



PUBLICACIONES  
DE LA CATEDRA  
DE  
OFICINA TECNICA

ESCUELA UNIVERSITARIA  
DE ARQUITECTURA TECNICA  
DE BARCELONA

APUNTES PARA LA ASIGNATURA  
DE OFICINA TECNICA

FASCICULO 2

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
Biblioteca

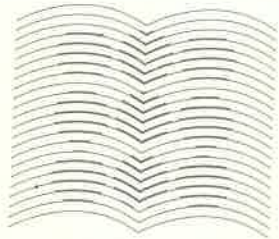


1400085153

Catedrático: D. JESUS G/ ADULLO

Profesor: ANTONIO G. ADULLO

UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA

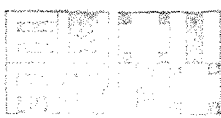


BIBLIOTECA  
EX-LIBRIS

pag 3 - amoslos  
pag 63 - confesion de fe  
pag 133 - HA

CO A 624. 314-1-15  
(10-13) 000

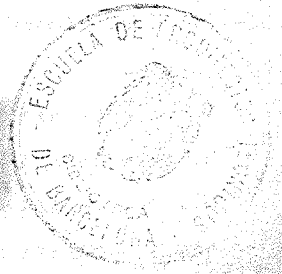
T E M A III  
CIMENTACIONES



ESQUEMA DE LA  
BIBLIOTECA  
Registro N° 413

*D*

BIBLIOTECA



T E M A    I I I

C I M I E N T O S

I N D I C E

- 1.- INTRODUCCION.
- 2.- FACTORES DE LA CIMENTACION.
  - 2.1.- ACCIONES.
  - 2.2.- REACCIONES.
  - 2.3.- TRANSMISION.
- 3.- RECONOCIMIENTO DEL TERRENO.
  - 3.1.- ENSAYOS: NUMERO Y PROFUNDIDAD.
  - 3.2.- METODOS DE ENSAYO.
  - 3.3.- DATOS SUMINISTRADOS.
  - 3.4.- RESISTENCIAS CARACTERISTICAS DEL TERRENO.
- 4.- CIMIENTO.
  - 4.1.- GENERALIDADES.
  - 4.2.- ASENTAMIENTOS.
    - 4.2.1.- TIPOS.
    - 4.2.2.- CAUSAS.
    - 4.2.3.- GRADOS.
  - 4.3.- TIPOS DE CIMIENTO.
  - 4.4.- ZAPATAS.
    - 4.4.1.- ZAPATA AISLADA CENTRADA.
    - 4.4.2.- ZAPATA AISLADA EXCENTRICA.
    - 4.4.3.- ZAPATA COMBINADA.
    - 4.4.4.- ZAPATA CONTINUA.
  - 4.5.- LOSAS.

4.5.1.- LOSA DE ESPESOR CONSTANTE.

4.5.2.- LOSA DE ESPESOR VARIABLE.

4.6.- PILOTES.

4.6.1.- PILOTES PREFABRICADOS.

4.6.2.- PILOTES IN SITU.

4.6.3.- ENCEPADOS.

5.- CALCULO.

5.1.- ZAPATA AISLADA (CARGA CENTRADA).

5.1.1.- DISTRIBUCION DE TENSIONES.

5.1.2.- HORMIGON EN MASA (EJEMPLO 1).

5.1.3.- HORMIGON ARMADO RIGIDO (EJEMPLO 2).

5.1.4.- HORMIGON ARMADO FLEXIBLE (EJEMPLO 3).

5.2.- ZAPATA AISLADA (CARGA MOMENTO) (EJEMPLO 4).

5.3.- ZAPATA EXCENTRICA (EJEMPLO 5).

5.4.- ZAPATA COMBINADA.

5.4.1.- PILARES DE IGUAL CARGA (EJEMPLO 6).

5.4.2.- PILARES DE CARGA DESIGUAL (EJEMPLO 7).

6.- REPRESENTACION.

7.- NORMAS.

8.- BIBLIOGRAFIA.

## T E M A     I I I

C I M I E N T O S1.- I N T R O D U C C I O N

En relación con la mayor parte de disciplinas que intervienen en construcción. El estudio racional de los cimientos data de fecha muy reciente.

Esto se debe a la inexistencia de una teoría válida sobre el comportamiento del Terreno. Solo a partir de 1.925, con la publicación del libro "Mecánica de los Suelos" de Terzaghi se inicia el desarrollo del estudio sistemático de los Suelos.

Con anterioridad a esta fecha y principalmente desde la segunda mitad del Siglo XIX se realizaban sondeos de prospección, en los que de modo empírico y por comparación con casos similares tenía una orientación de las características del terreno.

Cuando se proyecta una construcción es indispensable tener información del suelo sobre el que esta se debe sustentar. El grado de conocimiento será función de la importancia del edificio. Pudiendo ir desde una inspección visual o unas simples catas en el caso más sencillo a sondeos y análisis sistemáticos de cada uno de los cimientos con las pruebas de carga correspondientes para los casos más comprometidos.

En cualquier caso disponiendo de la información adecuada podemos de acuerdo con las solicitaciones del Edificio, escoger el tipo de cimiento idóneo. Esto nos proporciona una mayor seguridad y economía en

la construcción; factores que compensen ampliamente los gastos del estudio de Terreno.

## 2.- FACTORES DE LA CIMENTACION

En todo cimiento hay tres elementos a tener en cuenta, sea cual sea su forma constructiva.

- a) Acciones: Cargas Edificio
- b) Reacciones: Terreno
- c) Transmisor: Cimiento

### 2.1.- Acciones (Cargas Edificio)

Las fuerzas y momentos que actúan en cada punto del terreno son función de la estructura de la construcción y de las acciones que actúan sobre esta (Gravitatorias, eólicas, sísmicas, empujes tierras, etc.)

Para iniciar el cálculo de los cimientos se debe disponer del cálculo completo de la estructura y en particular las acciones de esta sobre el terreno.

Estas acciones son esencialmente de tres tipos: a) verticales, b) horizontales, c) momentos. En un cimiento no siempre se presentan simultáneamente.

Estas acciones son esencialmente de tres tipos: a) verticales, b) horizontales, c) momentos. Y en un cimiento no siempre se presentan simultáneamente.

En este capítulo se exponen varios métodos de cálculo de cimientos a partir de una acciones dadas, quedando el cálculo de las mismas para capítulos posteriores.

## 2.2.- Reacciones (Terreno)

Para equilibrar el sistema de fuerzas exteriores es preciso que el terreno oponga otro sistema resultante contrario. Para ello hay que conseguir que bajo la superficie del cimiento, la presión de esta sobre el terreno no sobrepase a la admisible según el estudio -- del terreno.

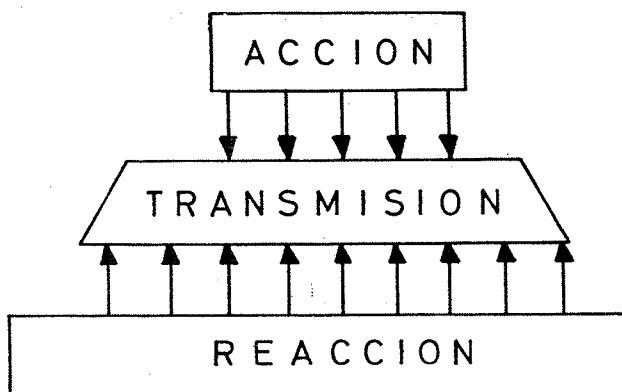
Las presiones de cálculo deben de ser compatibles con los asientos previsibles y los coeficientes de Seguridad al hundimiento.

## 2.3.- Transmisión (Cimiento)

La función del cimiento es transformar las acciones específicas de la estructura en presiones admisibles para el terreno.

El cimiento debe de diseñarse para que soporte los esfuerzos de la estructura (Punzonamiento, vuelco ...) y del Suelo (Flexión, cortante ...) es decir que será función de estos dos factores.

Esquemáticamente esta función se refleja en la Fig. A.



## 3.- RECONOCIMIENTO DEL TERRENO

La finalidad de un reconocimiento de Terreno es determinar la presión del suelo para la cual los asientos diferenciales se mantienen dentro de los admisibles para la estructura garantizando al propio tiempo la seguridad al hundimiento mediante un coeficiente de seguridad que por lo general es de tres.



A continuación se dan algunas orientaciones sobre los metodos y datos suministrados en un Reconocimiento de Terreno.

3.1.- Ensayos: Número y Profundidad.

Para que un reconocimiento de terreno sea fiable debe de cumplir como mínimo los siguientes requisitos.

- Para grandes superficies (Naves industriales, almacenes) es necesario como mínimo un ensayo cada 900 m<sup>2</sup>.
- En solares de edificación de menos de 900 m<sup>2</sup> uno cada 200 m<sup>2</sup>.
- La separación entre ensayos será de 15 a 25 m., procurando que coincidan con los puntos de mayor responsabilidad de la cimentación.
- Respecto a la profundidad será como mínimo 6 m. contados desde la base del cimiento, en caso de pilotes a partir de la punta de estos y como máximo tres veces la anchura de la construcción.

3.2.- Metodos de Ensayo.

Entre las técnicas usadas en los Reconocimientos los más usuales se pueden citar:

a) Sondeos

Consisten en una perforación del terreno mediante una barrena. En el transcurso de la perforación se extrae la masa que ocupaba el terreno lo que constituye la "Muestra alterada" cuya inspección visual in-

Para obtener información cuando se observa que cambia el tipo de la muestra alterada es recomendable extraer una "Muestra inalterada" mediante un tubo extractor que permite retirar una muestra compacta para su análisis en laboratorio y obtener así los valores y parámetros necesarios para la elección y cálculo del cimiento.

b) Ensayos de Penetración.

Colocando en el extremo del barreno un penetro adecuado se realiza el ensayo mencionado.

El principio de este ensayo, del que existen varios de normalizados, consiste en dejar caer desde una altura constante un peso de Masa normalizada. Este ensayo admite dos variantes fundamentales. Contar los golpes precisos para que el penetro ~~se~~ <sup>inque</sup> una profundidad dada o que profundidad de penetración se obtiene con un número igual de golpes.

Mediante una tabla de datos obtenidos experimentalmente de acuerdo con el tipo de Ensayo se obtiene la resistencia del punto estudiado.

c) Ensayo de Carga.

Este ensayo es poco usado en la actualidad y solo se justifican cuando se precisa una seguridad absoluta de la carga de un cimiento y a petición de la dirección facultativa.

Consiste en colocar sobre el cimiento ya construido la carga que deberá soportar en la práctica mediante bloques de piedra u hormigón, etc. Siendo su coste muy elevado, y solo tienen aplicación a posteriori.

Antes de la practica de los ensayos dinámicos (Penetración) estos sayos (estáticos) tuvieron mayor importancia.

3.3.- Datos suministrados por un reconocimiento

Un reconocimiento de terreno debe proporcionar como mínimo los siguientes datos para cada punto de sondeo.

- Presión admisible a las distintas profundidades del terreno.
- Asientos previsibles (diferenciales y totales) según la profundidad y tipo de cimiento.

- Coeficiente de seguridad utilizado.
- Características del terreno (arcilla, arena, roca).
- Profundidad de la capa freática (si existe)

En el caso de tratarse de muros de contención además de los datos anteriores se precisa conocer:

- Densidad de las Tierras.
- Angulo de rozamiento interno.
- Cohesión.

Un reconocimiento de terreno no debe limitarse a estos datos de tipo práctico sino que deberá incluir gráficos de la situación de los sondeos y secciones de las mismas. Exposición de los sistemas de ensayo utilizados, pruebas de laboratorio, tipo de muestras y análisis los efectuados con estas.

Es conveniente que el Informe incluya un capítulo comentando el tipo de cimiento idóneo y la profundidad adecuada. Evidentemente para que esta información sea completa la empresa de Ensayos deberá conocer el tipo de estructura y las luces medias de ésta, factores que influyen como se verá en los asentamientos admisibles y la elección de la cimentación.

### 3.4.- Resistencias, características del Terreno

Como datos orientativos de uso académico o para anteproyecto se incluyen las Fig. B y C.

Observese que en ellas se dividen los terrenos en dos grupos: "cohesivos" o de tipo arcilloso que mantienen unidas entre sí sus partículas mediante fuerzas de cohesión interna y "No cohesivos" o arenosos que se disgregan con mucha facilidad.

FIG. B  
CARGAS UNITARIAS ADMISIBLES EN ZAPATAS (kp/cm<sup>2</sup>)  
Terrenos arenosos (No cohesivos)

COMPACIDAD	Densidad relativa	Anchos de zapata en metros						
		1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	5,00
Muy suelta.	<0,20	<0,90	<0,60	<0,45	<0,35	<0,30	<0,30	<0,30
Suelta.	0,20	0,90	0,60	0,45	0,35	0,30	0,30	0,30
	a 0,40	a 2,90	a 2,50	a 2,25	a 2,10	a 1,90	a 1,85	a 1,80
Media.	0,40	2,90	2,50	2,25	2,10	1,90	1,85	1,80
	a 0,60	a 6,00	a 5,40	a 5,00	a 4,65	a 4,50	a 4,35	a 4,20
Compacta.	0,60	6,00	5,40	5,00	4,65	4,50	4,35	4,20
	a 0,80	a 9,75	a 9,00	a 8,40	a 8,00	a 7,60	a 7,35	a 7,00
Muy compacta.	>0,80	>9,75	>9,00	>8,40	>8,00	>7,60	>7,35	>7,00

Quando la arena, en toda la profundidad activa del cimiento, está por debajo de la capa freática, los valores dados en esta tabla deben reducirse a la mitad.

FIG. C  
CARGAS UNITARIAS ADMISIBLES EN ZAPATAS Y LOSAS (kp/cm<sup>2</sup>)  
Terrenos arcillosos (Cohesivos)

CONSISTENCIA	Resistencia a compresión simple (kp/cm <sup>2</sup> )	ZAPATA	
		Aislada	Continua
Fluida	< 0,50	<0,60	<0,45
Blanda.	0,50	0,60	0,45
	a 1,00	a 1,20	a 0,90
Media.	1,00	1,20	0,90
	a 2,00	a 2,40	a 1,80
Semi-dura	2,00	2,40	1,80
	a 4,00	a 4,80	a 3,60
Dura	>4,00	>4,80	>3,60

Los valores dados en las tablas anteriores incluyen el coeficiente de seguridad al hundimiento de Tres.

#### 4.- CIMENTO

##### 4.1.- Generalidades

Se incluyen a continuación algunas normas constructivas y de buen diseño que la experiencia aconseja tener en cuenta al proyectar una cimentación.

- a) Es preferible cimentar profundo sobre base sólida a una cimentación superficial sobre terreno poco resistente.
- b) Un estrato de terreno se considera sólido cuando tiene un espesor de 0,5 a 1 m. en Roca; de 2 a 3 m. en arcilla y de 3 a 4 m. en arena o grava.
- c) En zonas frías con posibles heladas se debe cimentar suficientemente profundo de modo que el hielo no alcance el cimiento. (Ejemplo a  $-10^{\circ}\text{C}$  porf. mínima de la parte superior del cimiento 1 m.).
- d) Tener en cuenta el nivel de capa freática; su posible acción sobre el cimiento y repercusiones en la impermeabilización.
- e) No cimentar sobre tierra vegetal.
- f) No cimentar una misma construcción sobre capas de terreno de diferente resistencia pues hay peligro de graves asentamientos diferenciales.
- g) Procurar que en cálculo la presión bajo las distintas zapatas sea lo más homogénea posible.

- h) El recubrimiento de las armaduras debe ser de 7 + 10 cm. para evitar la corrosión.
- i) Es aconsejable que los diámetros de armadura sean de 12  $\phi$  o superior.
- j) La separación entre armaduras no será mayor de 30 cm. para evitar la fisuración.

#### 4.2.- Asentamientos

Un asentamiento es el descenso del cimiento a causa de la compresibilidad del terreno.

##### 4.2.1.- Tipos de Asientos

###### a) Totales

Es el descenso del cimiento en valor absoluto desde el momento que se construyó.

Si un edificio tiene en todas sus partes el mismo asiento total no hay ninguna repercusión en la construcción. El peligro se presenta ante la diferencia de asentamiento entre distintas partes del Edificio que puede perjudicar la estructura del mismo.

Un asiento total uniforme puede perjudicar en caso de ser importante las conexiones subterráneas del edificio con el exterior por ejemplo, desagües, acometidas de agua, electricidad y gas (en este último caso reviste especial peligrosidad).

###### b) Diferenciales

El asiento diferencial mide la diferencia relativa de asientos totales entre dos cimientos próximos.

Los asientos diferenciales admisibles dependen del tipo de construcción del edificio. En la Fig. D se dan algunos valores de los mismos.

#### 4.2.2.- Causas de Asentamiento

Entre las causas más frecuentes de asentamiento se pueden considerar

- a) Consolidación del suelo.
- b) Desplazamiento lateral de suelos cohesivos.
- c) Deshidratación del terreno (sequía, drenaje, etc).
- d) Lavado del suelo por corrientes de agua que arrastan partículas alterando su granulometría.
- e) Presiones sobre el terreno diferentes en varios puntos de la cimentación (facilita los asientos diferenciales).

#### 4.2.3.- Grados

Los asientos totales los medimos en centímetros y se consideran admisibles si no superan 4 a 7 cm. en arcillas o de 3 a 5 cm. en terrenos no coesivos.

Respecto a los diferenciales se indican también en cm. pero la mejor forma de medir su valor es la fracción

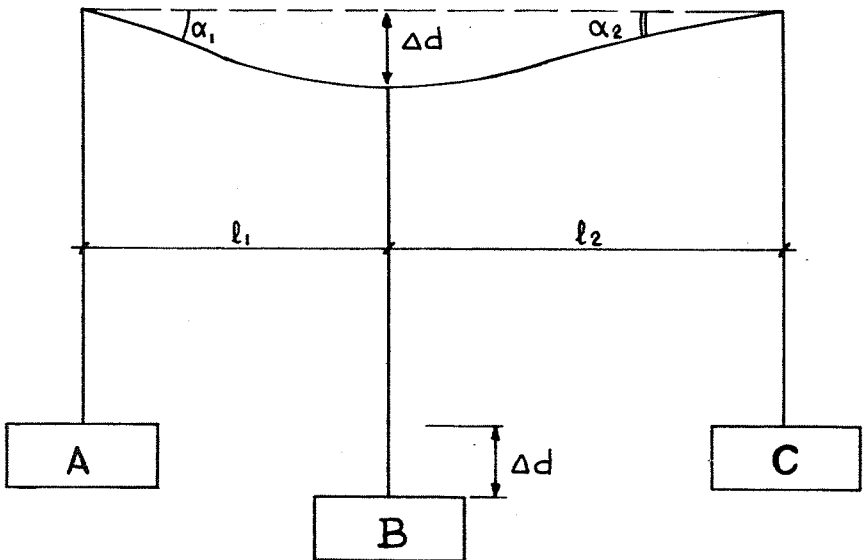
$$f = \frac{\text{Asiento dif. (cm.)}}{\text{Luz libre (cm.)}} = \frac{\Delta d}{L}$$

Según el valor de esta fracción y de acuerdo con la Fig. D veremos la gravedad del asiento.

Estas relaciones no son invariables y dependen de la rigidez del edificio, materiales, elementos de unión, etc.

f	Efectos sobre la Construcción.
1/500	Sin daño al edificio.
1/360	Ligera fisuración en cerramientos.
1/250	Fisuración apreciable en cerramientos.
1/180	Lesiones en Estructuras H. Armado.
1/150	Lesiones en Estructuras Metálicas.

FIG. D



$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\Delta d}{l_1} > \frac{\Delta d}{l_2} = \operatorname{tg} \alpha_2$$

$$\alpha_1 > \alpha_2$$

FIG. E



Como podemos ver en la Fig. E un mismo asiento diferencial es más grave para una luz corta que otra mayor pues el ángulo de rotación de la jácena es mayor en AB que en BC pues a mayor deformación mayores le siones para la Estructura.

#### 4.3.- Tipos de Cimiento

Se relacionan a continuación de forma escueta los principales tipos de cimientos usados en la construcción de viviendas y edificios industriales. No se hace mención de cimentaciones especiales como las de Puentes, Pantanos o Puertos por ser de uso muy específico.

Podemos agrupar los cimientos en tres familias.

- a) Zapatas (Superficial, puntual)
- b) Losas (Superficial)
- c) Pilotes (Profunda)

#### 4.4.- Zapatas.

Es el tipo más usual en la práctica.

Consisten en un cimiento que absorbe una sola carga puntual o reparada, tiene unas dimensiones relativamente reducidas y se aplican a terrenos de resistencia igual o mayor de  $1 \text{ kg/cm}^2$ .

Entre los principales tipos de zapata cabe citar.

- a) Aislada.
- b) Combinada.
- c) Excéntrica.
- d) Continua.

Cada uno de estos subgrupos admite dos clases de construcción.

- Rígida de gran canto en relación a su longitud que actúa frente al terreno de forma monolítica.
- Flexible de canto reducido frente a las dimensiones de planta y que admite deformaciones.

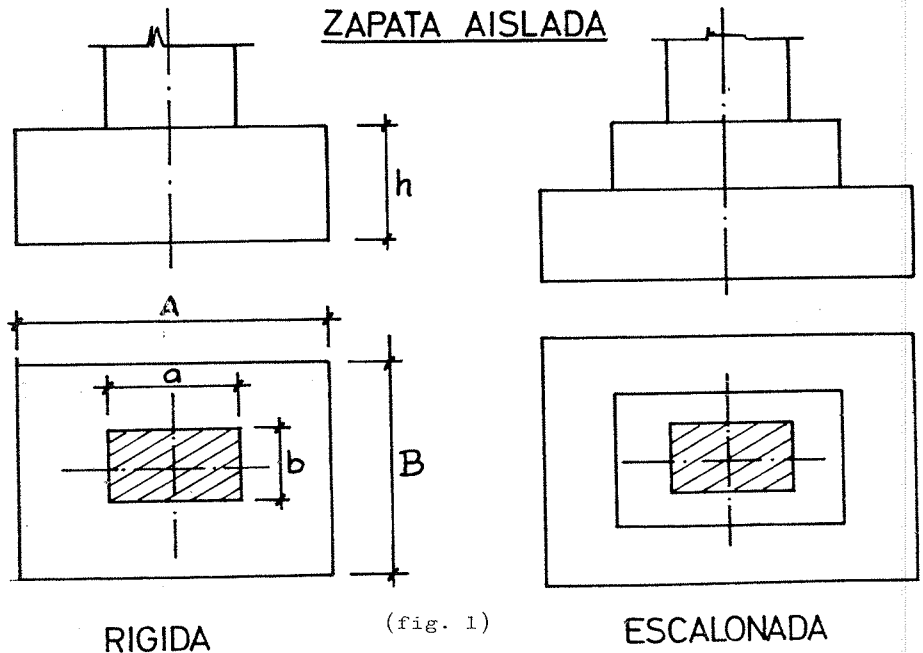
4.4.1.- Zapata aislada centrada. (fig.1)

Es adecuada para recibir una carga puntual centrada o una puntual con cortante y momento.

Su planta puede ser rectangular o cuadrada.

Se puede aplicar cuando la capa resistente no es muy profunda (más de 4 m.).

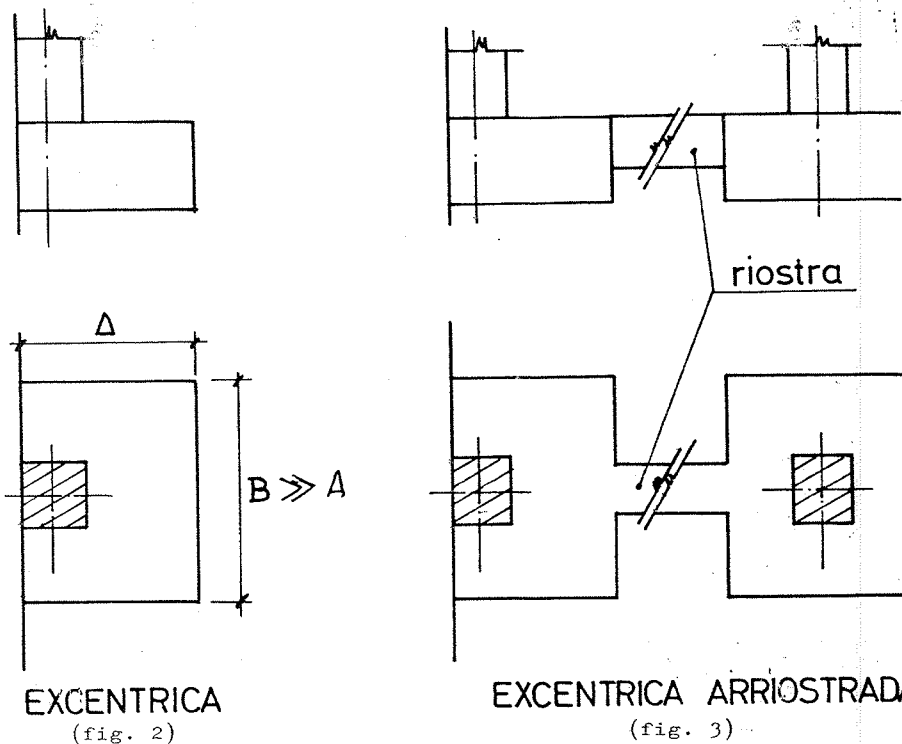
Es conveniente unir estas zapatas entre sí mediante vigas riestra por lo menos las del perímetro de la construcción con el fin de dar mayor homogeneidad al conjunto y prevenir en parte posibles asentamientos diferenciales.



#### 4.4.2.- Zapata Aislada excéntrica (fig. 2-3)

En el caso de que por razones constructivas (por lo general de medianería) la carga no puede ser aplicada en el centro de gravedad del cimiento se recurre a este tipo de zapata.

Del punto de vista del cálculo es uno de los casos más difíciles pues se establece un momento de vuelco proporcional a la excentricidad de la carga, produciendo abajo de la zapata un reparto de presiones triangular.



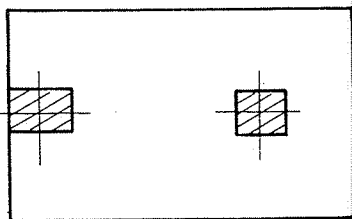
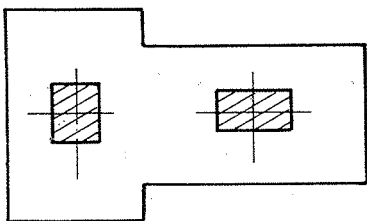
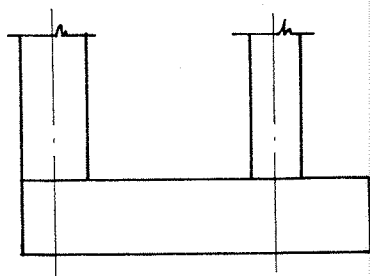
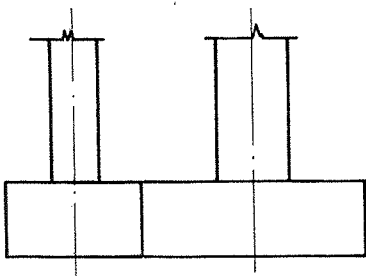
Una forma de evitar en lo posible esta dificultad es diseñar una zapata muy ancha y poco larga según se ve en la figura 2, pues esto reduce la excentricidad.

Otra forma de resolver este problema es unir esta zapata mediante una riostra de gran canto a la zapata inmediata interior quedando absorbido el momento entre la riostra y la otra zapata. (Fig. 3)

Esta es una zapata resultado de la unión de dos zapatas aisladas próximas.

Las causas que nos llevan a esta forma constructora son o el caso anterior para equilibrar el vuelco de una zapata excentrica o la existencia de dos pilares próximos que cimentados mediante zapatas aisladas nos daría lugar a interferencia de las mismas.

Su forma constructiva puede ser rectangular o escalonada.



ZAPATA COMBINADA  
ESCALONADA (fig. 4)

ZAPATA COMBINADA  
RECTANGULAR (fig. 5)

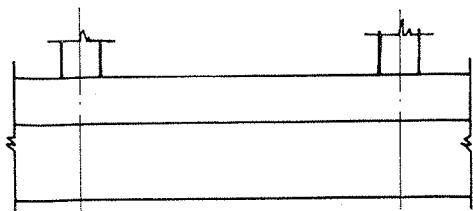
4.4.4.- Zapata continua (Fig. 6-7)

Es una zapata que soporta varias cargas y cuya anchura es constante.

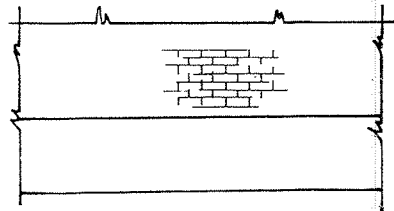
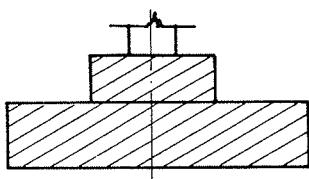
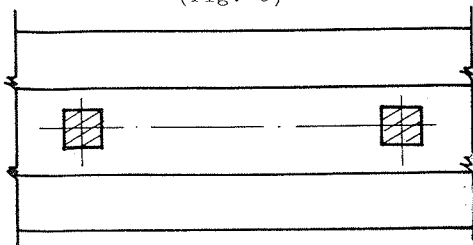
En este tipo de zapata distinguiremos dos clases diferentes según soporten cargas puntuales o cargas repartidas.

El primer tipo es la zapata continua bajo pilares que recibe un tratamiento de cálculo como una viga continua.

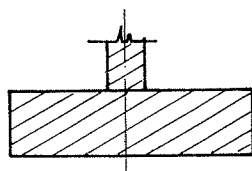
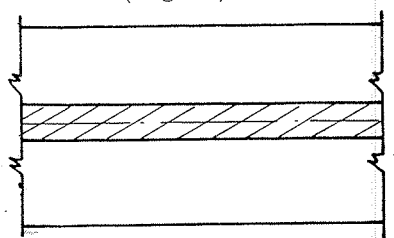
El segundo es la zapata continua bajo muro que soporta una carga repartida a lo largo de la generatriz del muro.



(fig. 6)



(fig. 7)



## ZAPATA CONTINUA BAJO PILARES      ZAPATA CONTINUA BAJO MU

Esta solución se adopta cuando se precisa cimentar sobre un terreno de fatiga media en la que las zapatas aisladas empiezan a superponerse pero sin ser precisa una losa.

Estas zapatas suelen construirse siguiendo la alineación de los pórticos, factor que aumenta la rigidez de la estructura y ofrece mayor seguridad ante los asentamientos.

### 4.5.- Losas. (fig. 8-9)

La construcción de cimientos mediante losa suele utilizarse cuando el terreno resistente se halla demasiado profundo para zapatas aisladas y la solución pilotada es excesivamente cara.

Como orientación se suele construir losa cuando la fatiga del terreno oscila entre 0,4 y 0,9 kg/cm<sup>2</sup>.

La losa presenta como ventaja su gran monolitismo que es un factor beneficioso del punto de vista de los asentamientos diferenciales.

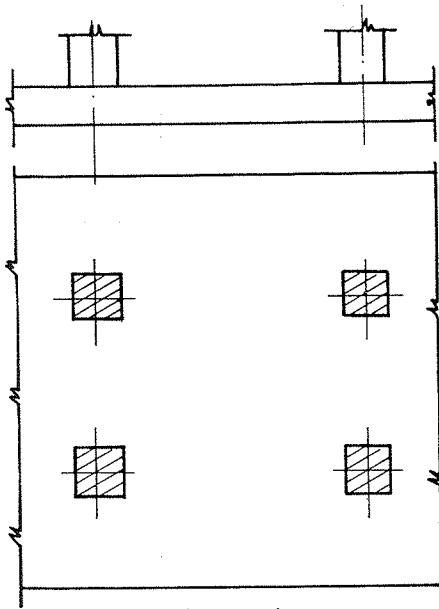
Se distinguen dos tipos básicos de losas:

20

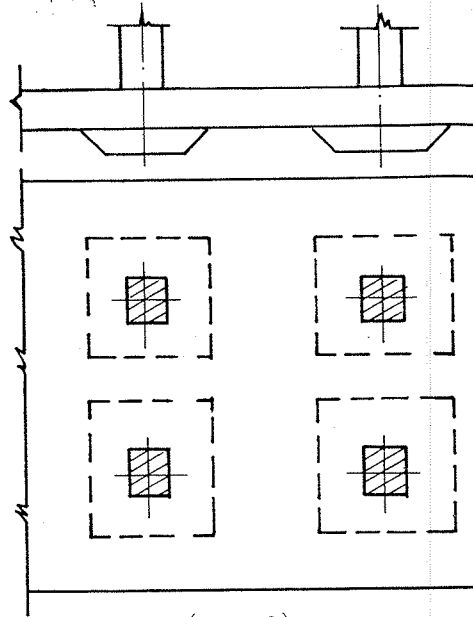
- a) Losa de espesor constante.
- b) Losa nervada o de espesor variable.

#### 4.5.1.- Losa de espesor constante.

Su espesor para que sea rentable puede variar entre 0,4 y 0,9 m. en toda la superficie. Esta forma constructiva permite una ejecución muy sencilla sin ningún tipo de encofrado ni zanja, pues con una capa de hormigón pobre de base de 8 cm., podemos colocar las armaduras directamente sobre esta y continuar hormigonando.



(fig. 8)



(fig. 9)

### LOSA ESPESOR CONSTANTE      LOSA ESPESOR VARIABLE

Otra ventaja de este tipo es que su cara superior se puede usar directamente como solera del parkingo planta que se situe en su intermediación sin más que recubrirlo con una capa de acabado de tipo bituminoso o epoxico.

#### 4.5.2.- Losas de espesor variable

Esta variante si bien permite una utilización más racional de los materiales suele ser más cara por la necesidad de las excavaciones, zanjás y encofrados que habrá que utilizar en su ejecución.

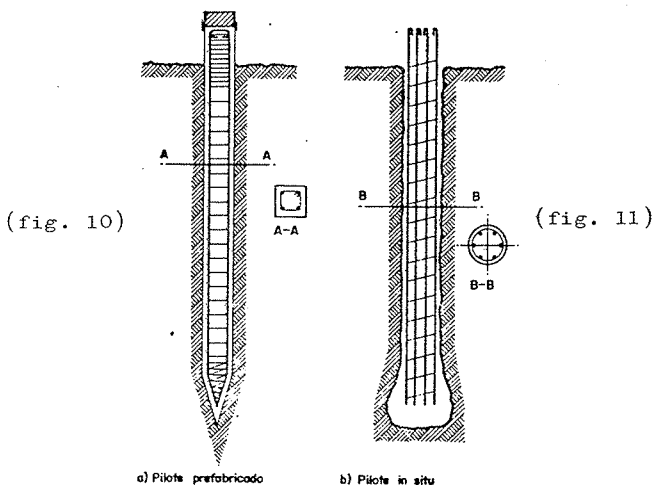
Su diseño consiste en una losa de espesor constante pero menos que en el caso anterior (0,2 a 0,5 m) la cual se ha reforzado mediante unas vigas o capiteles que dan mayor resistencia a la losa de base.

Los resaltos pueden ser superiores o inferiores, el primer caso imposibilita el uso de la cara superior de la losa como solera y requiere un relleno de los huecos mediante tierras y la construcción de una solera encima; el segundo caso es el más usual y económico -- cuando se adopta este tipo de solución.

La elección de un tipo u otro dependerá normalmente de factores económicos.

#### 4.6.- Pilotes.

La cimentación mediante pilotes va adquiriendo en la actualidad una importancia creciente en la construcción.



Se suele adoptar esta solución cuando el terreno resistente se encuentra más allá de los 5 ó 6 m. de la base del edificio.

Los pilotes pueden trabajar de dos formas fundamentales:

- a) De punta cuando la carga se transmite al terreno por el extremo del pilote sobre una capa resistente.

b) Por rozamiento lateral que es el caso de que el terreno no tiene una capa resistente a una profundidad alcanzable y se debe de utilizar el rozamiento del perímetro lateral del pilote con el terreno en que está incado para obtener la reacción necesaria.

Según su forma constructiva existen dos familias de pilotes:

- Prefabricados.
- In situ.

#### 4.6.1.- Pilotes Prefabricados. (fig. 10)

Se incan en el terreno directamente mediante martillos de gran potencia. Deben de llevar armadura especial para resistir los golpes de la inca.

Suelen ser más caros y al incarlos la vibración que se transmite al suelo por los golpes puede ocasionar daños o perturbaciones en los cimientos y edificios colindantes.

En contrapartida tienen una resistencia asegurada pues la carga de inca es como una prueba de carga que nos garantiza su resistencia.

#### 4.6.2.- Pilotes in situ. (fig. 11)

Se realizan mediante la perforación del terreno con una barrena hasta la profundidad requerida. Se introduce la armadura necesaria y se rellena de hormigón convenientemente compactado.

El pilote in situ tiene mayor diámetro que el anterior y en su extremo inferior termina con un bulbo característico, estos dos factores permiten que se obtenga una mayor carga portante en esta clase de pilote.

#### 4.6.3.- Encepados. (fig. 12)

Quando precisamos más de un pilote para sostener un mismo pilar es necesario agrupar varios pilotes en un mismo punto.

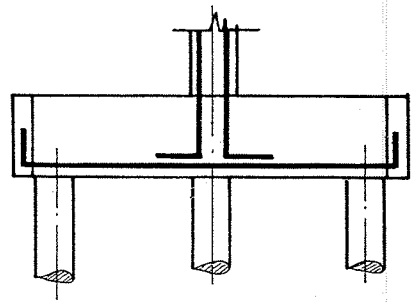
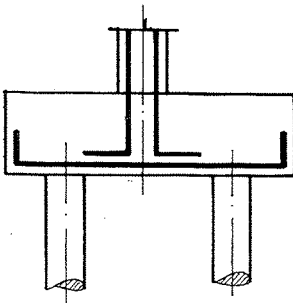


Esta unión se materializa mediante el encepado que consiste en una zapata rígida en la que se unen varios pilotes.

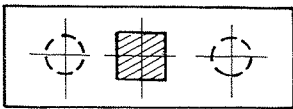
Este encepado tiene como función absorber los esfuerzos producidos por la excentricidad de las acciones y reacciones.

En el caso de pilares que estén solicitados por momento en su extremo inferior se deberán colocar como mínimo 2 pilotes alineados en el sentido del momento para que uno trabaje a tracción y el otro a compresión, esto se debe a que los pilotes no están diseñados para soportar esfuerzos de flexión.

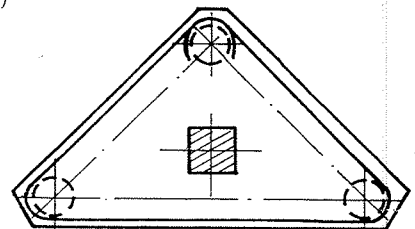
Uniendo las cabezas de los pilotes y los encepados se suelen construir riostras con la misma finalidad que la descrita para las zapatas.



(fig. 12)



ENCEPADO 2 PILOTES



ENCEPADO 3 PILOTES

## 5.- EJEMPLOS DE CALCULO

Cada tipo de cimiento requiere un método de cálculo diferente.

Para realizar un cálculo exhaustivo de las cimentaciones serían precisos unos conocimientos profundos de mecánica de suelos y una información muy detallada de los paramentos del terreno, en la práctica se utilizan unos métodos aproximados que permiten trabajar del lado de la seguridad y que han sido ampliamente sancionados por la práctica.

En este capítulo vamos a exponer a los casos más frecuentes con detalle y daremos unas directrices de cálculo para los demás.

### 5.1.- Zapata aislada (carga centrada)

Es la cimentación sobre la que gravita únicamente una carga axial vertical, en esta zapata podremos distinguir tres tipos:

- |                     |          |
|---------------------|----------|
| - Hormigón en masa. | Rígida   |
| - Hormigón armado   |          |
|                     | Flexible |

#### 5.1.1.- Distribución de las tensiones

Según la rigidez de la zapata y la plasticidad del suelo, la distribución de presiones puede variar, lo que influirá en el dimensionado de la misma.

Genérica y esquemáticamente podemos considerar las siguientes distribuciones de presiones (Fig. 13) como se observa en la tabla los terrenos polvorientos y rocas tienen tendencia a un reparto de cargas triangular, a excepción en las rígidas que a pesar que en la práctica presentan una ligera tendencia a reparto triangular se asimilan a un forme.

TABLA DISTRIBUCION DE PRESIONES

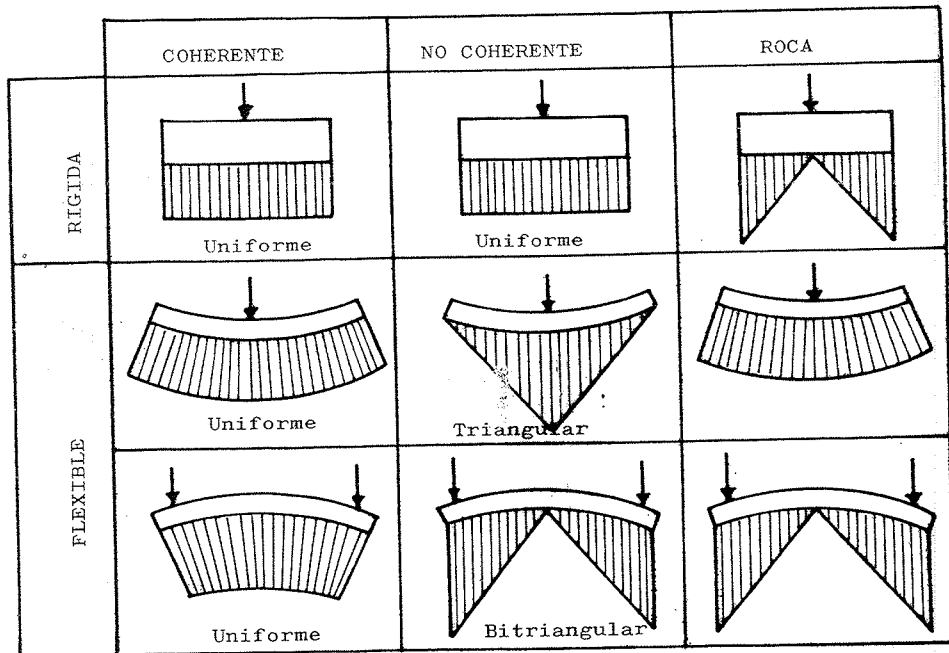


FIG. 13

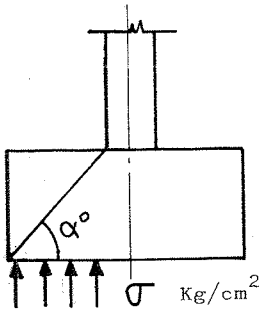
5.1.2.- Zapata aislada de hormigón en Masa

Si diseñamos la zapata de forma que el hormigón trabaje exclusivamente a compresión podremos prescindir de armaduras resultando una zapata de hormigón en masa.

Esta solución de adoptarse exclusivamente en casos de cimientos de poca responsabilidad y en construcciones de pocas plantas. De cualquier forma es de interés recordar que en el siglo pasado la totalidad de los cimientos eran de mampostería y sin armar, aunque adquirirían dimensiones muy considerables.

Para el diseño de zapatas de hormigón en masa es fundamental el ángulo con el que se transmiten las presiones al terreno para que no exista la posibilidad de tensiones de tracción en el hormigón. El valor ( $\alpha$ ) del ángulo de transmisión es función de la resistencia del hormigón y de la presión que soporta el terreno bajo la zapata. Fig. 14

Con ayuda de la tabla de la Fig. 15 podemos iniciar el dimensionado de zapatas de hormigón en masa.



(Fig. 14)

$f_{ck} \backslash \sigma_t$	1	2	3
50	57°	65°	67°
100	54°	58°	63°
125	52°	55°	59°

$f_{ck} = \text{kg/cm}^2$ ;  $\sigma_t = \text{kg/cm}^2$   
Tabla valores de  $\alpha$

(Fig. 15)

Nota

- a) En esta tabla no se consideran las características del tipo de terreno, sino solo su resistencia  $\sigma_t$  en  $\text{kg/cm}^2$ .
- b) Valores intermedios interpolar.

Ejemplo 1

Queremos cimentar en un terreno de  $\sigma_t = 1 \text{ kg/cm}^2$ ; un pilar de obra de  $30 \times 30 \text{ cm}$ . de base que soporta una carga axial de  $15 \text{ T}$ . y utilizamos un hormigón en masa de  $f_{ck} = 50 \text{ kg/cm}^2$ .

Dimensiones de la Base (Fig. 16)

En primer lugar debemos hallar la superficie de la zapata; por ser el pilar cuadrado es aconsejable que la zapata también lo sea.

$$S = a^2$$

$$\sigma_t = \frac{N}{S}; 1 \text{ kg/cm}^2 = \frac{15.000 \text{ kg.}}{S \text{ cm}^2} \rightarrow S \text{ cm}^2 = \frac{15.000 \text{ kg}}{1 \text{ kg/cm}^2}$$

$$S = 15.000 \text{ cm}^2 \rightarrow a^2 = S \rightarrow a = \sqrt{S}$$

$$a = \sqrt{15.000 \text{ cm}^2} = 122 \text{ cm} \approx 125 \text{ cm. (mayorando o múltiplo de cinco)}$$

$S =$  Superficie,

$a =$  lado de la base,

$l =$  lado del pilar

### Cálculo Altura

Según la tabla Fig. 16 el ángulo mínimo es de  $57^\circ$  luego

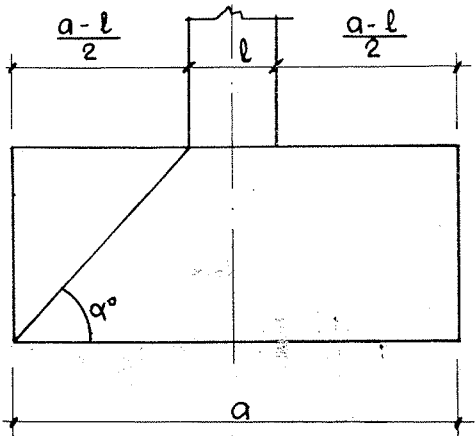
$$h = \frac{a - l}{2} \times \operatorname{tg} \alpha$$

Sustituyendo

$$h = \frac{1,25 - 0,3}{2} \times \operatorname{tg} 57^\circ$$

$$h = 0,475 \times 1,54$$

$$h = 0,73 \quad 0,75 \text{ (mayorando a múltiplo de cinco)}$$



(Fig. 16)

Luego será preciso una zapata cuadrada de las siguientes dimensiones, 1,25 m. de lado y 0,75 m. de altura.

#### 5.1.3.- Zapata aislada de hormigón armado (Rígida)

Según la EH-73 se considera rígida una zapata cuando el ángulo de reparto de presiones  $\alpha \leq 45^\circ$ ; en otra bibliografía se considera que la rigidez existe a partir de  $\alpha \leq 30^\circ$  en cualquier caso el método de cálculo general es el de "las bielas" de M. Labelle, repercutiendo un mayor o un menor espesor solamente en un mayor incremento de las armaduras.

La zapata rígida puede ser más económica que la flexible y presenta ventajas sobre esta en cuanto a la estabilidad al vuelco, punzonamiento y cortantes, aunque es conveniente plantearse las dos posibilidades y realizar una comparación de costes entre ellas.

#### Ejemplo 2

Sea un pilar de hormigón armado de dimensiones  $a \times b$  y con una carga  $N$  Fig. 17.

$$N = 60 \text{ T.}$$

$$a = 40; \quad b = 30$$

$$\sigma_t = 1,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Arcilla)}$$

Características de los materialesResistencia hormigón  $f_{ck} = 125 \text{ kg/cm}^2$ Resistencia acero  $f_{yk} = 4.200 \text{ kg/cm}^2$ Coefficientes de seguridad $\gamma_c = 1,5$  Cof. min. Hormigón. $\gamma_f = 1,6$  Cof. may. Solicit. $\gamma_s = 1,15$  Cof. min. Acero. $f_{yd}$  = resistencia de cálculo del acero $f_{cd}$  = " " " " hormigónProceso cálculoa) Dimensiones planta (A y B)

Debido a las dimensiones del pilar rectangular es conveniente que los lados de la zapata guarden una proporción aproximadamente igual luego,

$$\frac{A}{B} \simeq \frac{a}{b} = 1,33 \longrightarrow A = 1,33 B$$

Luego igualando la presión bajo la zapata a la admisible  $t$

$$S = \frac{N}{\sigma_t} = \frac{60.000 \text{ kg}}{1,5 \text{ kg/cm}^2} = 40.000 \text{ cm}^2$$

$$S = A \times B = 1,33 \times B^2 = 40.000 \text{ cm}^2$$

$$B = \sqrt{\frac{40.000}{1,33}} = 1,73 \simeq 1,80 \longrightarrow A \simeq 2,40$$

los valores hallados se mayoran a múltiplo de diez.

b) Altura de la zapata (canto)

Al ser la zapata rectangular al ángulo que define la rigidez daría dos alturas distintas según el lado que se considere, -- aunque considerar el mayor suele ser suficiente que cumpla la

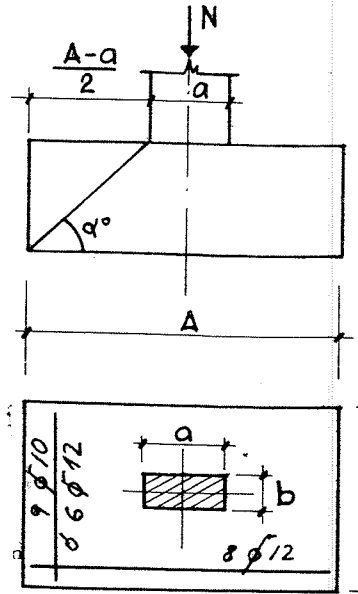


fig. 17

relación el lado menor, luego considerando  $\alpha = 45^\circ$

$$h_a = \frac{A - a}{2} \times \operatorname{tg} \alpha = \frac{2,4 - 0,4}{2} \times 1 = 1,00 \text{ m.}$$

$$h_b = \frac{B - b}{2} \times \operatorname{tg} \alpha = \frac{1,8 - 0,3}{2} \times 1 = 0,75 \text{ m.}$$

Luego si tomamos  $h = h_b = 0,75$  veamos que ángulo se obtiene para esta altura con el lado A es

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \frac{0,75}{1} = 0,75 \longrightarrow \alpha_a = 37^\circ \text{ que se considera suficiente.}$$

En el caso de que  $A \gg B$  debería buscarse un valor intermedio.

### c) Armaduras

De acuerdo con el artículo 54 de la instrucción Española del Hormigón armado EH-73 el valor de la sección de las armaduras para cada sentido es la siguiente :

$$A_a = \frac{N_d \cdot (A - a)}{8 h f_{yd}}$$

$$A_b = \frac{N_d \cdot (B - b)}{8 h f_{yd}}$$

Siendo  $N_d = N \times \gamma_f$  carga mayorada

$f_{yd} = f_{yk} \times \gamma_s$  resistencia cálculo acero

$A_a =$  Sección acero paralela lado A

$A_b =$  Sección acero paralela lado B

Respecto a las características del hormigón este debe ser  $f_{ck} > 125 \text{ kg/cm}^2$  como mínimo para que pueda considerarse como armado siendo este el valor utilizado.

Despejando:  $A f_{yd}$  que es la capacidad mecánica obtenemos;

$$A_a \times f_{yd} = \frac{Nd (A - a)}{8 h} = \frac{60 \times 1,6 \times (2,4 - 0,4)}{8 \times 0,75} = 32 \text{ T.}$$

$$A_b \times f_{vd} = \frac{60 \times 1,6 \times (1,8 - 0,3)}{8 \times 0,75} = 24 \text{ T.}$$

Los valores  $A_a f_{yd}$  y  $A_b f_{vd}$  son en toneladas y se denomina la capacidad mecánica del acero que deberá colocarse paralelamente al lado A y B respectivamente y según los valores de la tabla (Fig. 18).

$$U = A \cdot f_{sd} \quad U' = A' \cdot f_{sd}$$

(CAPACIDAD MECÁNICA EN TONELADAS) FIG. 18

$$f_{sd} (\text{kg/cm}^2) = 4.200$$

Diámetro $\phi$ (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,72	1,43	2,15	2,87	3,59	4,30	5,02	5,74	6,45	7,17
6	1,03	2,07	3,10	4,13	5,16	6,20	7,23	8,26	9,29	10,33
8	1,84	3,67	5,51	7,34	9,18	11,01	12,85	14,69	16,52	18,36
10	2,87	5,74	8,61	11,47	14,34	17,21	20,08	22,95	25,82	28,68
12	4,13	8,26	12,39	16,52	20,65	24,78	28,91	33,04	37,17	41,31
14	5,62	11,24	16,87	22,49	28,11	33,73	39,35	44,98	50,60	56,22
16	7,34	14,69	22,03	29,37	36,72	44,06	51,40	58,75	66,09	73,43
20	11,47	22,95	34,42	45,89	57,37	68,84	80,32	91,79	103,26	114,74
25	17,93	35,86	53,78	71,71	89,64	107,57	125,49	143,42	161,35	179,28
32	29,37	58,75	88,12	117,49	146,86	176,24	205,61	234,98	264,35	293,73
40	45,89	91,79	137,68	183,58	229,47	275,37	321,26	367,16	413,05	458,95

Trabajo a tracción o compresión. — Calculada con  $\gamma_s = 1,15$ .

De acuerdo con los valores de estas cuantías se obtiene el siguiente armado 8  $\phi$  12 paralelos a A con 33,04 T > 32 T

6  $\phi$  12 paralelos a B con 24,78 T > 24 T

#### Nota

9  $\phi$  10 paralelos a B con 25,82 T > 24 T

Si en lugar de arcilla (reparto uniforme) fuese roca, se debería incrementar estos valores por 1,5 en función del reparto triangular de presiones, pues desplaza el centro de gravedad de estas en dicha proporción hacia el borde de la zapata lo que incrementa el momento resultante.

#### d) Comprobaciones

Quando la zapata es rígida no es preciso comprobar los esfuerzos cortantes ni de punzonamiento, sin embargo hay que comprobar si la carga exterior (N) una vez incrementada con el peso propio de la zapata no supera de este modo la presión máxima del terreno.

En este caso sería  $P = \text{Peso zapata} = 0,75 \times 2,4 \times 1,8 \times 2,4 = 7,7$

$$N + P = 67,8 \text{ T} \rightarrow \sigma_t = \frac{67800 \text{ kg}}{240 \times 180 \text{ cm}^2} = 1,57 \approx 1,5 \text{ kg/cm}^2$$

como vemos supera algo la presión admisible y será conveniente fijar las dimensiones finales en  $A = 2,50$  y  $B = 1,90$ .  $h = 0,8$



### 5.1.4.- Hormigón Armado (Flexible)

Consideraremos flexible una zapata cuando  $\alpha \leq 25^\circ$ . En esta hipótesis ya no se usa el método de las bielas y su cálculo se hace considerando la zapata dividida en dos mensulas empotradas entre sí.

#### Ejemplo 3

Sea un pilar cuadrado de hormigón con una carga  $N$ .

Datos:

$$N = 60 \text{ T}$$

$$a = 35 \quad b = 35$$

$$\sigma_t = 2 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Arcilla)} = 20 \text{ T/m}^2$$

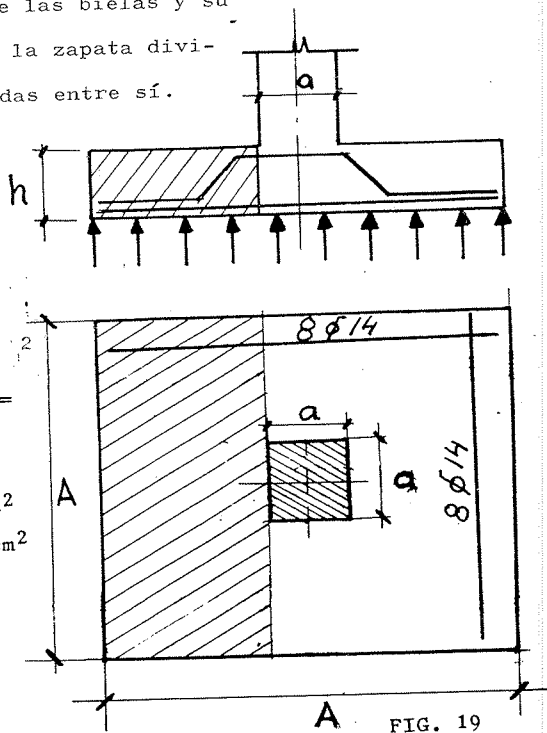
Tipo materiales

$$\text{Hormigón } f_{ck} = 175 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Acero } f_{yk} = 4.600 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,5; \quad \gamma_f = 1,6;$$

$$\gamma_s = 1,15$$



#### a) Dimensiones zapata.

Por ser cuadrada  $A = B$

$$S = \frac{N}{\sigma_t} = \frac{60.000}{2} = 30.000$$

$$A = B = 1,80 \text{ cm}$$

#### b) Momentos

Para hallar los momentos aplicamos la fórmula del momento de carga uniformemente repartida en un voladizo resultando:

$$M_A = \frac{\sigma_t}{2} \left( \frac{A-a}{2} \right)^2 \times B; \quad M_B = \frac{\sigma_t}{2} \left( \frac{B-b}{2} \right)^2 \times A;$$

Donde sustituyendo con los valores en toneladas y metros obtenemos:

$$M_A = M_B = \frac{20}{8} \times (1,8 - 0,35)^2 \times 1,8 = 9,47 \text{ T x m}$$

#### c) Dimensionado de las armaduras

Suponemos una altura de la zapata de  $h = 0,35$  y las caracte

rísticas de los materiales indicados.

Utilizamos los ábacos de cálculo de secciones en el estado-último del libro armado del Prof. Giménez-Montoya por ser los más usuales y así indicar su manejo. Fig. 20.

Utilizamos la columna de la izquierda que es la dimensional y con ello podemos hallar los valores para cualquier anchura de viga del canto indicado ( $h = 0,35 \text{ m}$ ).

SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

(Entrese con M sin mayorar)

Seguridad adoptada:  $\chi_c = 1,5$ ;  $\chi_f = 1,6$

Unidades:  $1 \text{ t} \approx 10 \text{ kN}$ ;  $1 \text{ kp/cm}^2 \approx 0,1 \text{ N/mm}^2$

ACEROS DE DUREZA NATURAL

$f_{yk} \approx 5.000 \text{ kp/cm}^2$

HORMIGÓN:  $f_{ck} = 175 \text{ kp/cm}^2$

$h = 0,35 \text{ m}$ .

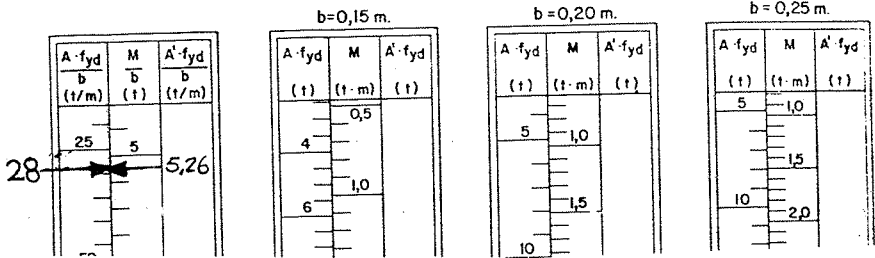
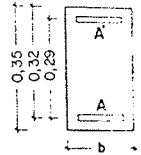


FIG. 20

Entrando en la columna central con el valor :

$$\frac{M}{b} = \frac{9,47}{1,8} = 5,26 \text{ T} \longrightarrow \frac{A \cdot f_{yd}}{b} = 28 \text{ T}$$

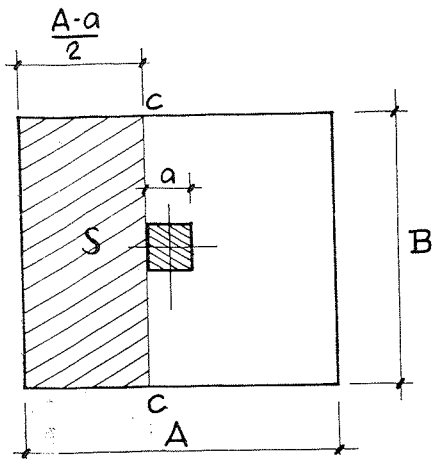
Despejando la capacidad mecánica para el ancho b obtenemos:

$$A f_{yd} = 28 \times 1,8 = 50,4 \text{ T} \longrightarrow 8 \text{ } \phi \text{ } 14 \text{ en todo lo ancho}$$

$U = A \cdot f_{yd}$   $U' = A' \cdot f_{yd}$   
CAPACIDAD MECÁNICA EN TONELADAS

$f_{yd} \text{ (kp/cm}^2\text{)}$   
 $= 4.600$

Diámetro $\phi$ (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
6	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
8	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11
10	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
12	4,52	9,05	13,57	18,10	22,62	27,14	31,67	36,19	40,72	45,24
14	6,16	12,32	18,47	24,63	30,79	36,95	43,10	49,26	55,42	61,58
16	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38	80,42
20	12,57	25,13	37,70	50,27	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10	125,66
25	19,64	39,27	58,91	78,54	98,18	117,81	137,45	157,08	176,72	196,35
32	32,17	64,34	96,51	128,68	160,85	193,02	225,19	257,36	289,53	321,70
40	50,27	100,53	150,80	201,06	251,33	301,59	351,86	402,12	452,39	502,66



d) Comprobación cortante (Fig. 21)

Por último en este caso debemos comprobar el cortante que se presenta en la sección indicada en la figura - CC que es la más desfavorable.

Para esto se debe verificar la siguiente desigualdad :

$$V_{cu} \gg F \times \gamma_c = F \times 1,6$$

$$F = S \times \sigma = \frac{A-a}{2} \times B \times \sigma = \frac{1,8 - 0,35}{2} \times 1,8 \times 20 = 26,1 \text{ T}$$

El valor del esfuerzo cortante que soporta una sección B x h es :

$$V_{cu} = f_{vd} \times B \times h$$

Siendo :

Siendo la fórmula de

Cálculo de:

$$f_{vd} = 0,5 \times$$

$$\sqrt{\frac{f_{ck}}{\gamma_c}} = \sqrt{\frac{175}{1,5}} = 5,4 \text{ kg/cm}^2$$

Luego sustituyendo :

$$f_{vd} = 5,4 \text{ kg/cm}^2 = 54 \text{ T/m}^2$$

$$V_{cu} = 54 \times 1,8 \times 0,35 = 34 \text{ T}$$

$$34 \ll 26,1 \times 1,6 = 41,74$$

$V_{cu}$  = Cortante máximo que soporta la sección

$f_{vd}$  = Resistencia cortante hormigón

$f_{ck}$  = " a compresión de - hormigón

$\gamma_s$  = cof. minoración hormigón

F = Valor del esfuerzo cortante en la sección c-c

S = Superficie a la izquierda c-c

Luego no es suficiente con este espesor para lo cual hay dos soluciones o hay que incrementar h en la proporción de  $\frac{41,74}{34} = 1,227$  luego  $0,35 \times 1,227 = 0,429 = h = 0,45$  o disponer las adecuadas armaduras a 45° como indica la Fig. 19 para absorber la diferencia.

5.2.- Zapata aislada (carga + momento)

Este tipo de sollicitación es típico de porticos de grandes luces en sus pilares extremos (Naves industriales, almacenes) y de Pilares de fachada en edificios de viviendas aunque en este caso la carga ver

tical suele ser importante y compensa bastante la excentricidad.

El proceso de cálculo en este caso es según G. Montoya Cap. 21-1 (7ª edición).

#### Ejemplo 4

##### a) Datos

Sea una zapata sometida a los siguientes esfuerzos :

$N =$  Carga axial = 35 T

$V =$  Esfuerzo cortante = 2 T

$M_a =$  Momento flector = 12 T x m

y las dimensiones del pilar :

$a = 45$        $b = 30$

$\bar{\sigma}_t = 1,5$  kg/cm<sup>2</sup> (Arena)

Hormigón 150 kg/cm<sup>2</sup>

Acero 4.200 kg/cm<sup>2</sup>

$\chi_c = 1,5$ ;  $\chi_f = 1,6$ ;  $\chi_s = 1,15$

siendo :

$P =$  Peso propio zapata

$l_h =$  Profundidad de la base de la zapata.

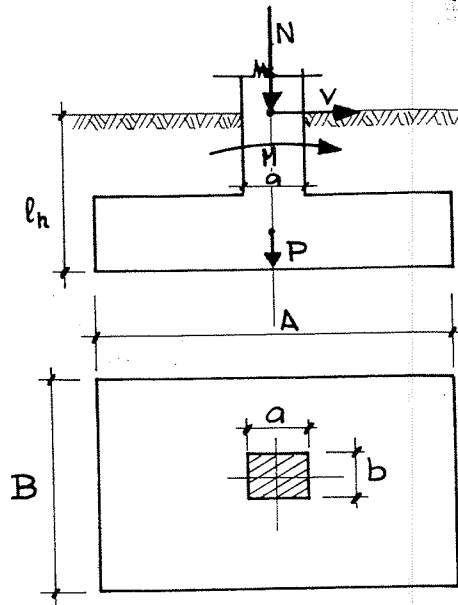


FIG. 22

##### b) Cálculo

El proceso consta de los siguientes apartados. En el que en caso de no cumplir alguno de ellos se deberán variar los datos fijados con anterioridad y volver a calcular el apartado de forma concurrente :

- |                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|
| - Predimensionado zapata.     | - Cálculo tensiones terreno |
| - Comprobación vuelco.        | - Momento flector.          |
| - Comprobación deslizamiento. | - Armado zapata.            |

##### c) Predimensionado

- Punzonamiento.

No hay ninguna regla en especial para poder proceder al predimensionado para ello deberá recurrirse a la experiencia o a sucesivos tanteos.

Para iniciar el proceso hallemos las dimensiones iniciales como en el Ejemplo 3, pero en lugar de hacerlo para una  $\sigma_t = 1,5$  se hace para una  $\sigma_t = 1 \text{ kg/cm}^2$ , es decir para una fatiga de terreno menor que la admisible.

La proporción de los lados puede ser la misma de los del pilar,

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b} = 1,5 \quad S = \frac{N}{\sigma_t} = \frac{35.000 \text{ kg}}{1 \text{ kg/cm}^2} = 35.000 \text{ cm}^2$$

$$A = 1,5 B$$

$$S = 1,5 \times B^2 = 35.000 \longrightarrow B = \sqrt{\frac{35.000}{1,5}} = 152 \approx 160$$

$$B = 1,60$$

$$A = B \times 1,5 = 2,4$$

Respecto a la altura supongamos  $h = 0,5 \text{ m.}$  como valor inicial.

d) Vuelco

En primer lugar conviene comprobar la estabilidad, para que la zapata no vuelque se debe de cumplir la siguiente desigualdad:

$$(N + P) \frac{A}{2} = (N + A \times B \times h \times 2,4) \times \frac{A}{2} \gg$$

$$\gg (M + V l_h) \times 1$$

siendo  $\times 1$  el coeficiente de seguridad al vuelco e igual a 1,5, P el peso propio de la zapata y los demás valores ya conocidos.

Para hallar P consideraremos la densidad del hormigón de  $2,4 \text{ T/m}^3$  luego substituyendo y suponiendo  $l_h = 1 \text{ m.}$

$$(35 + 2,4 \times 1,6 \times 2,4 \times 0,5) \times \frac{2,4}{2} \gg (12 + 2 \times 1) \times 1,5$$

$$(35 + 4,6) \times 1,2 \gg 39,6 \times 1,2 \gg 14 \times 1,5$$

$$47,52 \gg 21$$

Observese la gran importancia que tiene N (Carga Vertical) en la estabilidad del conjunto

Como vemos en este caso no hay problema de vuelco.

. En caso que si lo hubiera se deberían variar las dimensiones de la zapata para conseguir su estabilidad.

e) Deslizamiento

En segundo lugar conviene comprobar que el cimiento no pueda deslizar y para ello debemos comprobar la desigualdad.

$$(N + P) \varphi \geq k_2 \cdot V \quad (\text{Fórmula para suelos no cohesivos})$$

Siendo  $k_2 = \text{coef. de seg. al deslizamiento} = 1,5$

$$\varphi = \text{coef. de rozamiento tierra hormigón} \approx 0,6$$

En caso de suelo cohesivo se debe aplicar  $ACd \geq k_2 \cdot V$  siendo A Superficie de la base y Cd la cohesión del terreno si se desconoce este último valor se aplica la primera fórmula.

Sustituyendo.

$$(35 + 4,6) \times 0,6 \geq 1,5 \times 2$$

$$23,7 \geq 3$$

En este caso, cumple y como vemos solo habrá problemas de deslizamiento cuando el esfuerzo cortante sea especialmente importante.

f) Tensión terreno.

Una vez comprobados los anteriores parámetros comprobamos la tensión del terreno y para ello debemos hallar en primer lugar según el método que exponemos la excentricidad de carga producida por el momento resultante según las fórmulas siguientes :

$$e_a = \frac{M + Vlh}{N + P} ; \quad \eta_a = \frac{e_a}{A}$$

Siendo  $e_a, e_b =$  excentricidad, resultante base zapata.

$$\eta_a, \eta_b = \quad " \quad \text{relativa total}$$

Sustituyendo con los valores del ejemplo.

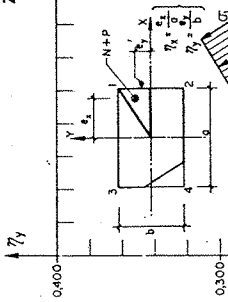
$$e_a = \frac{12 + 2 \times 1}{35 + 4,6} \approx 0,36 \quad \longrightarrow \quad \eta_a = \frac{0,36}{2,4} = 0,15$$

con el valor de  $\eta_a$  se busca en la tabla de la Fig. 23 que es reproducción de la tabla (Pag. 476 G. Montoya 7ª Edición).

Vemos que se presenta el caso de zona D es decir que existe presión en toda la base de la zapata (Fig. 24).

Entrando en la tabla por el eje x y desplazándose sobre la misma según las líneas fijadas se obtiene un valor de  $\lambda_5$  que es el coeficiente corrector de la excentricidad de:

ZAPATAS RECTANGULARES RIGIDAS CON CARGA BIXCENTRICA  
COMPROBACION DE TENSIONES DEL TERRENO



ZONAS A - B - C  
TENSIONES BAJO ESQUINAS:

$$\sigma_1 = \frac{N+P}{\lambda_{AB}} \approx \frac{2}{3} \sigma_{adm}$$

$$\sigma_2 = \lambda_4 \sigma_1 \text{ (ficticio)}$$

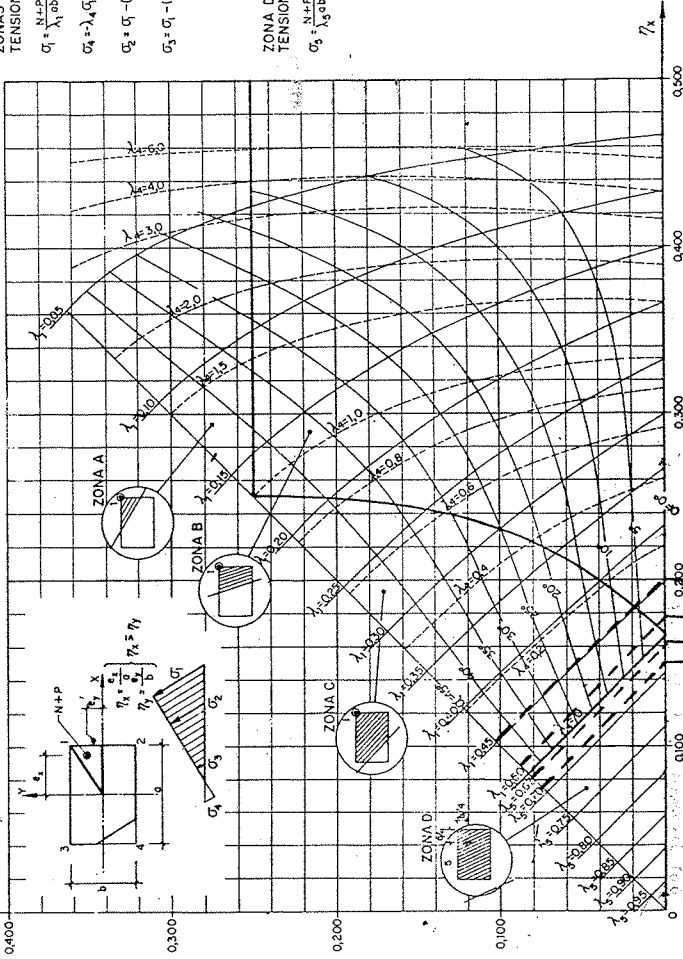
$$\sigma_3 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$\sigma_4 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

Información adicional

ZONA D  
TENSION EN PUNTO INTERNO 5:

$$\sigma_5 = \frac{N+P}{\lambda_{5DB}} \approx \sigma_{adm}$$



$\lambda_5 = 0,69 \leftarrow 0,15 \text{ E.I.4}$   
 $\lambda_5 = 0,67 \leftarrow 0,16 \text{ E.I.5 DI}$   
 $0,2 \text{ E.I.5 DI} \rightarrow \lambda_1 = 0,45$   
 $0,175 \text{ E.I. D II} \rightarrow \lambda_1 = 0,48$

$\lambda_5 = 0,69$  luego substituyendo en la fórmula siguiente se obtiene la tensión máxima que se podrá presentar en el punto más desfavorable de la base de la zapata :

$$\sigma_5 = \frac{N + P}{\lambda_5 \times A \times B}$$

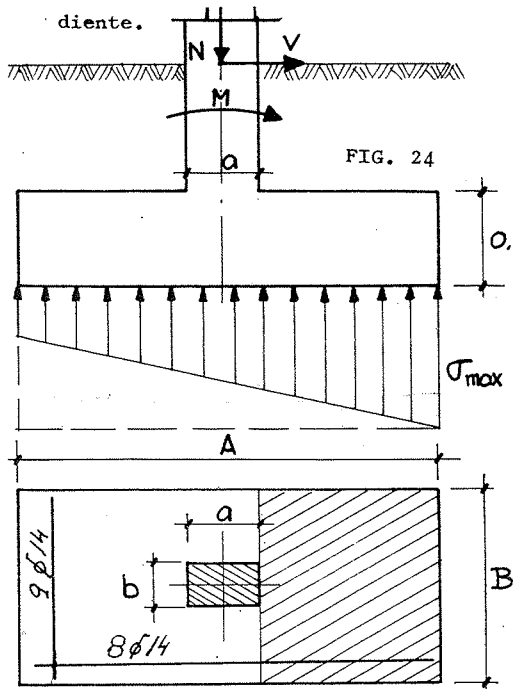
Luego substituyendo :

$$\sigma_5 = \frac{35 + 4,6}{0,69 \times 1,6 \times 2,4} \approx 14,9 \text{ T/m}^2 = 1,49 \text{ kg/cm}^2 \approx 1,5 \text{ kg/cm}^2$$

Como vemos no supera  $\sigma_t = 1,5 \text{ kg/cm}^2$  luego la dimensión en planta de la zapata se considera válida.

En el caso de que el valor de  $\eta$  x entrara dentro de las zonas A, B o C por existir parte de la base de la zapata sin presiones se considera que  $\sigma_1 \leq \frac{4}{3}$  es decir que la presión máxima puede superar en 1/3 la tensión admisible por el terreno pues es una zona pequeña que estará bajo esta presión.

En caso que existiera momento en los dos sentidos se deberá proceder a la comprobación de los apartados indicados en b) para cada uno de los sentidos de la zapata de forma independiente pero cuando se deba hallar la tensión del terreno para entrar en la tabla se entrará con  $\eta_x$  y  $\eta_y$  simultáneamente lo que dará un punto de intersección de los dos valores y a partir del mismo se obtendrá el correspondiente.



#### g) Momento flector

Conocida la presión bajo la zapata es trapezoidal deberíamos buscar el momento flector máximo producido por esta en la misma, considerando,

$$\sigma_{max.} = 1,5 \text{ kg/cm}^2$$

Pero consideramos como aproximación una tensión uniforme de  $\sigma = 1,4 \text{ kg/cm}^2$ , ejemplo 3 y utilizaremos las fórmulas del :

$$M_A = \frac{\sigma}{8} (A-a)^2 \times B$$

$$M_B = \frac{\sigma}{8} (B-b)^2 \times A$$



$$M_A = \frac{14}{8} (2,4 - 0,45)^2 \times 1,6 = 10,62 \text{ T} \times \text{m}$$

$$M_B = \frac{14}{8} (1,6 - 0,3)^2 \times 2,4 = 7,12 \text{ T} \times \text{m}$$

siendo estos los valores máximos de los momentos a flexión.

h) Dimensionado a flexión.

Según tabla h = 0,5 m. y buscando en la columna adimensional. (Fig.25)

$$\frac{M_A}{B} = \frac{10,62}{1,6} = 6,63;$$

$$\frac{A f_{yd}}{b} \approx 25 \text{ T}$$

(cuantía mínima)

$$A f_{yd} \approx 25 \times 1,6 = 40 \text{ T} \rightarrow 8 \text{ } \emptyset 14 \quad \text{A-42}$$

$$\frac{M_B}{A} = \frac{7,12}{2,4} = 2,97;$$

$$\frac{A f_{yd}}{b} = 25 \text{ T}$$

(cuantía mínima)

$$A f_{yd} = 25 \times 2,4 = 60 \text{ T} \rightarrow 11 \text{ } \emptyset 14 \quad \text{A-42}$$

**SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXION**

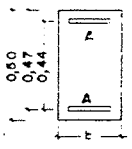
ACEROS DE DUREZA NATURAL

$$f_{yk} \approx 5000 \text{ kp/cm}^2$$

HORMIGON:  $f_{ck} = 150 \text{ kp/cm}^2$

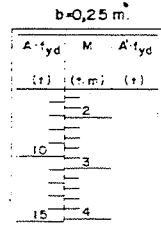
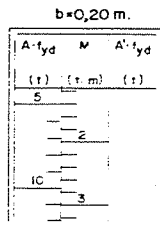
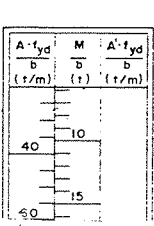
(Entrese con M sin mayorar)

**h=0,50 m.**



Seguridad adaptada:  $\gamma_c = 1,5; \gamma_f = 1,4$

Unidades: 1 t = 10 kN; 1 kp/cm<sup>2</sup> = 0,1 N/mm<sup>2</sup>



$U = A \cdot f_{yd}$   $U' = A' \cdot f_{yd}$   
CAPACIDAD MECANICA EN TONELADAS

**FIG. 25**

$f_{yk}$  (kp/cm<sup>2</sup>) = 4.200

Diámetro $\phi$ (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,72	1,43	2,15	2,87	3,59	4,30	5,02	5,74	6,45	7,17
6	1,03	2,07	3,10	4,13	5,16	6,20	7,23	8,26	9,29	10,33
8	1,84	3,67	5,51	7,34	9,18	11,01	12,85	14,69	16,52	18,36
10	2,87	5,74	8,61	11,47	14,34	17,21	20,08	22,95	25,82	28,68
12	4,13	8,26	12,39	16,52	20,65	24,78	28,91	33,04	37,17	41,31
14	5,62	11,24	16,87	22,49	28,11	33,73	39,35	44,98	50,60	56,22
16	7,34	14,69	22,03	29,37	36,72	44,06	51,40	58,75	66,09	73,43
20	11,47	22,95	34,42	45,89	57,37	68,84	80,32	91,79	103,26	114,74
25	17,93	35,86	53,78	71,71	89,64	107,57	125,49	143,42	161,35	179,28
32	29,37	58,75	88,12	117,49	146,86	176,24	205,61	234,98	264,35	293,73
40	45,89	91,79	137,68	183,58	229,47	275,37	321,26	367,16	413,05	458,95

Trabajo a tracción o compresión. - Calculada con  $\gamma_s = 1,15$ .

i) Cortante

El proceso es análogo al del Ejemplo 3

$$\begin{aligned}
 V_{cu} &\gg F \times \lambda_f \\
 F \times \lambda_f &= S \times \sigma \times \lambda_f = \frac{A - a}{2} \times B \times \sigma \times \lambda_f = \\
 &= \frac{2,4 - 0,45}{2} \times 1,6 \times 1,4 \times 1,6 = 34,9 \text{ T} \\
 V_{cu} &= f_{vd} \times d \times B = 50 \times 0,5 \times 1,6 = 40,0 \text{ T}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} V_{cu} &\gg F \times \lambda_f \\ F \times \lambda_f &= S \times \sigma \times \lambda_f \\ &= \frac{A - a}{2} \times B \times \sigma \times \lambda_f \\ &= \frac{2,4 - 0,45}{2} \times 1,6 \times 1,4 \times 1,6 \\ V_{cu} &= f_{vd} \times d \times B \end{aligned}} \right\} V_{cu} \approx F \times \lambda_f$$

Luego cumple,

5.3.- Zapata Excéntrica

Este es un caso típico de zapata de medianería. Por lo general una zapata excéntrica la encontramos cuando la resultante vertical de la sollicitación no coincide con el centro de gravedad de la zapata.

Ejemplo 5

Sea un pilar de medianería de 30 x 30 que soporta una carga axial de 30 T y que está sobre un terreno de  $\sigma_{adm} = 2,5 \text{ kg/cm}^2$ . Para resolver este tipo de cimentación hay tres posibilidades.

- I) Diseño convencional (Fig. 26)
- II) Diseños con talón entrando en terrenos del vecino si es posible. (Fig. 27)
- III) Unión mediante riostra a una zapata próxima. (Fig. 28)

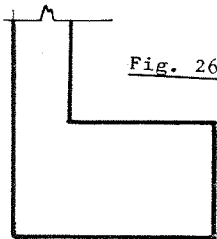


Fig. 26

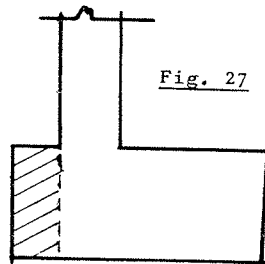
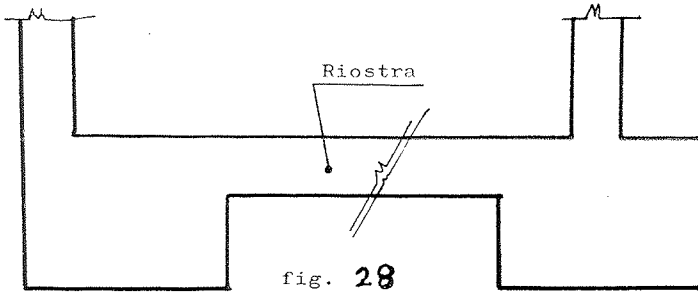


Fig. 27

Talón



### Diseño I

Para que el terreno pueda soportar las presiones, se deberá - proceder al diseño de una zapata muy larga y poco ancha, es decir  $B \gg A$  (Fig. 29)

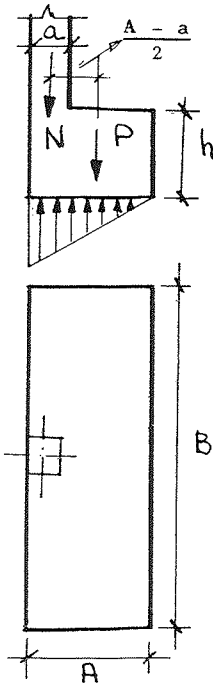


Fig. 29

#### a) Solicitaciones

$$N = 30T$$

Esta zapata la podemos asimilar a otra de carga centrada y con un momento de vuelco - proporcional a la excentricidad de carga luego:

$$M = N \times \frac{A - a}{2}$$

Luego el momento será menor cuando menor sea  $A$ , lo que nos lleva a un diseño muy alargado.

Supongamos  $A = 0,6 \text{ m.}$   $B = 3,0 \text{ m.}$

$$M = 30 \times \frac{0,6 - 0,3}{2} = 30 \times 0,15 = 4,5 \text{ T x m}$$

b) Tensión del terreno

Con el momento obtenido y la carga vertical podemos aplicar el mismo método que el Ejemplo 4 con la tabla de la Fig. 23

Debemos empezar por hallar para la excentricidad "e" de esta zapata,

$$e = \frac{M + V \times lh}{N + P}$$

Por no existir esfuerzo horizontal  $V = 0$ , el valor de P depende de la altura de la zapata, en estos casos es aconsejable - sea rígida y de gran canto lo que incrementa P y permite disminuir la excentricidad y estabilizar la zapata.

Luego si suponemos una altura de 1,5 m.

$$P = 1,5 \times 0,6 \times 3,00 \times 2,4 \approx 6,5 \text{ T}$$

$$e = \frac{4,5 \times 1,5}{30 + 6,5} = 0,123$$

Hallemos ahora la excentricidad relativa

$$\eta_x = \frac{0,123}{0,6} = 0,20$$

Buscando en la tabla Fig. 23 Zona B.  $\lambda_1 = 0,45$

Luego la presión máxima

$$\sigma_1 = \frac{N + P}{\lambda_1 \times A \times B} \leq 4/3 \sigma_{adm}$$

$$\sigma_1 = \frac{36,5}{0,45 \times 0,6 \times 3} = 45 \text{ T/m}^2 \gg 4/3 \times 25 = 33,3 \text{ T/m}^2$$

Como vemos este valor supera la tensión admisible y se deberá reducir A y aumentar B. Supongamos como nuevas dimensiones.

$$A = 0,5 \quad B = 4 \text{ m.} \quad h = 1,5$$

Ensayemos con estos datos :

$$M = \frac{0,5 - 0,3}{2} \times 30 = 3 \text{ T x m}$$

$$P = 0,5 \times 4 \times 1,5 \times 2,4 = 7,2 \text{ T}$$

$$e = \frac{3}{30 \times 7,2} = 0,08 \quad \rightarrow \quad \eta_x = \frac{0,08}{0,5} = 0,16$$

Buscamos  $\lambda$  en la tabla y obtenemos  $\lambda_5 = 0,67$

Luego.

$$\sigma_5 = \frac{37,2}{0,67 \times 0,5 \times 4} = 27,76 \text{ T/m}^2 \approx 25$$

Este diseño sería correcto del punto de vista de las tensiones admisibles por el terreno pero sus dimensiones son anticonstructivas pues practicamente enlazarían las zapatas de otros pilares de la medianera convirtiéndose en realidad en una cimentación corrida bajo pilares.

### c) Dimensionado

Como es una zapata rigida usaremos las fórmulas

$$A_a = \frac{N d (A - a)}{8 h f_y d} \quad \text{y} \quad A_b = \frac{N d (B - b)}{8 h f_y d}$$

Como se comprende la armadura principal es la  $A_b$  por ser  $B \gg$  y  $A_a$  será de reparto. (Fig. 30)

$$A_B = \frac{N \times f \times (B - b)}{8 h \times f_{yd} / \gamma_s} = \frac{30 \times 1,6 \times (4 - 0,3)}{8 \times 1,5 \times 4,200 / 1,15} = 4,05 \text{ cm}^2$$

$$4,05 \text{ cm}^2 \longrightarrow 4 \phi 12$$

En el sentido opuesto colocaremos 3  $\phi$  12 por ml. por ser el mínimo.

d) Armado.

La colocación de las armaduras se ve según el gráfico.

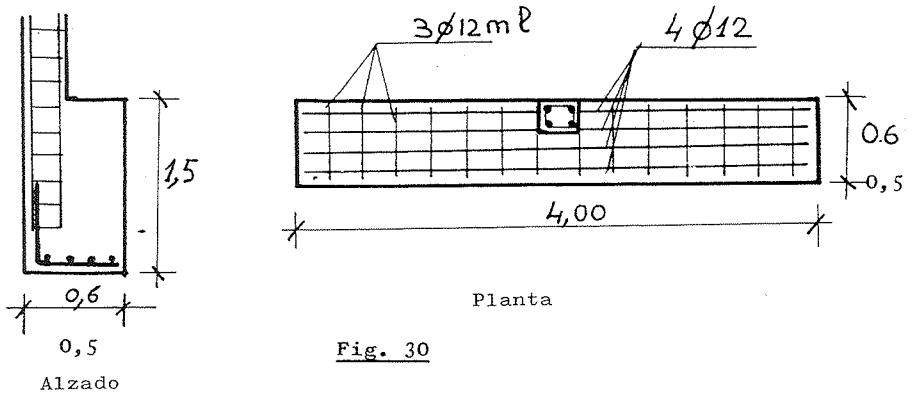


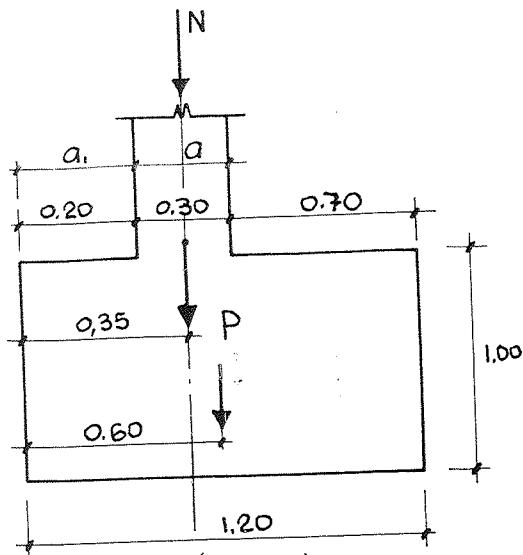
Fig. 30

Nota.

No debe de olvidarse que la armadura del pilar se debe dimensionar para resistir el momento M en este caso 3 T x m además del momento que resulte de los cálculos de la estructura.

Diseño II

Veamos para los mismos datos de carga como varían las dimensiones en planta con solo excavar 20 cm., en el terreno colindante, si esto es posible. (Fig. 31)



(Fig. 31)

a) Solicitaciones

$$N = 30$$

$$A = 1,20 \quad B = 1,80$$

$$a = 0,30 \quad a_1 = 0,20$$

$$M = N \times (0,6 - 0,35) = 7,5 \text{ T} \times \text{m}$$

b) Tensión del terreno. (Fig. 23)

Buscamos la excentricidad  $e = \frac{M+V \ell h}{N+P}$

$$P = 1,2 \times 1 \times 1,80 \times 2,4 \approx 5,2$$

$$e = \frac{7,5}{30 + 5,2} = 0,21 \quad \rightarrow \quad \eta_x = \frac{0,21}{1,2} = 0,175$$

Buscando en tabla  $\lambda_1 = 0,48$

$$\sigma_1 = \frac{30 + 5,2}{0,48 \times 1,2 \times 1,8} = 33,9 \approx \frac{4}{3} 25 = 33,3$$

Como vemos la tensión del terreno es practicamente admisible quedando una zapata de dimensiones mucho más equilibradas.

c) Dimensionado. (Fig. 32)

Para el dimensionado se tomarán las fórmulas indicadas para el Diseño I, pero teniendo en cuenta lo siguiente.

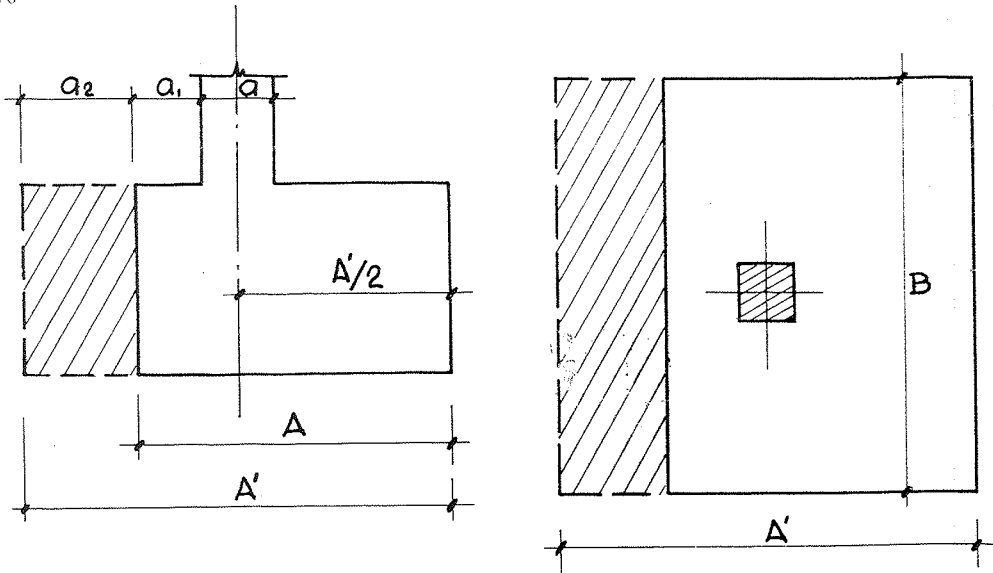


Fig. 32

En lugar del valor de  $A'$  en la fórmula, para la armadura  $A_a$

$$A_a = \frac{N d (A' - a)}{8 h f_y d}$$

Se tomará  $A' = 2 \left( A - a_1 - \frac{a}{2} \right)$

Es decir considerar la zapata simétrica en cuanto al dimensionado.

En lo que respecta al  $A_B$  no existe variación pues ya existe simetría en este lado.

Recuerdese que el pilar debe como el caso anterior soportar el momento de la zapata que es 7,5 en este caso, es decir que 30 x 30 no sería suficiente y se debería pasar a un pilar mayor.

### Diseño III

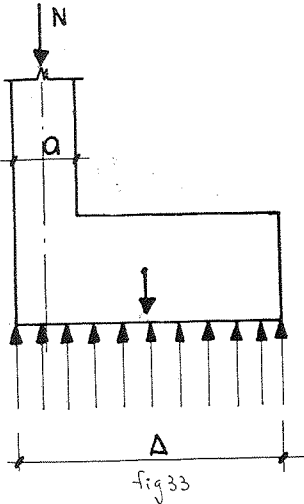
Esta forma constructiva permite absorber el momento producido por la excentricidad mediante una riostra unida a una zapata próxima.

El principio de este cálculo es el siguiente.



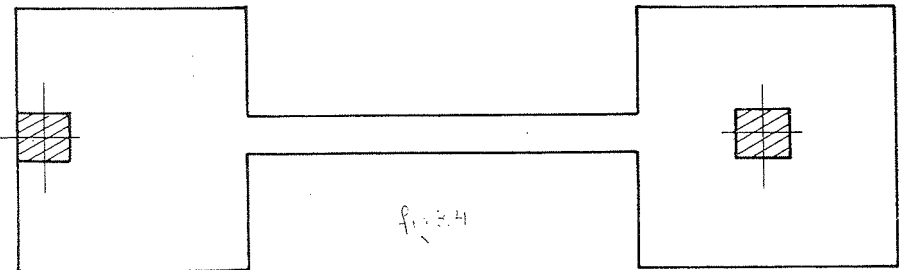
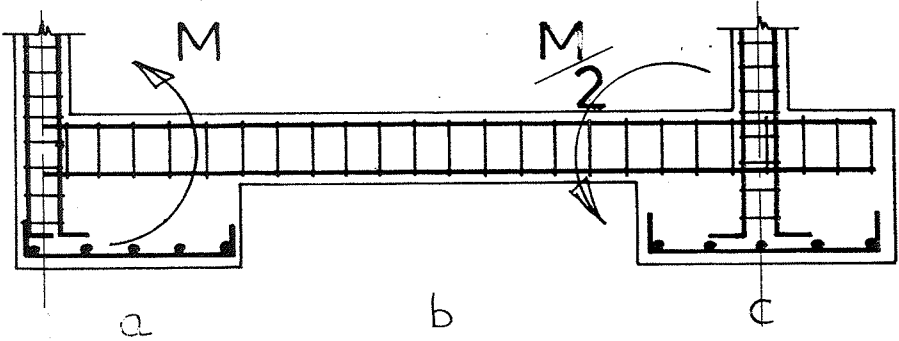
Planteamos una zapata excéntrica y buscamos el momento de vuelco que resultaría de una distribución de presiones uniforme, bajo esta, osea. (Fig. 33).

$$M = N \left( \frac{A - a}{2} \right)$$



Este momento es normalmente superior al real, pues la distribución de presiones - tendrá tendencia a ser triangular con la - presión máxima del lado de la medianera, es decir que trabajaríamos por exceso.

Consideramos que este momento será absorbido por la riostra y que se transmitirá la mitad de su valor a la zapata que sirve de apoyo al otro extremo de la riostra.



En resumen el caso se limita al cálculo de:

- a) Una zapata simple sin momento que es la de medianería.
- b) Una riostra a flexión bajo el momento M indicado.
- c) Zapata aislada que además de sus cargas y momentos propios se deberá añadir  $\frac{M}{2}$

#### Nota

Es conveniente que el conjunto sea monolítico y de gran rigidez o sea que las zapatas sean rígidas y que el armado de la riostra enlace directamente con las armaduras de los pilares correspondientes.

#### 5.4.- Zapata combinada

Este tipo resulta de la unión de dos zapatas aisladas próximas. En la practica es un caso bastante común.

En la practica y según la carga de sus pilares hallamos dos casos:

- a) Pilares de igual carga.
- b) Pilares de carga desigual (caso más frecuente)

Se considerará solo pilares con carga vertical y sin momento. Esto es bastante frecuente en edificación pues un pilar de 75 T de carga vertical con un momento de 1 ó 2 T x m se puede considerar como carga vertical solamente pues el efecto del momento en este caso es de orden inferior.

##### 5.4.1.- Pilares de igual carga

Según el tipo de suelo y la rigidez de la zapata y tal como indicamos en el apartado 5.1.1. tendremos un tipo de reparto de presiones bajo la zapata.

Referente al diseño y según vemos en el gráfico.

Se procura que el vuelo exterior sea el mismo a ambos lados.

En la Fig. 35 a) se trata una zapata flexible que daría distribución triangular y en la Fig. 35 b) es una zapata rígida que daría un reparto uniforme de presiones.

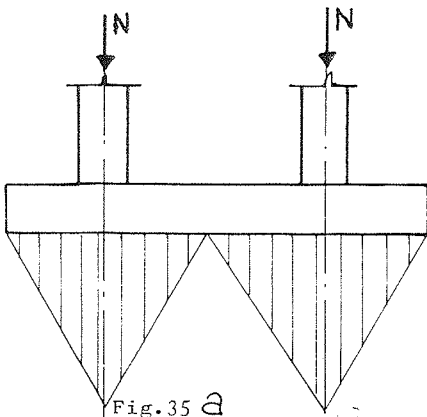


Fig. 35 a

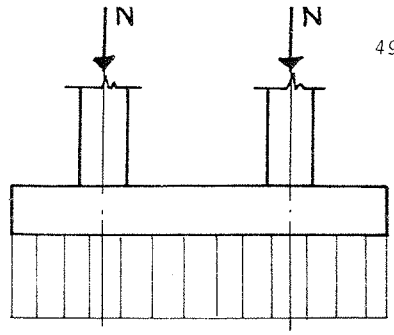
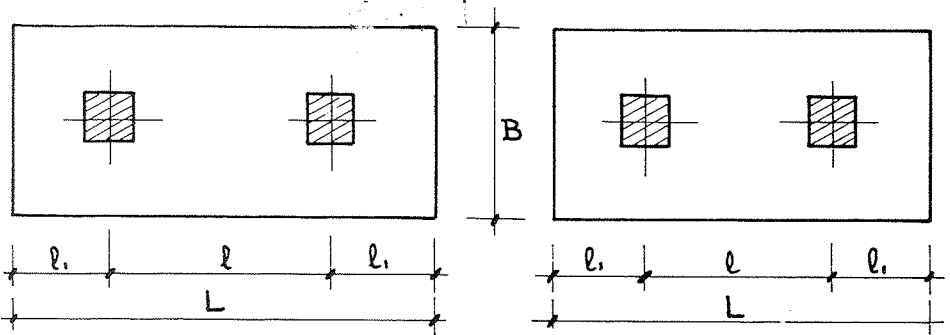


Fig. 35 b



El ancho  $B$  se escoje de forma que resulte una zapata proporcional a una forma de determinarlo sería hacer  $B = 2 l_1$  aunque esta no tiene porque ser la dimensión ideal del punto de vista económico.

### Ejemplo 6

Sean dos pilares de 80 T (40+40) separados 3 m y que se desean cimentar en un terreno de

$$\sigma_{adm} = 1,2 \text{ kg/cm}^2$$

#### a) Dimensiones (Fig. 36)

La superficie de cimiento que precisamos será:

$$h = 0,40$$

$$S = \frac{N}{\sigma_{adm}} = \frac{2 \times 80}{12} = 13,34 \text{ m}^2$$

$$S = B \times L$$

$$\text{Si suponemos } B = 2 l_1 \quad S = B \times L = 2 l_1 [ 2 l_1 + 1 ]$$

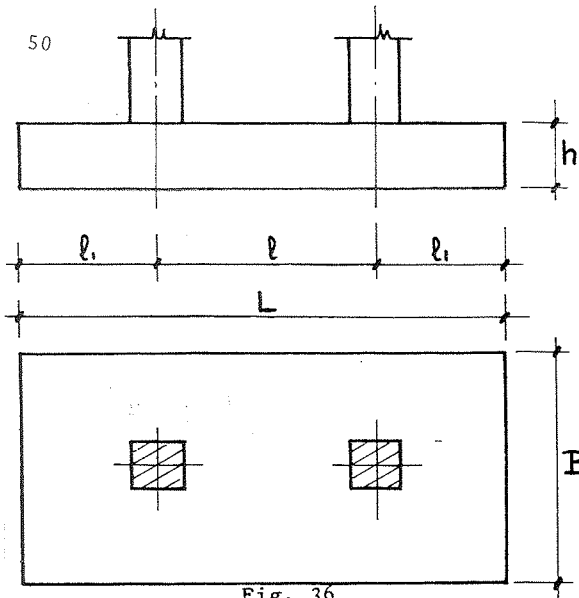


Fig. 36

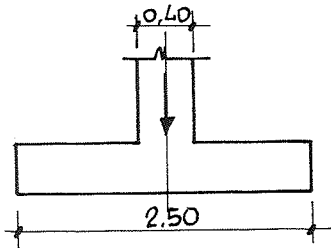
Sustituyendo y resolviendo la ecuación:

$$13,34 = 2 \cdot 1_1 [2 \cdot 1_1 + 3] \rightarrow 1_1 \approx 2,5$$

Luego  $B = 2,5$        $A = 5,5$

Comprobamos

$$S = 2,5 \times 5,5 = 13,75 \approx 13,$$



b) Momentos sobre la zapata (Fig. 37)

El transversal  $M_B$ , será el mismo que para la zapata aislada o sea considerar las dos alas como voladizos independientes, en este caso :

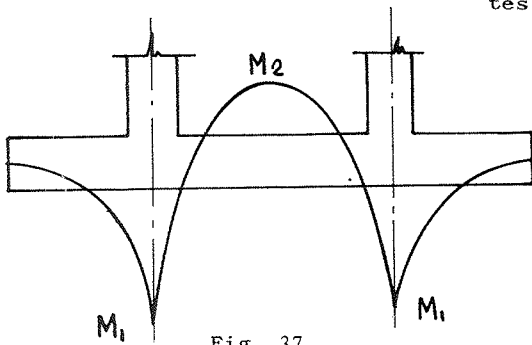


Fig. 37

$$M_B = adm \times \frac{1}{2} \left( \frac{B-b}{2} \right)^2 = \frac{adm}{2}$$

$$M_B = \frac{12 (2,5-0,4)^2}{2} \approx 7,9$$

Este valor es por metro lineal.

Los momentos respecto a A se tienen que calcular de acuerdo con las siguientes fórmulas

$$M_1 = \sigma_{adm} \times \frac{l_1^2}{2} \times B \quad (\text{Momento de voladizo})$$

$$M_2 = \sigma_{adm} \left[ \frac{l^2}{8} - \frac{l_1^2}{2} \right] \times B \quad (\text{Momento Isostático menos el voladizo})$$

o sea

$$M_1 = 12 \times \frac{1,25^2}{2} \times 2,5 = 23,43 \text{ T x m}$$

$$M_2 = 12 \left[ \frac{3^2}{8} - \frac{1,25^2}{2} \right] \times 2,5 = 10,3 \text{ T x m}$$

c) Armaduras (Fig. 38)

De acuerdo con el momento máximo se busca un espesor de la zapata

$$\text{Supongamos } f_{yk} = 4.200 \quad f_{ck} = 150 \text{ Kg/cm}^2$$

Para un  $h = 0,40$

Armadura Sentido A

Para  $M_1 = 23,43 \text{ Txm}$

$$\frac{M_1}{b} = \frac{23,43}{2,5} = 9,37 \rightarrow \frac{A f_{yd}}{b} = 42 \text{ T}$$

$$A f_{yd} = 42 \times 2,5 = 105,0 \rightarrow \underline{14 \phi 16}$$

Para  $M_2 = 10,3 \text{ Txm}$

$$\frac{M_2}{b} = \frac{10,3}{2,5} = 4,1 \rightarrow \frac{A f_{yd}}{b} = 20 \rightarrow A f_{yd} = 20 \times 2,5 = 50 \rightarrow \underline{13 \phi 12}$$

Sentido B

$M_B = 7,9 \text{ Txm x ml}$

$$\frac{M_B}{b} = \frac{7,9}{1} = 7,9 \quad \frac{A f_{yd}}{b} = 37 \rightarrow \underline{5 \phi 16 \text{ x ml}}$$

Las armaduras indicadas se dispondrán de la siguiente manera (Fig. 39)

SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

ACEROS DEFORMADOS EN FRIO

$4.000 \approx f_{yk} \approx 5.000 \text{ kp/cm}^2$

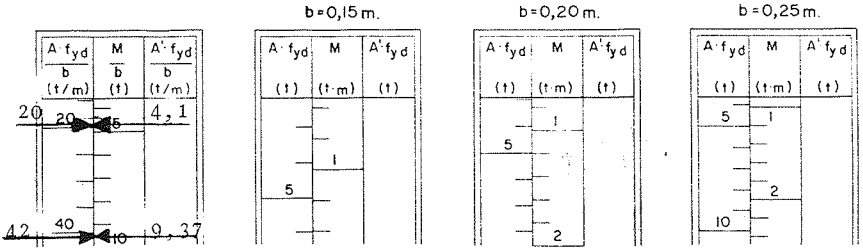
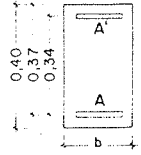
HORMIGON:  $f_{ck} = 150 \text{ kp/cm}^2$

(Entrese con M sin mayorar)

Seguridad adoptada:  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_f = 1,6$

Unidades:  $1 \text{ t} \approx 10 \text{ kN}$ ;  $1 \text{ kp/cm}^2 \approx 0,1 \text{ N/mm}^2$

$h = 0,40 \text{ m.}$



$U = A \cdot f_{yd}$      $U' = A' \cdot f_{yd}$   
CAPACIDAD MECANICA EN TONELADAS

$f_{yk}$  (kp/cm<sup>2</sup>)  
 $\approx 4.200$

Diámetro $\varnothing$ (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,72	1,43	2,15	2,87	3,59	4,30	5,02	5,74	6,45	7,17
6	1,03	2,07	3,10	4,13	5,16	6,20	7,23	8,26	9,29	10,33
8	1,84	3,67	5,51	7,34	9,18	11,01	12,85	14,69	16,52	18,36
10	2,87	5,74	8,61	11,47	14,34	17,21	20,08	22,95	25,82	28,68
12	4,13	8,26	12,39	16,52	20,65	24,78	28,91	33,04	37,17	41,31
14	5,62	11,24	16,87	22,49	28,11	33,73	39,35	44,98	50,60	56,22
16	7,34	14,69	22,03	29,37	36,72	44,06	51,40	58,75	66,09	73,43
20	11,47	22,95	34,42	45,89	57,37	68,84	80,32	91,79	103,26	114,74
25	17,93	35,86	53,78	71,71	89,64	107,57	125,49	143,42	161,35	179,28
32	29,37	58,75	88,12	117,49	146,86	176,24	205,61	234,98	264,35	293,73
40	45,89	91,79	137,68	183,58	229,47	275,37	321,26	367,16	413,05	458,95

Trabajo a tracción o compresión. — Calculada con  $\gamma_s = 1,15$ .

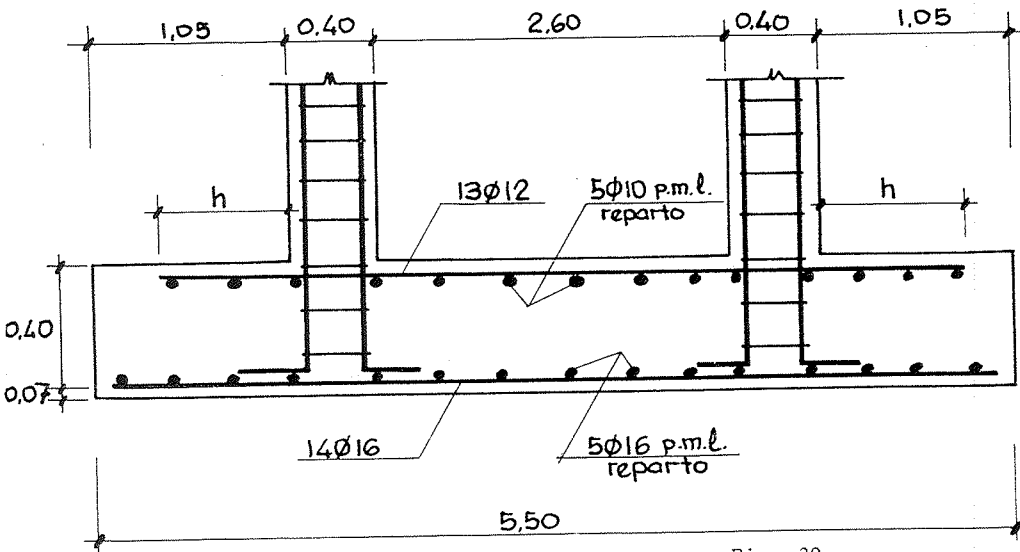


Fig. 39

Fig.

d) Comprobaciones

Respecto al cortante y punzonamiento se debe seguir el mismo criterio que las aisladas.

5.4.2.- Pilares de Carga desigual

Este es el caso más frecuente y en el se debe de tener especial interés en el diseño de las longitudes de vuelo, en el sentido longitudinal que deberán ser distintas y de modo que permitan que el centro de gravedad de la zapata coincida con el centro de presiones de las cargas de los dos pilares.

Ejemplo 7

Sean dos pilares P-1 de 100 T (40 x 40) y P-2 de 60 T (35 x 35) que distan 2,6 m y deben cimentarse sobre un terreno de  $\sigma_{adm} = 1,5 \text{Kg/cm}^2$

a) Dimensiones (Fig. 40)

Primero buscamos el centro de presión o punto de paso de la reacción que equilibra el sistema.  $R = 100 + 60 = 160$

$$60 \times 2,6 = R \times a = 160 \times a$$

$$a = \frac{60 \times 2,6}{160} = 0,975$$

Luego este punto será el centro de la zapata.

Para hallar estos valores en este caso se da un valor a  $l_2$   $l_2 = 0,8 \text{ m}$ .

$$\text{Luego } L/2 = 2,6 - 0,975 + 0,8 = 2,425$$

$$\text{o sea } L = 4,85 \text{ m} \quad l_1 = 1,45 \text{ m}.$$

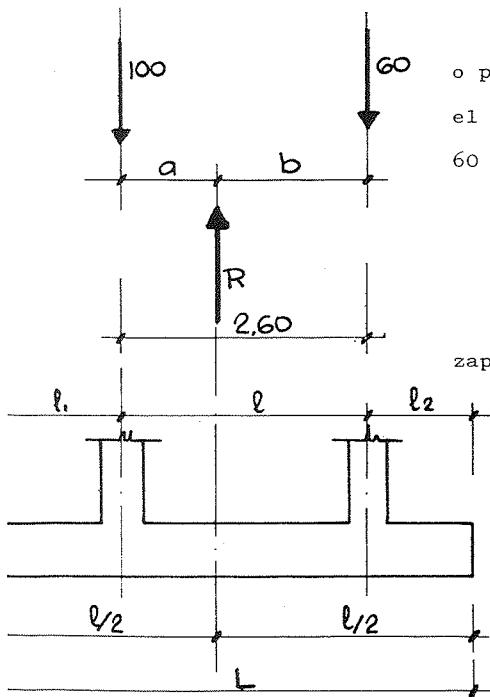


Fig. 40

El valor de L nos permite hallar B

$$S = \frac{N_1 + N_2}{15} = 10,66$$

$$B = \frac{S}{L} \sim 2,2 \text{ m}$$

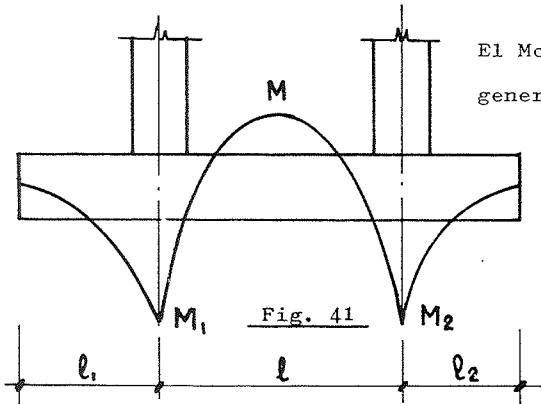
$$B = 2,2 \quad L = 4,85$$

b) Momentos sobre la zapata (Fig. 41)

Suponiendo un reparto de presiones bajo de las zapatas uniforme.

El momento transversal B se halla como en el Ejemplo 6 y resulta

$$M_B = 6,41$$



El Momento longitudinal es en el caso general

$$M_1 = \sigma_{abu} \frac{l_1^2}{2} \times B \quad (\text{Voladizo})$$

$$M_2 = \sigma_{abu} \frac{l_2^2}{2} \times B \quad (\text{Voladizo})$$

$$M = \sigma_{abu} \left[ \frac{l^2}{8} - \frac{l_1^2 + l_2^2}{4} \right] \times B$$

En este caso

$$M_1 = 15 \times \frac{1,45^2}{2} \times 2,2 = 34,7 \text{ Txm}$$

$$M_2 = 15 \times \frac{0,8^2}{2} \times 2,2 = 10,6 \text{ Txm}$$

$$M = 15 \left[ \frac{2,6^2}{8} - \frac{1,45^2 + 0,8^2}{4} \right] \times 2,2 = 5,25 \text{ Txm}$$

c) Dimensionado y Comprobaciones

Como en Ejemplo 6-

5.5.- Zapatas Continuas

El calculo es distinto para continuas bajo muro que continuas bajo pilares



En este caso se calcula un tramo de un metro que sirve para todo el muro, si el terreno no varía de características.

El proceso es el mismo de una Zapata Aislada (7-1)

Calculándose la armadura principal que es la transversal. Se dispone por lo general una armadura de reparto del 25% de la cuantía de la primera en el sentido longitudinal.

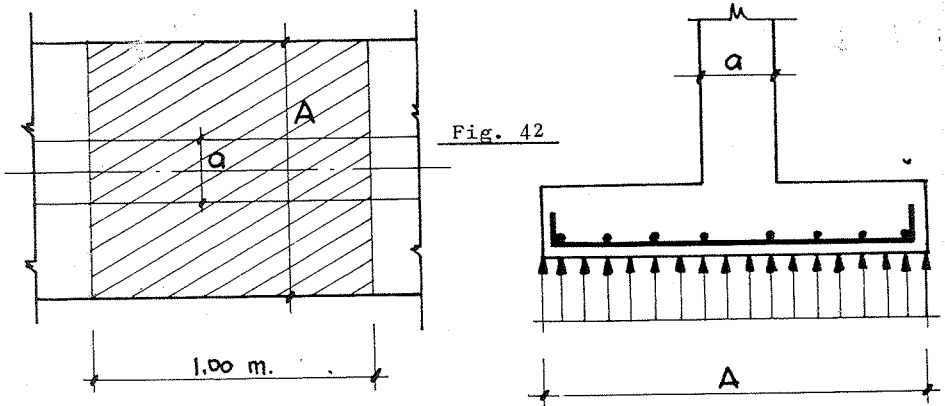


Fig. 42

Debe de comprobarse el cortante

En caso de existir huecos se debe de reforzar la zapata en estos tramos.

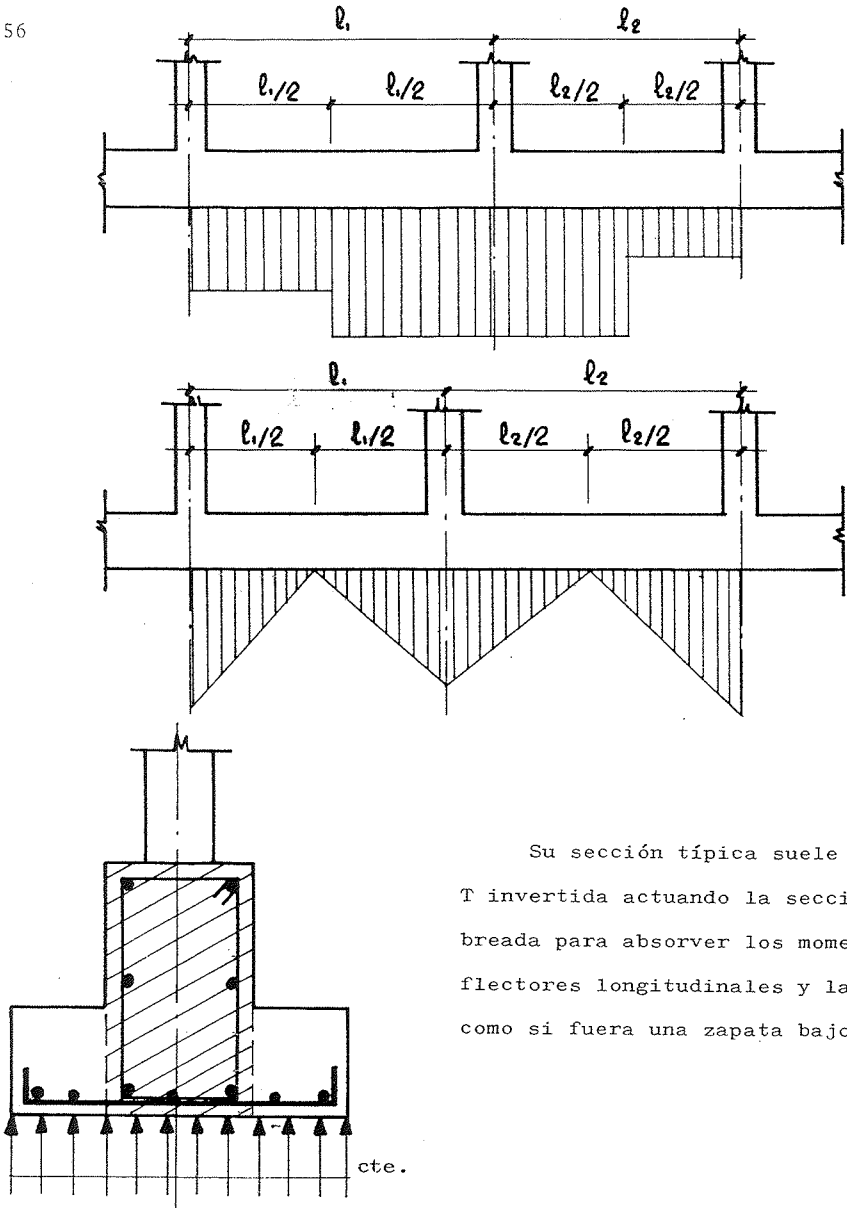
b) Continua bajo Pilares

Se considera que la presión transversal es la misma y que varía la longitudinal.

Si los pilares soportan cargas similares y aproximadamente equidistantes se debe considerar la tensión longitudinal uniforme.

Si no se cumple esta condición se deberá proceder al estudio de reparte de presión por zonas, de acuerdo con las cargas y tipo de terreno, pudiendo resultar diagramas del tipo siguiente.

En cualquier caso es necesario proceder al cálculo de una viga continua de  $n$  tramos, según las hipótesis de carga que den los diagramas para obtener los momentos flectores longitudinales.



Su sección típica suele ser de T invertida actuando la sección sombreada para absorber los momentos flectores longitudinales y las alas como si fuera una zapata bajo muro.

## 6.- Representación

La buena construcción de un cimiento depende de la claridad de los planos.

Un juego de planos de cimentación debe de disponer

### a) Plano de Replanteo

- Debe de constar de una planta a Escala 1/100 - 1/50
- Punto de referencia para el Replanteo indicando coordenadas y cota.
- Situación exacta del centro de cada cimiento y ejes de las riostras si existen.
- Cota de la base del cimiento.
- Referencia de cada cimiento (por ejes o numéricamente)
- Indicar tipos de cimiento. Es aconsejable unificar las zapatas a unas pocas (3-6) repetitivos.
- Indicar la resistencia de cálculo del Terreno y tipo del mismo a fin de comprobar en obra si no hay variaciones con lo previsto.

### b) Plano de Detalle (Puede ser una parte del anterior)

- Indicará con exactitud los Materiales (Acero, hormigón) dando resistencia y características especiales.
- Planta y Secciones de los Cimientos Tipo, con referencia a su centro, dando dimensiones, disposición de armaduras y elementos constructivos .
- Alzado y sección típica de las riostras.
- Caso placas planos de planta de armadura superior e inferior en los dos sentidos y sección típica de las mismas.
- Tipo de impermeabilización si existe.
- Juntas de Dilatación detalles constructivos.

c) Cuadro de Arranques

Como del cimiento parte la estructura es imprescindible conocer el tipo de unión de los pilares con el cimiento, según el tipo de este.

- "Estructura Metálica" . Disponer de las dimensiones de las placa longitud y diámetro de los anclajes; para cada tipo de cimiento. Añadiendo la cota a que debe quedar la cara superior de la placa
- "Estructura de Hormigón" . Indicar para cada pilar longitud, diámetro, solape y situación de las armaduras de arranque. Tipo de estribos y su diámetro.

7.- NORMAS

Las normas que existen en España sobre cimientos son:

- |          |                   |
|----------|-------------------|
| MV - 101 | Capítulo 8        |
| EH - 73  | Artículos 53 y 54 |

Aparte de estas normas existen las DIN internacionales y entre las que, se refieren a cimientos podemos citar.

DIN 1045 - 1054 - 4018 - 4020

como más interesantes.

8.- BIBLIOGRAFIA.

La bibliografía la mencionaremos con básica y especial.

Basica

- Capítulo 21. (7ª Ed) Capítulo 20 (6ª Ed)  
Hormigón Armado.  
P. Gimenez Montoya  
Ed. Gustavo Gili S.A. (1.974) Barcelona.

- Tecnología de la Construcción Cap. 4  
G. Band.  
Ed. Blune (1.973) Barcelona.
- Cimentaciones. Superficiales.  
F. Maña  
Ed. Blune (1.970) Barcelona.

Especial

- Cimentaciones.  
WE. Shulze - K. Simmer  
Ed. Blune (1.970) Barcelona.
- Traité de Béton Armé (Tomo III)  
Les Fondations.  
A. Guerin.  
Ed. Dunod (1.967) Paris.
- Cimentación de Estructuras.  
CW Dunhan  
Ed. del Castillo (1.968) Madrid.

TEMA IV

CONTENCION DE TIERRAS

## TEMA IV - CONTENCIÓN DE TIERRAS

---

(Por A. Sanabria)

### I N D I C E

- 1.- INTRODUCCION
- 2.- DEFINICION Y CAMPO DE VARIACION DE LAS ACCIONES
  - 2.1.- Empuje Activo "Estado límite Inferior"
  - 2.2.- Empuje Natural
  - 2.3.- Empuje Pasivo "Estado límite Superior"
  - 2.4.- Teoría de las Acciones
- 3.- EMPUJES DEL TERRENO - MV-101
  - 3.1.- Factores del Terreno
  - 3.2.- Factores del Muro
  - 3.3.- Factores de la Zapata
  - 3.4.- Empuje Activo
    - 3.4.1.- Presión sobre el Paramento  $p_h$ ;  $p_v$
    - 3.4.2.- Coeficientes de Empuje  $\lambda_h$   $\lambda_v$ .
    - 3.4.3.- Componentes del Empuje Activo  $P_h$   $P_v$
    - 3.4.4.- Punto de aplicación "y"
  - 3.5.- Empuje Activo de Estratificación.
  - 3.6.- Influencia de la capa freática
- 4.- CLASIFICACION DE ELEMENTOS SUSTENTADORES
  - 4.1.- Muros convencionales
    - 4.1.1.- Tipos de paramento
    - 4.1.2.- Tipos de Zapata

4.1.3.- Criterios de Diseño.

4.2.- Placas.

4.2.1.- Métodos de cálculo.

4.2.2.- Tipología de Placas.

4.2.3.- Método Clásico.

4.3.- Muros Pantalla.

4.3.1.- Método de Especuación.

4.3.2.- Aplicaciones.

4.3.3.- Solicitud. pag 92

5.- CALCULO pag 93

5.1.- Muros Convencionales.

5.1.1.- Muro de 3 m. (Sección Constante) (Ejemplo 1) (pag 93)

5.1.2.- Muro de 6 m. (Sección Variable) (Ejemplo 2) (pag 104)

5.1.3.- Muro de 9 m. (Contráfueres) (Ejemplo 3) (pag 112)

5.2.- Losas y muros pantalla. pag 127

6.- REPRESENTACION pag 128

7.- NORMAS

8.- BIBLIOGRAFIA



## TEMA IV - CONTENCION DE TIERRAS

### 1.- INTRODUCCION

El Tema de la Contención de Tierras que trataremos en este capítulo se encuentra en un estado de desarrollo similar al de las cimentaciones pero su indeterminación es mayor debido a que el conjunto de estados de la carga a que puede encontrarse sometido un elemento sustentante bajo la presión de unas mismas tierras es infinito. Esta afirmación que puede parecer un tanto exagerada deja de serlo cuando entramos en conocimiento del problema en su verdadera dimensión.

Para darnos mejor cuenta de ello, se debe comprender que el problema es dinámico y no solamente estático como se plantea en la practica cotidiana. Los ensayos y teorías aceptadas actualmente indican que cuando un muro se encuentra bajo una carga llamada "Natural" que definiremos posteriormente, el muro tiene tendencia a ceder y realizar un giro diferencial, de unos milímetros. Este movimiento produce inmediatamente una descompresión de las tierras que reduce de inmediato el "Empuje Natural", al llamado "Empuje Activo" que también se definirá. Este empuje que se establece en el "Estado Límite Inferior" ya no tiene "fuerza" suficiente como para continuar volcando el muro estableciéndose un estado de equilibrio, que podrá romperse en el futuro por una nueva consolidación o compactación y así sucesivamente. Todos estos conceptos son complejos pero tras leer los próximos apartados si volvemos sobre estos párrafos será posible comprenderlos con mayor claridad.

Siguiendo con los conceptos de la dinámica comprenderemos que es mejor desde el punto de la seguridad, un muro ligero y flexible que uno de gran espesor, rígido y de gran inercia pues estas características obligará la rotura por flexión debido a la imposibilidad de efectuar el desplazamiento diferencial mediante la deformación del muro. La cual reduce las tensiones sobre el muro como hemos indicado.

Desde este punto de vista vemos que durante la "vida" del muro -- deberá soportar acciones distintas y que para pasar de unas a otras, estas varían pasando por infinitos estados intermedios.

## 2.- DEFINICION Y CAMPO DE VARIACION DE LAS ACCIONES.

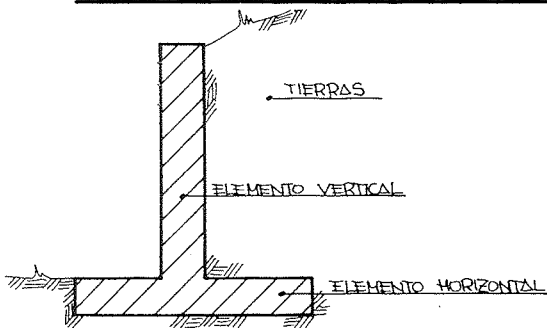


Fig. 1

Para poder definir las distintas posibilidades de acción del terreno, lo haremos determinando los estados límites superior, inferior así como el intermedio.

### 2.1.- Empuje Activo o Estado Límite Inferior.

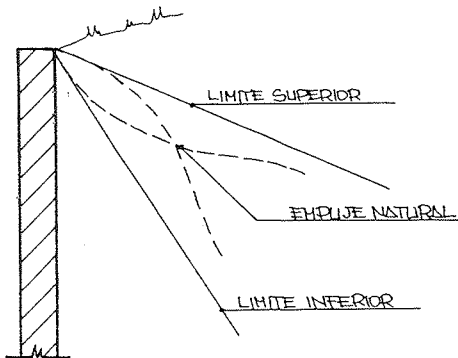


Fig. 2

Este estado se presenta cuando el muro acaba de sufrir un ligero movimiento (Rotación, deslizamiento, flexión, etc.) y las tierras se han descomprimido adoptando su nuevo estado de equilibrio. El triángulo de presiones en contacto con el elemento vertical estaría representado por la línea OA (fig. 2).

## 2.2.- Empuje Natural (Intermedio)

Este sería el empuje que actuaría en un instante anterior del desplazamiento del Muro. Estas presiones estarían definidas por un diagrama de puntos cualquiera (Fig. 2). Recordemos el paralelismo que estableceríamos con un movil (por Ej. un coche a motor) el esfuerzo para iniciar un desplazamiento es mayor que para seguir moviéndolo, este caso el muro no continua el movimiento porque instantáneamente desciende la presión por la descompresión del terreno.

## 2.3.- Empuje Pasivo o Estado Límite Superior

Corresponde a la presión máxima que puede ejercer un terreno sobre un paramento de rigidez infinita (sin posibilidad de desplazamiento) cuando este terreno ha alcanzado el grado máximo de compactación posible. Esta situación definida como máximo, no se alcanza nunca en la realidad aunque podemos acercarnos a él cuando se trata de un muro de mampostería de gran monolitismo.

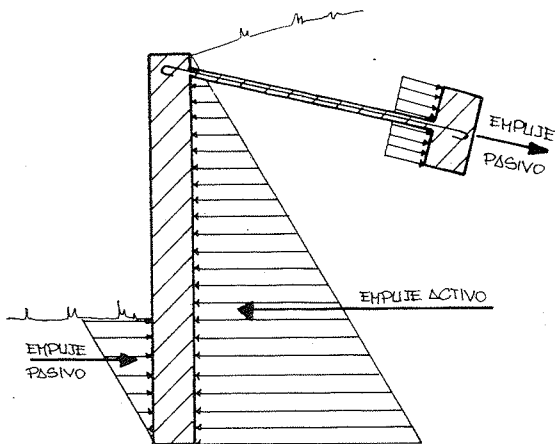


Fig. 3

El estado Límite Superior si bien no se presenta como acción es más fácil encontrarlo como Reacción Pasiva circunstancia que se presenta cuando una zona de terreno se la somete a una acción tal que comprime este hasta el máximo produciéndose en este momento la reacción máxima o Estado Límite Superior. También se presenta este tipo de Reacción cuando un tirante entra

en carga para estabilizar un muro o pantalla.

## 2.4.- Teoría de las Acciones

Para la determinación de las Acciones que deben considerarse en el cálculo de muros se han establecido distintas teorías.

Estas teorías han manejado conceptos equivalentes a los definidos en los párrafos anteriores con el fin de establecer una relación entre los factores del Terreno, (densidad, ángulo de rozamiento interno, talud, etc.) y los Empujes que actúan sobre el elemento sustentador. La forma de relacionar estos factores ha sido a través de unos factores de transformación ( $k$ ), que determinados a partir de ensayos o de fórmulas empíricas, permiten fijar los valores de los esfuerzos a considerar.

En la Fig. 4 se establece una comparación entre seis de los métodos más conocidos de los utilizados para el factor de transformación  $k$  y (ángulo de rozamiento interno) que es el dato más característico de las tierras. Así vemos que para un mismo valor de  $\phi$  (Por Ej. 40°) cada teoría halla un valor distinto lo que dará lugar a Empuje diferente. La teoría que da valores más bajos de  $k$ , es decir Acciones menores de Cálculo, es la de Reimbert que está expresada por la curva más baja del gráfico.

## 3.- EMPUJES DEL TERRENO - MV - 101

En este capítulo se comenta el capítulo 9 de la Norma MV-101, en el que se indica como calcular los Empujes del Terreno sobre Muros.

El método utilizado en esta norma se basa en la Teoría de Coulomb la cual no tiene en cuenta la cohesión de las tierras considerándola nula en todos los casos.

### 3.1.- Factores del Terreno

Los factores que intervienen en la definición de los Empujes son los siguientes :

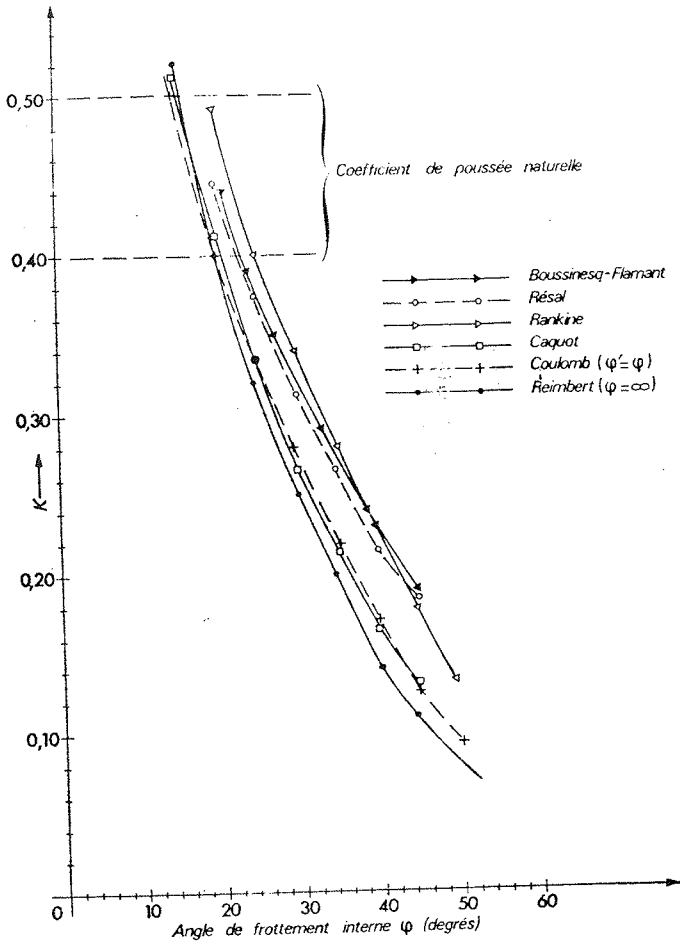


Fig. 4

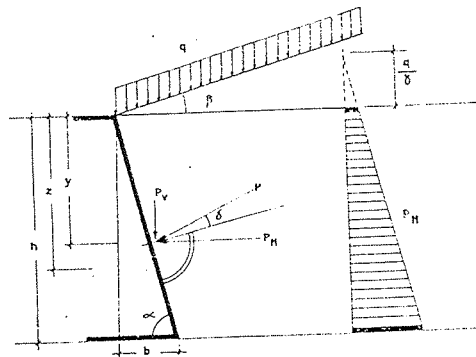


Fig. 5

a) Angulo de rozamiento interno.  $\varphi$

Es el ángulo máximo que puede alcanzar un terreno en estado libre y sin ningún tipo de contención.

b) Cohesión  $c$

Es una característica de los terrenos arcillosos que da estabilidad a estos terrenos y depende del grado de humedad de las tierras. El hecho de que sea un valor variable dependiente de la humedad impide su consideración en los cálculos como factor favorable por lo cual se debe considerar igual a cero.

d) Talud del Terreno  $\beta$  (fig. 5)

Este ángulo que nunca podrá ser mayor a  $\varphi$  nos indica la pendiente del talud formado por las tierras superpuestas que se encuentran por encima de la línea de coronación del muro con la horizontal que pasa por el punto de coronamiento del mismo.

e) Sobrecarga del Uso  $q$  (fig. 5)

Es la carga que se preve puede recibir por metro cuadrado la superficie superior de las tierras del Muro, esta carga -- tanto si es fija como variable se considera constante.

f) Colocación de las Tierras

Tiene gran importancia la adecuada colocación de las tierras en la parte posterior del muro, debiéndose proceder de una forma sistemática en capas sucesivas conveniente compactadas.

Esta recomendación que de entrada parece contraproducente -- pues aumentará las presiones en el paramento no es así pues -- produce los siguientes efectos favorables.

- 1º) Aumenta el ángulo de rozamiento interno de las tierras que es creciente con la compactación y como se verá a mayor  $\varphi$  menor empuje soporta el muro.
- 2º) Al cargar el muro al máximo conseguiremos en fase de construcción los desplazamientos diferenciales correspondientes que dejarán el empuje en su valor Activo o Estado Límite Inferior.
- 3º) Evitamos que las tierras puedan asentarse de forma repentina por sobrecarga o compactación posterior produciendo una carga rápida al muro que pueda tener consecuencias graves.

g) Índice de Huecos  $n$

Es el porcentaje que expresa la relación por unidad de volumen del espacio vacío no ocupado por el terreno. Su diferencia con la unidad representa el volumen ocupado por la masa del terreno.

### 3.2.- Factores del Muro

a) Altura  $h$

La carga que actúa sobre el paramento es proporcional al cuadrado de este valor. De esto deducimos que al influir la sobrecarga  $q$  solo de forma lineal, la misma sobrecarga tiene menor importancia relativa en un muro de gran altura que en uno más bajo.

b) Rozamiento Terreno-Muro  $\delta$

Es el factor que nos define la componente vertical del empuje sobre el paramento como el caso del Talud su valor no puede ser mayor que  $\varphi$ . Y en muros de superficie muy rugosa su valor máximo se considera prácticamente de  $2/3 \varphi$ . Teniendo en cuenta que la componente vertical del empuje tiene un efecto estabilizador del muro que es de interés que la cara interior del muro, en contacto con las tierras, tenga una superficie r

gosa y accidentada para favorecer dicho efecto. Es decir que será conveniente procurar encofrar la cara interior con tablonces viejos o alabeados para facilitar la adherencia de las tierras.

Otro factor que disminuye el ángulo de rozamiento interno es la humedad del terreno. Este factor se puede evitar mediante un adecuado drenaje del Muro. En el caso de que la capa freática alcance al muro la humedad es muy difícil de evitar, y se deberá de considerar  $\delta = 0$ .

c) Inclinación del Muro  $\alpha$

La inclinación del muro es el ángulo que forma el eje del paramento con la vertical que pasa por el pie del muro, la influencia de este factor se ve claramente si se observa la Fig. 6.

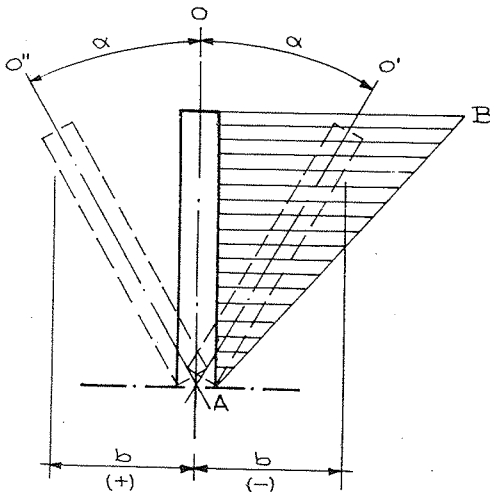


Fig. 6

desestabiliza el muro al aumentar su momento de vuelco.

Vemos que el triángulo de tierras que, según la teoría de Coulomb, actúa sobre el paramento es el  $\triangle AOB$ . Si el muro se inclina hacia B,  $\alpha$  negativo, el triángulo de tierras  $\triangle AO'B$  tiene menor superficie lo que disminuye el empuje sobre el muro. En cambio, si el muro se aleja de B,  $\alpha$  positivo, el triángulo de tierras aumenta haciendo lo propio el empuje horizontal y vertical lo

Osea que según las necesidades podemos jugar con este factor. Por ejemplo un muro de sección variable podemos mantener el paramento anterior vertical e inclinar progresivamente el posterior lo que permite una economía en los materiales de la construcción y



mayor estabilidad del conjunto. Fig. 7.

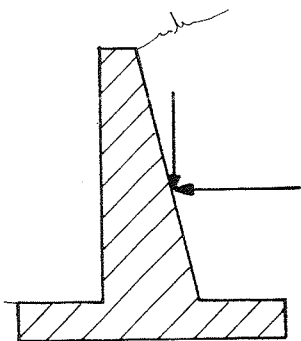


Fig. 7

La forma de medir este ángulo es mediante el desplome  $b$  fig. 6, que es la proyección horizontal del paramento sobre el suelo.

La  $\cotg. \alpha = \frac{b}{l}$  nos permite entrar en las tablas para calcular el efecto de esta inclinación en los empujes-reales.

#### d) Flexibilidad del Paramento

La deformabilidad del muro es un factor a considerar que favorecerá la seguridad del mismo, pues mediante pequeños desplazamientos se puede impedir que las tierras tiendan al Estado Límite Superior, que tiende a volcar el muro.

Como idea de valor de este factor indicaremos que grado de deformación es preciso para descomprimir un muro Fig. 8, según la altura del paramento.

$h$ (m)	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
$f/h$	0,000 09	0,000 18	0,000 27	0,000 36	0,000 45	0,000 54	0,000 63

En esta tabla y bajo la hipótesis de una esbeltez del muro de 1/10 es decir que el canto sea diez veces menor que la altura y para las alturas en metros indicados en la parte superior se indica las flechas que deben adoptar los muros que pasan al Estado Límite Inferior.

Estas relaciones fueron establecidas por Terzaghi. Como Ej. - veamos que para un muro de 7 m. de altura es suficiente un movimiento de 4,41 mm. para descomprimir el talud lo que a todas luces muy pequeño y compatible con la mayor parte de estructuras.

### 3.3.- Factores de la Zapata

#### a) Tipo de Cimiento

El cimiento de un muro está sometido a las mismas leyes de una cimentación convencional.

La cimentación de un muro podrá ser rígida o flexible, sobre pilotes o sobre el propio terreno, con talón o sin talón pues todos estos factores pueden ser considerados en el diseño de la base del muro.

Igual como se ha expuesto para el paramento es preferible una zapata flexible que rígida pues las deformaciones de muro no se den únicamente a la flecha del paramento sino que influyen en buena parte los asentamientos y deformabilidad de la zapata.

El talón o la colocación de la zapata delantera o trasera respecto al muro dependerá de las posibilidades de excavación y además como se verá influyen en la estabilidad del conjunto.

El apoyo de la zapata es por lo general sobre el terreno pero nada excluye la posibilidad de apoyar la base de la zapata sobre una alineación de pilotes al tresbolillo actuando dicha zapata a modo de encepado continuo.

#### b) Vuelco

Es uno de los factores decisivos en el diseño de la zapata de un muro sin valor y suelen ser el efecto del vuelco del empuje vertical con el peso propio de las tierras que gravita sobre el talón los que influyen en este concepto.

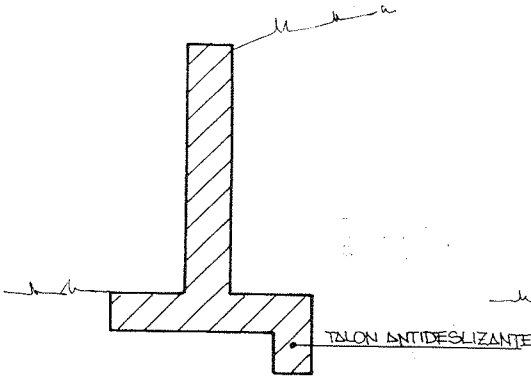
c) Deslizamiento.

Fig. 9

En los muros de altura media o grande este es otro problema frecuente pues -- no se puede absorber el -- empuje horizontal solo mediante el rozamiento debien-- dose recurrir al artificio de construir un talón anti-- deslizante que situado en-- uno de los bordes de la za-- pata, impide el deslizamien-- to horizontal del muro. Si

tenemos en cuenta que este elemento debe de trabajar por Empuje Pasivo o Estado Límite Superior de las tierras que deberá comprimir hasta que estas le opongan la suficiente resistencia. Ve-- mos que el empuje que tiende a hacer deslizar el muro nunca podrá ser superior al Pasivo pues el recorrido del muro mientras comprime las tierras bajo el talón, conducen la carga a la míni-- ma, y esta ya no es suficiente para seguir desplazando el muro.

d) Tensiones del Terreno

Para proceder a este cálculo es aconsejable el utilizar el método de la excentricidad relativa, expuesto en Ejemplo. 4 del capítulo anterior buscando respecto al centro de gravedad de la zapata la carga y momento resultante del sistema de fuerzas lo que permitirá usar la tabla de dicho ejemplo.

3.4.- Empuje Activo. (Fig. 5)

Exponemos en este apartado como hallar los coeficientes y como aplicar las fórmulas indicadas en la MV-101 apartado 9.3. de modo que

en los ejemplos que seguirán en este capítulo solo se darán los valores de dichos coeficientes.

### 3.4.1.- Presión sobre el Paramento. $p_h$ , $p_v$ .

$$p_h = (\gamma z + q) \lambda_h$$

$$p_v = (\gamma z + q) \lambda_v$$

Estas dos fórmulas nos dan la presión vertical y horizontal que las tierras ejercen sobre el paramento del muro y esta vendrá en  $T/m^2$ . Este dato tiene especial interés cuando debemos calcular muros con contrafuertes y se busca la carga por metro lineal para el cálculo de la franja que forma la viga continua correspondiente. (Se expondrá un ejemplo a este respecto).

### 3.4.2.- Coefficientes de Empuje. $\lambda_h$ , $\lambda_v$ .

Estos valores equivalen a la  $k$  que se mencionó en el apartado 2.2 de este tema y se refleja en la Fig. 4 del mismo.

Estos coeficientes tienen como función el transformar los empujes que podríamos llamar hidrostáticas de las tierras, en los empujes Activos como se verá estos valores para  $B = 0$  son siempre menores que 1 pues nunca se alcanza una presión Hidrostática. (Entendemos por -- presión hidrostática lo que produciría un líquido de la misma densidad que el terreno en cuestión.).

Este valor supera el 50% solo cuando existen terraplenes ( $\beta$ ) -- considerables e inclinaciones del muro hacia el exterior y de forma simultánea.

Estos Empujes se encuentran tabulados en la tabla 9.2. de la MV-101 que reproducimos completa en la Fig. 10.

Como vemos en estas tablas estos coeficientes son función de :

Ángulo de rozamiento interno del terrazo $\varphi$	Ángulo de rozamiento de la base y muro $\delta$	Ángulo $\beta$ del terrazo	Coeficiente $A_M$ de empuje activo horizontal, siendo la inclinación del muro $b:z = \text{cot } \alpha$					Coeficiente $A_M$ de empuje activo horizontal, siendo la inclinación del muro $b:z = \text{cot } \alpha$					Ángulo del talud del terrazo $\beta$	Ángulo de rozamiento de la base y muro $\delta$	Ángulo interno del terrazo $\varphi$			
			0,8	0,6	0,4	0,2	0	-0,2	0,8	0,6	0,4	0,2				0	-0,2	
			$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$				$\beta$	$\beta$	
0°	3	0°	0,71	0,67	0,62	0,56	0,49	0,42	0,57	0,40	0,25	0,11	0	-0,06	0°	0°	0°	
		5°	0,78	0,73	0,67	0,60	0,52	0,44	0,62	0,44	0,27	0,12	0	-0,09	5°			
		10°	0,88	0,81	0,74	0,65	0,57	0,48	0,70	0,49	0,29	0,13	0	-0,10	10°			
		15°	1,01	0,92	0,82	0,71	0,64	0,54	0,81	0,55	0,33	0,15	0	-0,13	15°			
		20°	1,47	1,31	1,16	1,02	0,88	0,76	1,18	0,79	0,46	0,23	0	-0,15	20°			
	3	0°	0,63	0,60	0,56	0,51	0,45	0,39	0,61	0,46	0,28	0,16	0,05	-0,03	0°	3	6° 40'	
		5°	0,70	0,66	0,62	0,56	0,48	0,42	0,71	0,51	0,31	0,18	0,06	-0,02	5°			
		10°	0,80	0,75	0,68	0,61	0,54	0,46	0,82	0,58	0,34	0,20	0,06	-0,01	10°			
		15°	0,95	0,87	0,79	0,70	0,61	0,52	0,96	0,67	0,39	0,23	0,07	-0,01	15°			
		20°	1,47	1,21	1,16	1,02	0,88	0,76	1,49	1,01	0,55	0,33	0,10	-0,06	20°			
	20°	3	0°	0,56	0,54	0,52	0,48	0,42	0,37	0,52	0,35	0,26	0,12	0,10	0,01	0°	3	13° 20'
			5°	0,63	0,61	0,57	0,52	0,46	0,40	0,61	0,60	0,40	0,24	0,11	0,01	5°		
10°			0,73	0,69	0,64	0,58	0,51	0,44	0,72	0,67	0,45	0,27	0,12	0,02	10°			
15°			0,88	0,82	0,75	0,67	0,59	0,50	1,13	0,81	0,53	0,31	0,14	0,02	15°			
20°			1,47	1,31	1,16	1,02	0,88	0,76	1,88	1,28	0,82	0,47	0,21	0,03	20°			
3		0°	0,49	0,49	0,47	0,44	0,40	0,35	0,50	0,60	0,42	0,27	0,15	0,05	0°	3	20°	
		5°	0,56	0,55	0,53	0,48	0,44	0,38	0,52	0,69	0,47	0,29	0,16	0,06	5°			
		10°	0,66	0,64	0,60	0,55	0,49	0,42	0,68	0,78	0,54	0,32	0,18	0,06	10°			
		15°	0,82	0,77	0,71	0,64	0,57	0,48	1,35	1,01	0,69	0,39	0,21	0,07	15°			
		20°	1,47	1,31	1,16	1,02	0,88	0,76	2,42	1,62	1,04	0,60	0,32	0,12	20°			
30°		3	0°	0,65	0,60	0,55	0,48	0,41	0,33	0,52	0,36	0,22	0,10	0	-0,07	0°	3	0°
			5°	0,73	0,72	0,64	0,55	0,46	0,37	0,63	0,43	0,26	0,11	0	-0,07	5°		
	10°		0,89	0,80	0,70	0,60	0,50	0,41	0,71	0,48	0,28	0,12	0	-0,08	10°			
	15°		1,03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46	0,82	0,55	0,32	0,14	0	-0,09	15°			
	20°		1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	1,24	0,81	0,46	0,23	0	-0,14	20°			
	3	0°	0,56	0,53	0,49	0,44	0,37	0,30	0,60	0,43	0,28	0,15	0,05	-0,02	0°	3	8° 20'	
		5°	0,70	0,65	0,58	0,51	0,43	0,34	0,75	0,53	0,34	0,18	0,04	-0,02	5°			
		10°	0,80	0,73	0,65	0,56	0,47	0,38	0,86	0,60	0,37	0,20	0,07	-0,02	10°			
		15°	0,96	0,86	0,76	0,65	0,53	0,44	1,03	0,70	0,44	0,23	0,08	-0,02	15°			
		20°	1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	1,66	1,10	0,67	0,35	0,12	-0,03	20°			
	35°	3	0°	0,48	0,47	0,44	0,40	0,35	0,29	0,69	0,51	0,35	0,21	0,10	0,03	0°	3	16° 40'
			5°	0,61	0,58	0,53	0,47	0,40	0,33	0,82	0,63	0,42	0,25	0,12	0,03	5°		
10°			0,72	0,67	0,60	0,53	0,45	0,37	1,04	0,73	0,48	0,28	0,14	0,03	10°			
15°			0,88	0,80	0,71	0,62	0,52	0,42	1,27	0,88	0,56	0,33	0,16	0,04	15°			
20°			1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	2,24	1,47	0,92	0,52	0,25	0,06	20°			
3		0°	0,40	0,41	0,39	0,37	0,32	0,27	0,81	0,60	0,42	0,27	0,15	0,07	0°	3	23°	
		5°	0,53	0,52	0,48	0,44	0,38	0,31	1,07	0,77	0,51	0,32	0,18	0,07	5°			
		10°	0,63	0,60	0,56	0,50	0,43	0,35	1,27	0,89	0,60	0,37	0,20	0,08	10°			
		15°	0,79	0,74	0,67	0,59	0,50	0,41	1,60	1,18	0,74	0,43	0,23	0,10	15°			
		20°	1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	3,13	1,99	1,23	0,72	0,38	0,17	20°			
40°		3	0°	0,60	0,54	0,48	0,41	0,33	0,26	0,48	0,33	0,19	0,08	0	-0,05	0°	3	0°
			5°	0,71	0,64	0,55	0,46	0,37	0,28	0,57	0,38	0,22	0,09	0	-0,06	5°		
	10°		0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,71	0,47	0,27	0,11	0	-0,07	10°			
	15°		1,04	0,90	0,77	0,63	0,50	0,38	0,83	0,54	0,31	0,13	0	-0,08	15°			
	20°		1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	1,28	0,82	0,45	0,19	0	-0,12	20°			
	3	0°	0,50	0,47	0,42	0,37	0,30	0,24	0,57	0,41	0,26	0,14	0,05	-0,01	0°	3	10°	
		5°	0,63	0,56	0,49	0,42	0,34	0,27	0,69	0,49	0,31	0,16	0,06	-0,01	5°			
		10°	0,73	0,71	0,61	0,51	0,41	0,32	0,90	0,62	0,38	0,20	0,07	-0,01	10°			
		15°	0,95	0,84	0,72	0,60	0,48	0,37	1,08	0,73	0,45	0,23	0,08	-0,01	15°			
		20°	1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	1,82	1,18	0,71	0,36	0,13	-0,01	20°			
	45°	3	0°	0,41	0,40	0,37	0,33	0,28	0,22	0,68	0,49	0,33	0,20	0,10	0,03	0°	3	20°
			5°	0,52	0,49	0,44	0,39	0,32	0,25	1,13	0,78	0,50	0,29	0,14	0,05	5°		
10°			0,69	0,63	0,56	0,48	0,39	0,30	1,41	0,96	0,60	0,35	0,17	0,05	10°			
15°			0,86	0,77	0,67	0,57	0,46	0,35	2,63	1,68	1,02	0,57	0,27	0,09	15°			
20°			1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	4,10	2,45	1,44	0,82	0,43	0,20	20°			
3		0°	0,32	0,33	0,33	0,30	0,26	0,21	0,82	0,60	0,41	0,26	0,15	0,07	0°	3	30°	
		5°	0,42	0,42	0,39	0,33	0,29	0,24	1,07	0,76	0,50	0,31	0,17	0,08	5°			
		10°	0,58	0,56	0,51	0,44	0,37	0,29	1,48	1,01	0,65	0,39	0,21	0,10	10°			
		15°	0,75	0,70	0,62	0,53	0,44	0,34	1,92	1,36	0,74	0,43	0,23	0,12	15°			
		20°	1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	4,10	2,45	1,44	0,82	0,43	0,20	20°			
50°		3	0°	0,54	0,49	0,42	0,35	0,27	0,20	0,43	0,29	0,17	0,07	0	-0,04	0°	3	0°
			5°	0,70	0,61	0,51	0,42	0,32	0,23	0,56	0,37	0,20	0,08	0	-0,04	5°		
	10°		0,88	0,75	0,62	0,50	0,38	0,27	0,70	0,45	0,25	0,10	0	-0,05	10°			
	15°		1,04	0,88	0,72	0,57	0,44	0,31	0,83	0,53	0,29	0,11	0	-0,06	15°			
	20°		1,63	1,35	1,10	0,87	0,67	0,50	1,31	0,81	0,44	0,17	0	-0,10	20°			
	3	0°	0,44	0,41	0,37	0,31	0,25	0,18	0,53	0,38	0,21	0,13	0,05	0,00	0°	3	11° 40'	
		5°	0,60	0,53	0,46	0,38	0,29	0,21	0,72	0,49	0,30	0,16	0,06	0,00	5°			
		10°	0,77	0,67	0,57	0,48	0,35	0,25	0,93	0,62	0,38	0,19	0,07	0,00	10°			
		15°	0,94	0,81	0,67	0,54	0,41	0,29	1,13	0,75	0,44	0,23	0,08	0,00	15°			
		20°	1,63	1,35	1,10	0,87	0,67	0,50	1,96	1,24	0,73	0,37	0,14	0,00	20°			
	55°	3	0°	0,35	0,34	0,32	0,28	0,22	0,17	0,81	0,47	0,32	0,19	0,10	0,04	0°	3	23° 20'
			5°	0,49	0,46	0,41	0,34	0,27	0,20	0,93	0,64	0,41	0,23	0,12	0,04	5°		
10°			0,66	0,60	0,52	0,43	0,33	0,24	1,56	1,02	0,62	0,35	0,17	0,06	10°			
15°			0,83	0,73	0,62	0,51	0,39	0,29	3,07	1,88	1,10	0,60	0,29	0,11	15°			
20°			1,63	1,35	1,10	0,87	0,67	0,50	4,10	2,45	1,44	0,82	0,43	0,20	20°			
3		0°	0,25	0,27	0,27	0,24	0,21	0,16	0,85	0,60	0,41	0,26	0,14	0,07	0°	3	35°	
		5°	0,36	0,37	0,35	0,31	0,25	0,19	1,23	0,83	0,53	0,30	0,17	0,08	5°			
		10°	0,52	0,51	0,46	0,39	0,31	0,23	1,77	1,14	0,70	0,37	0,22	0,10	10°			
		15°	0,69	0,64	0,57	0,48	0,37	0,27	2,35	1,43	0,87	0,45	0,26	0,12	15°			
		20°	1,63	1,35	1,10	0,87	0,67	0,50	3,57	2,03	1,18	0,61	0,47	0,22	20°			
60°		3	0°	0,49	0,44	0,37	0,29	0,22	0,15	0,39	0,26	0,15	0,06	0	-0,03	0°	3	0°
			5°	0,63	0,53	0,44	0,34	0,25	0,17	0,50	0,32	0,18	0,07	0	-0,03	5°		
	10°		0,76	0,64	0,52	0,40	0,29	0,19	0,62	0,40	0,27	0,1						

$\varphi$  - Angulo de Rozamiento Interno.

$\delta$  - Angulo de Rozamiento Paramento terreno (se debe utilizar

$$\delta = \frac{2}{3} \varphi ) \text{ como valor máximo.}$$

$\beta$  - Angulo del talud del terreno.

$b/h \pm \text{Cotg. } \alpha$  el desplome del muro.

Existen tablas independientes para  $\lambda_h$  y  $\lambda_v$ .

Veamos como hallar estos valores con dos ejemplos

sea  $\varphi = 35^\circ$ .

$$\delta = \frac{2}{3} 35^\circ = 23,3^\circ$$

$$\beta = 25^\circ$$

$$b = + 1,00 \text{ m.}$$

$$h = 5 \text{ m.}$$

$$\text{Cotg. } \alpha = \frac{1}{5} = 0,2$$

luego el valor de  $\lambda_h = 0,43$  y  $\lambda_v = 0,30$

sea  $\varphi = 20^\circ$

$$\delta = 0$$

$$\beta = 0$$

$$b = - 0,5$$

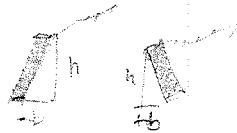
$$h = 2,5$$

$$\text{Cotg. } \alpha = -0,2$$

luego  $d_h = 0,42$  y  $d_v = - 0,08$ .

Estos dos ejemplos permiten ver la sencillez en el uso de dichas tablas.

Recuerdese que b es negativa cuando el muro se inclina hacia el terraplen y positivo en el caso contrario.



3.4.3.- Componentes Empuje Activo.  $P_h$ ,  $P_v$ .

$$P_h = \left( \gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_h$$
$$P_v = \left( \gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_v$$

Como se ve es la integral de las presiones diferenciales que

podríamos hallar para los distintos valores de z de acuerdo con la fórmula del apartado 3.4.1.

Es decir que es la superficie del triángulo de presiones que se establece sobre el paramento.

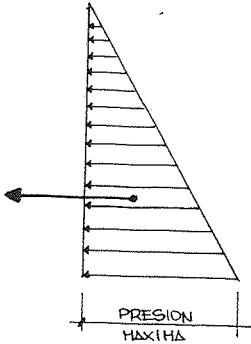


Fig. 11

Como se ve la fórmula es la misma para el empuje vertical y el horizontal multiplicado por  $\lambda_v$  y  $\lambda_h$  respectivamente.

Esta fórmula nos da unas presiones proporcionales al cuadrado de la altura y lineales con la sobrecarga q. En el caso de que no exista sobrecarga se anula el segundo miembro del paréntesis.

3.4.4.- Punto de aplicación. y

$$y = h \frac{2 \lambda h + 3q}{3 \lambda h + 6q}$$

Es el punto de aplicación de las componentes del Empuje Activo.

Como vemos es la fórmula del centro de gravedad de un trapecio. (Fig. 12). Compuesto por el triángulo de presiones del terreno

más el rectángulo de las sobrecargas.

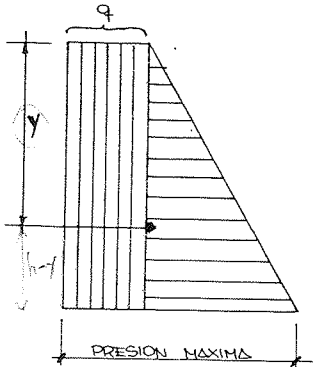


Fig. 12

En el caso de  $q = 0$  queda ---

$y = \frac{2}{3} h$  es decir el centro de un triángulo que este a 1/3 de la base y 2/3 del vertice.

No se olvide que el valor de y es desde el coronamiento del muro hasta el punto de aplicación de los empujes y que para hallar el Momento del Vuelco del muro se debe de buscar la distancia a la base del muro, es decir

$h - y$        $h - y$

En el caso de que sobre un mismo muro por su altura o por cualquier circunstancia existan dos capas de terreno de distintas características.

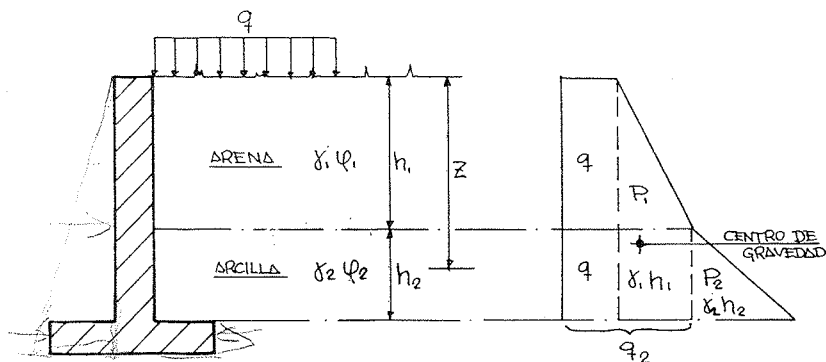


Fig. 13

El modo de hallar los empujes en este caso será para el primer estrato igual que indica el apartado 3.4. Para la segunda capa y siguientes se tomará el peso de las tierras de la primera capa más el empuje  $q$  es decir  $(q + \gamma_1 h_1) = q_2$  y se considerará este valor de  $q_2$  como una sobrecarga  $q$  en la fórmula de 3.4.1. procediéndose a continuación como un caso convencional. La dificultad se presenta al buscar el punto de aplicación de las fuerzas, que tendrá de hallarse buscando el centro de gravedad de la superficie resultante de las presiones mediante un método analítico geométrico. (Fig. 13).

La presión para un punto a una profundidad  $z$  es:

$$P_h = (\gamma_{2z} + \gamma_1 h_1 + q) \lambda_h; \quad P_v = (\gamma_{2z} + \gamma_1 h_1 + q) \lambda_v.$$

recuérdese que este valor no es el empuje activo.

Sustituyendo  $z$  por  $h$  obtendríamos la presión máxima en la base.

### 3.6.- Influencia de la capa freática

En el caso de que el nivel freático alcance el paramento del muro influye en la distribución de presiones en la zona que es alcanzada el agua.

El cálculo de estas presiones deberá hacerse para la zona superior que no haya sido alcanzada por el agua del mismo modo como en el apartado 3.4.



Para la zona sumergida hay que tener en cuenta el hecho de que son dos los elementos que actúan sobre el muro; el agua con una presión hidrostática, como sería el caso de un depósito cualquiera y el propio terreno.

El hecho de que el terreno esté sumergido repercute en el peso específico que se ve disminuido en el empuje vertical que el agua le transmite por el efecto de Arquímedes, es decir que la nueva densidad  $\gamma'$  a considerar es :

$$\gamma' = \gamma - \left(1 - \frac{n}{100}\right) \gamma_a$$

$\gamma'$  = densidad aparente terreno  
 $\gamma$  = densidad real terreno  
 $\gamma_a$  = densidad agua

observemos que como el terreno no ocupa todo el volumen sino que existen huecos de acuerdo con un valor n (índice de huecos) la disminución de peso depende de n según queda expresado en la fórmula anterior.

Luego la presión en la zona de inundación es la suma de :

$$p_z = \text{Presión de la zona 1} + \text{Presión agua} + \text{Presión terreno inundado de densidad } \gamma' \text{ (Fig.14).}$$

La presión de la zona 1 sobre la superficie de las dos es :

$$q_2 = q_1 + \gamma h_1$$

considerándose este valor para el cálculo de la zona baja.

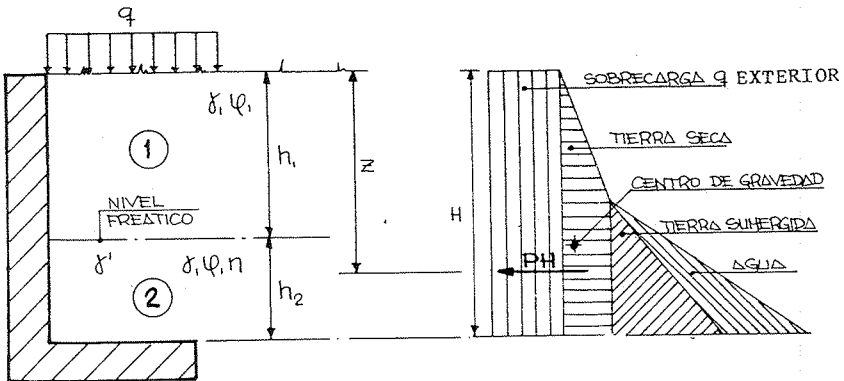


Fig. 14

Para determinación de la presión unitaria en la zona "2" y a una distancia z del remate del muro. Debemos aplicar :

$$P_h = \left\{ \gamma' (z-h_1) + q_2 \right\} \lambda_h + \gamma_a (z-h) \operatorname{sen.} \alpha$$

$$P_v = \left\{ \gamma' (z-h_1) + q_2 \right\} \lambda_v + \gamma_a (z-h) \operatorname{cos.} \alpha$$

Presión tierras + Presión Hidrostática  
Zona 1

Siendo  $\alpha$  el ángulo del paramento del muro como se ve en la Fig.5.

Estas presiones unitarias nos permitirán hallar el polígono de presiones cuyo centro de gravedad proyectado sobre el plano del muro nos da el punto de aplicación de las Resultantes vertical y horizontal -- de los empujes que actúan en esta circunstancia.

#### 4.- CLASIFICACION DE ELEMENTOS SUSTENTADORES.

Los elementos constructivos que equilibran el empuje de las tierras que conocemos como Muros se pueden agrupar en tres familias principales :

- a) Muros convencionales (Auto-estables)
- b) Placas (apoyadas en bordes o circulares).
- c) Muros Pantalla (Arriostrados).

##### 4.1.- Muros convencionales

Constructivamente estos muros tienen la propiedad de ser auto-estables. Y admiten dos formas constructivas distintas, la clásica de gravedad y la actual de construcción aligerada en hormigón armado. En este tema trataremos solo estos últimos por ser los primeros poco usados en la construcción contemporánea.

Los muros ligeros los agruparemos según tres criterios.

- El Paramento
- La Zapata
- La altura

##### 4.1.1.- Tipos de Paramento.

De acuerdo con esta clasificación podemos considerar, el muro de sección constante (Fig. 15) el de sección variable (fig. 16), el --

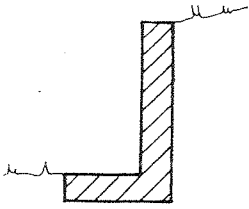


Fig. 15

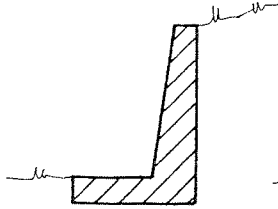


Fig. 16

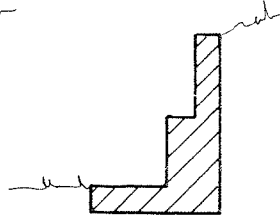


Fig. 17

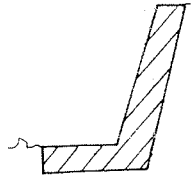


Fig. 18

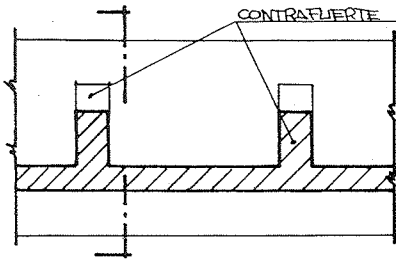


Fig. 19

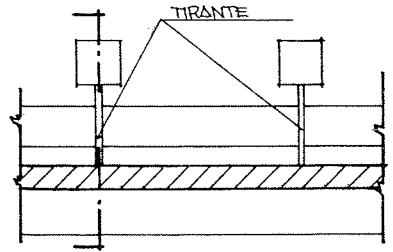
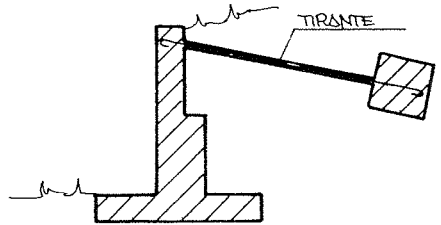
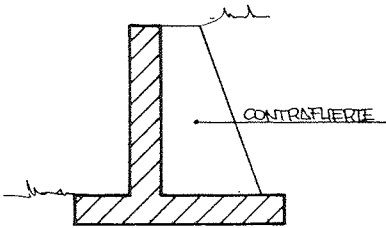


Fig. 20



el escalonado (fig. 17), el inclinado (fig. 18), con contrafuerte (fig. 19), con tirante (fig. 20).

Estos tipos de diseño son función de los condicionantes de la construcción (medianería, altura, encofrado, etc.)

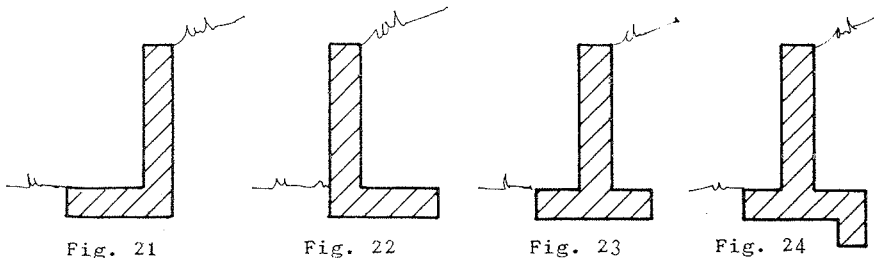


Fig. 21

Fig. 22

Fig. 23

Fig. 24

#### 4.1.2.- Tipos de Zapata

La zapata tiene como función asegurar la estabilidad del Muro y adopta distintas formas constructivas; estas serán las precisas para evitar el vuelco, sin sobrepasar las presiones del terreno - pero teniendo en cuenta los condicionantes de la excavación. Entre los tipos más comunes podemos citar la zapata anterior (Fig. 21), posterior (Fig. 22), mixta (Fig. 23) y zapata con talón antideslizante cuando se presentan problemas de deslizamiento (Fig. 24).

#### 4.1.3.- Criterios de Diseño

Según la altura de las tierras a contener convendrá dar una forma constructiva diferente al paramento y zapata. Esto es así - pues al aumentar la altura el empuje de las tierras crece con el cuadrado de esta y se debe buscar el diseño más adecuado estructural y económicamente.

Para alturas de hasta 3 m. (1 piso) lo más común es el muro - con paramento de sección constante (Fig. 15) con zapata, delantera (Fig. 21) o mixta (Fig. 23).

Si la altura llega hasta 6 m. (2 pisos) es de interés hacer un dimensionado en dos ó tres tramos reduciendo la sección del muro ya sea de forma constante (Fig. 16) o escalonado (Fig. 17) para la zapata se seguirán las indicaciones del caso anterior.

Para alturas superiores a 6 m. y hasta 10-12 se deben de construir de inercia variable es decir mediante contrafuertes (fig. 19) lo que permite una economía considerable de material. Esta solución suele ser bastante cara a partir de 9 m. y es aconsejable colocar tirantes (fig. 20) que permite estabilizar el conjunto por la parte

superior del paramento .

84

La solución del Muro contención clásico entre medianeras es solo aplicable a 1 ó 2, (3 ó 6 m.) plantas de sótano pues debido a los problemas de excavación y entivación que surgen para más plantas se debe recurrir a la solución del muro pantalla.

#### 4.2.- Placas (Según Capítulo 23 G. Montoya - 7ª Edición)

Las placas a diferencia del Muro convencional, cuyo cálculo se realiza por unidad de longitud, tienen unas dimensiones limitadas, pues se apoya en otros elementos, o por tener formas geométricas especiales. Por esta razón las dimensiones longitudinales, además de la altura, son consideradas en el cálculo y obteniéndose una gran esbeltez en el diseño debido a estas condiciones de contorno.

Este es el caso de una pared de piscina o depósito e incluso los tramos intermedios de los muros con contrafuertes.

##### 4.2.1.- Métodos de cálculo

Un mismo elemento admite dos diferentes métodos de cálculo: el clásico basado en la teoría de la elasticidad y el método de rotura basado en la teoría plástica de los estados límites. En primer sistema a partir de los esfuerzos halla las armaduras de acero y el segundo partiendo de unas armaduras prefijadas obtiene que cargas serán capaces de soportar en una losa de dimensiones dadas.

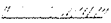


##### 4.2.2.- Tipología de Placas

Las placas son heterogénea clasificación pero fundamentalmente se agrupan de acuerdo con sus condiciones de borde es decir - si estos son apoyados, empotrados o libres.

No se hace distinción entre placas verticales y horizontales y considerándose que los esfuerzos actúan perpendicularmente al plano bisectriz de la placa; por ello las placas se considerarán solo como solicitadas a flexión.

Podemos considerar dos tipos básicos, las rectángula

res, las poligonales y circulares, como ejemplos veamos las siguientes :

-  Empotrado
-  Apoyado
-  Libre

Placa triempotrada; con borde libre sometida a carga triangular (Ej. Pared piscina) (fig.25)

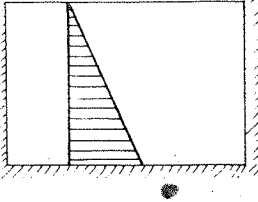


Fig. 25

Placa biapoyada; con carga uniformemente repartida (Ej. Losa de ascensores) (fig. 26).

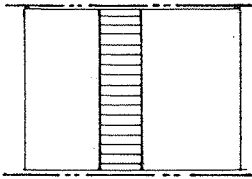


Fig. 26

Placa circular; empotrada en su perímetro sometida a carga uniforme (Ej. Fondo de depósito) - (fig. 27).

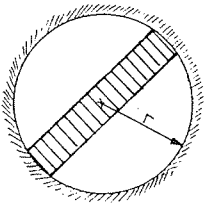


Fig. 27

4.2.3.- Método clásico.

Este método si bien no es el que permite el mayor aprovechamiento de las posibilidades de los materiales, es el de más-

fácil aplicación. El método de Rotura se puede utilizar siguiendo el capítulo 23 (G.M.) sin gran dificultad.

Se dispone de tablas para la aplicación del método clásico para el caso de tres y cuatro bordes apoyados, estas tablas nos proporcionan los valores de la flecha  $W$  expresada en m. y de los momentos en los dos sentidos ( $m_x + ; m_x - ; m_y + ; m_y -$ ) expresados en T.m.

Para la substitución en estas fórmulas es preciso conocer su nomenclatura :

$l_x ; l_y$  = dimensiones.

$q$  = carga uniforme o máximo valor de la triángular.

$E$  = módulo elástico hormigón en  $M_p/m^2$ . = 10.000  $\sqrt{f_{yk}}$

$h$  = espesor placa.

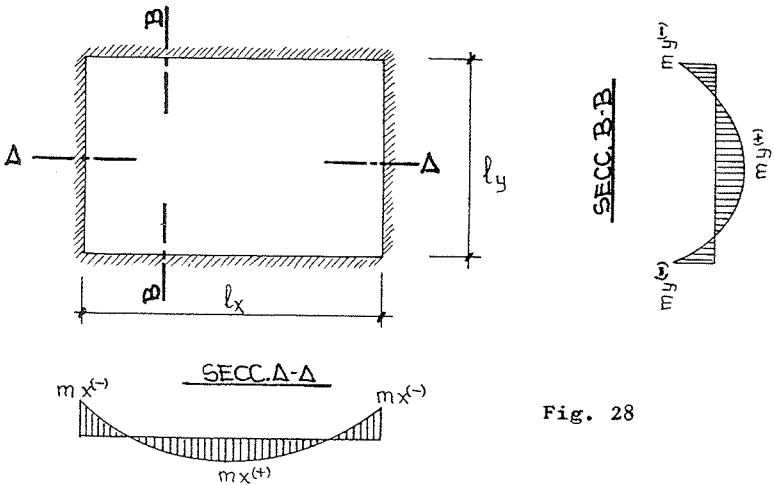


Fig. 28

Para el valor de los momentos ver gráfico (Fig. 28) en caso de cuatro bordes.

Cuando el borde es apoyado  $m_x^- = m_y^- = 0$

Para placa con un borde libre la distribución es como la (fig. 29) observese que en el borde libre no existe tampoco momento.

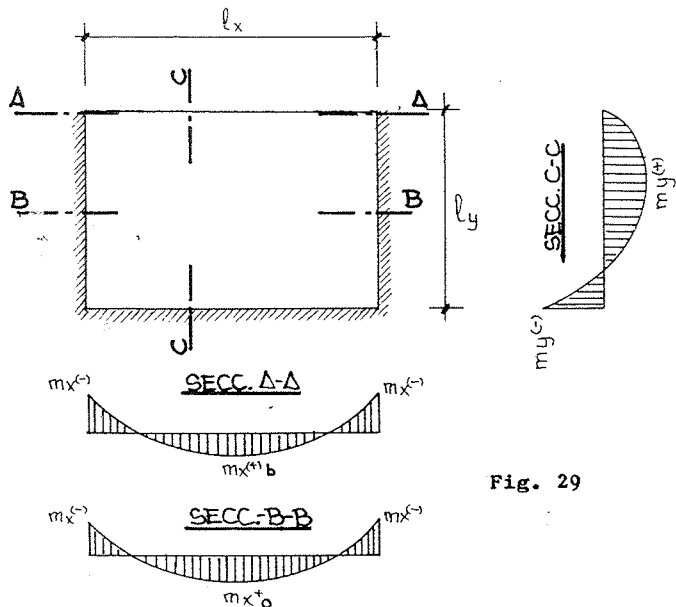


Fig. 29

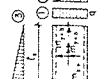
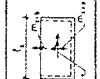
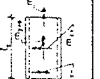






Para hallar los momentos debemos usar las tablas (Fig. 30 y 31) estas tablas previstas para relaciones de  $l_x/l_y$  tabuladas de 0,5 a 1; es decir como  $y \leq x \leq 2y$  y para valores intermedios se debe interpolar. Como se ve existen para cada tipo de apoyo tres posibilidades de carga 1 repartida uniforme, 2 y 3 triangular una para cada dirección.

Los valores de los momentos se obtienen multiplicando los coeficientes de la tabla por  $10^{-3} q l_x^2$  ó  $10^{-3} q l_y^2$  respectivamente.

Para obtener la flecha debe recordarse que  $E$  deberá calcularse con  $f_{yk}$  en  $T/m^2$ , es decir  $1.750 T/m^2 = 175 \text{ kg/cm}^2$ . Referente a la disposición de armaduras debe de tenerse en cuenta exclusivamente la distribución de momentos.



Diagrama	CARGA UNIFORME ①	CARGA TRIANGULAR ②										CARGA TRIANGULAR ③									
		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	119	102	85	71	58	48	59	51	43	35	29	24	64	53	44	36	30	24		
		99	86	73	61	51	42	51	45	39	34	29	24	24	54	45	38	31	26	22	
32	37	40	42	43	42	42	16	20	20	21	22	22	22	28	28	28	27	26	24		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	30	28	25	22	18	15	15	14	13	11	9	8	16	14	13	11	10	8		
		41	38	34	29	25	21	21	19	17	16	14	14	12	24	21	18	15	13	11	
10	13	17	18	20	21	22	8	8	9	10	10	10	11	13	13	12	12	12	12		
84	80	74	67	59	52	50	48	45	41	37	33	30	27	50	47	42	36	32	27		
58	58	58	57	55	52	52	30	30	29	29	29	27	27	45	43	41	39	36	33		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	55	49	43	36	30	25	26	23	20	17	15	12	28	25	22	18	14	12		
		57	52	45	39	33	27	27	24	21	21	18	14	12	30	27	23	19	15	12	
16	20	24	26	27	27	8	9	10	10	11	11	11	12	13	13	13	13	13	12		
119	111	101	91	80	70	64	60	57	52	47	42	40	42	65	57	50	44	37	32		
82	82	80	78	74	70	70	37	37	36	34	34	33	33	62	58	54	50	46	42		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	99	76	57	42	31	23	50	38	28	21	16	12	50	38	28	21	16	12		
		84	65	49	37	27	20	45	36	28	23	19	15	15	43	33	25	19	14	11	
36	38	39	37	34	31	18	20	20	20	20	19	18	17	23	22	22	21	19	16		
119	111	102	91	80	70	62	57	53	48	43	38	38	38	84	75	68	58	51	44		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	30	30	29	28	25	23	16	15	14	14	13	12	20	17	16	15	14	12		
		42	41	39	37	34	31	32	21	20	20	19	18	16	26	25	23	21	19	17	
8	10	13	16	18	20	7	8	9	10	10	10	10	11	12	14	15	16	16	15		
84	83	82	78	74	70	52	51	50	48	46	44	44	44	58	52	46	44	41	38		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	109	88	70	55	42	33	50	38	28	21	16	12	50	38	28	21	16	12		
		91	75	60	48	37	30	45	36	28	23	19	15	15	43	33	25	19	14	11	
34	38	40	39	38	36	18	20	20	20	20	19	18	17	23	22	22	21	19	16		
122	117	110	102	93	84	70	62	57	53	48	43	38	38	84	75	68	58	51	44		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	58	53	49	43	37	33	26	24	22	20	18	15	52	42	33	26	20	15		
		60	56	51	46	40	36	28	27	25	22	22	20	18	45	37	29	23	18	14	
15	19	23	26	28	28	11	11	12	13	13	13	14	14	24	23	22	20	19	18		
122	116	109	101	93	84	70	63	60	56	53	50	50	50	84	77	69	62	55	49		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	29	29	27	24	21	17	17	17	17	17	15	15	16	14	13	12	10	9		
		42	40	37	33	29	26	26	24	22	22	20	18	18	24	21	19	16	14	12	
9	12	15	18	19	21	13	14	14	14	13	13	13	13	13	13	12	12	12	11		
85	83	79	74	68	62	55	56	56	56	53	53	50	50	66	66	62	57	51	46		
56	57	58	58	57	55	55	33	33	33	33	31	31	31	45	43	41	39	36	33		
	$W = 0.001 \cdot q \cdot l^2/Eh^3$ $m_x = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_y = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	53	45	38	29	24	18	18	18	17	16	14	11	9	14	13	12	10	9		
		55	48	40	33	26	21	21	20	19	18	16	14	14	11	11	11	10	9	9	
18	23	27	27	26	25	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13	12	12	11		
114	102	91	88	66	66	57	57	57	55	55	55	54	54	66	66	62	57	51	46		
87	81	78	74	68	68	68	68	68	68	68	68	68	68	81	81	81	81	81	81		

CARGA UNIFORME ①	CARGA TRIANGULAR ②										CARGA TRIANGULAR ③								
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
 $l/l_0$ $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	160	157	153	148	143	136	136						64	56	50	46	42	40	
	112	105	98	91	84	77	71						52	48	43	39	35	31	
	132	129	126	122	117	111	105						28	30	32	34	34	33	33
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	1150	690	440	277	194	136	120	220	138	88	58	40							
83	69	56	46	38	31	24	37	31	31	26	22	18							
137	123	109	96	87	77	71	49	43	39	35	31	31							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	160	155	148	139	129	118							56	47	40	36	33	31	
103	92	82	72	63	54	47							47	40	33	28	24	20	20
131	127	121	113	105	96	89							27	28	29	29	28	26	26
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	600	430	310	225	162	118	120	100	84	60	43	31							
-6	11	19	23	23	23	23	13	13	15	15	15	14							
-43	50	55	58	56	54	52	18	20	21	21	21	20							
115	121	121	115	106	96	87	34	33	33	32	29	26							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	34	34	34	33	33	33							15	15	14	14	13	13	
42	42	41	39	38	37	37	36	36	36	36	36	36							
45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	460	230	130	78	49	33	73	73	40	26	18	13							
52	40	30	23	17	13	9	26	26	20	15	12	9							
93	75	61	50	43	37	36	33	33	26	23	20	17							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	144	112	87	69	55	45	46	46	33	25	14	10							
340	240	175	133	105	85	85	92	73	60	51	43	37							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	34	34	34	33	33	33							15	15	14	13	11	10	
41	39	36	33	31	29	29	29	29	29	29	29	29							
45	45	45	45	44	44	44	44	44	44	44	44	44							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	9	10	11	13	13	13	13	13	13	13	13	13							
85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	56	56	56	56	56	56							45	45	43	41	39	35	
340	200	121	76	49	33	33	52	52	30	20	14	10							
14	20	19	18	16	16	16	12	13	13	13	13	13							
48	50	45	39	34	29	29	17	17	17	17	17	17							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	107	93	79	65	53	44	23	23	19	16	13	10							
200	148	111	87	69	56	56	92	73	57	46	39	35							
 $w = 0.001 \cdot q \cdot l^2/EI^3$ $m_{y,0} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,1/2} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$ $m_{y,2/3} = 0.001 \cdot q \cdot l^2$	255	220	170	132	105	85	46	46	42	38	34	30							

4.3.- Muros Pantalla (Según G. SCHNEEBELI)

Es una solución constructiva moderna pues solo se aplica desde 1.952 cuando se utilizó por primera vez en Italia.

Fundamentalmente consiste en una trinchera profunda que se excava sin entibar y que se sostiene gracias al relleno de la zanja (lodos bentoníticos).

4.3.1.- Método de Ejecución

Según vemos en la (Fig. 32) se inicia el proceso partiendo de unos muros guía a continuación se excava por tramos rellenándose con lodo cada uno, colocándose posteriormente la armadura y vertiéndose el hormigón a continuación, este desplaza a la Bentonita por su mayor densidad. Para dar continuidad entre los distintos tramos del muro se colocan unos tubos que luego al ser retirados actúan como un machihembrado que asegura la transmisión de los esfuerzos entre los distintos tramos.

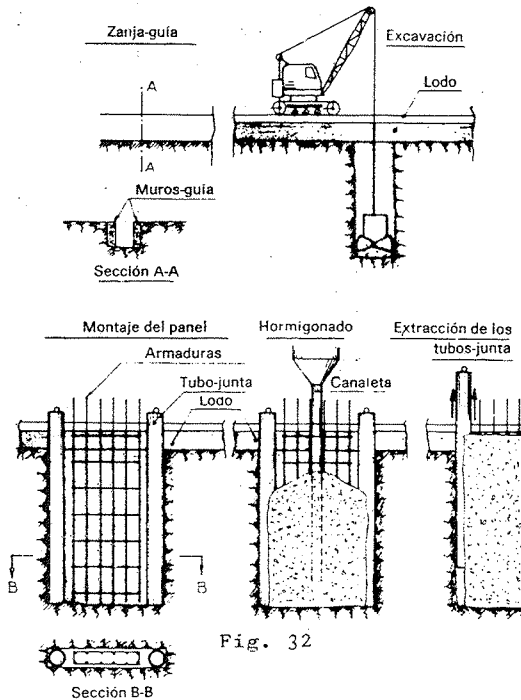


Fig. 32

4.3.2.- Aplicaciones.

Los muros pantalla empezaron a tener aplicación en la construcción de obras subterráneas, como ferrocarriles suburbanos, apartamientos bajo la calzada, etc. (Fig. 33).

Posteriormente se han aplicado a todos los campos de la construcción; concretamente en la construcción de edificios de viviendas o locales comerciales de dos o más plantas subterráneas (Fig. 34, 35 v 36).

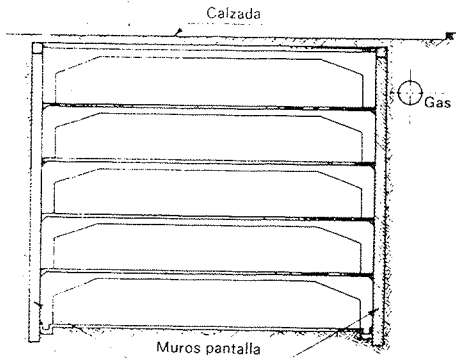


Fig. 33

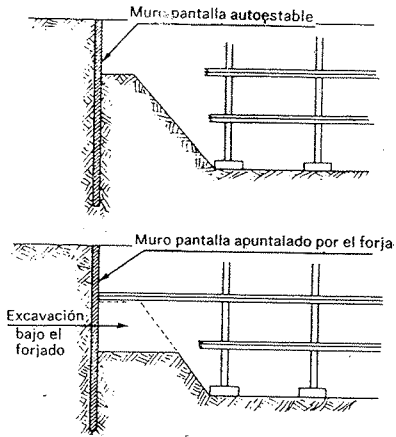


Fig. 35

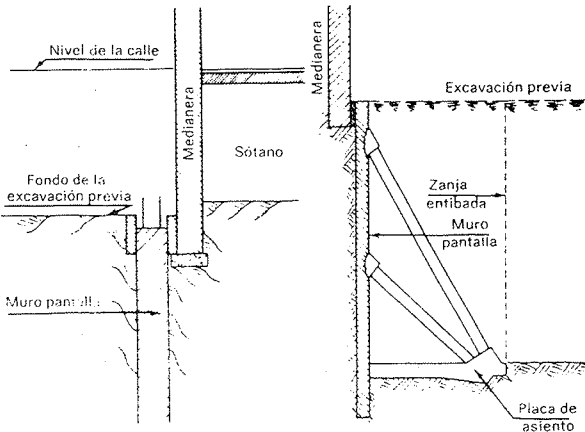


Fig. 34

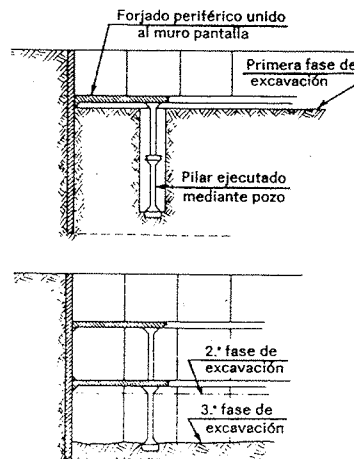


Fig. 36

#### 4.3.3.- Solicitud.

Por lo general estos elementos no trabajan bajo el esfuerzo de las tierras con toda su altura libre sino que los forjados u otros elementos resistentes horizontales se encargan de arstrarlos -- Fig. 33) reduciendo los efectos de las tierras sobre el muro en -- gran manera.

Quando no es posible apuntalar se debe recurrir a la solución

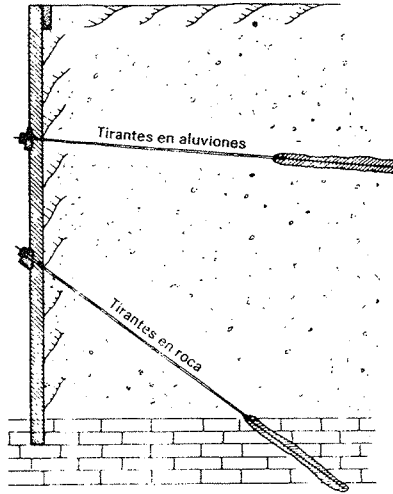


Fig. 37

de los tirantes de anclaje (fig. 37) para no tener que dar a estos muros espesores excesivos que los hacen demasiado caros.

El espesor normal de estos muros oscila entre 30 y 50 cm.

5.1.- Cálculo Muros Convencionales

Para el cálculo de cualquier Muro de contención de Tierras debemos considerar dos fases diferenciadas :

- 1ª) Cálculo de los Empujes
- 2ª) Dimensionado y comprobaciones

Para los muros convencionales la fase 1ª queda expuesta en el -- apartado 3.4 de este capítulo. Aquí lo que se expone a continuación-- será ver como actúan estos empujes y desarrollar la fase 2ª del cálculo.

El cálculo lo desarrollaremos para los tres casos siguientes:

- Muro de 3 m. (Sección constante)
- Muro de 6 m. (Sección variable)
- Muro de 9 m. (Con contrafuertes)

es decir, que se expondrán los casos principales enumerados en el -- apartado 4.13 en los criterios de diseño.

5.1.1. - Muro de 3 m. (Sección Constante) (Ejemplo 1)

Supongamos un terreno de las características siguientes:

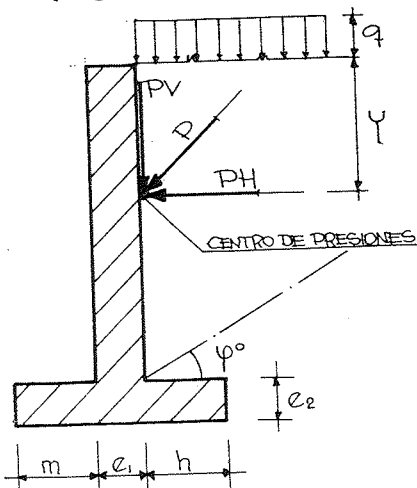


fig.38

$$\beta = 0 \text{ Talud del Terreno}$$

$$h = 3\text{m. altura}$$

$$\gamma = 2,1 \text{ T/m}^3. \text{ P.e. Tierras}$$

$$\varphi = 20^\circ \text{ ángulo de rozamiento terreno}$$

$$\sigma_{\text{atm.}} = 1,5 \text{ Kg./cm}^2. \text{ Tensión admisible.}$$

$$q = 0,5 \text{ T/m}^2. \text{ Sobrecarga de uso}$$

$$\alpha = 90^\circ (\cotg = 0) \text{ inclinación del muro}$$

$$\delta = \frac{2}{3} \varphi \text{ (Rozamiento Terreno Muro)}$$

Los datos anteriores referentes al muro deben de proceder a ser posible de un estudio de terreno y el resto de ellos de condicionantes de diseño del muro.

4 Para el cálculo de muros de contención lineales y convencionales se considera para el estudio un tramo de un metro de ancho obteniéndose todos los datos y solicitaciones que siguen a continuación de acuerdo con esta hipótesis.

Al construirse el muro se dispondrá el mismo armado a todo lo largo mientras no varíe la altura y los demás condicionantes de cálculo.

a) Solicitaciones

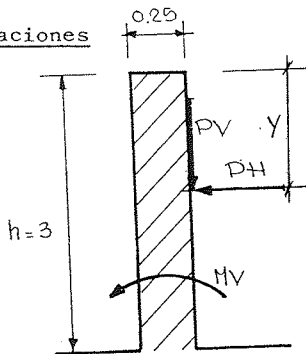


fig. 39  
PARAMENTO

Suponiendo una anchura de 0,25 y según las fórmulas del apartado 3.4, los valores de las solicitaciones :

$$P_H = \left( \gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_H$$

$$P_V = \left( \gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_V$$

$$y = h \frac{2\gamma h + 3q}{3\gamma h + 6q}$$

Buscando  $\lambda_H$  y  $\lambda_V$  en la tabla 10 y para  $\varphi = 20^\circ$   $\delta = 13,920$ ,  $\beta = 0$  y  $\text{Cotg. } \alpha = 0$ . obtenemos  $\lambda_H = 0,42$  y  $\lambda_V = 0,1$  valores que sustituidos en las fórmulas anteriores nos dan:

$$P_H = \left( 2,1 \times \frac{3^2}{2} + 0,5 \times 3 \right) 0,42 = 4,6 \text{ T (Empuje Activo Horizontal)}$$

$$P_V = \left( 2,1 \times \frac{3^2}{2} + 0,5 \times 3 \right) 0,1 = 1,09 \text{ T (Empuje Activo Vertical)}$$

$$y = 3 \frac{2 \times 2,1 \times 3 + 0,5 \times 3}{3 \times 2,1 \times 3 + 0,5 \times 6} = 1,93 \text{ m. (Punto aplicación)}$$

b) Momento de Vuelco del Paramento

El momento de vuelco  $M_V$  del paramento es el producto del empuje activo horizontal por su distancia a la base del muro y viene expresado en T x m. siendo en este caso,

$$M_V = (h-y) \times P_H = (3 - 1,93) \times 4,6 = 4,92 \text{ T x m.}$$

c) Dimensionado del Paramento

Para el dimensionado de este elemento consideramos que el paramento actúa como un voladizo perfectamente empotrado en la zapata que

lo sostiene.

Supongamos que los materiales utilizados son los siguientes: 95

$f_{ck} = 200 \text{ kg/cm}^2$ . (Resistencia característica del Hormigón Armado)

$f_{ck} = 5.000 \text{ kg/cm}^2$  (Límite elástico del acero de alta resistencia)

$\gamma_p = +$  coef. mayoración solicitaciones = 1,6

$\gamma_c =$  coef. minoración hormigón = 1,5

$\gamma_s =$  coef. minoración acero = 1,15

de acuerdo con estos valores y suponiendo el espesor del paramento de 0,25 m. y recordando el uso de los abacos del capítulo anterior usando unos abacos de  $h = 0,25$  y  $f_{ck} = 200 \text{ kg/cm}^2$  y para  $b = 1$  en el abaco de la izquierda adimensional y entrando con la columna central del mismo con  $M/b$ .

$$\frac{M}{b} = \frac{4,92}{1} = 4,92 \text{ y obtenemos } \frac{A f_y d}{b} = 39 \text{ T y } \frac{A' f_y d}{b} = 0$$

Esta cuantía mecánica la podemos absorber mediante varillas corrugadas independientes o a través de una Malla Electrosoldada.

Vamos a ver cual sería el armado en cada uno de los dos casos.

c/1) Acero corrugado Dado  $f_a = 5.000 \text{ kg/cm}^2$   $\gamma_s = 1,15$  y la fig. 41. La Armadura Principal es  $8 \text{ } \emptyset \text{ } 12 \text{ m.l.}$

Para repartir los esfuerzos es conveniente disponer de una armadura transversal de cuantía mecánica  $1/4$  de la principal como mínimo en este caso  $39/4 \approx 9,75 \text{ T}$  que resulta una Armadura de reparto de  $5 \text{ } \emptyset \text{ } 8 \text{ m.l.}$

c/2) Malla electrosoldada ME50. - Sea una malla electrosoldada de  $f_{ck} 5.000$  según la tabla de la Fig. 42.

Para  $35 \text{ T}$  necesitamos una malla de las siguientes características:

ME 10.30  $\emptyset 11, 9,5$  expresión que significa.

Malla electrosoldada con barras principales de  $\emptyset 11$  cada 10 cm y barras de reparto  $\emptyset 9,5$  cada 30 cm. La colocación se hará de modo que las barras de  $\emptyset 10$  queden verticales por ser la armadura principal.

d) Dimensionado de la zapata

El dimensionado de la zapata de un muro es un caso análogo al Ejemplo 4 del Capítulo anterior puesto que tenemos carga vertical



SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

ACEROS DE DUREZA NATURAL

$$f_{yk} \approx 5.000 \text{ kp/cm}^2$$

$$\text{HORMIGON: } f_{ck} = 200 \text{ kp/cm}^2$$

(Entrese con M sin mayorar)

$$\text{Seguridad adoptada: } \gamma_c = 1,5; \gamma_s = 1,6$$

$$\text{Unidades: } 1 \text{ t} \approx 10 \text{ kN}; 1 \text{ kp/cm}^2 \approx 0,1 \text{ N/mm}^2$$

$$h = 0,25 \text{ m.}$$

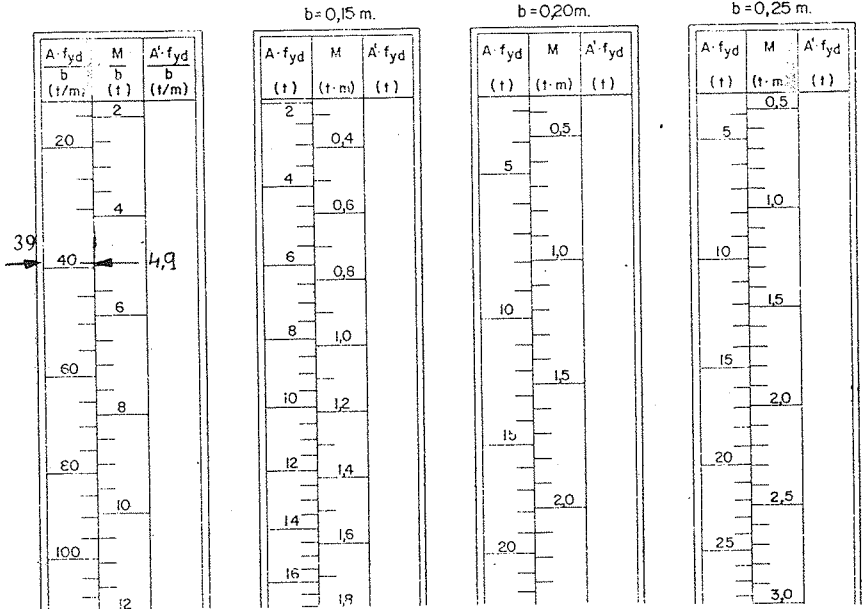
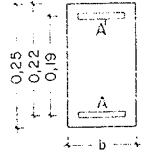


Fig. 40

$U = A' \cdot f_{yk}$   
CAPACIDAD MECANICA EN TONELADAS

$$f_{yk} \text{ (kp/cm}^2\text{)} \\ = 5.000$$

Diámetro $\varnothing$ (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,85	1,71	2,56	3,41	4,27	5,12	5,98	6,83	7,68	8,54
6	1,23	2,46	3,69	4,92	6,15	7,38	8,61	9,83	11,06	12,29
8	2,19	4,37	6,56	8,74	10,91	13,11	15,30	17,48	19,67	21,85
10	3,41	6,83	10,24	13,66	17,07	20,49	23,90	27,32	30,73	34,15
12	4,92	9,83	14,75	19,67	24,59	29,50	34,42	39,34	44,26	49,17
14	6,69	13,39	20,08	26,77	33,46	40,16	46,85	53,54	60,24	66,93
16	8,74	17,48	26,23	34,97	43,71	52,45	61,19	69,93	78,68	87,42
20	13,66	27,32	40,98	54,64	68,30	81,95	95,61	109,27	122,93	136,59
25	21,34	42,68	64,03	85,37	106,71	128,05	149,40	170,74	192,08	213,42
32	34,97	69,93	104,90	139,87	174,84	209,80	244,77	279,74	314,71	349,67
40	54,64	109,27	163,91	218,55	273,18	327,82	382,46	437,09	491,73	546,37

Trabajo a tracción.—Calculada con  $\gamma_s = 1,15$ .

Fig. 41

T I P O	SECCION DE ACERO		Barras Long. Gx Kg/m <sup>2</sup>	P E S O		N O M I N A L		Rollo de 50x2,13m Kg	CAPACIDAD MECANICA	
	Barras Long. A cm <sup>2</sup> /m	Barras transv. At cm <sup>2</sup> /m		Barras transv. Kg/m <sup>2</sup>	mallozo Kg/m <sup>2</sup>	Tempdo de 6x2,15 m Kg	Barras Long. U Tm/m		Barras transv. U Tm/m	
At = A/4										
10.30 Ø 3 .218	0,71	0,21	0,56	0,16	0,72	9,288	77,400	3,227	0,954	
15.30 Ø 5'5.4	1,59	0,42	1,25	0,33	1,58	20,382		7,227	1,909	
15.30 Ø 6 .415	1,89	0,53	1,48	0,42	1,90	24,510		8,590	2,409	
15.30 Ø 6'5.415	2,21	0,53	1,73	0,42	2,15	27,735		10,044	2,409	
15.30 Ø 7 .5	2,57	0,65	2,01	0,51	2,52	32,508		11,681	2,954	
15.30 Ø 7'5.515	2,95	0,79	2,31	0,62	2,93	37,797		13,408	3,591	
15.30 Ø 8 .6	3,36	0,94	2,63	0,74	3,37	43,473		15,271	4,272	
15.30 Ø 8'5.6	3,78	0,94	2,97	0,74	3,71	47,859		17,180	4,272	
15.30 Ø 9 .615	4,24	1,11	3,33	0,87	4,20	54,180		19,271	5,045	
15.30 Ø 9'5.7	4,73	1,28	3,71	1,01	4,72	60,888		21,498	5,818	
15.30 Ø 10 .7	5,23	1,28	4,12	1,01	5,13	66,177		23,770	5,818	
10.30 Ø 8'5.715	5,67	1,47	4,45	1,16	5,61	72,369		25,770	6,681	
15.30 Ø 11 .8	6,33	1,67	4,97	1,32	6,29	81,141		28,770	7,590	
10.30 Ø 9'5.815	7,09	1,89	5,56	1,48	7,04	90,816		32,224	8,590	
15.30 Ø 12 .815	7,54	1,89	5,92	1,48	7,40	95,460		34,269	8,590	
10.30 Ø 10 .815	7,35	1,89	6,17	1,48	7,65	98,085		35,678	8,590	
10.30 Ø 11 .915	9,50	2,36	7,46	1,85	9,31	120,099		43,178	10,726	
10.30 Ø 12 .10	11,31	2,62	8,88	2,05	10,93	140,997		51,404	11,908	

Fig. 42

En primer lugar para usar dichos abacos, Fig. 45 debemos reducir el conjunto de fuerzas a un sistema resultante equivalente. Este sistema por estar en plano tendrá tres incógnitas como máximo.

$R_v$  = Resultante vertical

$R_H$  = Resultante horizontal

$M_R$  = Momento resultante

Para hallar estos valores debemos determinar las dimensiones de la zapata. Y para ello es preciso suponer un predimensionado (Fig. 43)

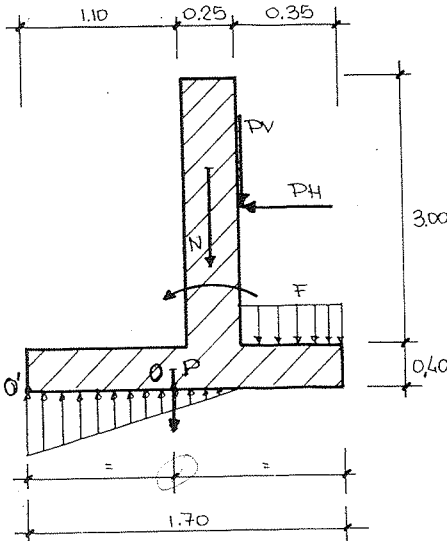


fig. 43

Se considera 0,5 la sobrecarga aplicada pues  $P_H$  y  $P_v$  son asimismo obtenidas con ella incluida.

Resultando:

$$R_v = P + N + P_v + F = \underline{6,9 \text{ T}} \quad (\text{Resultante fuerzas horizontales})$$

$$M_R = N \times (0,85 - 0,475) + P_v (0,5) + F (0,85 - 0,175) - R_H \times (3,4 - 1,93) = 2,82 - 6,76 = \underline{- 3,93 \text{ T x m.}}$$

A partir de estos tres valores deberemos realizar las comprobaciones como en el Ejemplo 4 del capítulo de cimentaciones buscando el vuelco, deslizamiento, tensión del terreno, dimensionado y comprobación del cortante.

Busquemos el sistema resultante respecto al punto O (centro de la base de la zapata).

Siendo:

$N$  = Peso propio del Muro =

$$0,25 \times 3 \times 1 \times 2,4 = \underline{1,8 \text{ T}}$$

Siendo 2,4 la densidad del hormigón armado.

$P$  = Peso zapata =  $0,4 \times 1,7 \times 1 \times 2,4 = \underline{1,63 \text{ T}}$

$F$  = Peso tierras sobre talón =  $0,35 (3 \times 2,14 + 0,5) = \underline{2,38 \text{ T}}$

$$P_H = 4,6 \text{ T}$$

$$P_v = 1,09 \text{ T}$$

e) Vuelco

El vuelco se toma respecto al punto extremo de la zapata ósea 99

$$R_v \frac{A}{2} \geq M_R \gamma_1$$

$\gamma_1 = 1,5$  coeficiente de seguridad

Se debe de cumplir :

$$(N + P + P_v + F) \frac{A}{2} \geq (M_R) \gamma_1$$

Sustituyendo:

$$(1,8 + 1,63 + 1,09 + 2,38) \frac{1,7}{2} \geq 3,93 \times 1,5$$

$$6,9 \times 0,85 \geq 5,89$$

Luego no es previsible vuelco.

$$5,86 \geq 5,89$$

f) Deslizamiento

Se debe comprobar

$$(N + P + P_v + F) \times \varphi_R \geq \gamma_1 P_H$$

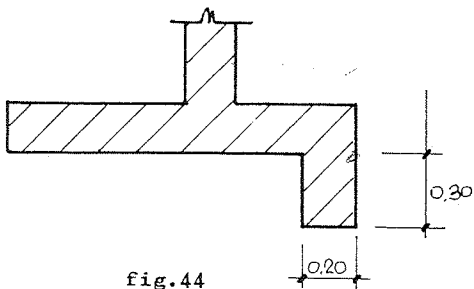
$\varphi_R =$  co el rozamiento tierra hormigón  $\approx 0,6$

$$6,9 \times 0,6 \geq 1,5 \times 4,6$$

$$4,14 \not\geq 6,9$$

Luego es posible un deslizamiento.

Para impedir e n lo posible este fenómeno es conveniente colocar un talón de una altura 1/10 del paramento fig. 44.



En caso que el muro se halle unido a otros elementos constructivos (solera, riostra, etc.) no preciso calcular el deslizamiento, pues estos elementos impedirán el movimiento horizontal de la base del muro.

g) Tensión del terreno

De acuerdo con

$$R_H = 4,6$$

$$R_v = 6,9$$

$$M_R = - 3,93$$

y las dimensiones de la zapata, hallamos la excentricidad del esfuerzo sobre ésta:

$$e = \frac{M_R}{R_v} = \frac{3,93}{6,9} = 0,57$$

veamos cual es la excentricidad relativa.

ZAPATAS RECTANGULARES RIGIDAS CON CARGA BIEXCENTRICA  
COMPROBACION DE TENSIONES DEL TERRENO

ZONAS A - B - C  
TENSIONES BAJO ESQUINAS:

$$\sigma_1 = \frac{N+P}{\lambda_1 ab} \pm \frac{4}{3} \sigma_{adm}$$

$$\sigma_2 = \lambda_2 \sigma_1 \text{ (flectio)}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \alpha + \cos \alpha}$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\cos \alpha}{\text{sen } \alpha + \cos \alpha}$$

Información adicional

ZONA D  
TENSION EN PUNTO INTERNO 5:

$$\sigma_5 = \frac{N+P}{\lambda_5 ab} + C_{adm}$$

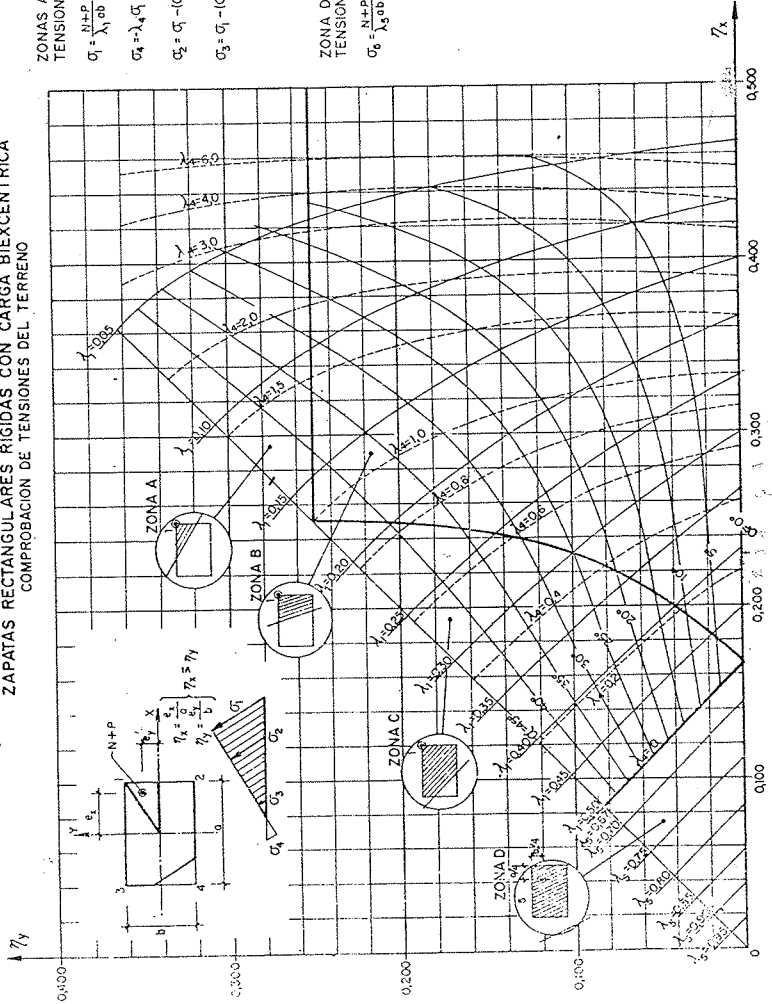


Fig. 45

$$\eta_x = \frac{e}{a} = \frac{0,57}{1,7} = 0,335$$

Buscamos el valor de  $\lambda_1$  en tabla Fig. 45 a partir de  $\eta_x = 0,335$  obteniéndose  $\lambda_1 = 0,24$  y sustituyendo en la fórmula de la zona B.

Que determina una tensión de:

$$\sigma_1 = \frac{R_v}{\lambda_1 a \times l} \leq \frac{4}{3} \quad \sigma_{adm} = 1,33 \times 15 = 19,9 \text{ T/m}^2.$$

$$\sigma_1 = \frac{6,9}{0,24 \times 1,7 \times 1} = 16,9 \leq 19,9 \text{ T/m}^2 \text{ (Máxima admisible)}$$

luego la falta del terreno no sobrepasa la admisible.

#### b) Dimensionado de Zapata

El vuelo máximo de la zapata es de 1,10 m. luego debemos de hallar el momento que soporta esta parte de la misma.

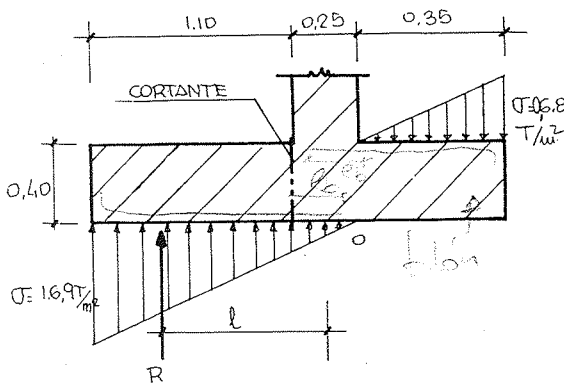


fig.46

a la máxima admisible por el terreno, es decir en este caso 15 T/m<sup>2</sup> y a partir de este valor podemos hacer el cálculo por el mismo método que en una zapata simple.

En este caso el valor del momento es:

$$M = q \frac{l^2}{2} = \sigma \frac{l^2}{2} = 15 \times \frac{1,1^2}{2} = 9,07 \text{ T x m.}$$

Considerando los mismos materiales que para el paramento y una altura de la zapata de 0,4 m. según el Predimensionado establecido.

Según la tabla Fig. 47 para  $b = 1$  vemos :

$$\frac{M}{b} = 9,07 \text{ T x m. que representa una cuantía mecánica de}$$

$$\frac{A_{fyd}}{b} = 42 \text{ T que según la tabla Fig. 48}$$

resultan  $9 \text{ } \emptyset \text{ } 12 \text{ ml.}$   $f_{yk} = 5.000 \text{ kg/cm}^2$

y de reparto  $5 \text{ } \emptyset \text{ } 8 \text{ ml.}$   $(f_{yd}/3) = 42/3 = 14$

Por lo que respecta al talón se puede armar para un momento de,

$$M = \frac{15 \times 0,35^2}{2} = 0,92 \text{ T x m que según la Fig. 47 resulta la cuantía mínima es decir:}$$

$A_{fyd} = 18 \text{ T}$  que son según la tabla 48 se obtienen:

$$6 \text{ } \emptyset \text{ } 10 \text{ ml.} \quad f_{yk} = 5.000 \text{ kg/cm}^2.$$

siendo el reparto  $4 \text{ } \emptyset \text{ } 8 \text{ ml.}$

### i) Cortante

El cortante se comprobará para la sección indicada en la Fig. 46 por ser la más crítica de la zapata por ser su lado mayor y debemos ver si se cumple la desigualdad indicada para el caso de las zapatas.

$$R \times \gamma_q \leq f_{vd} \times h \times l$$

$$f_{vd} = 0,5 \sqrt{\frac{f_{ck}}{\gamma_c}} = 0,5 \sqrt{\frac{200}{1,5}} = 5,7 \text{ kg/cm}^2 = 57 \text{ T/m}^2.$$

siendo:

$$\gamma_q = \text{coeficiente de mayoración de cargas. } = 1,6$$

$f_{vd}$  = resistencia a cortante del hormigón .

$f_{ck}$  = resistencia característica del hormigón a compresión.

$$R = \text{valor del cortante} = \sigma_s = 15 \times 1,1 \times 1 = 16,5 \text{ T.}$$

sustituyendo:

$$16,5 \times 1,6 \leq 57 \times 0,4$$

$$26,4 \leq 22,8$$

luego el cortante que resiste la sección de 0,4 es inferior al que se precisa, luego debido al cortante sería aconsejable aumentar la

sección a 0,5 o disponer de armaduras suplementarias para absorber dicha diferencia.

j) Disposición de las Armaduras

De acuerdo con los cálculos realizados el armado es como se indica en la Fig. 49 debiéndose proveer un recubrimiento de 5 cm. para prevenir la corrosión de las armaduras.

SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

(Entrese con M sin mayorar)

Seguridad adoptada:  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_f = 1,6$   
Unidades: 1t = 10 kN; 1kp/cm<sup>2</sup> = 0,1 N/mm<sup>2</sup>

ACEROS DE DUREZA NATURAL

$f_{yk} \approx 5.000$  kp/cm<sup>2</sup>

HORMIGON:  $f_{ck} = 200$  kp/cm<sup>2</sup>

h = 0,40 m.

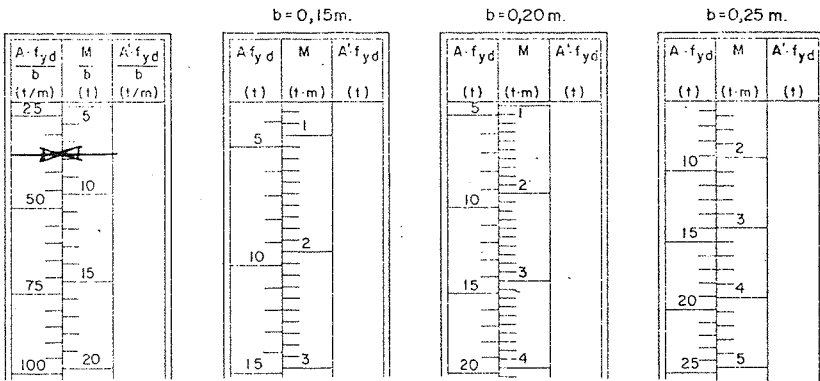
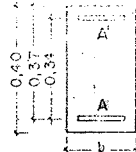


Fig. 47

$U = A \cdot f_u$   
CAPACIDAD MECANICA EN TONELADAS

$f_u$  (kp/cm<sup>2</sup>)  
= 5.000

Diámetro $\varnothing$ (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,85	1,71	2,56	3,41	4,27	5,12	5,98	6,83	7,68	8,54
6	1,23	2,46	3,69	4,92	6,15	7,38	8,61	9,83	11,06	12,29
8	2,19	4,37	6,56	8,74	10,93	13,11	15,30	17,48	19,67	21,85
10	3,41	6,83	10,24	13,66	17,07	20,49	23,90	27,32	30,73	34,15
12	4,92	9,83	14,75	19,67	24,59	29,50	34,42	39,34	44,26	49,17
14	6,69	13,39	20,08	26,77	33,46	40,16	46,85	53,54	60,24	66,93
16	8,74	17,48	26,23	34,97	43,71	52,45	61,19	69,93	78,68	87,42
20	13,66	27,32	40,98	54,64	68,30	81,95	95,61	109,27	122,93	136,59
25	21,74	42,68	64,03	85,37	106,71	128,05	149,40	170,74	192,08	213,42
32	34,97	69,93	104,90	139,87	174,84	209,80	244,77	279,74	314,71	349,67
40	54,64	109,27	163,91	218,55	273,18	327,82	382,46	437,09	491,73	546,37

Trabajo a tracción.—Calculada con  $\gamma_s = 1,15$ .

Fig. 48



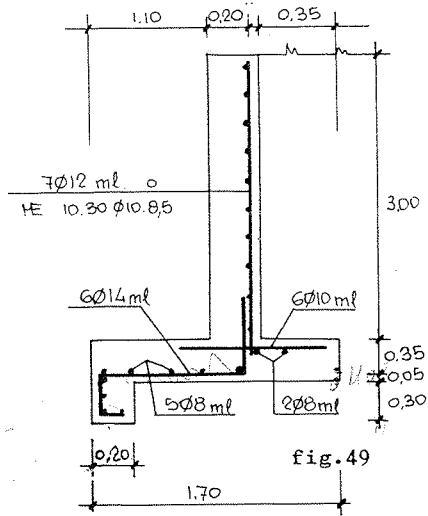


fig. 49

5.1.2. - Muro de 6 m. (Sección variable).Ejemplo 2

Supongamos un terreno arenoso de las siguientes características:

- altura  $h = 6 \text{ m.}$
- Pe. terreno  $\gamma = 2 \text{ T/m}^3$
- ángulo de rozamiento  $\varphi = 30^\circ$
- $\gamma_{adm} = 2,0 \text{ kg/cm}^2$
- cohesión  $q = 0$
- inclinación del muro  $\alpha = 90^\circ \text{ (Cotg.} = 0)$
- rozamiento terreno  $\delta = \frac{2}{3} \varphi$
- ángulo del terreno  $\beta = 10^\circ$

a) Solicitaciones

Si consideramos el esfuerzo del muro en la base de acuerdo con la altura total y construimos el muro en toda su altura para este valor se habrá malgastado materiales y con costes demasiado altos.

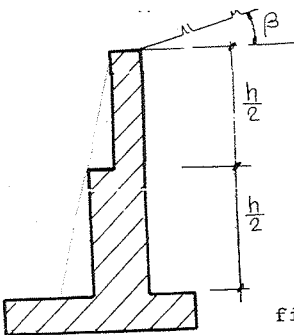


fig. 50

Para esta altura un diseño más adecuado es el indicado en la Fig. 50 reduciendo hacia la mitad de la altura la sección del paramento de acuerdo con las solicitaciones.

El retranqueo podrá ser hacia el interior o exterior independientemente.

Iniciemos el cálculo hallando los valores de las dos alturas  $h = 3 \text{ m.}$  y  $6 \text{ m.}$

Fig. 50.  
 $P_H, P_y$  e para  $h = 3 \text{ m.}$  (Parte superior del muro)

$$P_{u2} = \left( \gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_{..} = \left( 2 \times \frac{3^2}{2} + 0 \times 3 \right) 0,32 = 2,88 \text{ T.}$$

$$P_{V3} = \left( \gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_v = \left( 2 \times \frac{3^2}{2} + 0 \times 3 \right) 0,12 = 1,08 \text{ T} \quad 105$$

$$y = h \times \frac{2}{3} = 2 \text{ m.} \quad (\gamma = 0)$$

h = 6 m. (Tramo inferior)

$$P_{H6} = \left( \gamma \frac{h^2}{2} \right) \lambda_H = 2 \times \frac{6^2}{2} \times 0,32 = 11,52 \text{ T}$$

$$P_{V6} = \gamma \frac{h^2}{2} \lambda_v = 2 \times \frac{6^2}{2} \times 0,12 = 4,32 \text{ T}$$

$$y = h \times \frac{2}{3} = 4 \text{ m.} \quad (\gamma = 0)$$

b) Momento de vuelco. Paramento

h = 3 m.

$$M_{v3} = (h - y) P_{H3} = (3-2) \times 2,88 = 2,88 \text{ Txm}$$

h = 6 m.

$$M_{v6} = (h - y) P_{H6} = (6-4) \times 11,52 = 23,04 \text{ Txm.}$$

Como puede verse existe una importante diferencia de momento entre las dos alturas.

c) Dimensionado de Paramento

El dimensionado se hará independiente para cada uno de los tramos. Se considera el tramo de 3 m. perfectamente empotrado en el segundo tramo y este de la misma forma a la zapata.

Es conveniente el número de armaduras del paramento en su tramo inferior sea igual o mayor que la superior pues esto permite un soporte adecuado de las armaduras inferiores con las superiores.

Las resistencias características serán en este ejemplo:

$$f_{ck} = 150 \text{ kg/cm}^2.$$

$$f_{yk} = 4.200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_f = 1,6$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

106 h = 3

Supongamos un espesor de 0,3 m. para el primer tramo según fig. 51 para  $b = 1$ .

$\frac{M}{b} = \frac{2,88}{1} = 2,88 \text{ Txm}$  que resulta una cuantía mecánica de  $\frac{Afyd}{b} = 19T$  que es una armadura de  $7 \text{ } \emptyset \text{ } 10 \text{ ml.}$  y un reparto de  $4 \text{ } \emptyset \text{ } 8 \text{ ml.}$  según la tabla de la fig. 52.

h = 6

Supongamos un espesor de 0,6 m. para el segundo tramo según fig. 53 para  $b = 1$

$\frac{M}{b} = \frac{23}{1} = 23 \text{ Txm.}$  que representa una cuantía Mecánica de  $\frac{Afyd}{b} = 72$  viendo la tabla fig. 52 se obtiene una armadura principal de  $7 \text{ } \emptyset \text{ } 20 \text{ ml}$  y un reparto de  $5 \text{ } \emptyset \text{ } 12 \text{ ml.}$

Como es evidente esta diferencia tan acusada de armadura a la altura de 3 m. no es lógica pues el momento aumenta de forma progresiva. Si se desea ajustar más el diseño se puede hacer un tercer cálculo para  $h =$  que nos daría nuevos valores para dimensional armaduras menos importantes en la zona de 3 a 4,5 m.

#### d) Dimensiones de la Zapata

Para el resto del cálculo solo se tendrá en cuenta los valores de los empujes para la base del muro ( $h = 6 \text{ m.}$ ) y se procederá de igual modo que en el ejemplo anterior.

Supongamos unas dimensiones de la zapata como la fig. 54.

Observemos que en el diseño de la zapata se ha introducido una pendiente en la parte delantera de la misma que tiene objeto de impedir el deslizamiento.

Si existe gran deslizamiento sigue siendo más conveniente el talón.

Búsquemos según este diseño el sistema equivalente (respecto a O) (centro de la zapata) siendo:

SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

ACEROS DE DUREZA NATURAL

$$f_{yk} \approx 5.000 \text{ kp/cm}^2$$

HORMIGON:  $f_{ck} = 150 \text{ kp/cm}^2$

(Entrese con M sin mayorar)

Seguridad adoptada:  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_f = 1,6$

Unidades:  $1 \text{ t} \approx 10 \text{ kN}$ ;  $1 \text{ kp/cm}^2 \approx 0,1 \text{ N/mm}^2$

$h = 0,30 \text{ m}$ .

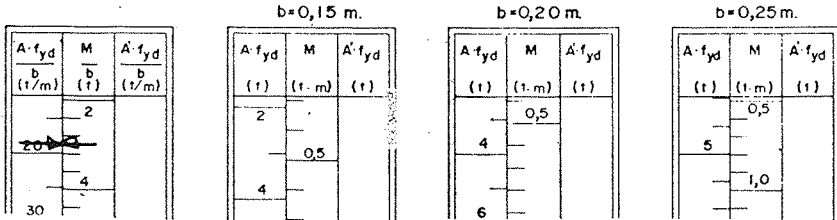
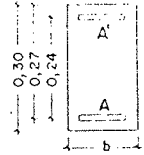


Fig. 51

$U = A \cdot f_{yd}$ ;  $U' = A' \cdot f_{yd}$   
CAPACIDAD MECANICA EN TONELADAS

$f_{yd}$  (kp/cm<sup>2</sup>)  
= 4.200

Diámetro Ø (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,72	1,43	2,15	2,87	3,59	4,30	5,02	5,74	6,45	7,17
6	1,03	2,07	3,10	4,13	5,16	6,20	7,23	8,26	9,29	10,33
8	1,84	3,67	5,51	7,34	9,18	11,01	12,85	14,69	16,52	18,36
10	2,87	5,74	8,61	11,47	14,34	17,21	20,08	22,95	25,82	28,68
12	4,13	8,26	12,39	16,52	20,65	24,78	28,91	33,04	37,17	41,31
14	5,62	11,24	16,87	22,49	28,11	33,73	39,35	44,98	50,60	56,22
16	7,34	14,69	22,03	29,37	36,72	44,06	51,40	58,75	66,09	73,43
20	11,47	22,95	34,42	45,89	57,37	68,84	80,32	91,79	103,26	114,74
25	17,93	35,86	53,78	71,71	89,64	107,57	125,49	143,42	161,35	179,28
32	29,37	58,75	88,12	117,49	146,86	176,24	205,61	234,98	264,35	293,73
40	45,89	91,79	137,68	183,58	229,47	275,37	321,26	367,16	413,05	458,95

Fig. 52

Trabajo a tracción o compresión. - Calculada con  $\gamma_s = 1,15$ .

SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

ACEROS DE DUREZA NATURAL

$$f_{yk} \approx 5.000 \text{ kp/cm}^2$$

HORMIGON:  $f_{ck} = 150 \text{ kp/cm}^2$

(Entrese con M sin mayorar)

Seguridad adoptada:  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_f = 1,6$

Unidades:  $1 \text{ t} \approx 10 \text{ kN}$ ;  $1 \text{ kp/cm}^2 \approx 0,1 \text{ N/mm}^2$

$h = 0,60 \text{ m}$ .

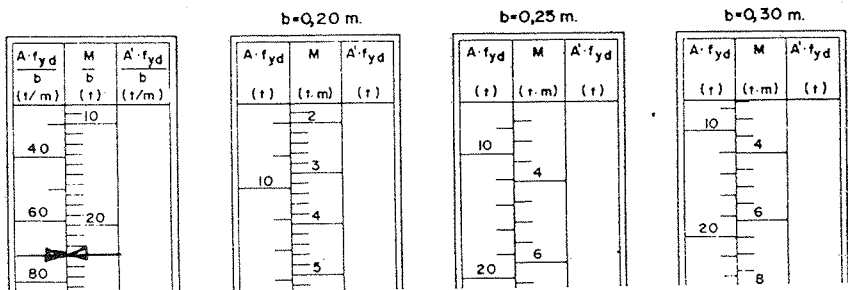
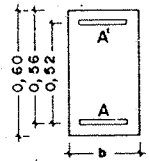


Fig. 53

$$N_1 = \text{Peso muro parte superior} = 0,3 \times 3 \times 2,4 \times 1 = 2,16 \text{ T}$$

$$N_2 = \text{Peso muro parte inferior} = 0,6 \times 3 \times 2,4 \times 1 = 4,32 \text{ T}$$

$$P = \text{Peso zapata} = 0,8 \times 2,8 \times 2,4 \times 1 = 5,37 \text{ T (No descontamos el peso de la cuña)}$$

$$F = \text{Peso tierras sobre el talón} = 0,8 \times 2 \times 6 \times 1 = 9,6 \text{ T}$$

$$P_H = 11,52 \text{ T} \quad ; \quad P_V = 4,32 \text{ T}$$

$$R_V = N_1 + N_2 + P + F + P_V = \boxed{25,77}$$

$$R_H = P_H = \boxed{11,52 \text{ T}}$$

$$M_R = N_1 \times 0,45 + N_2 \times 0,30 + 9,6 \times 1,0 + 4,32 \times 0,6 - 11,52 \times 2,8 =$$

$$= 14,46 - 32,25 = \boxed{-17,79 \text{ T x m.}}$$

Veamos ahora si cumple con las condiciones de Vuelco, Deslizamiento, Tensión Terreno, etc.

#### e) Vuelco

Se debe cumplir

$$(N_1 + N_2 + P + F + P_V) \frac{A}{2} \geq M_R \gamma_1$$

Sustituyendo

$$25,77 \times \frac{2,8}{2} \geq 17,85 \times 1,5$$

$$\boxed{36,08 \geq 26,77}$$

luego no habrá vuelco con este diseño.

#### f) Deslizamiento

Veamos si cumple la desigualdad

$$(N_1 + N_2 + P + F + P_V) \varphi_R \geq \gamma_1 P_H$$

o sea

$$25,77 \times 0,6 = 1,5 \times 11,52$$

$$15,46 \neq 17,20$$

No cumple. Pero como vemos que la diferencia no es excesiva podrá ser neutralizada mediante la cuña de la base de la zapata, que debido a su forma obligaría a la zapata al iniciar el deslizamiento a levantarse sobre el plano de la cuña lo que frenaría este movimiento.

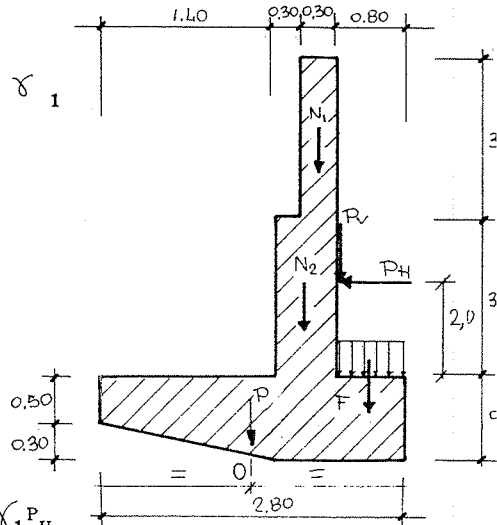


fig. 54

Partiendo del sistema resultante de fuerzas y según la fig 54 buscamos con ayuda de la tabla fig. 45 el valor de la Tensión del terreno.

La Excentricidad absoluta es  $e = \frac{17,85}{25,77} = 0,69$  m. que respecto al ancho 2,8 m. obtenemos la excentricidad relativa  $\lambda = \frac{0,69}{2,8} = 0,246$  según la tabla mencionada es zona B y  $\lambda_1 = 0,37$ .

Sustituyendo en la formula de la tensión para Zona B

$$\sigma_1 = \frac{R_v}{\lambda_1 \times A \times 1} \leq \frac{4}{3} \sigma = 26,66 \text{ T/m}^2.$$

$$\sigma_1 = \frac{25,77}{0,37 \times 2,8 \times 1} = 24,9 \text{ T/m}^2. \leq 26,66 \text{ T/m}^2.$$

luego no se sobrepasa la fatiga admisible.

#### h) Dimensionado

Se deben de dimensionar cada uno de los lados de la zapata independientemente.

##### h.1) Vuelo anterior

Para el dimensionado no debe de tenerse en cuenta la pendiente de esta parte de la zapata pues no influye en los cálculos.

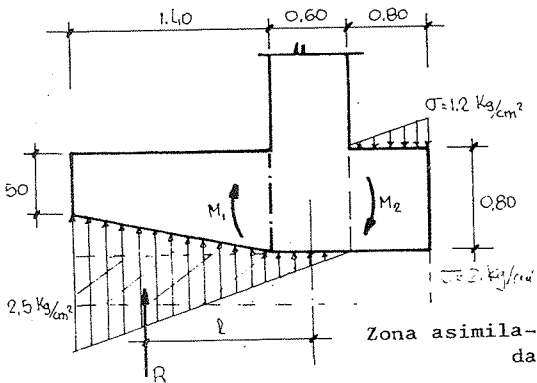


fig. 55

El reparto de tensiones bajo la zapata vemos en la Fig. 55 que es triangular por ser el caso B de la tabla Fig. 45 pero la asimilamos a una rectangular de valor 20 T/m<sup>2</sup>. Siendo el momento flector:

$$M_1 = \sigma \frac{l^2}{2} = 20 \times \frac{1,4^2}{2} = 19,6 \text{ T}$$

110 Las características de los materiales son las indicadas para el paramento y de acuerdo con las tablas fig. 56 y 57 procedemos al cálculo de las armaduras considerando  $b = 1$ .

$$\frac{M}{b} = \frac{19,6}{1} = 19,6 \text{ T x m que prácticamente resulta la cuantía mínima para esta sección y es } \frac{Afyd}{b} = 40 \text{ T que equivale a } \boxed{7 \text{ } \varnothing \text{ 14 ml.}}$$

El reparto como es habitual será del 25% de la cuantía es decir,  $\boxed{6 \text{ } \varnothing \text{ 8 ml.}}$

## h.2. - Vuelo posterior

El talón tiene tendencia a levantarse bajo el efecto del momento de vuelco oponiéndose a éste movimiento el peso de las tierras que reposan sobre éste.; luego la presión máxima que se ejercerá sobre éste es la de estas tierras es decir

$$f = 6 \times 2 = 12 \text{ T/m}^2. = 1,2 \text{ Kg/cm}^2.$$

luego el momento que deberá soportar dicho talón es:

$$M_2 = \frac{f \times 0,8^2}{2} = \frac{12 \times 0,8^2}{2} = 3,8 \text{ Txm.}$$

Según las tablas fig. 56 y 57 vemos que el momento es muy bajo respecto a lo que puede soportar el canto de 0,8 m. pero en cualquier caso hemos de colocar la cuantía mínima que es

$$\frac{Afyd}{b} = 32 \text{ T que equivale a } \boxed{6 \text{ } \varnothing \text{ 14 ml.}}$$

en este caso no es preciso el mismo número de barras pues no se debe dar continuidad de estas con el paramento. El reparto puede ser  $\boxed{5 \text{ } \varnothing \text{ 8}}$

## i) Cortante

Según la sección de la fig. 55 debemos comprobar si es suficiente este espesor para absorber el esfuerzo cortante.

$$R \times \gamma_f \leq f_{vd} \times h$$

$$f_{vd} = 0,5 \sqrt{\frac{f_{ck}}{\gamma_c}} = 0,5 \sqrt{\frac{150}{1,5}} = 5 \text{ Kg/cm}^2. = 50 \text{ T/m}^2.$$

SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

(Entrese con M sin mayorar)

Seguridad adoptada:  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_f = 1,6$   
 Unidades: 1 t  $\approx$  10 kN; 1 kp/cm<sup>2</sup>  $\approx$  0,1 N/mm<sup>2</sup>

ACEROS DE DUREZA NATURAL  
 $f_{yk} \approx 5.000 \text{ kp/cm}^2$   
 HORMIGON:  $f_{ck} = 150 \text{ kp/cm}^2$

$h = 0,80 \text{ m.}$

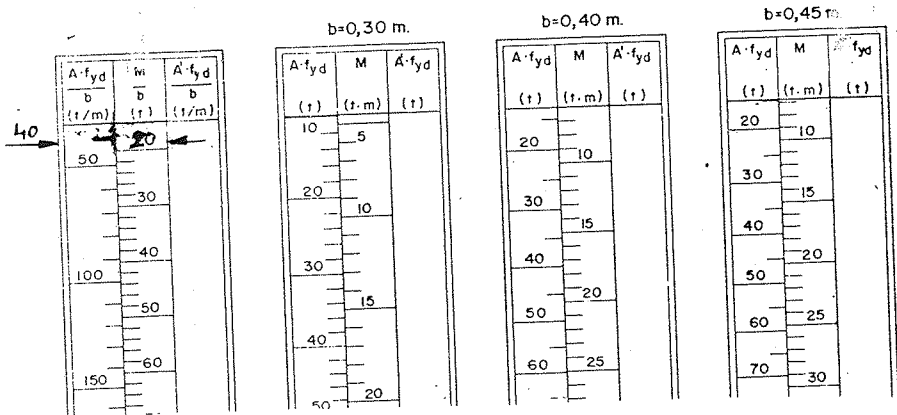
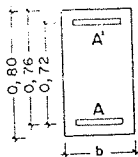


Fig. 56

$U = A \cdot f_{yd}$   $U' = A' \cdot f_{yd}$   
 CAPACIDAD MECANICA EN TONFLADAS

$f_{yk} \text{ (kp/cm}^2\text{)}$   
 $= 4.200$

Diámetro $\varnothing$ (mm)	NUMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,72	1,43	2,15	2,87	3,59	4,30	5,02	5,74	6,45	7,17
6	1,03	2,07	3,10	4,13	5,16	6,20	7,23	8,26	9,29	10,33
8	1,84	3,67	5,51	7,34	9,18	11,01	12,85	14,69	16,52	18,36
10	2,87	5,74	8,61	11,47	14,34	17,21	20,08	22,95	25,82	28,68
12	4,13	8,26	12,39	16,52	20,65	24,78	28,91	33,04	37,17	41,31
14	5,62	11,24	16,87	22,49	28,11	33,73	39,35	44,98	50,60	56,22
16	7,34	14,69	22,03	29,37	36,72	44,06	51,40	58,75	66,09	73,43
20	11,47	22,95	34,42	45,89	57,37	68,84	80,32	91,79	103,26	114,74
25	17,93	35,86	53,78	71,71	89,64	107,57	125,49	143,42	161,35	179,28
32	29,37	58,75	88,12	117,49	146,86	176,24	205,61	234,98	264,35	293,73
40	45,89	91,79	137,68	183,58	229,47	275,37	321,26	367,16	413,05	458,95

Trajo a tracción o compresión. -- Calculada con  $\gamma_s = 1,15$

Fig. 57



$$17,5 \times 1,6 \leq 50 \times 0,8$$

$$28 \leq 40$$

luego no es preciso ningún tipo de armadura adicional para cortante

i) Disposición de las Armaduras

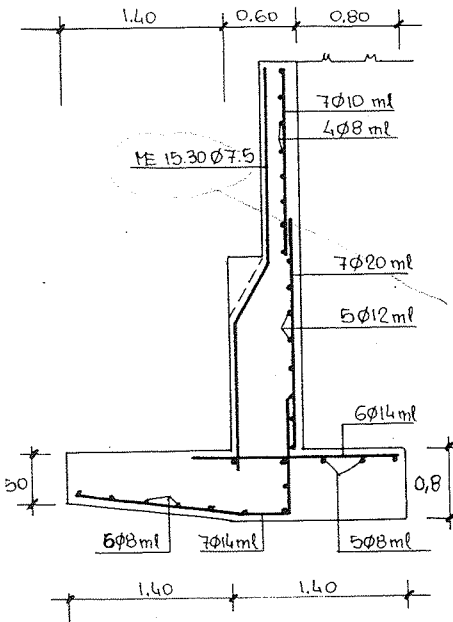


fig.58

Tengáse en cuenta que los solapes se indican en el plano de la sección por razones de representación pero que la práctica se colocará en el plano paralelo al paramento.

Si se desea se puede encofrar oblicuamente la unión de dos tramos como indica la línea de trazos.

Es aconsejable armar la cara exterior media te un mallazo del tipo indicado para evitar la fisuración en la cara exterior por razones de fraguado y variación de temperatura.

5.1.3. - Muro de 9 m. (Contrafuertes). Ejemplo

Sea un terreno constituido por arenas y gravas sueltas con las siguientes características :

- B = 0 *falso del terreno*
- h = 9 m. *altura*
- $\varphi = 30^\circ$  *ángulo de rozamiento*
- $\sigma_{adm} = 2,5 \text{ kg/cm}^2$ .
- fck = 175 kg/cm<sup>2</sup>.

- q = 2 T/m<sup>2</sup>. *Sobrecarga de agua*
- $\gamma = 1,7 \text{ T/m}^3$ . *Peso propio*
- $\alpha = 97,5^\circ$  ( $\cotg. \alpha = -0,13$ ) *rotación del muro*
- $\sigma = \frac{2}{3} \varphi$  *rotación terreno-muro*
- fyk = 5.000 kg/cm<sup>2</sup>.

a) Método de cálculo

Debido a su diseño especial el cálculo de un Muro con contrafuertes completamente es completamente distinto y se basa en los siguientes principios.

Debido a que los esfuerzos que se soportan con estas alturas se procede a construir unos refuerzos de mayor inercia (contrafuertes) colocándoles a distancias iguales entre si (2 a 5 m.) según las necesidades fig. 59

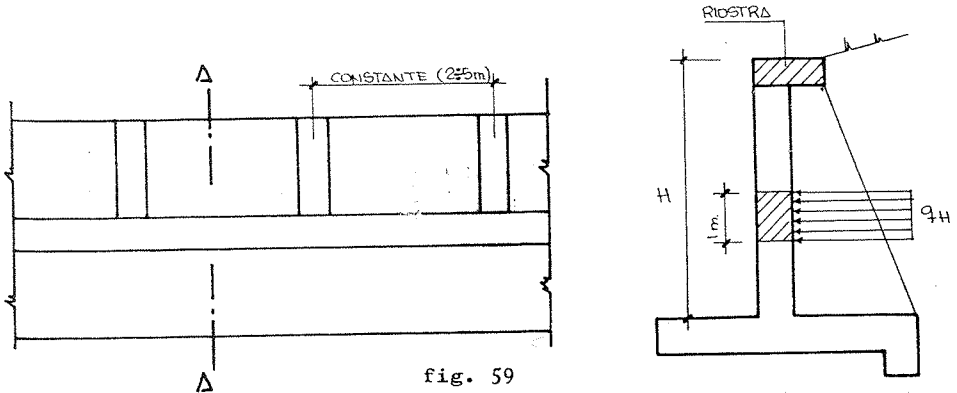


fig. 59

Como es evidente los esfuerzos que deberán soportar los contrafuertes serán proporcionales a la distancia a que se hallen repartidos y concretamente el producto de dicha anchura por el esfuerzo unitario por metro que ya se ha expuesto en los ejemplos 1 y 2.

Respecto al paramento será una losa que se apoyará en los contrafuertes y que se deberá calcular como una viga continua bajo una carga uniformemente repartida de las presiones del terreno.

Como es evidente el hecho que las presiones sean triangulares nos obliga a dividir el dicho paramento en franjas de 1 m. (fig. 59) que tendrán una presión de  $qH$  a transmitir a los contrafuertes.

La última banda de 1 m. por estar unida a la zapata en toda su longitud no será preciso, dimensionarla con  $qH$  sino con  $qH/2$  por considerarse que la zapata absorbe la mitad de dicha carga.

Es conveniente en dichos muros, y también en los de menor altura, el construir en la cabeza del paramento una riostra, fig. 59 que une todos los contrafuertes por su parte superior y da mayor rigidez al conjunto.

Respecto al cálculo de la zapata también es diferente, no en lo que se refiere a las comprobaciones de vuelco, deslizamiento y tensión, sino en lo referente al dimensionado. La losa del cimiento se apoya así

mismo en unos nervios, prolongación de los contrafuertes superiores y su cálculo es semejante al del paramento pero bajo las cargas de la presión del terreno.

### b) Solicitaciones

Supongamos que colocamos los contrafuertes cada 3 m. y busquemos los empujes y su punto de aplicación para este ancho.

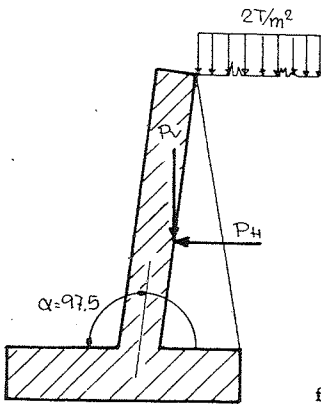


fig. 60

$$P_H = 3 \left( \gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_H$$

$$P_V = 3 \left( \delta \frac{h^2}{2} + qh \right) \lambda_V$$

$$y = h \frac{2\delta h + 3q}{3\delta h + 6q}$$

Buscamos  $\lambda_H$  y  $\lambda_V$  en la tabla fig. 10 y obtenemos interpolando para  $\text{Cotg}\alpha = -0,13$ .

$$\lambda_H = 0,28 - (0,28 - 0,22) \times \frac{0,13}{0,20} = 0,241$$

$$\lambda_V = 0,10 - (0,1 - 0,03) \times \frac{0,13}{0,20} = 0,054$$

luego sustituyendo :

$$P_H = 3 \left( 1,7 \frac{9^2}{2} + 2 \times 9 \right) 0,241 = \boxed{62,8 \text{ T}}$$

$$P_V = 3 \left( 1,7 \frac{9^2}{2} + 2 \times 9 \right) 0,054 = \boxed{14,1 \text{ T}}$$

$$y = 9 \frac{2 \times 1,7 \times 9 + 3 \times 2}{3 \times 1,7 \times 9 + 6 \times 2} = \boxed{5,69 \text{ m.}}$$

Estos valores son los obtenidos para 9 m. pero para el dimensionado adecuado del contrafuerte se precisa su valor en varios puntos del paramento.

Los valores a 7,5 y 3 metros son los utilizados en este caso.

$$\underline{h = 7} \quad P_{H7} = 40,23 \quad ; \quad P_{v7} = 9,01 \quad ; \quad y_7 = 4,38$$

$$\underline{H = 5} \quad P_{H5} = 22,6 \quad ; \quad P_{v5} = 5,06 \quad ; \quad y_5 = 3,07$$

$$\underline{h = 3} \quad P_{H3} = 5,53 \quad ; \quad P_{v3} = 1,21 \quad ; \quad y_3 = 1,8$$

c) Momentos flectores y dimensionado del contrafuerte

Momentos

$$M_{v9} = (9 - 5,69) \quad 62,8 = 207,8 \quad \text{Txm}$$

$$M_{v7} = (7 - 4,38) \quad 40,23 = 105,7 \quad \text{Txm}$$

$$M_{v5} = (5 - 3,07) \quad 22,6 = 43,7 \quad \text{Txm}$$

$$M_{v3} = (3 - 1,8) \quad 5,53 = 6,63 \quad \text{Txm}$$

Para el dimensionado (fig.61) se tienen en cuenta los distintos momentos flectores a lo largo del contrafuerte.

Consideramos como materiales

$$f_{yk} = 5.000 \text{ kg/cm}^2.$$

$$f_{ck} = 175 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$\gamma_f = 1,6 \quad ; \quad \gamma_c = 1,5 \quad ; \quad \gamma_s = 1,15$$

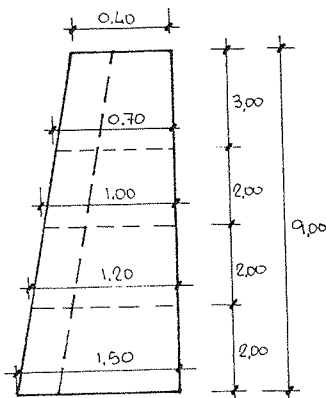


fig. 61

Como vemos el canto (altura de la sección del contrafuerte se va reduciendo al alejarse de la base.

Para el dimensionado se ha considerado un ancho constante para toda la altura, 0,40 m. para este caso.

h	Momento	Sección	Cantidad Mecanica	Armaduras
3	8,63 Txm	0,7 x 0,40	20, T	4 $\phi$ 14
5	43,7 Txm	1,00 x 0,40	84 T	4 $\phi$ 25
7	105,7 Txm	1,20 x 0,40	196 T	9 $\phi$ 25
9	207,8 Txm	1,50 x 0,40	308 T	15 $\phi$ 25

Respecto a la disposición de estas armaduras principales y a las secundarias correspondientes se indicara en el último apartado.

#### Cargas y dimensionado del Paramento

Como se ha expuesto se debe de buscar la presión por m<sup>2</sup>. a las -- distintas profundidades (Fig. 62), las alturas son en este caso 2, 4, 6 y 8 m. siendo  $P_H = (\gamma h + q) \lambda_H$

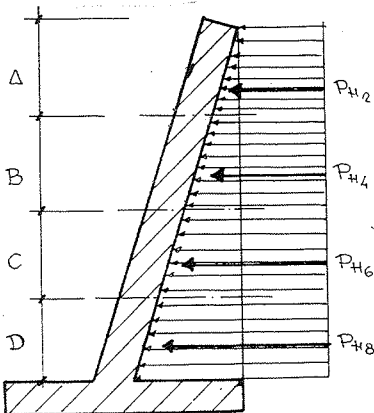


fig. 62

$$\underline{h = 2} \quad (A) \quad p_{H_2} = (1,7 \times 2 + 2) 0,241 = 1,3 \text{ T/m}^2.$$

$$\underline{h = 4} \quad (B) \quad p_{H_4} = (1,7 \times 4 + 2) 0,241 = 2,12 \text{ T/m}^2.$$

$$\underline{h = 6} \quad (C) \quad p_{H_6} = (1,7 \times 6 + 2) 0,241 = 2,94 \text{ T/m}^2.$$

$$\underline{h = 8} \quad (D) \quad p_{H_8} = (1,7 \times 8 + 2) 0,241 = 3,76 \text{ T/m}^2.$$

El cálculo de la armadura se hace como una viga (placa) continua apoya-

da en los contrafuertes y de acuerdo con los momentos de una viga de estas características.

Los momentos a considerar serán según el gráfico fig. 63 que representa los momentos de una viga continua bajo carga repartida.

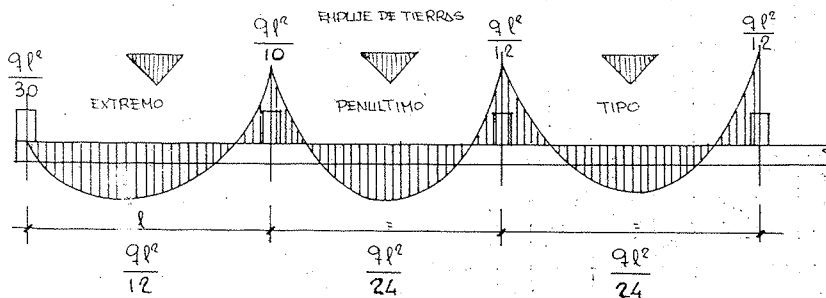


fig. 63

Vemos que según el número de tramos el momento es distinto.

Vamos a ver cual es el armado para el tramo tipo.

$$\text{Momento en el vano} = \frac{q l^2}{24} = \frac{p H l^2}{24}$$

$$\text{Momento en el contrafuerte} = \frac{q l^2}{12} = \frac{p H l^2}{12}$$

Tabla de los momentos para las distintas alturas por metro lineal.

	$l=3$	$qH_2=1,3T/ml$	$qH_4=2,12T/ml$	$qH_6=2,94T/ml$	$qH_8=3,76T/ml$
ALTURA		2	4	6	8
APOYO	$q l^2/12$	1 Txm	1,6 Txm.	2,2 Txm	2,8 Txm.
VANO	$q l^2/24$	0,5Txm	0,8 Txm.	1,1 Txm	1,4 Txm

Para el dimensionado buscaremos el espesor más adecuado con las sollicitaciones; como los momentos son moderados el espesor podrá variar de 0,15 a 0,20 m. según altura.

De acuerdo con las fig. 64 y 48 tabla de losas y de armaduras.

CALCULO DE LOSAS SOMETIDAS A FLEXION  
 METODO EN ROTURA DE LA PARABOLA-RECTANGULO

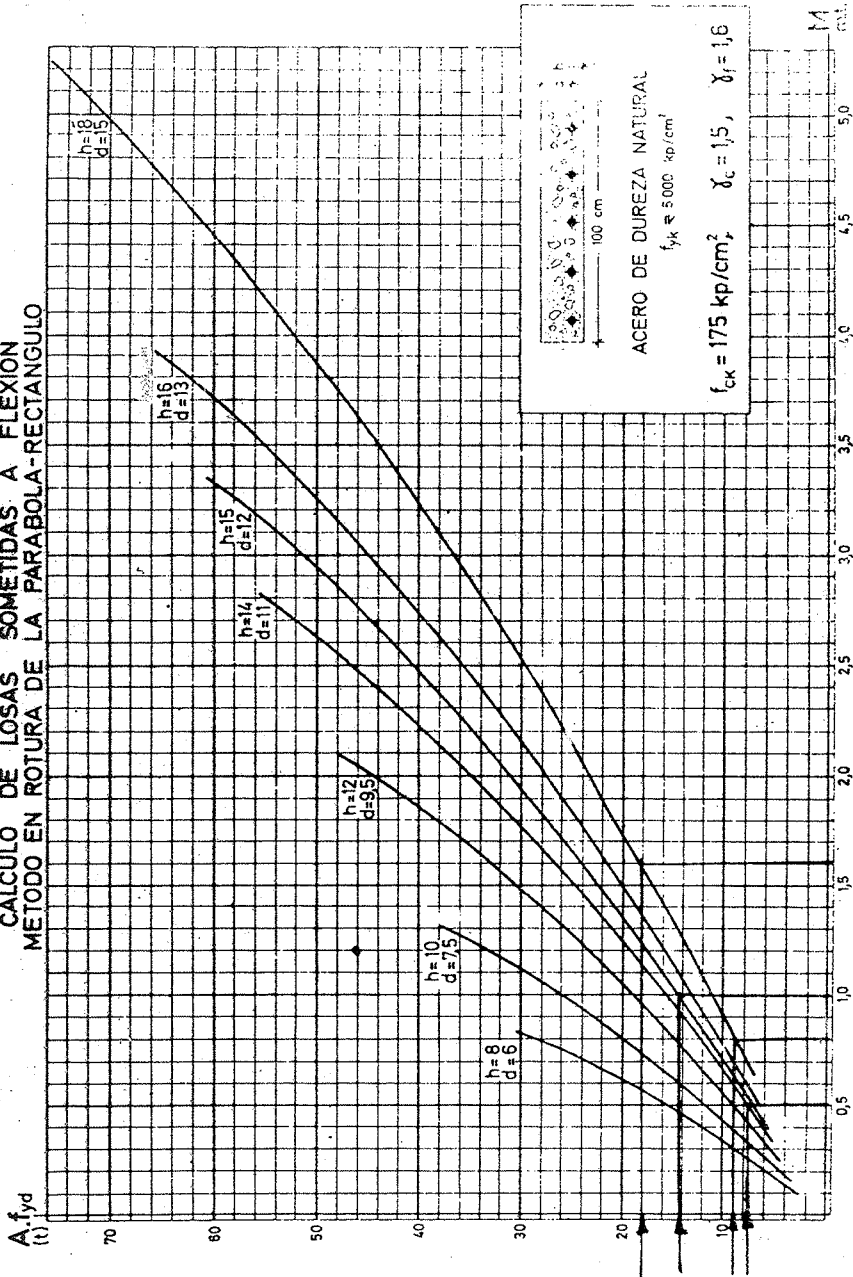


Fig 64

Los cantos para  $H= 2$  y  $H= 4$  m. serán 0,15 y 0,18 cm. respectivamente.

Observese que la tabla esta prevista para 1 m. de ancho y que las cuantías a considerar son respectivamente.

$$\underline{H = 2 \text{ m.}} \quad \underline{h = 0,15 \text{ m.}}$$

$$M_{2v} = 0,5 \longrightarrow \text{Afyd} = 8T \longrightarrow 4 \emptyset 8 \text{ ml.}$$

$$M_{2A} = 1,00 \longrightarrow \text{Afyd} = 14T \longrightarrow 4 \emptyset 10 \text{ ml.}$$

$$\underline{H = 4 \text{ m.}} \quad \underline{h = 0,18 \text{ m.}}$$

$$M_{4v} = 0,8 \longrightarrow \text{Afyd} = 9,5T \longrightarrow 5 \emptyset 8 \text{ ml.}$$

$$M_{4A} = 1,6 \longrightarrow \text{Afyd} = 18 T \longrightarrow 6 \emptyset 10 \text{ ml.}$$

Respecto a los otros dos tramos será precisa una losa de 0,2 m. que con las tablas fig. 65 y 48 tenemos para

$$\underline{H = 6 \text{ m.}} \quad \underline{h = 0,20}$$

$$M_{6v} = 1,1 \longrightarrow \text{Afyd} = 12 T \longrightarrow 4 \emptyset 10 \text{ ml.}$$

$$M_{6A} = 2,2 \longrightarrow \text{Afyd} = 22 T \longrightarrow 5 \emptyset 12 \text{ ml.}$$

$$\underline{H = 8 \text{ m.}} \quad \underline{h = 0,20}$$

$$M_{8v} = 1,4 \longrightarrow \text{Afyd} = 14T \longrightarrow 4 \emptyset 10 \text{ ml.}$$

$$M_{8A} = 2,8 \longrightarrow \text{Afyd} = 28T \longrightarrow 6 \emptyset 12 \text{ ml.}$$

La disposición de las armaduras se verá en el último apartado.

El dimensionado de este paramento se podría haber realizado asimismo con malla electrosoldada ejercicio que dejamos al lector.

#### e) Diseño de la zapata

Para que el paramento y los contrafuertes queden perfectamente estabili



SECCIONES RECTANGULARES  
SOMETIDAS A FLEXION

(Entrese con M sin mayorar)

Seguridad adoptada:  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_f = 1,6$

Unidades: 1 t  $\approx$  10 kN; 1 kp/cm<sup>2</sup>  $\approx$  0,1 N/mm<sup>2</sup>

ACEROS DE DUREZA NATURAL

$f_{yk} \approx 5.000$  kp/cm<sup>2</sup>

HORMIGON:  $f_{ck} = 175$  kp/cm<sup>2</sup>

$h = 0,20$  m.

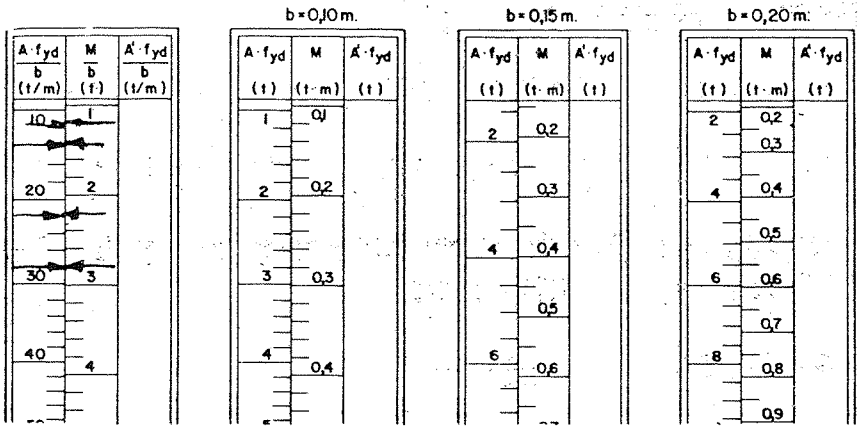
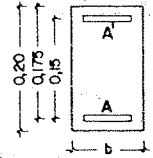


Fig 65

ESFUERZO CORTANTE DE AGOTAMIENTO QUE  
ABSORBEN LOS ESTRIBOS DE DOS RAMAS. TONELADAS

$f_{yk} = 5.000$  kp/cm<sup>2</sup>

$\frac{x}{d}$	ESTRIBOS DE DOS RAMAS			
	2 Ø 5	2 Ø 6	2 Ø 8	2 Ø 10
0,10	14,14	20,36	36,19	56,55
0,15	9,42	13,57	24,13	37,70
0,20	7,07	10,18	18,10	28,27
0,25	5,65	8,14	14,48	22,62
0,30	4,71	6,79	12,06	18,85
0,35	4,04	5,82	10,34	16,16
0,40	3,53	5,09	9,05	14,14
0,45	3,14	4,52	8,04	12,57
0,50	2,83	4,07	7,24	11,31
0,55	2,57	3,70	6,58	10,28
0,60	2,36	3,39	6,03	9,42
0,65	2,17	3,11	5,57	8,70
0,70	2,02	2,91	5,17	8,08
0,75	1,88	2,71	4,83	7,54

Calculadas con  $\gamma_s = 1,15$

Acero de limite elástico  
 $f_{yk} (\text{kp/cm}^2) = 5.000$

Fig 69

zados debemos diseñar una zapata de acuerdo con las necesidades del caso. El tipo de diseño será como la fig.66

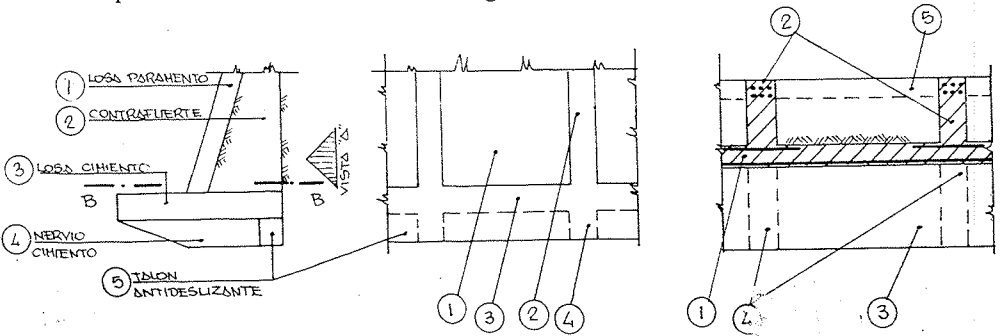


fig. 66

mediante unos nervios bajo la losa de cemento para tener adecuado anclaje y por otra parte recibir las presiones del terreno que le transmitirá la placa mencionada.

Consideramos un diseño (Fig. 67) de zapata que someteremos a las comprobaciones de costumbre (vuelco, deslizamiento, etc.) y que luego procederemos a su dimensionado.

Como es evidente el diseño propuesto se ha obtenido por tanteo y aqui no exponemos este proceso por cuestión de espacio. En la práctica se deberá proceder por recurrencia hasta hallar el diseño óptimo

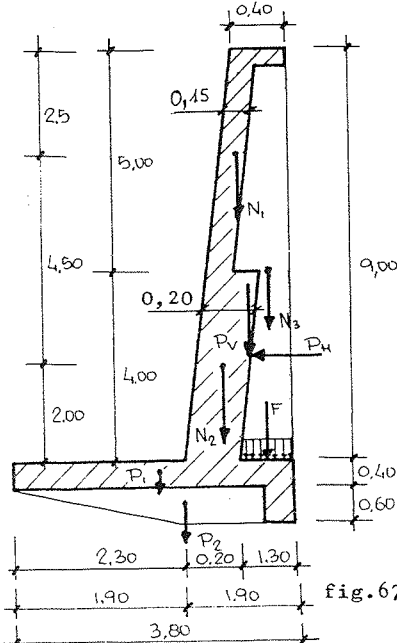


fig.67

De acuerdo con la fig. 67 búsqüemos los valores de las fuerzas que intervienen en la estabilidad del muro, se calcula para 3 m. de ancho .

$$N_1 = \text{peso paramento } 0,15 = 5 \times 0,15 \times 2,4 \times 3 = 5,4 \text{ T.}$$

$$N_2 = \text{peso paramento } 0,2 = 4 \times 0,2 \times 2,4 \times 3 = 5,8 \text{ T}$$

$$N_3 = \text{peso contrafuerte} = \left( \frac{1,3 + 0,25}{2} \right) \times 0,4 \times 9 \times 2,4 = 6,7 \text{ T}$$

$$P_1 = \text{peso de la losa cimiento} = 3,8 \times 3 \times 0,4 \times 2,4 = 10,94 \text{ T}$$

$$P_2 = \text{peso nervio cimiento (aprox.)} = 0,45 \times 0,4 \times 3,8 \times 2,4 = 1,64 \text{ T}$$

$$F = \text{peso tierra sobre el talón} = (1,7 \times 9 + 2) \times 1,3 \times 2,6 = 58,5 \text{ T}$$

$$P_H = 62,8 \text{ T}$$

$$P_V = 14,1 \text{ T}$$

siendo su sistema equivalente respecto al centro de la zapata.

$$R_H = \boxed{62,8 \text{ T}}$$

$$R_V = N_1 + N_2 + N_3 + P_1 + P_2 + F + P_V = \boxed{103 \text{ T}}$$

$$M_R = N_1 \times 1,2 + N_2 \times 0,65 + N_3 \times 1,45 + P_V \times 1,12 + F \times 1,25 - R_V \times 3,71$$

$$M_R = 109 - 233 = \boxed{- 124 \text{ T x m}}$$

#### f) Vuelco

Debemos verificar :

$$R_V \times \frac{A}{2} \geq M_R \times \gamma_1$$

$$103 \times \frac{3,8}{2} \geq 124 \times 1,5$$

$$195 \geq 186$$

Luego estamos dentro de lo previsto.

#### g) Deslizamiento

Comprobemos

$$R_V \times f_2 \geq R_H \times \gamma_1$$

$$103 \times 0,6 \geq 62,8 \times 1,5$$

$$61,8 \not\geq 94,2$$

Luego es previsible deslizamiento que se compensará con la viga --  
riostra antideslizante (Fig. 66)

### h) Tensión del terreno

La última comprobación es la de la tensión y según hemos visto para los  
otros dos ejemplos usaremos la tabla fig.45, siendo:

$$e = \frac{124}{103} = 1,20 \text{ m.} \quad \eta_x = \frac{1,20}{3,80} = 0,31$$

que en la citada tabla resulta  $\lambda_1 = 0,29$

$$\text{que sustituyendo en } \sigma_1 = \frac{R_v}{\lambda_1 \times A \times B} \leq \frac{4}{3} \sigma_{\text{admx.}}$$

$$\sigma_1 = \frac{103}{0,29 \times 3 \times 3,8} = 31 \text{ T/m}^2. \leq \frac{4}{3} 25 = 33,3 \text{ T/m}^2.$$

Luego es un diseño correcto.

### i) Dimensionado zapata

En este caso el dimensionado no lo haremos pero indicaremos cual --  
es el proceso de cálculo.

#### i.1 - Losa cimentación anterior. fig. 68

El proceso se limita al cálculo de una losa de ( 2,3 x 2,6 m.) empotrada en 3 lados y libre en el cuarto. Estando sometida a una carga triangular de tensión máxima 31 T/m<sup>2</sup>. en su borde. Para simplificar se puede asimilar a una carga repartida de 25 T/m<sup>2</sup>. pero procurando zunchar el borde pues es el punto de mayor esfuerzo.

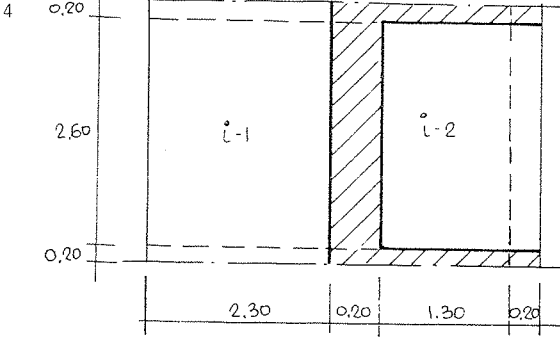
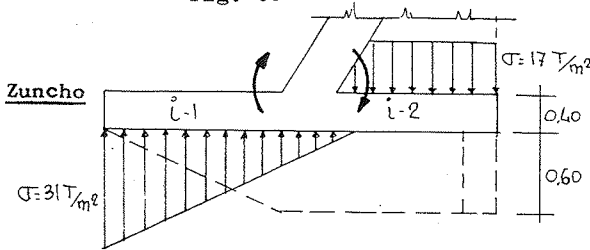


fig. 68



j) Cortante

El cortante se debe calcular para el contrafuerte en especial. El esfuerzo cortante que debe de absorber este elemento es equivalente a la componente horizontal del empuje activo de las tierras.

$$P_H = 62,8 \quad \text{vemos si es suficiente el hormigón solo.}$$

$$P_H \times \gamma_f \leq f_{vd} \times h$$

$$f_{vd} = 0,5 \sqrt{\frac{175}{1,5}} = 5,4 \text{ Kg/cm}^2. = 54 \text{ T/m}^2.$$

$$62,8 \times 1,6 = 100,5 \text{ T}$$

$54 \times 0,4 \times 1,5 = 32,5 \text{ T}$  luego quedan por absorber  $100,5 - 32,5 = 68,0 \text{ T}$  que deberán de conseguirse mediante estribos.

Para el cálculo de estos se usa la tabla de la fig. 69

$$\text{Siendo } \frac{S}{d} = \frac{\text{separación entre estribos}}{\text{canto útil de la viga.}}$$

Si consideramos cuatro ramas de estribos (2 cercos) cada cerco debe absorber

$$v = \frac{68}{2} = 3,4T \text{ que serían } 2\phi 10 \text{ con una razón de } \frac{s}{d} = 0,15$$

o sea

$$s = 0,15 \times 1,35 \text{ (canto útil de 1,5)} = 0,20 \text{ cm.}$$

Luego en los tres metros inferiores del contrafuerte colocaremos 4 ramas  $\phi 10$  a 30 será suficiente.

### i) Disposición de las Armaduras

#### j.1) Armado Contrafuerte y nervio zapata.

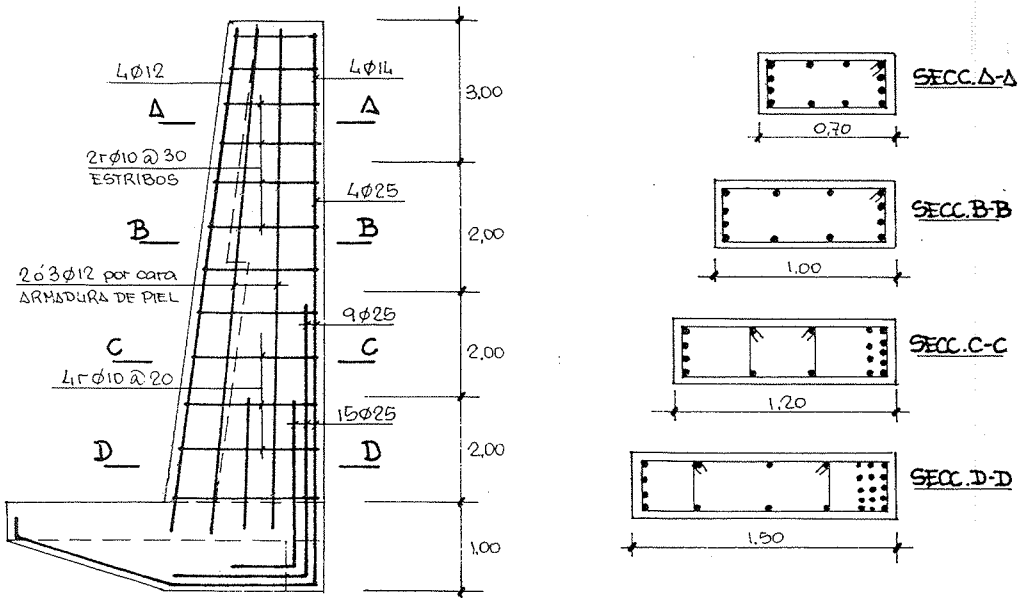


fig. 70

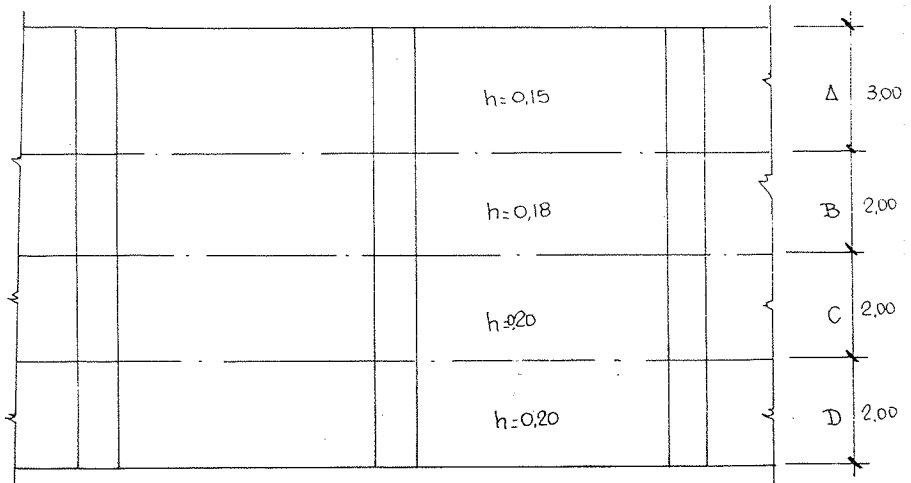


fig. 70

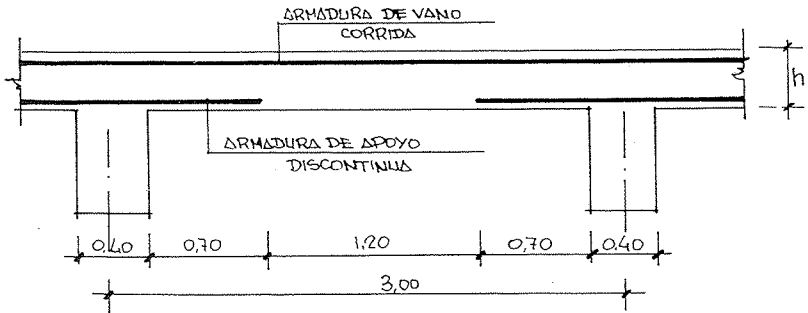


fig. 71

Como comentario a las figuras 69, 70 y 71 cabe mencionar para el contrafuerte el anclaje que se hace de las armaduras en el nervio - de la zapata la longitud de estas barras será función de la adherencia y de los momentos que deban soportar a su vez dichos nervios. La armadura de pié se situa en los lados del contrafuerte y aunque no se han calculado su valor viene en razón de las cuantías mínimas y es -- para prevenir la fisuración del hormigón.

## 5.2. - Losas y Muros Pantalla

La extensión de esta losa no permite la exposición de cálculo de estos elementos con mayor amplitud en el primer caso se ha expuesto sus líneas generales en el apartado 4.2. En la bibliografía adjunta esta perfectamente expuesto y no es necesaria aclaración alguna al texto pues el proceso es muy sencillo.

Respecto a los Muros Pantalla su explicación a parte de ser de -- gran complejidad es innecesaria pues estos elementos constructivos al igual que los pilotes los calculan de acuerdo con sus normas de las - empresas que los construyen de acuerdo con su experiencia y caracte - rísticas específicas de su diseño.

## 6.- REPRESENTACION

Todo lo realizado hasta aquí debe exponerse claramente; para su construcción un plano de muro debe comprender.

### a) Plano de Planta

- Situación del Muro o Muros respecto al resto de la cimentación.  
Escala 1/100 ó 1/50.
- Unión de éste con los cimientos
- Ejes de replanteo
- Cota de base de cimiento para la excavación.
- Indicar los puntos por donde se secciona para representar los alzados.
- Características del terreno (Densidad y fatiga admisible).



b) Plano de detalle

- Secciones por los puntos indicados en la planta.
- Habrá tantas como alturas de muro o detalles especiales (unión con otras zapatas, Riostras, etc.).
- Detalle colocación Armaduras.
- Dimensiones de todos los elementos acotados respecto a la cota del pavimento y del eje de referencia.
- Entrejes con, solera, forjados, vigas, etc.
- Secciones adicionales de contrafuertes, zapatas, riostras y otros elementos que precisen aclaración.
- Detalle juntas dilatación.
- Tipo de Impermeabilización.
- Tipo de drenaje.
- Resistencias características de los materiales.
- Longitudes de anclaje.

7 - NORMAS

MV - 101 - 1962

Capitulo 9

EM 73

Capitulos VII y VIII (General Hormigón)

8 - BIBLIOGRAFIA

- Hormigón armado

Gimenez Montoya Cap. 23 ( 6ª y 7ª Edición)

Ed Gustavo Gili S.A.

Barcelona (1974)

- Traité de beton arme (Tomo 7)  
A. Guerrin  
Ed Dmond  
Paris (1.972)
  
- Muros de Contención  
M. y A. Raimbert  
Ed. Técnicos Asociados, S.A.  
Barcelona (1.968)
  
- Muros Pantalla  
G. Schneebeili  
Ed. Técnicos Asociados, S.A.  
Barcelona (1.974)



TEMA V

SOLICITACIONES

**1.- INTRODUCCION**

1.1.- Definición de Estructura.

1.2.- Clases de Estructura.

1.2.1.- Estructuras de Elementos Planos.

1.2.2.- Estructuras de Elementos Lineales.

**2.- PROYECTO DE ESTRUCTURAS LINEALES**

2.1.- Topología de la Estructura.

2.2.- Acciones.

2.2.1.- Gravitatorias.

2.2.2.- Eólicas.

2.2.3.- Térmicas.

2.2.4.- Reológicas.

2.2.5.- Sísmicas.

2.3.- Hipótesis de carga. *pag 144*2.4.- Descenso de cargas. *145*2.5.- Predimensionado. *146*

2.5.1.- Jacenas.

2.5.2.- Pilares.

2.5.3.- Tabla de inercias.

**3.- CALCULO DE LAS SOLICITACIONES** *pag 147*

3.1.- Métodos de cálculo.

3.2.- Métodos elásticos.

3.3.- Método de Cross (Exacto)

3.3.1.- Barra. Nudo.

3.3.2.- Isoestático e Hiperestático.

- 3.3.3.- Principio de la Superposición.
  - 3.3.4.- Convenio de Signos.
  - 3.3.5.- Momentos de Empotramiento.
  - 3.3.6.- Rigideces.
  - 3.3.7.- Reparto.
  - 3.3.8.- Transmisión.
  - 3.3.9.- Distribución de Momentos.
  - 3.3.10.- Restitución de Momentos y Cortantes.
- 3.4.- Método G. Montoya (Aproximado)
- 3.4.1.- Condiciones del Método.
  - 3.4.2.- Aplicación. 160
  - 3.4.3.- Cálculo de Momentos.
  - 3.4.4.- Restitución de Momentos y Cortantes.
- 3.5.- Método EH-73 (Simplificado)
- 3.5.1.- Condiciones de cálculo.
  - 3.5.2.- Cálculo de los Momentos.
  - 3.5.3.- Esfuerzos cortantes.
  - 3.5.4.- Cálculo de las inercias y rigideces.
- 3.6.- Utilización de los métodos.
- 4.- EJEMPLOS DE CALCULO 168
- 4.1.- Cálculo por Cross (Exacto)
- 4.1.1.- Momentos de Empotramiento.
  - 4.1.2.- Rigidez y coeficiente de reparto.
  - 4.1.3.- Cálculo de los momentos.
  - 4.1.4.- Esquema de momentos.
  - 4.1.5.- Restitución de momentos y cortantes.
- 4.2.- Cálculo Método G. Montoya (Aproximado)
- 4.2.1.- Momento de Empotramiento.
  - 4.2.2.- Rigideces y coeficientes de reparto.
  - 4.2.3.- Cálculo de Momentos.
  - 4.2.4.- Diagrama de Momentos.

134 4.2.5.- Restitución de Momentos y Cortantes.

4.3.- Cálculo Método EH-73 (Simplificado)

4.3.1.- Condicionantes de Cálculo.

4.3.2.- Cálculo Momentos.

4.3.3.- Esfuerzos Cortantes.

4.3.4.- Diagrama de Momentos.

4.4.- Conclusiones.

5.- ABACOS Y TABLAS

6.- NORMAS

7.- BIBLIOGRAFIA

8.- CATALOGOS

## TEMA VI - ESTRUCTURAS SOLICITACIONES

---

### 1.- INTRODUCCION

El Tema de la estructura es suficientemente complejo y está perfectamente expuesto en numerosos tratados como para pretender desarrollarlo de forma exhaustiva en este capítulo.

Lo que se pretende en la medida de lo posible es indicar que -- factores y condicionantes intervienen en el cálculo y diseño de las estructuras. Exponiendo al mismo tiempo cuáles son los medios "Normales" y "Extraordinarios" de que se puede disponer en la práctica de este campo de la construcción.

#### 1.1.- Definición de Estructura.

Si cabe una definición genérica de Estructura es el conjunto de elementos (verticales, horizontales, etc.) que tienen como misión el absorber unos esfuerzos (Gravitatorios, dinámicos, eólicos, etc.) y transmitirlos de forma adecuada a las cimentaciones o a su base de sustentación.



## 1.2.- Clases de Estructura.

Según la forma espacial de los elementos resistentes que forman la estructura podemos agruparlas en dos grandes generos :

- Estructuras de Elementos Planos (dos dimensiones)
- Estructuras de Elementos Lineales ( una dimensión)

(Se entienden dimensiones predominantes).

Si bien en los apartados siguientes se da una breve definición de estos dos tipos de estructuras y sus subgrupos. Aquí solo se expondrán las lineales por ser las que de acuerdo con la situación actual de la construcción tienen mayor aplicación en nuestro país. Esto no implica el que las estructuras prefabricadas (de dos ó tres dimensiones) no deban jugar un gran papel en el desarrollo de la construcción en un próximo futuro, como sucede en otros países de Europa y América.

Esta opción depende en gran medida de un decidido apoyo, por parte del Estado, respecto a esta alternativa debido al gran esfuerzo económico que ello representa en la actualidad.

### 1.2.1.- Estructuras de Elementos Planos.

Estas estructuras las podemos subdividir en dos tipos según sus componentes.

#### a) Elementos de pequeñas dimensiones.

Son las que consiguen su estructuración mediante la superposición de piezas de dimensiones pequeñas respecto a las del edificio, (ladrillos, bloques de piedra, etc.)

Esta forma constructiva ha sido la única conocida hasta el siglo pasado pero en la actualidad ha quedado desplazada por otras técnicas constructivas y su aplicación está reservada a viviendas unifamiliares o construcciones de poca altura (2 ó 3 plantas).

Respecto a la forma en que se deben diseñar y calcular existe l

Norma MV-201/1.972 (Muros resistentes de fábrica de ladrillo) que indica los pormenores al respecto.

b) Paneles autoportantes prefabricados.

Se distinguen fundamentalmente por sus dimensiones, su altura suele ser de un piso y su anchura de varios metros (3 a 6). Estos elementos cumplen la doble función como en el caso anterior de estructura y cerramiento.

Su aplicación es muy reciente y su desarrollo se inicia en gran escala a partir del fin de la última Guerra Mundial.

Su poca aplicación en la construcción actual en nuestro país no aconseja que se trate aquí, En cualquier caso su diseño suele desarrollarse a partir de las teorías de Placas. Su proceso de cálculo es de gran complejidad especialmente en el apartado de las uniones y juntas que son el punto crítico de estas construcciones.

1.2.2.- Estructuras de Elementos Lineales.

Estas estructuras por la facilidad de su construcción y la variedad de aplicaciones, (Edificios industriales, viviendas, almacenes, etc) son las de mayor aplicación en la actualidad.

Se pueden agrupar de una forma genérica según los materiales que las constituyen.

a) Hormigón Armado.

El hormigón armado puede utilizarse de forma convencional, es decir sin tensiones adicionales en las armaduras, este tipo de estructura es la más extendida en la construcción de edificios de varias plantas siendo las luces usuales de 4 a 10 m.

La aplicación del hormigón armado bajo técnicas de Pre o post tensionado es de aplicación más restringida pero su importancia es mayor cuando son precisas grandes luces en puentes, aparcamientos --

subterráneos, etc. también se utiliza para piezas prefabricadas de sección constante como en el caso de forjados pretensados.

b) Acero laminado.

Las características del acero, menor peso y mayor resistencia, influyen prioritariamente en aplicaciones más frecuentes de este material. Si bien su aplicación en viviendas no está excluida es más frecuente su uso en construcciones industriales.

Un inconveniente del acero es su poca resistencia al fuego que obliga a recubrirlo de forma adecuada en caso de riesgo de incendio, lo que es un coste adicional a la hora de pensar en esta.

c) Estructuras Mixtas.

Serían las compuestas por Acero laminado y hormigón no son muy frecuentes pero podemos citar las estructuras de pilares metálicas y forjados de hormigón y las vigas mixtas en las que se combina acero y hormigón a tracción y compresión respectivamente.

Todos los tipos de estructuras mencionados como lineales pueden ser calculados con un cierto grado de precisión mediante métodos conocidos y que se expondrán en parte en los próximos capítulos.

## 2.- PROYECTO DE ESTRUCTURAS LINEALES.

Para desarrollar el proyecto de una estructura es preciso dominar en todas las fases que comprende dicho proceso. Muchas veces estas fases están interrelacionadas y solo el conocimiento de la repercusión de las decisiones tomadas a cierto nivel sobre el resto del proceso nos permitirá obtener los resultados adecuados. Por ejemplo escoger un canto en el predimensionado nos condicionará las rigideces y coeficientes de reparto que a su vez influyen en los momentos y estos en el dimensionado o sea que hay que escoger un canto ya pensando en el dimensionado pero este será a su vez función del espacio disponible en la distribución del edificio,.... etc.

Esto nos indica que el responsable del diseño de una construcción debe de conocer las posibilidades y limitaciones del sistema de estructura que se va a aplicar en cada caso en particular. Es un error bastante extendido que con la excusa de la creatividad se olvide el factor estructural pensando que "alguien" se preocupará de que se "aguante".

Si bien esta afirmación es cierta en parte, lo es en detrimento del coste de la construcción.

Para analizar el proceso de cálculo de una estructura lo podemos dividir en las fases siguientes :

- a) Topología de la Estructura.
- b) Acciones que debe soportar (gravitatorios, viento, etc.)
- c) Hipótesis de Carga.
- d) Descenso de Cargas.
- e) Predimensionado.
- f) Cálculo de las sollicitaciones (momentos, reacciones, etc.)
- g) Dimensionado (Flexión, compresión, etc.)
- h) Comprobaciones (cortante, torsión, etc.)
- i) Representación (planos).

De estas fases daremos en este tema las nociones de las seis primeras, es decir, hasta las sollicitaciones, desarrollándose en el siguiente tema, las tres últimas para los casos concretos de hormigón y acero respectivamente. El desarrollo consistirá en tratar un ejemplo del que en este tema hallaremos sus sollicitaciones y en el próximo se dimensionará en hormigón y acero respectivamente.

## 2.1.- Topología de la Estructura.

Consiste en situar en la planta los soportes, pilares y el trazado que tendrán las jacenas, si estas son precisas. Como es evidente hay que ir planteando los pórticos que constituirán la estructura.

Una acertada situación de los elementos estructurales puede reducir

el coste de la estructura y facilitar el proceso de cálculo.

Es típico de esta fase del diseño el problema de la sustentación de patios, escaleras, cajas de ascensores, proveer huecos para patios, bajantes, etc. debe prestarse especial atención a estos puntos procurando no dejar zonas en el "Aire" o cortar la continuidad de las jácenas o forjados con excesivos huecos. Pues la mayor parte de los problemas a la hora de calcular son estos puntos.

Una vez definida la situación de la estructura se procede al planteamiento de los pórticos típicos (Fig. 1) que consiste en trazar de forma esquemática, indicando solo sus ejes, los elementos que forman cada uno

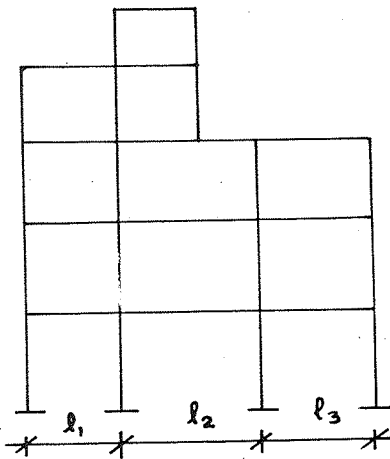


Fig 1

de ellos. Se debe de buscar cuáles son los pórticos típicos de la estructura. Es conveniente reducirlos al mínimo procurando buscar mediante simetría u otra forma la igualdad estructural de dos o más pórticos, lo que simplifica los cálculos en igual proporción. Esto significa que al disponer los pilares en planta hay que proveer, si es posible, su colocación de forma simétrica.

## 2.2.- Acciones.

Para proseguir debemos determinar que tipo de acciones deberá soportar cada uno de los pórticos.

Para ello debemos conocer :

- Situación geográfica.
- Emplazamiento respecto a otras edificaciones.
- Uso a que se destina cada una de las plantas.

- Materiales que se van a usar.

Para hallar las acciones se recurre a la Norma MV-101/1.962 (Acciones en la edificación) y en caso de ser de zona sísmica la Norma PGS/1/1.968 (Sismoresistencia) y NTE-(ECR-ECS-ECT-ECV) 1.973.

De acuerdo con estas normas se deben de calcular los siguientes tipos de acciones.

### 2.2.1.- Gravitatorias. (MV-101/1.962 - Cap.234)

Son todas las acciones que dependen de la masa que debe de soportar - la estructura, se dividen en :

- a) Peso propio : debido a los elementos que forman parte de la construcción de forma permanente (estructura, forjados, cerramientos, pavimentos, etc.) se deben buscar sus valores en las tablas 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5. de (MV-101).
- b) Sobrecargas de uso : son las que determina el uso de la planta y se hallan en la tabla 3.1.
- c) Sobrecargas de nieve : según la altitud de la zona hallaremos la sobrecarga a considerar. Tablas 4.1 y 4.2. Téngase presente que en función de la pendiente disminuye la carga por metro cuadrado de cubierta y que a partir de una pendiente mayor de  $60^\circ$  no se considera. Recuérdese que es un error muy común - el aplicar la nieve por metro cuadrado de cubierta y no en su proyección en planta o sea que en realidad debe ser  $p \times \cos$ . si en el ángulo de la cubierta.

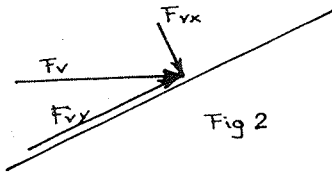
### 2.2.2.- Eólicas (MV-101/1.962 - Cap. 5 y NTE-ECV/1.973)

El cálculo de las acciones del viento se debe de hacer, por lo general en el sentido de los ejes principales de la construcción. Para determinar la presión dinámica del viento, expresada en  $\text{kg./m}^2$ , se debe de considerar :

- Altura de coronación del edificio.
- Zona geográfica (NTE)

- Zona topográfica (MV-101).
- Emplazamiento respecto a otras construcciones.
- Tipo de construcción (cerrada, cubierta, medianería, etc.)
- Angulo de las superficies de la construcción con la horizontal (cubiertas, paramentos, etc.)

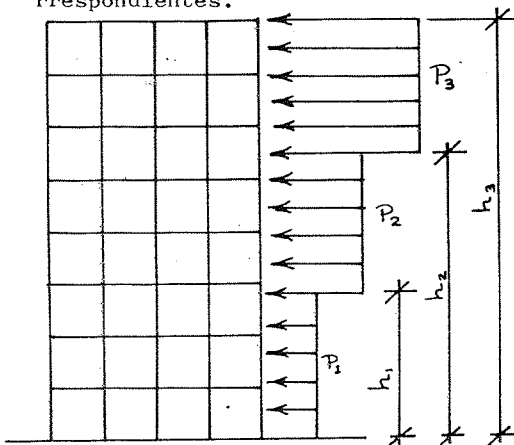
El viento se considera que actúa horizontalmente. Pero no debe incurrirse en el error de suponer esta acción de forma convencional sobre una pendiente dada como si fuera una fuerza gravitatoria sobre un plano inclinado (fig.2). Suponiendo que  $F_v$  se descompone en  $F_{vx}$  que actúa y  $F_{vy}$  que "resbala" pues en este caso influyen las leyes de la aerodinámica.



Para hallar la componente perpendicular a la superficie se debe recurrir a las tablas que nos dan los correspondientes coeficientes eólicos de transformación.

Téngase presente que los valores de la acción eólica obtenidos al multiplicar la presión dinámica de la zona, por el coeficiente antes mencionado resulta SIEMPRE una presión perpendicular al plano que estudiamos, aunque según la pendiente podrá ser presión positiva o negativa (succión).

Para edificios de gran altura debe de considerarse para cada sector la presión que le corresponde según (fig. 3) a las alturas parciales correspondientes.



La Norma NTE-ECV es en algunos casos más favorable que la MV-101, pues da cargas menores. Es de interés un estudio comparativo de las normas para optimizar los cálculos en especial para edificios de gran altura y en naves industriales de grandes luces.

### 2.2.3.- Térmicas (MV-101/1.962 y NTE-ECT/1.973)

La influencia de estas acciones se puede despreciar si se disponen juntas de dilatación a distancia entre  $40 \pm 10$  m. según la rigidez de los pilares, a mayor rigidez juntas más próximas. En caso que sea preciso considerarlas solo afectan a los pilares que están en contacto con los cimientos. En la NTE/1.973 se expone con detalle el tipo de acciones a considerar.

### 2.2.4.- Reológicas (MV-101/1.962 y NTE-ECR/1.973)

Estas acciones existen en los materiales que presentan fenomenos de fluencia. Su influencia en estructuras metálicas es prácticamente nula - pero se presenta en las de Hormigón de forma acusada.

Para que esta influencia pueda despreciarse en hormigón armado se debe procurar no hormigonar a la vez grandes zonas de hormigón en caso - contrario disponer juntas de retracción horizontales que posteriormente se rellenan pasado unos dias cuando el hormigón ya se ha endurecido.

### 2.2.5.- Sísmicas (PGS.1/1.968 y NTE-ECS/1.973)

Las acciones sísmicas dependen de la clasificación que tenga cada zona del territorio Nacional. En caso de que la zona lo requiera su aplicación consiste en considerar unas acciones horizontales a la estructura que son proporcionales a la carga vertical que recibe cada planta. Para casos particulares se debe emplear la PGS.1/1.968 pero en edificios convencionales es más práctica la NTE-ECS pues se obtienen los coeficientes con mayor sencillez.

En las construcciones entre medianeras y en las naves industriales (por tener poca masa la estructura) no se suele considerar Sismo. Pero es conveniente el tenerlo en cuenta en edificios aislados y expuestos. Cuando la acción del viento es importante y es el doble de las acciones del Sismo con esta verificación también se pueden omitir los cálculos sísmicos, pues el caso III como se verá es más favorable que el II en las hipótesis de carga



### 2.3.- Hipótesis de Carga.

Como es evidente todas las acciones enumeradas no tienen porque existir en cada caso ni aunque existieran de presentarse simultáneamente con su máxima intensidad.

Es por esta razón que se conciben tres "Casos o Estados de Carga" siendo cada uno de estos estados de una combinación de varias Acciones. La estructura debe dimensionarse de acuerdo con las sollicitaciones más desfavorables que presente cada uno de los Casos, entendidos no como adicionales sino independientemente.

Para el cálculo de estos Estados existen tres tablas establecidas:

- MV-101/1.972 Capítulo I
- EH:73/ Artículo 25 (Hormigón)
- MV-103/Tabla 2.1. (Acero)

Aquí se seguirá la primera por su carácter más general, pero en caso de cálculos exhaustivos en Hormigón o Acero es más adecuada la utilización de sus respectivas Normas.

Los casos son de acuerdo con la MV-101.

#### CASO I

- a) Peso propio.
  - b) Sobrecarga uso.
  - c) Sobrecarga nieve.
  - d) Asientos apoyos.
  - e) Empujes terreno.
- d) No se considera si los cimientos están adecuadamente concebidos.
- e) Solo se tiene en cuenta si los muros de contención o pantalla no son autoestables, es decir si transmiten acciones a la estructura.

#### CASO II

Caso I Completo y además.

- f) Viento.
  - g) Térmicas.
  - h) Reológicas.
- g) Con juntas de dilatación adecuadas no se considera.
- h) Con una adecuada ejecución de la estructura no se aplica.

### CASO III

Caso I completo excepto f y además.

- i) Empujes Terreno incrementados en 25%.
- j) Acciones sísmicas.
- k) Acciones del viento reducidas al 50%.

Los coeficientes de seguridad dependen de los materiales de lo cual se deduce que en general.

$$\text{CASO I} = a + b + c$$

$$\text{CASO II} = a + b + c + f$$

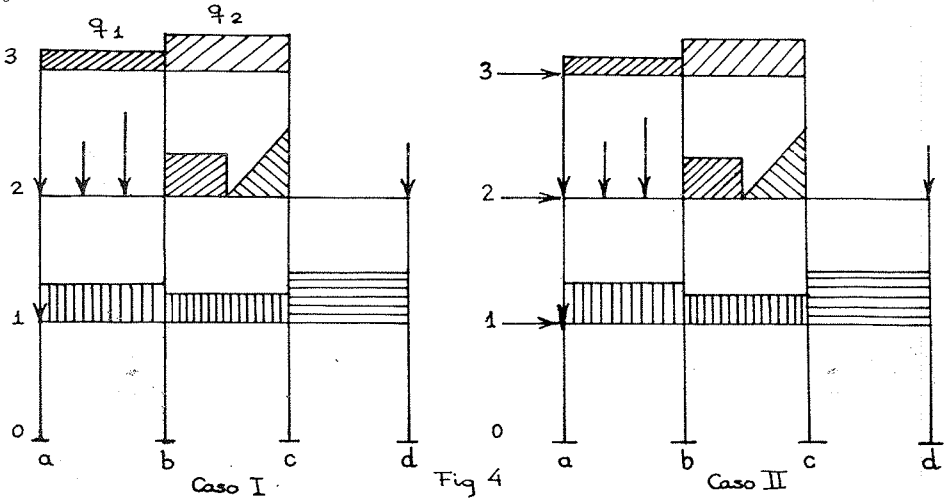
$$\text{CASO III} = a + b + c + j + 0,5f.$$

La práctica nos suele indicar que si hay viento y no sismo el Caso II es el único a considerar pero no se olvide que el viento debe de aplicarle en dos sentidos lo que representa duplicidad de cálculo dando Caso II (derecha) y Caso II (izquierda).

#### 2.4.- Descenso de Cargas.

El descenso de Cargas consiste básicamente en la determinación sobre el esquema topológico de cada pórtico de todas las acciones que deben de intervenir en el cálculo de acuerdo con cada hipótesis de Carga (Fig. 4).

Este proceso debe de ser muy metódico observándose en los planos de cada planta a que pórtico van a gravitar o repercutir cada una de las cargas a considerar, no debe de olvidarse muros de cerramiento ni elementos singulares que no se incluyan en las sobrecargas normales - como son las cargas de los ascensores en la cubierta, el peso de maquinarias, cargas puntuales en voladizos, paredes de cerramiento, etc.



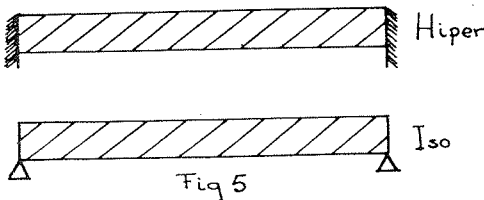
Acompañando a estos esquemas se suele calcular la carga previsible en los pilares en cada uno de los niveles usándose su valor en la base para el dimensionado de las cimentaciones.

2.5.- Predimensionado.

Como se verá el cálculo de las estructuras se suele hacer por método iterativos y se requieren unas dimensiones iniciales. Para definir estas dimensiones se hace el predimensionado y a partir de los datos del descenso de carga ya obtenidos debe de recurrir a la experiencia mediante tanteos sucesivos.

2.5.1.- Jácenas.

Para definir los valores de las jácenas consideramos cada tramo como independiente (Fig. 5) y según deba de actuar como empotrado (hiperestático) o simplemente



apoyado (isoestático) se busca su momento y se procede a su dimensionado de acuerdo con este valor que será la pr

mera aproximación. Este valor del predimensionado dará una sección de inercia concreta que utilizaremos en las fases posteriores.

### 2.5.2.- Pilares.

Según la Carga vertical que el pilar tenga prevista y el momento evaluado en caso de pilar extremo, a los centrales en el predimensionado no se les considera momento, se dimensiona una sección o perfil del que anotamos también su inercia.

### 2.5.3.- Tabla de Inercias. (Fig. 6)

		$I_1$	$I_2$	
3	$I_4$	$I_1$	$I_5$	$I_4$
2	$I_4$	$I_1$	$I_5$	$I_4$
1	$I_4$	$I_1$	$I_5$	$I_4$
0	$I_6$	$I_7$	$I_7$	$I_6$
	a	b	c	d

Fig 6

Una vez hallada la sección de todas las barras y obtenida su inercia. Se coloca su valor en el esquema de su pórtico correspondiente siendo estas inercias utilizadas para obtener las rigideces.

## 3.- CALCULO DE LAS SOLICITACIONES.

Es el proceso en el que a partir de las acciones que actúan sobre una determinada estructura se obtienen las solicitaciones, momentos, cortantes, etc. que actúan sobre esta.

Vamos a dar a continuación nociones de algunos de los métodos utilizados indicando el grado de precisión que permiten su aplicación.

### 3.1.- Métodos de Cálculo.

Los métodos que existen para el cálculo de solicitaciones se dividen en dos grupos perfectamente diferenciados.

Los Métodos elásticos que se fundan en la teoría clásica de la elasticidad y que consideran como base la proporcionalidad entre tensiones y deformaciones. Bajo este grupo se encuentran la mayoría de -

Los métodos de aplicación más comunes.

Los métodos Plásticos que tienen como base la posibilidad de deformación plástica de los materiales, al llegar a su límite de elasticidad, en los puntos en que la sollicitación sobre-pasa la máxima de cálculo elástico. Estos métodos si bien permiten un superior aprovechamiento de los materiales, y mayor seguridad en los cálculos. No están suficientemente resueltos los cálculos en la práctica más que para pórticos simples o vigas continuas lo que limita su uso. El campo de aplicación más adecuado para estos métodos se encuentra actualmente en las estructuras aperticadas de edificios industriales.

En el presente tema se exponen unicamente métodos elásticos.

### 3.2.- Métodos elásticos.

De acuerdo con el grado de precisión que podemos obtener con su aplicación los métodos elásticos se agrupan en:

- Exactos. (Cross - Takabeya - Ecuaciones de Bresee, etc.)
- Aproximados (G. Montoya).
- Simplificados (EH-73, etc.)

Los métodos aproximados y simplificados solo pueden utilizarse para cargas gravitatorias debiéndose para viento o sismo utilizar métodos exactos.

### 3.3.- Método de Cross.

Cuando se debe calcular una estructura de varios pisos, con distintos casos de sollicitación, no es en absoluto rentable el hacer los cálculos de forma convencional sino que se impone recurrir a un centro de cálculo electrónico. Esto no significa que en estos centros no resuelvan todos los problemas y que podamos olvidarnos de todos los principios de cálculo.

Por lo general para que una computadora resuelva un Cross debemos de resolver por nuestra cuenta los cinco primeros puntos expues-

tos en el apartado 2, entregando a centro de cálculo unos croquis con los datos completos comprendiendo inercias, hipótesis de carga, dimensiones de pórtico, etc. La máquina no resolverá el punto f -- exclusivamente debiendo continuar el resto del proceso por nuestra cuenta a no ser que la computadora incluya un programa de dimensionado adicional.

El conocimiento de los conceptos en que se basan estos cálculos automáticos es fundamental para cualquier calculista pues le -- permitirá un mejor aprovechamiento y comprensión de las posibilidades de las máquinas. Así mismo es conveniente poder resolver pórticos simples que no justifican ser calculados con ordenador.

Se resume a continuación los conceptos básicos del método de Cross y se resuelve un caso típico muy simple con el fin de fijar -- los conceptos mencionados a continuación :

- a) Barra - Nudo y nudo rígido.
- b) Isostático e Hiperestático.
- c) Convenio de signos.
- d) Momentos de empotramiento
- e) Rigidez.
- f) Reparto y transmisión:
- g) Restitución de momentos y cortantes.
- h) Distribución de momentos.

Todo lo anterior es suficiente para los cálculos bajo cargas -- verticales, pero para los cálculos con esfuerzos horizontales, si -- bien lo expuesto es necesario no es suficiente pues son precisos co -- nocimientos adicionales por los efectos que producen los despla -- zamientos de los nudos y otros que no se mencionan en esta ocasión -- pues está fuera del propósito de este tema, por último hay que indi -- car que con este método, que si bien es exacto, no se obtiene el re -- sultado de forma directa sino que solo se llega a ello tras una se -- rie de "vueltas" o iteraciones a todos los nudos de la estructura. Esta es la razón fundamental para el uso de los ordenadores pues -- permiten un número de vueltas superior y a menor coste que manual -- mente.

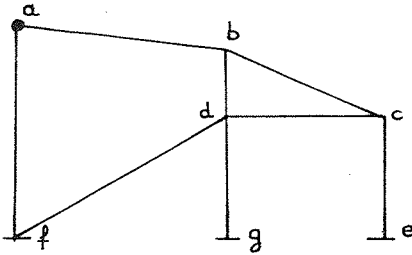
3.3.1.- Barra - Nudo (Fig. 7)

Fig 7

Barra.- Es cualquier elemento estructural, vertical, horizontal o inclinado.

Nudo.- Es el lugar en el que confluyen dos ó más barras. Los nudos pueden ser rígidos o libres (roturas).

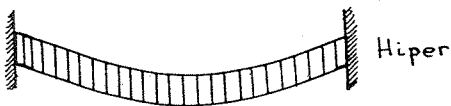
Nudo Rígido(b,c,d,g,f). Es el que todas las barras que confluyen en él están solidariamente unidas y al girar el nudo todas las barras lo hacen en el mismo grado.

Nudo Libre (a,e). Es el que permite que las barras que lo forman tomen los giros de forma independiente cada una.

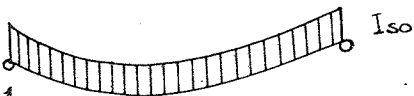
Las uniones de la estructura al suelo mediante los cimientos será rígida considerándose como empotramientos perfectos. Si se desea que las uniones al cimiento sean rotulas se deberá proyectar y construir en consecuencia.

3.3.2.- Isoestático e Hiperestático.

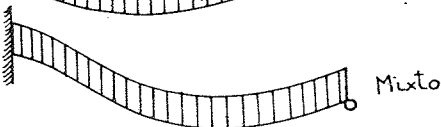
El concepto de Isostático e Hiperestático va unido al de Nudo Rígido y Nudo Libre (Fig. 8).



Hiper



Iso



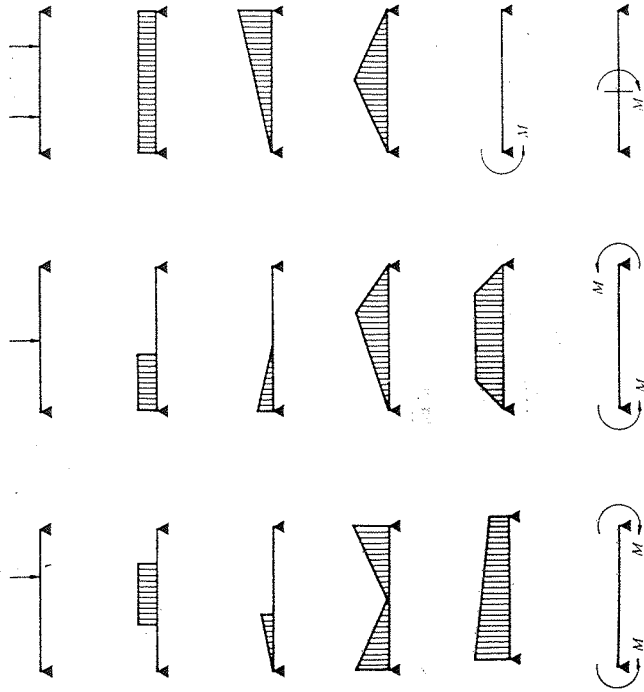
Mixto

Para el estudio de estructuras complejas es muy útil el aislar sus barras, y estudiarlas independientemente.

Isoestática: Es la barra que en sus dos extremos tiene nudos libres -- o rotulas.

Hiperestática: Es la barra que sus

VIGAS SIMPLES  
APOYADAS EN LOS EXTREMOS



151

VIGAS SIMPLES  
EMPOTRADAS EN LOS EXTREMOS

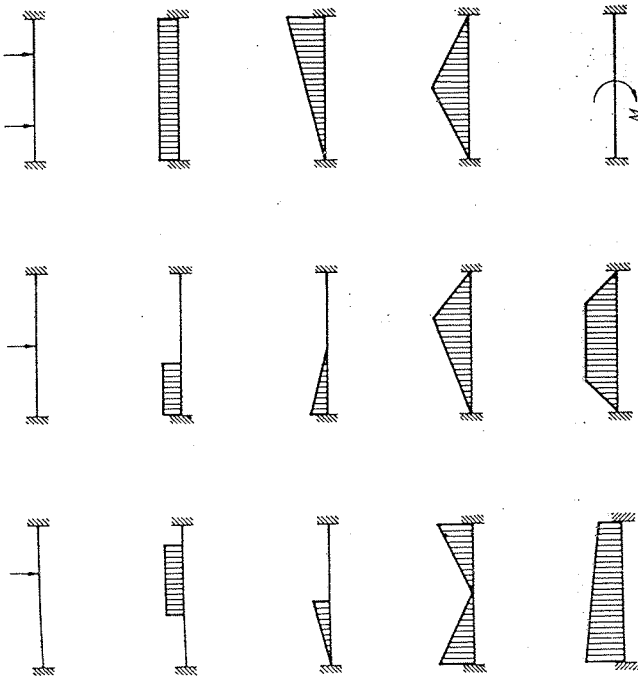
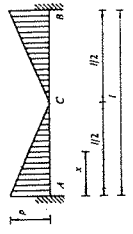


FIG. 9

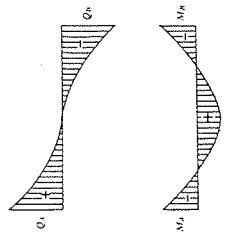
FIG. 10



VIGAS SIMPLES EMPOTRADAS EN LOS EXTREMOS



Diagramas



Reacciones:

$$R_A = \frac{Pl}{4} \quad R_B = \frac{Pl}{4}$$

Esfuerzos cortantes:

$$Q_A = R_A \quad Q_{AC} = \frac{Pl}{4} - px \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad Q_{CB} = -Q_{AC} \quad Q_B = -R_B$$

Momentos flectores:

$$M_A = M_B = -\frac{1}{32} pl^2 \quad M_{AC} = R_A \cdot x + M_A - p \frac{x^2}{2} \left(\frac{3l}{2} - x\right) \\ M_{CB} = R_B(l-x) + M_B - p \frac{(l-x)^2}{2} \left(\frac{l}{2} + x\right) \\ M(\text{centro}) = \frac{1}{96} pl^2 \quad \text{para } x = \frac{l}{2}$$

Deformaciones

Ecuación de la elástica:

$$y_{AC} = -\frac{x^2}{120EI} \left( 2pl^2 - 5px^2 + 20R_A \cdot x + 60M_A \right) \\ y_{CB} = -\frac{(l-x)^2}{120EI} \left( 2pl(l-x)^2 + 20R_B(l-x) + 60M_B \right)$$

Flecha máxima:

$$f_{\text{max}} = \frac{pl^4}{1280EI}$$

VIGAS SIMPLES APOYADAS EN UN EXTREMO Y EMPOTRADAS EN EL OTRO

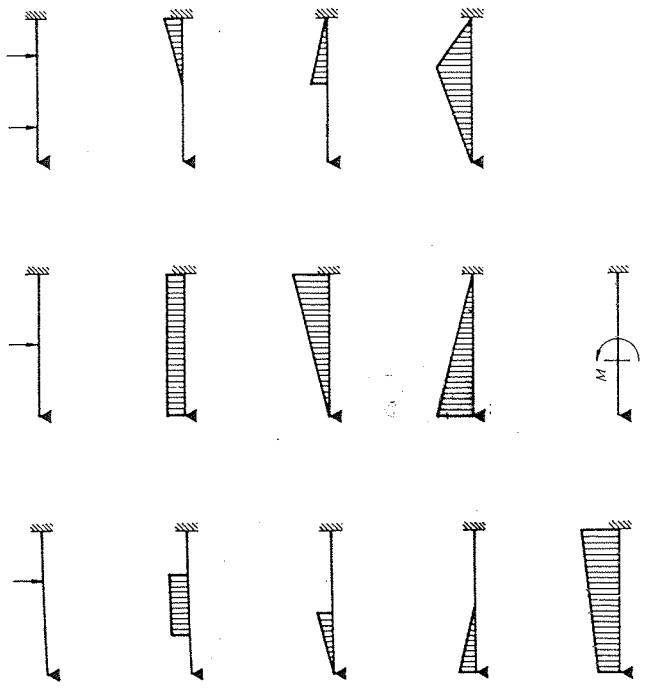


FIG. 11

FIG. 12

dos extremos son nudos rígidos e indeformables.

Mixta : Es la barra que tiene un nudo de cada tipo.

Para la resolución de estos casos no es preciso recurrir a cálculos pues en cualquier manual o prontuario están perfectamente detallados la mayoría de casos (Fig. 9, 10, 11) y dan como datos. Momento Flector, constante y reacciones como mínimo incluyendo en otros más - datos como se puede ver en la Fig. 12.

### 3.3.3.- Principio de la Superposición

Quando usamos métodos de cálculo elásticos es útil la aplicación del principio de la superposición que indica que el efecto -- producido por dos ó más acciones sobre un elemento es igual a la -- suma de los efectos producidos por cada una de las acciones actuando de forma independiente sobre el mismo.

Esto permite el resolver hipótesis complejas mediante la des -- composición de estas en casos simples ya conocidos restituyendo al final la suma de efectos.

Como ejemplo veamos en Fig. 13 y de forma gráfica el significado del principio enunciado. Es decir que la sollicitación del estado A (puntual + repartida) simultáneo equivale a la suma de cada una -- de las hipótesis actuando independientemente.

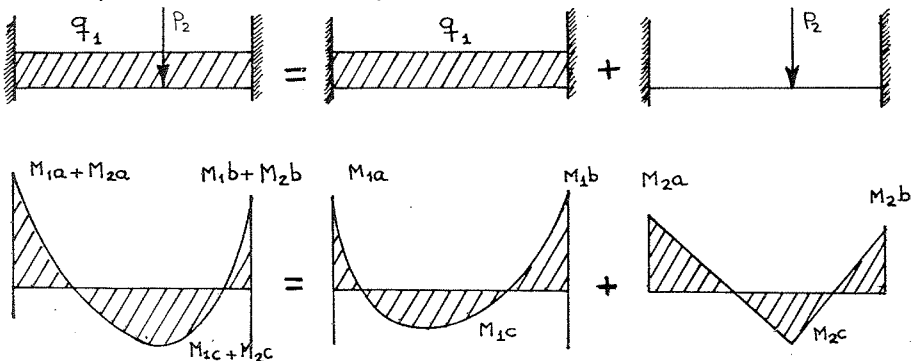
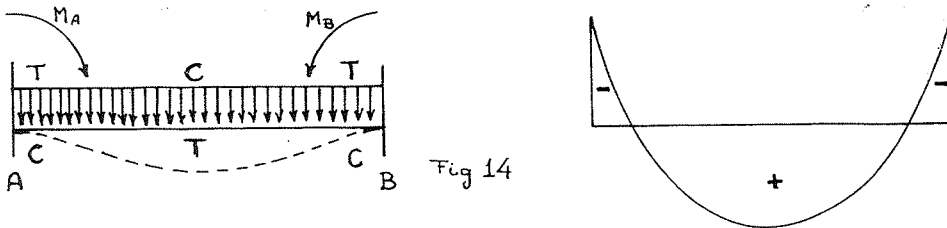


Fig 13

### 3.3.4.- Convenio de Signos.

Respecto a los signos hay que aclarar que son arbitrarios en su sentido más genérico y dependen de los tratados que se consulte. Pero es imprescindible el utilizar siempre el mismo para no incurrir en errores, siendo fundamental el tener este concepto muy claro manteniendo siempre el mismo criterio.

#### a) Signos de Resistencia de Materiales.



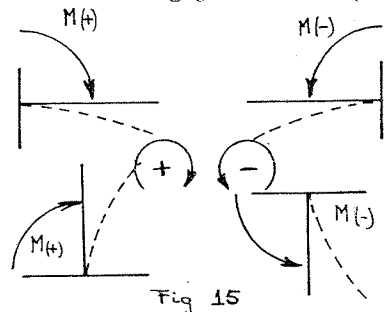
Si se tiene una viga cargada con fuerzas gravitatorias (Fig.14) el momento es positivo cuando existe tracción en la parte inferior y compresión en la superior y el momento es negativo en caso contrario.

#### b) Signos de Cross.

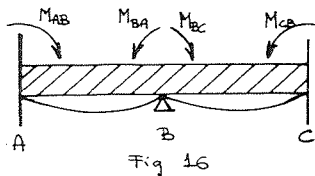
Para los cálculos de Cross es necesario el convenio de Signos. Supongamos la hipótesis de que son positivos los momentos que tienden a deformar la fibra neutra de una barra en el sentido de las agujas del reloj. (Fig. 15)

Y negativo el caso contrario (Fig.15)

Observemos la diferencia respecto al convenio anterior y veamos que  $M_A = +$  y  $M_B = -$  es decir, que si bien  $M_B$  mantiene el mismo signo.  $M_A$  toma el contrario.



Este convenio es muy útil cuando buscamos equilibrar los momentos en un nudo (Fig. 16) pues permite sumar algebraicamente los momentos que concurren en cada nudo con el fin de buscar si está o no en equilibrio.

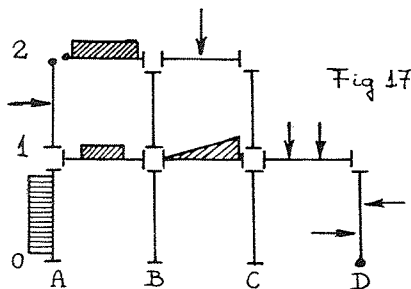


Para hallar los momentos  $M_{BA}$  y  $M_{BC}$  debemos resolver el nudo B y para ello buscamos su equilibrio planteando  $M = 0$  en dicho punto luego como  $M_{BA} = (-)$  y  $M_{BC} = (+)$  vemos que  $M_{BA} + M_{BC} = 0$  o sea que se podrá cumplir la ecuación cuando los dos tengan el mismo valor absoluto y signo contrario. Recuerdese que estos momentos tienen el mismo signo en Resistencia de materiales y no podrían anularse el interés del convenio de signos de Cross.

El sentido de los momentos que para este caso sencillo parece obvio es prácticamente imposible de determinar en sistemas más complejos en los que ya no es posible deducir intuitivamente como resultarán los momentos siendo imprescindible el convenio de signos que de forma mecánica nos dará la solución de cada caso.

### 3.3.5.- Momentos de Empotramiento. (Fig. 17)

Para iniciar el estudio de una estructura por este método, debemos partir de los momentos teóricos de empotramiento que actuarán sobre cada nudo para proceder seguidamente a su reparto.



Supongamos que todas las barras son elementos independientes con apoyos ideales, rígidos o rotulas. Con esta hipótesis podemos recurrir a las tablas enunciadas en el apartado 3.3.2. obteniendo los momentos en los extremos para cada barra. Como es lógico los signos de estos serán los de Cross.

### 3.3.6.- Rigidez.

Es el factor que nos da la relación entre la inercia y la longitud de la barra midiendo que resistencia opone cada barra a ser deformada por un momento exterior en uno de sus extremos.

Según que la barra esté entre dos nudos, rígidos o entre una rotula y un rígido. Definimos la rigidez con las siguientes relaciones:

$$R = \frac{I}{l} = \frac{\text{Inercia}}{\text{longitud}} \quad (2 \text{ rígidos})$$

$$R = \frac{3}{4} \cdot \frac{I}{l} = \frac{3 \text{ Inercia}}{4 \text{ longitud}} \quad (1 \text{ r\u00edgido} + 1 \text{ rotula})$$

Siendo,  $I$  = Inercia de la barra y  $l$  = longitud libre

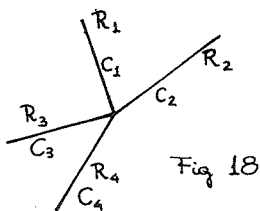
Como se ve una barra con una rotula es menos r\u00edgida que con doble empotramiento.

Del mismo modo que es preciso hallar los momentos de empotramiento para cada barra habr\u00e1 que hallar al mismo tiempo la r\u00edgidez de todas ellas como dato previo al reparto de momentos en cada nudo.

### 3.3.7.- Reparto.

En cada nudo confluyen dos \u00f3 m\u00e1s barras de la estructura. Si comparamos para cada nudo las rigideces de todas las barras que convergen en \u00e9l obtendr\u00edamos el coeficiente de reparto que definimos como : El cociente de la rigidez de cada barra respecto a la rigidez total del nudo; tiene siempre signo negativo.

Anal\u00edticamente se expresa : (Fig. 18)



$$C_i = \frac{R_i}{\sum R}$$

Este valor que siempre es menor que la unidad y expresa la rigidez en tanto por uno. Cuando existe un momento atacante  $M$  que incide sobre un nudo. Los coeficientes de reparto, cuya suma es la unidad, nos indican como se repartir\u00e1 este momento entre las barras del nudo. Es decir que parte de dicho momento ser\u00e1 contrarrestado por cada una de las barras.

### 3.3.8.- Transmisión.

Se entiende por transmisión el hecho de que cuando el extremo de una barra recibe la acci\u00f3n de momento y el otro extremo est\u00e1 empotrado este \u00faltimo se ve afectado de un momento de igual signo (de Cross) y de m\u00f3dulo la mitad (Fig. 19)

Quando el extremo opuesto tiene rotula esta no se ve afectada por

ningún momento pues las rotulas por principio no absorben ningún momento (Fig. 20) aunque si se podría observar un giro de la fibra neutra de dicha barra respectiva la posición inicial.

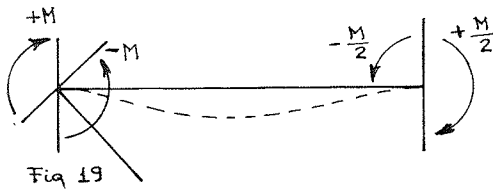


Fig 19

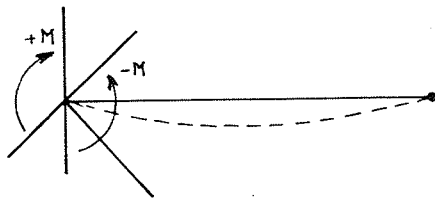


Fig 20

3.3.9.- Distribución de Momentos.

El principio sobre el que se basa el método de Cross es el de que cuando un nudo está desequilibrado. Las barras que confluyen en él actúan de forma que entre todas y de forma proporcional a su rigidez absorben este desequilibrio.

Cuando iniciamos un cálculo por Cross y tal como hemos dicho, se deben buscar los momentos de empotramiento y las rigideces de las barras, (Fig. 21).

Generalmente la suma de los momentos de empotramiento que actuarían sobre cada nudo es distinta de cero y por ello se debe hallar el valor de esta diferencia que es el desequilibrio inicial en cada nudo.

Si suponemos el Nudo A de la Figura 21. en el que concurren tres - Barras

$$\sum M_A = M_{AB} + M_{AC} + M_{AD} = M'_A$$

Sea  $M'_A$  el valor resultante del desequilibrio positivo o negativo está actuando en el nudo (Fig. 22). Para que la estructura recupere el equi

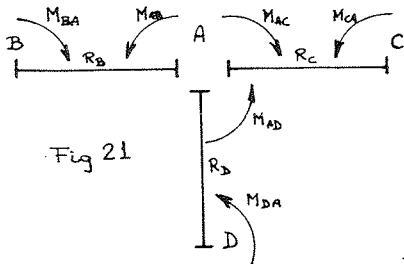
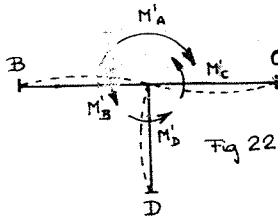


Fig 21

librio es preciso que cada nudo tenga unos momentos que se anulen entre si. Luego, entre todas las barras del nudo deben de contrarrestar la acción de este momento resultante oponiendo unos momentos cuya suma sea  $M'_A$  y de signo contrario.



En este caso.

$$M'_B = M'_A \times C_B = - M'_A \frac{R_B}{R_B + R_C + R_D}$$

$$M'_C = M'_A \times C_C = - M'_A \frac{R_C}{R_B + R_C + R_D}$$

$$M'_D = M'_A \times C_D = - M'_A \frac{R_D}{R_B + R_C + R_D}$$

$M'_B + M'_C + M'_D = - M'_A$

R = Rigidez  
C = Coef. Reparto

que ha permitido hallar los momentos de acuerdo con los coeficientes de Reparto,  $C_B$ ,  $C_C$ ,  $C_D$ . Siendo su suma igual y de signo contrario a momento  $M'_A$  de desequilibrio quedando de este modo el nudo en equilibrio.

Respecto a  $M'_B$ ,  $M'_C$  y  $M'_D$  son los valores en que se ha modificado el valor del momento del extremo de cada una de las barras del nudo. De acuerdo con el principio de transmisión estas barras envían al otro extremo un momento de  $\frac{M'_B}{2}$ ;  $\frac{M'_C}{2}$  y  $\frac{M'_D}{2}$ . En el caso de que

los nudos B, C, D en los que confluyen otras barras, estuvieran en equilibrio este valor los desequilibraría dando lugar en cada uno de ellos a un proceso de reparto similar al del nudo A que influiría a su vez en los nudos adyacentes y así sucesivamente. Como vemos no se llegaría nunca de forma exacta a tener todos los nudos en equilibrio pero sí a que su desequilibrio sea menor que un valor predeterminado que se dará como error de cierre máximo.

Como se comprende hay que detener el proceso de reparto al cabo de un cierto número de veces en que se haya equilibrado cada nudo de la estructura. Este número de vueltas será de 2 a 6 dependiendo del grado de exactitud que se precisa en los cálculos y definido por el error de cierre.

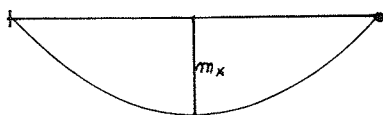
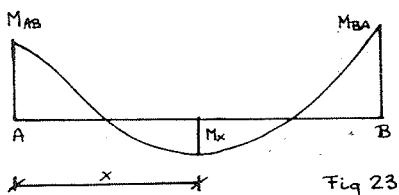
Con esta idea básica se pueden resolver los pórticos más complejos. Evidentemente el proceso es más laborioso y largo cuando mayor es el número de nudos y barras que concurran a ellos.

Supuesto resuelto el problema del reparto de momentos lo que habremos obtenido será únicamente el valor de los momentos en los extremos de las barras. Para un dimensionado adecuado de cada barra no solo precisamos de estos datos sino que es imprescindible la distribución de los momentos en el vano y los esfuerzos cortantes correspondientes.

### 3.3.10 .- Restitución de los Momentos y Cortantes

Para este fin conociendo las fórmulas que se indican a continuación y partiendo de los valores de los momentos después del reparto de Cross y los valores de la barra como elemento independiente sobre dos rotulas (isoestáticas) se pueden restituir los valores intermedios.

Sea una barra (fig. 23) AB que ha obtenido los momentos de cross.



Respecto al cortante tenemos

$$T_x = t_x + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{l}$$

$M_{AB}$  y  $M_{BA}$  respectivamente en cada extremo, y sea  $x$  el momento Isoestático de este mismo tramo.

$$M_x = m_x - M_{AB} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{l} x$$

Siendo  $x$  siempre positivo y  $M_{AB}$  y  $M_{BA}$  los valores de cross con su correspondiente signo.



Siendo  $m_x$  y  $t_x$  el momento y corbante isoestático a una distancia  $x$  del apoyo A de dicha barra y con el signo de resistencia de materiales.

### 3.4. - Método G. Montoya (Aproximado)

Este método como se verá es básicamente un Cross de una sola vuelta, y se parece en parte al cálculo de vigas continuas, por no considerarse los efectos de las plantas superiores e inferiores.

En este apartado se expone el método del Cap. 25.6 de G. Montoya I pero con algunas variaciones por su mayor sencillez. Existen otros métodos basados en los mismos principios como el del CCBA expuesto en el tomo 4 del Traite de Betón Armé de Guerrin que permite una mayor precisión pero su aplicación es más laboriosa.

#### 3.4.1. - Condiciones del método

Se aplica a pórticos múltiples con luces y sobrecargas cualesquiera. No se puede aplicar con fuerzas horizontales.

Se consideran los signos de igual forma que para el método de Cross.

Se parte de los momentos de empotramiento de las vigas consideradas como biempotradas según 3.3.5. pero se disminuyen en un 10% en este caso.

Se mantienen los conceptos de rigidez y de coeficiente de reparto de Cross.

Se puede aplicar con voladizos que suman su momento al nudo extremo.

#### 3.4.2. - Aplicación

- a) Se consideran las luces entre ejes.
- b) Se determinan las rigideces de las barras como en Cross, reduciéndose en un 10% para los pilares de la última planta y las vigas extremas, últimos vanos.
- c) Se calculan los coeficientes de reparto según 3.3.7

- d) Se reparte en cada nudo la diferencia de momentos de partida, bien potrados, proporcionalmente a los coeficientes de reparto.
- e) No se aplica el principio de transmisión, excepto en los nudos extremos que se transmite solamente a través de la viga al nudo inmediato interior. En caso que la viga tenga menor rigidez que cualquiera de los pilares tampoco será necesaria esta transmisión.
- f) Cuando las sobrecargas sean mayores del 50% del peso propio se deberá hacer por separado el cálculo de los momentos para el peso propio y luego el de la sobrecarga sumando los máximos y buscando los valores más desfavorables.
- g) Se recomienda no dimensionar con momentos para el vano menores a  $\frac{1}{20} q l^2$  para carga repartida y  $0,15 p l^2$  para carga puntual.

### 3.4.3. - Cálculo de los momentos

Los valores que dan estas fórmulas tienen los signos de Cross.

- a) Nudo intermedio (fig. 24)

$$M_1 = - M'_1 + C_1 (M'_1 - M'_2)$$

$$M_2 = M'_2 + C_2 (M'_1 - M'_2)$$

$$M_3 = + C_3 (M'_1 - M'_2)$$

$$M_4 = + C_4 (M'_1 - M'_2)$$

Siendo C el coeficiente de Reparto de cada barra y M' los momentos de empotramiento perfecto en valor absoluto.

- b) Nudos extremo y penúltimo (fig. 25)

$$\text{Extremo} \quad M_5 = M'_5 - C_5 \cdot M'_5$$

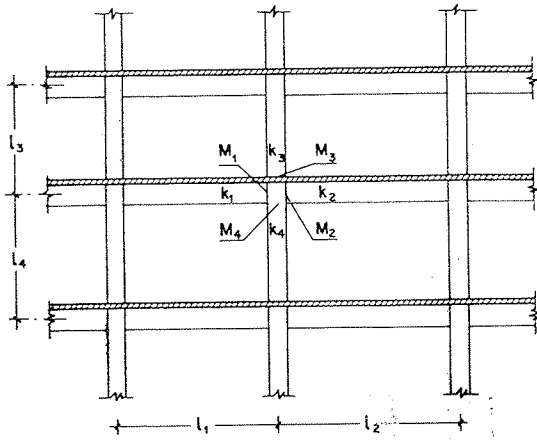


FIG. 24

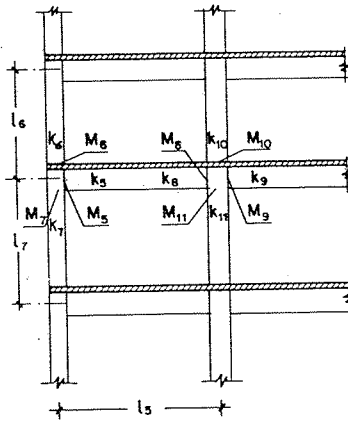


FIG. 25

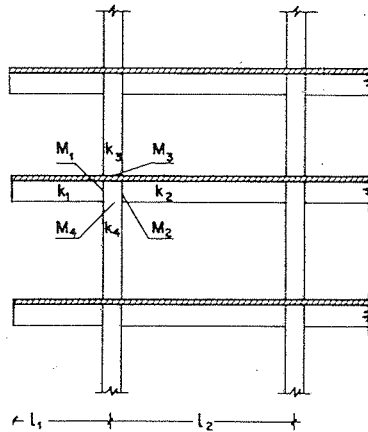


FIG. 26

$$M_6 = - C_6 M'_5$$

$$M_7 = - C_7 M'_5$$

Penúltimo

$$M_8 = - M'_8 + C_8 (M'_8 - M'_9)$$

$$M_9 = M'_9 + C_9 (M'_8 - M'_9)$$

$$M_{10} = + C_{10} (M'_8 - M'_9)$$

$$M_{11} = + C_{11} (M'_8 - M'_9)$$

En el caso que se cumpla el último párrafo de 3.4.2.e hay que añadir el 50% del valor absoluto por la barra procedente del nudo exterior.

c) Voladizo

Quando exista voladizo (fig. 26)

El esquema de reparto es como un nudo intermedio respecto a las tres barras y siendo  $M'_1$  el valor del momento del voladizo de las características indicadas, pero debe recordarse que  $M_1 = - M'_1$  pues el voladizo no tiene coeficiente de reparto debiéndose restablecer el equilibrio entre las tres barras restantes o sea que  $C_1 = 0$  y  $C_2 + C_3 + C_4 = 1$

3.4.4. - Restitución de momentos y Cortante

En este método esta fase debe de atenderse exactamente a lo indicado en el apartado 3.3.10.

3.5. - Método EH - 73 (Simplificado)

El presente método concebido por Jimenez Montoya ha sido adaptado por la Instrucción Española EH-73.

Consiste en el cálculo de los momentos de acuerdo con unas fracciones preestablecidas en función de la rigidez de las barras de la estructura.

### 3.5.1. - Condiciones de cálculo

- a) La luz no difiera en  $\pm 20\%$  de la de los tramos adyacentes y se contara entre ejes.
- b) Solo para cargas uniformemente repartidas.
- c) Barras de sección constante.
- d) Sobrecarga menor al 50% de la carga permanente.
- e) Para el cálculo de los momentos negativos  $l = \frac{l_a + L_b}{2}$  siendo a y b los vanos adyacentes al nudo.
- f) Los valores dentro de los círculos indican proporción de rigidez.
- g) Los pilares interiores se calcularán con el momento producido por una excentricidad de 2 cm. de la carga vertical (Valor indicado en los abacos de cálculo de G. Montoya Tomo II).

### 3.5.2. - Cálculo de los Momentos

Para el cálculo de los momentos se recurre a los coeficientes fraccionarios de las fig. 27 , caso de pórticos de dos vanos y la fig. 28 caso de pórtico múltiple.

Para utilizar este método debemos de calcular o intuir la proporción que van a guardar las rigideces relativas de los elementos de los nudos extremos que son los inicios que influyen en este caso.

Es decir si el pilar será la mitad de rigido que la jácena usaremos la proporción 1-2 pero si es el doble que la jácena la relación será 2-1 etc. como se ve en el último nivel no es preciso suponer las rigideces de los elementos.

Los momentos de empotramiento y vano se obtienen una vez escogida la relación multiplicando la fracción:  $\frac{1}{n}$  según el tramo, por  $ql^2$  siendo q el valor peso de la carga más la sobrecarga por metro lineal y l

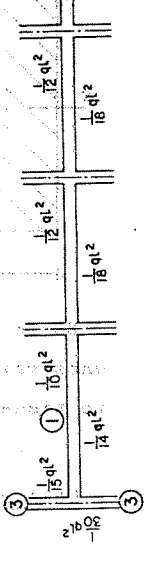
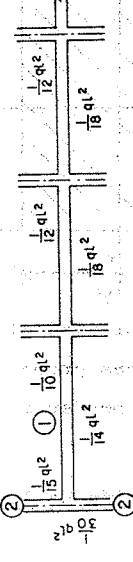
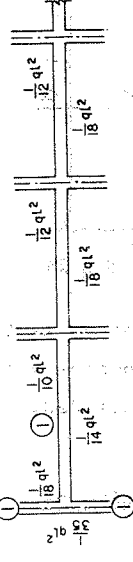
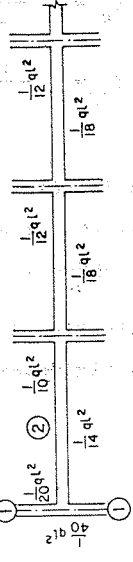
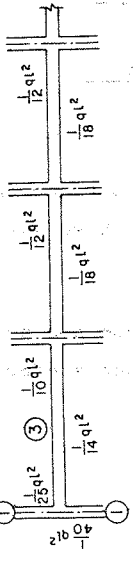
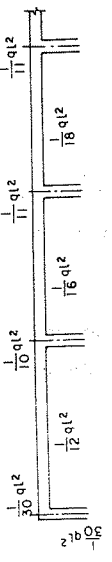
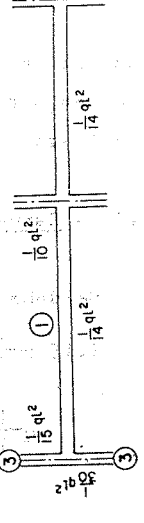
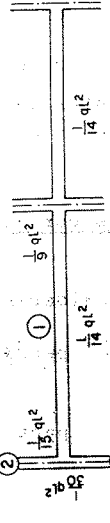
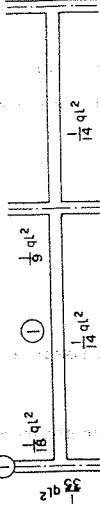
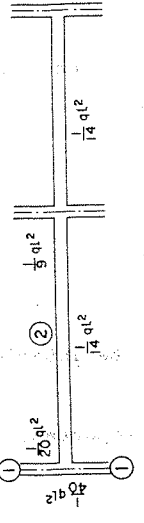
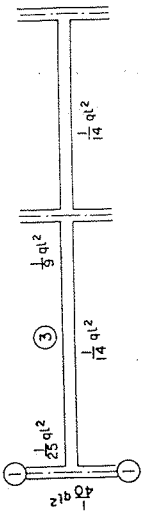
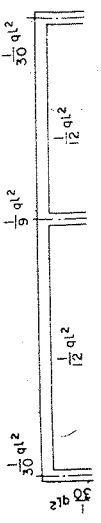


FIG. 27

FIG. 28

la luz para los momentos de vano y las semisuma de los adyacentes para los empotramientos centrales el extremo toma la luz del único tramo que le llega.

3.5.3. - Esfuerzos cortantes

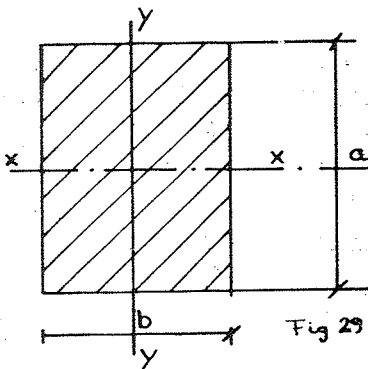
Se deben considerar.

$1.15 q \frac{1}{2}$  para el primer soporte interior.

$q \frac{1}{2}$  para los restantes soportes.

3.5.4. - Cálculo de las inercias y rigideces

Para el cálculo de las inercias de una sección cualquiera debemos -- aplicar las fórmulas siguientes siendo los valores según la Fig. 29.



$$I_{xx} = \frac{ba^3}{12}$$

$$I_{yy} = \frac{b^3a}{12}$$

La inercia se obtiene en  $cm^4$  si los valores de a y b se substituyen expresados en cm.

Es de utilidad el uso de la tabla fig. 30 que nos permite hallar unos valores proporcionales a las rigideces que a efectos de reparto tienen perfecta utilidad.

3.6. - Utilización de los métodos

Los métodos expuestos como es evidente no son todos los existentes pero si nos dan una idea de los niveles de precisión que se puede

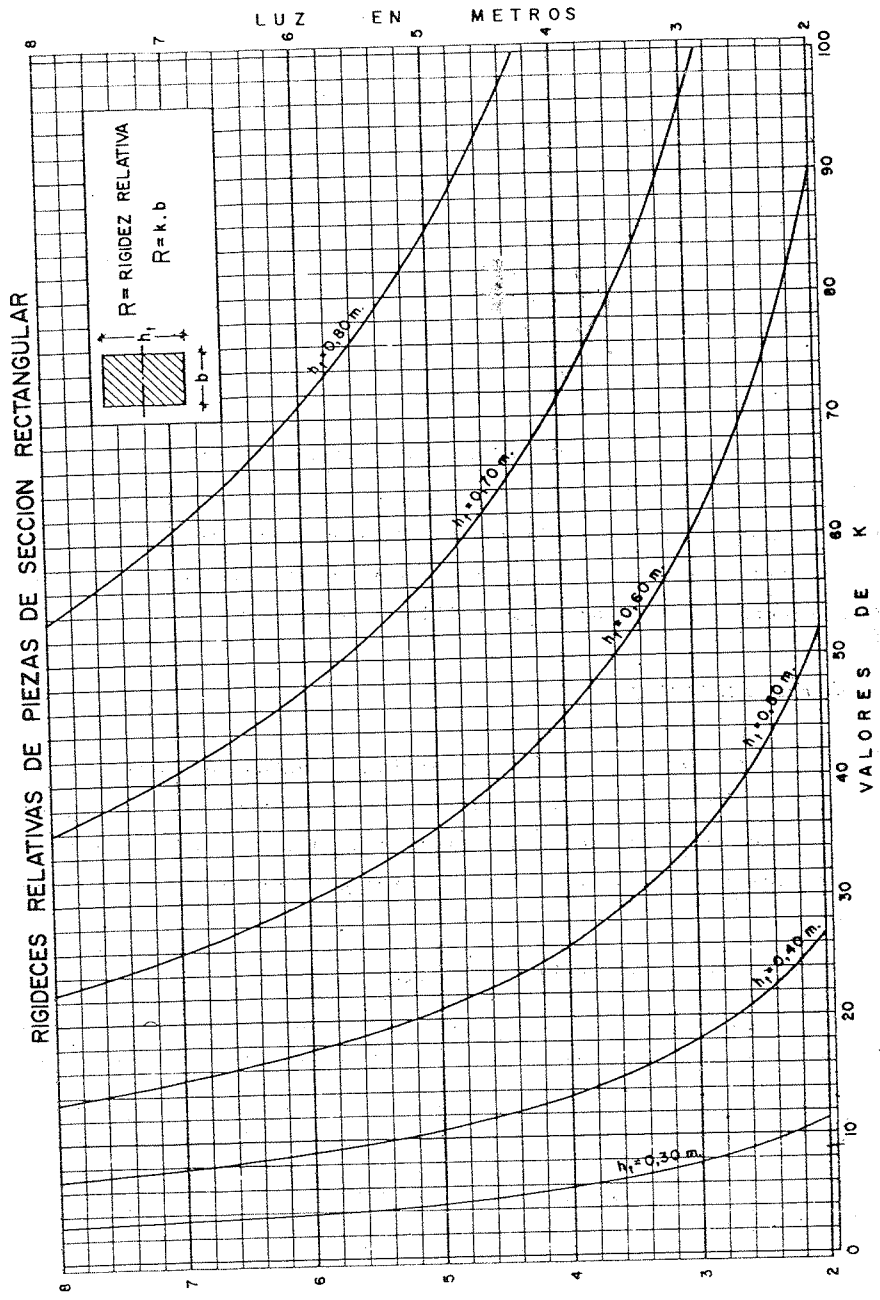


FIG 23



obtener con los cálculos.

No debe por ello pensarse que mediante un cálculo por el método Cross por medios electrónicos con 10 vueltas y una precisión muy elevada sea el método más adecuado. Como es evidente el diámetro de las barras y perfiles de acero y las secciones de hormigón aumentan con una cierta escala que impide construir vigas con un dimensionado tan preciso.

También debe pensarse que los materiales sufren fenómenos proporcionales al tiempo, como la afluencias, lo que hace que las sollicitaciones varíen.

Será por lo general suficiente una precisión de dos decimales considerando la unidad la Tonelada x metro.

Los métodos menos precisos lo que suelen hacer es dar resultados que exceden por el lado de la seguridad lo que indica que para una estructura de muchas barras serán antieconómicos, pero son perfectamente válidos para el caso de un predimensionado o para pórticos de pocas plantas, elementos de poca responsabilidad estructural.

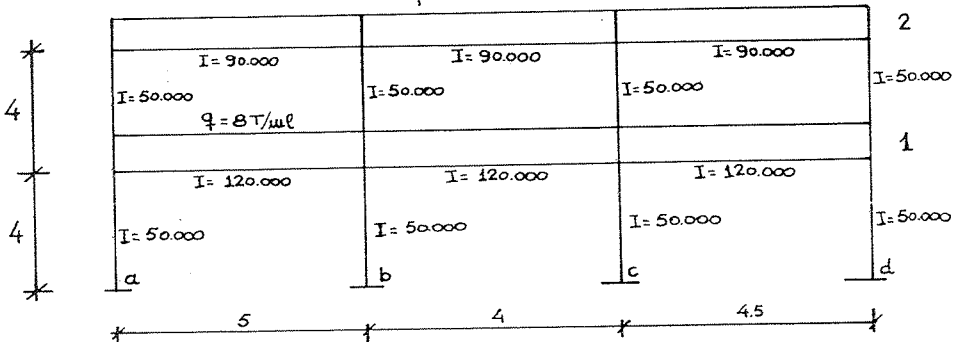
4.- Ejemplos de cálculo

A continuación se van a buscar los momentos flectores y esfuerzos cortantes de una estructura simple. Según los tres métodos expuestos has ta aquí de modo que se pueda establecer a continuación una comparación entre sus resultados y al mismo tiempo exponer la forma de operar con los mismos.

Sea el esquema siguiente : fig. 31

$$q = 5T/ml.$$

Fig 31



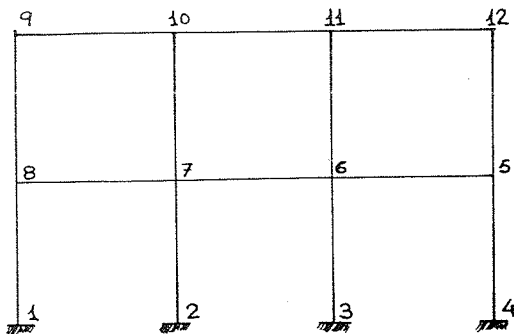
4.1.- Cálculo por Cross. (Fig. 32)

Fig. 32

Numeramos los nudos del esquema para facilitar la forma operativa.

4.1.1.- Momentos de empotramiento.

Empezamos buscando qué barras, consideradas como biempotradas, tienen momentos flectores.

Como las fuerzas que se consideran son puramente gravitatorias las únicas barras con momentos son las horizontales, siendo sus momentos flectores y cortantes con los signos de Cross los siguientes:

$$\text{Barra } 6-5 \quad M'_{65} = + \frac{q l^2}{12} = \frac{3 \times 4,5^2}{12} = - M'_{56} = 13,5 \text{ T x m.}$$

$$T'_{65} = - T'_{56} = \frac{q l}{2} = \frac{3 \times 4,5}{2} = 13 \text{ T}$$

$$\text{Barra } 7-6 \quad M'_{76} = - M'_{67} = \frac{8 \times 4^2}{12} = 10,67 \text{ T x m.}$$

$$T'_{76} = - T'_{67} = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ T}$$

$$\text{Barra } 8-7 \quad M'_{87} = - M'_{78} = \frac{8 \times 5^2}{12} = 16,67 \text{ T x m.}$$

$$T'_{87} = - T'_{78} = \frac{8 \times 5}{2} = 20 \text{ T}$$

$$\text{Barra } 9-10 \quad M'_{910} = - M'_{109} = \frac{5 \times 5^2}{12} = 10,42 \text{ T x m.}$$

$$T'_{910} = - T'_{109} = \frac{5 \times 5}{2} = 12,5 \text{ T}$$

$$\text{Barra } 10-11 \quad M'_{1011} = - M'_{1110} = \frac{5 \times 4^2}{12} = 6,66 \text{ T x m.}$$

$$T'_{1011} = - T'_{1110} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \text{ T}$$

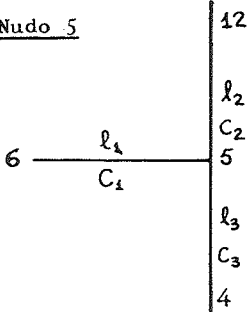
Barra 11-12      $M'_{11.12} = -M'_{12.11} = \frac{5 \times 4,5^2}{12} = 3,33 \text{ T x m.}$

$$T'_{11.12} = -T'_{12.11} = \frac{5 \times 4,5}{2} = 11,25 \text{ T.}$$

#### 4.1.2.- Rigidez u coeficientes de reparto.

Estudiaremos para ello los nudos de forma independiente sea  $R =$  Rigidez,  $C =$  coeficiente reparto. Los valores de las inercias se han

Nudo 5



tomado divididos por 1.000.

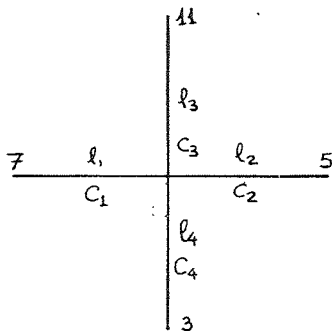
$$R_1 = \frac{120}{4,5} = 26,6 \quad \Sigma R = 51,6$$

$$R_2 = R_3 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$C_1 = \frac{R}{R} = \frac{26,6}{51,6} = 0,52$$

$$C_2 = C_3 = \frac{R_2}{R} = \frac{12,5}{51,6} = 0,24$$

#### Nudo 6



$$R_1 = \frac{120}{4} = 30; \quad R_2 = \frac{120}{4,5} = 26,6$$

$$R_3 = R_4 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$\Sigma R_6 = 31,6$$

$$C_1 = \frac{30}{31,6} = 0,38; \quad C_2 = \frac{26,6}{31,6} = 0,32$$

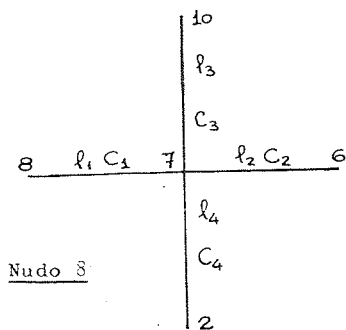
$$C_3 = \frac{12,5}{31,6} = 0,15 = C_4$$

#### Nudo 7

$$R_1 = \frac{120}{5} = 24, \quad R_2 = \frac{120}{4} = 30$$

$$R_2 = R_4 = \frac{50}{4} = 12,5; \quad \Sigma R_7 = 79$$

$$C_1 = \frac{24}{79} = 0,30, \quad C_2 = \frac{30}{79} = 0,40$$

Nudo 8

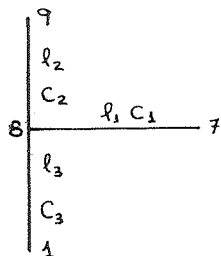
$$C_3 = C_4 = \frac{12,5}{79} = 0,15$$

$$R_1 = \frac{120}{5} = 24; \quad R_2 = R_3 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$\Sigma R_8 = 49$$

$$C_1 = \frac{R}{49} = 0,48$$

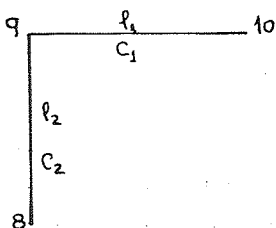
$$C_2 = C_3 = \frac{R_2}{49} = 0,26$$

Nudo 9

$$R_1 = \frac{90}{5} = 18, \quad R_2 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$\Sigma R_9 = 30,5$$

$$C_1 = \frac{18}{30,5} = 0,59; \quad C_2 = \frac{12,5}{30,5} = 0,41$$

Nudo 10

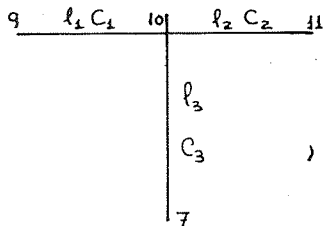
$$R_1 = \frac{90}{5} = 18, \quad R_2 = \frac{90}{4} = 22,5$$

$$R_3 = \frac{50}{4} = 12,5$$

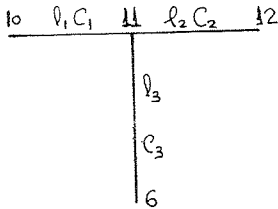
$$\Sigma R_{10} = 53$$

$$C_1 = \frac{18}{53} = 0,34; \quad C_2 = \frac{22,5}{53} = 0,42$$

$$C_3 = \frac{12,5}{53} = 0,24$$

Nudo 11

$$R_1 = \frac{90}{4} = 22,5, \quad R_2 = \frac{90}{4,5} = 20$$



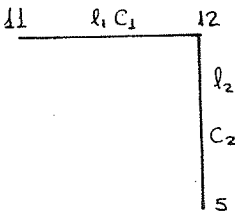
$$R_3 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$\Sigma R_{11} = 55,0$$

$$C_1 = \frac{22,5}{55,0} = 0,41; \quad C_2 = \frac{20}{55,0} = 0,46$$

$$C_3 = \frac{12,5}{55} = 0,23$$

#### Nudo 12



$$R_1 = \frac{90}{4,5} = 20, \quad R_2 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$\Sigma R_{12} = 32,5$$

$$C_1 = \frac{20}{32,5} = 0,61, \quad C_2 = \frac{12,5}{32,5} = 0,39$$

#### 4.1.3.- Cálculo de los momentos.

Para realizar el proceso del reparto del momento resultante en cada nudo y transmitirlo a los adyacentes, reiterando esta operación-- varias vueltas existen varias formas de ordenar los valores de los -- operandos que intervienen en el proceso. Pero uno de los más claros -- pues prescinde de la topología de la estructura en las operaciones es el de la tabla de reparto que es el utilizado en este ejemplo. (Fig. 33)

En esta tabla se colocan en cabeza los nudos con tantas columnas como barras confluyen en cada uno de ellos.

Cada columna incluye el dato del extremo de una barra, osea que la barra 6-7 la vemos desde 6 como 6-7 y desde 7 como 7-6 y en cada casilla hay el momento de uno de sus extremos. Asimismo a parte de la referencia del extremo de la barra con que vamos a operar hay que colocar el coeficiente de reparto que dicha barra tiene respecto al nudo en -- cuestión.

Rellenada la cabecera de la tabla, Nudo, extremos de barra y -- coeficientes de reparto, colocamos los momentos hallados en 4.1.1., en



sus casillas y procedemos a liberar los nudos, equilibrando los momentos en cada nudo de forma sucesiva según un orden y procediéndose de esta forma "n" veces para cada nudo, a medida que vamos dando vueltas los valores transmitidos cada vez son menores respecto de los momentos de partida, pudiéndose cesar los repartos cuando los valores sean del orden de centésimas o milésimas de unidad con que se ha partido y según la precisión que se desee.

Cuando ya se ha pasado un número igual de veces por todos los nudos, 2 veces en el ejemplo del cuadro Fig. 33, y quedan algunos nudos con desequilibrios. Se suelen reequilibrar como se ha hecho en los indicados con ( ) pero ya sin transmitir los valores a los nudos próximos por tratarse de valores muy pequeños.

Cada vez que se equilibra un nudo se suele trazar una doble raya bajo el reparto indicándose con ello que la suma de momentos en dicho instante es nulo. Para hallar los momentos resultantes del reparto se procede a la suma por columnas y sin olvidar los signos que nos darán el sentido definitivo del momento en cada barra.

#### 4.1.4.- Diagrama de Momentos.

De acuerdo con los resultados del cuadro anterior. Se indica en la Fig. 34 los valores de los momentos y su representación gráfica. En el esquema se indica el signo de los momentos y su distribución aproximada.

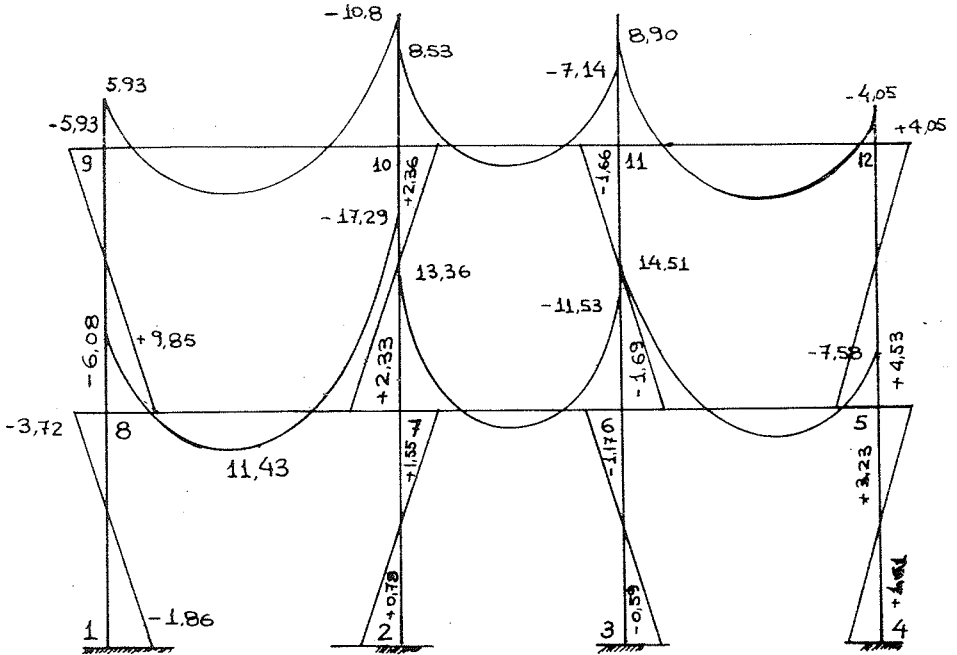


Fig 34

#### 4.1.5.- Restitución de Momentos y Cortantes.

Tal como se expuso en el apartado 3.3.10 y de acuerdo con las fórmulas indicadas se hallarían todos los valores de los vanos calculándose el tramo 8-7 como ejemplo ilustrativo.

$$M_x = m_x - M_{AB} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{l} x$$

si queremos el valor en el medio del vano, sustituyendo,

$$x = l/2 \quad \text{luego}$$

$$M_{l/2} = \frac{ql^2}{8} - 9,85 + \frac{9,85 - 17,29}{2} =$$

$$M_{l/2} = \frac{8 \times 5^2}{8} - 9,85 - 3,72 = \boxed{11,43 \text{ T x m.}}$$

Valor momento en el centro del vano.

Respecto al cortante y de igual modo



$$T_{7,3} = T'_{7,3} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{l} =$$

$$T_{7,8} = 20 + \frac{9,35 - 17,29}{5} = \boxed{13,51 \text{ T}} \text{ Apoyo izquierdo o exterior.}$$

$$T_{8,7} = -20 + \frac{9,35 - 17,29}{5} = \boxed{-21,49 \text{ T}} \text{ Apoyo derecho o central.}$$

Observese que el cortante es mayor en el apoyo interior que en el extremo lo que confirma lo indicado en el apartado 3.5.3.

#### 4.2.- Cálculo G.Montoya (Aproximado)

Para la aplicación de este método al ejemplo propuesto nos basaremos en las indicaciones del apartado 3.4. del presente Tema.

##### 4.2.1.- Momentos de empotramiento.

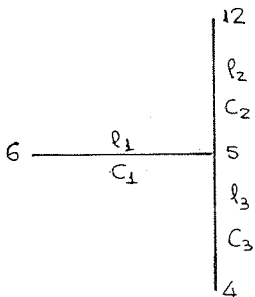
Son los mismos de el apartado 4.1.1. (Ejemplo de Cross)

##### 4.2.2.- Rigideces y coeficientes de reparto.

De acuerdo con el subapartado 3.4.2. b las rigideces deben reducirse en un 10% respecto a los pilares de última planta y vanos extremos.

Igual que el ejemplo anterior procederemos al cálculo de estos factores por nudos.

##### Nudo 5



Barras 5-12 y 5-6 reducción 10%

$$R_1 = \frac{120}{4,5} \times 0,9 = 23,9$$

$$R_2 = \frac{50}{4} \times 0,9 = 11,25$$

$$\Sigma R_5 = 47,65$$

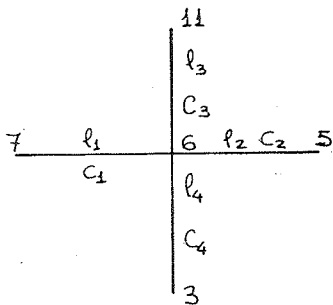
$$R_3 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$C_1 = \frac{23,9}{47,65} = 0,50$$

$$C_3 = \frac{12,5}{47,65} = 0,26$$

$$C_2 = \frac{11,25}{47,65} = 0,24$$

### Nudo 6



Reducción en barras 6-11 y 6-5

$$R_1 = \frac{120}{4} = 30 \quad R_2 = \frac{120}{4,5} \times 0,9 = 23,9$$

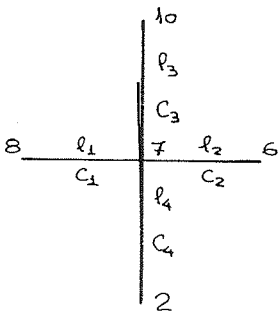
$$R_3 = \frac{50}{4} \times 0,9 = 11,25; \quad R_4 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$\Sigma R_6 = 77,65$$

$$C_1 = \frac{30}{77,65} = 0,39; \quad C_2 = \frac{23,9}{77,65} = 0,31$$

$$C_3 = \frac{11,25}{77,65} = 0,14; \quad C_4 = \frac{12,5}{77,65} = 0,16$$

### Nudo 7



Reducción en barras 7-10 y 7-8

$$R_1 = \frac{120}{5} \times 0,9 = 21,6; \quad R_2 = \frac{120}{4} = 30$$

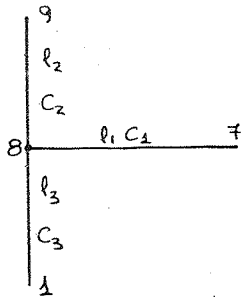
$$R_3 = \frac{50}{4} \times 0,9 = 11,25; \quad R_4 = \frac{50}{4} = 12,5$$

$$\Sigma R_7 = 75,35$$

$$C_1 = \frac{21,6}{75,35} = 0,28; \quad C_2 = \frac{30}{75,35} = 0,40,$$

$$C_3 = \frac{11,25}{75,35} = 0,15; \quad C_4 = \frac{12,5}{75,35} = 0,17$$

Nudo 3



Reducción en barras 8-9 y 8-7

$$R_1 = \frac{120}{5} \times 0,9 = 21,6; R_2 = \frac{50}{4} \times 0,9 = 11,25$$

$$R_3 = \frac{50}{4} = 12,5; \quad \Sigma R_3 = 45,6.$$

$$C_1 = \frac{21,6}{45,6} = 0,47, \quad C_2 = \frac{11,25}{45,6} = 0,25,$$

$$C_3 = \frac{12,5}{45,6} = 0,28$$

Nudo 9 y 12

Por ser la reducción precisa para las barras no hay variación de los coeficientes de reparto hallados en el caso anterior para dichos nudos.

Nudo 10

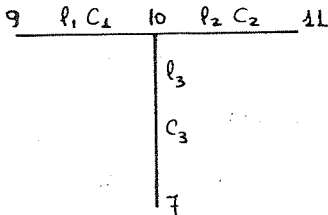
Reducción para la barra 10-7

$$R_1 = \frac{90}{5} = 18, \quad R_2 = \frac{90}{4} = 22,5$$

$$R_3 = \frac{50}{4} \times 0,9 = 11,25, \quad \Sigma R_{10} = 51,75$$

$$C_1 = \frac{18}{51,75} = 0,35, \quad C_2 = \frac{22,5}{51,75} = 0,43$$

$$C_3 = \frac{11,25}{51,75} = 0,22$$



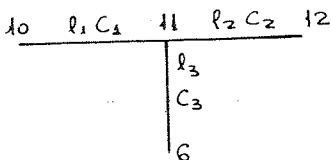
Nudo 11

Reducción para la barra 11-6

$$R_1 = \frac{90}{4} = 22,5, \quad R_2 = \frac{90}{4,5} = 20$$

$$R_3 = \frac{50}{40} \times 0,9 = 11,25 \quad \Sigma R_{11} = 53,75$$

$$C_1 = \frac{22,5}{53,75} = 0,42, \quad C_2 = \frac{20}{53,75} = 0,37$$



$$C_3 = \frac{22,5}{53,75} = 0,21$$

#### 4.2.3.- Cálculo de Momentos.

De acuerdo con el subapartado 3.4.2.-e y para los nudos extremos debe de aplicarse el principio de transmisión. Por esta razón debe de iniciarse el cálculo por estos con el fin de conocer los valores a transmitir a los nudos interiores.

Todos los valores indicados a continuación son en T x m.

##### Nudo 5 (Extremo)

$$\text{Momento a repartir} = M'_{56} = - 13,5$$

$$M_{56} = M'_{56} - M'_{56} \times C_1 = - 13,5 (1 - 0,5) = - 6,75$$

$$M_{5.12} = - M'_{56} \times C_2 = - (+13,5) 0,24 = + 3,24$$

$$M_{5.4} = - M'_{56} \times C_3 = - (+13,5) 0,26 = + 3,51$$

$$\text{Momento a transmitir al Nudo 6} = \frac{0,5 \times 13,5}{2} = + 3,37$$

##### Nudo 8 (Extremo)

$$\text{Momento a repartir } M'_{87} = 16,66$$

$$M_{8.7} = M'_{87} - M'_{87} \times C_1 = 16,66 (1-0,47) = + 8,83$$

$$M_{8.9} = - M'_{87} \times C_2 = - 16,66 \times 0,25 = - 4,16$$

$$M_{8.1} = - M'_{87} \times C_3 = - 16,66 \times 0,28 = - 4,66$$

$$\text{Momento a transmitir al Nudo 7} = \frac{0,47 \times 16,66}{2} = - 3,91$$

##### Nudo 9 (Extremo)

$$\text{Momento a repartir } M'_{9.10} = 10,42$$

$$M_{9.10} = M'_{9.10} - M'_{9.10} \times (0,59) = 10,42 (1-0,59) = + 4,27$$

$$M'_{9.8} = - M'_{9.10} \times 0,41 = - 10,42 \times 0,41 = - 4,27$$

$$\text{Momento a transmitir al Nudo 10} = - \frac{0,59 \times 10,42}{2} = - 3,07$$

### Nudo 12 (Extremo)

$$\text{Momento a repartir } M'_{12.11} = - 3,33$$

$$M_{12.11} = M'_{12.11} - M'_{12.11} \times 0,61 = - 3,33 + 3,33 \times 0,61 = - 3,25$$

$$M_{12.5} = - M'_{12.11} \times 0,39 = - (-3,33) \times 0,39 = + 3,25$$

$$\text{Momento a transmitir al Nudo 11} = + \frac{0,61 \times 3,33}{2} = + 2,54$$

### Nudo 6

Momento a repartir

$$M'_6 = M'_{6.7} + M'_{6.5} + 3,37 = - 10,67 + 13,5 + 3,37 = 6,20$$

$$M_{6.7} = M'_{6.7} - M'_6 \times C_1 = - 10,67 - 6,2 \times 0,39 = - 13,09$$

$$M_{6.5} = M'_{6.5} + 3,37 - M'_6 \times C_2 = 13,5 + 3,37 - 6,2 \times 0,31 = + 14,95$$

$$M_{6.11} = - M'_6 \times C_3 = - 6,2 \times 0,14 = - 0,87$$

$$M_{6.3} = - M'_6 \times C_4 = - 6,2 \times 0,16 = - 1,00$$

### Nudo 7

Momento a transmitir

$$M'_7 = M'_{7.8} + 3,91 + M'_{7.6} = - 16,66 - 3,91 + 10,67 = - 9,90$$

$$M_{7.8} = M'_{7.8} - 3,91 + M'_7 \times C_1 = - 16,66 - 3,91 + 9,9 \times 0,23 =$$

$$= - 17,3$$

$$M_{7.6} = M'_{7.6} - M'_7 \times 0,40 = 10,67 + 9,9 \times 0,4 = + 14,63$$

$$M_{7.10} = -M'_7 \times 0,15 = 9,9 \times 0,15 = 1,49$$

$$M_{7.2} = -M'_7 \times 0,17 = 9,9 \times 0,17 = 1,08$$

### Nudo 10

Momento a transmitir

$$M'_{10} = M'_{10.9} - 3,07 + M'_{10.11} = - 10,42 - 3,07 + 6,66 = - 6,83$$

$$M_{10.9} = + M'_{10.9} - 3,07 - M'_{10} \times C_1 = - 10,42 - 3,07 + 6,83 \times 0,35 = - 11,10$$

$$M_{10.11} = M'_{10.11} - M'_{10} \times C_2 = + 6,66 + 6,83 \times 0,43 = + 9,59$$

$$M_{10.7} = - M'_{10} \times C_3 = + 6,83 \times 0,22 = + 1,50$$

### Nudo 11

Momento a transmitir

$$M'_{11} = M'_{11.10} + M'_{11.12} + 2,54 = - 6,66 + 8,33 + 2,54 = 4,21$$

$$M_{11.10} = M'_{11.10} - M'_{11} \times C_1 = - 6,66 - 4,21 \times 0,42 = - 8,43$$

$$M_{11.12} = M'_{11.12} - M'_{11} \times C_2 = + 8,33 + 2,54 - 4,21 \times 0,37 = + 9,31$$

$$M_{11.6} = - M'_{11} \times C_3 = - 4,21 \times 0,21 = - 0,88$$

Como vemos este proceso de cálculo es bastante laborioso y sus resultados no son tan precisos como los del Cross. Se observa en este método una mayoración de los momentos en los nudos centrales en detrí

mento de los momentos de los pilares y su repercusión en los nudos de Borde.

#### 4.2.4.- Diagrama de Momentos.

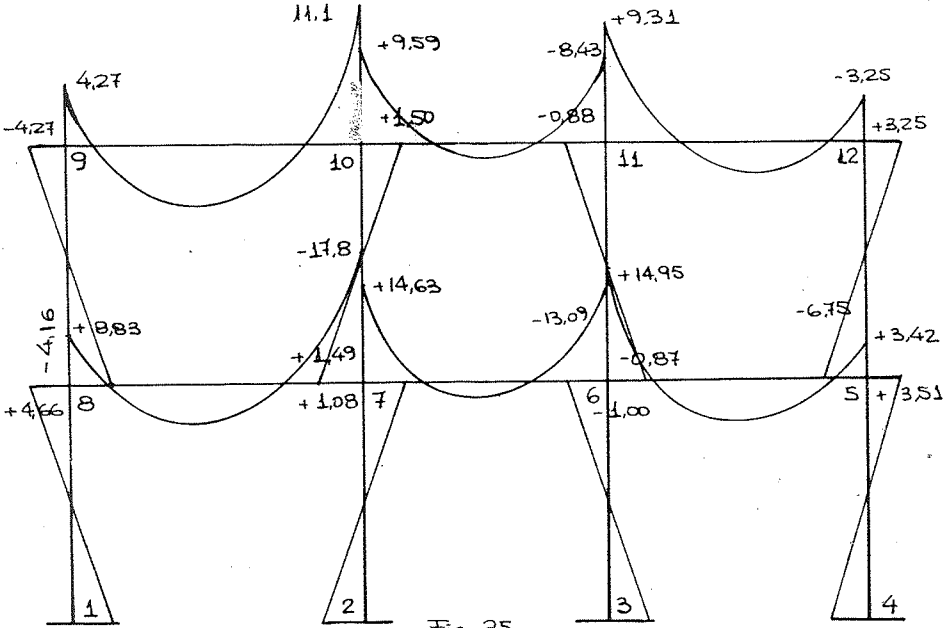


Fig. 35

#### 4.2.5.- Destitución de los Momentos y Cortantes.

En este apartado no debe de olvidarse el subapartado 3.4.2.-g que nos limita el momento mínimo del vano. El cálculo de estos valores se efectua como indicado en 4.1.5.

#### 4.3.- Cálculo Método EH-73 (Simplificado)

Siguiendo la pauta de los anteriores ejemplos haremos el cálculo del mismo pórtico por el método simplificado de la EH-73.

#### 4.3.1.- Condiciones de cálculo.

Como se ha enunciado en 3.5.1. este método solo es aplicable a un número restringido de casos que cumplan las condiciones establecidas.

En el ejemplo en cuestión se cumplen estas condiciones y admitimos que la sobrecarga no es superior al 50% del peso propio.

#### 4.3.2.- Cálculo de los Momentos.

Buscamos en primer lugar la proporción de las rigideces de los pilares extremos con las jácenas del último vano; para escoger cuál será el reparto de momentos adecuado.

Según el apartado 4.1.2. del presente Tema vemos que para el Nudo 5 el coeficiente de reparto de la barra 5.6 es 0,52 y el de los pilares 12.5 y 5.4 es de 0,24 luego la rigidez de la jácena es el doble de la de los pilares siendo la proporción de :

$$\frac{\text{Jácena}}{\text{Pilar}} = \frac{0,52}{0,24} = 2,16 \approx \frac{2}{1}$$

Para el Nudo 8 y también según el apartado mencionado la proporción se establece como sigue :

$$\frac{\text{Jácena}}{\text{Pilar}} = \frac{0,48}{0,26} = 1,85 \approx \frac{2}{1}$$

Luego tomaremos como buen reparto indicado en la línea cuarta, contando desde abajo, de la figura 28.

Respecto al tramo superior del pórtico este método no tiene en cuenta las rigideces por lo que se toma siempre la línea superior de la fig. 28.

Según lo dicho el esquema quedaría como sigue Fig. 36.



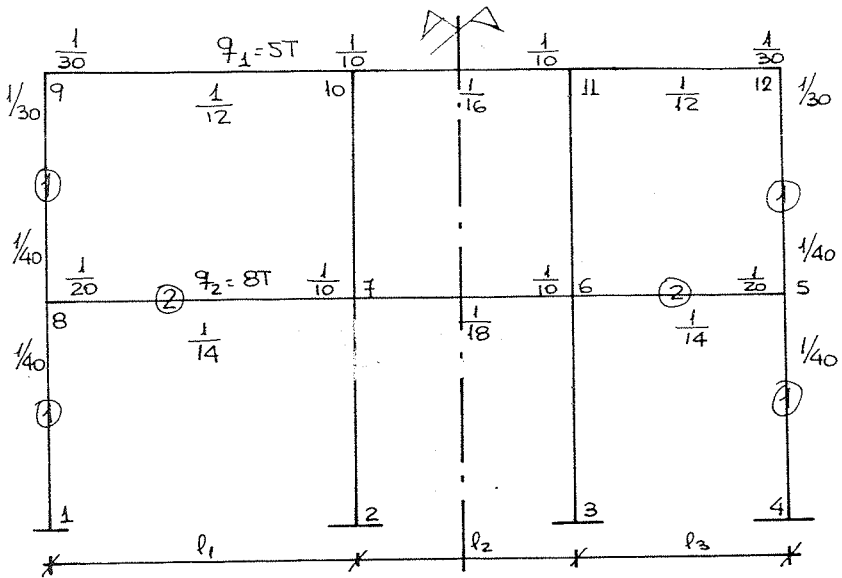


Fig. 36

Observemos que en la Fig. 28 se presenta un esquema de pórticos indefinido por el lado derecho. Como nuestro ejemplo tiene solo tres vanos y este método mientras las luces no difieran en más de 20% considera la estructura simétrica. A partir del punto medio del segundo vano los valores no siguen los valores de la Fig. 28 sino que se repiten de los valores iniciales de forma simétrica respecto al punto indicado.

De acuerdo con estas fracciones veamos cuáles son los momentos.

#### Planta Primera

$$M_{3.1} = M_{3.9} = \frac{q_2 l_1^2}{40} = \frac{3 \times 5^2}{40} = 5 \text{ T x m.}$$

$$M_{3.7} = \frac{q_2 \times l_1^2}{20} = \frac{3 \times 5^2}{20} = 10 \text{ T x m.}$$

$$M_{(\text{vano}) 3.7} = \frac{q_2 \times l_1^2}{14} = \frac{3 \times 5^2}{14} = 14,3 \text{ T x m.}$$

$$M_{7.3} = M_{7.6} = \frac{q_2 \left( \frac{l_1 + l_2}{2} \right)^2}{10} = \frac{3 \times \left( \frac{5 + 4}{2} \right)^2}{10} = 16,2 \text{ T x m.}$$

$$M_{(\text{vano})7.6} = \frac{q_2 l_2^2}{13} = \frac{3 \times 4^2}{13} = 7,11 \text{ T x m.}$$

$$M_{6.7} = M_{6.5} = \frac{q_2 \left( \frac{l_2 + l_3}{2} \right)^2}{10} = \frac{3 \times \left( \frac{4 + 4,5}{2} \right)^2}{10} = 14,45 \text{ T x m.}$$

$$M_{(\text{vano})6.5} = \frac{q_2 l_3^2}{14} = \frac{3 \times 4,5^2}{14} = 11,57 \text{ T x m.}$$

$$M_{5.6} = \frac{q_2 l_3^2}{20} = \frac{3 \times 4,5^2}{20} = 8,1 \text{ T x m.}$$

$$M_{5.4} = M_{5.12} = \frac{q_2 l_3^2}{40} = \frac{3 \times 4,5^2}{40} = 4,05 \text{ T x m.}$$

### Planta Segunda

$$M_{9.8} = M_{9.10} = \frac{q_1 l_1^2}{30} = \frac{5 \times 5^2}{30} = 4,16 \text{ T x m.}$$

$$M_{(\text{vano})9.10} = \frac{q_1 l_1^2}{12} = \frac{5 \times 5^2}{12} = 10,42 \text{ T x m.}$$

$$M_{10.9} = M_{10.11} = \frac{q_1 \left( \frac{l_1 + l_2}{2} \right)^2}{10} = \frac{5 \times \left( \frac{5 + 4}{2} \right)^2}{10} = 10,12 \text{ T x m.}$$

$$M_{(\text{vano})10.11} = \frac{q_1 \times l_2^2}{16} = \frac{5 \times 4^2}{16} = 5 \text{ T x m.}$$

$$M_{11.10} = M_{11.12} = \frac{q_1 \left( \frac{l_2 + l_3}{2} \right)^2}{10} = \frac{5 \times \left( \frac{4 + 4,5}{2} \right)^2}{10} = 9,03 \text{ T x m.}$$

$$M_{(\text{vano})11.12} = \frac{q_1 l_3^2}{12} = \frac{5 \times 4,5^2}{12} = 8,44 \text{ T x m.}$$

$$M_{12.11} = M_{12.5} = \frac{q_1 \times l_3^2}{30} = \frac{5 \times 4,5^2}{30} = 3,37 \text{ T x m.}$$

Quedando así obtenidos los valores de todos los momentos. Obsérvese que en este caso se hallan ya directamente los valores de los momentos en los vanos no siendo preciso aplicar fórmulas para la restitución. También es de destacar que no se hace referencia al signo de

los momentos que se dá por sabido.

#### 4.3.3.- Esfuerzos cortantes.

Según lo indicado en el apartado 3.5.3. sus valores serán para la Planta Primera.

$$T_{3.7} = \frac{q_2 l_1}{2} = \frac{3 \times 5}{2} = 20 \text{ T.}$$

$$T_{7.8} = 1.15 \frac{q_2 l_1}{2} = 1.15 \times \frac{3 \times 5}{2} = 23 \text{ T.}$$

$$T_{7.6} = T_{6.7} = \frac{q_2 l_2}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 16 \text{ T.}$$

$$T_{6.5} = 1.15 \frac{q_2 l_3}{2} = 1.15 \times \frac{3 \times 4,5}{2} = 20,7 \text{ T.}$$

$$T_{5.6} = \frac{q_2 l_3}{2} = \frac{3 \times 4,5}{2} = 18 \text{ T.}$$

Para la Planta Segunda se sigue el mismo criterio variando  $q_2$  por  $q_1$ .

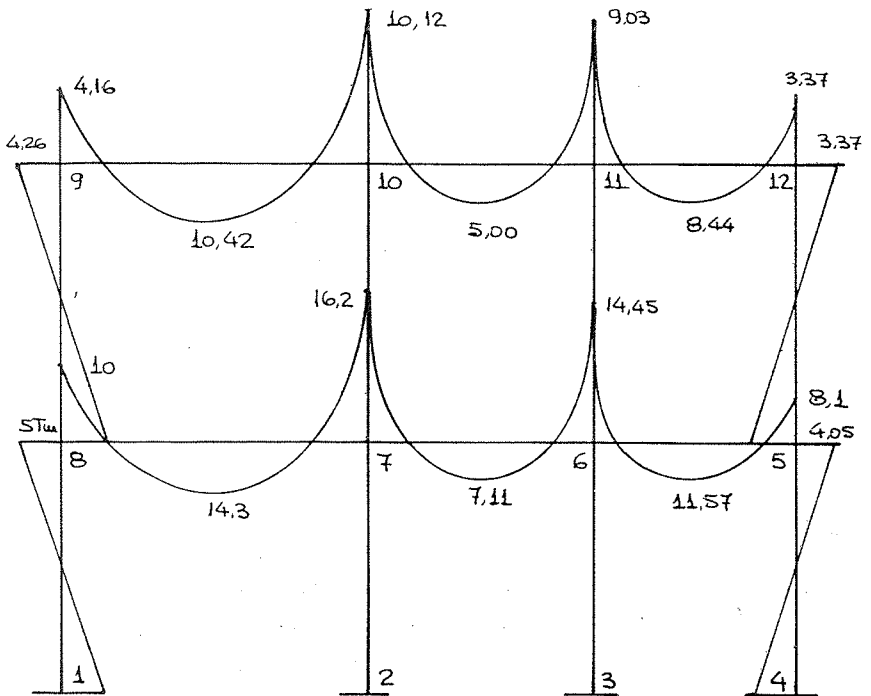


Fig. 37

4.4.- Conclusiones.

Del desarrollo de estos ejemplos vemos que con los tres métodos llegamos a resultados bastante coincidentes. Aunque se observa una infra-valoración de los momentos en los pilares extremos en los metros-aproximado y simplificado respecto al exacto.

En un caso tan sencillo como este hacer un cros no es un problema muy complejo pero en casos de mayor número de nudos y con desplazamientos puede ser muy laborioso y arduo.

Podemos considerar como válido el método simplificado, para pórticos cuasi-simétricos y con cargas uniformes, para aplicarlo en fase de anteproyecto o para estructuras de no demasiada responsabilidad.

Cuando la estructura no pueda hacerse con el método simplificado es aconsejable el aproximado, que es válido en las mismas circunstancias que el caso anterior.

Cuando la estructura esté en fase de proyecto o esté sometida a es fuerzas horizontales es indispensable el cálculo por un método exacto.

Todos los métodos expuestos hasta aquí como ya se ha dicho se basan en la Teoría de la Elasticidad considerando unos materiales idealmente deformables como veremos en el próximo Tema esto no es siempre cierto al presentarse fenómenos de fluencia o fisuración.

En la mayoría de los casos, siguen siendo utilizados los cálculos teóricos, elásticos, modificándose en parte sus valores según las propiedades de los materiales componentes de la estructura.

#### 5.- ABACOS Y TABLAS

Para el cálculo de las solicitaciones de ciertos problemas típicos como vigas continuas y pórticos simples existen tablas y abacos que permiten hallar para diferentes tipos de sollicitación y de forma exacta los valores de los momentos y cortantes.

Como estos abacos no suelen comprender casos compuestos de sollicitación sino solo simples, carga uniforme, puntual, etc., es frecuente su aplicación apoyándonos en el principio de la superposición que nos dará los valores de casos más complejos.

Como ejemplos de estos abacos vease las figuras 38 y 39 que nos indican el caso de una viga continua bajo carga puntual y un pórtico a dos aguas, bajo carga gravitatoria uniformemente repartida.

#### 6.- NORMAS

MV-101 (1.962) Acciones en la edificación.

EH-73 Artículo 43

PGS.1 (1.963) Sismoresistencia.

NTE-ECS Cargas Reológicas

NTE-ECS Cargas sísmicas.

NTE-ECT Cargas térmicas.

NTE-ECV Cargas de Viento.

## 7.- BIBLIOGRAFIA

- Método de Cross

P. Charon

Ed. Aguilar (1.968)

- Teoría de las estructuras

S. Timoshenko y D.H. Young

Ed. Urmo (1.974)

- Estructuras de varios pisos.

Takabeya

Ed. Cecsá (1.969)

- Prontuario Ensidesa Tomo I 4ª Ed.

Ed. Ensidesa 1.975

VIGAS CONTINUAS  
CUATRO VANOS IGUALES



PORTICOS SIMPLES  
BIEMPOTRADOS A LA MISMA ALTURA  
DINTEL A DOS AGUAS

<p>Esquemas</p>	<p>Reacciones y solicitaciones</p>
<p>Reacciones:</p> $V_A = V_E = \frac{pl}{2}$ $H_A = H_E = \frac{pl^2}{8} \frac{k(4h + 5l) + f}{(kh + f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)}$ <p>Momentos flectores:</p> $M_A = M_E = \frac{pl^2}{48} \frac{kA(8h + 15l) + f(6h - l)}{(kh + f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)}$ $M_B = M_D = -\frac{pl^2}{48} \frac{k(16h + 15l) + f^2}{(kh + f)^2 + 4k(h^2 + hf + f^2)}$ $M_C = \frac{pl^2}{8} + M_A + M_E - H_A(h + f)$ <p>En BC</p> $M_x = M_A + V_A \cdot x - H_A \left( h + \frac{2x^2}{l} \right) - \frac{px^2}{2}$	<p>LEY DE DISTRIBUCION DE CARGAS</p> <p>LEY DE MOMENTOS FLECTORES</p> <p>LEY DE DISTRIBUCION DE CARGAS</p> <p>LEY DE MOMENTOS FLECTORES</p>

