


Figura 6.7

Dades: $l_{AB} = l_{BC} = 50\ cm = 0{,}5\ m$

$S_{AB} = 8\ cm^2 = 8 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$S_{BC} = 6\ cm^2 = 6 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$F = 9\ kN = 9 \cdot 10^3\ N$

$Y = 200\ GPa = 20 \cdot 10^{10}\ Pa$

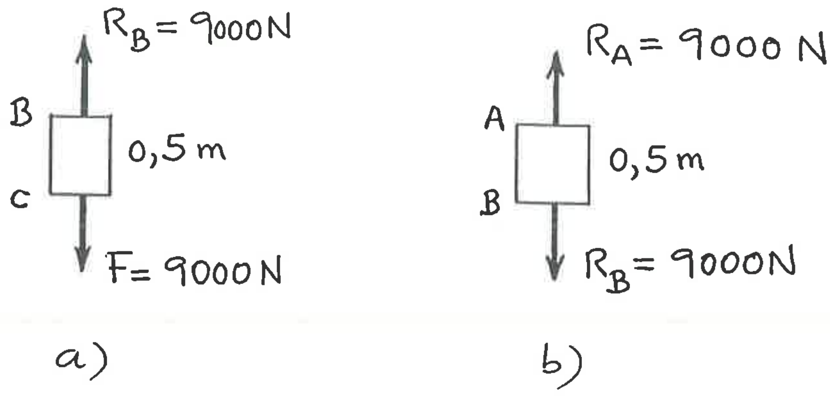


Figura 6. 8

Element BC (Figura 6.8 a)

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{S_{BC}} = \frac{+9 \cdot 10^3 \, N}{6 \cdot 10^{-4} \, m^2} = +15 \cdot 10^6 \, Pa = +15 \, MPa$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{F_{BC} \cdot l_{BC}}{S_{BC} \cdot Y} = \frac{\sigma_{BC} \cdot l_{BC}}{Y} = \frac{+15 \cdot 10^6 \, Pa \cdot 0,5 \, m}{20 \cdot 10^{10} \, Pa} =$$

$$= +3,75 \cdot 10^{-5} \, m \simeq +0,04 \, mm$$

Element AB (Figura 6.8 b)

La força que deforma l'element també és de +9000 N

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{S_{AB}} = \frac{+9 \cdot 10^3 \, N}{8 \cdot 10^{-4} \, m^2} = +11,25 \cdot 10^6 \, Pa = +11,25 \, MPa$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{F_{AB} \cdot l_{AB}}{S_{AB} \cdot Y} = \frac{\sigma_{AB} \cdot l_{AB}}{Y} = \frac{+11,25 \cdot 10^6 \, Pa \cdot 0,5 \, m}{20 \cdot 10^{10} \, Pa} =$$

$$= +2,81 \cdot 10^{-5} \, m \simeq +0,03 \, mm$$

Problema resolt 7

¿A quina profunditat de la superfície lliure del mar la pressió manomètrica és de 3 atm? La densitat de l'aigua de mar és de 1025 kg/m³.

Dades: $\rho = 1025 \; kg/m^3$

$$P_{man} = 3 \; atm = 303\,900 \; Pa = 303\,900 \; N/m^2$$

$$3 \; atm \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \; Pa}{1 \; atm} = 303\,900 \; Pa$$

$$P = P_0 + \rho g h$$

$$P_{man} = P - P_0 = \rho g h$$

$$h = \frac{P_{man}}{\rho g}$$

$$h = \frac{303\,900 \; \frac{N}{m^2}}{1025 \; \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \; \frac{N}{kg}} = 30{,}2 \; m$$

on $g = 9{,}8 \; \frac{m}{s^2} = 9{,}8 \; \frac{N}{kg}$

A 30,2 m de profunditat des del nivell del mar la pressió que fa l'aigua de mar és de 3 atm. La pressió absoluta en aquesta profunditat és de 4 atmosferes.

Problema resolt 8

El dipòsit de la Figura 6.9 està obert a l'atmosfera i conté un líquid de densitat 0,9 g/cm³. Les comportes A i B són circulars, de radi 20 cm, i estan disposades horitzontalment. Calculeu:

a) la pressió que fa *el líquid* en cada comporta

b) la força que fa *el líquid* sobre cada comporta.

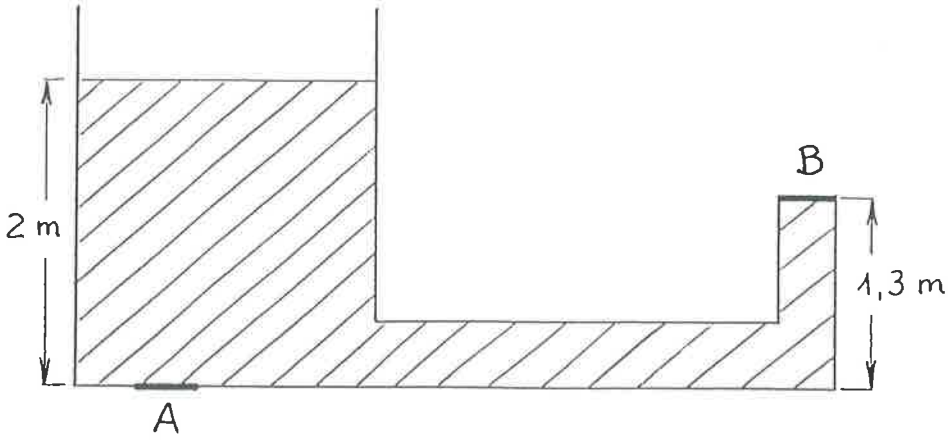


Figura 6.9

Dades :

$$\rho = 0,9 \frac{g}{cm^3} = 900 \frac{kg}{m^3}$$

$$g = 9,8 \frac{N}{kg}$$

$$h_A = 2 m$$

$$h_B = 2 - 1,3 = 0,7 m$$

des del nivell superfície lliure del líquid

$$r_A = r_B = 20 cm = 0,2 m$$

a)

La pressió que fa el líquid és la pressió manomètrica.

$$p_A = \rho g h_A = 900 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{N}{kg} \cdot 2\ m =$$

$$= 17640 \frac{N}{m^2} = 17640\ Pa$$

$$p_B = \rho g h_B = 900 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{N}{kg} \cdot 0{,}7\ m =$$

$$= 6174 \frac{N}{m^2} = 6174\ Pa$$

b)

$$S_A = S_B = \pi r^2 = \pi \cdot (0{,}2\ m)^2 = 0{,}13\ m^2$$

$$p = \frac{F}{S}$$

$$F_A = p_A \cdot S_A = 17640 \frac{N}{m^2} \cdot 0{,}13\ m^2 \simeq 2290\ N$$

$$F_B = p_B \cdot S_B = 6174 \frac{N}{m^2} \cdot 0{,}13\ m^2 \simeq 800\ N$$

Problema resolt 9

Calculeu les coordenades del centre de gravetat de la superfície de la Figura 6.10 referides als eixos X i Y. Les dimensions són en centímetres.

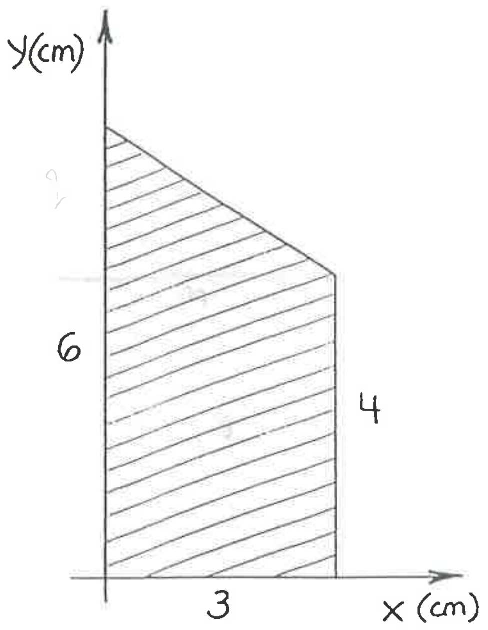


Figura 6.10

La superfície es pot descompondre en :

(1) un rectangle de 3 cm × 4 cm tangent als eixos X i Y

(2) un triangle rectangle de base 3 cm i altura 2 cm , situat sobre el rectangle

Rectangle

$$x_{G1} = \frac{1}{2} 3 = 1{,}5 \text{ cm}$$

$$y_{G1} = \frac{1}{2} 4 = 2 \text{ cm}$$

$$S_1 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$$

Triangle

$$x_{G_2} = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 \text{ cm}$$

$$y_{G2} = 4 + \frac{1}{3} \cdot 2 = 4{,}67 \text{ cm}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 2 = 3 \text{ cm}^2$$

Conjunt

$$x_G = \frac{x_{G1} \cdot S_1 + x_{G2} \cdot S_2}{S_1 + S_2} = \frac{1{,}5 \cdot 12 + 1 \cdot 3}{12 + 3} =$$

$$= \frac{21}{15} = 1{,}40 \text{ cm}$$

$$y_G = \frac{y_{G1} \cdot S_1 + y_{G2} S_2}{S_1 + S_2} = \frac{2 \cdot 12 + 4{,}67 \cdot 3}{12 + 3} =$$

$$= \frac{38}{15} = 2{,}53 \text{ cm}$$

Problema resolt 10

Calculeu el moment d'inèrcia respecte a l'eix X de la superfície de la Figura 6.11.

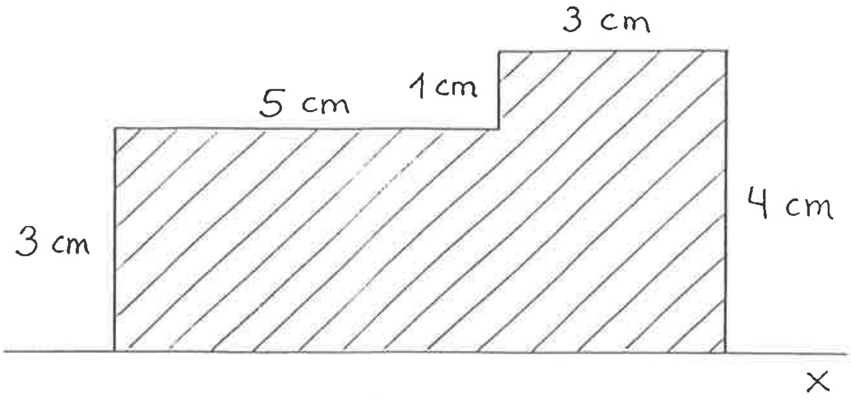


Figura 6.11

Si es descompon la superfície en dos rectangles tangents a l'eix X i (1) és el rectangle de 5 cm x 3 cm i (2) el rectangle de 3 cm x 4 cm,

$$I_{1X} = \frac{1}{3}\,5 \cdot 3^3 = 45 \text{ cm}^4$$

$$I_{2X} = \frac{1}{3}\,3 \cdot 4^3 = 64 \text{ cm}^4$$

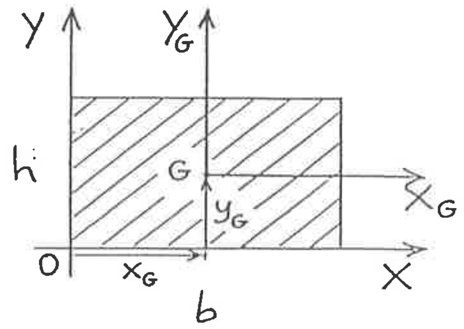
El moment d'inèrcia de la superfície completa és la suma d'aquests dos moments d'inèrcia

$$I_X = I_{1X} + I_{2X} = 45 + 64 = 109 \text{ cm}^4$$

TAULES

CENTRES DE GRAVETAT I MOMENTS D'INÈRCIA DE SUPERFÍCIES PLANES

<u>Rectangle</u> (de costats b i h)



$$x_G = \frac{b}{2}$$

$$y_G = \frac{h}{2}$$

$$S = b \cdot h$$

$$I_X = \frac{1}{3}\, b\, h^3 \qquad I_{X_G} = \frac{1}{12}\, b\, h^3$$

$$I_Y = \frac{1}{3}\, h\, b^3 \qquad I_{Y_G} = \frac{1}{12}\, h\, b^3$$

$$I_O = \frac{1}{3}\, bh\,(b^2 + h^2) \qquad I_G = \frac{1}{12}\, bh\,(b^2 + h^2)$$

<u>Quadrat</u> (de costat ℓ)

Cas particular del rectangle: $b = h = \ell$

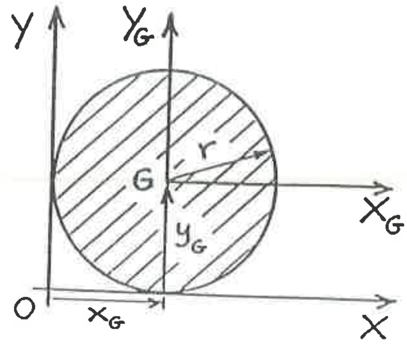
$$x_G = y_G = \frac{\ell}{2} \quad , \quad S = \ell^2$$

$$I_X = \frac{1}{3}\,\ell^4 \qquad I_{X_G} = \frac{1}{12}\,\ell^4$$

$$I_Y = \frac{1}{3}\,\ell^4 = I_X \qquad I_{Y_G} = \frac{1}{12}\,\ell^4 = I_{X_G}$$

$$I_O = \frac{2}{3}\,\ell^4 \qquad I_G = \frac{1}{6}\,\ell^4$$

Cercle (de radi r)



$$x_G = y_G = r$$

$$S = \pi r^2$$

$$I_X = \frac{5}{4}\pi r^4$$

$$I_Y = \frac{5}{4}\pi r^4 = I_X$$

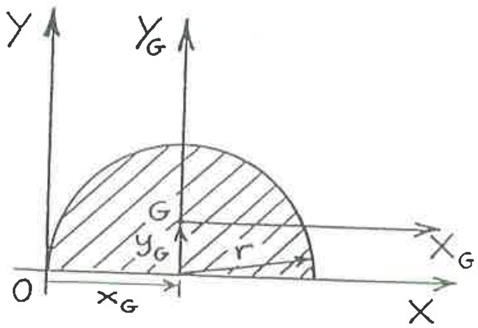
$$I_O = \frac{5}{2}\pi r^4$$

$$I_{X_G} = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$I_{Y_G} = \frac{1}{4}\pi r^4 = I_{X_G}$$

$$I_G = \frac{1}{2}\pi r^4$$

Semicercle (de radi r)



$$x_G = r$$

$$y_G = \frac{4r}{3\pi}$$

$$S = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$I_X = \frac{1}{8}\pi r^4$$

$$I_Y = \frac{5}{8}\pi r^4$$

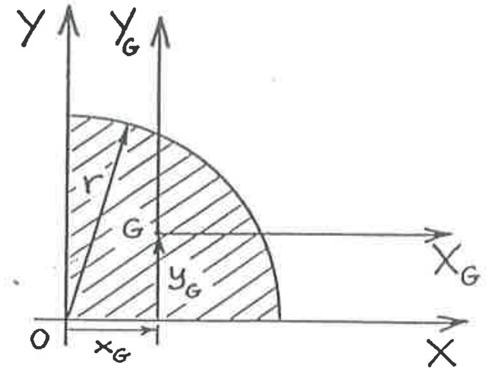
$$I_O = \frac{3}{4}\pi r^4$$

$$I_{X_G} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) r^4$$

$$I_{Y_G} = \frac{1}{8}\pi r^4$$

$$I_G = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{8}{9\pi}\right) r^4$$

Quadrant (de radi r)



$$x_G = y_G = \frac{4r}{3\pi}$$

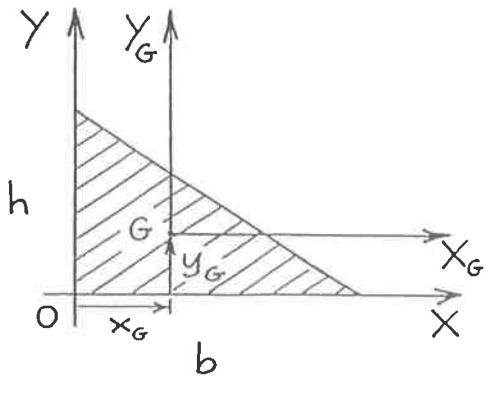
$$S = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$I_X = \frac{1}{16}\pi r^4 \qquad I_{X_G} = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right) r^4$$

$$I_Y = \frac{1}{16}\pi r^4 = I_X \qquad I_{Y_G} = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right) r^4 = I_{X_G}$$

$$I_O = \frac{1}{8}\pi r^4 \qquad I_G = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) r^4$$

Triangle rectangle (de base b i altura h)



$$x_G = \frac{b}{3}$$

$$y_G = \frac{h}{3}$$

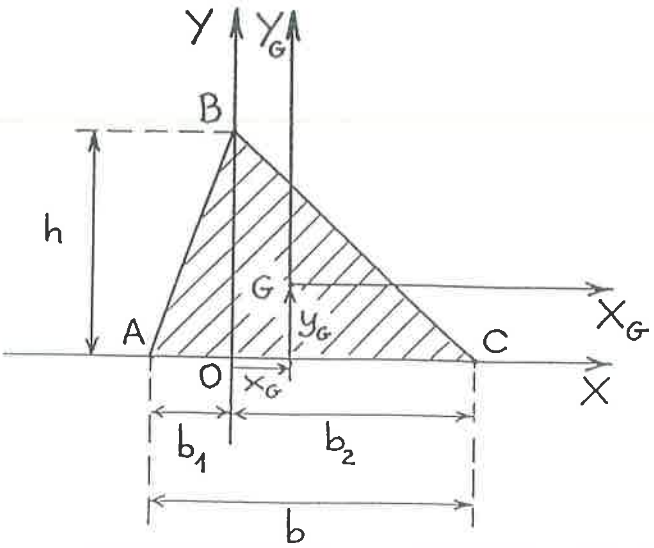
$$S = \frac{b.h}{2}$$

$$I_X = \frac{1}{12} b h^3 \qquad I_{X_G} = \frac{1}{36} b h^3$$

$$I_Y = \frac{1}{12} h b^3 \qquad I_{Y_G} = \frac{1}{36} h b^3$$

$$I_O = \frac{1}{12} bh(b^2+h^2) \qquad I_G = \frac{1}{36} bh(b^2+h^2)$$

Triangle (de base b i altura h)



$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{b_2 - b_1}{3} \quad , \quad b_1 \geq 0 \ , \quad b_2 \geq 0$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{h}{3}$$

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$I_X = \frac{1}{12} b h^3$$

$$I_Y = \frac{1}{12} h \left(b_1^3 + b_2^3 \right)$$

$$I_O = \frac{1}{12} h \left(b h^2 + b_1^3 + b_2^3 \right)$$

$$I_{X_G} = \frac{1}{36} b h^3$$

$$I_{Y_G} = \frac{1}{36} h \left(b_1^3 + 2 b_1^2 b_2 + 2 b_1 b_2^2 + b_2^3 \right)$$

$$I_G = \frac{1}{36} b h \left(h^2 + b_1^2 + b_1 b_2 + b_2^2 \right)$$

BIBLIOGRAFIA

Teoria. Bibliografia bàsica

FERNANDEZ; PUJAL. *Iniciación a la Física.* Ed. Reverté, 1985.

SEARS; ZEMANSKY; YOUNG. *Física universitaria.* Ed. Addison-Wesley, 1987.

TIPLER, P.A. *Física.* Ed. Reverté, 1994.

Teoria i problemes. Bibliografia complementària

BEER; JOHNSTON. *Estática.* Ed. McGraw-Hill, 1992.

CAMI, E. *Vectors lliscants.* Aula Teòrica num. 3, Edicions UPC, 1993.

MERIAM. *Estática.* Ed. Reverté, 1986.

Problemes. Apunts

AUGUET; CAMI; PEÑARANDA; RODRIGUEZ. *Problemas resueltos de Estática.* (1991).

AUGUET; CAMI; PEÑARANDA. *Elasticidad. Problemas resueltos.* (1995).

CAMI, E. *Centres de gravetat. Problemes resolts.* (1995).

CAMI, E. *Moments d'inèrcia i cercle de Mohr. Problemes resolts.* (1993).

CAMI, E. *Fluids. Problemes resolts.* (1993).

Editats pel Servei de Publicacions de l'Escola Universitària Politècnica de Barcelona.