



Escola de Camins
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

**Técnicas de refinamiento de malla
por el Método de Elementos de
Partículas Finitas (PFEM).
Aplicación de la simulación
numérica en los desastres
naturales**

Treball realitzat per:
Josep El Khouri López

Dirigit per:
Alessandro Franci i Ignasi De Pouplana Sardà

Màster en:
Enginyeria de Camins, Canals i Ports

Barcelona, **28/09/2022**

Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental

TREBALL FINAL DE MÀSTER

RESUMEN

En la presente tesis se ha llevado a cabo un estudio sobre la aplicación de técnicas de refinamiento con método de elementos de partículas finitas (PFEM). El PFEM es un modelo que utiliza un marco Lagrangiano para la resolución de las ecuaciones de gobierno del problema utilizando el Método de Elementos Finitos (FEM). Este método se basa en el cálculo de las trayectorias de partículas (nodos) en función de las propiedades físicas y geométricas en cada instante de tiempo.

El objetivo principal de esta tesis es aplicar técnicas de refinamiento en problemas de dinámica de fluidos con superficie libre para optimizar el coste computacional de la resolución de problemas típicamente costosos. Particularmente, se simulará numéricamente un desastre natural, analizando la caída del deslizamiento de ladera por una pendiente e impactando hacia un cuerpo de agua en reposo, con la posterior generación y propagación de la ola y finalmente provocando un run-up en la orilla opuesta. Por tanto, se pretende utilizar diferentes técnicas de refinamiento para poder reducir de gran modo el coste computacional. Ya que, aplicando estas técnicas se podrían simular numéricamente casos de gran escala, ahorrando de esta manera un tiempo computacional significativo.

Para el estudio y el análisis de estas técnicas se resolverán una serie de casos, uno de referencia con un tamaño de malla homogéneo y otros casos de refinamiento. En estos últimos se definirán dos tipos de malla, una malla fina (zona pre-impacto, impacto, generación de ola) y una malla grosera (zona de propagación de ola y run-up). Por un lado, en el caso de referencia se definirá el tamaño de malla fina que se ha utilizado en los casos de refinamiento. Por otro lado, en los casos de refinamiento se irán aumentando los tamaños de malla grosera para poder observar que diferencias pueden apreciarse, y se mantendrá el tamaño de la malla fina para todos los casos.

Posteriormente, se hará una comparación entre el caso de referencia y los casos de refinamiento relacionando la medición de ola con la evolución en el tiempo. Con ello, se quiere analizar el comportamiento que se puede generar en cuanto a coste computacional, precisión y percibir los errores globales que se han obtenido para los diferentes tamaños de malla. A partir de este punto se harán unas conclusiones indicando el porcentaje de ahorro de tiempo computacional que se obtiene para la malla más óptima del caso de refinamiento respecto a la malla del caso de referencia, los errores absolutos de cada caso de refinamiento respecto al caso de referencia, los fallos obtenidos conforme se van aumentando los tamaños de malla grosera en los casos de refinamiento y, por último, se analizará si se pueden establecerse mejoras para investigaciones futuras.

ABSTRACT

The application of the different refinement techniques with the Particle Finite Element Method (PFEM) is carried out on this thesis. The PFEM is a model which uses Lagrangian framework to resolve the governing equations of a problem using the Finite Element Method (FEM). This method is based in the trajectory calculation of the particles (nodes) in terms of the geometric and physic properties in each instant of time.

The main goal of this thesis is to apply the refinement techniques in dynamic problems with free-surface to optimize the computational cost of the resolution of the expensive problems. Particularly, the natural hazard will be simulated, analysing the drop of the landslide through to the pendent and impacting to core of the water in repose, then taking place of the generation and propagation of the wave, and finally inducing a run-up on the opposite shore. Therefore, the aim is to use the different refinement techniques to be able to reduce the computational cost. Since, applying these techniques the high scale tests could be able to simulate numerically, saving a significant computational cost.

For the study and analysis of these techniques a set of tests will be resolved. The first one, the reference test with a homogeneous mesh size and the others one refinement tests. This lasts two kind of meshes will be defined, a fine one (pre-impact zone, impact zone and wave generation) and the another one being a course mesh (propagation wave zone and run-up). On the one hand, the fine mesh will be the same for the reference test and refinement tests. On the other hand, the course mesh will go increasing in each refinement test to observe the differences on the computation domain.

Then, the comparison between the reference test and refinement tests will be done relating the wave measurement with the evolution of the time. With that, the behaviour of the cost computational and precision will be evaluated, and also the obtainment of the global errors which for every mesh size are obtained. From this point, the conclusions will be done, indicating the percentage of the computational cost performed on the optimum refinement test regard to the reference rest, the absolute error of each refinement test regard to the reference test, the obtained failures while the mesh size are increasing on the refinement cases and, finally, the future investigations will be analysing to obtain new improvements for the future.

RESUM

A la present tesis s'ha fet un estudi sobre l'aplicació de tècniques de remallat amb el mètode d'elements de partícules finites (PFEM). El PFEM es un model que s'utilitza amb un marc Lagrangian per la introducció de les equacions de govern del problema utilitzant el Mètode d'Elements Finites (FEM). Aquest mètode es basa en el càlcul de les trajectòries de partícules (nodes) en funció de les propietats físiques i geomètriques en qualsevol instant de temps.

L'objectiu principal d'aquesta tesis es aplicar les tècniques de refinament en problemes de dinàmica de fluids amb superfície lliure per optimitzar el cost computacional de la resolució de problemes típicament costosos. Particularment, es simularà numèricament un desastre natural, analitzant la caiguda del lliscament de vessant per una pendent i impactant contra un cos d'aigua en repòs, amb la posterior generació i propagació de l'onada i finalment provocant un run-up a la riba oposada. Per tant, es pretén utilitzar diferents tècniques de refinament per poder reduir el cost computacional. Ja que, aplicant aquestes tècniques es podrien simular numèricament casos de gran escala, estalviant d'aquesta manera un temps computacional significatiu.

Pel estudi i el anàlisi d'aquestes tècniques es resoldran una sèrie de casos, un de referència amb una mida de malla homogènia i altres casos de refinament. En aquests últims casos es definiran dos tipus de malla, una fina (zona de pre-impacte, impacte i generació de l'onada) i una malla grossera (zona de propagació de l'onada i run-up). Per una banda, en el cas de referència es definirà una mida de malla fina que s'ha utilitzat en els casos de refinament. Per altre banda, en els casos de refinament s'aniran augmentant les mides de la malla grossera per poder observar que diferències poden apreciar-se, y es mantindrà la mida de la malla fina per a tots els casos.

Posteriorment, es farà una comparació entre el cas de referència i els casos de refinament relacionant el mesurament de l'onada amb l'evolució en el temps. Amb això, es vol analitzar el comportament que es pot generar en quant a cost computacional, precisió i percebre els errors globals que s'han obtingut per les diferents mides de malla. A partir d'aquest punt es faran unes conclusions indicant el percentatge de estalvi de temps computacional que s'obté per a la malla més òptima del cas de refinament respecte a la malla del cas de referència, els errors absoluts de cada cas de refinament respecte al cas de referència, les fallades obtingudes a mesura que es van augmentant les mides de malla grossera en els casos de refinament i, per últim, s'analitzarà si es poden establir millores per a futures investigacions.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quería agradecer a los tutores de mi tesis Alessandro Franci y Ignasi De Pouplana por ayudarme e intentar resolverme todas las dudas durante la realización de mi trabajo, y por la tutorización constante que me ha facilitado el desarrollo de esta tesina, ha sido un gran gusto aprender de ellos.

En segundo lugar, quería agradecer a mis amigos/as por el apoyo que hemos tenido mutuamente y las experiencias vividas durante todo este tiempo.

Y por último en especial, quería agradecer a mi familia por el apoyo constante que me han dado. Sin esa ayuda habría sido muy complicado avanzar con esta tesina y con la finalización del Máster.

ÍNDICE

1 Introducción	1
1.1 Motivación.....	1
1.2 Aplicaciones.....	1
1.3 Estado del arte	4
1.4 Objetivos	5
1.5 Organización del documento	5
2 Metodología	7
2.1 Introducción	7
2.2 Resumen genérico del Método de Elementos Finitos (FEM).....	7
2.3 Problema de dinámica de fluidos.....	7
2.4 Espacio de discretización y de estabilización	9
2.5 Método de elementos de partículas finitas (PFEM).....	9
2.6 La malla	11
2.7 Ventajas e inconvenientes asociados al remallado del PFEM.....	16
3 Procedimiento de cálculo	19
3.1 Introducción	19
3.2 Kratos Multiphysics	19
3.3 GiD Simulation.....	20
3.4 Instalación previa y configuración de los softwares	21
3.5 Uso de la interfaz de GiD.....	21
3.6 Uso del lenguaje de escritura de códigos.....	26
3.7 Funciones de procesos representativas.....	29
3.8 Ejemplos numéricos iniciales	30
4 Ejemplos numéricos	39
4.1 Introducción	39
4.2 Descripción del ensayo experimental	40
4.3 Uso del modelo numérico PFEM.....	42
5 Conclusiones y futuras líneas de investigación	75
Referencias bibliográficas	77

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

Los desastres naturales son fenómenos de la naturaleza que se ocasionan de manera imprevista y que puedan originar daños irreparables a nuestras infraestructuras. Realizar un estudio que abarque todo el análisis de estos efectos negativos es interesante e importante de cara a la prevención de riesgo de sufrir pérdidas materiales y humanas.

Reproducir situaciones potencialmente peligrosas en una simulación numérica nos ayudaría a estimar, a partir de datos obtenidos información aproximada a la realidad sin necesidad de recurrir a experimentos complejos y costosos. Obtener dicha información antes de cualquier suceso inesperado es importante para poder prevenir posibles daños estructurales y reducir así los riesgos asociados a los desastres naturales.

El uso de diferentes técnicas de remallado en la simulación numérica es útil y ofrece una gran flexibilidad a la hora de realizar análisis, ya que se puede obtener información con bastante precisión, y optimizar el tiempo de cálculo. Es decir, utilizar una buena técnica de refinamiento de malla nos permitiría obtener resultados con una aproximación adecuada a resultados experimentales, ahorrando buena parte del tiempo de ejecución de las simulaciones.

1.2 Aplicaciones

Los fenómenos naturales son eventos que de forma inesperada se originan en algún lugar específico y pueden causar daños irreversibles, véase en la figura 1.3.1. En el caso de un deslizamiento de ladera impactando en un cuerpo de agua en reposo las consecuencias podrían ser graves, tanto por la fuerza de impacto de la ola generada contra una estructura civil, como por las inundaciones causadas por la crecida del nivel de agua en las zonas costeras. Otros desastres naturales con efectos similares son, por ejemplo, los Tsunamis generados por terremotos, inundaciones generadas por riadas.



Figura 1.2.1 Impacto de ola. Fuente: www.lavanguardia.com

Por ello es de gran importancia llevar a cabo análisis numéricos previos que permitan advertir cualquier posible efecto de efecto adverso causado por un desastre natural, para así evitar o reducir los daños materiales y humanos, véase figura 1.3.2. Además, la complejidad de los fenómenos involucrados hace de la modelización numérica una herramienta muy útil para reducir costes de experimentos.



Figura 1.2.2 Daños estructurales. Fuente: noticiasdegipuzkoa.eus

Con el tiempo se han ido realizando experimentos a pequeña escala para poder percibir que tipos de efectos se podían generar como, por ejemplo, variando las dimensiones del cuerpo de la masa que desliza por la pendiente, la elevación de la superficie libre del agua en el canal artificial. De ese modo, se podrían observar los efectos que se desencadenan en cada fase del evento, ya sea en el pre-impacto, en el impacto, en la formación y propagación de la ola.

Con la ayuda de los métodos numéricos se ha podido perfeccionar este análisis mejorando la precisión en el estudio de los parámetros. Son herramientas totalmente eficientes que ayudan a simular un caso real, como por ejemplo en un caso experimental. Por lo que es una gran ventaja disponer de estos modelos numéricos, puesto que te permite comparar los resultados obtenidos en la simulación con los resultados experimentales.

Un fenómeno natural que se podría comentar es el desastre de la presa de Vajont, véase en la figura 1.3.3. Este evento catastrófico sucedió en el año 1963. Se produjo un deslizamiento de

unos 260 millones de metros cúbicos de bosque, tierra y roca cayendo hacia el depósito. Este hecho originó un impacto en el agua que generó una ola de 250 metros de altura sobrepasando la presa destrozando pueblos y causando la muerte de alrededor 2000 personas. Un estudio realizado por Franci A. et al., 2020, se detalla la realización de unos análisis de este caso aplicando una simulación tridimensional.



Figura 1.2.3 Derrumbe en Vajont. Fuente: yesano.com

Otro ejemplo de catástrofe que se había provocado en una bahía fue el Tsunami Bahía Lituya, al sureste de Alaska. El Tsunami fue provocado principalmente por un efecto sísmico, y posteriormente por un deslizamiento de ladera en la bahía de Lituya, véase en la figura 1.3.4. La ola que se generó a causa del efecto sísmico y el desprendimiento de tierra llegó hasta los 523 metros de altura. La masa de roca que cayó desde una altitud de 914 metros, por lo que la energía que disponía el cuerpo cayendo hacia el agua era muy significativa.



Figura 1.2.4 Bahía Lituya. Fuente: es.quora.com

Otro fenómeno natural que se produjo en 1934, fue el desastre de Tafjord (Noruega), véase en la figura 1.3.5. El desastre lo originó un desprendimiento de rocas en Tafjord, las cuales tenían unas dimensiones de 2 millones de metros cúbicos. Esta cantidad de rocas cayó de la montaña

de Langhmaren desde una altura de unos 700 metros provocando así un Tsunami que dejó víctimas mortales. La ola se iba propagando hasta alcanzar los 62 metros cerca del deslizamiento de rocas y hasta llegar a los 16 metros en Tafjord.



Figura 1.2.5 Orilla de Tafjord. Fuente: alamy.es

Por tanto, el uso de modelos numéricos nos proporcionaría ventajas en el análisis de estos fenómenos que van apareciendo de forma espontánea y nos ayudaría a predecir con mucha más facilidad los daños que se podrían generar en un evento dado. Además, son problemas de gran escala que con ayuda de la tecnología facilita con significancia el estudio y análisis de los fenómenos.

1.3 Estado del arte

El PFEM es una técnica numérica Lagrangiana que combina el Método de Elementos Finitos (FEM) con un algoritmo de remallado para resolver grandes problemas de deformación. Problemas donde se pueden apreciar varios cambios en su tipología, tales como en la superficie libre de dinámica de fluidos (Cremonesi M. et al., 2010, Cremonesi M. et al., 2011, Idelsohn SR. et al., 2004, Larese A. et al., 2008, Tang B. et al., 2009), flujos granulares (Cante J. et al., 2014, Zhang X. et al., 2013), mecánica de sólidos no lineales (Carbonell JM. et al., 2010), interacción entre fluido y estructura (Franci A. et al., 2016, Idelsohn SR. et al., 2008, Ryzhakov P. et al., 2010, Zhu M. & Scott MH., 2014) o problemas térmicos acoplados (Aubry R. et al., 2005, Oñate E. et al., 2014, Rodríguez JM. et al., 2016).

Donde comúnmente es utilizado el método en problemas de interacción entre fluido y estructura implicando grandes movimientos en la superficie libre y el impacto de olas (Idelsohn SR. et al., 2004, Oñate et al., 2004, Oñate E. et al., 2008). Entrando en detalle en el remallado de PFEM, el procedimiento del remallado se profundiza con más detalle en Idelsohn SR. et al., 2006. Esta operación se realiza gracias a la combinación de dos técnicas utilizadas. La primera técnica es la triangulación de Delaunay (Edelsbrunner H. & Tan TS., 1992, Saalfeld A, 1991), y la segunda técnica, el método de Alpha-Shape (Edelsbrunner H. & Mucke EP., 1994).

Esta estrategia del remallado con PFEM con sus respectivas técnicas puede llevar a cabo una serie de ventajas (Idelsohn SR. & Oñate E., 2006), las cuales pueden mejorar y solucionar grandes problemas más complejos, como, por ejemplo, problemas para la simulación de túneles (Carbonell JM. et al., 2013), procesos de formación (Oñate E. et al., 2014), fusión de polímeros (Oñate E. et al., 2010).

PFEM ha sido también utilizado para simular la propagación de olas de no rotura en el canal artificial (Oliveira et al., 2017), y también ha sido mostrado con precisión en simulaciones de eventos de deslizamientos de ladera (Zhang X. et al., 2015, Cremonesi M. et al., 2017) y sus efectos en las reservas (Salazar et al., 2016).

En el artículo de Cremonesi, et al., (2020), se va explicando como se va realizando la técnica de refinamiento de PFEM utilizando varios pasos y aplicando una estrategia de remallado. En esta estrategia se aplica la triangulación de Delaunay y la técnica de Alpha-Shape, comentada previamente.

En la tesina actual se utiliza un material deslizante con propiedades geológicas, como un deslizamiento de ladera. En cambio, en el artículo Mulligan R.P. et al., 2020 se utiliza como material deslizante el agua, por lo que conllevaría a unos diferentes comportamientos en cuanto a movilidad y velocidad. También fueron variando la profundidad del canal y las condiciones de campo cercano.

1.4 Objetivos

El objetivo principal de esta tesina es analizar el refinamiento espacial de malla para optimizar la relación entre coste computacional y precisión de los resultados obtenidos en simulaciones numéricas asociadas a desastres naturales. Para ello se deberá perseguir una serie de objetivos específicos.

Estos objetivos específicos son los siguientes:

- Comprender la complejidad y el coste de modelizar desastres naturales tales como deslizamientos de ladera en embalses.
- Detectar las zonas de impacto entre masas, donde la malla debe ser más fina para poder capturar un movimiento del fluido brusco y caótico.
- Generar una correcta transición entre la zona de impacto de la malla fina y la zona de transporte de oleaje de malla grosera para evitar la propagación de errores en el dominio de cálculo.
- Hacer un análisis de sensibilidad entre los tamaños de malla fina y grosera para determinar el salto de malla óptimo que permita la mayor precisión posible con el menor coste computacional.

1.5 Organización del documento

En los siguientes capítulos de esta tesina final de máster se desarrollará empezando por el capítulo 2 (Metodología), explicando las ecuaciones y metodologías que se llevan a cabo para un buen entendimiento previo a la parte práctica. Se comentarán puntos determinantes sobre

las ecuaciones gobernantes que se han utilizado para el desarrollo de modelos numéricos entrando en detalle en el Método de Elementos numéricos (FEM) y en el Método de elementos de partículas finitas (PFEM). En el capítulo 3 (Procedimiento de cálculo), se hará una explicación del procedimiento de cálculo donde se explican las fases en las que se han ido realizando los casos con los correspondientes Softwares. En el capítulo 4 (Ejemplos numéricos), se hará una representación de los resultados obtenidos a través de los modelos numéricos utilizados. En el capítulo 5 (Conclusiones y líneas futuras de investigación), se detallarán las conclusiones finales de la tesina junto con una serie de propuestas y mejoras. Por último, en el último apartado de la tesina irán incorporadas las referencias bibliográficas.

Capítulo 2

METODOLOGÍA

2.1 Introducción

En el presente capítulo, se hará una introducción sobre la simulación a través de un método de elementos finitos Lagrangiano de fenómenos naturales, específicamente sobre los deslizamientos de tierra que impactan en el agua y van generando grandes olas.

Para estos apartados introductorios se ha ido extrayendo información del artículo realizado por Franci A. et al. (2022) de todas las ecuaciones y explicaciones teóricas que se han utilizado para ir desarrollando dichos modelos numéricos.

Por tanto, en la primera parte del capítulo se hará hincapié en las ecuaciones gobernantes de Navier-Stokes, las cuales son resueltas con FEM, y en la segunda parte del capítulo se hará una profundización sobre el método Lagrangiano utilizado, el método de elementos de partículas finitas (PFEM), y sobre su estrategia de remallado.

2.2 Resumen genérico del Método de Elementos Finitos (FEM)

El método de Elementos Finitos (FEM) es una técnica numérica que se utiliza para encontrar soluciones aproximadas para problemas de valores de contorno de ecuaciones diferenciales parciales. Utiliza subdivisiones de todo un problema de dominio, y métodos variacionales para resolver el problema minimizando la función del error.

Finalmente, FEM conecta con muchas ecuaciones de elementos simples sobre muchos dominios reducidos, para aproximar una ecuación más compleja sobre un dominio más grande.

La integración de las ecuaciones diferenciales parciales ayuda al ingeniero a estudiar problemas estructurales uni, bi y tridimensionales incluyendo la evolución en el tiempo.

Por tanto, para tener un mejor entendimiento de todos los conceptos que se expliquen en esta tesis, se hará una descripción genérica de las fases más representativas del Método de Elementos Finitos (FEM).

2.3 Problema de dinámica de fluidos

En este trabajo, las ecuaciones de la dinámica de fluidos se utilizan para modelar no solamente el agua contenida en el embalse, sino también la masa de tierra que desliza. Esto sucede porque el material que desliza, aunque empieza en un estado sólido, al sufrir tantas deformaciones y desplazamientos a lo largo del proceso de deslizamiento se puede representar como un fluido.

Vamos a considerar un dominio de un fluido en movimiento Ω_t en un intervalo de tiempo $[0, T]$.

El movimiento del cuerpo del fluido es gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes. Introduciendo la velocidad $u=u(x,t)$ y el tensor de tensiones Cauchy $\sigma=\sigma(x,t)$, equilibrio de momentos y la conservación de la masa:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \text{div } \sigma + b \quad \text{in } \Omega_t \times (0, T) \quad \text{Ecuación 2.3.1}$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} + \kappa \text{div } u = 0 \quad \text{in } \Omega_t \times (0, T) \quad \text{Ecuación 2.3.2}$$

Donde $\rho(x)$ representa la densidad del fluido, $b(x,t)$ las fuerzas del cuerpo externas por unidad de masa y D/Dt es el material en el tiempo derivativo. Es importante remarcar que, debido a la natura Lagrangiana del método, el término convectivo no aparece en las ecuaciones gobernantes y el tiempo total derivativo se reduce al tiempo local derivativo.

Típicamente, en dinámica de fluidos, el tensor de tensiones Cauchy σ es descompuesta en una parte isotrópica y otra parte desviadora.

$$\sigma = -pI + \tau \quad \text{Ecuación 2.3.3}$$

Donde $p=p(x,t)$ es el campo de presiones, I es el tensor identidad de segundo orden, y τ es el tensor de tensiones desviador, lo cual es generalmente relacionada con la relación de deformación desviadora ϵ a través de una ley reológica como:

$$\tau = 2\mu(\epsilon)\epsilon \quad \text{Ecuación 2.3.4}$$

Donde $\mu = \mu(\epsilon)$ es la viscosidad dinámica.

La relación de deformación desviadora es obtenida a través del campo de velocidades como:

$$\epsilon(u) = \frac{1}{2}(\text{grad } u + \text{grad } u^T) - \frac{1}{3}(\text{div } u)I \quad \text{Ecuación 2.3.5}$$

En el caso de deslizamientos de tierra, la viscosidad dinámica representada en la ecuación 2.3.4, no es una constante, ya que depende de la velocidad de deformación del cuerpo. Es decir, el modelo que se debe utilizar no es Newtoniano como en el caso del agua, sino que es no-Newtoniano. A pesar de esto, en este trabajo se modelará tanto el agua del embalse como el material deslizante con una ley Newtoniana. Esto se debe principalmente por dos motivos. El

primero, en el caso experimental que se analiza en el capítulo 4 de ejemplos numéricos, se considera el agua como material deslizante y, por tanto, el modelo Newtoniano es el más adecuado. El segundo motivo, hay que remarcar que el objetivo principal de este trabajo no es tanto la validación de la herramienta numérica frente a los casos reales (realizado en trabajos previos), sino es proponer una técnica novedosa de remallado que permita obtener una precisión igual o similar de los resultados con menor coste computacional. Por tanto, no hay interés en considerar leyes constitutivas más complicadas (y más precisas) para modelar los derrumbes, ya que el interés máximo está en reproducir de forma precisa y con menos coste computacional la propagación de la ola que se genera por el impacto del derrumbe.

2.4 Espacio de discretización y de estabilización

En el PFEM se debe de utilizar una aproximación Galerkin Standard para poder discretizar las ecuaciones 2.3.1 y 2.3.2. Únicamente las funciones de forma lineales se utilizan para tener una aproximación de las variables desconocidas. Introduciendo así un elemento finito de discretización isoparamétrico, la velocidad y la presión puede ser desarrollada en términos de vectores nodales U y P , respectivamente. Las ecuaciones de movimiento semidiscretizadas se pueden apreciar a continuación:

$$M_p \dot{P} + \kappa DU = 0 \quad \text{Ecuación 2.4.2}$$

$$M_u \dot{U} + KU + D^T P = F \quad \text{Ecuación 2.4.1}$$

Donde M_p y M_u son las matrices de masa para la velocidad y la presión desconocidas, K es la matriz del fluido permaneciendo en el término de la viscosidad, D es el operador de divergencia discretizada y F es el vector de fuerzas del cuerpo y condiciones de contorno. El símbolo ($\dot{}$) representa la derivada con respecto al tiempo.

Por tanto, las ecuaciones anteriores deben ser integradas en el tiempo, y como consecuencia, una aproximación para el tiempo derivativo de presión y velocidad deberían de ser proporcionadas. A continuación, para apreciarlo con más detalle se irá comentando un ejemplo práctico representando con ecuaciones unos aspectos computacionales del FEM.

2.5 Método de elementos de partículas finitas (PFEM)

En este apartado se dará una introducción y se explicarán los pasos más representativos del modelo del Método de elementos de partículas finitas (PFEM).

2.5.1 Introducción

Según Franci A. y Cremonesi M. (2017), el método de elementos de partículas finitas (PFEM) es una estrategia que sirve para poder diseñar problemas que originan modificaciones en el material a medida que se va moviendo. Estos cambios en su tipología pueden ser superficies

libres en la dinámica de fluidos, flujos granulares y la interacción entre el fluido y la estructura. En esta tesina se analizarán casos en los cuales se apreciará una interacción del deslizamiento de todo el material que desciende de la pendiente con otro material, siendo el cuerpo de agua en reposo.

En este método comentado, los nodos son definidos como partículas y se mueven acorde a sus ecuaciones de movimiento Lagrangianas, transportando sus características y propiedades físicas, como ya se comentó en el apartado del Estado del Arte del capítulo 1. En el movimiento de los nodos se van produciendo deformaciones, por lo que se necesitaría una reconstrucción constante conforme se va moviendo el elemento. Esta reconstrucción es interesante ya que, en contadas ocasiones a la hora de generar la malla, al haber un cambio brusco en la transición de ambos tamaños de mallado pueden generarse perturbaciones que el modelo puede reconstruir sin problemas y, de ese modo, regularizar el dominio de la malla.

Franci A. y Cremonesi M. (2017), definen que el procedimiento del remallado se logra gracias a la combinación de la triangulación de Delaunay y el Alpha Shape Method.

Por un lado, la triangulación de Delaunay proporciona una discretización de la nube de puntos que se han generado. Por otro lado, la técnica de Alpha Shape Method te permite encontrar fallos o irregularidades en el contorno del dominio. En este último, el parámetro fundamental es el α .

Con el remallado del PFEM se quiere alcanzar una adecuada discretización para tener una solución precisa del problema en el Método de Elementos Finitos (FEM) en cada intervalo de tiempo. Con la creación y eliminación de nodos debido a la reconstrucción constante del mallado pueden ir generándose problemas, en los cuales puede verse afectada la calidad y la convergencia de la solución numérica.

El PFEM es una estrategia muy versátil que ha podido resolver grandes problemas que otros métodos no han resuelto, y han sido más complicados de utilizar. Unos ejemplos de problemas que se han aplicado han podido ser simulaciones de túneles, procesos de formación y fusión de polímeros.

Hay que tener en cuenta que en la solución de fluidos incompresibles la conservación de la masa en estos problemas numéricos por dos motivos. El primero, es porque se asocia a las ecuaciones gobernantes, y el segundo, es por la regeneración de la malla. Este segundo es importante, ya que en el transcurso del mecanismo el dominio debe tener un equilibrio en el momento de la creación y eliminación de nodos. De ese modo, habrá que limitar el efecto de la variación del volumen.

Por tanto, es importante destacar que la dependencia de la variación del volumen en el parámetro α en la técnica del Alpha Shape Method es estudiado, y la convergencia del método es verificado en diferentes ejemplos.

2.5.2 Pasos fundamentales en el PFEM

En este apartado se describirán los pasos más importantes a la hora de realizar una discretización correcta y precisa.

El primer paso es comprobar si se ha generado una distorsión en la malla. En el caso que se perciba una gran distorsión en la discretización, se debe eliminar. Después de esta eliminación, el dominio será definido como una nube de puntos o partículas que almacenan información. Esta información es almacenada en cada nodo, proporcionando propiedades físicas, geométricas y cinemáticas.

Por tanto, aquí entra en juego el triángulo de Delaunay, en el cual se utiliza para generar esta nube de puntos del primer mallado. Un problema típico de esta fase es la generación de figuras convexas que no respetan las condiciones de contorno físicas tanto internas como externas. Por lo que la técnica del Alpha Shape Method solucionaría estas irregularidades detectándolas y eliminándolas para transformar un dominio irregular a un dominio correcto y homogéneo.

En la imagen 2.5.2.1 se puede apreciar con detalle el procedimiento que se lleva a cabo para completar cada paso.

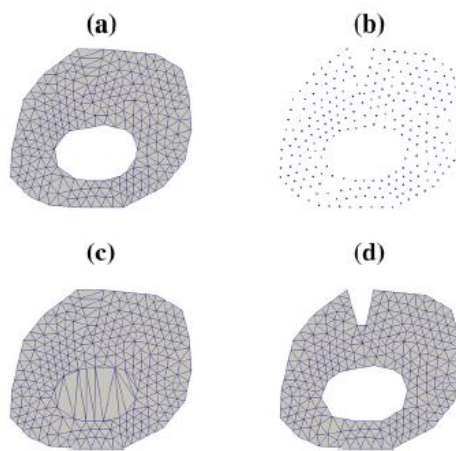


Figura 2.5.2.1 Pasos fundamentales del PFEM. a Malla previa. b Nube de puntos c Triángulación de Delaunay. d Nueva malla. Figura extraída del artículo de A. Franci, M Cremonesi (2017)

Después de utilizar estas técnicas del remallado de PFEM, la nueva malla será utilizada para la solución de Elementos Finitos.

En el siguiente apartado se explicará con detalle las definiciones de algunos conceptos más representativos que se van a utilizar a lo largo del trabajo, y para que haya un mejor entendimiento del tema.

2.6 La malla

En este apartado se ha recogido información del informe de Cremonesi M. et al., 2020, sobre los conceptos más representativos de la tesina, y que ha servido para comprender toda la casuística del tema a tratar.

Como se comentó en el apartado anterior, una solución que es clave para la solución del modelo PFEM es la generación de la malla en los elementos finitos. Este proceso se utiliza de manera constante para correr casos de grandes deformaciones, en los cuales se tiene en consideración el movimiento del dominio en cada intervalo de tiempo. Por tanto, a partir de la malla antigua, se aplicaría el triángulo de Delaunay para la constante reconstrucción de los elementos en la

evolución del tiempo. Es importante esta acción, ya que los nodos de la antigua malla se mantienen en la misma posición, y se requeriría una distribución de los mismos.

En el siguiente apartado se explicará con más detalle la triangulación de Delaunay.

2.6.1 La triangulación de Delaunay

Para entrar en detalle con la triangulación de Delaunay, hay que introducir el concepto del Diagrama de Voronoï. Dada una serie de N puntos (n_1, \dots, n_N) , el diagrama de Voronoï es definido como la partición de \mathbb{R}^3 en regiones convexas T_i , donde un nodo n_i es asociado a la región T_i , en el cual cada punto de T_i está más cerca a n_i que cualquier otro punto de n_j con $i \neq j$.

$$T_i = \{x \in \mathbb{R}^3 : d(x, n_i) \leq d(x, n_j) \quad \forall j \neq i\} \quad \text{Ecuación 2.6.1.1}$$

Donde $d(x, n_j) := \|x - n_j\|$ es la norma euclidiana. Cada región T_i es llamada celda Voronoï. El triángulo de Delaunay es construido por los puntos unidos cuyas celdas de Voronoï tienen unos contornos en común.

En la figura siguiente se podrá ver que los dos nodos del triángulo de Delaunay están unidos por un borde. Como se puede apreciar cada uno de estos nodos están posicionados en las celdas de Voronoï.

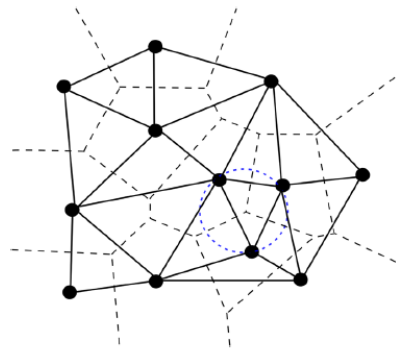


Figura 2.6.1.1 Ejemplo del diagrama de Voronoï (Línea discontinua) y la triangulación de Delaunay (línea continua).
Figura extraída del artículo de M. Cremonesi, et al. (2020)

Como se puede observar en la figura 2.6.1.1, el triángulo de Delaunay tiene la propiedad de que ninguno de sus vértices caiga en alguna circunferencia del triángulo. También se puede apreciar que, los vértices de las celdas de Voronoï representan el centro del triángulo de Delaunay.

2.6.2 La recuperación del contorno a través del Alpha-Shape Method

En una estructura Lagrangiana, el Volumen actual V_t , y su contorno externo $\Gamma_t = \partial\Omega_t$ son definidos por la posición de los puntos del material. Como se comentó en el apartado anterior, el triángulo de Delaunay genera figuras convexas que encierran todos los nodos pertenecientes al conjunto. Como los contornos convexas no están bien adaptados con el contorno externo del dominio computacional, los nuevos contornos tienen que ser identificados cada vez que se haya aplicado el triángulo de Delaunay.

Para recuperar la forma real de la distribución de puntos se llevaría a cabo la técnica del Alpha-Shape Method. La idea sería eliminar los elementos innecesarios de la malla utilizando un criterio geométrico en las zonas más perturbadas o más distorsionadas de la malla. Para cada elemento e de la malla, un índice de una distorsión elemental α_e es definida como:

$$\alpha_e = \frac{R_e}{h_{mean}} \quad \text{Ecuación 2.6.2.1}$$

Donde R_e es el radio de la circunferencia del elemento considerado, y h_{mean} es el tamaño de malla característico. Un ejemplo de h_{mean} puede ser la media del lado del elemento promedio entre todos los elementos de la malla inicial.

Un valor limitado de α puede ser fijado debido a la distorsión que se puede generar en el remallado, véase la figura 2.6.2.1. Se limita este parámetro con la finalidad de que los elementos de la malla no satisfagan la condición de $\alpha_e \leq \bar{\alpha}$, y de ese modo, poder eliminar esa irregularidad que se genera en el mallado.

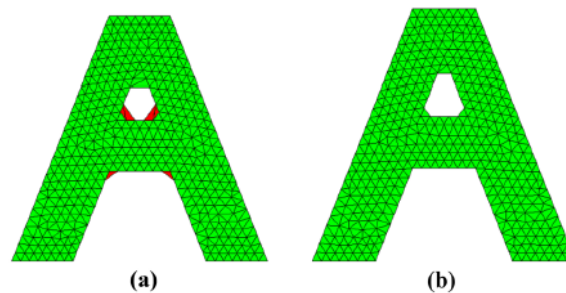


Figura 2.6.2.1 Triangulación de Delaunay con (a) $\bar{\alpha}= 1.9$, (b) $\bar{\alpha}= 1.4$. Figura extraída del artículo de M. Cremonesi, et al. (2020)

Por tanto, elegir un valor adecuado de $\bar{\alpha}$ aseguraría un buen proceso en el momento de la eliminación de los elementos. Por un lado, si los valores límites de $\bar{\alpha}$ son demasiado grandes pueden generarse elementos distorsionados o muy grandes. Por otro lado, si los valores límite de $\bar{\alpha}$ son muy pequeños se podrían generar agujeros o huecos, o también se pueden eliminar elementos dentro del dominio que se está analizando. En este tesina se utilizará un valor de $\bar{\alpha} = 1.25$, ya que, es el valor más adecuado para eliminar los elementos innecesarios e irregulares de la malla sin eliminar elementos que entren dentro del dominio analítico.

2.6.3 Separación y reconocimiento de nodos y subdominios

Uno de los puntos fuertes del PFEM es la capacidad de modelizar la separación y reconexión de partes de un dominio computacional. Es importante este proceso, ya que se puede realizar una gran simulación en problemas de desastres naturales.

La técnica del Alpha-Shape Method identifica el tamaño de los elementos que se han generado en la construcción de la malla, y responde adecuadamente según el valor $\bar{\alpha}$ que se haya establecido. En el caso que haya elementos muy distorsionados se haría la correspondiente eliminación de los elementos, y consecuentemente el nodo se quitaría del dominio computacional.

Una vez se haya eliminado el elemento y separado el nodo, la partícula del sólido se irá moviendo a partir de la fuerza del sólido y de la velocidad inicial establecida. Por lo que, en cada intervalo de tiempo se irá reconstruyendo el dominio utilizando nuevos triángulos de Delaunay, convirtiendo de esta manera las partículas separadas en un vértice. De ese modo, se irá evaluando un dominio nuevo a través de la repetida reconexión del remallado.

Entonces, si la partícula se ha aproximado lo suficiente al contorno, el elemento no será eliminado por la verificación de la técnica del Alpha-Shape Method, y, por consiguiente, esta partícula se incorporaría a la masa principal.

En la figura 2.6.3.1 se muestra la correspondiente separación e incorporación del nodo con su respectivo elemento.

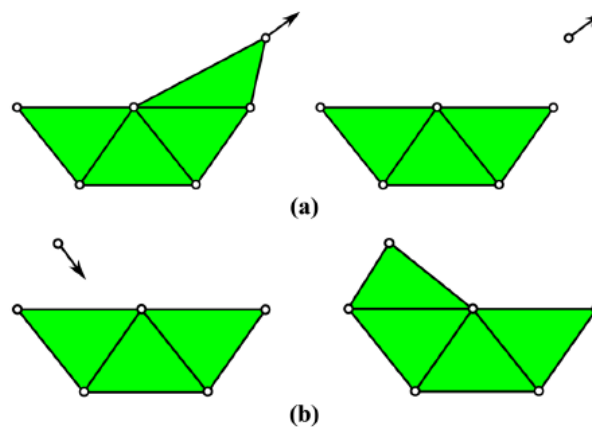


Figura 2.6.3.1 (a) Separación de una partícula de fluido desde el volumen. (b) Incorporación de un fluido in el volumen. Figura extraída del artículo de M. Cremonesi, et al. (2020)

2.6.6 Incorporación y eliminación de nodos

En este tipo de aproximaciones Lagrangianas, los nodos se mueven acorde a unas ecuaciones de movimiento. Por lo que en ocasiones hay zonas en las que se incorporan una cantidad excesiva de nodos o pueden acumularse muy pocos. Para solucionar esto, se pueden añadir o eliminar nodos en las zonas donde se requiera realizar la acción. En este caso el modelo realiza este procedimiento, aunque en determinadas ocasiones cuando el modelo numérico se ve comprometido debido a la complejidad de la geometría o por otras causas, no realiza la acción. De ese modo, la solución alternativa sería realizar el procedimiento de forma manual en la interfaz para facilitar en este caso la acción al modelo numérico.

La idea clave es basada es dos conceptos:

- Si el nodo se encuentra demasiado cerca de otro nodo, tendría que ser eliminado o posicionado en otra zona donde no desempeñe la misma problemática, véase en la figura 2.6.6.1.

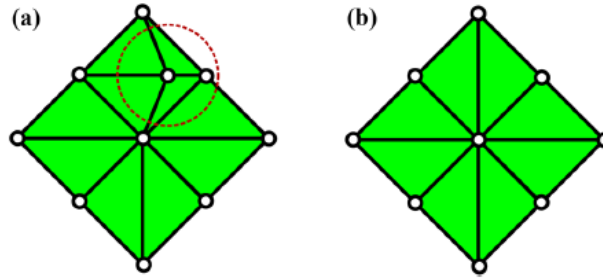


Figura 2.6.6.1 Ejemplo de un nodo eliminado. (a) Malla original. (b) Malla sin nodo eliminado. Figura extraída del informe de M. Cremonesi, et al. (2020)

- Si el elemento es demasiado grande, un nuevo nodo debería de ser insertado, véase en la figura 2.6.6.2.

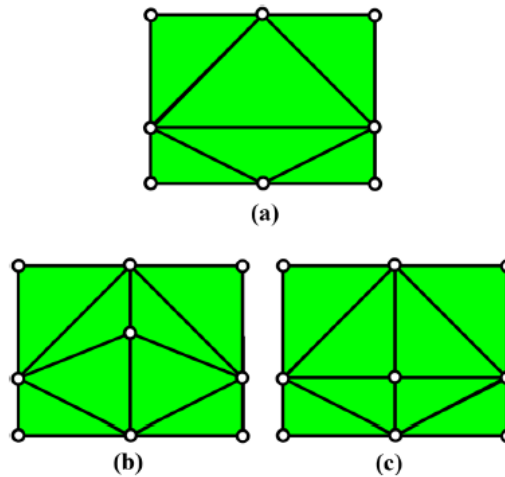


Figura 2.6.6.2 Ejemplo de añadir nodo. a Malla original. b Añadir un nuevo nodo dentro de un elemento. Añadir un nuevo nodo a lo largo del borde. Figura extraída del informe de M. Cremonesi, et al. (2020)

Un problema que puede llevarse a cabo en el remallado es el de fuga artificial. Este problema se produce cuando un nodo está lo suficientemente cerca del contorno, y posteriormente, la técnica del Alpha-Shape Method acaba eliminando el elemento que conecta el contorno de los nodos. El resultado sería la obtención de un vacío no deseado en el contorno de del dominio. Una solución a este problema sería eliminar todos los nodos que se sitúen cerca del dominio ya que, situándolo en esa zona, le estaríamos complicando el proceso al modelo numérico.

En el momento de añadir o eliminar nodos, esta acción puede ser realizada sin alterar el número total de nodos. Por otro lado, se puede añadir un nodo, solo si otro nodo es eliminado desde otra posición del dominio. Realizando esta acción la malla permanecerá constante durante su proceso de análisis.

2.6.7 Refinamiento de malla

La triangulación de Delaunay combinada con la técnica de Alpha Shape genera una distribución uniforme del mallado si un valor de $\bar{\alpha}$ permanece constante en todo el dominio. Sin embargo, algunas veces es necesario que el mallado sea no uniforme en casos en los que haya una interfaz entre dos materiales o regiones cercanas a los contornos.

En estos casos, uno podría definir un valor diferente de $\bar{\alpha}$ dependiendo de la posición de los nodos. Otra posibilidad sería modificar el criterio del Alpha Shape acorde a las consideraciones del error estimado. En esta tesina por ejemplo, se utiliza un valor de $\bar{\alpha} = 1.25$, ya que como se comentó en el apartado anterior, es un valor en el cual la técnica del Alpha-Shape Method establece una eliminación de nodos adecuada. Sin embargo, en este trabajo no se centra en el análisis de los distintos valores de $\bar{\alpha}$, ya se estudió en trabajos previos este estudio. Por esa razón, en los casos en los que se han aplicado distintas técnicas de remallado se ha utilizado el valor de 1.25, ya que es un valor en el que esta combinación de fases hace un uso más adecuado en la reconstrucción del mallado en el dominio computacional.

Por tanto, en casos prácticos, el refinamiento de malla es una herramienta esencial y muy flexible, ya que te permite precisar el refinamiento en los tamaños de los elementos. Dependiendo de la zona en la que se quiera analizar, se definirán mallas refinadas con la finalidad de obtener información más precisa de la zona de estudio. En el caso de esta tesina, habrá casos en los cuales se definirán unos refinamientos de malla significantes, por ejemplo, en el cuerpo que desciende a través de la pendiente, y en el cuerpo de agua en reposo situado en la zona de impacto. Por otro lado, zonas donde no se requiera información tan precisa dotaremos de un refinamiento de malla menos significativo. Con ello al disponer de una variación de malla se obtendría una rapidez en la ejecución de los casos con un coste computacional menor.

En el próximo apartado se comentarán las ventajas e inconvenientes que se encuentran en el remallado del PFEM.

2.7 Ventajas e inconvenientes asociados al remallado del PFEM

Según Franci A. et al., 2020, el PFEM puede dar solución a problemas bastante complejos con modificaciones de la tipología significantes, por lo que es algo interesante llevar a cabo análisis de cualquier tipo de estructura que vaya generando cambios en su dominio.

Toda la casuística del PFEM es basada de la teoría del FEM, por lo que se está rigiendo en un método robusto y seguro.

Respecto a los inconvenientes, según Franci A. y Cremonesi M. (2017), como las técnicas de remallado generan pérdidas de conectividad respecto a la discretización anterior, se requiere un tiempo adicional para poder construir matrices y vectores. Además, con la eliminación de los elementos de la malla anterior, no se puede almacenar la información histórica de cada nodo. Para recuperar la información del elemento, se requerirá añadir una técnica de transferencia de datos.

Por tanto, se pueden generar perturbaciones en el remallado debido a la eliminación y creación de elementos, puede también empeorar la calidad de la convergencia en las soluciones

numéricas. Además, a partir de alguna modificación que se produzca localmente puede generar una modificación global en la variación del volumen del dominio computacional.

En la condición de contorno que genera la técnica de Alpha-Shape Method, se sabe que, para diferentes valores de α pueden dar diferentes configuraciones, como se puede observar en la figura 2.7.1.

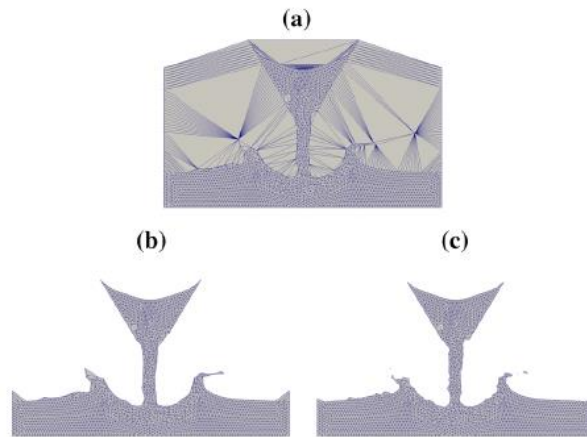


Figura 2.7.1 Método de Alpha-Shape aplicado sobre la Triangulación de Delaunay ($\alpha_1 > \alpha_2$). (a) Triangulación de Delaunay. (b) Método de Alpha Shape (α_1). (c) Método Alpha Shape (α_2). Figura extraída del artículo de A. Franci y M. Cremonesi (2017)

Para $\alpha_1 > \alpha_2$ la malla obtenida con α_1 acepta un gran número de elementos obtenidos en la discretización del triángulo de Delaunay. En cambio, en la malla que se obtiene con un α_2 su discretización será diferente eliminando más elementos, como se puede observar en la figura 2.7.1.

Para valores de α excesivamente altos, la malla que ha sido discretizada por el triángulo de Delaunay no variaría de manera significativa. Por otro lado, con valores de α excesivamente bajos el problema se vería más afectado, ya que debido a la técnica de Alpha-Shape Method se iría eliminando las perturbaciones o irregularidades en el dominio. El α mínimo admisible sería definido como $\alpha = 1/\sqrt{3}$ siendo así un triángulo equilátero.

Por esa misma razón, en trabajos previos cuando no se sabía exactamente qué valor era el idóneo de α , había que escoger entre un rango de valores de α que más se ajustara a la discretización, con la finalidad de no encontrar una variación significativa en los resultados numéricos.

A nivel global, como se comentó anteriormente, los cambios locales en la tipología definida pueden producir errores o fallos en la conservación del volumen. Hay que considerar que, si el volumen de los elementos que se van eliminando es diferente al volumen de los que se van generando conforme el fluido se va moviendo, implicaría la no conservación del volumen, generando así oscilaciones de la masa.

Además, el remallado del PFEM también afectaría en la precisión de la solución, ya que implica cambios no físicos en un dominio computacional. Es decir, teniendo en cuenta las eliminaciones de elementos, la creación de nuevos elementos o un cambio de la conectividad en la malla, pueden surgir perturbaciones locales de equilibrio en un intervalo de tiempo previo. Por esa misma razón, hay que tener en consideración que los valores nodales aseguran equilibrio en la malla anterior. Sin embargo, no garantiza que haya un equilibrio en el inicio de un intervalo de

tiempo en una nueva discretización. Estos efectos pueden producir un deterioro de la convergencia u oscilaciones en el campo de presiones.

Capítulo 3

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

3.1 Introducción

En el apartado presente, se hará referencia a la implementación numérica. Es decir, se debería de entender como toda la teoría explicada en el capítulo anterior sobre los modelos teóricos y el método PFEM pueden ser aplicados en la práctica, y así de ese modo, poder realizar unos adecuados análisis y resultados.

Por tanto, a lo largo de este capítulo se irán dando detalles sobre la herramienta de refinamiento, la cual es pieza clave en este trabajo. Se irá explicando paso a paso la implementación numérica que se ha utilizado, y así de ese modo entender perfectamente las diferentes técnicas de refinamiento aplicadas en el software.

En la primera parte de este capítulo se describirán de forma detallada los softwares que se han utilizado para poder realizar los casos correspondientes. Por un lado, Kratos Multiphysics, y por otro lado la interfaz de GiD. En la segunda parte, se describirá de forma detallada el lenguaje de códigos que se utilizan para configurar los casos con el uso de algún programa específico, y también algunos ejemplos numéricos básicos para dar a entender como se va implementando numéricamente un caso en el software.

3.2 Kratos Multiphysics

En este apartado se describirá Kratos Multiphysics (en la figura 3.2.1 se muestra el logo del software), un código de elementos finitos open-source donde está implementado el modelo numérico del desastre natural utilizado en este trabajo.



Figura 3.2.1 Logo de KRATOS

Kratos Multiphysics es diseñado como una estructura de códigos para realizar una implementación de métodos numéricos para la solución de problemas ingenieriles. Todo su código es escrito en lenguajes de programación C++ y Python. Esta combinación de lenguaje de códigos mejora de forma significativa la flexibilidad de la estructura de trabajo con el tiempo de uso.

KRATOS presenta un cuerpo y unas aplicaciones donde las correspondientes herramientas, ya sean bases de datos, álgebra lineal, estructuras de búsqueda, etc) forman parte de todo el núcleo y se establecen como bloques constructivos en el que se van desarrollando las aplicaciones. Estas aplicaciones se enfocan en problemas de interés, como por ejemplo en los

problemas ingenieriles. Su objetivo principal hacer una simplificación de nuevos métodos numéricos.

Kratos presenta un núcleo (Core) y unas aplicaciones (Applications). El *core* contiene herramientas básicas, ya sean base de datos, álgebra lineal, estructuras de búsqueda, etc, que son utilizadas por las diferentes aplicaciones. Estas se establecen como bloques constructivos en el que se van desarrollando los diferentes métodos numéricos en problemas de interés, desde la mecánica de fluidos a la de sólidos. Esta estructura permite una simplificación para la implementación de nuevos métodos numéricos y para la interacción entre métodos numéricos ya implementados. El resultado es un código abierto que permite simular problemas multi-física con una gran flexibilidad.

En este trabajo se han utilizado dos aplicaciones de Kratos Multiphysics, es decir, la *PfemFluidDynamicsApplication* y la *DelaunayMeshingApplication*.

3.3 GiD Simulation

GiD (en la figura 3.3.1 se muestra el logo del software) ha sido diseñado para cubrir todas las necesidades en el campo de la simulación numérica desde el pre-proceso (modelización de geometrías, definición de los datos de partida, la generación de la malla, la transferencia de información hacia los softwares analíticos) hasta el post-proceso (análisis y la visualización de resultados numéricos).



Figura 3.3.1 Logo de GiD Simulation

En el pre-proceso, la mayoría de los análisis utilizados y las opciones de visualización por los resultados de las simulaciones son incluidas en GiD soportando números reales y complejos.

En cuanto a la modelización, gracias a la filosofía tradicional multidisciplinaria de GiD, su conexión con cualquier código de simulación comercial o interno es extremadamente fácil.

Finalmente, en el post-proceso, GiD es un sistema CAD que caracteriza las superficies definidas en la modelización de la geometría. Una serie de herramientas son proporcionadas para realizar de forma rápida la definición y edición de la geometría, incluyendo características geométricas, tales como transformaciones, intersecciones, operaciones booleanas, etc.

En GiD está implementada una interfaz user-friendly de Kratos Multiphysics que permite crear con extrema facilidad los inputs necesarios para que el código (basado en la *PfemFluidDynamicsApplication* y la *DelaunayMeshingApplication*) pueda realizar la simulación numérica.

3.4 Instalación previa y configuración de los softwares

Antes de poder utilizar los programas para la implementación del problema, se tuvo que ir instalando los programas principales y realizar una compilación de todos los archivos más actualizados, con el fin de que el software pueda funcionar de una manera adecuada y esperada.

Por tanto, todos los archivos necesarios para la implementación y ejecución del problema se han tenido que almacenar en la carpeta de KRATOS Multiphysics. A partir de esa ubicación, se pueden encontrar una selección de aplicaciones, información específica codificada de KRATOS, etc.

En este caso, como se debe de trabajar con un problema de dinámica de fluidos aplicando el modelo de PFEM, toda la documentación sobre los procesos, estrategias, utilidades, scripts y demás información relevante debe estar almacenada en las aplicaciones mencionadas anteriormente, la "PfmFluidDynamicsApplication y la DelaunayMeshingApplication". A partir de aquí, se puede observar una gran cantidad de archivos que realizan una función fundamental con el correcto funcionamiento de KRATOS.

En el apartado siguiente, después de la configuración inicial de los archivos KRATOS, se irá explicando de forma detallada los pasos fundamentales para la implementación del problema.

3.5 Uso de la interfaz de GiD

Principalmente, se utilizó el software del GiD 15.0.3 para crear las geometrías iniciales de los problemas a modelar, construir la malla de cálculo inicial, estableciendo llas áreas de refinamiento de malla cuando sea necesario, y definir a través de la interfaz de GiD de KRATOS (problema type) los parámetros necesarios para el algoritmo de cálculo. GiD también se ha utilizado en su versión de post-proceso para la visualización de resultados. A continuación, se mostrarán los diferentes pasos que se han establecido para definir el tipo de problema, y de ese modo, comenzar con la implementación.

Una vez se elige el tipo de problema, se deberá de entrar en la aplicación del PFEM, véase la figura 3.5.1. Como ya se tiene en consideración los conceptos más característicos del método, ya se podría aplicar sin problemas.

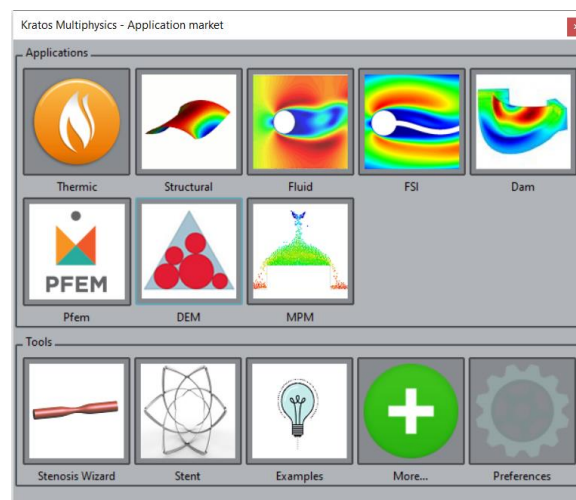


Figura 3.5.1 Selección de la aplicación en KRATOS

Posteriormente, en el momento de entrar en el modelo de PFEM se ha de elegir la aplicación de dinámica de fluidos (Pfam Fluid, véase la figura 3.5.2) y con un modelo 2D, ya que se ido trabajando en esta tesina con estas dimensiones, véase la figura 3.5.3.

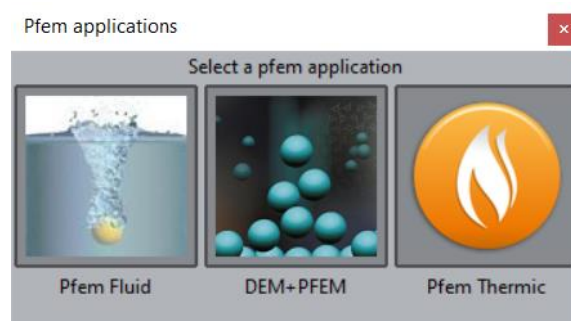


Figura 3.5.2 Selección de las aplicaciones del modelo PFEM en KRATOS

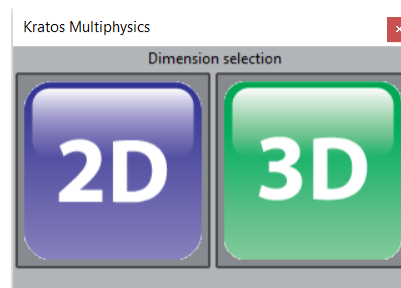


Figura 3.5.3 Selección del sistema en KRATOS

Después de establecerse en el tipo de problema de KRATOS, ya se podrá definir los datos de partida del caso que se quiera realizar y ejecutar.

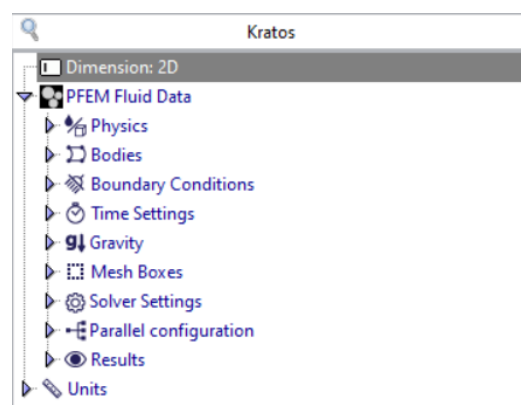


Figura 3.5.4 Definición de los datos de partida en KRATOS

Por tanto, a lo hora de definir un caso en concreto, los datos de partida del problema a tratar son definidos en cada característica, véase la figura 3.5.4. Por ejemplo, se deberá considerar

cada cuerpo con sus propiedades mecánicas, las condiciones de contorno, y la velocidad en la que los dominios con sus mecanismos se irán ejecutando en el modelo.

Además de considerar estas características, también se ha de tener en cuenta el tiempo de cada intervalo, y la configuración de cada mallado. Todo esto se irá comentando posteriormente en un ejemplo de un caso de referencia, con la finalidad de visualizar los datos definidos en detalle.

En cuanto a la configuración y creación del mallado es importante tenerlo en cuenta, ya que es un proceso en el que cualquier problema que se haga puede verse arrastrado en los resultados obtenidos. A la hora de definir el mallado, una vez definida la geometría con sus características y propiedades mecánicas, se deberá de crear una malla desestructurada para crear la superficie (una malla estructurada puede crear problemas a la hora de utilizar el remallado de PFEM), véase la figura 3.5.5, y una malla estructurada para crear los elementos en el borde de la superficie, con la finalidad de que haya más homogeneidad en el mallado, véase la figura 3.5.6. Seguidamente se ilustrará un ejemplo de este procedimiento.

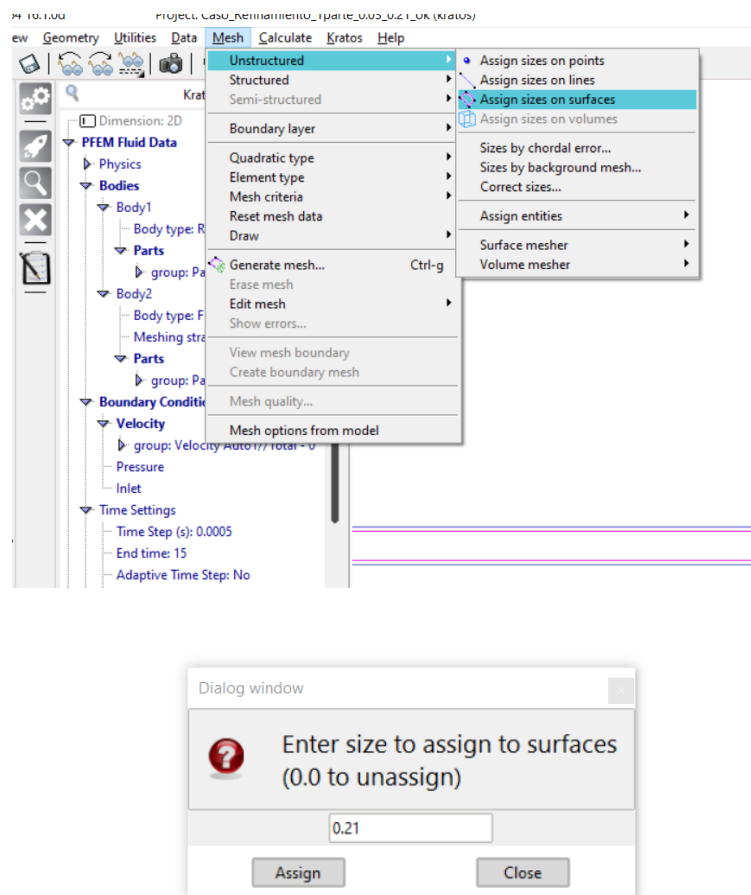


Figura 3.5.5 Creación de malla con una asignación de una superficie desestructurada

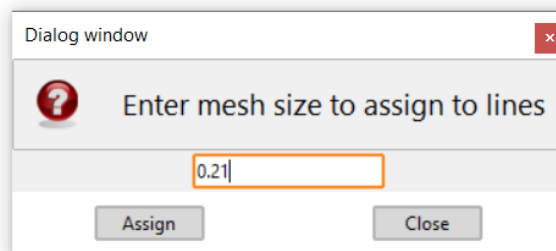
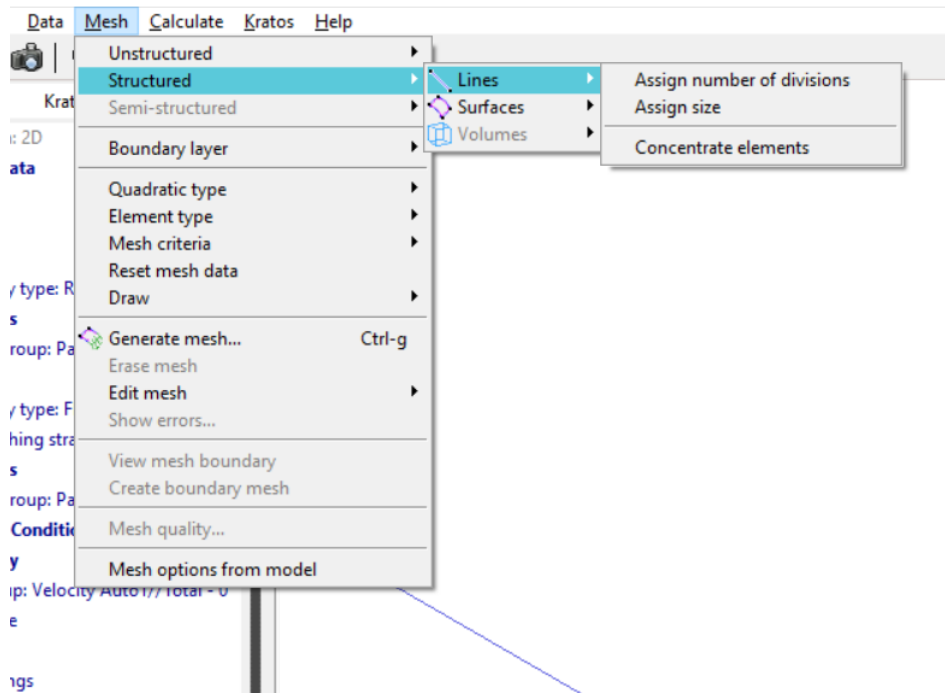


Figura 3.5.6 Creación de una malla con una asignación de líneas estructuradas

Por tanto, crear una buena malla homogénea ayudará y facilitará al programa en analizar el caso correspondiente. Hay casos en los que la variación de los tamaños de la malla en la transición de dos refinamientos es significativa, por lo que se podría generar algún elemento demasiado distorsionado en la zona de transición entre las diferentes mallas, y esto puede conllevar errores a la hora de solucionar el problema. En particular, el método de Alpha-Shape podría eliminar dichos elementos e introducir vacíos no físicos en el dominio fluido. También hay que analizar con cuidado la malla en los contornos, ya que no siempre en el pre-proceso de GiD crea la misma transición de malla entre los contornos y los elementos interiores. Eso puede provocar situaciones problemáticas en las que las paredes pueden generarse elementos demasiado grandes favoreciendo la salida del fluido. Es importante remarcar que, en el remallado del PFEM solo se encarga de gestionar los nodos del fluido, y no los de la pared. Por esta razón, es importante controlar la malla del contorno, y en el caso que fuese necesario, añadir algún nodo en los bordes para ir conectando todos los elementos y evitar los problemas comentados. A continuación, en las figuras 3.5.7 y 3.5.8 se muestran unos ejemplos del problema y de la solución que se puede obtener.

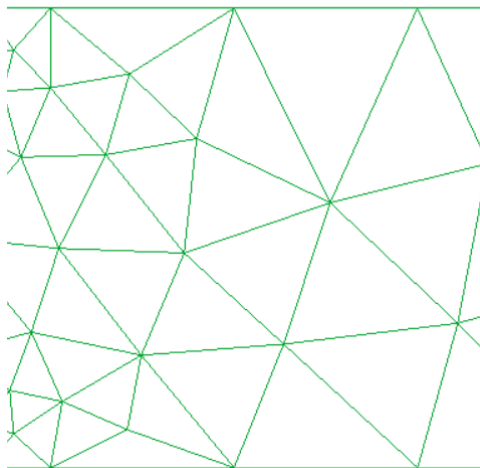


Figura 3.5.7 Irregularidad en el mallado

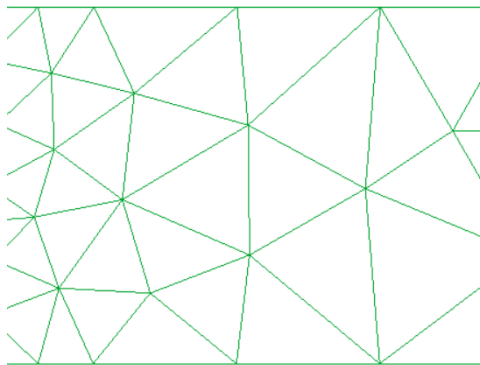
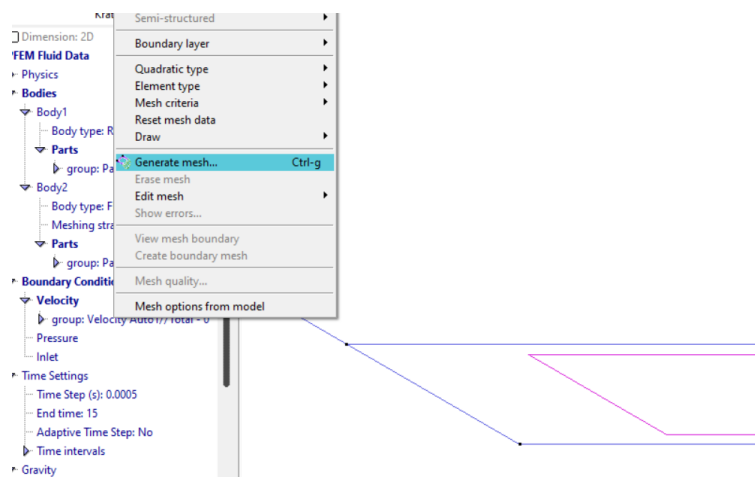


Figura 3.5.8 Regularidad apreciada tras añadir nodo en el borde inferior

Una vez se haya creado la malla con la respectiva definición de las superficies y líneas, el siguiente paso sería generar la malla.



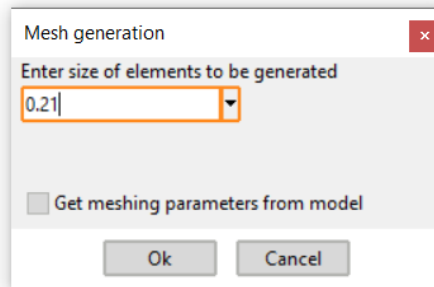


Figura 3.5.9 Generación de la malla

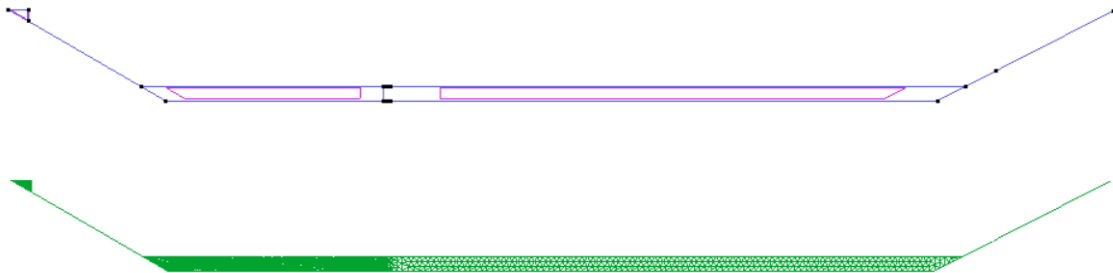


Figura 3.5.10 Malla generada

En el apartado siguiente, se explicará otra aplicación de programación que se utiliza que se asocia a la interfaz para configurar los datos de partida del caso que se está definiendo.

3.6 Uso del lenguaje de escritura de códigos

Como se ha comentado previamente, KRATOS es un código abierto que sirve para poder implementar modelos numéricos para dar solución a problemas ingenieriles o de fenómenos naturales. Por lo que a lo largo de esta tesina se irá utilizar esta estructura de trabajo para implementar numéricamente los casos a tratar.

El programa que se ha utilizado para poder visualizar los archivos correspondientes a C++ y Python ha sido VisualStudioCode. Es un programa en el cual se puede configurar y modificar cualquier línea de código para reestablecer algún procedimiento que se requiera en ese momento.

Los archivos que más se han utilizado en VisualStudioCode para ir modificando los datos de inicio son, por ejemplo, "ProjectParameters.json" y "PFEMFluidMaterials.json", véase figuras 3.6.1 y 3.6.3, respectivamente. Estos archivos se encargan de informarle al programa que propiedades específicas se han aplicado para la correcta ejecución del problema. Específicamente en el "ProjectParameters.json" se ha ido modificando y corrigiendo algunas líneas de códigos para obtener adecuadamente los resultados deseados como, por ejemplo, la medición de la altura de ola. A continuación, se representará un ejemplo de una línea de código añadida con sus correspondientes condiciones y parámetros representativos del problema.

```

"output_processes" : {
  "other_output_list" : [{
    "python_module" : "wave_height_output_process",
    "kratos_module" : "KratosMultiphysics.PfemFluidDynamicsApplication",
    "parameters" : {
      "model_part_name" : "PfemFluidModelPart",
      "coordinates" : [
        [ 3.1, 0, 0],
        [16.8, 0, 0],
        [32.5, 0, 0]
      ],
      "wave_calculation_settings" : {
        "mean_water_level" : 0.6,
        "relative_search_radius" : 2,
        "search_tolerance" : 1e-6,
        "use_local_element_size" : true,
        "use_nearest_node" : false
      },
      "output_file_settings" : {
        "file_name" : "pfem_<X>",
        "output_path" : "Proves"
      },
      "time_between_outputs" : 0.05
    }
  ]
},

```

Ilustración 3.6.1 Líneas de código del "Projectparameters.json"

El "output_processes" trata del proceso de ejecución, y como se puede apreciar, tienen que definirse las coordenadas de los puntos de análisis específicos para ir trasladando la información calculada cuando se halla ejecutado el caso.

Las líneas de códigos de "wave_calculation_settings" corresponden a los ajustes de la ola de cálculo, estableciendo de ese modo la elevación de la superficie de agua, el radio relativo, la tolerancia, el uso del tamaño del elemento local y el uso del nodo más cercano.

También se definen los ajustes del archivo de los resultados obtenidos, y el tiempo definido para cada resultado.

Los ajustes del archivo de los resultados obtenidos, básicamente es la configuración de la carpeta donde van a ir trasladándose todos los archivos que se han calculado después de la ejecución del caso.

Y finalmente, el código del tiempo definido para cada resultado será 0.05 segundos, ya que es un tiempo suficiente como para crear una cantidad de archivos que te permitan ver un comportamiento y unos resultados precisos del caso establecido.

Por tanto, este archivo está compuesto por los datos de entrada del problema, los ajustes de cálculo, una lista de procesos del problema, procesos de resultados (comentado en la figura anterior), otros procesos y, por último, la configuración de los resultados.

Una parte importante también de este archivo es la definición del dominio del remallado. Seguidamente en la figura 3.6.2 se mostrará en detalle con las líneas de códigos.

```

    },
    "spatial_bounding_box" : {
      "use_bounding_box" : true,
      "initial_time" : 0.0,
      "final_time" : 1000.0,
      "upper_point" : [40.5,3.874999,10],
      "lower_point" : [-6.711696,0,-10]
    },
    "spatial_refining_box" : {
      "use_refining_box" : true,
      "mesh_size" : 0.03,
      "initial_time" : 0.0,
      "final_time" : 1000.0,
      "upper_point" : [9.32382,10,10],
      "lower_point" : [-10,-10,-10]
    }
  }
}

```

Ilustración 3.6.2 Códigos de refinamiento

Como se aprecia en la ilustración, son de gran importancia estas líneas de códigos, ya que servirán para poder definir nuestro dominio remallado. En este caso, con los valores definidos, la malla se irá limitando conforme vaya avanzando el proceso de ejecución y los correspondientes mecanismos.

Otro archivo relevante que se comentó anteriormente es el "PFEMFluidMaterials.json". Este archivo está compuesto por unas líneas de códigos sobre las propiedades del material que se estarían definiendo en el problema.

```

{
  "properties" : [{
    "model_part_name" : "PfemFluidModelPart.Parts_Parts_Auto2",
    "properties_id" : 1,
    "Material" : {
      "Variables" : [],
      "Tables" : {}
    }
  }],{
    "model_part_name" : "PfemFluidModelPart.Parts_Parts_Auto3",
    "properties_id" : 2,
    "Material" : {
      "constitutive_law" : {
        "name" : "Newtonian2DLaw"
      },
      "Variables" : {
        "DENSITY" : 1000.0,
        "DYNAMIC_VISCOSITY" : 0.001,
        "BULK_MODULUS" : 2100000000.0
      },
      "Tables" : {}
    }
  }
}

```

Ilustración 3.6.3 Líneas de código del "PFEMFluidMaterials.json"

Cabe destacar que, cualquier dato que se quiera modificar se puede hacer mediante la interfaz de GiD, o directamente desde los archivos con líneas de código en C++. La segunda opción es

mucho más directa y más rápida, ya que el problema se podría redefinir al instante en el archivo sin tener que entrar en el programa.

Después de explicar el uso de los diferentes programas, seguidamente se comentarán algunas funciones importantes para entender como se desarrollan algunas líneas de código que están definidas para la respectiva configuración de todo el problema.

3.7 Funciones de procesos representativas

- Compute_average_pfem_mesh_parameters_process.hpp

El presente archivo calcula el tamaño de la malla medio, únicamente lo hace cuando el refining box no está definido. Realiza el cálculo fuera, ya que el programa ya sabe la información de la zona donde se ha refinado mucho más, por lo que es necesario tener más información de la zona menos refinada.

- Remove_mesh_nodes_for_fluids_process.hpp

Este archivo tiene la función de eliminar los nodos que estén demasiado cerca uno con el otro. Si el tamaño de malla es constante no hay problema, ya que todos los elementos triangulares son equiláteros, y no habría problemas en la frontera. En el caso que se haya definido un refining box, el programa debe entender la configuración del problema, ya que el tamaño de los elementos ya no será constante, y variará en el dominio.

- Generate_new_nodes_before_meshing_process.hpp

En el archivo presente tiene como función ir generando nuevos nodos al elemento más grande, y también del lado más grande del elemento. En cambio, en una malla distorsionada, se eliminan dos nodos, y se vuelven a añadir dos nodos para reconstruir el elemento.

- Select_mesh_elements_for_fluids_process.hpp

En este archivo tiene como función elaborar el método de Alpha-Shape. En la transición donde se encuentra una variación en el tamaño del elemento suelen originarse huecos o agujeros, en los cuales no son deseables. De ese modo, se va modificando el Alpha-Shape en esta función para ir actualizando estos efectos. El Alpha-Shape suele aumentar en el interior para no ir generando huecos o agujeros.

- Función de distancia de transición entre mallas

La distancia de transición juega un papel importante en el remallado del PFEM, ya que al definir dos mallas de diferente tamaño en un dominio computacional no se sabe con exactitud que distancia puede definirse entre dos mallas. Por tanto, en esta transición de diferente tamaño de elementos va variando el tamaño de malla linealmente definiendo el origen el límite donde

finaliza el primer mallado. En la siguiente ecuación se mostrará la función de la distancia de transición.

$$d = K * H_{grosera} \quad \text{Ecuación 3.7.1}$$

Donde $H_{grosera}$ es el tamaño de la malla grosera, K es un coeficiente y d es la distancia de transición. En este trabajo se ha considerado un valor de $K=2$.

En el siguiente capítulo de análisis y resultados se podrá entender que proceso exacto, y que códigos se han ido utilizando para la correcta ejecución de cada caso.

A continuación, se explicarán los pasos que se han realizado para simular algunos ejemplos numéricos iniciales. En el siguiente capítulo se entrará más en detalle y se analizarán los resultados con ejemplos numéricos aplicando el modelo PFEM para casos reales.

3.8 Ejemplos numéricos iniciales

3.8.1 Columna de agua impactando contra un muro rígido

Se realizó este primer caso inicial para validar de algún modo la relación que podían generarse varios cuerpos en un mismo dominio, véase figura 3.8.1.1. En este caso se utilizaría un tamaño de malla constante en toda la columna de agua.

Geometría inicial y datos de partida

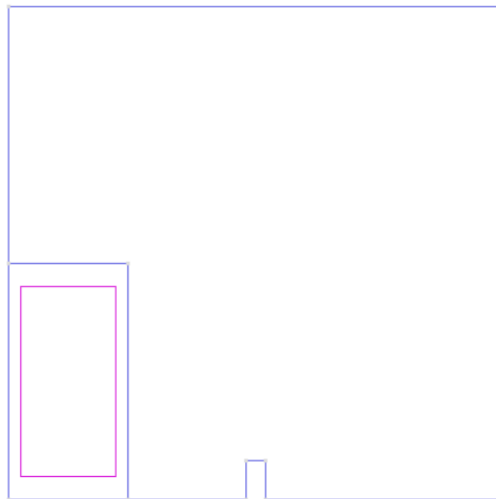


Figura 3.8.1.1 Geometría inicial y datos de partida

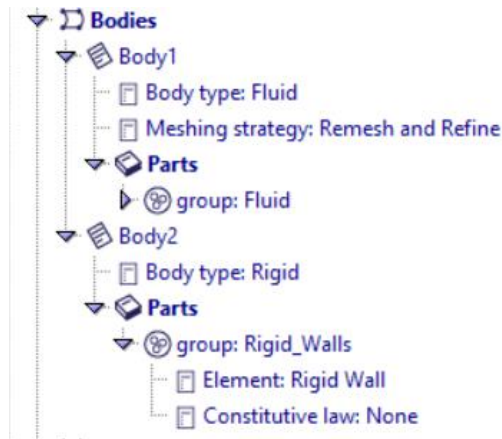


Tabla 3.8.1.1 Geometría inicial y datos de partida

Como se puede apreciar, se deberán de definir dos cuerpos, véase tabla 3.8.1.1, un fluido que corresponderá a la columna de agua que se puede ver con su respectiva malla y, por otro lado, un cuerpo rígido, que se tendrá que definir como límite de la geometría incluyendo el muro, con el fin de que el fluido pueda avanzar y no traspasar por la limitación definida. A continuación, en la figura siguiente se puede observar con detalle cada cuerpo definido.

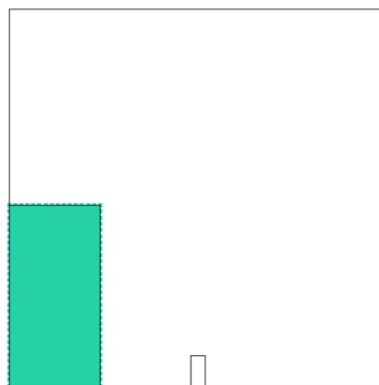


Figura 3.8.1.2 Definición de la parte fluida

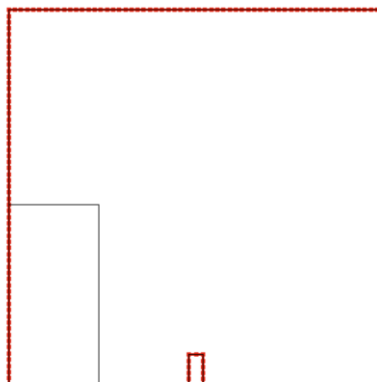


Figura 3.8.1.3 Definición del cuerpo rígido

Condiciones de contorno

Después de definir cada cuerpo, habrá que aplicar las condiciones de contorno, véase las figuras 3.8.1.2 y 3.8.1.3. Como se aprecia en la tabla 3.8.1.2 y en la figura 3.8.1.4, se aplicará una velocidad en todo el contorno de la geometría, con el fin de que el fluido pueda tener un movimiento descendente y el correspondiente funcionamiento de cada mecanismo, ya sea el mecanismo de la parte más alta de la columna de agua, y el mecanismo que hace avanzar por la parte lateral de la columna de agua.

Con el ejemplo que se explicó en el capítulo 2, se puede apreciar de manera más práctica el funcionamiento de cada mecanismo.

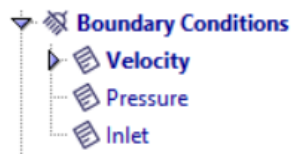


Tabla 3.8.1.2 Definición de la velocidad

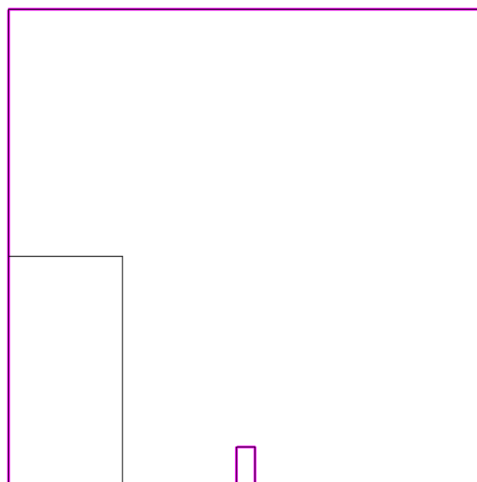


Figura 3.8.1.4 Definición de la velocidad

Ajustes de tiempo

En este subapartado se define el tiempo de intervalo establecido y la duración del caso, véase en la tabla 3.8.1.3. En este ejemplo inicial, se ha utilizado una duración y un intervalo de tiempo no tan significantes y que no requiere de costes computacionales.

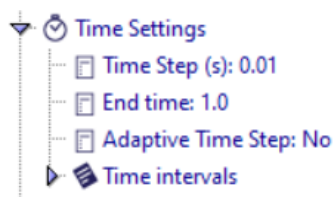


Tabla 3.8.1.3 Definición del tiempo

Mesh boxes

En el presente subapartado de Mesh boxes se debe de tener en cuenta, ya que en varias ocasiones en algunos casos suelen presentar problemas sin la definición de esta utilidad. El problema que puede ocasionarse debido a la no definición de estas propiedades es el traspaso del cuerpo del fluido por las líneas que se han definido como rígidas. Para ello, se tendrán que definir unas propiedades específicas de esta sección, véase la tabla 3.8.1.4. Hay dos propiedades: una llamada bounding box y la otra propiedad es llamada refining box.

El bounding box funciona para poder limitar los cuerpos en la geometría definida, con el fin de que el cuerpo del fluido mientras va avanzando no genere problemas inesperados. Más adelante en otros ejemplos se mostrarán algunos problemas generados por no definir adecuadamente esta utilidad.

El refining box se utiliza con más frecuencia cuando se definen varios tamaños de refinamiento en un mismo dominio. Se tendría que limitar la posición exacta donde haya un cambio significativo en el tamaño del mallado, con el fin de que el programa pueda ejecutar con más facilidad la definición del problema tratado.

Con estas dos utilidades se haría un mejor funcionamiento del programa sin la obtención de problemas inesperados.

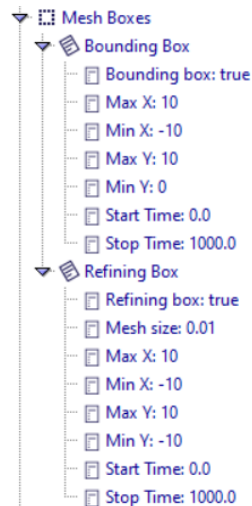


Tabla 3.8.1.4 Definición de la mesh boxes

Generación de la malla

En este apartado consta de generar la malla del cuerpo del fluido. Se utilizará únicamente un solo tamaño de malla para la columna de agua con un tamaño de 0.01m. En algunas ocasiones se pueden visualizar problemas en los contornos de los cuerpos remallados, en los que se puede apreciar una malla heterogénea. En estos casos, para homogeneizar este efecto se suele refinar en los contornos del cuerpo con el mismo tamaño de malla que se le ha aplicado en el cuerpo del fluido, véase figura 3.8.1.5. Por otra parte, este efecto en algunos casos como en el actual no es tan significativo, ya que es una geometría más simple. Sin embargo, en otros casos donde se hacen uso de la combinación de otros cuerpos en un mismo dominio, se debe de aplicar una configuración y mejora de estos efectos.

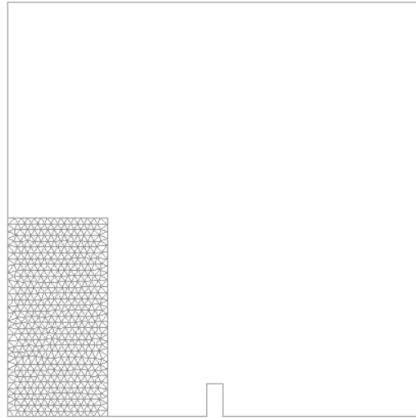


Figura 3.8.1.5 Generación del mallado

Ejecución del caso inicial

Después de haber definido la geometría inicial, los datos de partida, generar la malla con su respectivo tamaño, se ejecutará este caso y se podrá visualizar como se van comportando los mecanismos con su técnica de refinamiento establecida.

A la hora de ejecutar el caso, hay dos formas de hacer la ejecución. Por un lado, desde la misma interfaz, se puede ir a la herramienta “calcular” y desde ese lugar visualizar los resultados de la simulación numérica. Por otro lado, desde la herramienta “PowerShell”, en mi caso tuve que utilizar esta opción, ya que al estar utilizando Windows no me permitía obtener los resultados desde interfaz de GiD. Por lo que, desde un archivo guardado podías ejecutar el caso con la herramienta “PowerShell” y así obtener todos los archivos en cada intervalo de tiempo.

3.8.2 Cuerpo fluido con dos superficies

Geometría inicial y datos de partida

En este otro ejemplo de un caso inicial consta de un cuerpo de fluido con dos superficies, en las cuales una superficie está más refinada que la otra. Más adelante se mostrará el detalle del mallado. Se aprecian en las figuras 3.8.2.2 y 3.8.2.3 que estas dos superficies (cuerpos fluidos) están sujetas a una plataforma (cuerpo rígido), con el fin de que el fluido vaya avanzando por gravedad y así apreciarse cada mecanismo generado por el movimiento del fluido.

En la figura 3.8.2.1 se muestra la geometría inicial y en la tabla 3.8.2.1 los datos de los cuerpos definidos:

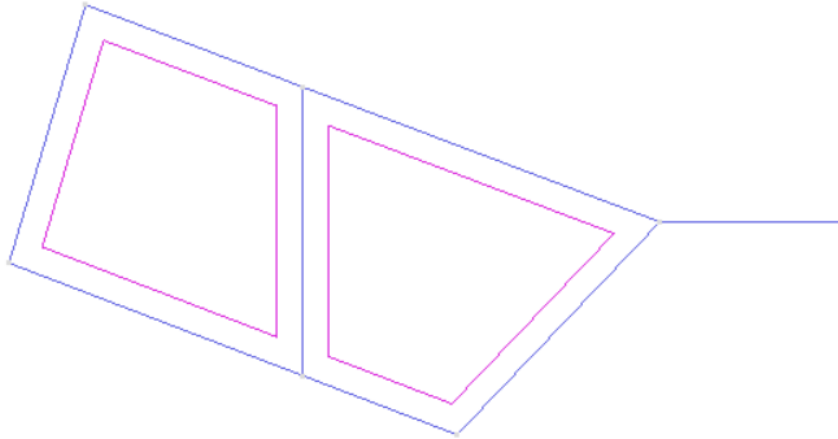


Figura 3.8.2.1 Geometría inicial y datos de partida

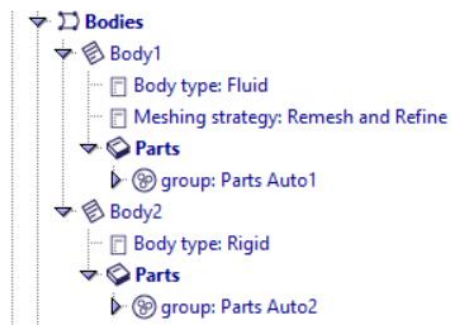


Tabla 3.8.2.1 Geometría inicial y datos de partida

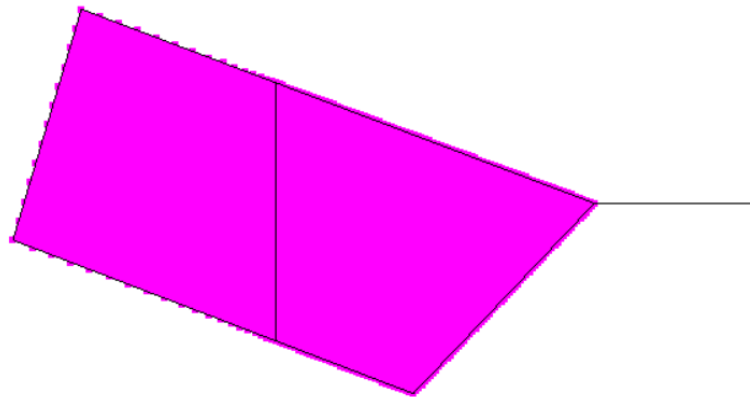


Figura 3.8.2.2 Definición de la parte fluida

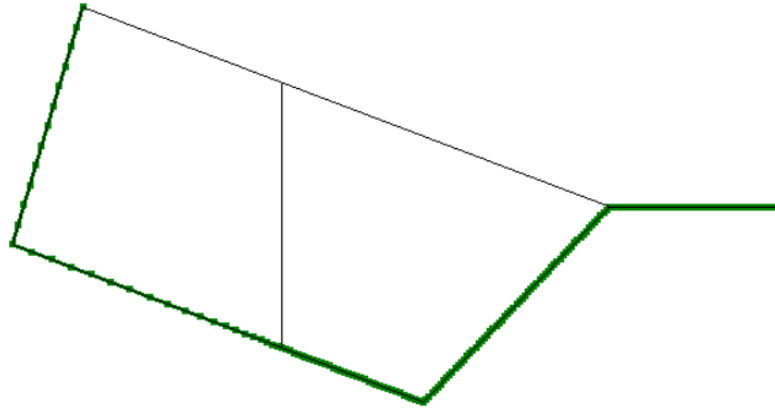


Figura 3.8.2.3 Definición de la parte rígida

Condiciones de contorno

Como condición de contorno se aplicará la velocidad como en el anterior caso inicial, véase la figura 3.8.2.4.

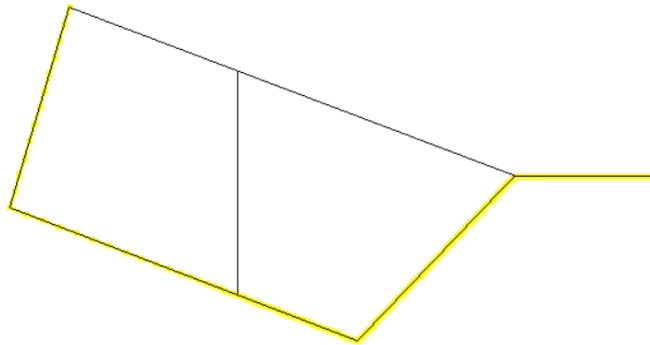


Figura 3.8.2.4 Definición de la velocidad

Ajuste de tiempo

En cuanto al tiempo y como en el caso inicial anterior, se definirá un intervalo de tiempo y una duración de 0.1 segundos y 1 segundo, respectivamente, véase tabla 3.8.2.2.

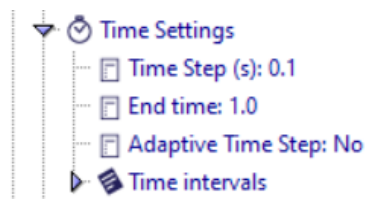


Tabla 3.8.2.2 Definición del tiempo

Mesh boxes

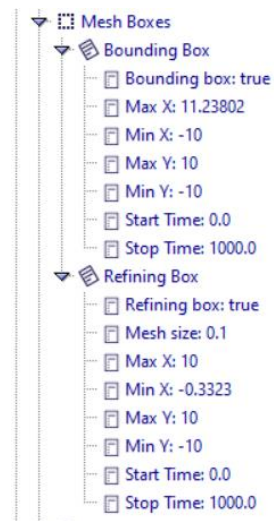


Tabla 3.8.2.3 Definición de la mesh boxes

Como se puede observar en la tabla 3.8.2.3 de mesh boxes, los datos que se han definido en la bounding box son los que permiten limitar la malla cuando transcurre el movimiento del fluido. Por otra parte, respecto a los datos del refining box, como se comentó previamente, se definen en el momento que se utilizan diferentes tamaños de malla en un mismo dominio. Así de ese modo, el programa sabe de forma rápida que variación significativa de elementos se encuentran en el problema.

Generación de la malla

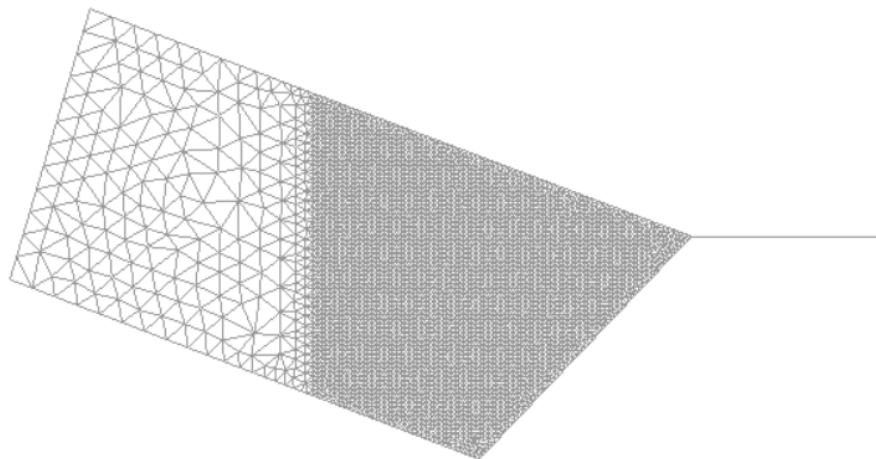


Figura 3.8.2.5 Generación del mallado

Como se puede observar en la figura 3.8.2.5, hay dos superficies en un mismo dominio con diferentes tamaños de mallado. Por un lado, un mallado no refinado en el mecanismo donde va

cediendo el fluido y, por otro lado, un mallado refinado, en el que el mecanismo representa un avance del fluido. Esto comporta a un movimiento del sólido completo generando ambos mecanismos con diferentes tipos de tamaño de malla. Se puede ver que aquí se está definiendo una técnica de mallado, en la cual está dividiendo dos partes del cuerpo representando así un mallado más preciso en la parte final del evento.

En casos mucho más extensos, esta técnica de dividir el evento en más superficies es de gran utilidad, ya que al refinar la malla en una zona concreta y no en su totalidad generaría un coste computacional mucho más reducido. De ese modo, en muchos casos en zonas específicas del evento es conveniente hacer un uso de un refinamiento intensivo, por el hecho de tener un mejor análisis de la información, y así realizar una mejor optimización del proceso de ejecución.

En el siguiente capítulo se irán representando los ejemplos numéricos del caso a tratar.

Capítulo 4

EJEMPLOS NUMÉRICOS

4.1 Introducción

En los capítulos anteriores se han descrito la metodología numérica y los softwares necesarios para la simulación de problemas de fluidos de lámina libre y problemas de desastres naturales. Se ha hecho hincapié en la estrategia del remallado y en la posibilidad de utilizar un refinamiento de malla que pueda permitir una reducción de coste computacional. En este capítulo, el objetivo es comprobar el funcionamiento de esta herramienta de refinamiento de malla. En particular, se quiere analizar si es posible reducir el coste computacional sin reducir significadamente la calidad de los resultados. También interesa comprobar hasta que salto de malla contiguas se puede alcanzar. Como se ha descrito en capítulos anteriores, grandes saltos de tamaños de elementos pueden provocar la presencia de elementos distorsionados que son indeseables por dos razones. La primera razón es por la calidad de su solución FEM, que puede ser peor, y la segunda, puede inducir la técnica del Alpha-Shape Method a eliminarlos creando vacíos no físicos en el dominio fluido.

El problema que se analizará en este capítulo es un ejemplo de derrumbe que crea una ola de tsunami. Como se ha comentado en la introducción de esta tesis, este tipo de desastre natural es bastante catastrófico y difícil de predecir. Las herramientas de los métodos numéricos permiten darnos una solución aproximada a esos fenómenos, aunque tienen el inconveniente del gran coste computacional que supone la solución de problemas en escala real. Por eso mismo, hay un gran interés en reducir el coste computacional de estas simulaciones. Afortunadamente, este tipo de desastres naturales, presentan dos zonas distintas que requieren un nivel de refinamiento diferente. Por un lado, en el campo cercano (deslizamiento, zona de impacto y generación de la ola), el refinamiento necesario es alto porque los fenómenos clave ocurren en escalas muy pequeñas. Por otro lado, en el campo lejano (propagación de la ola y run-up), el refinamiento de malla requerido puede ser significadamente menor. En este capítulo se quiere comprobar si esta observación es correcta, y si se puede efectivamente utilizar una malla más gruesa en el campo lejano manteniendo de igual modo una buena precisión en la propagación de la ola.

Es importante precisar que el objetivo de este capítulo y de esta tesis no es tanto la validación de la herramienta numérica frente a los casos reales, sino el estudio del algoritmo de refinamiento. El lector interesado puede encontrar comparaciones entre el método numérico utilizado y casos experimentales y acontecimientos históricos de derrumbes en Franci A. et al., 2020. Por esta razón, el modelo de referencia que se considerará para el análisis del error no es el caso experimental, sino el caso numérico obtenido con la malla más fina que se ha podido utilizar en este trabajo, es decir $h=3$ cm. Es importante destacar aquí que esta malla no es la malla que asegura los resultados óptimos. En Mulligan R.P. et al., 2020 se demostró que sirve un tamaño de malla de 1.5 cm para obtener una buena correlación con los resultados experimentales. Sin embargo, ese tamaño conllevaría a obtener simulaciones numéricas de larga duración (del orden de una semana). Por esta razón, en este estudio se ha considerado un tamaño de los elementos de la malla mayor. De todos modos, esta decisión no afectaría a la

validación de resultados presentados ni al objetivo del trabajo, que es el análisis de la herramienta de remallado.

En este capítulo se analizará el caso experimental que ya se estudió en Mulligan R.P. et al., 2020, utilizando una malla homogénea (sin refinamiento). El lector puede encontrar una profundizada comparación entre los resultados numéricos y las observaciones experimentales en ese artículo.

El presente capítulo se clasifica en dos partes. La primera parte consistirá en una descripción breve del ensayo experimental que se llevó a cabo en la Universidad de Queen, Kingston, Canadá. Y en la segunda parte se representarán y analizarán los resultados obtenidos a través del modelo numérico PFEM.

Por tanto, se irán realizando casos con diferentes técnicas de remallado ilustrando de ese modo el comportamiento de los distintos mecanismos que se van generando en el dominio del remallado en los diferentes cuerpos. Finalmente, con los resultados obtenidos en la modelización numérica se irán comentando una serie de comparaciones y análisis entre todos los casos realizados y los datos experimentales.

4.2 Descripción del ensayo experimental

En el presente apartado se explicará el ensayo experimental que consta de un cuerpo de agua deslizándose por una ladera e impactando contra un cuerpo de agua en reposo generando así una propagación hacia la otra orilla. Este experimento se desarrolló en un laboratorio de la Universidad Queen, Kinston, Canadá.

En los dichos ensayos experimentales se escogió agua como material de deslizamiento por el alto nivel de movilidad que garantiza. Su resistencia al movimiento es mucho más reducida que la de un material granular. Como consecuencia, las velocidades que alcanzan en la zona de impacto y la turbulencia que genera son mayores.

El canal artificial de deslizamiento de agua de la Universidad de Queen consiste en a) una rotura de presa que libera una caja desde la parte superior del canal artificial y se desliza a través de una pendiente de 30°; b) una estructura transparente del canal artificial de 6.73m de largo para poder observar el espesor y la velocidad de la masa deslizante que se dirige hacia la reserva; c) unos 2.1m de ancho y 33.8m de largo del canal artificial para observar el impacto, la transferencia de momento y la transformación de la ola y la propagación en la reserva; y d) unos 27° de run-up y una pendiente de vuelta. En la figura siguiente se puede apreciar el experimento con los datos comentados anteriormente.

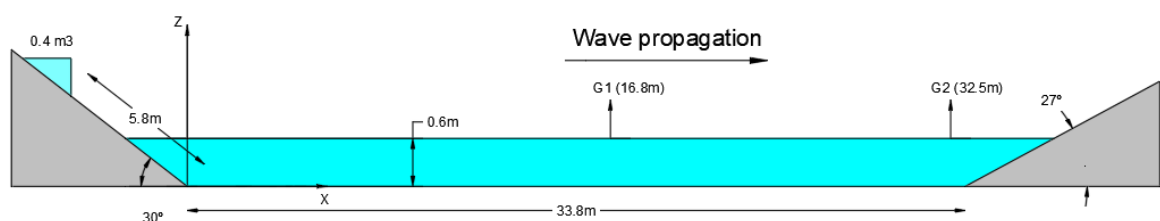


Figura 4.2.1 Problema de deslizamiento de agua con la generación de una ola

En los dos artículos de Bullard G.K. et al., 2019 y Bullard G.K. et al., 2019, utilizaron este canal para conducir 41 experimentos cubriendo un amplio rango de volúmenes ($0.1-0.4 \text{ m}^3$ en incrementos de 0.1 m^3) y profundidades del canal artificial ($0.15-0.65 \text{ m}$ en incrementos de 0.05 m). Estos experimentos se reprodujeron con detalle en Mulligan et al., 2020 donde se mostró una comparativa entre los resultados numéricos obtenidos con el PFEM y los resultados experimentales.

En esta tesis se considera solo el caso con una profundidad de 0.6 m en el embalse y un volumen que desciende por la pendiente de 0.4 m^3 , véase la figura 4.2.1.

Las localizaciones de los sensores del experimento para capturar el comportamiento de la ola en la reserva son descritas con respecto a un origen definido en la esquina de la parte inclinada de la pendiente y la base de la parte horizontal del canal artificial. La elevación de la superficie del agua (η) era medida a 100 Hz utilizando 9 sensores de 0.6 m de largo. Estas pruebas de olas eran localizadas en el centro y a lo largo de todo el canal artificial. Desde el origen $x=0$ hasta el punto 9 que era $x=32.5 \text{ m}$.

Por tanto, con el uso del modelo numérico PFEM se estableció una simulación de las propiedades del deslizamiento en el impacto para diferentes tamaños de malla. Se obtuvo resultados del espesor y de la velocidad con la evolución en el tiempo para diferentes tamaños.

Las propiedades de los materiales son descritas en las ecuaciones gobernantes por la densidad y viscosidad del agua ($1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ y $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{seg}$, respectivamente), y el dominio del modelo es construido en dos dimensiones (2-D) donde x es la coordenada horizontal y z es la coordenada vertical. Se eligió utilizar una implementación 2D por su gran precisión y su razonable coste computacional. La malla inicial del PFEM es definida correspondiéndose al evento experimental de Bullard, Mulligan, Carreira y Take (2019), con $0,4 \text{ m}^3$ de cuerpo de agua que desliza por la pendiente hacia la reserva de agua de 33.8 metros de largo. La base rígida del canal artificial es modelada con una condición no-deslizante definida por nodos espaciados que permanecen estacionarios durante toda la simulación.

Las simulaciones fueron conducidas con un tamaño de malla de 0.015 m (la mitad que se utilizará como malla fina en esta tesis), después las pruebas para 7 diferentes tipos de tamaño fueron hechas, con un intervalo de tiempo de 0.0005 seg con una duración de 25 seg . Esta longitud de simulación es suficiente para capturar el comportamiento del deslizamiento de tierra en el pre-impacto, durante el impacto y la propagación de la ola en la dirección x hasta el final del canal artificial, el run-up en la otra pendiente, el run-down y la reflexión, y la propagación de vuelta de la ola hasta el lugar del impacto. Las simulaciones son realizadas a partir de 3 profundidades de la reserva ($h=0.3, 0.45$ y 0.60 m). Cada simulación numérica corre una duración de 4 días con una serie de cálculos realizados en un sistema con procesador Intel Core i7-4790. En esta tesis la duración del caso durará 15 segundos con el mismo intervalo de tiempo de 0.0005 segundos, suficiente como para capturar el comportamiento del pre-impacto, el impacto, la formación y la propagación de la ola y el run-up.

4.3 Uso del modelo numérico PFEM

Como ya se ha observado previamente, la herramienta del PFEM ya ha sido validada de forma extendida en trabajos previos. En este apartado, se centrará en analizar el funcionamiento del algoritmo de refinamiento de malla aplicándolo al caso presentado anteriormente.

Principalmente, se ilustrará el caso de referencia con el refinamiento de malla constante. Después de ir representando ejemplos, análisis y resultados de este caso de referencia, se irán mostrando otros casos aplicando distintas técnicas de refinamiento. El objetivo de tener varios casos con otra tipología de mallado es obtener una comparación de todos estos casos con el de referencia, y así observar que diferencias se han podido generar. Ya que, nos interesa aumentar el tamaño de la malla (por tanto, reducir el número de elementos finitos) en zonas que no son de gran importancia y así reducir el coste computacional.

Por tanto, para poder analizar y obtener los parámetros deseados, se definirán unos puntos (gauges) donde se medirá la altura de ola con la evolución del tiempo. A partir de estos datos iniciales definidos en la interfaz de GiD y utilizando el tipo de problema KRATOS aplicando el modelo PFEM, se han ido definiendo los diferentes cuerpos con sus condiciones de contorno, y dependiendo de la técnica aplicada se ha definido un intervalo de tiempo determinado con su respectiva duración, y también las características de la “mesh boxes”.

A continuación, se representará el caso de referencia con la aplicación de un tamaño de malla constante.

4.3.1 Caso de referencia

Geometría inicial y datos de partida

Principalmente, como se aprecia en las figuras 4.3.1.1, 4.3.1.2 y 4.3.1.3 se ha definido la geometría inicial considerando dos superficies, pero siendo al mismo tiempo una parte fluida. Las dos superficies con los datos definidos se pueden observar en la tabla 4.3.1.1.



Figura 4.3.1.1 Geometría inicial completa

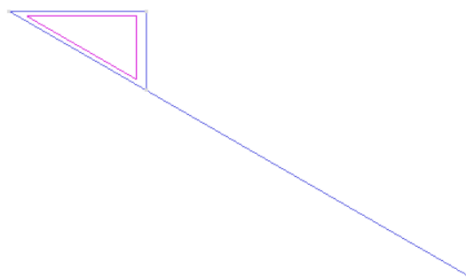


Figura 4.3.1.2 Geometría inicial de la masa



Figura 4.3.1.3 Geometría inicial del cuerpo de agua en reposo

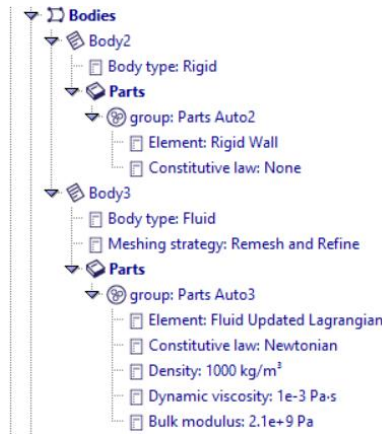


Tabla 4.3.1.1 Definición de los datos de partida

Como se observa en la figura 4.3.1.5 se ha definido un cuerpo rígido, siendo la base donde va a descender la masa y, se va a situar el cuerpo de agua en reposo. Por otro lado, como se observa en la figura 4.3.1.4 se ha definido un cuerpo fluido, en el cual constará de la masa de propiedades geológicas y, también del cuerpo de agua en reposo. Estas dos superficies se definirán como parte fluida del proceso, por lo que se generará un acoplamiento de ambas superficies observando los diferentes efectos que desencadena este evento.



Figura 4.3.1.4 Definición de la parte fluida



Figura 4.3.1.5 Definición de la parte rígida

Condiciones de contorno

Como condiciones de contorno se aplicará la velocidad en todo el cuerpo rígido definido, véase figura 4.3.1.6. Por el simple hecho de obtener una condición de deslizamiento, y así permitir que el dominio pueda establecer un movimiento a través de todo el cuerpo rígido.



Figura 4.3.1.6 Definición de la velocidad

Ajustes de tiempo

Como se ve en la tabla 4.3.1.2, el tiempo de intervalo de cálculo definido será de 0.0005 seg, con una duración general del ensayo de 15 segundos.

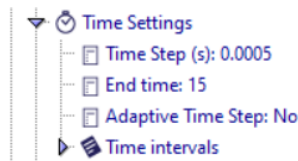


Tabla 4.3.1.2 Definición del tiempo

Mesh boxes

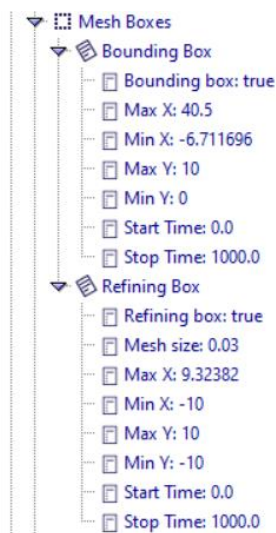


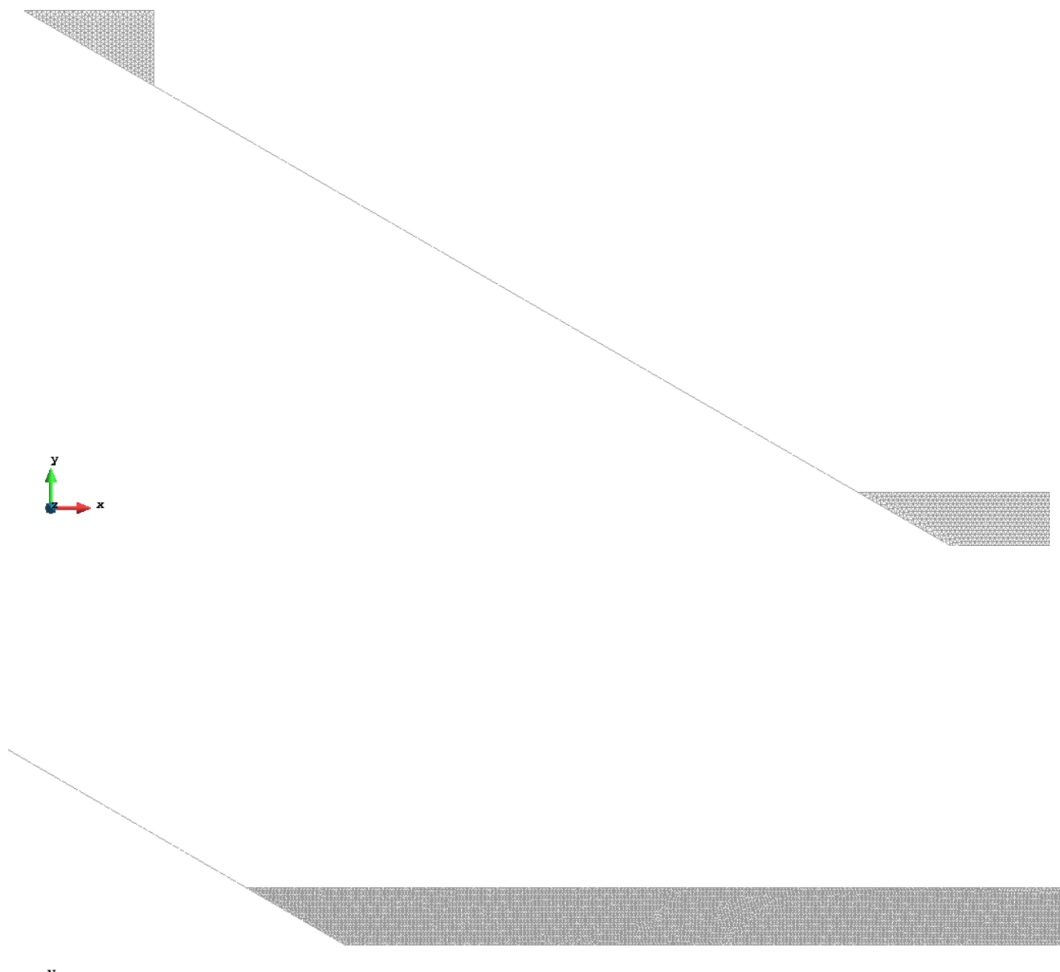
Tabla 4.3.1.3 Definición de la mesh boxes

Como se observa en la tabla 4.3.1.3 se han definido los datos de la mesh boxes, definiendo el bounding box y el refining box.

Generación de la malla

En este caso de referencia, a la hora de generar la malla, se definirá un tamaño de 0.03m en las dos superficies del cuerpo definido, véase la figura 4.3.1.7. Por tanto, en estas dos superficies se establecerá un tamaño de malla con un refinamiento significativo. Por lo que, se esperará un coste de computacional bastante grande.

Por ello, para poder reducir este efecto, se irán probando diferentes técnicas de refinamiento para verificar y comparar si se pueden obtener los mismos resultados, pero aumentando el tamaño de la malla menos refinada. Estas técnicas se irán mostrando con mucho más detalle en los siguientes apartados.



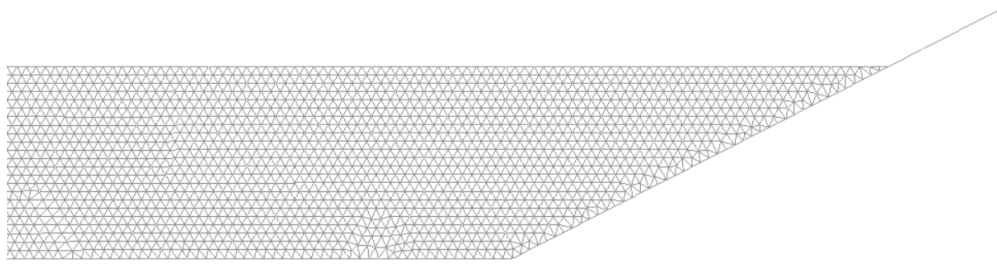


Figura 4.3.1.7 Generación de la malla

Ejecución del caso

En las figuras 4.3.1.8, 4.3.1.9, 4.3.1.10, 4.3.1.11, 4.3.1.12 se mostrará el comportamiento de cada fase en el caso de referencia con la malla de 0.03m. Se podrá apreciar el pre-impacto, el impacto, la formación y la propagación de la ola y el run-up con sus respectivos instantes de tiempo.

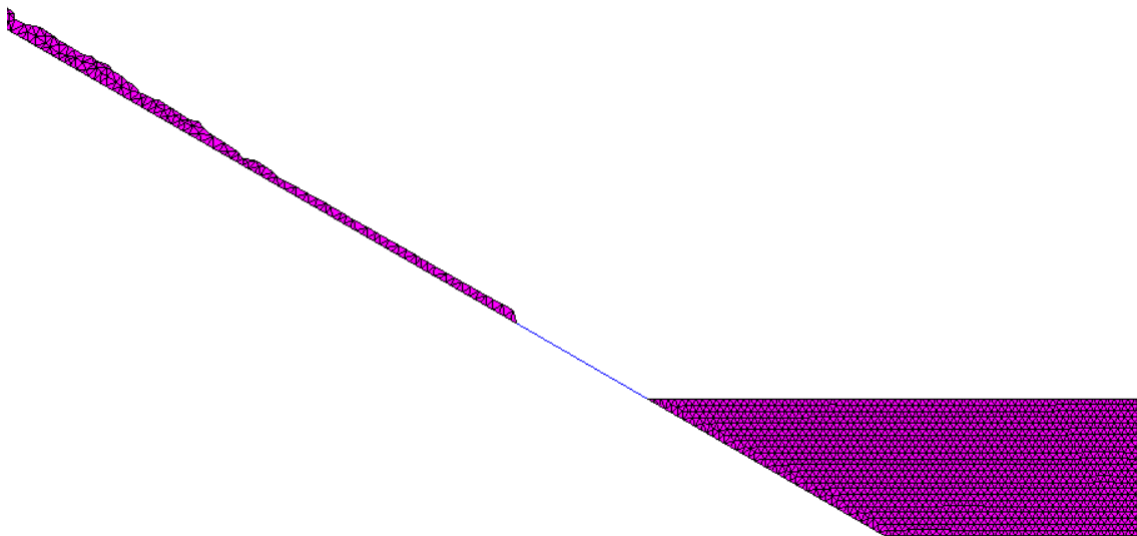


Figura 4.3.1.8 Instante de pre-impacto con tamaño de malla de caso de referencia 0.03m con $t=1$ seg

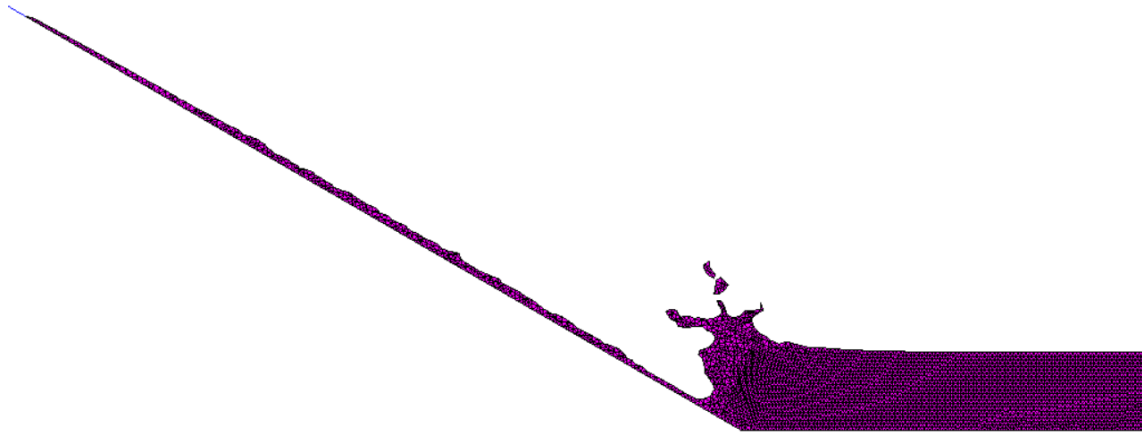


Figura 4.3.1.9 Instante de impacto con tamaño de malla de caso de referencia 0.03m con $t=1.5$ seg

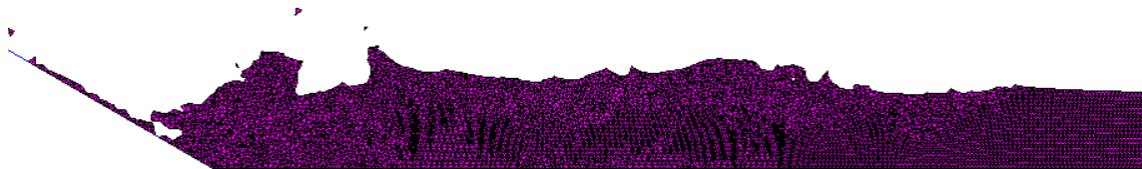


Figura 4.3.1.10 Instante de la formación de la ola con tamaño de caso de referencia 0.03m con $t=3$ seg

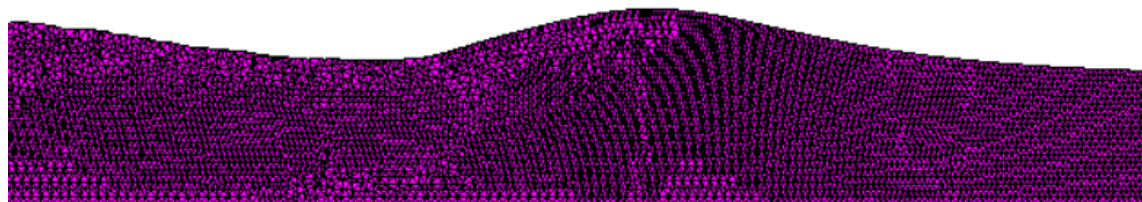


Figura 4.3.1.11 Propagación de la ola con tamaño de caso de referencia 0.03m con $t=7$ seg

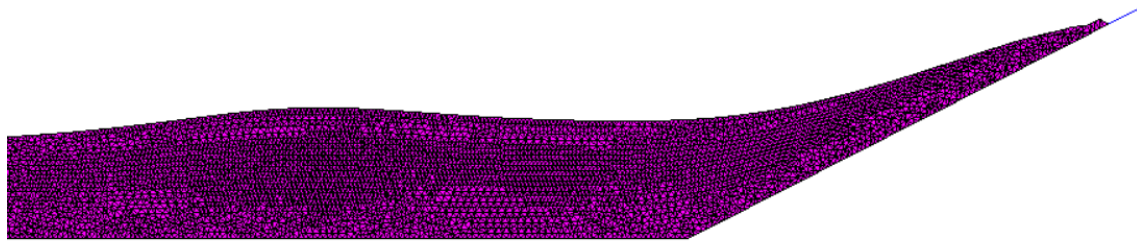


Figura 4.3.1.12 Run-up con tamaño de malla de caso de referencia 0.03m con $t=13.5$ seg

Resultados obtenidos

En el siguiente apartado, se irán mostrando los casos de refinamiento que se han ido realizando en esta tesina. Son casos en los cuales se han aplicado diferentes técnicas de refinamiento, específicamente se ha dividido el cuerpo de agua en reposo en dos secciones. Por un lado, la sección de campo cercano aplicando una malla fina igual para todos los casos de 0.03m y, por otro lado, la sección del campo cercano que se dispondrá una malla más grosera que irán aumentando en cada caso de refinamiento. Es decir, en campo cercano se ha mantenido el tamaño de malla como en el del caso de referencia, pero en campo lejano se ha ido aumentando el tamaño de malla hasta poder apreciar cambios significantes en la ejecución del problema. En cada caso de refinamiento tendrá su tamaño de malla correspondiente, por lo que principalmente se comenzará a representar el caso más refinado.

4.3.2 Casos de refinamiento

Para cualquier caso de refinamiento la geometría inicial y datos de partida serán los mismos, por lo que solo variará el mallado y los resultados obtenidos. Por tanto, se mostrará la geometría inicial y los datos de partida de todos los casos de refinamiento en el próximo apartado. Para los apartados de la generación de malla y de la visualización de los resultados obtenidos se irá ilustrando uno por uno para poder analizar adecuadamente las diferencias representadas.

Geometría inicial y datos de partida



Figura 4.3.2.1 Geometría inicial

Como se puede observar en la geometría inicial, se han definido dos superficies en la zona del cuerpo de agua en reposo, véase la figura 4.3.2.1. Con la definición de las dos superficies se puede llevar a cabo un refinamiento variable entre el campo cercano y lejano.

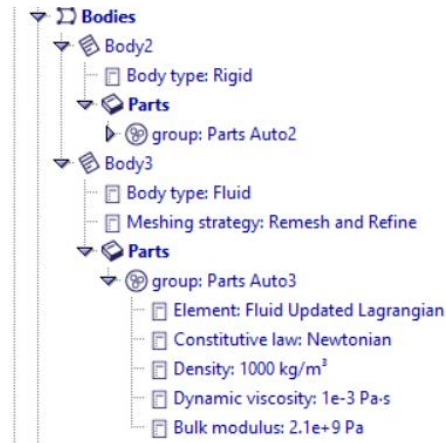


Figura 4.3.2.1 Definición de los datos de partida

Como en el caso de referencia, todos los casos de refinamiento dispondrán de un cuerpo fluido y rígido, véase la tabla 4.3.2.1. A continuación, se observarán en las figuras 4.3.2.2 y 4.3.2.3 con más detalle la delimitación de cada cuerpo.



Figura 4.3.2.2 Definición de la parte fluida



Figura 4.3.2.3 Definición de la parte rígida

Condiciones de contorno

Como se observa en la figura 4.3.2.4, se aplicará la velocidad en el cuerpo rígido definido.



Figura 4.3.2.4 Definición de la velocidad

Ajustes de tiempo

Tanto el intervalo de tiempo como la duración del caso serán iguales al caso de referencia, ya que se deben de tener unos datos de partida similares para que se pueda haber una comparación adecuada de los resultados.

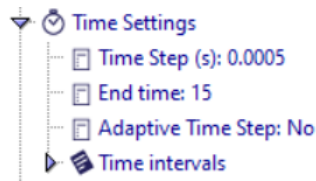


Figura 4.3.2.2 Definición del tiempo

Se observa en la tabla 4.3.2.2 que, se ha aplicado un intervalo de tiempo de 0.0005seg, y una duración del caso de 15seg.

Mesh boxes

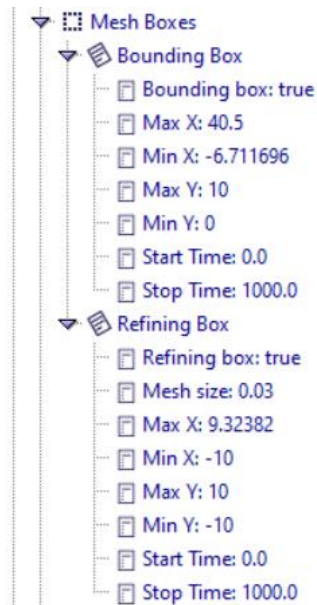


Tabla 4.3.2.3 Definición de la mesh boxes

En la tabla 4.3.2.3 se puede apreciar los datos definidos de la mesh boxes.

Generación de la malla y ejecución del caso

En el siguiente apartado, se mostrarán los distintos casos de refinamiento con sus respectivas mallas.

Caso de refinamiento 0.03-0.06m



Figura 4.3.2.5 Malla de las superficies

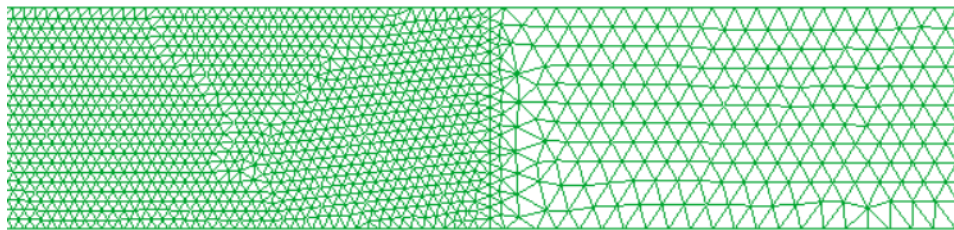


Figura 4.3.2.6 Interface de las dos superficies mallas con distinto tamaño del elemento (0.03-0.06m)

Como se ha observado en la geometría inicial, la geometría consta de 3 superficies, una siendo la masa que descende por el muro inclinado, la segunda superficie que corresponde al campo cercano, y la tercera superficie corresponde al campo lejano.

En la superficie tanto de la masa como la del campo cercano se aplicará un tamaño de mallado de 0.03m. Este tamaño para ambas superficies se definirá para cada caso de refinamiento que se detalle posteriormente. Por otro lado, en la superficie del campo lejano se irá aplicando una variación de tamaño de malla hasta un tamaño de 0.24m, véase las figuras 4.3.2.5 y 4.3.2.6.

Una particularidad de estos casos es que, en la zona de la transición de las mallas, al generarse una variación significativa del tamaño del mallado suelen ocasionarse contingencias o perturbaciones en la ejecución del caso. Por tanto, para poder evitar este problema, se suele añadir otra superficie entre las dos superficies añadidas previamente, y aplicarle a la superficie reciente un tamaño de malla intermedio. Esta aplicación puede mejorar el proceso del movimiento del dominio en la ejecución, y no generar cualquier problemática a raíz de esta gran diferencia de tamaños de malla.

A continuación, en las figuras 4.3.2.10 y 4.3.2.11 se representarán las fases en las cuales se irá apreciando una variación en el mallado, que son en este caso la fase de la propagación de la ola y el run-up. Por tanto, en cada caso de refinamiento se representarán las fases de propagación de la ola y el run-up en las distancias de 16.8m y 32.5m, puesto que son las distancias donde se ha aplicado una malla grosera y puede haber más variabilidad en los resultados.

Representación de cada fase del evento (mallas de 0.03-0.06m)

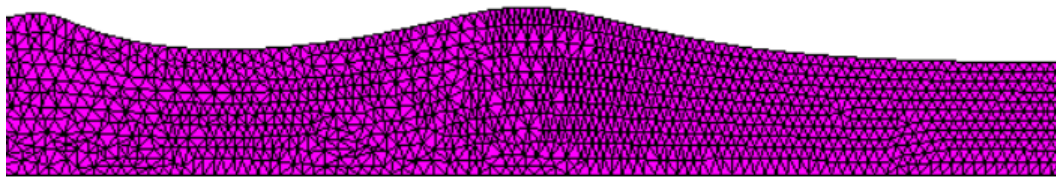


Figura 4.3.2.10 Propagación de la ola con tamaño de malla de 0.03-0.06m en t=7 seg

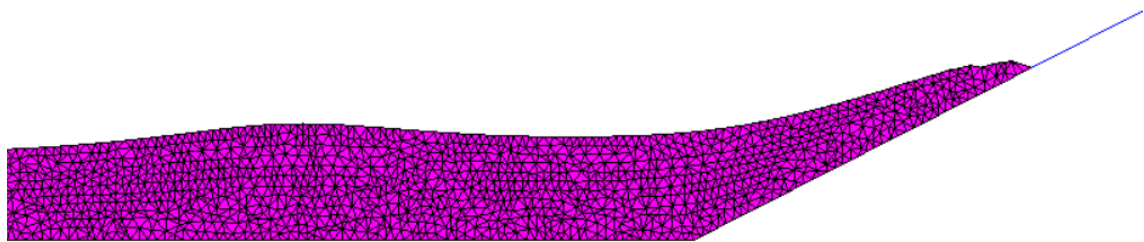


Figura 4.3.2.11 Run-up con tamaño de malla de 0.03-0.06m en t=13.5 seg

Caso de refinamiento 0.03-0.09m



Figura 4.3.2.12 Mallado de las superficies

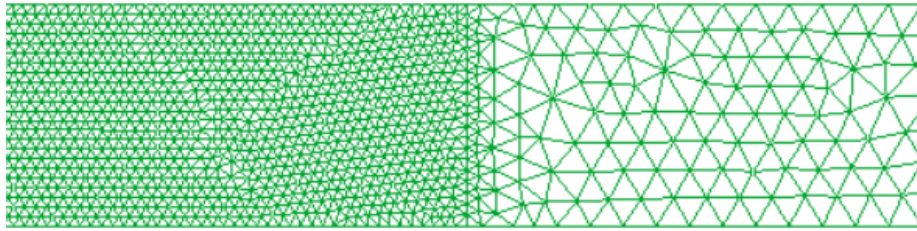


Figura 4.3.2.13 Interface de las dos superficies mallas con distinto tamaño del elemento (0.03-0.09m)

Se puede apreciar en las figuras 4.3.2.12 y 4.3.2.13 que, el tamaño de malla de la superficie del campo lejano se ha incrementado 0.03m. En cada caso de refinamiento se irá incrementando 0.03m hasta visualizar si hay un comportamiento irregular o se hayan creado perturbaciones en el momento que se producen las fases del evento.

Representación de cada fase del evento (mallas de 0.03-0.09m)

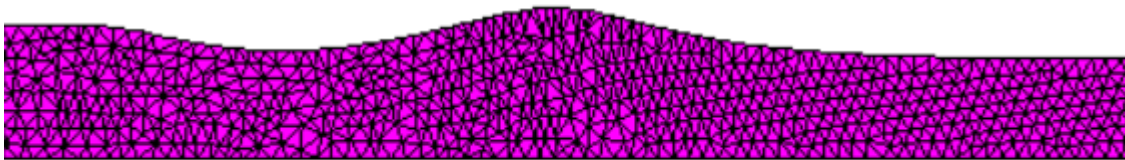


Figura 4.3.2.14 Propagación de la ola con tamaño de malla de 0.03-0.09m con t=7 seg

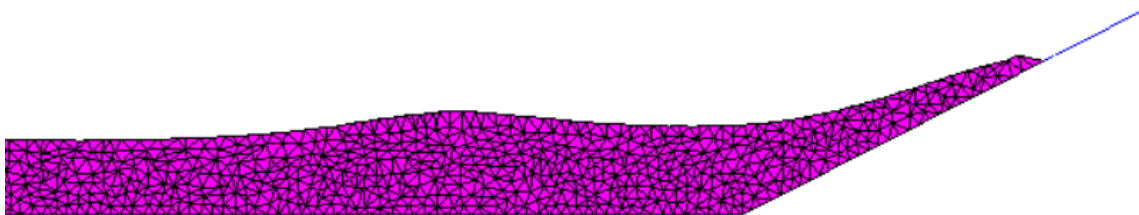


Figura 4.3.2.15 Run-up con tamaño de malla de 0.03-0.09m con t=13.5 seg

Se puede apreciar en las figuras 4.3.2.14 y 4.3.2.15 la propagación de la ola y el run-up, respectivamente.

A continuación, en las figuras 4.3.2.16 y 4.3.2.17 se observa la generación de la malla del caso de refinamiento de 0.03-0.12m.

Caso de refinamiento 0.03-0.12m



Figura 4.3.2.16 Mallado de las superficies

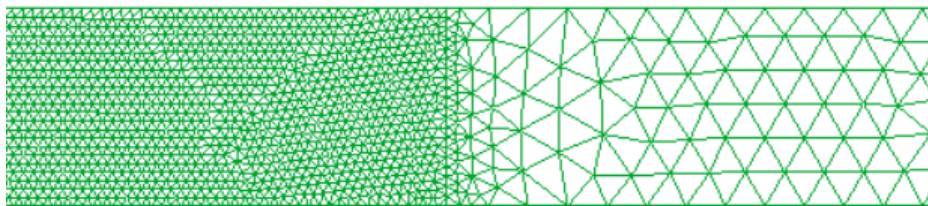


Figura 4.3.2.17 Interface de las dos superficies malladas con distinto tamaño del elemento (0.03-0.12m)

Representación de cada fase del evento (mallas de 0.03-0.12m)

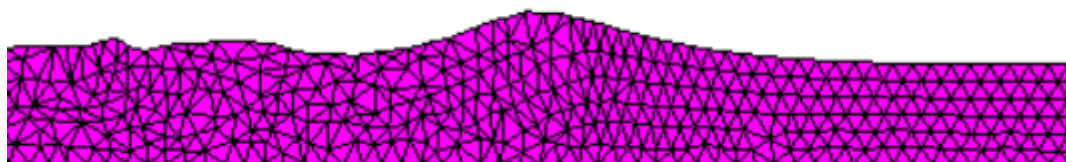


Figura 4.3.2.18 Propagación de la ola con tamaño de malla de 0.03-0.12m con $t=7$ seg

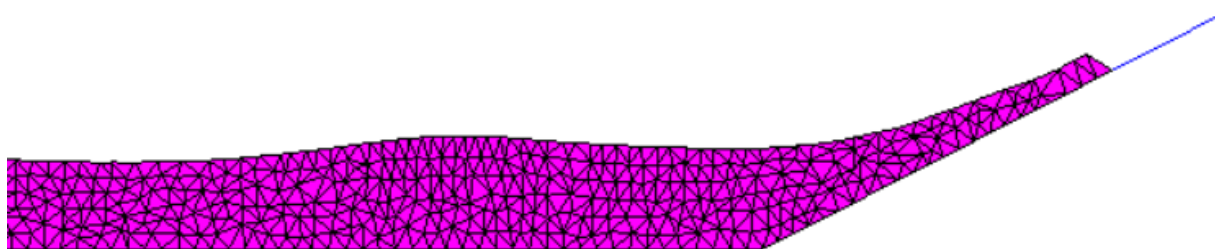


Figura 4.3.2.19 Run-up con tamaño de malla de 0.03-0.12m con $t=13.5$ seg

En las figuras 4.3.2.18 y 4.3.2.19 puede ilustrarse la propagación de la ola y el run-up, respectivamente.

A continuación, en las figuras 4.3.2.20 y 4.3.2.21 se observa la generación de la malla del caso de refinamiento de 0.03-0.15m.

Caso de refinamiento 0.03-0.15m



Figura 4.3.2.20 Mallado de las superficies

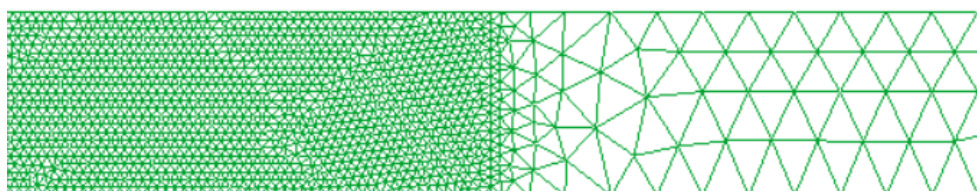


Figura 4.3.2.21 Interface de las dos superficies malladas con distinto tamaño del elemento (0.03-0.15m)

Representación de cada fase del evento (mallas de 0.03-0.15m)

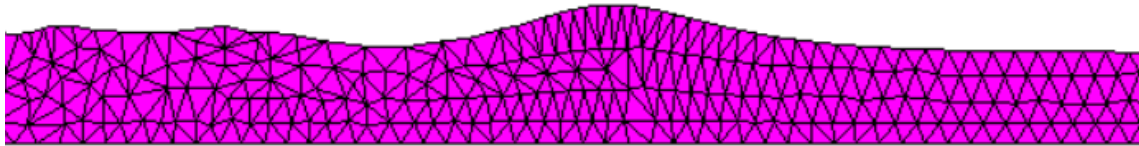


Figura 4.3.2.22 Propagación de la ola con tamaño de malla de 0.03-0.15m con $t=7$ seg

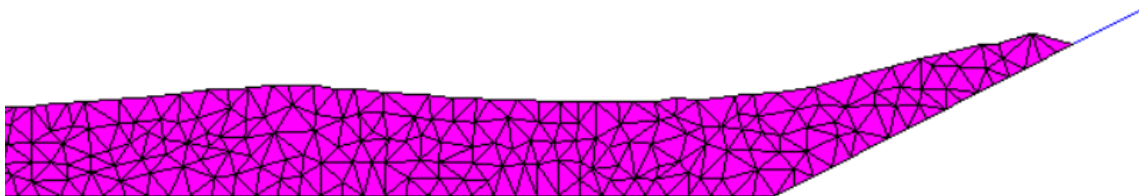


Figura 4.3.2.23 Run-up con tamaño de malla de 0.03-0.15m con $t=13.5$ seg

Se puede observar que el tamaño de la malla grosera es significativa. Sin embargo, no presenta problemas de vacíos e irregularidades en la ejecución, véase las figuras 4.3.2.22 y 4.3.2.23.

Seguidamente en las figuras 4.3.2.24 y 4.3.2.25 se puede ver la generación de la malla del caso de refinamiento de 0.03-0.18m.

Caso de refinamiento 0.03-0.18m



Figura 4.3.2.24 Mallado de las superficies

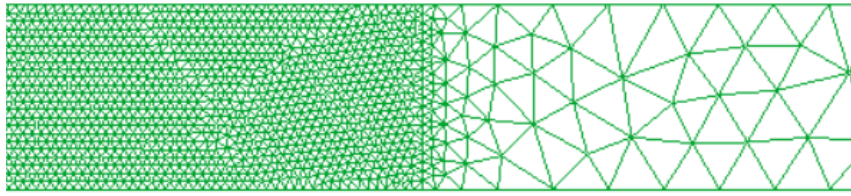


Figura 4.3.2.25 Interface de las dos superficies malladas con distinto tamaño del elemento (0.03-0.18m)

Representación de cada fase del evento (mallas de 0.03-0.18m)

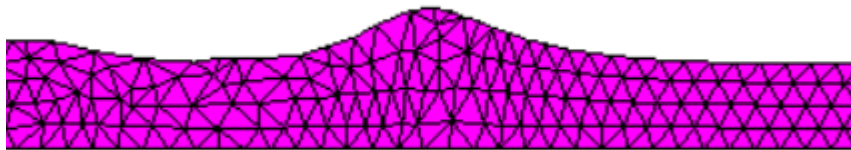


Figura 4.3.2.26 Propagación de la ola con tamaño de malla de 0.03-0.18m con t=7 seg

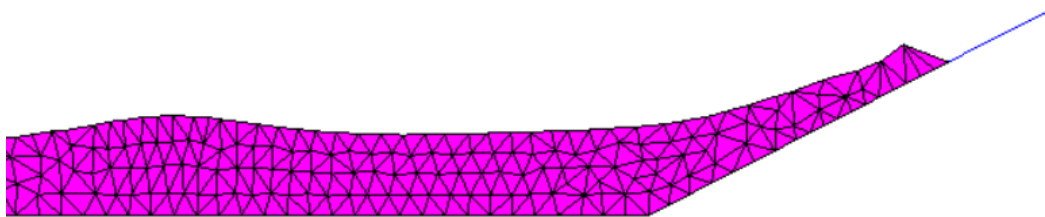


Figura 4.3.2.27 Run-up con tamaño de malla de 0.03-0.18m con t=13.5 seg

Se puede observar en las figuras 4.3.2.26 y 4.3.2.27 la propagación de la ola y el run-up, respectivamente.

A continuación, en las figuras 4.3.2.28 y 4.3.2.29 se observa la generación de la malla del caso de refinamiento de 0.03-0.21m.

Caso de refinamiento 0.03-0.21m



Figura 4.3.2.28 Mallado de las superficies

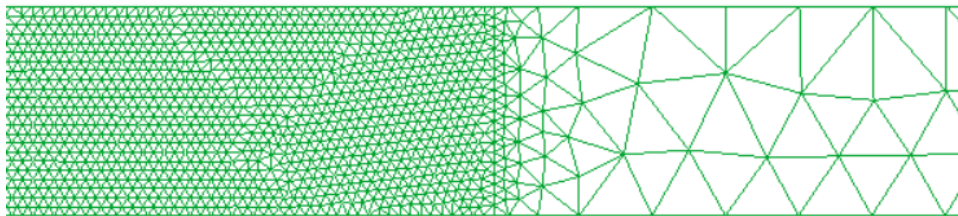


Figura 4.3.2.29 Interface de las dos superficies mallas con distinto tamaño del elemento (0.03-0.21m)

Representación de cada fase del evento (mallas de 0.03-0.21m)



Figura 4.3.2.30 Propagación de la ola con tamaño de malla de 0.03-0.21m con $t=7$ seg

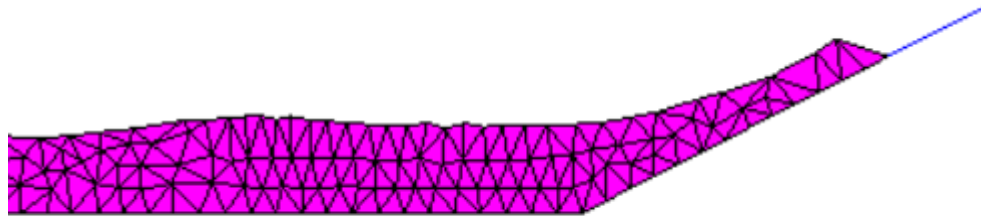


Figura 4.3.2.31 Run-up con tamaño de malla de 0.03-0.21m con $t=13.5$ s

Se puede ver en las figuras 4.3.2.30 y 4.3.2.31 la propagación de la ola y el run-up, respectivamente.

Por último, en el último caso de refinamiento se apreciarán en las figuras 4.3.2.32 y 4.3.2.33 la generación de la malla del caso de refinamiento de 0.03-0.24m.

Caso de refinamiento 0.03-0.24m



Figura 4.3.2.32 Mallado de las superficies

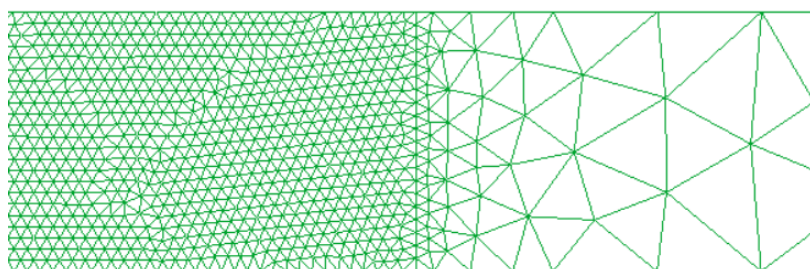


Figura 4.3.2.33 Interface de las dos superficies malladas con distinto tamaño del elemento (0.03-0.24m)

Como se ha estado apreciando en cada ilustración, a medida que va aumentando el tamaño de malla, la distribución de los elementos comienza a ser más irregular, sobre todo en la zona de

transición entre mallas. A continuación, se observará en las figuras 4.3.2.34 y 4.3.2.35 la ejecución del caso de refinamiento de 0.03-0.24m.

Representación de cada fase del evento (mallas de 0.03-0.24m)

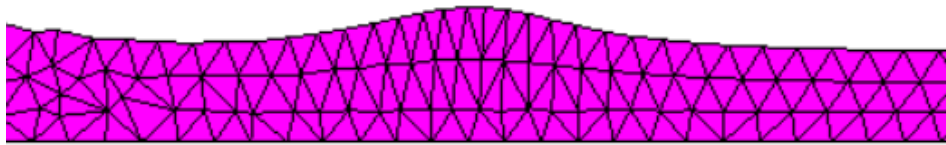


Figura 4.3.2.34 Propagación de la ola con tamaño de malla de 0.03-0.24m con $t=7$ seg

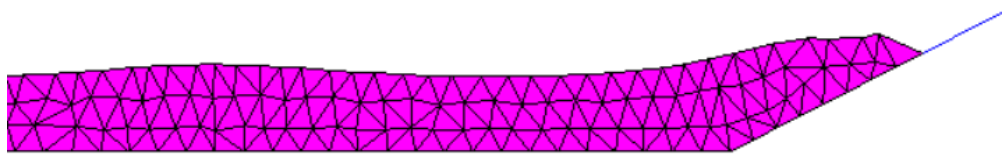


Figura 4.3.2.35 Run-up con tamaño de malla de 0.03-0.24m

Seguidamente se irán representando las gráficas ilustrando una serie de comparaciones como, por ejemplo, la relación del coste computacional con el tamaño del elemento, la altura de ola con la evolución del tiempo, el error global de cada caso de refinamiento respecto al caso de referencia y el número de elementos de la malla generada relacionándolo con cada caso de refinamiento. En la gráfica que analiza la relación de la altura de ola con la evolución del tiempo consiste en comparar el comportamiento de todos los casos de refinamiento con el caso de referencia ($h=3$ cm). Es decir, se quiere encontrar una diferencia conforme se va aumentando el tamaño de malla en la zona menos refinada, con la finalidad de saber si se puede reducir el coste computacional utilizando mallas menos refinadas observando un mismo comportamiento de la simulación. Por consiguiente, se podría ver si se generan fallos o alguna problemática en el aumento del tamaño del elemento.

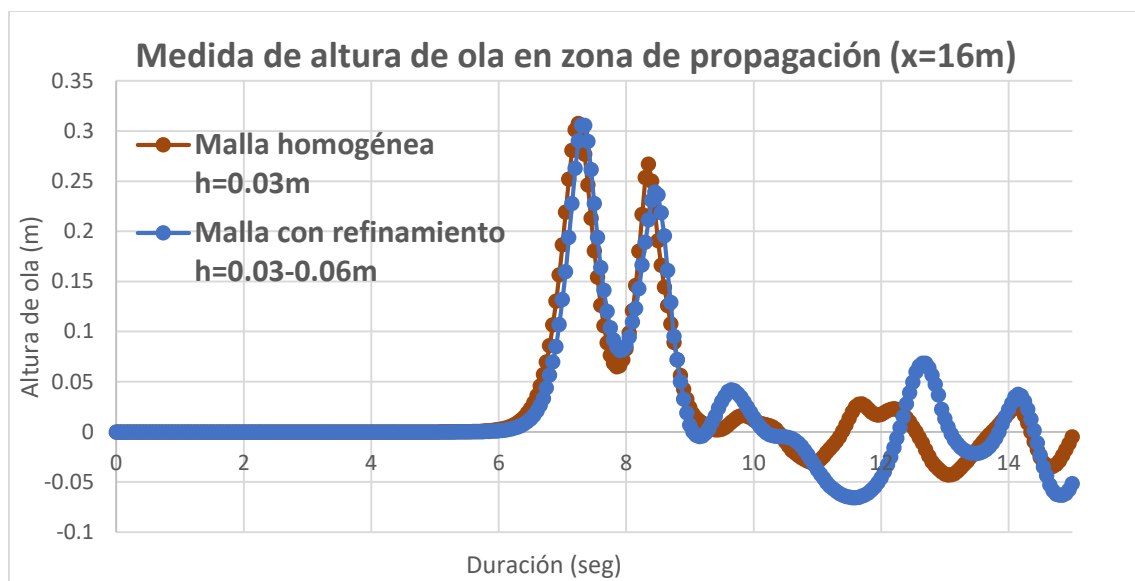
Por otra parte, la distancia de transición que hay entre dos tamaños de elementos es un parámetro interesante de saber, y es importante tenerlo claro, puesto que es una zona en la cual hay una cierta heterogeneidad en el tamaño de elementos, y no se sabe exactamente que distancia puede haber en el salto de malla. Estudiar y analizar un aumento de tamaños de elementos en la zona menos refinada nos dará una cierta idea de los valores aproximados de esa distancia de transición, ya que esa variación en la distancia depende el tamaño del elemento de la malla gruesa. En esta tesina, la ecuación exacta de la distancia de transición es $d = K \cdot H$.

Por tanto, al ir aumentando el tamaño de la malla gruesa esta distancia se irá incrementando de forma lineal. En cambio, si el tamaño del elemento es excesivamente pequeño la distancia dependería únicamente del coeficiente K, en el cual se suele definir como $K=2$.

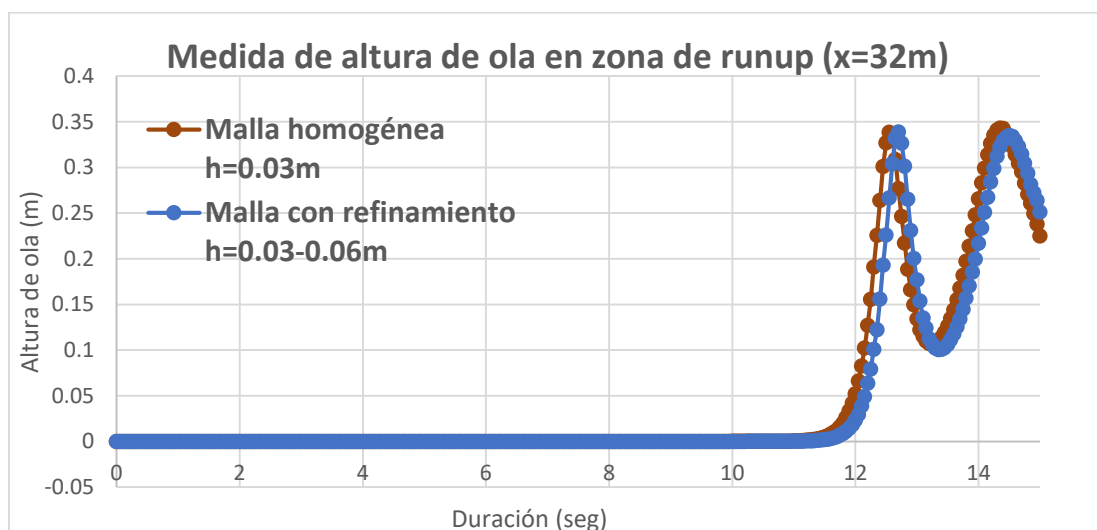
A continuación, se representarán las gráficas que representarán una comparación de los diferentes casos de refinamiento con el caso de referencia relacionando la altura de ola con la evolución en el tiempo.

Principalmente se representarán las gráficas 4.3.2.1 y 4.3.2.2 relacionando la altura de ola con la evolución del tiempo para el caso de refinamiento 0.03-0.06 respecto al caso de referencia 0.03m.

Comparación de las medidas de ola con malla con refinamiento de 0.06m



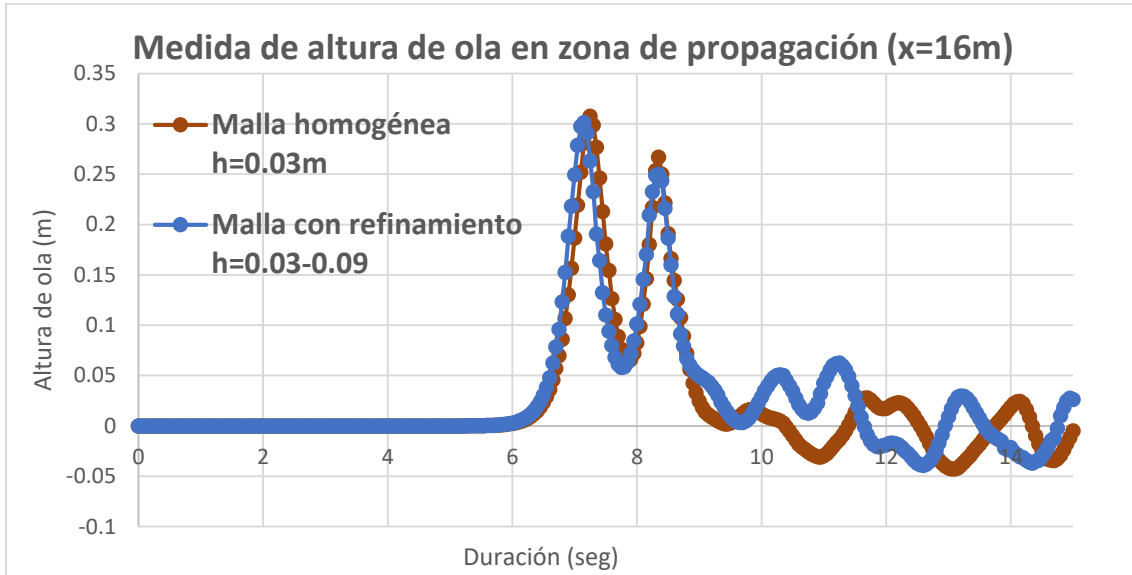
Gráfica 4.3.2.1 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.06m en $x=16m$



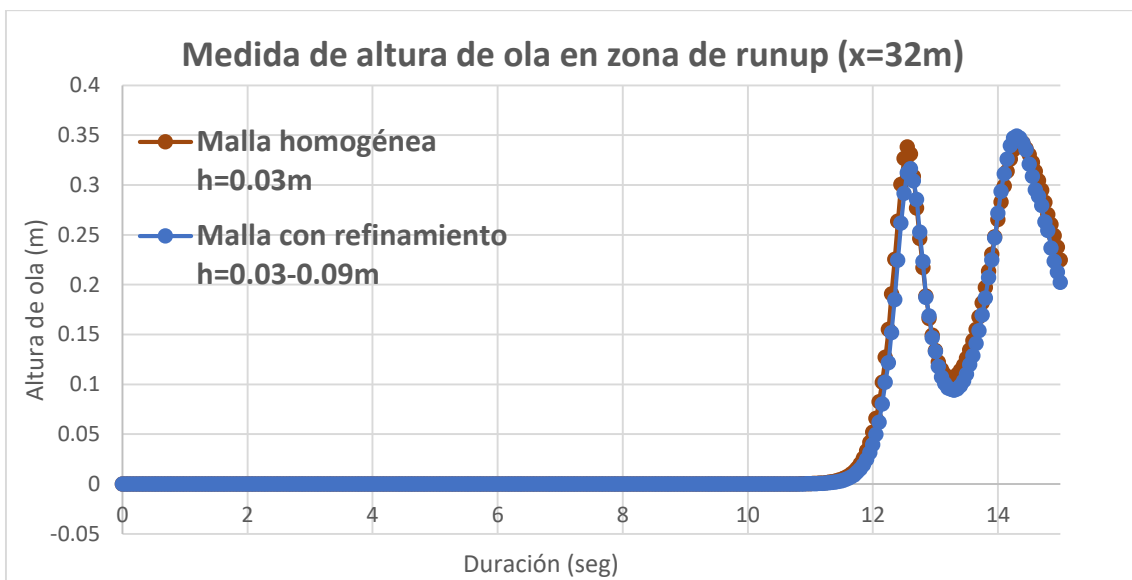
Gráfica 4.3.2.2 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.06m en $x=32m$

En las gráficas 4.3.2.3 y 4.3.2.4 se hace una comparación con el caso de refinamiento 0.03-0.09m.

Comparación de las medidas de ola con malla con refinamiento de 0.09m



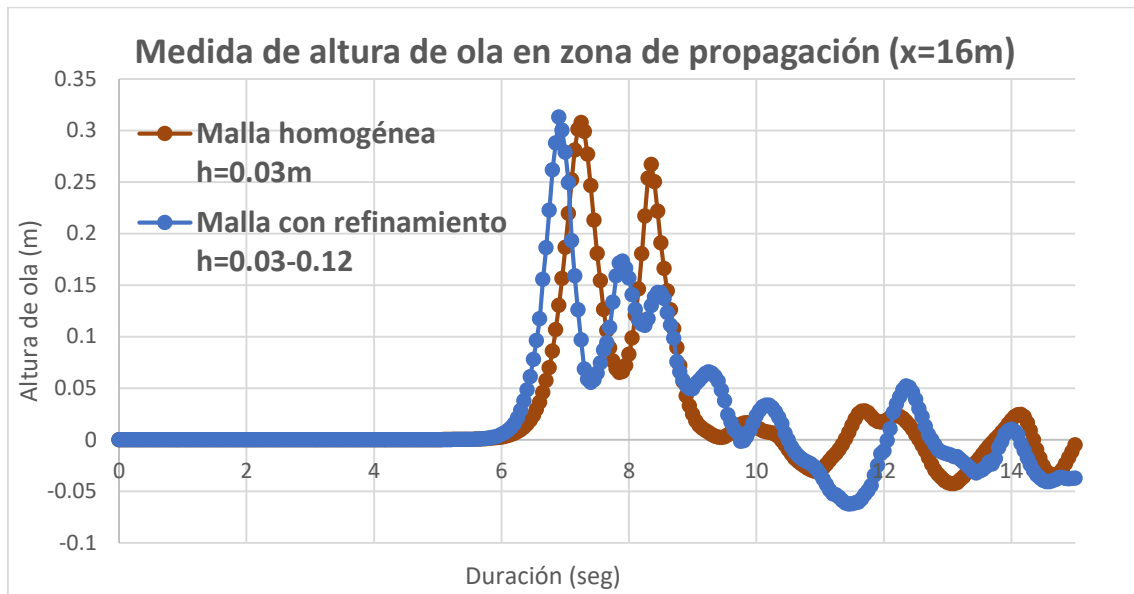
Gráfica 4.3.2.3 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.09m en $x=16m$



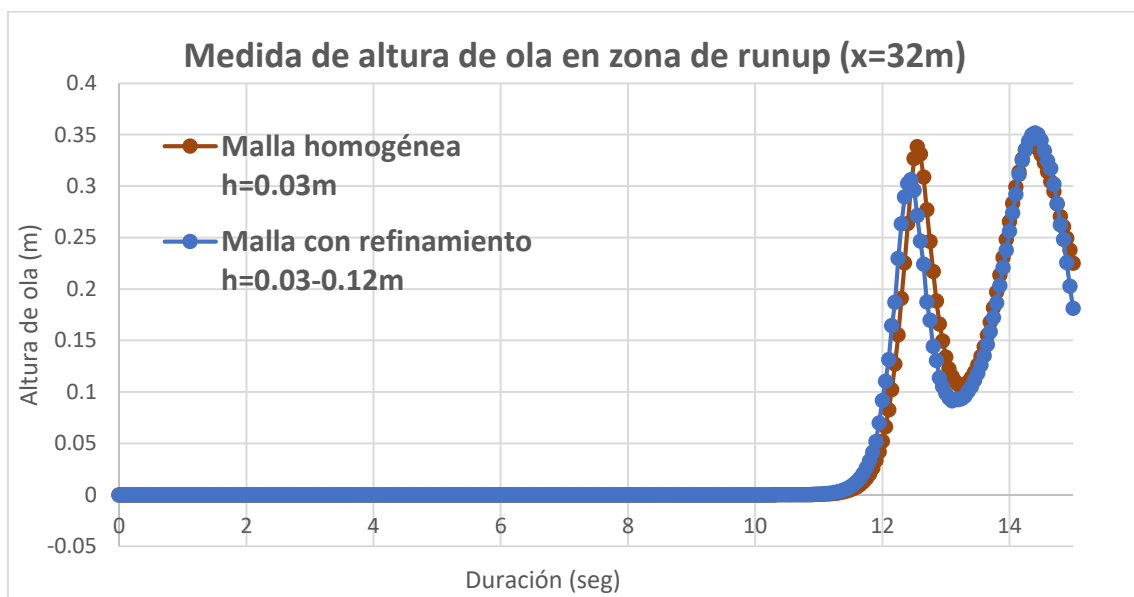
Gráfica 4.3.2.4 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.09m en $x=32m$

En las gráficas 4.3.2.5 y 4.3.2.6 se hace una comparación con el caso de refinamiento 0.03-0.12m.

Comparación de las medidas de ola con malla con refinamiento de 0.12m



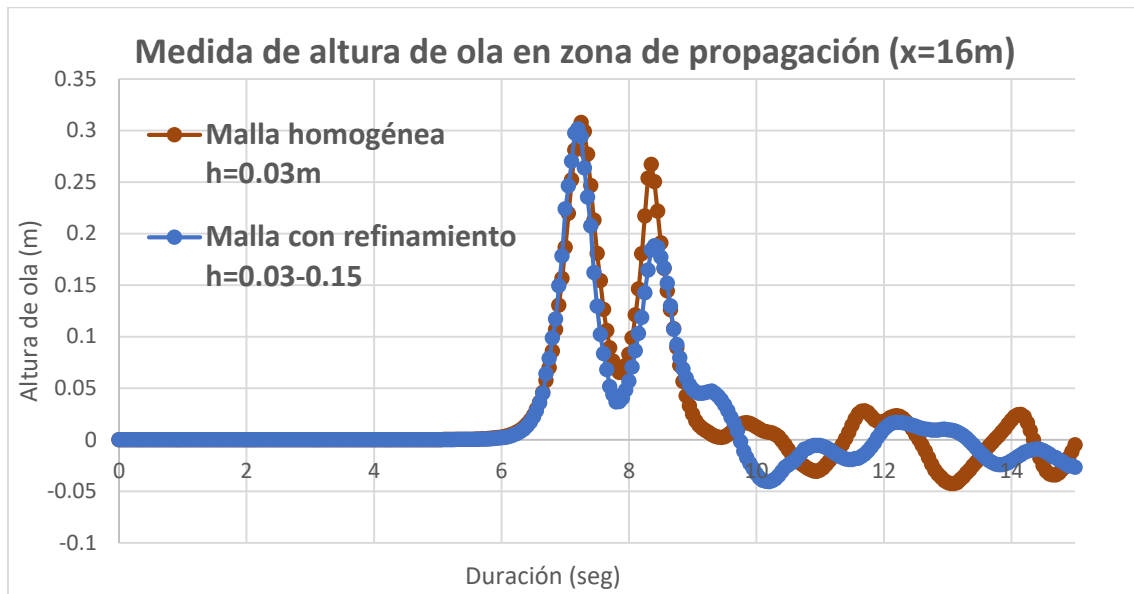
Gráfica 4.3.2.5 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.12m en $x=16m$



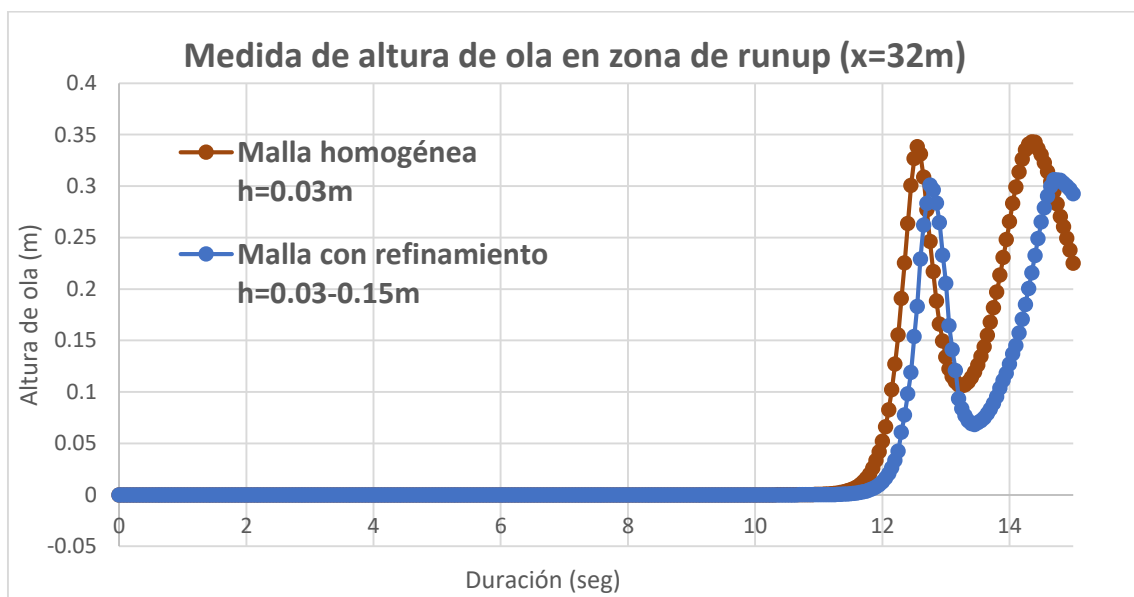
Gráfica 4.3.2.6 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.12m en $x=32m$

En las gráficas 4.3.2.7 y 4.3.2.8 se hace una comparación con el caso de refinamiento 0.03-0.15m.

Comparación de las medidas de ola con malla con refinamiento de 0.15m



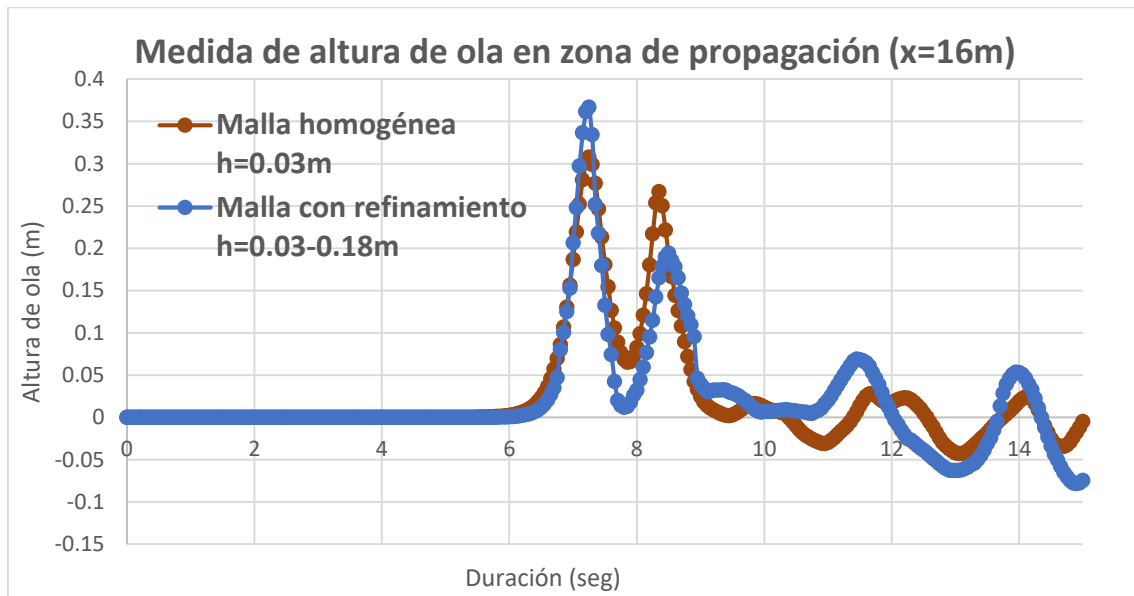
Gráfica 4.3.2.7 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.15m en $x=16m$



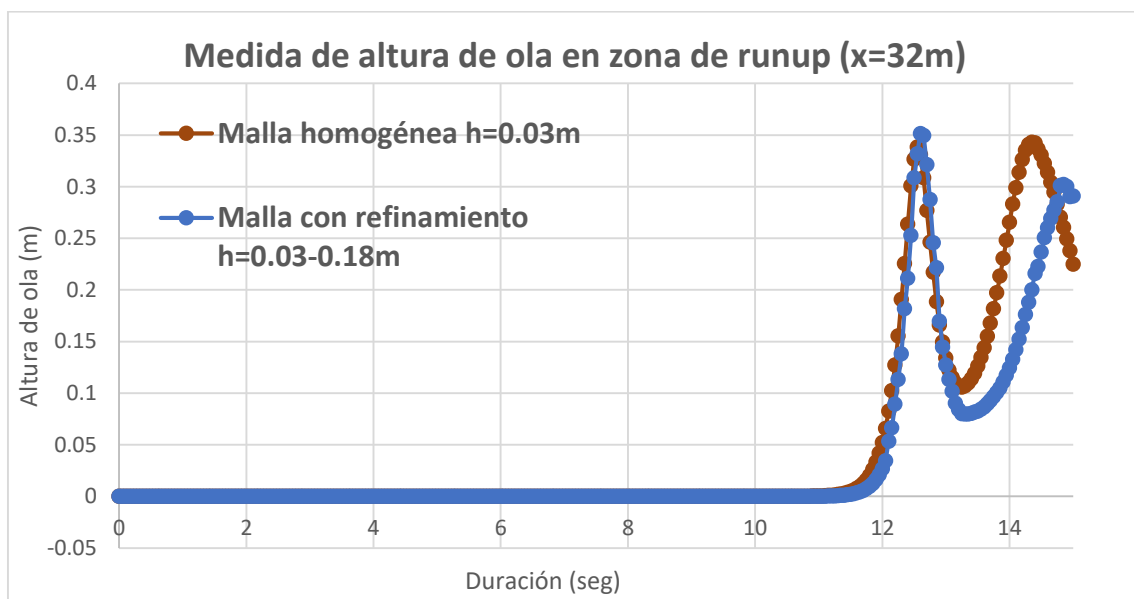
Gráfica 4.3.2.8 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.15m en $x=32m$

En las gráficas 4.3.2.9 y 4.3.2.10 se hace una comparación con el caso de refinamiento 0.03-0.18m.

Comparación de las medidas de ola con malla con refinamiento de 0.18m



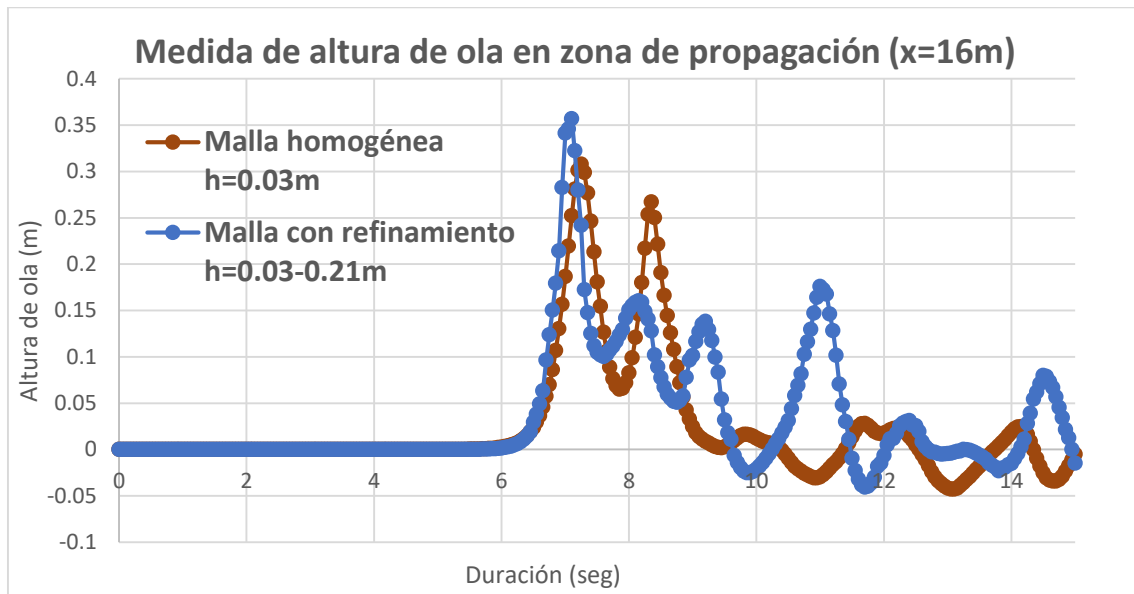
Gráfica 4.3.2.9 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.18m en $x=16m$



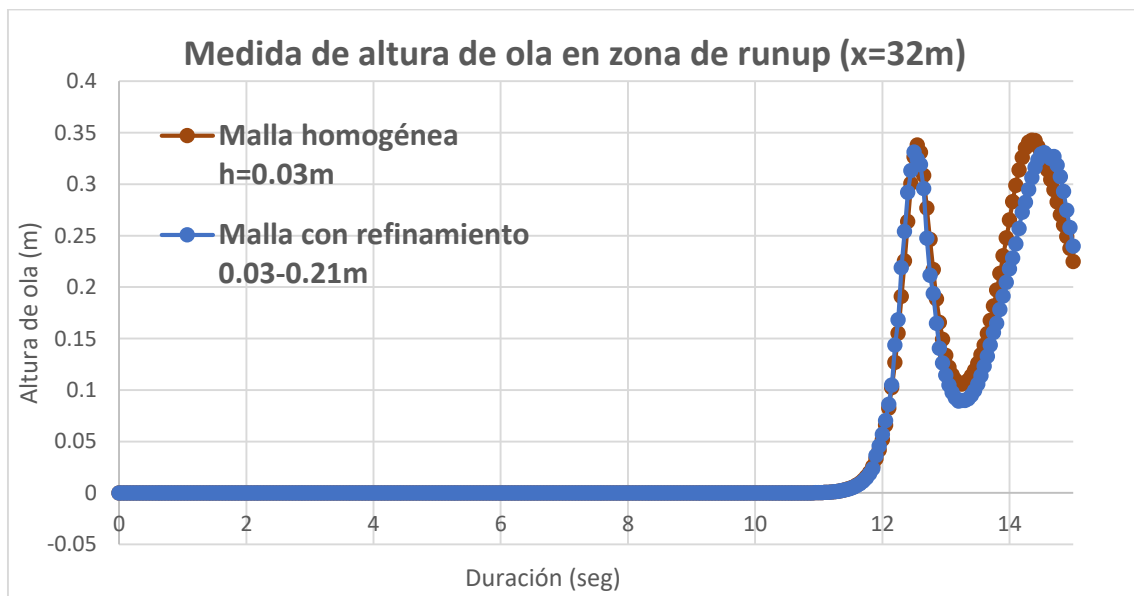
Gráfica 4.3.2.10 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.18m en $x=32m$

En las gráficas 4.3.2.11 y 4.3.2.12 se hace una comparación con el caso de refinamiento 0.03-0.21m.

Comparación de las medidas de ola con malla con refinamiento de 0.21m



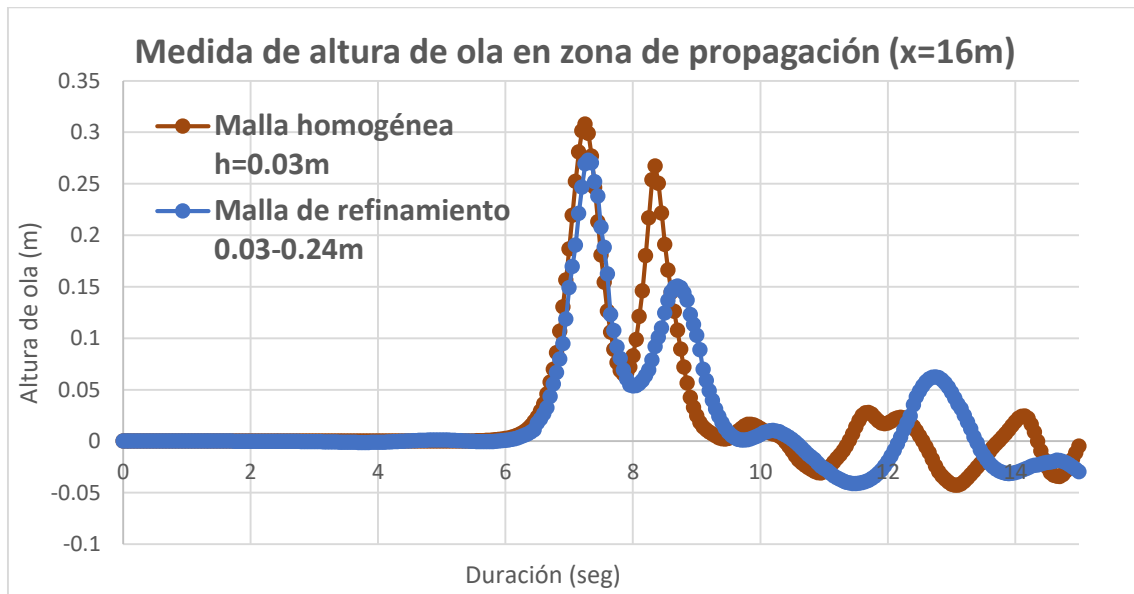
Gráfica 4.3.2.11 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.21m en $x=16m$



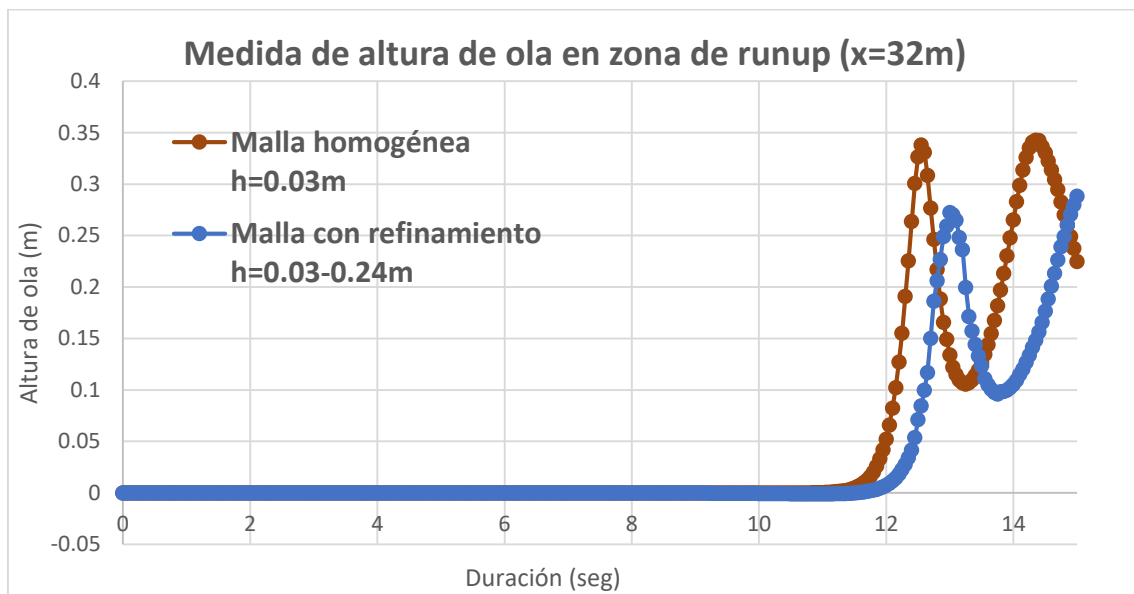
Gráfica 4.3.2.12 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.21m en $x=32m$

En las gráficas 4.3.2.13 y 4.3.2.14 se hace una comparación con el caso de refinamiento 0.03-0.24m.

Comparación de las medidas de ola con malla con refinamiento de 0.24m



Gráfica 4.3.2.13 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.24m en $x=16m$

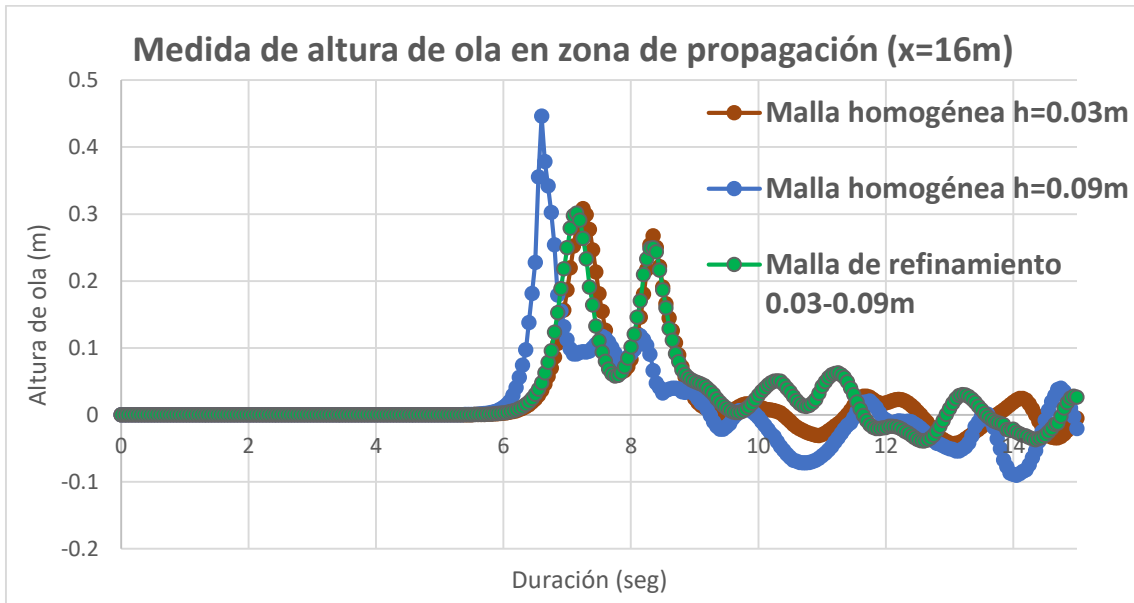


Gráfica 4.3.2.14 Comparación de datos con la malla con refinamiento de 0.24m en $x=32m$

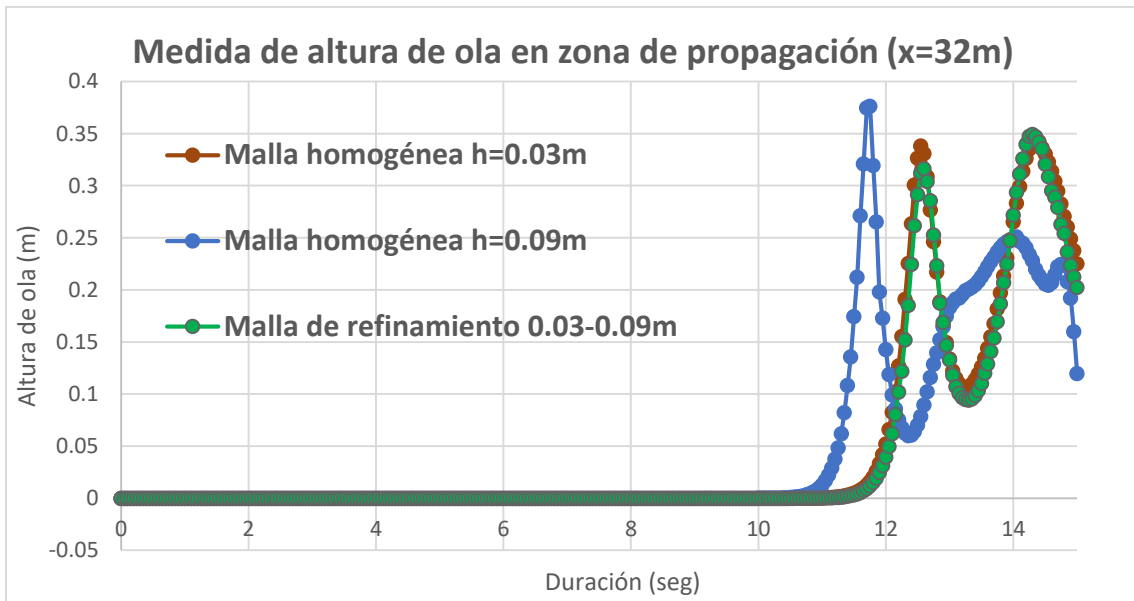
Después de observar los resultados en las gráficas anteriores, comparando el caso de refinamiento con el tamaño de malla de 0.03-0.09m con el caso de referencia 0.03m, se observa que entre ambos casos el comportamiento es suficientemente similar y es obtenido con un coste computacional reducido (como se mostrará después), véase en las gráficas 4.3.2.1 y 4.3.2.2 con los puntos observados en 16 y 32 metros, respectivamente.

Por tanto, escogiendo el caso de refinamiento 0.03-0.09m como el óptimo, se quiso realizar un caso de malla homogénea de 0.09m para demostrar la importancia de utilizar una malla fina en el campo cercano. Por ello, en las gráficas 4.3.2.15 y 4.3.2.16, se muestra la comparación del

caso de la malla homogénea (0.09m) con el caso de referencia (0.03m) y el caso de refinamiento (0.03-0.09m) para los puntos observados de 16 y 32m.



Gráfica 4.3.2.15 Comparación de datos de las tres mallas definidas en $x=16m$



Gráfica 4.3.2.16 Comparación de datos de las tres mallas definidas en $x=32m$

Se puede apreciar en las gráficas 4.3.2.15 y 4.3.2.16 que, como era de esperar, la malla homogénea de 0.09m tiene unos resultados peores en comparación con el caso de referencia de 0.03m y el caso de refinamiento de 0.03-0.09m. Esto concluye que, realizándose análisis aplicando técnicas de refinamiento genera una gran reducción en el coste computacional, puesto que se está obteniendo una alta precisión en la obtención de datos y un ahorro de tiempo computacional para simular los casos. Se está obteniendo una gran precisión manteniendo la malla fina en un lugar es importante como en la zona de impacto de la masa que descendiendo con

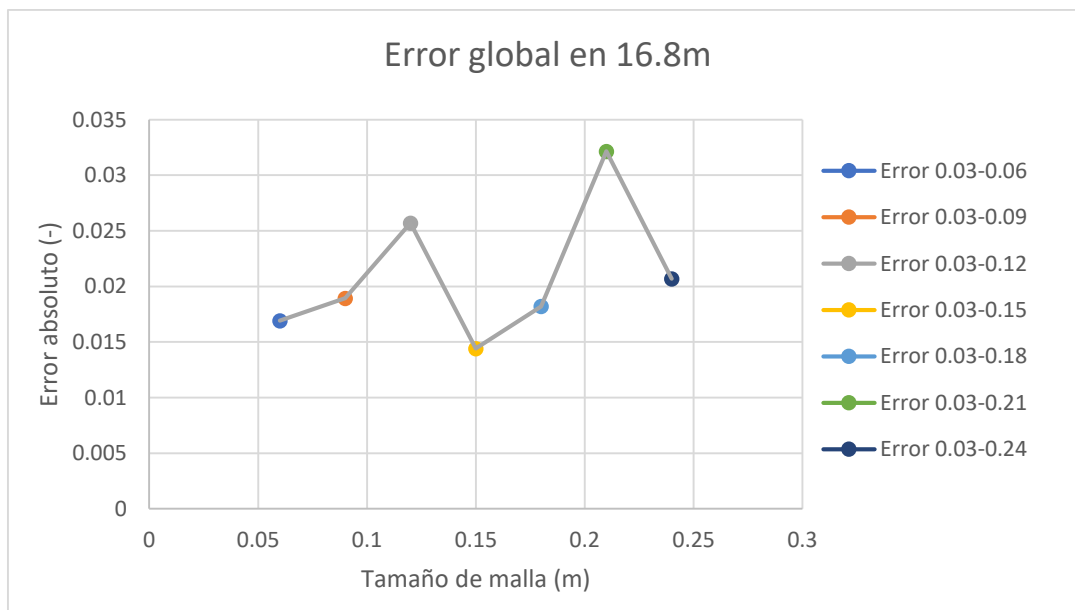
el cuerpo de agua en reposo y, además de eso se está aumentando la malla en otras zonas menos relevantes provocando así una reducción del coste computacional.

Por otro lado, no se ha hecho una comparación con el caso experimental, ya que el tamaño de malla que se ha utilizado en esta tesina no es lo suficientemente fina, siendo el doble en este caso. Por tanto, se validarán los resultados numéricos con los casos que se han utilizado en la tesis.

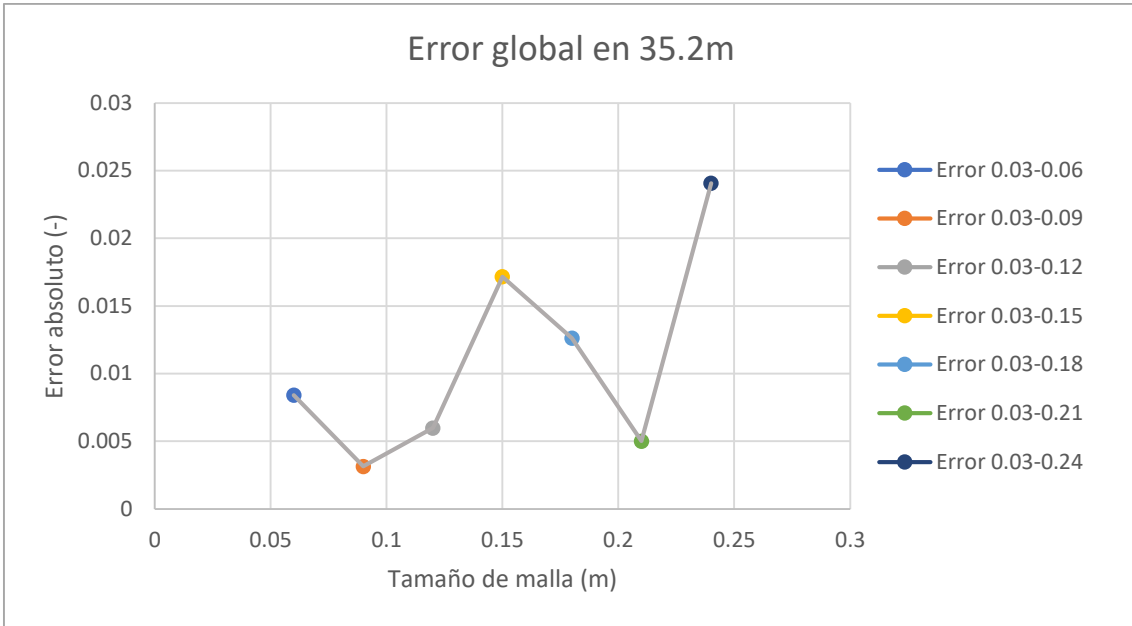
Seguidamente se representarán los errores globales de todos los casos de refinamiento analizados en los puntos 16.8m y 32.5m siendo las zonas de la propagación de ola y del run-up, respectivamente.

Análisis del error global

Como se puede observar en las gráficas 4.3.2.16 y 4.3.2.17, se está representando el error absoluto de todos los casos de refinamiento respecto al caso de referencia de 0.03m. Se aprecia que en el mallado de 0.03.0.09m se obtiene el mínimo error de medición de ola, por lo que es una malla mucho más precisa y se ajusta más al caso de referencia.

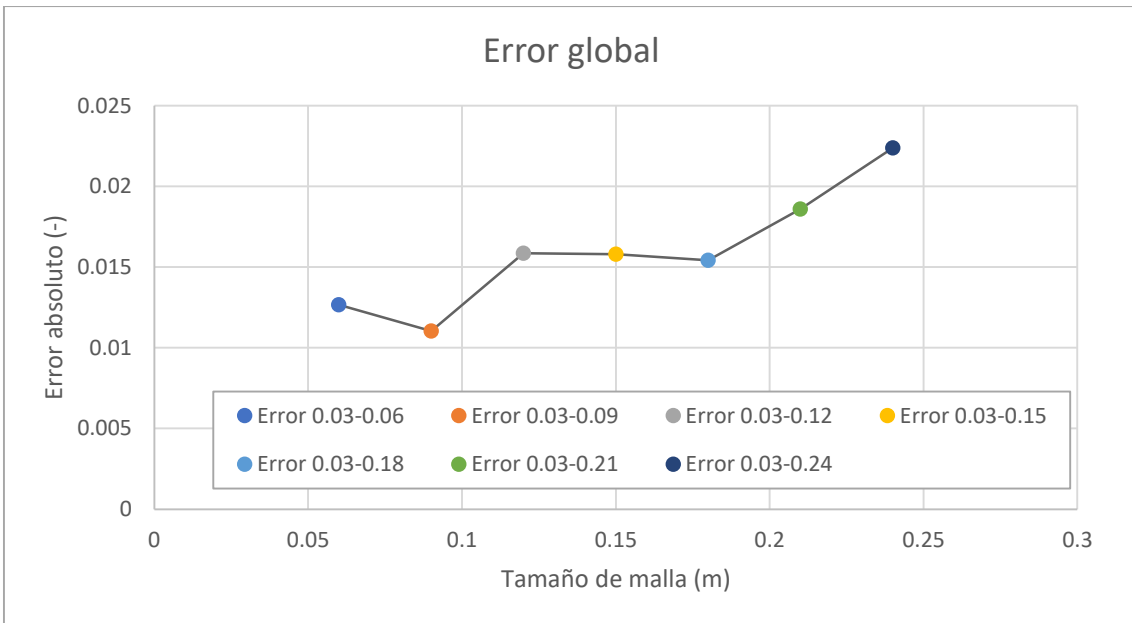


Gráfica 4.3.2.16 Error global relacionando el error absoluto con el tamaño de malla en 16.8m



Gráfica 4.3.2.17 Error global relacionando el error absoluto con el tamaño de malla en 32.5m

Una vez calculado el error para cada punto observado, seguidamente se representará el error global que integra todos los puntos de la superficie libre.



Gráfica 4.3.2.18 Error global integrando todos los puntos de la superficie libre

Se puede apreciar en la gráfica 4.3.2.18 que el error aumenta con el aumento del tamaño de malla. Para ver como se ha calculado el error, seguidamente se muestra la ecuación del error E_i promedio de cada malla i para cada punto de medición.

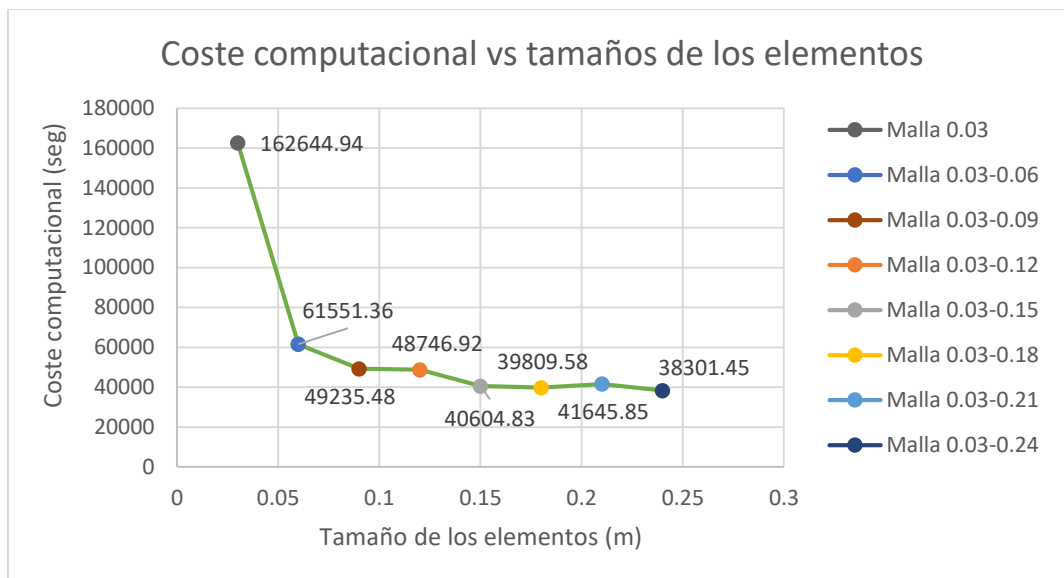
$$E_i = \sum_t \frac{|v_i(t) - v_{ref}(t)|}{n_{\Delta t}}$$

Ecuación 4.3.2.1

Donde $v_i(t)$ es la altura de ola en el instante de medida t para la malla i , $v_{ref}(t)$ es el valor obtenido para el mismo instante con la malla de referencia (homogénea con $h=0.03m$) y $n_{\Delta t}$ es el número de instantes de medida de altura de ola.

Análisis del coste computacional

A continuación, se representará una gráfica relacionando el coste computacional con el tamaño de la malla.



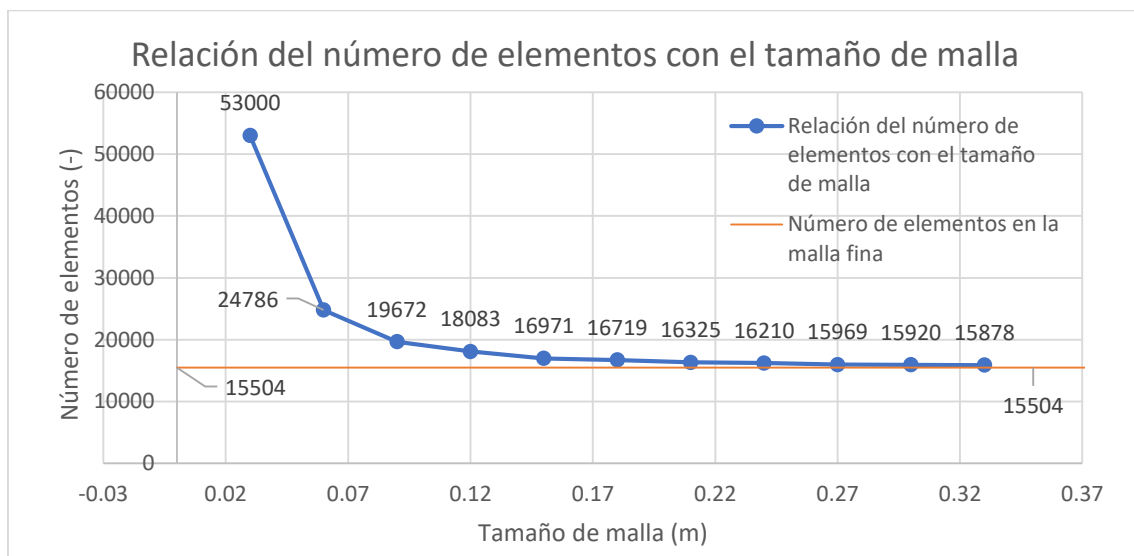
Gráfica 4.3.2.19 Datos obtenidos que relacionan el coste computacional con los tamaños de malla

Se puede apreciar en esta gráfica que conforme se vaya aumentando el tamaño de la malla en zonas no refinadas el coste computacional se verá reducido. Por lo que es algo que resulta interesante ya que, si se utilizan casos con costes computacionales más bajos que en otros más altos obteniendo resultados igual de precisos o incluso mejores, se puede ahorrar mucho más tiempo en el momento de simular casos reales de gran escala.

Además, la curva a partir de los resultados la malla de 0.03-0.09m se va aplanando. Esto significa que, aunque se utilice una malla más gruesa en la parte del campo lejano (zona de propagación), el coste computacional será más o menos el mismo. Esto sucede porque donde se va a generar mucho más coste computacional es en el campo cercano (zona de impacto) debido a la malla más refinada. Por ello, observando la gráfica 4.3.2.19, se puede apreciar que a medida que se vaya aumentando el tamaño del elemento se genera una convergencia de los resultados.

Respecto a la comparación del coste computacional del caso de referencia (0.03m) con el caso de refinamiento con malla de 0.03-0.09m, se nota una gran variación en el tiempo computacional. Es decir, el caso de referencia tuvo una duración de 162644.94 coste segundos, siendo 45,18 horas. Y en el caso de refinamiento una duración de 49235,48 segundos, siendo 13,67 horas. El porcentaje de tiempo de coste computacional entre ambos casos es del 30,27%, por lo que utilizando el caso de refinamiento con mallas de 0.03-0.09m conllevaría a un ahorro de coste computacional bastante significativo del 69.73%.

A continuación, se representarán unas gráficas relacionando el número de elementos con cada caso estudiado, y así poder percibir el comportamiento que se produce a la hora de ir reduciendo la cantidad de elementos en la malla grosera.



Gráfica 4.3.2.20 Comparación del número de elementos con el tamaño de cada malla

Como se puede observar en la gráfica 4.3.2.20, a medida que se va disminuyendo en el número de elementos en la malla grosera tiende a generarse una convergencia, por el hecho de que toda la concentración de nodos se mantiene en la malla fina conforme se vaya aumentando el tamaño del elemento en la malla menos refinada.

Como esperable, se puede notar una clara relación entre la cantidad de elementos (gráfica 4.3.2.20) y el coste computacional (gráfica 4.3.2.19). De esta comparación se deduce que, para los casos con malla más grosera en el campo lejano, el coste computacional se debe principalmente a la cantidad de elementos utilizado en la zona de campo cercano que, como se ha comentado anteriormente, es siempre el mismo para los diferentes análisis.

Problemas de remallado en la zona de transición

A continuación, se representarán algunos fallos que se han generado a la hora de ir aumentando el tamaño de malla en los casos de refinamiento. Se ha querido aumentar este tamaño para observar si se generan vacíos o alguna irregularidad en la malla.

En este caso, en la malla de 0.03-0.24m, a medida que se ha ido propagando la ola se ha generado un vacío en la parte inferior de la zona de transición, véase en las figuras 4.3.2.36, 4.3.2.37 y 4.3.2.38. Suele suceder este problema debido a la eliminación de los elementos. Como se comentó en capítulos anteriores, puede ocasionarse esta problemática porque algunos nodos están muy cerca del contorno externo, de ese modo, la técnica del método de Alpha-Shape puede eliminar de forma automática este elemento, eliminando conjuntamente los nodos que forman el elemento unido en el contorno externo. Por ello, conforme se pueda apreciar una diferencia significativa entre mallas, lo más adecuado sería facilitar este proceso en la implementación numérica añadiendo o eliminando nodos en el dominio computacional. De ese modo, habría un dominio más homogéneo y no se vería tan afectado por perturbaciones o distorsiones en el mallado.

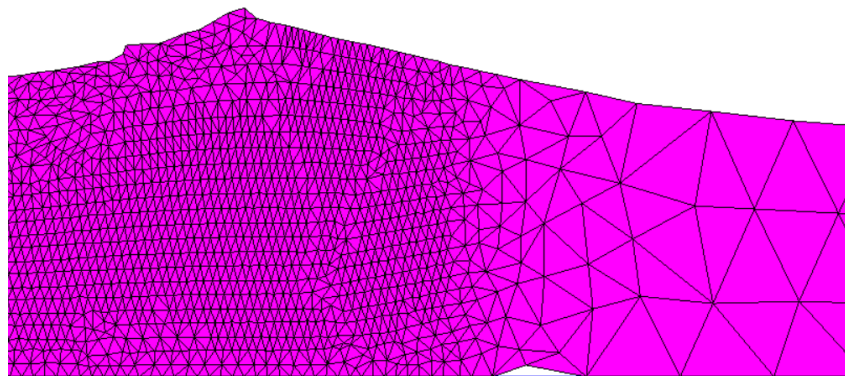


Figura 4.3.2.36 Generación de huecos en la malla 0.03-0.24m en t=4.4 seg

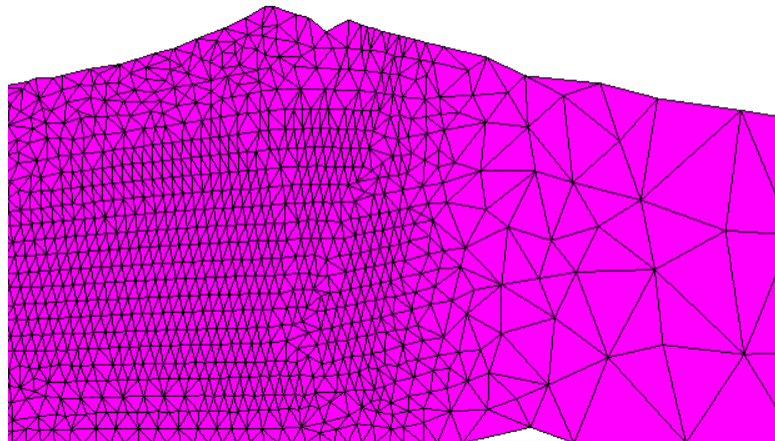


Figura 4.3.2.37 Generación de huecos en la malla 0.03-0.24m en t=4.5 seg

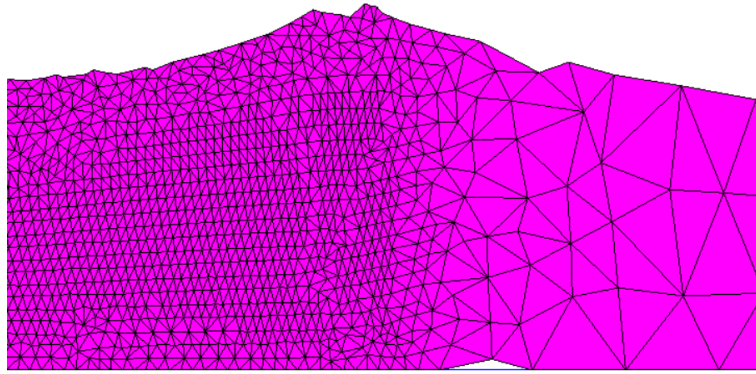


Figura 4.3.2.38 Generación de huecos en la malla 0.03-0.24m en t=4.55 seg

En el siguiente capítulo se comentarán las conclusiones finales de la tesis realizada, comentando también las líneas futuras de trabajo que se han propuesto como mejoras.

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

La modelización numérica es una herramienta que sirve para solucionar y predecir una infinidad de problemáticas que se pueden llevar a cabo en un momento dado. A partir de la aplicación de diferentes técnicas de remallado para mallas de elementos finitos se ha podido analizar de forma clara como se puede aprovechar al máximo la discretización del dominio de cálculo. Con estas técnicas de refinamiento se ha establecido una simulación variable respecto al tamaño de las mallas y se han podido apreciar la variación del esfuerzo computacional que ha llevado a cabo la ejecución del caso. Se ha podido concluir que, cuanto más dominio innecesario se esté utilizando con una malla refinada el coste computacional será mayor, por lo que se debe intentar simplificar el caso utilizando una malla refinada en zonas donde más se requiera y sea más crítica para el análisis. De ese modo, aprovechando el dominio de la zona crítica con una malla refinada, y el dominio restante con otra malla menos refinada se estaría utilizando un coste computacional mucho menor. Es interesante disponer de un coste computacional bajo, puesto que, habría mucha más rapidez en la ejecución de casos, se dispondría de mucha más precisión, ya que nos enfocaríamos mucho más en la zona que nos interesa, flexibilidad y comodidad a la hora de ejecutar los casos. Por tanto, a la hora de comparar los casos de refinamiento con el caso de referencia, se ha apreciado que el caso de refinamiento con malla de 0.03-0.09m es el más óptimo y el que más se ajusta con el caso de referencia de 0.03m. Observando los errores globales de este caso óptimo respecto al caso de referencia se obtuvo un error global de 0.08627 en 16.8 metros, y un error global de 0.040283 en 32.5 metros. Por tanto, es el caso donde se ha obtenido el error mínimo en comparación con los demás casos de refinamiento. Respecto al coste computacional, centrándose en el caso de refinamiento más óptimo (0.03-0.09m), su coste computacional fue de 49235.48 segundos, y el del caso de referencia de 162644.94 segundos. Con estos valores se obtendría un ahorro de tiempo computacional del 69.73%, por lo que habría un gran aprovechamiento de tiempo utilizando un mallado con tamaños de 0.03-0.09m. Cabe añadir que, sabiendo que el refinamiento de malla con 0.03-0.09m tiene un buen comportamiento en el análisis de la medición de ola respecto al caso de referencia de 0.03m, se puede intuir que si se aplicara una malla homogénea con 0.09m tendría un comportamiento peor en comparación con los dos casos comentados anteriores. Por lo que, es interesante saberlo, ya que con esta utilización de la técnica de refinamiento aplicada se aprovecharía de forma significativa el tiempo computacional.

Por otra parte, la simulación numérica comparada con los métodos experimentales abarca un gran abanico de mejoras en cuanto a tiempo, presupuesto, comodidad y funcionalidad. Los métodos experimentales requieren de un gran espacio para crear el evento, la disposición de específicas estructuras construidas in-situ, herramientas para medir parámetros, etc. Por tanto, cabe concluir que no se percibe una gran flexibilidad como la que puede proporcionar la modelización numérica. Sin embargo, los modelos numéricos están en constante mejora, creando nuevas características, mejorando técnicas obsoletas y arreglando los fallos que se van apreciando en el día a día.

Por tanto, el uso de diferentes técnicas de remallado simulando casos de desastres naturales son interesantes para poder predecir daños futuros, derrumbes, inundaciones, etc. Ya que, con la gran flexibilidad de técnicas que se pueden disponer con un coste computacional bajo se pueden analizar una gran infinidad de casos, en los cuales ejecutarlos en un laboratorio dificultaría de manera significativa el proceso.

Así pues, las principales contribuciones de esta tesina se pueden resumir como sigue:

- Análisis de sensibilidad de la transición de tamaños entre la malla fina y la malla grosera en casos de transporte de oleaje generado tras el impacto de dos masas.
- Optimización del tamaño de malla y de su transición para reducir el coste computacional en simulaciones de larga duración.
- Obtención de unos resultados precisos en la zona de impacto del deslizamiento de ladera con el cuerpo de agua en reposo.
- Comparación de la medición de ola de los casos de refinamiento con el caso de referencia en la zona de propagación y run-up.
- Obtención de los errores globales de cada caso de refinamiento respecto al caso de referencia en puntos observados desde la zona de propagación y el run-up.
- Visualización de fallos obtenidos conforme se ha ido aumentando la malla grosera en los casos de refinamiento.

Futuras líneas de investigación

Actualmente, por un lado, se quiere proponer una mejora en la transición del salto de malla. Es decir, se quiere precisar con mucha más exactitud la distancia de transición puesto que, no se sabe exactamente que distancia puede haber entre dos variaciones de tamaño de malla. Esta mejora conlleva a la modificación de la ecuación de la distancia de transición relacionando los dos tamaños de malla (h_{fina} y h_{gruesa}) y un coeficiente k , como se puede apreciar en la ecuación 5.1.1.

$$d = k(h_{gruesa} - h_{fina}) \quad \text{Ecuación 5.1.1}$$

Es muy versátil esta solución, ya que teniendo varios saltos de malla en un dominio se pueden relacionar ambos tamaños de malla y habría una relación más directa y no tan aproximada como se ha utilizado en el trabajo actual. Además, trabajando con esta ecuación se haría un análisis con diferentes valores de k para ir percibiendo como se comporta la simulación en el software.

Por otro lado, también se querría mejorar el análisis implementando los casos en tres dimensiones. Sería una buena herramienta, ya que permitiría visualizar y obtener los datos en diferentes perspectivas y no solo se consideraría una sola dirección de la ola. En este caso, se tendría en cuenta el efecto de la ola en varias direcciones. El cálculo de los resultados sería más complejo, pero a la vez más eficiente por el hecho de aproximar el análisis de una más directa y aproximada a los casos reales.

Otra mejora que se puede realizar es utilizar varios saltos de malla en un mismo caso. Esto sería interesante, ya que se podría optimizar el análisis en varias zonas sobre un caso mucho más complejo que el que se ha tratado en esta tesina.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Aubry, R., Idelsohn, S. R., & Oñate, E. (2005). Particle finite element method in fluid-mechanics including thermal convection-diffusion. *Computers & structures*, 83(17-18), 1459-1475.
- (2) Bullard, G. K., Mulligan, R. P., & Take, W. A. (2019). An enhanced framework to quantify the shape of impulse waves using asymmetry. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 124(1), 652-666.
- (3) Bullard, G. K., Mulligan, R. P., Carreira, A., & Take, W. A. (2019). Experimental analysis of tsunamis generated by the impact of landslides with high mobility. *Coastal Engineering*, 152, 103538.
- (4) Cante, J., Davalos, C., Hernandez, J. A., Oliver, J., Jonsén, P., Gustafsson, G., & Häggblad, H. Å. (2014). PFEM-based modeling of industrial granular flows. *Computational particle mechanics*, 1(1), 47-70.
- (5) Carbonell Puigbo, J. M., & Suarez Arroyo, B. (2010). *Modeling of ground excavation with the particle finite element method*. International Centre for Numerical Methods in Engineering (CIMNE).
- (6) Carbonell, J. M., Oñate, E., & Suárez, B. (2013). Modelling of tunnelling processes and rock cutting tool wear with the particle finite element method. *Computational mechanics*, 52(3), 607-629.
- (7) Cremonesi, M., Ferrara, L., Frangi, A., & Perego, U. (2010). Simulation of the flow of fresh cement suspensions by a Lagrangian finite element approach. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165(23-24), 1555-1563.
- (8) Cremonesi, M., Ferri, F., & Perego, U. (2017). A basal slip model for Lagrangian finite element simulations of 3D landslides. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41(1), 30-53.
- (9) Cremonesi, M., Franci, A., Idelsohn, S., & Oñate, E. (2020). A state of the art review of the particle finite element method (PFEM). *Archives of Computational Methods in Engineering*, 27(5), 1709-1735.
- (10) Cremonesi, M., Frangi, A., & Perego, U. (2011). A Lagrangian finite element approach for the simulation of water-waves induced by landslides. *Computers & Structures*, 89(11-12), 1086-1093.
- (11) Edelsbrunner, H., & Mücke, E. P. (1994). Three-dimensional alpha shapes. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 13(1), 43-72.
- (12) Edelsbrunner, H., & Tan, T. S. (1992, July). An upper bound for conforming Delaunay triangulations. In *Proceedings of the eighth annual symposium on Computational geometry* (pp. 53-62).
- (13) Franci, A., & Cremonesi, M. (2017). On the effect of standard PFEM remeshing on volume conservation in free-surface fluid flow problems. *Computational Particle Mechanics*, 4(3), 331-343.
- (14) Franci, A., Cremonesi, M., Perego, U., Crosta, G., & Oñate, E. (2020). 3D simulation of Vajont disaster. Part 1: numerical formulation and validation. *Engineering Geology*, 279, 105854.
- (15) Franci, A., Masó, M., de-Pouplana, I., Cornejo, A., & Oñate, E. (2022). A Lagrangian-Eulerian procedure for the coupled solution of the Navier-Stokes and shallow water equations for landslide-generated waves.

- (16) Franci, A., Oñate, E., & Carbonell, J. M. (2016). Unified Lagrangian formulation for solid and fluid mechanics and FSI problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 298, 520-547.
- (17) <https://github.com/KratosMultiphysics/Kratos>
- (18) Idelsohn, S. R., & Onate, E. (2006). To mesh or not to mesh. That is the question.... *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 195(37-40), 4681-4696.
- (19) Idelsohn, S. R., Calvo, N., & Onate, E. (2003). Polyhedrization of an arbitrary 3D point set. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(22-24), 2649-2667.
- (20) Idelsohn, S. R., Marti, J., Limache, A., & Oñate, E. (2008). Unified Lagrangian formulation for elastic solids and incompressible fluids: application to fluid–structure interaction problems via the PFEM. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(19-20), 1762-1776.
- (21) Idelsohn, S. R., Oñate, E., & Pin, F. D. (2004). The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free-surfaces and breaking waves. *International journal for numerical methods in engineering*, 61(7), 964-989.
- (22) Larese, A. N. T. O. N. I. A., Rossi, R., Oñate, E., & Idelsohn, S. R. (2008). Validation of the particle finite element method (PFEM) for simulation of free surface flows. *Engineering Computations*.
- (23) Mulligan, R. P., Franci, A., Celigueta, M. A., & Take, W. A. (2020). Simulations of landslide wave generation and propagation using the particle finite element method. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 125(6), e2019JC015873.
- (24) Oliveira, T. C., Sanchez-Arcilla, A., Gironella, X., & Madsen, O. S. (2017). On the generation of regular long waves in numerical wave flumes based on the particle finite element method. *Journal of Hydraulic Research*, 55(4), 538-556.
- (25) Onate, E., Idelsohn, S. R., Celigueta, M. A., & Rossi, R. (2008). Advances in the particle finite element method for the analysis of fluid–multibody interaction and bed erosion in free surface flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 197(19-20), 1777-1800.
- (26) Onate, E., Marti, J., Ryzhakov, P., Rossi, R., & Idelsohn, S. R. (2017). Analysis of the melting, burning and flame spread of polymers with the particle finite element method. *Computer assisted methods in engineering and science*, 20(3), 165-184.
- (27) Onate, E., Rossi, R., Idelsohn, S. R., & Butler, K. M. (2010). Melting and spread of polymers in fire with the particle finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 81(8), 1046-1072.
- (28) Oñate, E., Franci, A., & Carbonell, J. M. (2014). A particle finite element method for analysis of industrial forming processes. *Computational Mechanics*, 54(1), 85-107.
- (29) Oñate, E., Franci, A., & Carbonell, J. M. (2014). A particle finite element method (pfem) for coupled thermal analysis of quasi and fully incompressible flows and fluid-structure interaction problems. In *Numerical Simulations of Coupled Problems in Engineering* (pp. 129-156). Springer, Cham.
- (30) Oñate, E., Idelsohn, S. R., Del Pin, F., & Aubry, R. (2004). The particle finite element method—an overview. *International Journal of Computational Methods*, 1(02), 267-307.
- (31) Rodriguez, J. M., Carbonell, J. M., Cante, J. C., & Oliver, J. (2016). The particle finite element method (PFEM) in thermo-mechanical problems. *International journal for numerical methods in engineering*, 107(9), 733-785.
- (32) Ryzhakov, P. B., Rossi, R., Idelsohn, S. R., & Onate, E. (2010). A monolithic Lagrangian approach for fluid–structure interaction problems. *Computational mechanics*, 46(6), 883-899.

- (33) Saalfeld, A. (1991). Delaunay edge refinements. In *Proc. 3rd Canadian Conf. Comp. Geometry* (pp. 33-36).
- (34) Salazar, F., Irazábal, J., Larese, A. N. T. O. N. I. A., & Oñate, E. (2016). Numerical modelling of landslide-generated waves with the particle finite element method (PFEM) and a non-Newtonian flow model. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 40(6), 809-826.
- (35) Tang, B., Li, J. F., & Wang, T. S. (2009). Some improvements on free surface simulation by the particle finite element method. *International journal for numerical methods in fluids*, 60(9), 1032-1054.
- (36) Zhang, X., Krabbenhoft, K., Pedroso, D. M., Lyamin, A. V., Sheng, D., Da Silva, M. V., & Wang, D. (2013). Particle finite element analysis of large deformation and granular flow problems. *Computers and Geotechnics*, 54, 133-142.
- (37) Zhang, X., Krabbenhoft, K., Sheng, D., & Li, W. (2015). Numerical simulation of a flow-like landslide using the particle finite element method. *Computational Mechanics*, 55(1), 167-177.
- (38) Zhu, M., & Scott, M. H. (2014). Modeling fluid–structure interaction by the particle finite element method in OpenSees. *Computers & Structures*, 132, 12-21.