

Treball de Fi de Màster

Màster Universitari en Enginyeria Industrial

Optimització de l'equilibrat de cistelles en un centre de distribució social d'aliments

MEMÒRIA

Autor: Bruno Rodés i Garcia
Director: Laia Ferrer Martí
Codirector: Marc Juanpera Gallel
Convocatòria: 09/2022



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resum

En aquest treball es pretén optimitzar l'equilibrat de les cistelles que es lliuren als usuaris d'un centre de distribució d'aliments. Això es fa utilitzant un model matemàtic, que permet caracteritzar els beneficiaris en diferents categories (bebès, nens, adults, ancians...) amb diferents necessitats nutricionals; alhora que té en compte que hi ha beneficiaris que poden tenir restriccions alimentàries degudes a al·lèrgies, motius culturals o altres. A més, el model també té en consideració tant la caducitat dels productes com els costos associats a la compra de producte addicional i a l'estoc dels aliments.

Un cop s'han definit les variables, restriccions i funció objectiu del model matemàtic, han estat introduïdes al programari CPLEX, per poder-lo resoldre. Per comprovar el seu correcte funcionament, s'ha executat amb molts jocs de dades diferents i se n'ha estudiat la solució obtinguda.

Posteriorment, aquest model s'ha particularitzat per al cas real d'El Rebot, una xarxa d'entitats de distribució social d'aliments de Terrassa. Així doncs, s'han introduït les dades referents a les característiques dels usuaris que acudeixen a aquest centre de distribució d'aliments, les donacions que reben i els productes amb què acostumen a treballar, i s'ha comprovat si la solució trobada pel model era millor que la que estan utilitzant actualment.

Per fer aquesta comparació s'ha agafat una mostra de 100 usuaris d'El Rebot i s'ha vist que la nova configuració de les cistelles proposada presenta increments significatius pel que fa a les necessitats nutricionals de tots els beneficiaris, alhora que subministra una varietat similar de productes per a tots ells.

A més, s'ha pogut comprovar que el repartiment proposat en aquesta solució és un repartiment més just i equilibrat pels usuaris d'El Rebot, ja que comporta que els usuaris que estaven més penalitzats i cobrien un menor percentatge de les seves necessitats nutricionals, amb la nova configuració rebin més nutrients.

Sumari

SUMARI	5
1. INTRODUCCIÓ	6
1.1. Origen del projecte	6
1.2. Objectius del projecte	6
1.3. Abast del projecte.....	7
2. DESCRIPCIÓ DEL PROBLEMA	8
2.1. El Rebost.....	8
2.2. Configuració de les cistelles	11
3. MODEL PROPOSAT	13
3.1. Dades	13
3.2. Variables.....	14
3.3. Preprocés	15
3.4. Restriccions	16
3.5. Funció objectiu	19
4. APLICACIÓ AL CAS REAL D'EL REBOST	21
4.1. Característiques dels usuaris	21
4.2. Característiques dels aliments	22
4.3. Característiques dels nutrients	24
4.4. Preprocés	25
5. RESULTATS OBTINGUTS	29
5.1. Comparació amb configuració actual	29
5.2. Exemples en casos reduïts	34
5.3. Experimentació computacional	42
6. PRESSUPOST	44
7. IMPACTE SOCIAL I AMBIENTAL	45
CONCLUSIONS	47
AGRAÏMENTS	48
BIBLIOGRAFIA	49
Referències bibliogràfiques.....	49
Bibliografia complementària.....	49

1. Introducció

1.1. Origen del projecte

Els Centres de Distribució d'Aliments van ser concebuts i creats per les entitats socials per a distribuir aliments de forma gratuïta i temporal a persones i famílies en situació de pobresa i risc d'exclusió social. El problema és que les crisis econòmiques han generat una situació d'urgència social en moltes famílies, la qual cosa ha fet augmentar la demanda en aquests centres i s'ha començat a tendir cap a una certa professionalització, tot i que són entitats que se sustenten bàsicament en equips de voluntaris.

El Banc dels Aliments de Catalunya estima que actualment està atenent unes 256.000 persones, a través de 636 entitats repartides per tot el territori. Això representa 60.000 persones més que abans de la crisi sanitària i social provocada per la Covid-19, és a dir, un augment del 30% en només dos anys. A més, arran de la pandèmia, s'ha detectat que el perfil de les persones que acudeixen a aquestes entitats s'ha ampliat: ja no necessiten aliments únicament les persones en situació de pobresa severa, sinó també famílies que abans de la crisi tenien rendes mitjanes o baixes, i parelles joves que han perdut les seves feines.

Una d'aquestes entitats, que ha vist augmentar en un 40% el nombre de persones que atenen, és El Rebot, una xarxa d'entitats de distribució social d'aliments de Terrassa.

El present projecte té com a origen una col·laboració amb aquesta entitat i persegueix aportar mecanismes i eines per a ajudar i facilitar la feina als diferents voluntaris que hi participen, així com a les famílies que assisteixen a aquest Centre de Distribució d'Aliments, professionalitzant i personalitzant les cistelles que es reparteixen entre els diferents usuaris.

1.2. Objectius del projecte

Atès que durant els últims anys el nombre de famílies que tenen dificultats per a alimentar-se al nostre país ha augmentat considerablement, les sol·licituds que han d'atendre els Centres de Distribució d'Aliments han crescut de forma desmesurada.

Alhora, els models dels Centres de Distribució d'Aliments contribueixen poc a promoure una dieta suficientment equilibrada degut a que els productes que es distribueixen procedeixen majoritàriament de donacions. Això fa que sovint sigui complex assegurar que les cistelles que es reparteixen als usuaris estiguin equilibrades pel que fa a les necessitats nutricionals de cada beneficiari, ja que es pot donar el cas en que la varietat de productes rebuts sigui escassa.

Per això, en aquest treball es pretén optimitzar, mitjançant un model matemàtic, l'equilibrat de les cistelles que s'entreguen als usuaris d'un Centre de Distribució d'Aliments, amb l'objectiu de satisfer les seves necessitats nutricionals.

Cadascun d'aquests usuaris està compost per un nombre de beneficiaris, que es divideixen en diferents tipus (bebès, nens, adults, ancians...), amb diferents necessitats nutricionals. El model també ha de tenir en compte que hi ha beneficiaris que poden tenir restriccions alimentàries degudes a al·lèrgies, motius culturals o altres. A més, els criteris a l'hora d'equilibrar les cistelles han de tenir en compte tant la caducitat dels productes, com els costos associats a la compra de producte addicional.

Aquest model matemàtic s'aplicarà al cas real d'El Rebost, una xarxa d'entitats de distribució social d'aliments de Terrassa.

1.3. Abast del projecte

En aquest projecte, que ha tingut una durada d'elaboració aproximada d'uns 7 mesos, es proposa un model matemàtic per resoldre la problemàtica que es troben els Centres de Distribució d'Aliments a l'hora de planificar la configuració de les cistelles que es donen als usuaris. En aquesta línia, posteriorment, el model s'aplicarà a un cas real i concret, el centre de distribució d'aliments El Rebost.

Respecte de les limitacions del projecte, els models matemàtics són una representació dels aspectes essencials d'un sistema o situació existents. S'empra algun tipus de formulisme matemàtic per expressar relacions, variables, paràmetres i, així, estudiar comportaments de sistemes complexos davant de situacions difícils d'observar en la realitat. Per tant, és important esmentar que els models matemàtics no són precisos i tenen un cert grau d'idealització i simplificació, ja que no és possible representar la totalitat d'una situació.

A més, la fiabilitat d'aquests models matemàtics depèn de la qualitat de les dades amb què s'alimenta. Així doncs, donat que durant el projecte s'ha pogut anar comprovant que el tractament de les dades per part d'El Rebost no era excel·lent, pot ser que els resultats finals presentin solucions no extrapolables a la realitat.

Per últim, en aquest projecte es presenten les solucions d'unes primeres proves resoltes amb un volum d'usuaris reduïts, ja que no s'ha arribat a resoldre el model matemàtic amb tots els usuaris i productes que gestiona El Rebost.

2. Descripció del problema

2.1. El Rebost

El Rebost és un projecte de la Creu Roja que va néixer a Terrassa l'any 2009. Aquest projecte aglutina el treball de les principals entitats de la ciutat que distribueixen aliments entre les persones més vulnerables, mitjançant unes cistelles bàsiques que serveixen de complement a la dieta bàsica de les persones.

El nombre de beneficiaris atesos per El Rebost ha crescut molt durant els últims anys arran de la pandèmia, fet que obliga que la gestió dels aliments hagi de ser excel·lent per tal de poder satisfer totes les necessitats nutricionals de les famílies.

Actualment, El Rebost distribueix les cistelles a 1987 usuaris, que equivalen a 5794 beneficiaris.

Els beneficiaris d'aquesta ajuda són totes aquelles persones a títol individual, famílies o unitats de convivència que sol·licitin el servei, que puguin acreditar les seves necessitats i que disposin dels recursos necessaris per cuinar els aliments que reben.

A més, des de fa uns anys El Rebost està fent una doble gestió i actuen com a distribuïdors i proveïdors d'aliments.

En primer lloc, per fer aquesta distribució d'aliments, utilitzen unes cistelles que entreguen mensualment als usuaris i que contenen diferents tipologies d'aliments per complementar l'alimentació d'aquestes persones.

En segon lloc, s'aprovisionen d'aliments que acostumen a provenir de tres fonts diferents: el Fons Europeu d'Ajuda per a les persones desfavorides (FEAD), donatius de diferents entitats o ciutadans de Terrassa, i finalment, es poden donar situacions on, degut a la falta de productes bàsics per satisfer les necessitats mínimes dels usuaris, hagin de recórrer a comprar-ho ells mateixos a diferents supermercats.

Les donacions procedents del Fons Europeu d'Ajuda per a les persones desfavorides (FEAD) representen aproximadament un 40% del total dels 453.000 kg de producte anual que gestiona l'entitat. Aquests aliments els envia la Unió Europea i acostumen a ser aliments no peribles, ja que es reben en grans quantitats dues vegades l'any.

Les donacions locals, del Banc d'Aliments de Barcelona, les empreses o ciutadans de Terrassa, representen aproximadament un 56% del producte anual de l'entitat. La major part d'aquestes donacions, casi un 80%, prové de les donacions que setmanalment envia el Banc

d'Aliments de Barcelona a les entitats més petites de l'entorn. La major part d'aquest producte és alimentari; tant sec (no peribles a curt termini, com per exemple pasta, arròs o conserves) com fresc (peribles a curt termini, com per exemple, fruita, verdura o iogurts).

Per últim, els productes que El Rebot compra als supermercats locals representen només un 4% del total dels productes anuals de l'entitat. Aquests acostumen a ser productes frescos de primera necessitat, com fruita o verdura, dels quals no es disposa d'estoc suficient per a fer les cistelles. Aquestes compres estan finançades per la Creu Roja o l'Ajuntament de Terrassa.



Figura 1: Fotografia del magatzem d'El Rebot

Tots aquests productes es reben i guarden a un magatzem (veure *Figura 1*), i posteriorment són distribuïts a una zona de Picking (veure *Figura 2*) per facilitar la preparació i entrega de les cistelles.



Figura 2: Fotografia de la zona de Picking d'El Rebot

A la Figura 3 es pot veure la cadena de subministrament dels productes alimentaris des que arriben a El Rebost fins que són lliurats als beneficiaris.

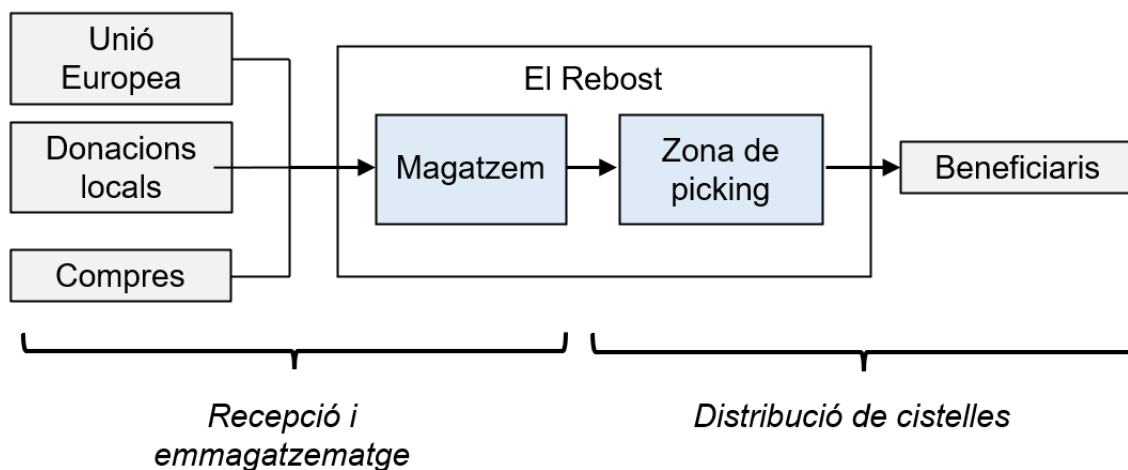


Figura 3: Cadena de subministrament dels productes

Per gestionar tots aquests aliments, El Rebost utilitza el sistema informàtic *eQualiment*, que facilita la feina al llarg de tota la cadena de subministrament descrita anteriorment, des de la recepció dels productes fins a la distribució de les cistelles als beneficiaris. Les funcions principals d'aquest sistema informàtic són:

- Informar a El Rebost de les prescripcions realitzades pels Serveis Socials a un beneficiari. Amb això, *eQualiment* actua com a vincle entre els Serveis Socials i l'entitat, i permet informar a l'entitat de la tipologia familiar i les característiques dels membres d'una família. Alhora, permet conèixer la quantitat i tipologia de cistelles a entregar en les setmanes i mesos següents.
- Controlar les entregues i l'estoc de cadascun dels productes: En primer lloc, permet evitar el malbaratament de producte caducat, fent un control de l'estoc i la vida útil dels productes. I en segon lloc, permet tenir un registre i generar la documentació necessària per a justificar les entregues de productes, requisit indispensable per a estar dins el programa de la Unió Europea.

2.2. Configuració de les cistelles

En quant a la distribució dels aliments entre els beneficiaris, El Rebot utilitza unes cistelles que contenen diferents tipus d'aliments. Els beneficiaris reben una cistella al mes, que representen només una ajuda per a les famílies, ja que contenen els aliments que es consideren necessaris per tenir una dieta equilibrada, però en cap cas suficients per passar tot el mes. El Rebot prepara i entrega unes 500 cistelles a la setmana, i la configuració d'aquestes sempre parteix d'una cistella bàsica, però a més, en funció de les donacions rebudes les setmanes anteriors, poden incloure-hi altres aliments, o en més quantitat.

La configuració i mida d'aquestes cistelles depenen de les següents característiques dels usuaris:

- Nombre de beneficiaris: Els usuaris compostos per més beneficiaris (per exemple, famílies nombroses) reben més productes.
- Existència o no de nadons: Als usuaris amb nadons o infants se'ls hi proporcionen aliments específics per a ells, com per exemple potets de verdura o pollastre, galetes o llet d'iniciació.
- Al·lèrgies o intoleràncies: El Rebot té identificats beneficiaris celíacs o intolerants a la lactosa i els distribueix productes aptes per a ells, com per exemple els sense gluten.
- Cultura o religió: Un alt percentatge de beneficiaris són musulmans. A aquests, se'ls ofereix carn halal, si n'hi ha, o peix, en cas contrari.

Així doncs, en funció d'aquests paràmetres hi ha quatre tipus de cistelles: petita (1 adult), mitjana (fins a 3 adults), gran (fins a 6 adults) i molt gran (més de 6 adults). A més, en funció dels altres paràmetres (existència de nadons, infants o beneficiaris amb al·lèrgies o intoleràncies) aquestes cistelles es complementen amb aliments específics.

El principal problema d'aquesta manera de configurar les cistelles és que els productes que es distribueixen, que acostumen a venir de donacions, normalment no són frescos i hi ha poca varietat, la qual cosa dificulta una nutrició equilibrada. Per intentar afavorir un equilibri entre els diversos usuaris, El Rebot disposa d'un pressupost mensual que pot destinar a comprar productes als supermercats de Terrassa.

A més, la configuració d'aquestes cistelles beneficia als usuaris formats per un sol beneficiari, ja que actualment aquests reben, proporcionalment, més quantitat que els altres usuaris que estan compostos per varis beneficiaris.

Per últim, la composició de les cistelles dels usuaris que tenen algun tipus de restricció alimentària tampoc acaba de ser del tot correcta, ja que, en repartir productes diferenciats, no es té en compte que això pot comportar desigualtats nutricionals respecte dels altres usuaris.

Per això, en aquest treball es proposa un model matemàtic que afavoreixi que la configuració d'aquestes cistelles sigui millor en quant a l'aportació nutricional que reben els usuaris, tenint en compte les necessitats nutricionals de cadascun dels beneficiaris i de les característiques dels aliments disponibles.

Alhora, això permet generar diferents escenaris i respondre preguntes, com per exemple: Quant ens podríem acostar a un subministrament ideal de nutrients si s'augmentés el pressupost? Quin és l'increment o disminució del pressupost que hem de considerar si es preveu un augment o una reducció de les donacions? O, s'ha de fer una campanya per augmentar les donacions d'un producte en concret?.

3. Model proposat

A continuació, es presenta el model matemàtic proposat. Aquest model té com a objectiu equilibrar les cistelles que s'entreguen als usuaris i gestionar l'estoc en un centre de distribució d'aliments. Es considera que aquestes cistelles han de satisfer el màxim possible les necessitats nutricionals dels usuaris que venen a recollir-les un cop al mes.

Aquests usuaris estan formats per beneficiaris, que estan classificats en funció de la seva edat (nadons, nens, adults, ancians...), i cadascun d'aquests grups té unes necessitats nutricionals específiques. El model té en consideració que aquests beneficiaris poden tenir restriccions alimentaries, per al·lèrgies, motius culturals, o altres, i que no poden menjar tots els aliments. A més, també té en compte que es disposa d'un pressupost, amb el que comprar certs productes i la caducitat d'aquests.

Una de les eines utilitzades en aquest model és l'ús d'un preprocés que permet reduir significativament el nombre de variables enteres que s'utilitzen, sense penalitzar el resultat final.

3.1. Dades

A continuació es presenten les dades necessàries per a resoldre el model proposat:

<i>PRES</i>	pressupost total disponible per comprar aliments durant les T setmanes.
U	usuaris del centre de distribució d'aliments. $u = 1, \dots, U$
I	aliments. $i = 1, \dots, I$
P	tipologia de persona. $p \in \{\text{nado, infant, jove, adult, gent gran, nado 'celíac', infant 'celíac', jove 'celíac', adult 'celíac', gent gran 'celíac', etc.}\}$
J	nutrients. $j \in \{\text{energia (kcal), grasses (g), carbohidrats (g), proteïnes (g), calci (g), vitamina A (\mu\text{g}), etc.}\}$
T	setmanes. $t = 1, \dots, T$
V_i	vida útil de l'aliment i . $v = 0, \dots, V_i$. Un aliment amb vida útil 0 s'ha d'eliminar.
$A_{i,j}$	quantitat del nutrient j que aporta un paquet de l'aliment i . $i = 1, \dots, I; j \in J$
$L_{p,j}$	quantitat del nutrient j , en la unitat de mesura corresponent, que hauria de poder consumir al mes un usuari. $p = 1, \dots, P; j \in J$

$Id_{p,j}$	quantitat ideal del nutrient j , en la unitat de mesura corresponent, que ha de consumir al mes un usuari. $p = 1, \dots, P; j \in J$
$D_{i,t}$	quantitat, en paquets, d'aliment i que arriba al magatzem a la setmana t gràcies a donacions. $i = 1, \dots, I; t = 1, \dots, T$
BU_u	conjunt de setmanes en que l'usuari u ve a recollir la cistella d'aliments. $u = 1, \dots, U$
$SI_{i,v}$	quantitat emmagatzemada, en paquets, del producte i amb vida útil v abans de començar la primera setmana. $i = 1, \dots, I; v = 1, \dots, V_i$
CZ_i	cost de comprar un paquet de l'aliment i a un supermercat. $i = 1, \dots, I$
M_i	cota superior que es defineix com la suma de les donacions i l'estoc inicial de l'aliment i .
α	importància relativa que se li dona a cada objectiu.

3.2. Variables

Les variables utilitzades per a resoldre aquest model matemàtic són les següents:

$q_{i,u,t}$	variable entera. Quantitat, en paquets, d'aliment i a la cistella de l'usuari u a la setmana t en que s'ha de recollir. $i = 1, \dots, I; u = 1, \dots, U; t \in BU_u$
$z_{i,t}$	variable entera. Quantitat comprada, en paquets, del producte i a supermercats a la setmana t . $i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, T$
$s_{i,v,t}$	variable entera. Quantitat emmagatzemada, en paquets, d'aliment i amb vida útil v al final de la setmana t . $i = 1, \dots, I; v = 0, \dots, V_i; t = 1, \dots, T$
$c_{i,v,t}$	variable entera. Quantitat consumida, en paquets, d'aliment i amb vida útil v al final de la setmana t . $i = 1, \dots, I; v = 1, \dots, V_i; t = 1, \dots, T$
$jmax_{i,j}$	variable real positiva. Proporció màxima del nutrient j que aporta l'aliment i per algun usuari. $j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, I$
$jmin_{i,j}$	variable real positiva. Proporció mínima del nutrient j que aporta l'aliment i per un usuari. $j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, I$
$difn_{u,t,j}$	variable real positiva. Proporció de la quantitat de nutrients j que s'assigna al usuari u a la setmana t respecte la quantitat mínima que s'ha establert per aquest nutrient

i aquest usuari. $u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, J$

$diftotal_j$, variable real positiva. Valor mínim de la variable $difn_{u,t,j}$ per cada nutrient j , agrupant totes les restriccions alimentaries considerades. És a dir, proporció mínima del nutrient j que rep un usuari. $j = 1, \dots, 10$

$y_{i,u,t}$ variable binaria. Pren el valor 1, si a l'usuari u se li assigna el producte i a la setmana t . En cas contrari, pren el valor 0. $i = 1, \dots, I; u = 1, \dots, U; t \in BU_u$

n variable entera positiva. Mínim número de productes diferents que s'assignen a un usuari.

3.3. Preprocés

El principal problema a l'hora de resoldre models matemàtics com aquest, és la gran quantitat de variables enteres que s'han d'utilitzar. S'ha vist que una manera de reduir-ne el nombre és fet un preprocés, que consisteix en agrupar totes les necessitats nutricionals dels beneficiaris al seu usuari pertinent.

En fer això, el nombre de variables necessàries es redueix molt, fet que implica que el temps de càlcul sigui molt inferior.

Per poder assolir l'objectiu inicial, referent a satisfer totes les necessitats nutricionals dels beneficiaris, alhora que es tenen en compte les restriccions alimentàries de cadascun d'ells, és necessari transformar algunes de les dades utilitzades. Aquesta modificació fa que el preprocés no penalitzi el model i que el resultat obtingut compleixi tots els objectius plantejats.

Per fer això possible i agrupar els beneficiaris al seu usuari pertinent, es sumen els valors de les necessitats nutricionals mínimes ($L_{p,j}$) i ideals ($Id_{p,j}$) de cadascun dels beneficiaris associats a l'usuari pertinent, amb la particularitat que els beneficiaris que tenen alguna restricció alimentària tenen uns valors nutricionals especials, per així considerar que hi ha certs aliments que no poden menjar. Això es pot veure representat a la Figura 4, on queda present que es consideren diferents conjunts de nutrients per cada restricció alimentària. En fer això, les matriu associades a les dades $L_{u,j}$ i $Id_{u,j}$, es veuen modificades, tant en la dimensió com en els valors.

En la Figura 4 es pot veure gràficament aquest procés.

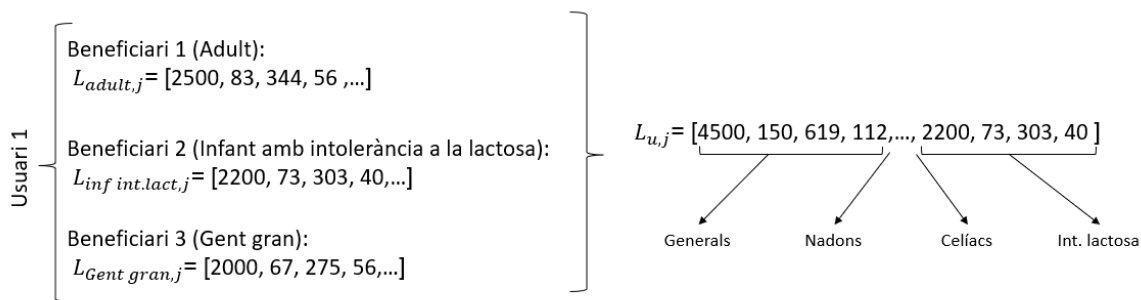


Figura 4: Representació gràfica de la dada $L_{u,j}$

La matriu corresponent a la dada $A_{i,j}$ quantitat de nutrient j que aporta un gram d'aliment i , també es veu doblement modificada respecte del model de partida. Primer, $A_{i,j}$ canvia i passa a ser, quantitat de nutrient j que aporta un paquet d'aliment i . Segon, la dimensió d'aquest matriu passa a ser el nombre de nutrients considerats pel nombre de restriccions alimentàries.

En la Figura 4 es pot veure gràficament aquesta operació.

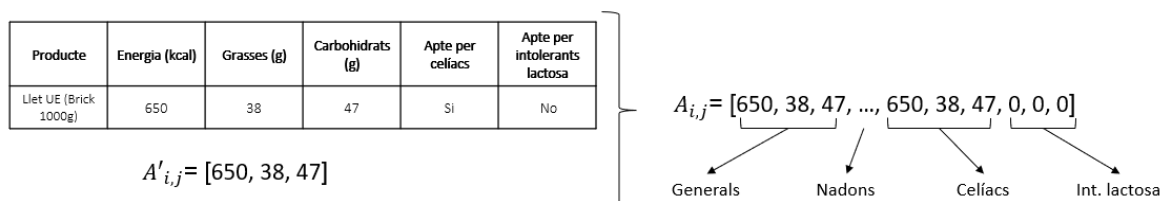


Figura 5: Representació gràfica de la dada $A_{i,j}$

En els pròxims apartats s'expliquen amb més detall aquestes modificacions.

3.4. Restriccions

En aquest apartat es presenten i s'expliquen les diferents restriccions que utilitza el model matemàtic.

En primer lloc, els paquets d'un aliment que arriben al magatzem via donacions o compres en una setmana, es converteixen en paquets emmagatzemats amb vida útil màxima segons l'aliment. Es considera que els paquets arriben al final de la setmana, o que es necessita un temps de descàrrega pel qual no es poden consumir aquella mateixa setmana.

$$S_{i,V_i,t} = z_{i,t} + D_{i,t} \quad i = 1, \dots, I; t = 1, \dots, T \quad \text{Eq. 3.1}$$

En segon lloc, si els paquets emmagatzemats no es consumeixen durant la setmana, es converteixen en paquets emmagatzemats al final de la setmana següent amb una vida útil inferior.

$$s_{i,v-1,t} = s_{i,v,t-1} - c_{i,v,t} \quad i = 1, \dots, I; v = 1, \dots, V_i; t = 2, \dots, T \quad \text{Eq. 3.2}$$

Els paquets d'un aliment emmagatzemats al final de la primera setmana amb caducitat no màxima depenen dels existents a l'inici del període d'estudi, del consum de la primera setmana i de les compres inicials. Són necessàries dues restriccions diferents, per considerar que les compres realitzades a l'inici del període tenen vida útil màxima.

$$s_{i,V_i-1,1} = SI_{i,V_i} + z_{i,0} - c_{i,V_i,1} \quad i = 1, \dots, I \quad \text{Eq. 3.3}$$

$$s_{i,v-1,1} = SI_{i,v} - c_{i,v,1} \quad i = 1, \dots, I; v = 1, \dots, V_i - 1 \quad \text{Eq. 3.4}$$

Els paquets d'un aliment que s'assignen als usuaris, i que per tant omplen les cistelles en una setmana, han de ser els consumits aquella setmana, comptant totes les vides útils.

$$\sum_{v=1}^{V_i} c_{i,v,t} = \sum_{u \in BT_t} q_{i,u,t} \quad i = 1, \dots, I; t = 1, \dots, T \quad \text{Eq. 3.5}$$

No es poden assignar paquets d'un aliment a usuaris que no els poden consumir, degut a les restriccions alimentàries que tenen. Així doncs, només es poden repartir paquets d'un aliment, si aquest pot aportar algun nutrient a l'usuari que s'assigna.

$$M_i \cdot \sum_{j=1}^J L_{u,j} \cdot A_{i,j} \geq q_{i,u,t} \quad i = 1, \dots, I; u = 1, \dots, U; t \in BU_u \quad \text{Eq. 3.6}$$

S'han de repartir tots els productes abans de la setmana T , de tal manera que l'estoc de tots els productes, per totes les vides útils, al final del període d'estudi sigui 0.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{v=1}^{V_i} s_{i,v,T} = 0 \quad \text{Eq. 3.7}$$

No es pot llençar producte. Si un aliment està a punt de caducar, s'ha de repartir sí o sí aquella setmana.

$$s_{i,1,t} = c_{i,1,t+1} \quad i = 1, \dots, I; t = 1, \dots, T - 1 \quad \text{Eq. 3.8}$$

Les compres fetes durant el període d'estudi no poden superar el límit econòmic imposat. Així doncs, la suma del cost de tots els productes comprats al llarg de les T setmanes, sempre haurà de ser inferior a la dada $PRES$.

$$\sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^I CZ_i \cdot z_{i,t} \leq PRES \quad \text{Eq. 3.9}$$

S'inicialitzen les variables $jmax_{i,j}$ i $jmin_{i,j}$ que apareixen posteriorment a la funció objectiu. Aquestes s'utilitzen per prioritzar un repartiment dels productes el més equilibrat possible entre els usuaris, aconseguint una varietat d'aliments en les cistelles de tal manera que la necessitat de cada nutrient es satisfà de forma similar amb tots els aliments disponibles. Així doncs, es calcula la proporció del nutrient j que aporta l'aliment i , per cada usuari. D'aquesta llista de valors, $jmax_{i,j}$ pren el valor més elevat i $jmin_{i,j}$ pren el valor més petit.

La restricció Eq. 3.12 s'utilitza per inicialitzar aquestes variables en els casos que l'usuari u no té cap límit nutricional ($L_{u,j}$) associat pel nutrient j .

$$jmax_{i,j} \geq \frac{q_{i,u,t} \cdot A_{i,j}}{L_{u,j}} \quad i = 1, \dots, I; u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, J \mid L_{u,j} > 0 \quad \text{Eq. 3.10}$$

$$jmin_{i,j} \leq \frac{q_{i,u,t} \cdot A_{i,j}}{L_{u,j}} \quad i = 1, \dots, I; u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, J \mid L_{u,j} > 0 \quad \text{Eq. 3.11}$$

$$jmax_{i,j} \geq jmin_{i,j} \quad i = 1, \dots, I; u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, J \mid L_{u,j} = 0 \quad \text{Eq. 3.12}$$

S'inicialitza la variable binària $y_{i,u,t}$. Tal i com s'ha comentat, aquesta variable prendrà el valor 1 sempre que a l'usuari u se li assigni alguna unitat del producte i a la setmana t .

$$y_{i,u,t} \leq q_{i,u,t} \quad i = 1, \dots, I; u = 1, \dots, U; t \in BU_u \quad \text{Eq. 3.13}$$

S'inicialitza la variable entera positiva n . Aquesta pren per valor el mínim numero de productes diferents que s'assignen a algun usuari, alguna setmana. Posteriorment, a la funció objectiu, el fet de maximitzar aquesta variable provoca que les cistelles que reben els usuaris siguin el més diversificades possible.

$$n \leq \sum_{i=1}^I y_{i,u,t} \quad u = 1, \dots, U; t \in BU_u \quad \text{Eq. 3.14}$$

S'afegeix aquesta restricció Eq. 3.15 per inicialitzar la variable $difn_{u,t,j}$. Aquesta restricció assigna a la variable el percentatge de cobriment de cada nutrient respecte del límit que hauria de rebre d'aquell nutrient un usuari cada setmana que ve a recollir la cistella d'aliments.

$$difn_{u,t,j} \leq \frac{\sum_{i=1}^I q_{i,u,t} \cdot A_{i,j}}{L_{u,j}} \quad u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1 \dots J \mid L_{u,j} > 0 \quad Eq. 3.15$$

Finalment, s'agrupa la variable $difn_{u,t,j}$ en la variable $diftotal_j$. Aquesta nova variable prendrà el valor de l'usuari que té un $difn_{u,t,j}$ més petit. Posteriorment, a la funció objectiu és maximitza aquesta variable i el que s'aconsegueix és augmentar el cobriment nutricional del nutrient j de l'usuari que té un pitjor cobriment per aquest nutrient.

$$diftotal_j \leq difn_{u,t,j} \quad u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, 10 \mid L_{u,j} > 0 \quad Eq. 3.16$$

$$diftotal_j \leq difn_{u,t,j+11} \quad u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, 10 \mid L_{u,j+11} > 0 \quad Eq. 3.17$$

$$diftotal_j \leq difn_{u,t,j+21} \quad u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, 10 \mid L_{u,j+21} > 0 \quad Eq. 3.18$$

$$diftotal_j \leq difn_{u,t,j+31} \quad u = 1, \dots, U; t \in BU_u; j = 1, \dots, 10 \mid L_{u,j+31} > 0 \quad Eq. 3.19$$

3.5. Funció objectiu

La funció objectiu d'aquest model és una funció multi-objectiu. Per una banda, prioritza un repartiment de productes que maximitzi l'aportació nutricional a tots els usuaris i, per l'altra, fa que la composició de la cistella sigui el més variada i equilibrada entre usuaris possible.

El primer objectiu s'aconsegueix maximitzant la variable, $diftotal_j$, que correspon al mínim percentatge de nutrient j que rep un usuari respecte del seu límit nutricional per aquell nutrient. Amb això s'aconsegueix augmentar l'aportació nutricional i, per tant, el cobriment dels usuaris que reben menys quantitat d'aquell nutrient.

El segon objectiu s'aconsegueix minimitzant la diferència entre l'usuari que rep una major quantitat del nutrient j amb el producte i , amb l'usuari que rep una menor quantitat d'aquest nutrient amb aquest producte. A més, per tal que no es penalitzin els usuaris amb molts beneficiaris, aquests valors es normalitzen dividint-los per la dada $L_{u,j}$, de tal manera que es calcula la proporció de l'aportació nutricional a cadascú dels usuaris.

Per potenciar encara més que les cistelles estiguin compostes per productes diferents, es maximitza la variable n , que correspon al mínim número de productes diferents repartits a un usuari.

A continuació es pot veure com quedaria la funció objectiu:

$$[max] F.O = (1 - \alpha) \sum_{j=1}^{10} diftotal_j * 100 - \alpha \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (jmax_{i,j} - jmin_{i,j}) + n \quad Eq. 3.20$$

Per poder donar més o menys importància a cadascun d'aquests objectius i calibrar correctament el model, s'introdueix el paràmetre α a la funció objectiu. Aquest paràmetre s'haurà de determinar de forma experimental, en funció del joc de dades amb el qual es vol llençar el model.

4. Aplicació al cas real d'El Rebost

Un cop s'ha definit el model matemàtic i s'ha testejat amb diferents conjunts de dades aleatòries per comprovar el seu correcte funcionament, és el moment de particularitzar-lo amb el cas real d'El Rebost.

Per a aquest pas, s'ha demanat a El Rebost accés a la seva base de dades per consultar la informació necessària, referent a les característiques dels usuaris que mensualment assisteixen a buscar les cistelles d'aliments i als aliments amb els quals acostumen a treballar.

4.1. Característiques dels usuaris

La base de dades d'El Rebost ens dona la següent informació de cadascun dels usuaris:

- Identificador de l'usuari
- Nombre de beneficiaris
- Grup d'edat al qual pertany cada beneficiari

Els grups d'edat que es consideren a El Rebost i, per tant, en aquest treball són: nadons de 0-6 mesos, nadons de 6-12 mesos, nadons de 12-24 mesos, infants de 2-6 anys, infants de 6-16 anys, joves (17-24 anys), adults (25-65 anys) i gent gran (>65 anys). Així doncs, tots els beneficiaris estan classificats en una d'aquestes vuit franges d'edat.

A més, la base de dades d'El Rebost ens permet filtrar els usuaris en funció de les seves restriccions alimentàries considerades, que de moment en són dues: les persones celíacques i les intolerants a la lactosa. Amb aquests filtres és possible aconseguir una llista amb els identificadors dels usuaris celíacs i els que tenen intolerància a la lactosa, per posteriorment classificar-los com a tals.

Donat que les dades d'El Rebost no ens permeten identificar quin dels beneficiaris de l'usuari en qüestió té la restricció alimentària, s'ha programat el model matemàtic de forma que només es reparteixin aliments aptes per al consum de tots els integrants de l'usuari. Això vol dir que si un dels beneficiaris és intolerant a la lactosa, es considerarà que tots els beneficiaris d'aquell usuari ho són.

Una dada necessària, i que no ha estat possible extreure de la base de dades d'El Rebost, és la setmana en la qual anirà cada usuari a buscar la cistella d'aliments (BU_u). Així doncs, per determinar-la s'han distribuït uniformement tots els usuaris al llarg del mes, amb l'objectiu d'equilibrar el repartiment i que aquest sigui el més estable possible.

En total, a la base de dades s'han identificat 1987 usuaris, 25 dels quals són celíacs i 35 intolerants a la lactosa.

4.2. Característiques dels aliments

Un cop definides les característiques dels usuaris, es passa a definir quins són els aliments que es consideraran en l'estudi. Per fer això, es va tornar a contactar amb El Rebot i ens van enviar la llista dels productes amb els quals treballen. A partir d'aquí, es va fer una selecció descartant els productes que només s'inclouen a la cistella d'aliments de forma molt puntual. La llista final incloïa 39 aliments.

El pròxim pas va ser classificar i anotar quins d'aquests aliments eren aptes segons cadascuna de les restriccions considerades, així com quins d'aquests eren exclusius per a nadons o infants. Posteriorment, es va determinar el cost de compra (CZ_i) i la vida útil (V_i), en setmanes, de cada producte. La primera de les dades (CZ_i) es va determinar utilitzant els registres d'El Rebot, mentre que la segona (V_i) es va fer mitjançant una estimació per tipologies de productes.

La llista final d'aliments considerats, amb les característiques i vida útil, en setmanes de cadascun d'ells, és pot veure a la Taula 1 que es troba a continuació:

Producte	Apte <6 mesos	Apte >6 mesos	Apte adults	Apte celíacs	Apte int. lact.	VIDA ÚTIL	Cost (€)
1. Arròs UE (Paquet 1000g)			Si	Si	Si	15	0.8
2. Brioxeria (Bossa 250g)			Si			8	0.8
3. Brou (Brick 1000g)			Si	Si		8	1
4. Brou (pastilles) (Caixa 120g)			Si	Si	Si	15	0.6
5. Cacao UE (Pot 400g)			Si	Si	Si	15	1.75
6. Cereals (Paquet 500g)			Si		Si	8	1.5
7. Cigrons cuits UE (Pot 560g)			Si	Si	Si	15	1
8. Conserva de peix (Llauna 240g)			Si	Si	Si	15	1.9
9. Conserva de tomàquet (Llauna 800g)			Si	Si	Si	15	1
10. Conserva de verdura UE (Pot 660g)			Si	Si	Si	15	2
11. Espagueti UE (Paquet 500g)			Si		Si	15	0.6
12. Farina (Paquet 1000g)			Si		Si	15	0.7
13. Formatge (Unitat 250g)			Si	Si	Si	8	1.1
14. Fruita fresca (Bossa 1000g)			Si	Si	Si	2	2.5
15. Fruits secs (Bossa 250g)			Si	Si	Si	15	1.5
16. Galetes UE (Paquet 800g)		Si	Si		Si	8	1
17. Iogurt (Pack de 4 500g)			Si	Si		8	1.5
18. Llegum cuit (Pot 400g)			Si	Si	Si	15	1
19. Llegum sec (Paquet 1000g)			Si	Si	Si	15	1
20. Llet sense lactosa (Brick 1000g)					Si	15	1
21. Llet UE (Brick 1000g)			Si	Si		15	0.6
22. Ous (1/2 Dotzena 73g)			Si	Si	Si	4	1.2
23. Pa (Unitat 500g)			Si			2	1

24. Pa de motlle (Paquet 500g)			Si			8	1
25. Pasta (Paquet 500g)			Si		Si	15	0.7
26. Patates (Bossa 1000g)			Si	Si	Si	4	0.5
27. Peix (LLUÇ) (Unitat 250g)			Si	Si	Si	2	3
28. Peix BdA (rap) (Paquet 750g)			Si	Si	Si	2	3
29. Pollastre (Porció 1000g)			Si	Si	Si	2	3
30. Suc de fruita (Brick 1000g)			Si	Si	Si	8	1
31. Tomàquet fregit UE (Pot 400g)			Si	Si	Si	15	0.8
32. Tonyina UE (Pack de 3 240g)			Si	Si	Si	15	1.9
33. Verdura fresca (Bossa 1000g)			Si	Si	Si	2	2
34. Xocolata (Unitat 150g)			Si	Si		15	0.6
35. Llet continuació 2 (Llauna 800g)		Si		Si		15	9
36. Cereals infantils UE (Caixa 600g)		Si			Si	8	2
37. Potets de fruita UE (Pot 250g)		Si		Si	Si	15	2.6
38. Potets de pollastre UE (Pot 250g)		Si		Si	Si	15	2.6
39. Llet iniciació nº1 (Llauna 800g)	Si			Si	Si	15	9

Taula 1: Llista d'aliments considerats

Una altra dada necessària per a resoldre el problema és la quantitat de nutrient j que aporta un paquet de l'aliment i ($A_{i,j}$). Per determinar-la, es va fer ús de la base de dades del Ministeri de Consum [1], que informa dels valors nutricionals per cada 100 grams d'aliment i , posteriorment, es va multiplicar pels grams del paquet de l'aliment en qüestió.

A continuació, a la Taula 2 es poden veure els valors de la dada $A_{i,j}$, per a alguns dels aliments considerats en el treball:

Producte	Energia (kcal)	Grasses (g)	Carbohidrats (g)	Proteïnes (g)	Calci (mg)	Vit. A (ug)	Vit. B1 (mg)	Vit. B2 (mg)	Vit. C (mg)	Ferro (mg)
Arròs (1000g)	3640	9	816	70	140	0	0.5	0.4	0	8
Brioixeria (250g)	1120	57.5	132	17.5	100	375	0.125	0.2	0	2.5
Brou (1000g)	140	4	12	14	200	624.5	0	0.1	0	25
Brou (pastilles) (120g)	16.8	0.48	1.44	1.68	24	74.94	0	0.012	0	3
Cacau (400g)	390	4	81.02	5.88	141	1	0.1	0.56	1.8	1.19
Cereals (500g)	1925	12.5	405	40	1335	2830	6	6.5	250	39.5
Cigrans cuits (560g)	1881.6	35.28	274.4	106.4	800.8	120.4	2.52	0.784	22.96	38.08
Conserva de peix (240g)	230.4	3.84	0	48.24	55.68	54.6	0.2208	0.384	0	1.92
Conserva de tomàquet (800g)	288	4	44.4	18.4	480	1656	0.744	0.464	72	8
Conserva de verdura (660g)	297	3.3	43.56	21.78	231	2772	0.792	0.594	85.8	5.28
Espagueti (500g)	1870	5.5	375	75	125	0	2.5	45	0	18

Taula 2: Valors nutricionals d'alguns dels aliments considerats

4.3. Característiques dels nutrients

Per últim, es van particularitzar les dades relatives als nutrients. Pel que fa a la llista de nutrients considerats, aquesta es va determinar a partir de diversos estudis [2]-[4]. Aquests estudis informen de la possibilitat de planificar la dieta d'una persona en funció del valor de certs nutrients.

Així doncs, la llista dels nutrients, juntament amb les seves unitats corresponents, són: energia (kcal), grasses (g), carbohidrats (g), proteïnes (g), calci (g), vitamina A (g), vitamina B1 (mg), vitamina B2 (mg), vitamina C (mg), ferro (mg). Posteriorment, es van fer un seguit de proves per a verificar que el model funcionava correctament amb aquesta selecció.

Un cop decidits els nutrients que s'inclourien en el model, era el moment de determinar les quantitats nutricionals mínimes i ideals de cadascun dels grups d'edats considerats. En aquest moment es va fer ús de l'estudi [5] on s'informa de la ingesta recomanada de cada nutrient en funció de l'edat del consumidor.

A continuació, en la Taula 3 es poden veure les quantitats nutricionals diàries ideals o RDA (Recommended Dietary Allowances) establertes per a cada grup d'edat.

	Energia (kcal)	Grasses (g)	Carbohidrats (g)	Proteïnes (g)	Calci (mg)	Vit. A (ug)	Vit. B1 (mg)	Vit. B2 (mg)	Vit. C (mg)	Ferro (mg)	Llet nadó <6 m.
0-6 m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.05
6-12 m.	850	28	117	14	600	450	0.4	0.5	60	10	-
12-24 m.	1300	43	179	16	800	300	0.7	0.8	80	10	-
2-6 a.	1800	60	248	24	800	300	0.7	1.1	80	10	-
6-16 a.	2200	73	303	40	1000	800	1.2	1.3	100	13	-
16-24 a.	2500	83	344	52	1200	900	1.3	1.5	120	12	-
25-65 a.	2500	83	344	56	800	900	1.3	1.5	80	12	-
>65 a.	2000	67	275	56	800	900	1.1	1.3	80	10	-

Taula 3: Quantitats nutricionals diàries ideals pels diferents grups d'edat

En aquesta Taula 3 es pot veure una de les particularitats considerades. Donat que els nadons que tenen menys de 6 mesos només poden consumir un tipus de producte (Llet iniciació n^o1), en comptes de considerar els valors nutricionals en aquest grup, que no tindria gaire sentit, s'ha considerat directament la quantitat diària de llet que haurien de consumir, que són uns 40 grams de llet d'iniciació en pols. Tenint present que un paquet de llet d'iniciació té 800 grams, si es fa la divisió es pot calcular que cada nadó amb menys de 6 mesos de vida hauria de consumir 0,05 paquets de llet d'iniciació.

Un cop determinats els valors nutricionals ideals, era el moment de fer el mateix amb els límits nutricionals assolibles per El Rebost. Atès que la funció d'El Rebost és la de complementar la dieta dels usuaris, es va decidir ponderar els valors nutricionals ideals en funció d'un percentatge, depenent del grup d'edat, i així obtenir els valors nutricionals mínims.

Tal i com es pot veure a la Taula 4, els percentatges considerats són relativament petits.

	% respecte l'ideal
Nadons 0-6 mesos	40
Nadons 6-12 mesos	40
Nadons 12-24 mesos	40
Infants 2-6 anys	40
Infants 6-16 anys	40
Joves (16-24 anys)	40
Adults (25-65anys)	40
Gent Gran (>65 anys)	40

Taula 4: Percentatges dels valors nutricionals a assolir per cada grup d'edat

Tot i així, tal i com s'explica en l'apartat Preprocés4.4, aquests valors es poden modificar de forma molt senzilla, en cas de que es vulgui trobar una altre solució del problema.

4.4. Preprocés

Un cop s'han explicat les característiques dels usuaris, aliments i nutrients considerats, és el moment d'explicar com s'ha particularitzat el preprocés per aquest cas d'estudi.

El programari utilitzat per fer el preprocés és Python, ja que amb aquest llenguatge de programació és possible llegir fitxers Excel i crear fitxers en el format adequat per a llençar el model matemàtic amb CPLEX.

El codi fet amb Python s'ha programat de forma que sigui el més flexible possible, així doncs, resulta molt senzill afegir nous productes o usuaris a les llistes actuals, modificar alguna de les dades existents dels nutrients o, fins i tot, considerar nous nutrients.

Aquest codi s'alimenta de quatre fitxers Excel diferents: el primer d'ells és el fitxer que es genera en descarregar les dades dels usuaris de la base de dades d'El Rebost, el segon és el fitxer que conté la llista dels identificadors dels usuaris que són celíacs, el tercer conté la llista dels identificadors dels usuaris que són intolerants a la lactosa i l'últim és un fitxer on hi

ha un seguit de taules en les quals s'ha d'introduir la informació associada als productes i nutrients considerats en el problema.

Gràcies a la flexibilitat del codi, si en algun moment es vol afegir, modificar o esborrar alguna de les dades, es tan fàcil com modificar l'Excel corresponent i tornar a executar el codi Python. Això generarà un nou fitxer .dat que posteriorment serà possible executar i resoldre amb el programari CPLEX.

A continuació s'expliquen amb detall les operacions que es realitzen en el codi en qüestió.

El primer que fa el codi és obrir el fitxer d'Excel que conté la informació dels usuaris que són celíacs. D'aquest arxiu emmagatzema l'identificador dels usuaris que es troben en aquesta llista, per tal de poder-los identificar posteriorment quan es recorre la llista de tots els usuaris. El següent pas és exactament el mateix, però pel fitxer d'Excel que conté la informació dels usuaris que són intolerants a la lactosa.

Un cop es tenen les dues llistes, corresponents a l'identificador dels usuaris per cadascuna de les restriccions considerades, és el moment de classificar tots els beneficiaris de la base de dades. Per fer això, s'obre l'arxiu Excel, que conté les dades de tots els usuaris, i es van classificant els beneficiaris pertinents en funció del grup d'edat al qual pertanyen i de les restriccions alimentaries que tenen.

Quan ja es tenen tots els beneficiaris classificats es passa a calcular les dades $L_{u,j}$ i $Id_{u,j}$, necessàries per a la resolució del problema. Per fer-ho, és necessari obrir el quart fitxer d'Excel, on es troben les taules associades a les quantitats nutricionals mínimes i ideals de cada grup d'edat. Un cop fet això, es tornen a recórrer tots els usuaris, revisant a quin grup pertanyen els seus beneficiaris associats, i sumant a les dades $L_{u,j}$ i $Id_{u,j}$ el valor corresponent.

A continuació, a la Figura 6 es pot veure una representació gràfica d'aquestes dades:

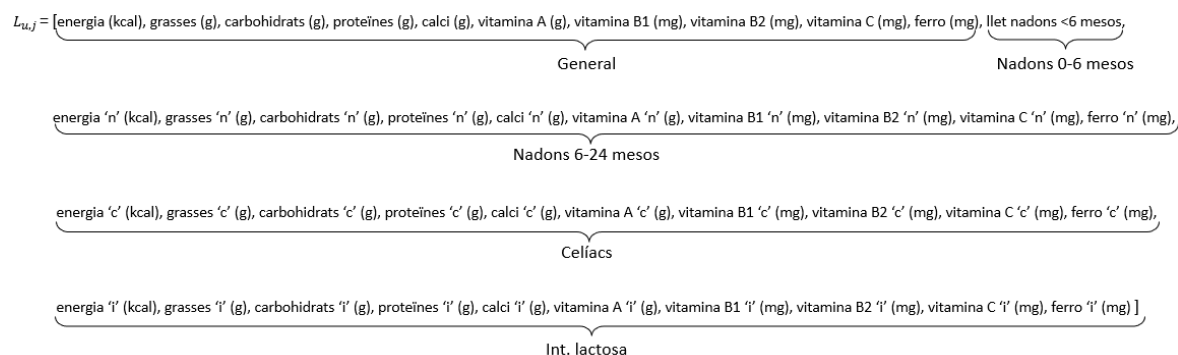


Figura 6: Representació gràfica de la dada $L_{u,j}$ per un usuari

Els deu primers valors de la llista de cada usuari corresponen a les necessitats nutricionals d'aquells que no tenen cap tipus de restricció alimentària, l'onze correspon a la quantitat de 'Llet d'iniciació 1' assignada als nadons de menys de 6 mesos (explicat a l'apartat 0), els deu següents (del 12 al 21) corresponen a les necessitats nutricionals dels nadons que tenen entre 6 i 24 mesos, i finalment trobem del 22 al 31 els valors corresponents als usuaris celíacs, i del 32 al 41 els valors corresponents als usuaris amb intolerància a la lactosa.

Així doncs, les dimensions d'aquestes dues matrius, $L_{u,j}$ i $Id_{u,j}$, és 41 (necessitats nutricionals considerades) x 1987 (número d'usuaris).

Ahora, es va crear la dada BU_u , corresponent al conjunt de setmanes en què l'usuari u ve a recollir la cistella d'aliments. Això es fa repartint els usuaris de forma uniforme en les quatre setmanes del mes, amb l'objectiu que la demanda de productes sigui el més estable possible.

El següent que fa el codi és construir la matriu $A_{i,j}$, que correspon a la quantitat del nutrient j que aporta un paquet de l'aliment i . Per fer això, s'utilitza el mateix fitxer d'Excel que anteriorment, on es troba la informació de les Taula 3 i Taula 4. Per a cadascun dels productes considerats al model, agafa els valors nutricionals que aporten i en funció de si són aptes per a un grup d'individus o un altre crea la matriu $A_{i,j}$. La construcció és molt semblant a la de les dades $L_{u,j}$ i $Id_{u,j}$, i és que, tal i com es pot veure a la Figura 7, les matrius tenen la mateixa estructura.

$$A_{i,j} = \left[\begin{array}{l} \underbrace{\text{energia (kcal), grasses (g), carbohidrats (g), proteïnes (g), calci (g), vitamina A (g), vitamina B1 (mg), vitamina B2 (mg), vitamina C (mg), ferro (mg), llet nadons <6 mesos,}}_{\text{General}} \quad \underbrace{\text{}}_{\text{Nadons 0-6 mesos}} \\ \underbrace{\text{energia 'n' (kcal), grasses 'n' (g), carbohidrats 'n' (g), proteïnes 'n' (g), calci 'n' (g), vitamina A 'n' (g), vitamina B1 'n' (mg), vitamina B2 'n' (mg), vitamina C 'n' (mg), ferro 'n' (mg),}}_{\text{Nadons 6-24 mesos}} \\ \underbrace{\text{energia 'c' (kcal), grasses 'c' (g), carbohidrats 'c' (g), proteïnes 'c' (g), calci 'c' (g), vitamina A 'c' (g), vitamina B1 'c' (mg), vitamina B2 'c' (mg), vitamina C 'c' (mg), ferro 'c' (mg),}}_{\text{Celíacs}} \\ \underbrace{\text{energia 'l' (kcal), grasses 'l' (g), carbohidrats 'l' (g), proteïnes 'l' (g), calci 'l' (g), vitamina A 'l' (g), vitamina B1 'l' (mg), vitamina B2 'l' (mg), vitamina C 'l' (mg), ferro 'l' (mg)}}_{\text{Int. lactosa}} \end{array} \right]$$

Figura 7: Representació gràfica de la dada $A_{i,j}$ per un aliment

Igual que en les matrius $L_{u,j}$ i $Id_{u,j}$, els deu primers valors corresponen als valors nutricionals que aporta l'aliment en qüestió, sempre i quan aquest sigui apte per als beneficiaris sense cap tipus de restricció associada; si no és així, valen 0. L'onzè valor, s'utilitza per a indicar el producte 'Llet d'iniciació 1', tal i com s'ha comentat anteriorment. Les dades ubicades entre la posició 12 i 21, només prendran valor si l'aliment en qüestió és apte per a nadons entre 6 i 24 mesos. Les dades ubicades entre la posició 22 i 31, només prendran valor si l'aliment en

qüestió és apte per a celíacs. I finalment, les dades ubicades entre la posició 32 i 41 només prendran valor si l'aliment en qüestió és apte per a intolerants a la lactosa.

Així doncs, les dimensions d'aquesta matriu $A_{i,j}$ són 41 (necessitats nutricionals considerades) x 39 (número d'aliments).

Simultàniament al pas anterior, el codi Python emmagatzema les dades referents al cost de compra (CZ_i) i la vida útil (V_i) de cada aliment.

Un cop fet tot això, el codi crea un fitxer .dat que conté les dades amb l'ordre i format necessari per a ser executat amb CPLEX.

5. Resultats obtinguts

Un cop s'ha explicat el model matemàtic i les dades relatives a El Rebost, és el moment de començar a obtenir els primers resultats.

Per resoldre el programa matemàtic s'ha utilitzat el programari IBM ILOG CPLEX Optimization Studio. Aquest és un software d'optimització que permet resoldre grans problemes de programació matemàtica.

Per poder resoldre el model amb aquest programari, és necessari escriure les restriccions mencionades anteriorment a l'apartat 3 en el llenguatge corresponent, i crear un fitxer 'Executioner' en el qual s'indiquen els paràmetres referents al temps de simulació, el nom dels fitxers que ha de llegir i crear el programa, la informació que es vol incloure al fitxer de la solució...

Un cop fet això, es poden trobar els primers resultats, que s'expliquen a continuació.

5.1. Comparació amb configuració actual

En aquest apartat es presenta la solució obtinguda al resoldre el model amb les dades d'El Rebost. D'aquesta manera, es pot comparar si la composició de les cistelles proposada aporta millores respecte de la composició que utilitza actualment El Rebost.

Per fer aquesta primera comparació, l'ideal seria tenir l'historial de productes repartits per El Rebost a cada usuari, sumar-los tots, i resoldre el model matemàtic amb aquest nombre de productes. El problema és que a banda que aquesta informació no està disponible, degut al gran nombre d'usuaris i productes considerats, per resoldre aquest model es necessitaria un gran dispositiu, i un temps de càlcul molt elevat.

Així doncs, per poder tenir una idea de si les solucions trobades aporten millors resultats que les composicions actuals, s'ha decidit agafar un joc de dades de 100 usuaris, i s'ha calculat la quantitat d'aliment que destinaria El Rebost per a aquestes famílies. Això es pot saber, ja que, tal i com s'ha comentat anteriorment en l'apartat 2.2, El Rebost assigna una quantitat de productes o una altra en funció del nombre de beneficiaris de la família.

A continuació, a la Taula 5 es pot veure la composició de les cistelles que reparteix El Rebost en funció de si l'usuari o família es considera d'una categoria o una altra:

Producte	Int. lactosa	Celíacs	Petita	Mitjana	Gran	Molt gran
1	2	3	2	4	6	8
2	0	0	0	0	0	0
3	0	2	2	4	4	4
4	1	0	0	0	2	2
5	0	0	0	2	2	4
6	0	0	0	0	2	2
7	2	4	2	2	4	6
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	2	2	4
10	2	2	2	4	6	8
11	2	0	2	2	4	6
12	0	0	0	2	4	6
13	6	2	2	2	4	6
14	10	12	10	10	20	20
15	2	3	2	4	8	12
16	2	0	2	2	4	6
17	0	0	0	0	0	0
18	2	2	2	4	4	6
19	0	0	0	2	4	6
20	0	0	0	0	0	0
21	0	12	12	24	36	48
22	2	2	2	4	8	12
23	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0
25	2	0	2	4	6	8
26	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	4	4	4
28	0	0	0	0	2	4
29	2	2	2	4	6	8
30	2	2	2	4	6	8
31	4	4	4	4	8	8
32	4	4	4	6	10	16
33	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0

Taula 5: Composició de les cistelles en funció de la tipologia d'usuari

Amb aquesta informació i la de les característiques de les 100 unitats familiars considerades en aquest estudi, es pot calcular el total de productes que destinaria El Rebost per a subministrar aliments a aquestes famílies cada mes.

Aquestes quantitats es poden veure a la Taula 6.

Producte	Unitats	Producte	Unitats
1	362	20	0
2	0	21	2088
3	316	22	388
4	36	23	0
5	124	24	0
6	32	25	344
7	244	26	0
8	0	27	248
9	124	28	32
10	356	29	356
11	220	30	356
12	156	31	464
13	248	32	588
14	1172	33	0
15	394	34	0
16	220	35	0
17	0	36	0
18	324	37	0
19	156	38	0

Taula 6: Quantitats totals de cada producte que destina a El Rebot per cada 100 famílies

Un cop calculat el producte disponible per cada mes, és modelitzat de la següent manera. La quantitat total de donacions que faria El Rebot a aquests usuaris durant les quatre primeres setmanes, es consideren com a estoc inicials i la quantitat total de donacions que es farien les quatre setmanes posteriors es consideren que arriben com a donacions la setmana 4. Això es una simplificació, ja que realment El Rebot rep productes cada setmana, però s'ha trobat que aquesta era la manera més adient de poder representar la realitat i fer aquesta comparació. Amb tota aquesta informació ja es tenen les dades suficient per a llençar el model amb el programari CPLEX.

La solució obtinguda, que s'ha calculat amb un temps d'execució de 5 hores, té un GAP del 8%. Aquest indicador GAP, ens quantifica la proximitat de la solució trobada (FO) respecte la millor solució possible (Cota), i es calcula de la manera següent:

$$GAP = \frac{Cota - FO}{Cota} \quad \text{Eq. 5.1}$$

Aquesta solució trobada mostra increments significatius pel que fa a les necessitats nutricionals de tots els beneficiaris, alhora que subministra una varietat similar de productes a tots ells.

A més, s'ha pogut comprovar que el repartiment proposat en aquesta solució és un repartiment més just per als usuaris d'El Rebost, ja que implica que els usuaris, que estaven més penalitzats i cobrien un menor percentatge de les seves necessitats nutricionals, rebien més nutrients.

Això ho podem observar en la Figura 8, on es veu que les proporcions mínimes de nutrients rebuts augmenten en tots els casos, menys en la vitamina C.

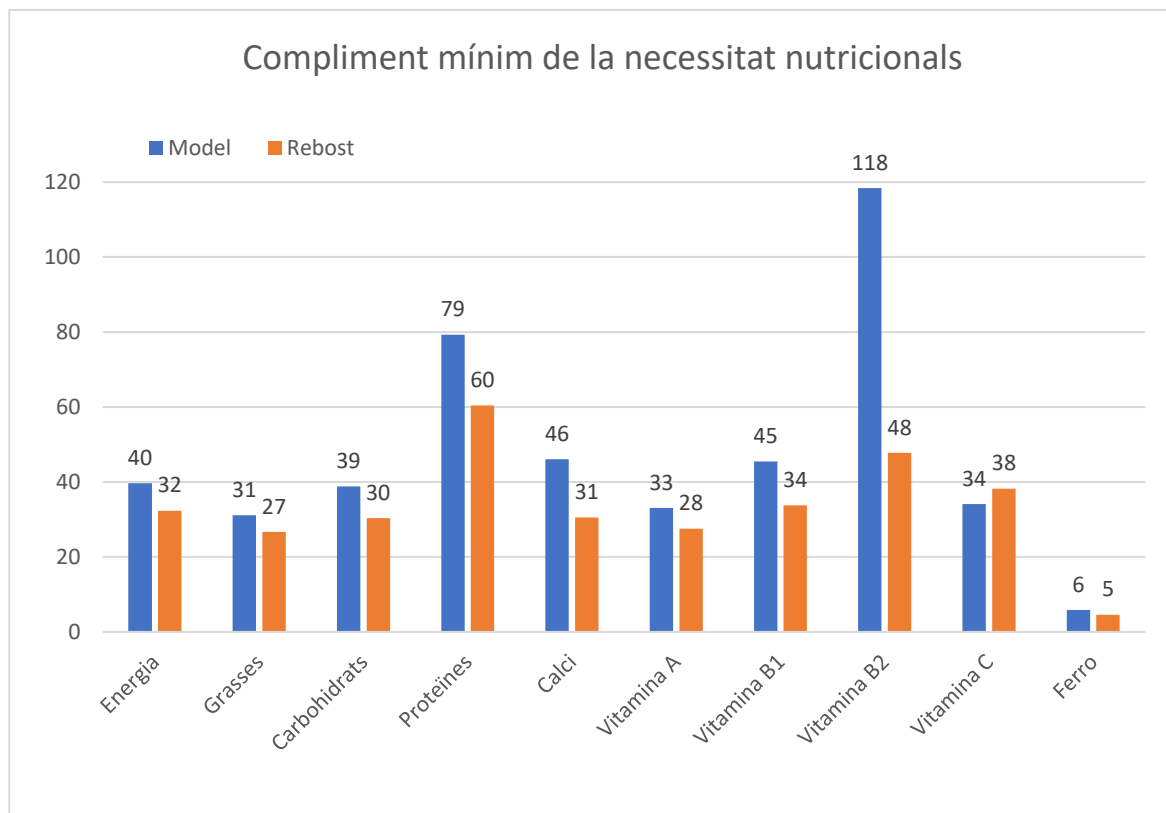


Figura 8: Compliment mínim de les necessitats per cada un dels nutrients considerats

Per últim, aquest nou repartiment fa que tots els usuaris, sense importar si tenen restriccions alimentaries o no, rebien un nombre de productes diferents semblants. Així doncs, en aquesta nova solució l'usuari que rep més productes diferents, en rep 20; i l'usuari que en rep menys, en rep 16. En la composició de les cistelles dissenyada per El Rebost, hi havia usuaris que rebien 25 productes diferents, mentre d'altres només en rebien 14.

A continuació es presenta un fragment d'aquesta solució trobada:

Temps de càlcul: 18000.2 segons

GAP: 8 %

Unitats de cada producte repartides a cada usuari:

Usuari 1			Usuari 2		
Producte	Mes 1	Mes 2	Producte	Mes 1	Mes 2
1	0	1	1	6	6
2	0	0	2	0	0
3	0	0	3	1	2
4	1	1	4	0	0
5	0	0	5	0	0
6	1	0	6	0	0
7	1	1	7	2	2
8	0	0	8	0	0
9	1	1	9	2	2
10	2	2	10	7	28
11	2	2	11	3	2
12	1	2	12	0	1
13	9	9	13	0	0
14	0	0	14	32	25
15	4	3	15	6	5
16	1	1	16	5	5
17	0	0	17	0	0
18	1	4	18	4	7
19	2	2	19	1	1
20	0	0	20	0	0
21	0	0	21	28	27
22	0	0	22	0	0
23	0	0	23	0	0
24	0	0	24	0	0
25	9	8	25	0	0
26	0	0	26	0	0
27	0	0	27	9	32
28	0	0	28	2	2
29	0	0	29	11	11
30	3	3	30	2	3
31	4	2	31	4	8
32	2	2	32	0	0
33	0	0	33	0	0
34	0	0	34	0	0
35	0	0	35	0	0
36	0	0	36	0	0
37	0	0	37	0	0
38	0	0	38	0	0

Taula 7: Quantitat total de cada producte que dona El Rebost a l'usuari 1 i l'usuari 2

Tal i com s'explica en l'apartat 5.2, la solució ens mostra la quantitat de cada producte que rep cada usuari. En aquesta Taula 7 es pot veure la composició de les cistelles de l'usuari 1 i de l'usuari 2. Posteriorment a això, a la solució també es pot veure la quantitat de producte comprat, 0 en aquest cas, seguit de les unitats emmagatzemades i les unitats consumides de cada producte, que no es mostren a continuació degut a que no són d'interès per aquest apartat.

5.2. Exemples en casos reduïts

En aquest apartat es presenten les primeres solucions que es van obtenir amb aquest model matemàtic, i que degut a la senzillesa de les dades amb què estan calculades, van ser molt útils per a detectar errors i punts de millora, i per explicar l'estructura i la informació que conté el fitxer de solució que s'obté un cop es llença el model.

En aquell primer moment, es va decidir resoldre el model matemàtic per un fitxer de dades amb només 10 usuaris, 3 aliments i 3 nutrients. Trobar una solució per a aquestes dades, amb pocs usuaris, ens permet analitzar millor el resultat, detectar possibles errors i comprovar que el model està funcionant correctament.

A més, en aquest primer joc de dades, s'ha decidit que no hi hagi cap usuari celíac ni intolerant a la lactosa, i que els beneficiaris de tots ells siguin iguals pel que fa a les necessitats nutricionals.

A continuació, es mostra i s'explica la solució obtinguda. El primer que apareix en el fitxer de la solució és el següent:

Temps de càlcul: 0.047 segons

GAP: 0 %

Això ens indica que s'ha trobat una solució òptima en només 0.047 segons, ja que el GAP d'aquesta solució és 0.

Tot seguit, el fitxer informa de la quantitat de cada aliment que rep cada usuari, i es pot veure aquesta informació a Taula 8.

Usuari 1		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	7	7
3	7	7

Usuari 2		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	7	7
3	7	7

Usuari 3		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	7	7
3	8	7

Usuari 4		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	6	7
3	8	8

Usuari 5		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	7	7
3	7	7

Usuari 6		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	7	6
3	7	7

Usuari 7		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	6	7
3	8	8

Usuari 8		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	7	6
3	7	7

Usuari 9		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	7	7
3	7	8

Usuari 10		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	11	11
2	6	7
3	8	8

Taula 8: Quantitat total de cada producte repartida a cada usuari

A la Taula 8 podem veure que la cistella que rebrà l'usuari 1, tant el primer mes com el segon, estarà formada per 11 unitats del producte 1, 7 unitats del producte 2 i 7 unitats del producte 3. Atès que el model reparteix els productes de forma que tots els usuaris rebin el mateix percentatge de les seves necessitats nutricionals i que tots els usuaris d'aquest joc de dades tenen els mateixos beneficiaris, tots els usuaris reben una cistella de productes molt semblant a la del usuari 1.

La següent informació que apareix en el fitxer de la solució són les unitats que s'han de comprar de cada producte, i a quina setmana s'ha de fer. Això es presenta a la Taula 9.

Producte	Set. 0	Set. 1	Set. 2	Set. 3	Set. 4	Set. 5	Set. 6	Set. 7	Set. 8
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Taula 9: Unitats de cada producte comprades cada setmana

Donat que en aquest fitxer de dades s'ha posat que el pressupost disponible és 0 €, no es realitza cap compra de cap producte durant el període analitzat.

Tot seguit apareix la informació referent a les unitats de cada producte, que estaran emmagatzemades cada setmana, i la vida útil, en setmanes, d'aquestes. A continuació, a la Taula 10, es mostra aquesta informació pel producte 1:

Caducitat	Set. 1	Set. 2	Set. 3	Set. 4	Set. 5	Set. 6	Set. 7	Set. 8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	5	0	0	0	0	0	0
5	5	0	0	0	0	0	8	0
6	0	0	0	0	0	8	0	0
7	0	0	0	0	8	0	0	0
8	0	0	0	8	0	0	0	0
9	0	0	8	0	0	0	20	0
10	0	8	0	0	0	20	0	0
11	8	0	0	0	20	0	0	0
12	0	0	0	20	0	0	0	0
13	0	0	37	17	0	0	0	0
14	0	38	22	0	0	0	0	0
15	60	50	5	0	0	28	0	0

Taula 10: Unitats del producte 1, amb la caducitat corresponent, emmagatzemades cada setmana

Es pot comprovar com entre la setmana 1 i 2 es consumeixen 22 unitats del producte 1, fet que provoca que les unitats emmagatzemades amb una vida útil de 15 setmanes passin a ser de 60 a 38 amb vida útil 14 a la següent setmana. Per últim, també s'informa de quantes unitats de cada producte es consumeixen cada setmana, així com la vida útil de cadascuna d'elles.

En el cas del producte 1, aquestes es poden veure a la Taula 11.

Caducitat	Set. 1	Set. 2	Set. 3	Set. 4	Set. 5	Set. 6	Set. 7	Set. 8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	8
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	20
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
11	22	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	23	17	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	22	28	5	0	0	28	0
15	0	0	0	5	5	22	5	5

Taula 11: Unitats del producte 1, amb la caducitat corresponent, consumides cada setmana

En aquesta Taula 11 es pot tornar a comprovar com entre la setmana 1 i 2, es consumeixen les 22 unitats de producte 1 mencionades anteriorment.

Un cop s'ha ensenyat l'estructura de la solució per aquest breu fitxer de dades, es presenta una de les solucions obtingudes amb un joc de dades una mica més gran, concretament de 200 usuaris, considerant restriccions alimentàries i un pressupost de 100 €.

L'estructura de la solució és la mateixa que la dels 10 usuaris, així doncs aquesta ens indica el següent:

Temps de càlcul: 18007.89 segons

GAP: 12,2 %

En aquest cas, el temps de simulació han estat 18.007 segons, que són unes 5 hores. En aquest temps, el CPLEX ha estat capaç de trobar una solució amb un GAP del 12,2%.

Un cop mostrada aquesta informació, es pot visualitzar la composició de les cistelles de cada usuari per cada mes. A diferència de l'exemple presentat anteriorment, en aquest s'han considerat 38 aliments diferents i, per tant, la solució queda de la manera següent, tal i com es veu a la Taula 12.

Usuari 1		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	0	3
2	0	4
3	0	0
4	0	0
5	1	0
6	0	0
7	0	0
8	0	0
9	0	2
10	0	2
11	0	0
12	1	0
13	1	1
14	4	4
15	7	4
16	3	3
17	0	2
18	3	2
19	0	2
20	0	0
21	6	2
22	0	0
23	3	3
24	1	0
25	5	0
26	1	1
27	2	0
28	0	0
29	0	0
30	0	0
31	2	2
32	0	1
33	4	1
34	3	5
35	0	0
36	0	0
37	0	0
38	0	0

Usuari 2		
Producte	Mes 1	Mes 2
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	1	1
7	5	3
8	2	3
9	0	0
10	0	0
11	11	11
12	0	0
13	0	0
14	3	0
15	0	0
16	0	0
17	0	0
18	0	0
19	1	4
20	0	0
21	0	0
22	0	0
23	0	0
24	1	0
25	10	0
26	1	1
27	4	0
28	0	0
29	0	2
30	0	0
31	0	0
32	0	0
33	0	0
34	0	0
35	0	0
36	0	0
37	0	0
38	0	0

Taula 12: Quantitat total de cada producte a repartir a l'usuari 1 i 2

Aquesta estructura es segueix al llarg dels 200 usuaris, i al igual que en l'exemple de 10 usuaris, un cop s'ha informat de la composició de les cistelles de tots els usuaris, es mostren, a la Taula 13, les compres que s'han de fer al llarg de les 8 setmanes.

Producte	Set. 1	Set. 2	Set. 3	Set. 4	Set. 5	Set. 6	Set. 7	Set. 8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0
19	87	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	2	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	1	2	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	1	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0

Taula 13: Unitats de cada producte comprades cada setmana

En aquest cas, es pot veure que s'esgota tot el pressupost disponible (100 euros) i es compren: 87 unitats del producte 19 (llegums secs) a la setmana 0; 1 unitat del producte 31 (tomàquet fregit) i dues del producte 23 (pa) a la setmana 1; 3 unitats del producte 28 (peix), un d'ells a la setmana 3 i els altres 2 a la setmana 4; i finalment, 1 unitat de producte 3 (brou) a la setmana 5.

A continuació, i seguint l'estructura anterior, es mostren les unitats emmagatzemades i les consumides de cadascun dels 38 productes considerats. En el cas del producte 1, aquestes es poden veure a la Taula 14.

Caducitat	Set. 1	Set. 2	Set. 3	Set. 4	Set. 5	Set. 6	Set. 7	Set. 8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	80	0
10	0	0	0	0	0	345	0	0
11	0	0	0	0	347	0	0	0
12	0	0	0	353	0	0	0	0
13	0	0	641	0	0	9	0	0
14	0	641	4	0	23	0	0	0
15	893	250	0	250	0	0	0	0

Taula 14: Unitats del producte 1, amb la caducitat corresponent, emmagatzemades cada setmana

Es pot veure que, tal i com s'ha imposat a les restriccions comentades en l'apartat 3.4, el model no permet tenir unitats emmagatzemades al final del període, ja que s'obliga a que es reparteixin totes elles, i tampoc no permet que hi hagin unitats que s'hagin de llençar perquè han caducat.

Per últim, es mostren les unitats consumides de cada un dels productes al llarg de les 8 setmanes. En el cas del producte 1, es poden veure a la Taula 15.

Caducitat	Set. 1	Set. 2	Set. 3	Set. 4	Set. 5	Set. 6	Set. 7	Set. 8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	80
9	0	0	0	0	0	0	265	0
10	0	0	0	0	0	2	0	0
11	0	0	0	0	6	0	0	0
12	0	0	0	288	0	0	9	0
13	0	0	0	4	0	14	0	0
14	0	252	246	0	227	0	0	0
15	107	0	0	0	0	250	0	250

Taula 15: Unitats del producte 1, amb la caducitat corresponent, consumides cada setmana

Tal i com s'ha comentat anteriorment, aquestes dues solucions presentades són simplement per mostrar el funcionament del model i l'estructura de la solució obtinguda. Els valors que mostren provenen d'un fitxer de dades generat aleatòriament i, per tant, aquesta solució no es pot extrapolar a un cas real.

5.3. Experimentació computacional

Un pas important a l'hora de comprovar que el model funciona correctament és realitzar una experimentació computacional. Això consisteix en llençar molts exemplars de jocs de dades, fent combinacions de diferents paràmetres, per així poder veure si el model es capaç de resoldre i trobar una solució per a tots aquests casos.

Els paràmetres que es modificaran per generar tots els fitxers de dades diferents són:

- Nombre d'usuaris: Es consideren dues possibilitats, 10 usuaris i 100 usuaris.
- Restriccions alimentàries: Es consideren dues possibilitats, que s'han de tenir en compte els celíacs i intolerants a la lactosa, i que a tots els usuaris se'ls pot subministrar qualsevol tipus d'aliment. En el cas de les proves amb 10 usuaris, s'ha considerat que hi ha 3 celíacs i 2 intolerants a la lactosa; mentre que per les de 100 usuaris, s'han considerat 7 celíacs i 4 intolerants a la lactosa.
- Pressupost: Es consideren dues possibilitats, un pressupost de 0€, i un de 10€ o 50€, en funció del nombre d'usuaris.
- Volum de donacions: Es consideren dues possibilitats, que es reben poques donacions o que se'n reben moltes.

Així doncs, en total s'han de fer 16 proves, com a resultat de totes les combinacions possibles dels paràmetres esmentats.

A més, amb l'objectiu de detectar possibles combinacions que portin a l'error, es fan 3 exemplars diferents per cadascuna de les combinacions mencionades anteriorment. En cadascun d'aquest exemplars es modifiquen valors, com per exemple les donacions o l'estoc inicial dels productes.

Per tant, en total es resol el model matemàtic amb 48 fitxers de dades diferents. Per poder automatitzar tot aquest procés s'utilitza el programari SciTe, que, junt amb un fitxer java, ens permet executar una prova darrera l'altra.

Abans de començar a resoldre tots els exemplars ha estat necessari calibrar el paràmetre α que apareix a la funció objectiu. Per fer això s'han resol diversos exemplars, modificant aquest paràmetre i s'ha acabat seleccionat el valor que feia que el model tingués en compte els tres criteris de la funció objectiu.

En el cas dels fitxers de 10 usuaris, s'ha determinat que el valor d'aquest paràmetre α sigui 0.05, mentre que pels fitxers de 100 usuaris, el seu valor és 0.1.

A continuació, es pot veure la Taula 16 que resulta de fer aquesta experimentació computacional:

Usuaris	Restriccions	Pressupost	Donacions	Exemplar 1		Exemplar 2		Exemplar 3	
				Temps	GAP	Temps	GAP	Temps	GAP
10	No	0	Moltes	3367	0,3%	5401	0,3%	16591	0,3%
10	No	0	Poques	18000	0,4%	3570	0,5%	3981	0,8%
10	No	10	Moltes	3299	0,3%	8844	0,3%	2634	0,3%
10	No	10	Poques	4427	0,6%	3677	0,6%	4261	0,6%
10	Si	0	Moltes	18000	0,2%	3962	0,2%	4173	0,3%
10	Si	0	Poques	4596	0,5%	5525	0,4%	5466	0,6%
10	Si	10	Moltes	5302	0,3%	4191	0,3%	5392	0,2%
10	Si	10	Poques	5677	0,5%	4641	0,4%	4968	0,7%
100	No	0	Moltes	18000	5,9%	18000	6,7%	18000	5,7%
100	No	0	Poques	18000	13,9%	18000	16,1%	18000	16,7%
100	No	50	Moltes	18000	6,8%	18000	7,7%	18000	6,9%
100	No	50	Poques	18000	15,8%	18000	11,1%	18000	17,3%
100	Si	0	Moltes	18000	7,7%	18000	7,2%	18000	6,3%
100	Si	0	Poques	18000	20,0%	18000	14,9%	18000	18,4%
100	Si	50	Moltes	18000	8,8%	18000	8,8%	18000	7,4%
100	Si	50	Poques	18000	19,1%	18000	13,5%	18000	22,5%

Taula 16: Resultats de l'experimentació computacional

Una de les peculiaritats que pot cridar l'atenció a l'hora d'analitzar aquest resultat és el fet que el GAP sigui més elevat quan el volum de donacions és baix, que quan es rep molts productes. Això es deu a que el model té més facilitats per equilibrar la distribució de productes quan disposa d'un volum elevat per repartir, ja que sovint, quan el volum de donacions es baix no disposa de suficients unitats com per donar-ne una a cada usuari, fet que està molt penalitzat al model.

També destaca el fet que en moltes de les execucions no s'assoleixi l'òptim. En aquest cas, això es deu a què, en tractar-se d'una funció amb tres objectius, la dificultat de resolució augmenta molt. Tot i així, s'ha pogut comprovar, en l'apartat 5.1, que aquestes solucions trobades són bones i aporten millores respecte del repartiment que s'utilitza actualment.

6. Pressupost

Per poder fer una valoració econòmica d'aquest treball, s'han dividit els costos en tres partides diferents. Primer, el cost de la mà d'obra de l'enginyer que ha realitzat el projecte; segon, el cost de les eines emprades, com per exemple els softwares d'optimització utilitzats; i per últim, el cost associat a la computació.

Pel que fa al cost de la mà d'obra de l'enginyer, s'ha de tenir en compte que el projecte es va iniciar el 7 de febrer de 2022 i s'ha acabat el 18 de juliol de 2022. En total, han transcorregut 23 setmanes, on s'ha treballat una mitjana de 16 hores a la setmana. Per tant, suposant un preu de 20 €/h, surt un total de 7360 €.

Respecte als softwares d'optimització, s'ha fet servir el ILOG CPLEX Optimizacian Studio. La llicència informàtica d'aquest té un cost de 192 € mensuals, i tenint en compte que s'ha utilitzat durant 6 mesos, suposa un cost de 1152 €.

Per últim, també s'ha de considerar el cost associat a la computació realitzada. S'han hagut de realitzar una gran quantitat de simulacions, tant per fer l'experimentació computacional del model presentat al treball, com les simulacions fetes anteriorment per poder arribar a aquest model definitiu. S'estima que en total s'han fet 150 simulacions, amb un temps de càlcul de 5 hores cada una. Considerant la potencia d'un ordinador computacional estàndard (250 W), resulta un consum de 187,5 kWh. Fent servir com a referència un preu de l'electricitat de 0,22 €/kWh, corresponent a la mitjana dels últims 6 mesos, dona un preu total de 41,25 €.

Per tant, la valoració total seria de 8553,25 €, que aplicant-hi un 21% d'IVA dona un preu final de 10349,5 €. A la Taula 17 es presenta el pressupost desglossat.

Concepte	Cost (€)
Mà d'obra enginyer	7360
ILOG CPLEX	1152
Consum energètic	41,25
Cost sense IVA	8553,25
Cost amb IVA	10349,5

Taula 17: Costos del projecte

7. Impacte social i ambiental

Cal destacar sobretot l'impacte social del projecte: es proporciona una nova eina que permet fer un repartiment més equilibrat del menjar que es dona a persones en situació de vulnerabilitat. Això pot repercutir molt positivament en aquestes famílies, ja que permet que puguin disposar d'una alimentació variada i equilibrada.

Respecte a l'impacte ambiental, el fet d'optimitzar aquest repartiment de menjar permet millorar l'aprofitament d'aquest. A més, al tenir en compte tant la caducitat del menjar que es reparteix com la del menjar que es té emmagatzemat, es redueix el malbaratament alimentari produït al llençar menjar caducat.

Conclusions

En aquest treball s'ha presentat una nova eina per a optimitzar l'equilibrat de les cistelles en els centres de distribució social d'aliments. S'ha pogut comprovar que l'ús de models matemàtics pot aportar millores a aquestes entitats i ajudar a que la configuració d'aquestes cistelles sigui més justa per a tots els usuaris.

A més, disposar d'una eina com aquesta permet fer suposicions i plantejar diferents escenaris, per resoldre dubtes, com per exemple, quant ens podríem acostar a un subministrament ideal de nutrients si s'augmentés el pressupost, quin és l'increment o disminució del pressupost que hem de considerar si es preveu un augment o una reducció de les donacions, o si s'ha de fer una campanya per a augmentar les donacions d'un producte en concret.

De cara al futur, els propers passos haurien d'anar encaminats a intentar optimitzar el model amb l'objectiu que aquest pugui resoldre fitxers de dades de 2000 usuaris. Es creu que modificant lleugerament la funció objectiu, normalitzant els paràmetres que hi participen o intentant agrupar els tres criteris amb una sola variable, es pot assolir aquest objectiu.

Per últim, també seria interessant disposar de més informació dels usuaris d'El Rebost. Poder saber quins són els beneficiaris que tenen restriccions alimentaries permetria repartir qualsevol tipus de producte als seus familiars.

Agraïments

No m'agradaria acabar aquest treball sense agrair enormement a la Laia Ferrer, directora, i al Marc Juanpera, codirector, per l'ajuda i orientació constant que m'han donat durant tots aquest mesos.

Treballar tantes hores al seu costat m'ha permès aprendre i adquirir molts coneixements en aquesta disciplina. Ha estat un plaer poder col·laborar amb l'equip de l'IOC i formar part d'un projecte tant interessant i enriquidor com aquest.

Bibliografia

Referències bibliogràfiques

- [1] AESAN - AGENCIA ESPAÑOLA DE SEGURIDAD ALIMENTARIA Y NUTRICIÓN. *Composición de alimentos*. Consultado el 17 de abril de 2022, de https://www.aesan.gob.es/AECOSAN/web/seguridad_alimentaria/subseccion/composicion_alimentos_BD.htm
- [2] ZHEN SHENG AND SULIADI SUFAHANI. *Optimal Diet Planning for Eczema Patient Using Integer Programming*, Malasia: Department of Mathematic and Sciences, 2018.
- [3] J. ÁLVARO GÓMEZ-PANTOJA, M. ANGÉLICA SALAZAR-AGUILAR, JOSÉ LUIS GONZÁLEZ-VELARDE. *The food bank resource allocation problema*, Mèxic: Universidad Autónoma de Nuevo León, 2020.
- [4] BECKY HANDFORTH, *A Qualitative Study of Nutrition-Based Initiatives at Selected Food Banks in the Feeding America Network*, Estats Units d'Amèrica: Academy of Nutrition and Dietetics, 2012.
- [5] UNED. *Guía de nutrición. Recomendaciones RDA: Ingesta de calorías recomendadas*. Consultado el 21 de abril de 2022, de https://www2.uned.es/pea-nutricion-y-dietetica-l/guia/guia_nutricion/recom_calorias.htm

Bibliografia complementària

JUDIT MARTA FERNÁNDEZ NOVELL. *Propuesta de mejora de la gestión del producto en un centro de distribución de alimentos*. Barcelona: ETSEIB, 2021.

MARC JUANPERA. *Decision-aid procedure to optimize a quick and targeted distribution of product by a social food pantry*. Barcelona: ETSEIB, 2022.