



ESCOLA UNIVERSITARIA
D'ARQUITECTURA TECNICA
DE BARCELONA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ESCOLA UNIVERSITÀRIA
D'ARQUITECTURA TECNICA

TRABAJO FINAL DE CARRERA

OBTENCION DE ESFUERZOS POR EL

METODO DE CROSS. 2

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
Biblioteca



1400072345

CATEDRATIC: JESUS GANDULLO GUERRERO
PROFESSORS: BLANCA FIGUERAS QUESADA
CESAR GALLOFRE PORRERA

CO
04(076.1/2)

EPSEB

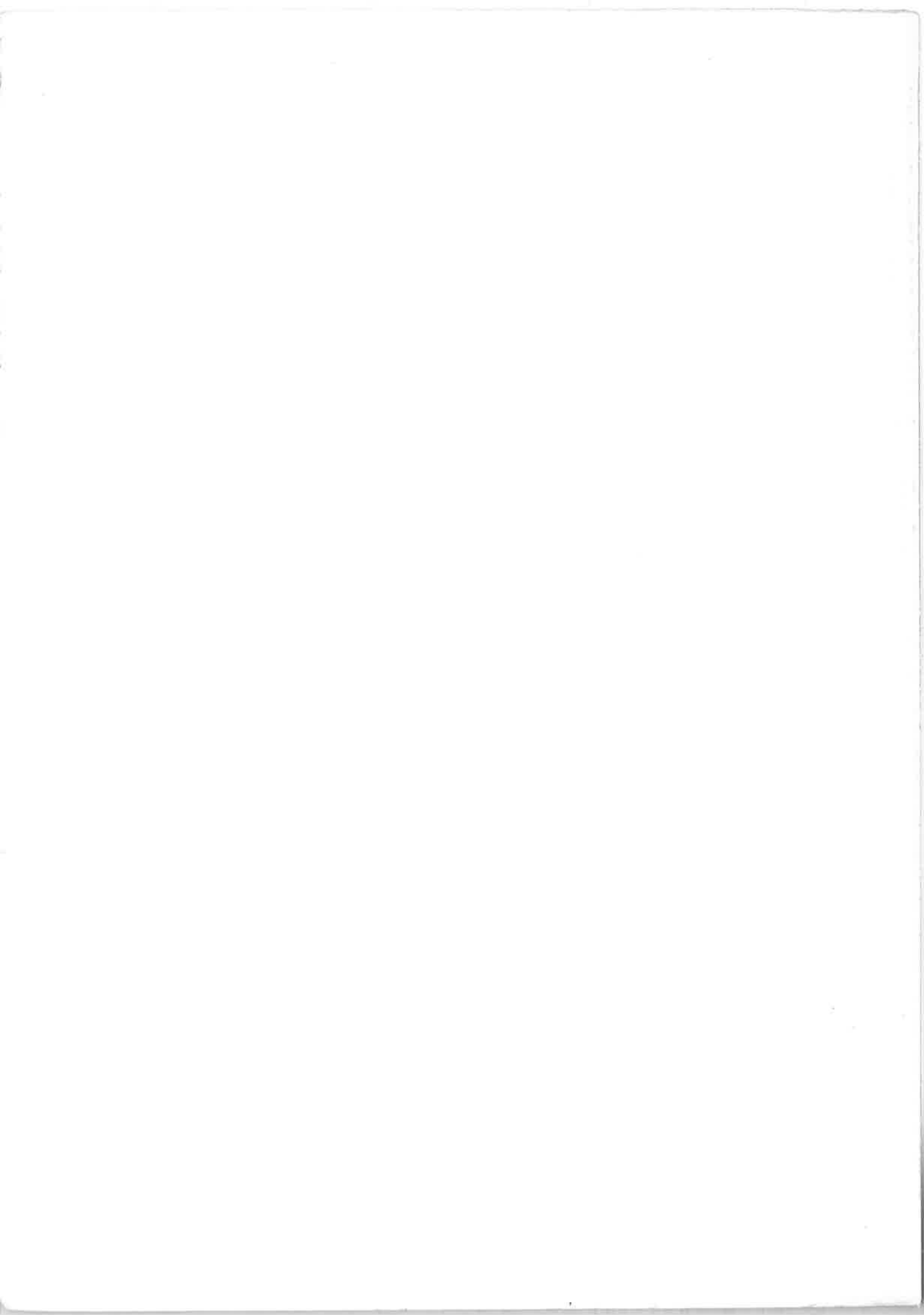
Oficina

CO A 624.04(0761/2)

6an

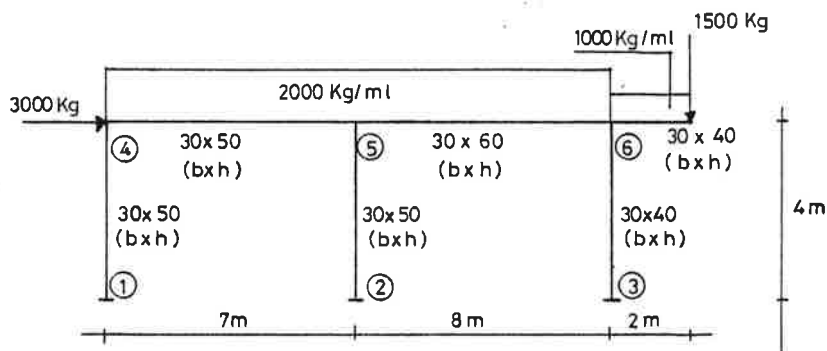


BIBLIOTECA
Registro N.º 3.910



1) DETERMINACION DE ESFUERZOS EN UN PORTICO PLANO

1º- Esquema estructural



Módulo de Young, $E = 200.000 \text{ Kg/cm}^2$ para todas las barras

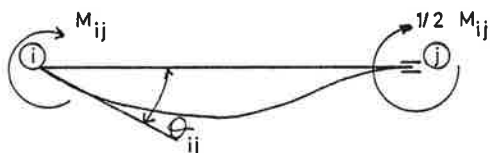
2º- Momentos de inercia

$$I_{30 \times 40} = \frac{1}{12} \times 30 \times 40^3 = 160.000 \text{ cm}^4$$

$$I_{30 \times 50} = \frac{1}{12} \times 30 \times 50^3 = 312.500 \text{ cm}^4$$

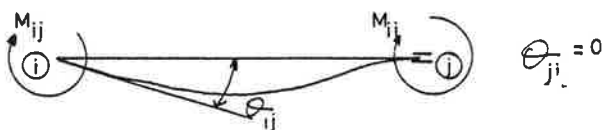
$$I_{30 \times 60} = \frac{1}{12} \times 30 \times 60^3 = 540.000 \text{ cm}^4$$

3º Coefficiente de transmisión (para E y J constantes)



$$\beta_{ij} = \frac{1}{2}$$

4º Rigideces a giro de las barras



$$M_{ij} = \frac{4EJ}{L} = S_{ij}$$

Barra 1-4

$$K_{1-4} = \frac{4 \cdot E \cdot 312500}{400} = 3125 E$$

Barra 2-5

$$K_{2-5} = \frac{4 \cdot E \cdot 312500}{400} = 3125 E$$

Barra 3-6

$$K_{3-6} = \frac{4 \cdot E \cdot 160000}{400} = 1600 E$$

Barra 4-5

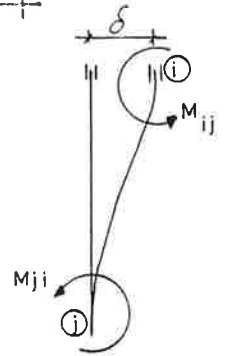
$$K_{4-5} = \frac{4 \cdot E \cdot 312500}{700} = 1785,7 E$$

Barra 5-6

$$K_{5-6} = \frac{4 \cdot E \cdot 540000}{800} = 2700 E$$

5º Rigideces a desplazamiento de los pilares

$$M_{ij} = M_{ji} = \frac{6EJ}{L^2} \delta$$



Barra 1-4

$$K_{1-4} = \frac{6 \cdot E \cdot 312500}{400^2} = 11,72 E$$

Barra 2-5

$$K_{2-5} = \frac{6 \cdot E \cdot 312500}{400^2} = 11,72 E$$

Barra 3-6

$$K_{2-6} = \frac{6 \cdot E \cdot 160000}{400^2} = 6 E$$

6º Coeficientes de reparto a giro

Nudo 4

$$R_{4-1} = \frac{K_{4-1}}{K_{4-1} + K_{4-5}} = \frac{3125 E}{4910,7 E} = 0,64$$

$$R_{4-5} = \frac{K_{4-5}}{K_{4-1} + K_{4-5}} = \frac{1785,7 E}{4910,7 E} = 0,36$$

Nudo 5

$$R_{5-4} = \frac{K_{5-4}}{K_{5-4} + K_{5-2} + K_{5-6}} = \frac{1785,7 E}{7610,7 E} = 0,23$$

$$R_{5-2} = \frac{K_{5-2}}{K_{5-4} + K_{5-2} + K_{5-6}} = \frac{3125 E}{7610,7 E} = 0,41$$

$$R_{5-6} = \frac{K_{5-6}}{K_{5-4} + K_{5-2} + K_{5-6}} = \frac{2700 E}{7610,7 E} = 0,36$$

Nudo 6

$$R_{6-5} = \frac{K_{6-5}}{K_{6-5} + K_{6-3}} = \frac{2700 E}{4300 E} = 0,63$$

$$R_{6-3} = \frac{K_{6-3}}{K_{6-5} + K_{6-3}} = \frac{1600 E}{4300 E} = 0,37$$

7º Coefficientes de reparto a desplazamiento. Bajo la acción de un desplazamiento del tren de jácenas, aparecen en cabeza y pie de todos los pilares unos momentos

$$R_{1-4} = R_{4-1} = R_{2-5} = R_{5-2} = \frac{K_{1-4}}{2K_{1-4} + 2K_{2-5} + 2K_{3-6}} = \frac{11,72 E}{58,88 E} = 0,2$$

$$R_{3-6} = R_{6-3} = \frac{K_{3-6}}{2K_{1-4} + 2K_{2-5} + 2K_{3-6}} = \frac{6 E}{58,88 E} = 0,1$$

locales. La relación entre el momento-pis y cada uno de estos momentos locales, viene expresada a tr

vés de los coeficientes de reparto a desplazamiento

8º Cálculo de los momentos de empotramiento perfecto

$$|M_{4-5}^e| = |M_{5-4}^e| = \frac{q L_{4-5}^2}{12} = \frac{2000 \text{Kg/ml} \cdot 7^2 \text{ m}^2}{12} = 8167 \text{ mKg}$$

$$|M_{5-6}^e| = |M_{6-5}^e| = \frac{q L_{5-6}^2}{12} = \frac{2000 \text{Kg/ml} \cdot 8^2 \text{ m}^2}{12} = 10667 \text{ mKg}$$

$$|M_v^e| = \frac{q \cdot L_v^2}{2} + PL_v = \frac{1000 \text{Kg/m} \cdot 2^2 \text{ m}^2}{2} + 1500 \text{ Kg} \cdot 2 \text{ m} = 500 \text{ mKg}$$

9º Cálculo de los momentos isostáticos máximos

$$M_{4-5}^{\text{isos}} = \frac{q L_{4-5}^2}{8} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 7^2 \text{ m}^2}{8} = 12250 \text{ mKg}$$

$$M_{5-6}^{\text{isos}} = \frac{q L_{5-6}^2}{8} = \frac{2000 \text{Kg/ml} \cdot 8^2 \text{ m}^2}{8} = 16000 \text{ mKg}$$

10ª Resolución por Cross directo

1.- Momentos locales debidos a la carga horizontal

a) Momento piso $M_p = P \cdot L_{\text{pilares}} = 3000 \text{ Kg} \cdot 4 \text{ m} = 12000 \text{ mKg}$

b) Momentos locales

$$M_{1-4}^L = M_{4-1}^L = M_{2-5}^L = M_{5-2}^L = M_p \cdot R = 12000 \text{ mKg} \cdot 0,2 = 2400 \text{ mKg}$$

$$M_{3-6}^L = M_{6-3}^L = 12000 \text{ mKg} \cdot 0,1 = 1200 \text{ mKg}$$

Primer equilibrio de cortantes en los pilares

$$M \text{ desequilibrado} = M_{1-4} + M_{4-1} + M_{2-5} + M_{5-2} + M_{3-6} + M_{6-3}$$

$$M \text{ deseq.} = -3381 - 614 + 926 - 6763 - 1229 + 1852 = -9209 \text{ mKg}$$

$$M \text{ equil.} = -M \text{ deseq.} = 9209 \text{ mKg}$$

$$M_{1-4}^L = M_{4-1}^L = M_{5-2}^L = M_{2-5}^L = R_{1-4}^{\circ} \cdot M \text{ equil} = 0,2 \cdot 9209 \text{ mKg} = 1842 \text{ mKg}$$

$$M_{3-6}^L = M_{6-3}^L = R_{3-6}^{\circ} \cdot M \text{ equil} = 0,1 \cdot 9209 = 921 \text{ mKg}$$

Segundo equilibrio de cortantes en los pilares

$$M \text{ deseq} = M_{1-4} + M_{4-1} + M_{2-5} + M_{5-2} + M_{3-6} + M_{6-3}$$

$$M \text{ deseq} = -479 - 645 - 65 - 958 - 1291 - 131 = -3569 \text{ mKg}$$

$$M \text{ equil} = -M \text{ deseq} = 3569 \text{ mKg}$$

$$M_{5-2}^L = M_{1-4}^L = M_{4-1}^L = M_{2-5}^L = R_{1-4}^{\delta} \cdot M \text{ equil} = 0,2 \cdot 3569 \text{ mKg} = 714 \text{ mKg}$$

$$M_{3-6}^L = M_{6-3}^L = R_{3-6}^{\delta} \cdot M \text{ equil} = 0,1 \cdot 3569 \text{ mKg} = 357 \text{ mKg}$$

Tercer equilibrio de cortantes en los pilares

$$M \text{ deseq} = M_{1-4} + M_{4-1} + M_{2-5} + M_{5-2} + M_{3-6} + M_{6-3}$$

$$M \text{ deseq} = -112 - 110 - 48 - 221 - 225 - 96 = -812 \text{ mKg}$$

$$M \text{ equil} = -M \text{ deseq} = 812 \text{ mKg}$$

$$M_{1-4}^L = M_{4-1}^L = M_{5-2}^L = M_{2-5}^L = R_{1-4}^{\delta} \cdot M \text{ equil} = 0,2 \cdot 812 = 162 \text{ mKg}$$

$$M_{3-6}^L = M_{6-3}^L = R_{3-6}^{\delta} \cdot M \text{ equil} = 0,1 \cdot 812 \text{ mKg} = 81 \text{ mKg}$$

Cuarto equilibrio de cortantes

$$M_{\text{deseq}} = M_{1-4} + M_{4-1} + M_{5-2} + M_{2-5} + M_{3-6} + M_{6-3}$$

$$M_{\text{deseq}} = -32 - 13 - 13 - 64 - 26 - 26 = -174 \text{ mKg}$$

La introducción de los momentos locales necesarios para equilibrar este cortante desequilibrado no alteraría sensiblemente la distribución de esfuerzos en la estructura. Por tanto, aquí se puede detener el proceso.

NUDOS	3			4			5				6		
	1	2	3	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5		
Barras	1-4	2-5	3-6		4-5	5-2	5-4	5-6		6-3	6-5		
Coefficiente de transmisión	/	/	/	0,50	0,50	0,5	0,5	0,5		0,5	0,5		
Coefficiente Rep. Giro	/	/	/	0,64	0,36	0,41	0,23	0,36		0,37	0,63		
Momento empotramiento perfecto					8167		-8167	10667	5000		-10667		
Coefficiente rep. desplazamiento	0,2	0,2	0,1	0,2		0,2				0,1			
Momentos locales	2400	2400	1200	2400		2400				1200			
M. desequilibrado				10567									
M. eq. Rep. transmisión	-3381			-10567	-3804		-1902						
M. deseq.						2998							
M. eq. Rep. Trans.		-614			-345	-2998	-690	-1079			-539		
M. deseq.									-5006				
M. eq. Rep. Trans			926					1577	5006	1852	3154		
Momentos locales	1842	1842	921	1842		1842				921			
M. deseq.				1497									
M. eq. Rep. Trans	-479			-1497	-539		-269						
M. deseq.						3150							
M. eq. Rep. Trans		-645			-362	-1291	-725	-1134			-567		
M. deseq.									354				

NUDO	1		2		3		4			5				6			
Barra	1-4	2-5	3-6				4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5			
M. eq. Rep. Trans			-65								-111		-131	-223			
Momentos locales	714	714	357				714		714				357				
M. deseq.						352											
M. eq. Rep. Trans	-112					-352	-225	-127		-63							
M. deseq.									540								
M. eq. Rep. Trans.		-110						-62	-540	-124	-195			-97			
M. deseq.																	
M. eq. Rep. Trans			-48								-82		-96	-164			
M. Locales	162	162	81				162		162				81				
M. deseq.						100											
M. eq. Rep. Trans.	-32					-100	-64	-36		-18							
M. deseq.									62								
M. eq. Rep. Trans.		-13						-7	-62	-14	-22			-11			
M. deseq.															70		
M. eq. Rep. Trans			-13														
M. deseq.																	
M. eq. Rep. Trans																	
Momentos finales	1114	3736	3359				-2892	2892	2351	-11972	9621	5000	4158	-9158			

11º Resolución por Cross indirecto

Fase sin desplazamientos

Aquí los datos de entrada son los mismos que los utilizados en el Cross directo, sólo que aquí no se estudia el equilibrio de cortantes que se solucionará por medio del estado paramétrico.

NUDOS	1		2		3		4			5			6		
	1-4	2-5	3-6	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5				
Barras	1-4	2-5	3-6	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5				
Coefficiente de transmisión	/	/	/	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5		0,5	0,5				
Coef. Reparto giro	/	/	/	0,64	0,36	0,41	0,23	0,36		0,37	0,63				
M. empotramiento perfecto					8167		-8167	10667	5000		-10667				
M. deseq.				8167											
M. eq. Rep. Trans.	-2613			-5227	-2940		-1470								
M. deseq.						1030									
M. eq. Rep. Trans.		-211			-118	-1030	-237	-371			-185				
M. deseq.									-5852						
M. eq. Rep. Trans.			1082					1843	5852	2165	3687				
M. deseq.					-118										
M. eq. Rep. Trans.	38			76	42		21								
M. deseq.						1864									
M. eq. Rep Trans		-382			-214	-1864	-429	-671			-335				
M. deseq.									-335						
M. eq. Rep. Trans.			62					105	335	124	211				
M. deseq.					-214										
M. eq. Rep. Trans	68			137	77		38								

NUDOS	1	2	3	4			5				6		
	1-4	2-5	3-6	4-1	4-5		5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5	
Barras													
M. deseq.							143						
M. eq. Rep. Trans.		-29			-16		-143	-33	-51			-25	
M. deseq.										-25			
M. eq. Rep. Trans			4						8	25	9	16	
Momentos parciales	-2507	-622	1148	-5014	5014		-1245	-10277	11522	5000	2298	-7298	

Fase paramétrica

Para entrar aquí, se asigna un momento local de +1000 mKg. a cada uno de los extremos de los pilares 1-4 y 2-5. Al ser el pilar 3-6 de rigidez a desplazamiento mitad que la de los anteriores, los momentos en los extremos de dicho pilar habrán de ser también de valor mitad.

NUDOS	1		2		3		4			5			6		
	1-4	2-5	3-6	4-1	4-5	4-5	5-2	5-4	5-6	6-7	6-3	6-5			
Barras	1-4	2-5	3-6	4-1	4-5	4-5	5-2	5-4	5-6	6-7	6-3	6-5			
Coeficiente de transmisión	/	/	/	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5		0,5	0,5			
Coef. Rep. Giro	/	/	/	0,64	0,36	0,36	0,41	0,23	0,36		0,37	0,63			
Coef. Rep. Desplazamiento	0,2	0,2	0,1	0,2			0,2				0,1				
Momentos locales	1000	1000	500	1000			1000				500				
M. deseq.				1000											
M. eq. Rep. Trans.	-320			-1000	-360			-180							
M. deseq.							820								
M. eq. Rep. Trans		-168			-94		-820	-189	-295			-147			
M. deseq.										353					
M. eq. Rep. Trans.			-65						-111	-353	-131	-222			
M. deseq.				-91											
M. eq. Rep. Trans.	30			91	31			17							
M. deseq.							-94								
M. eq. Rep. Trans.		19			11	94	38	22	34			17			
M. deseq.										17					
M. eq. Rep. Trans			-3						-5	-17	-6	-11			
M. deseq.				11											

La resolución final del Cross indirecto se obtiene planteando la ecuación de equilibrios de cortantes en los pilares, cuando se suman los esfuerzos debidos al estado fundamental y los debidos al paramétrico, multiplicados por el coeficiente α .

$$M_{1-4} + M_{4-1} + M_{2-5} + M_{5-2} + M_{3-6} + M_{6-3} + \alpha (M'_{1-4} + M'_{4-1} + M'_{2-5} + M'_{5-2} + M'_{3-6} + M'_{6-3}) =$$

= Momento piso

$$-2507 - 5014 - 622 - 1245 + 1148 + 2298 + \alpha (707 + 413 + 852 + 705 + 432 + 363) = 12000$$

$$-5942 + \alpha \cdot 3472 = 12000$$

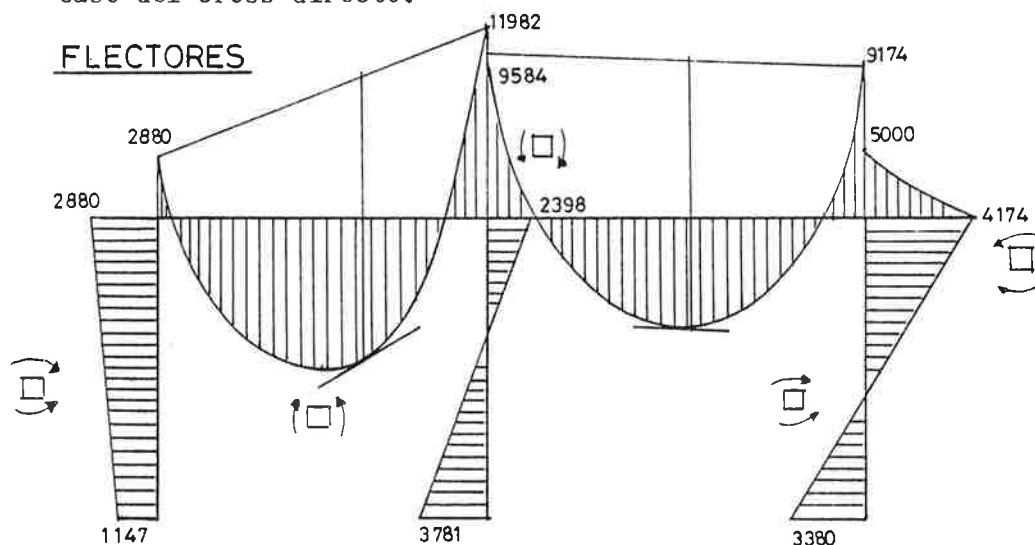
$$\alpha = \frac{17942}{3472} = 5,168$$

Los valores finales de los momentos en los extremos de todas las barras serán los expresados en el siguiente cuadro

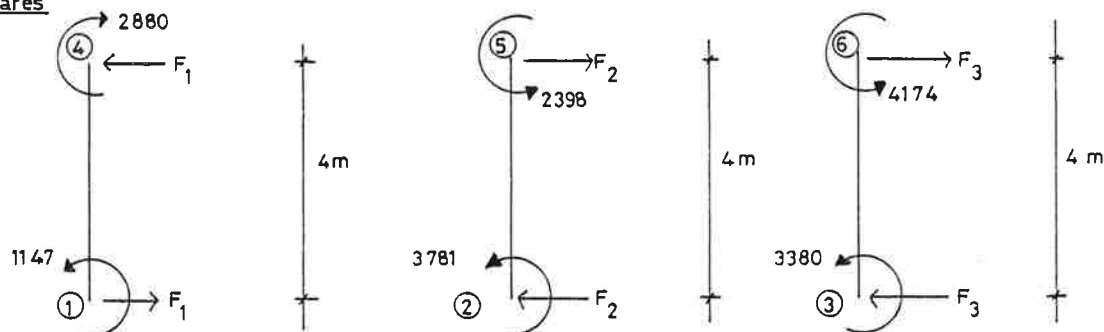
	M ₁₋₄	M ₂₋₅	M ₃₋₆	M ₄₋₁	M ₄₋₅	M ₅₋₂	M ₅₋₄	M ₅₋₆	M _{6-V}	M ₆₋₃	M ₆₋₅
Estado fundamental	-2507	-622	1148	-5014	5014	-1245	-10277	11522	5000	2298	-7298
Estado paramétrico	707	852	432	413	-413	705	-330	-375	--	363	-363
$\alpha \times Ep$	3654	4403	2232	2134	-2134	3643	-1705	-1938	--	1876	-1876
Momentos finales	1147	3781	3380	-2880	2880	2398	-11982	9584	5000	4174	-9174

129 Diagramas

A partir de los resultados obtenidos por cualquiera de los dos métodos podemos realizar los diagramas de flectores, cortantes y axiles. Utilizaremos en este caso los que se obtuvieron de la resolución del Cross indirecto, por presentar un mayor grado de precisión, puesto que al detenerse el proceso de cálculo los momentos transmitidos por repartir eran sensiblemente menores que en el caso del Cross directo.

FLECTORESCORTANTES

Pilares

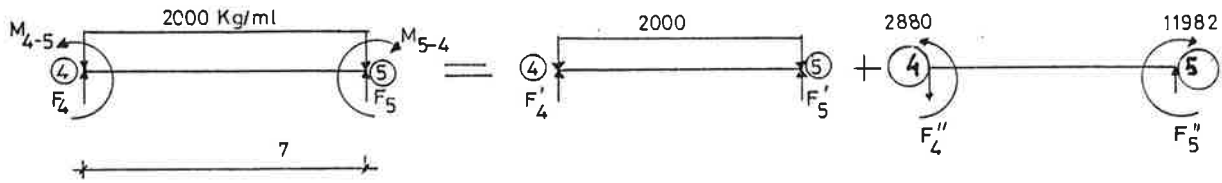


$$F_1 = \frac{M_{4-1} - M_{1-4}}{L_{1-4}} = \frac{2880 - 1147}{4} = 433 \text{ Kg}$$

$$F_2 = \frac{3781 + 2398}{4} = 1545 \text{ Kg}$$

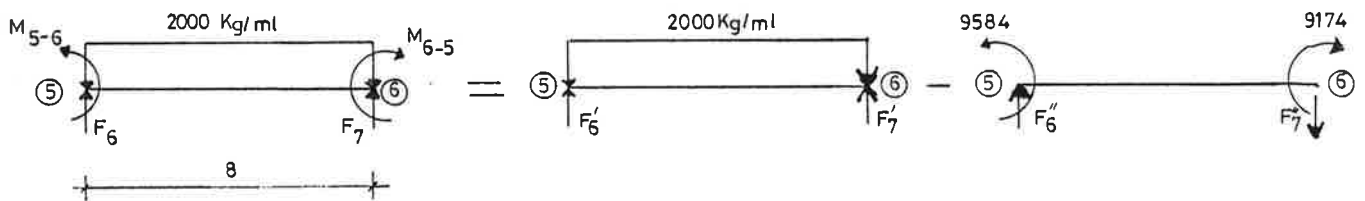
$$F_3 = \frac{4174 + 3380}{4} = 1888 \text{ Kg}$$

Jácenas



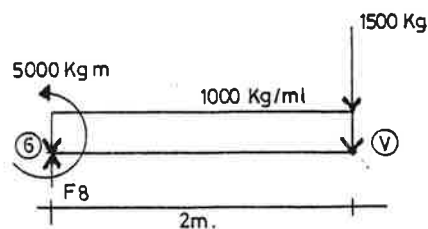
$$F_4 = F'_4 - F''_4 = \frac{q \cdot L_{4-5}}{2} - \frac{M_{5-4} - M_{4-5}}{L_{4-5}} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 7 \text{ m}}{2} - \frac{11982 - 2880}{7} = 5700 \text{ Kg}$$

$$F_5 = F'_5 - F''_5 = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 7 \text{ m}}{2} + \frac{11982 - 2880}{7} = 8300 \text{ Kg}$$

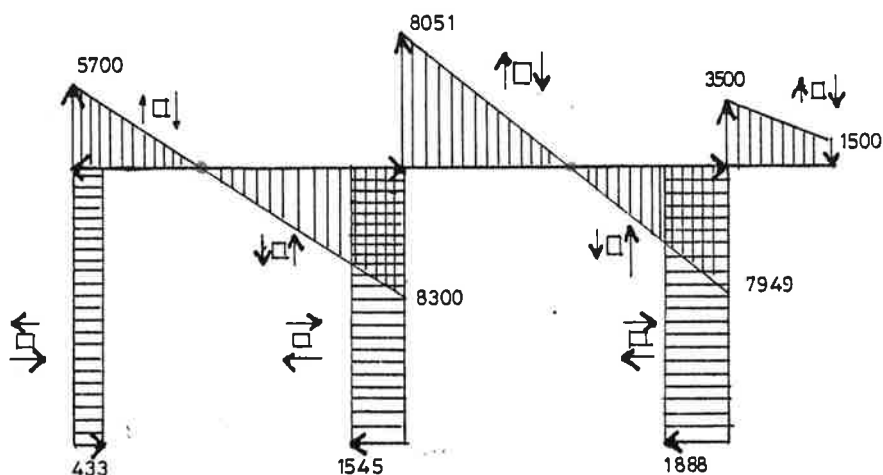


$$F_6 = F'_6 + F''_6 = \frac{q L_{5-6}}{2} + \frac{M_{5-6} - M_{6-5}}{L_{5-6}} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 8 \text{ m}}{2} + \frac{9584 - 9174}{8} = 8051 \text{ Kg}$$

$$F_7 = F'_7 - F''_7 = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 8 \text{ m}}{2} - \frac{9584 - 9174}{8} = 7949 \text{ Kg}$$



$$F_8 = 1500 \text{ Kg} + 1000 \cdot 2 = 3500 \text{ Kg}$$

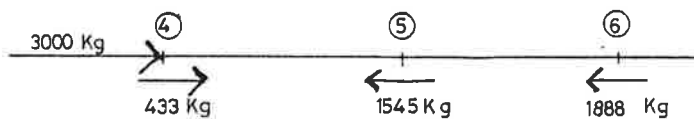


AXILES

Pilar 1-4; $A_{1-4} = F_4 = 5700 \text{ Kg (c)}$

Pilar 2-5; $A_{2-5} = F_5 + F_6 = 8300 + 8051 = 16351 \text{ Kg (c)}$

Pilar 3-6; $A_{3-6} = F_7 + F_8 = 7949 + 3500 = 11449 \text{ Kg (c)}$

Jácnenas

Empezando por la izquierda

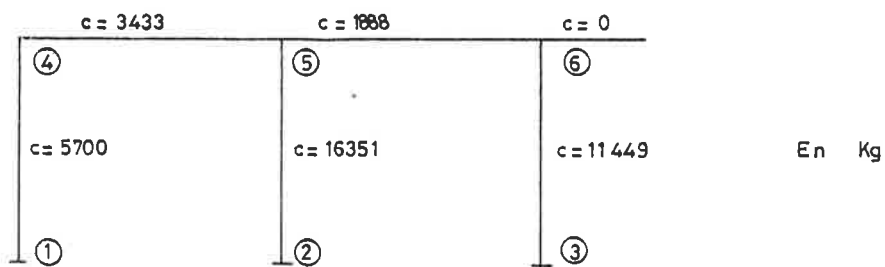
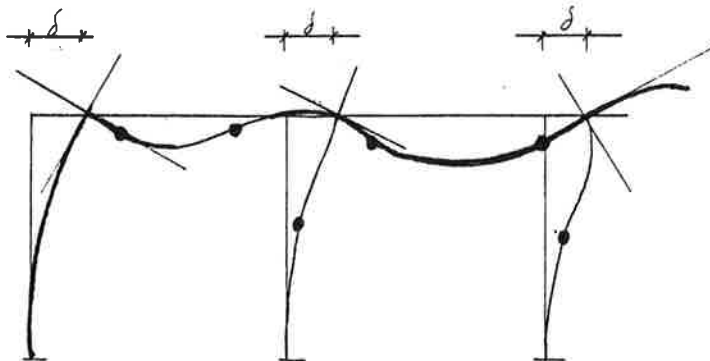
$$A_{4-5} = 3000 \text{ Kg} + 433 = 3433 \text{ Kg (c)}$$

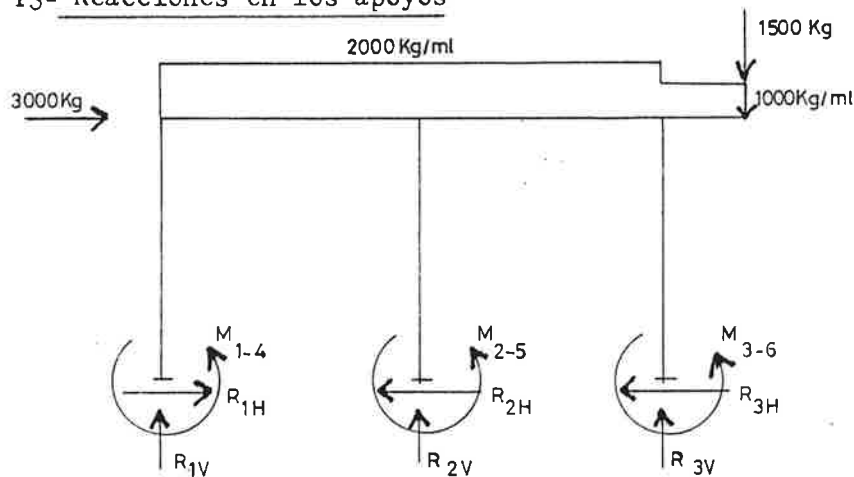
$$A_{5-6} = A_{4-5} - 1545 = 3433 - 1545 = 1888 \text{ Kg (c)}$$

Empezando por la derecha

$$A_{5-6} = 1888 \text{ Kg}$$

$$A_{4-5} = A_{5-6} + 1545 \text{ Kg} = 1888 + 1545 = 3433 \text{ Kg}$$

Deformada

13º Reacciones en los apoyos

$$R_{1H} = 433 \text{ Kg}$$

$$R_{2H} = 1545 \text{ Kg}$$

$$R_{3H} = 1888 \text{ Kg}$$

$$R_{1V} = 5700 \text{ Kg}$$

$$R_{2V} = 16351 \text{ Kg}$$

$$R_{3V} = 11449 \text{ Kg}$$

$$M_{1-4} = 1147 \text{ mKg}$$

$$M_{2-5} = 3781 \text{ mKg}$$

$$M_{3-6} = 3380 \text{ mKg}$$

14º Comprobaciones para la totalidad de la estructura

$$\left[\sum F_H = 0 \right]$$

$$P + R_{1H} + R_{2H} + R_{3H} = 0$$

$$3000 + 433 - 1545 - 1888 = 0$$

$$\left[\sum F_V = 0 \right]$$

$$q_1(L_{4-5} + L_{5-6}) + q_2 L_V + P + R_{1V} + R_{2V} + R_{3V} = 0$$

$$2000 \text{ Kg/ml} \cdot (7\text{m} + 8\text{m}) + 1000 \text{ Kg/ml} \cdot 2\text{m} + 1500 \text{ Kg} - 5700 \text{ Kg} - 16351 \text{ Kg} - 11449 \text{ Kg} = 0$$

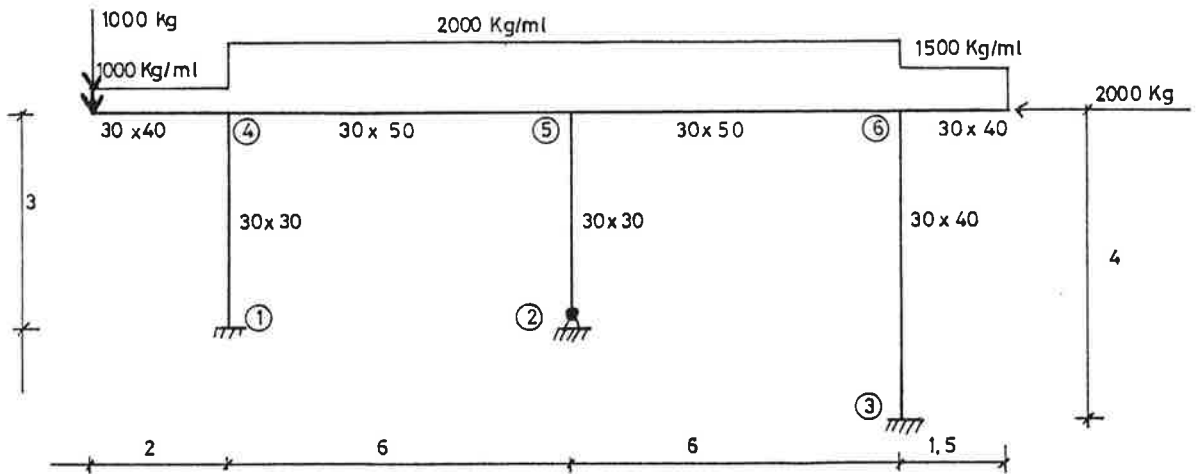
$$\left[\sum M = 0 \right]$$

$$(2000 \text{ Kg/ml} \cdot 15\text{m} \cdot \frac{15\text{m}}{2}) + (1000 \text{ Kg/ml} \cdot 2\text{m} \cdot \frac{2\text{m}}{2}) + (1500 \text{ Kg} \cdot 17\text{m}) + (3000 \text{ Kg} \cdot 4\text{m}) - (16351 \text{ Kg} \cdot 7\text{m}) -$$

$$-(11449 \text{ Kg} \cdot 15\text{m}) - 1147 \text{ mKg} - 3781 \text{ mKg} - 3380 \text{ mKg} = 0$$

2 DETERMINACION DE ESFUERZOS EN UN PORTICO PLANO

1º Esquema estructural



Módulo de Young $E = 200000 \text{ Kg/cm}^2$ para todas las barras

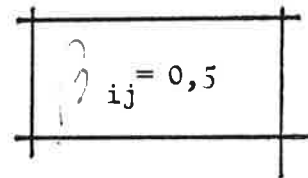
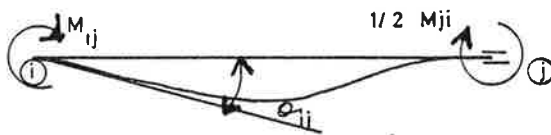
2º Momentos de Inercia

$$I_{30 \times 30} = \frac{1}{12} \cdot 30 \cdot 30^3 = 67500 \text{ cm}^4$$

$$I_{30 \times 40} = \frac{1}{12} \cdot 30 \cdot 40^3 = 160000 \text{ cm}^4$$

$$I_{30 \times 50} = \frac{1}{12} \cdot 30 \cdot 50^3 = 312500 \text{ cm}^4$$

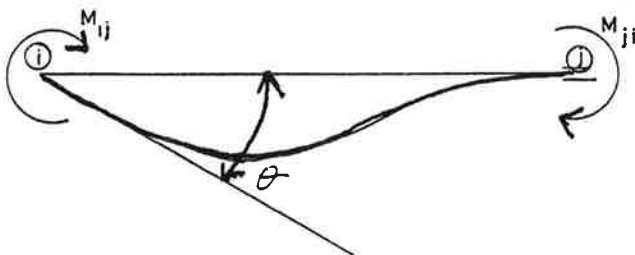
3º Coeficiente de transmisión (para E e I constantes)



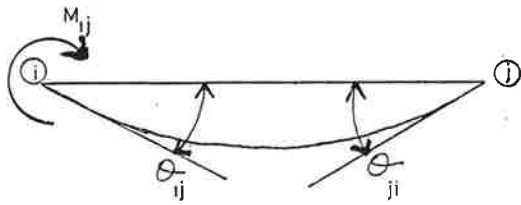
4º Rigideces a giro de las barras

1.- Barra articulada empotrada

$$M_{ij} = \frac{4 E J_{ij}}{L} \theta_{ij}$$



2.- Barra doblemente articulada



$$M_{ij} = \frac{3 E J_{ij}}{L} \theta_{ij}$$

$\theta_{ij} \neq \theta_{ji}$

Barra 1-4

$$K_{4-1} = \frac{4 \cdot E \cdot 67500}{300} = 900E$$

Barra 2-5

$$K_{5-2} = \frac{3 \cdot E \cdot 67500}{300} = 675E$$

Barra 3-6

$$K_{3-6} = \frac{4 \cdot E \cdot 160000}{400} = 1600E$$

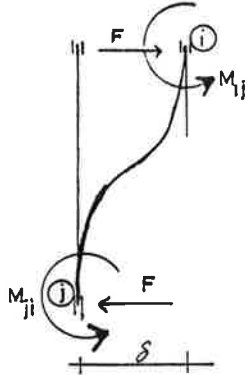
Barra 4-5

$$K_{4-5} = K_{5-4} = \frac{4 \cdot E \cdot 312500}{6000} = 2083E$$

Barra 5-6

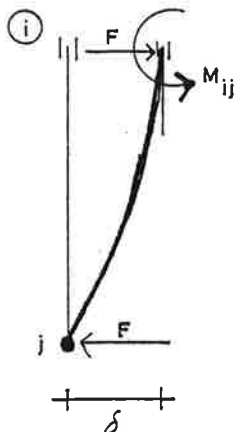
$$K_{5-6} = K_{6-5} = \frac{4 \cdot E \cdot 312500}{600} = 2083E$$

5º Rigideces a desplazamiento de los pilares



$$M_{ij} = M_{ji} = \frac{6 E J_{ij}}{L_{ij}^2} \delta$$

$$F = \frac{12 E J_{ij}}{L_{ij}^2} \delta$$



$$M_{ij} = \frac{3 E J_{ij}}{L_{ij}^2} \delta$$

$$M_{ji} = 0$$

$$F = \frac{3 E J_{ij}}{L_{ij}^2} \delta$$

$$\text{Barra 1-4} \quad K_{1-4}^{-F} = K_{4-1}^{-F} = \frac{12 \cdot E \cdot 67500}{300^2} = 0,03 \text{ E}$$

$$\text{Barra 2-5} \quad K_{5-2}^{-F} = \frac{3 \cdot E \cdot 67500}{300^2} = 0,008 \text{ E}$$

$$\text{Barra 3-6} \quad K_{3-6}^{-F} = K_{6-3}^{-F} = \frac{12 \cdot E \cdot 160000}{400^2} = 0,03 \text{ E}$$

6º Coeficientes de reparto a giro

Nudo 4

$$R_{4-1} = \frac{900 \cdot E}{900E + 2083E} = 0,3$$

$$R_{4-5} = \frac{2083 \text{ E}}{900E + 2083E} = 0,70$$

Nudo 5

$$R_{5-2} = \frac{675 \cdot E}{675E + 2083E + 2083E} = 0,14$$

$$R_{5-4} = \frac{2083 \cdot E}{675E + 2083E + 2083E} = 0,43$$

$$R_{5-6} = \frac{2083 \cdot E}{675E + 2083E + 2083E} = 0,43$$

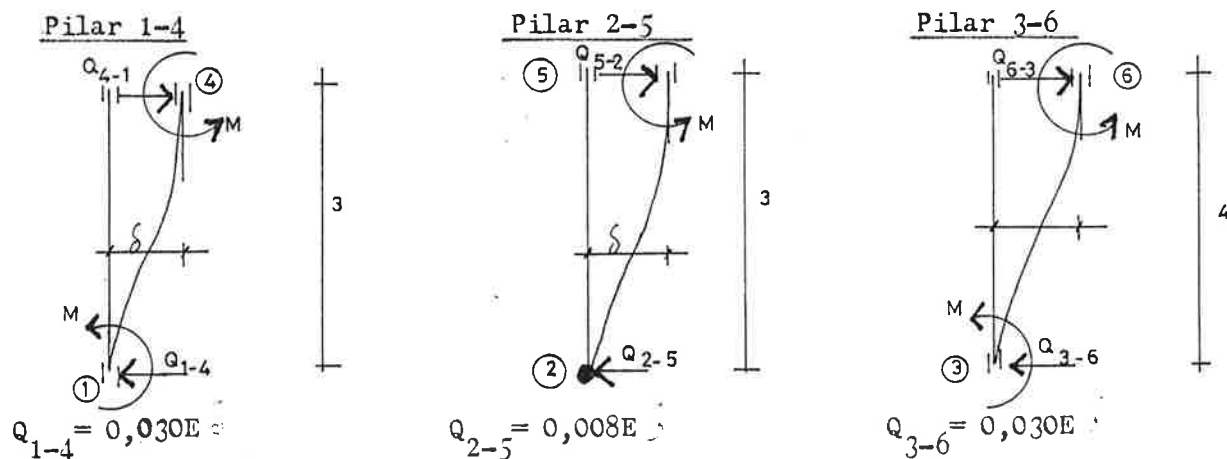
Nudo 6

$$R_{6-3} = \frac{1600 \text{ E}}{1600E + 2083E} = 0,43$$

$$R_{6-5} = \frac{2083E}{1600E + 2083E} = 0,57$$

7 Coeficientes de reparto a desplazamiento

Como en este caso los pilares no tienen la misma luz, hay que trabajar respecto al tema desplazamientos a nivel de cortantes. Por tanto, en este caso al hablar de coeficientes de reparto a desplazamiento nos referiremos a coeficientes de reparto a cortantes desequilibrados.



$$Q_{\text{total}} = (0,030 + 0,008 + 0,030)E = 0,068E$$

$$R_{1-4}^{-F} = \frac{Q_{1-4}}{Q_T} = \frac{0,030}{0,068} = 0,44$$

$$R_{3-6}^{-F} = \frac{Q_{3-6}}{Q_T} = \frac{0,030}{0,068} = 0,44$$

$$R_{2-5}^{-F} = \frac{Q_{2-5}}{Q_T} = \frac{0,008}{0,068} = 0,12$$

8º Cálculo de los momentos de empotramiento perfecto

$$|M_{4-V}^e| = \frac{q \cdot L_{4-V}^2}{2} + P \cdot L_{4-V} = \frac{1000 \text{ Kg/ml} \cdot 2^2 \text{ m}^2}{2} + 1000 \text{ Kg} \cdot 2 = 4000 \text{ mKg}$$

$$|M_{4-5}^e| = |M_{5-4}^e| = \frac{q \cdot L_{4-5}^2}{12} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 36 \text{ m}^2}{12} = 6000 \text{ mKg}$$

$$|M_{5-6}^e| = |M_{6-5}^e| = \frac{q \cdot L_{6-5}^2}{12} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 36 \text{ m}^2}{12} = 6000 \text{ mKg}$$

$$|M_{6-V}^e| = \frac{q \cdot L_{6-V}^2}{2} = \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 1,5^2 \text{ m}^2}{2} = 1688 \text{ mKg}$$

9º Cálculo de momentos isostáticos máximos

$$M_{4-5} = \frac{q \cdot L_{4-5}^2}{8} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 6^2 \text{ m}^2}{8} = 9000 \text{ mKg}$$

$$M_{5-6} = \frac{q \cdot L_{5-6}^2}{8} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 6^2 \text{ m}^2}{8} = 9000 \text{ mKg}$$

10º Resolución por Cross directo

1) Momentos locales debidos a la carga horizontal

a) Reparto de la carga por pilares

$$Q_{1-4} = R_{1-4}^{-F} \cdot F = 0,44(-2000 \text{ Kg}) = -880 \text{ Kg}$$

$$Q_{2-5} = R_{2-5}^{-F} \cdot F = 0,12(-2000 \text{ Kg}) = -240 \text{ Kg}$$

$$Q_{3-6} = R_{3-6}^{-F} \cdot F = 0,44(-2000 \text{ Kg}) = -880 \text{ Kg}$$

b) Momentos locales

$$M_{1-4} + M_{4-1} = 2 \cdot M_{1-4} = Q_{1-4} \cdot L_{1-4} \rightarrow M_{1-4} = \frac{Q_{1-4} \cdot L_{1-4}}{2}$$

$$M_{1-4} = M_{4-1} = -\frac{880 \text{ Kg} \cdot 3 \text{ m}}{2} = -1320 \text{ mKg}$$

$$M_{5-2} = Q_{2-5} \cdot L_{2-5} \rightarrow M_{5-2} = -240 \text{ Kg} \cdot 3 \text{ m} = -720 \text{ mKg}$$

$$M_{3-6} = M_{6-3} = 2 \cdot M_{3-6} = Q_{3-6} \cdot L_{3-6} \rightarrow M_{3-6} = \frac{Q_{3-6} \cdot L_{3-6}}{2}$$

$$M_{3-6} = M_{6-3} = \frac{-880 \text{ Kg} \cdot 4 \text{ m}}{2} = -1760 \text{ mKg}$$

c) Coefficientes de reparto que relacionan el cortante desequilibrado (o la carga exterior) con los momentos locales.

$$\text{Para } Q = 2000 \text{ Kg} \rightarrow M_{1-4} = M_{4-1} = 1320 \text{ mKg}$$

$$M_{1-4} = M_{4-1} = R_{1-4}^{\zeta} \cdot Q \rightarrow R_{1-4} = R_{4-1} = \frac{1320}{2000} = 0,66$$

$$\text{Para } Q = 2000 \text{ Kg} \rightarrow M_{5-2} = 720 \text{ mKg}$$

$$M_{5-2} = R_{5-2}^{\zeta} \cdot Q \rightarrow R_{5-2}^{\zeta} = \frac{720}{2000} = 0,36$$

$$\text{Para } Q = 2000 \text{ Kg} \rightarrow M_{3-6} = M_{6-3} = 1760 \text{ mKg}$$

$$M_{3-6} = M_{6-3} = R_{3-6}^{\zeta} \cdot Q \rightarrow R_{3-6} = R_{6-3} = \frac{1760}{2000} = 0,88$$

Hay que destacar que la suma de todos los coeficientes de reparto no vale uno, pero esto es correcto y es debido a que no repartimos un momento piso en varios momentos locales, sino que consideramos el efecto que produce un cortante desequilibrado sobre cada extremo empotrado de pilar

Primer equilibrio de cortante en los pilares

$$\text{Pilar 1-4} \quad Q_{1-4} = (-102-204)/3 = -102 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 2-5} \quad Q_{2-5} = 134/3 = 45 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 3-6} \quad Q_{3-6} = (1261+2522)/4 = 946 \text{ Kg}$$

$$\text{Cortante desequilibrado} \rightarrow Q_D = -102+45+946 = 889 \text{ Kg}$$

$$\text{Cortante equilibrado} \rightarrow Q_E = -Q_D = -889 \text{ Kg}$$

Momentos locales 1-4 y 4-1

$$M_{1-4} = M_{4-1} = R_{1-4}^{\delta} \cdot Q_E = 0,66(-889) = -587 \text{ mKg}$$

Momentos locales 5-2

$$M_{5-2} = R_{5-2}^{\delta} \cdot Q_E = 0,36(-889) = -320 \text{ mKg}$$

Momentos locales 3-6 y 6-3

$$M_{3-6} = M_{6-3} = R_{3-6}^{\delta} \cdot Q_E = 0,88(-889) = -782 \text{ mKg}$$

Segundo equilibrio en los pilares

$$\text{Pilar 1-4} \quad Q_{1-4} = (457+114)/3 = 57 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 2-5} \quad Q_{2-5} = (-208)/3 = -69 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 3-6} \quad Q_{3-6} = (236+437)/4 = 177 \text{ Kg}$$

$$\text{Cortante desequilibrado} \rightarrow Q_D = 57-69+177 = 165 \text{ Kg}$$

$$\text{Cortante equilibrado} \rightarrow Q_E = -Q_D = -165 \text{ Kg}$$

Momentos locales 1-4 y 4-1

$$M_{1-4} = M_{4-1} = R_{1-4}^{\delta} \cdot Q_E = 0,66(-165) = -109 \text{ mKg}$$

Momento local 5-2

$$M_{5-2} = R_{5-2}^{\delta} \cdot Q_E = 0,36(-165) = -59 \text{ mKg}$$

Momentos locales 3-6 y 6-3

$$M_{3-6} = M_{6-3} = R_{3-6}^{\delta} \cdot Q_E = 0,88(-165) = -145 \text{ mKg}$$

Tercer equilibrio en ls pilares

$$\text{Pilar 1-4} \quad Q_{1-4} = (64+128)/3 = 64 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 2-5} \quad Q_{2-5} = (-57)/3 = -19 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 3-6} \quad Q_{3-6} = (50+100)/4 = 38 \text{ Kg}$$

$$\text{Cortante desequilibrado } Q_D = 64 - 19 + 38 = 83 \text{ Kg}$$

Como este cortante es igual a un 4,85 % de la carga horizontal, se puede detener el proceso y no es necesario introducir los nuevos momentos locales.

Comprobación de que no es necesario efectuar nuevos giros en los nudos

$$\text{Barra 4-5} \quad \frac{M \text{ residual}}{M \text{ acumulado}} = \frac{87}{5950} = 1,46 \% < 5 \%$$

$$\text{Barra 5-6} \quad \frac{M \text{ residual}}{M \text{ acumulado}} = \frac{66}{7583} = 0,87 \% < 5 \%$$

NUDOS	3			4				5				6		
	1	3-6	4-V	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5			
Barras	1-4	3-6	4-V	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5			
Coeficiente de transmisión	/	/	/	0,5	0,5	/	0,5	0,5	/	0,5	0,5			
Coef. reparto Giro	/	/	/	0,3	0,7	0,14	0,13	0,13	/	0,43	0,57			
M. empotramiento perfecto			-4000		6000		-6000	6000	1688		-6000			
Coef. reparto desplazamiento	0,66	0,88		0,66		0,36				0,88				
Momentos locales	-1320	-1760		-1320		-720				-1760				
M. des.			680											
M. eq. Rep. Trans.	-102		-680	-204	-476		-238							
M. des						-958								
M. eq. Rep. Trans.					206	134	412	412			206			
M. des.									-5866					
M. eq. Rep Trans		1261						1672	5866	2522	3344			
Momentos locales	-587	-782		-587		-320				-782				
M. des			-381											
M eq. Rep. Trans	57		381	114	267		133							
M. des.						1485								
M eq. Rep. Trans					-319	-208	-639	-638			-319			
M des.									1101					

NUDOS	1		3		4			5			6		
	1-4		3-6		4-V	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5
Barras			236							314	1101	473	628
M eq. Rep. Trans													
Momentos locales	-109		-145			-109			-59			-145	
M. des.				-428									
M eq. Rep Trnas	64			428		128	300		150				
M des							405						
M eq. Rep TRans						-87	-405	-57	-174	-174			-87
M des:											-232		
M eq. Rep Trans			50							66	232	100	132
Momentos finales	-1997		-1140		-4000	-1978	5978	-1230	-6356	7586	1688	408	-2096

11 Resolución por Cross indirecto

Estado fundamental

En esta primera fase se supone que la estructura es indesplazable y se calculan los esfuerzos que se originan en ella debidos tan solo al reparto de los momentos de empotramiento perfecto producidos por las cargas verticales.

NUDOS	3			4				5				6		
	1	1-4	3-6	4-V	4-1	4-5	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5	
Barras	/	/	/	/	0,5	0,5	0,5	/	0,5	0,5	/	0,5	0,5	
Coeficiente transmisión	/	/	/	/	0,3	0,7	0,7	0,14	0,43	0,13	/	0,43	0,57	
Coef. Reparto Giro	/	/	/	-4000		6000	6000		-6000	6000	1688		-6000	
M. empotramiento perfecto														
M. des.				2000										
M. eq. Rep Trans	-300			-2000	-600	-1400	-1400		-700					
M. des.								-700						
M eq. Rep Trnas					150	700	700	98	301	301			150	
M eq.											-1162			
M eq. Rep Trans.			895							1186	1790	2372		
M des.				150										
M eq. Rep TTrans	-22			-150	-45	-105	-105		-52					
M des.								1134						
M eq. Rep. Trams					-244	-1134	-1134	-158	-488	-488			-244	
M des.											-244			
M eq. Rep, Trans			52							69	241	105	139	
M des.				-244										
M eq. Rep. Trans				244	73	171	171		85					

NUDO	1		3		4			5			6		
	1-4	3-6	4-V	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5		
Barras													
M des						154							
M eq. Rep. Trans					-33	-154	-22	-66				-33	
M des.										-33			
M eq. Rep. Trans		7					9			33	14	19	
M finales	-286	954	-4000	-572	4572	-82	-6920	7002	1688	1909		-3597	

Comprobación de que los momentos transmitidos tras este tercer giro de nudos se encuentra por debajo del 5 % de los acumulados en la columna hasta el momento:

$$\text{Barra 4-5} \quad \frac{\text{M residual}}{\text{M acumulado}} = \frac{32}{4572} = 0,72 \%$$

$$\text{Barra 5-6} \quad \frac{\text{M residual}}{\text{M acumulado}} = \frac{9}{7002} = 0,13 \%$$

NUDO	1		3		4				5			6		
	1-4	3-6	4-V	4-1	4-5	5-2	5-4	5-6	6-V	6-3	6-5			
Barras														
M des.						-36								
M. eq. Rep Trans					7	36	6	15			7			
M. des.									7					
M. eq. Rep Trans		-1						-2			-3		-4	
Momentos finales	634	779	/	517	-517	431	-205	-226	/	555	-555			

Para la resolución del Cross paramétrico se ha supuesto un momento local unitario igual a 1000 mKg a cada uno de los extremos del pilar 3-6. Los momentos en los pilares 1-4 y 2-5 para éste caso vienen dados por la relación entre rigideces a desplazamiento entre pilares

$$\frac{M_L^{1-4}}{M_L^{3-6}} = \frac{R_{1-4}}{R_{3-6}} \rightarrow M_L^{1-4} = \frac{R_{1-4}}{R_{3-6}} \cdot M_L^{3-6} = \frac{0,660}{0,88} \cdot 1000 \text{ mKg} = 750 \text{ mKg}$$

$$\frac{M_L^{5-2}}{M_L^{3-6}} = \frac{R_{5-2}}{R_{3-6}} \rightarrow M_L^{5-2} = \frac{R_{5-2}}{R_{3-6}} \cdot M_L^{3-6} = \frac{0,36}{0,88} \cdot 1000 \text{ mKg} = 409 \text{ mKg}$$

Comprobación de que los momentos transmitidos se encuentran por debajo del 5 % de los acumulados.

$$\text{Barra 4-5 ; } \frac{M \text{ residual}}{M \text{ acumulado}} = \frac{7}{517} = 1,35 \%$$

$$\text{Barra 5-6 ; } \frac{M \text{ residual}}{M \text{ acumulado}} = \frac{2}{226} = 0,88 \%$$

Equilibrio de cortantes en los pilares, al sumar el estado fundamental al paramétrico multiplicado por un coeficiente α

$$Q_{1-4} + Q_{2-5} + Q_{3-6} + \alpha (q'_{1-4} + q'_{2-5} + q'_{3-6}) = -2000 \text{ Kg}$$

$$\frac{(M_{1-4} + M_{4-1})}{L_{4-1}} + \frac{M_{5-2}}{L_{5-2}} + \frac{(M_{3-6} + M_{6-3})}{L_{3-6}} + \alpha \left[\frac{(M'_{1-4} + M'_{4-1})}{L_{4-1}} + \frac{M'_{5-2}}{L_{5-2}} + \frac{(M'_{3-6} + M'_{6-3})}{L_{3-6}} \right] = -2000 \text{ Kg}$$

$$\frac{(-286-572)}{3} - \frac{82}{3} + \frac{(954+1909)}{4} + \alpha \left[\frac{(634+517)}{3} + \frac{431}{3} + \frac{(779+555)}{4} \right] = -2000 \text{ Kg}$$

$$-286 \text{ Kg} - 27 \text{ Kg} + 716 \text{ Kg} + \alpha (384 \text{ Kg} + 144 \text{ Kg} + 333 \text{ Kg}) = -2000 \text{ Kg}$$

$$403 \text{ Kg} + \alpha 86 \text{ Kg} = -2000 \text{ Kg}$$

$$\alpha = \frac{-403 - 2000}{861} = -2,79$$

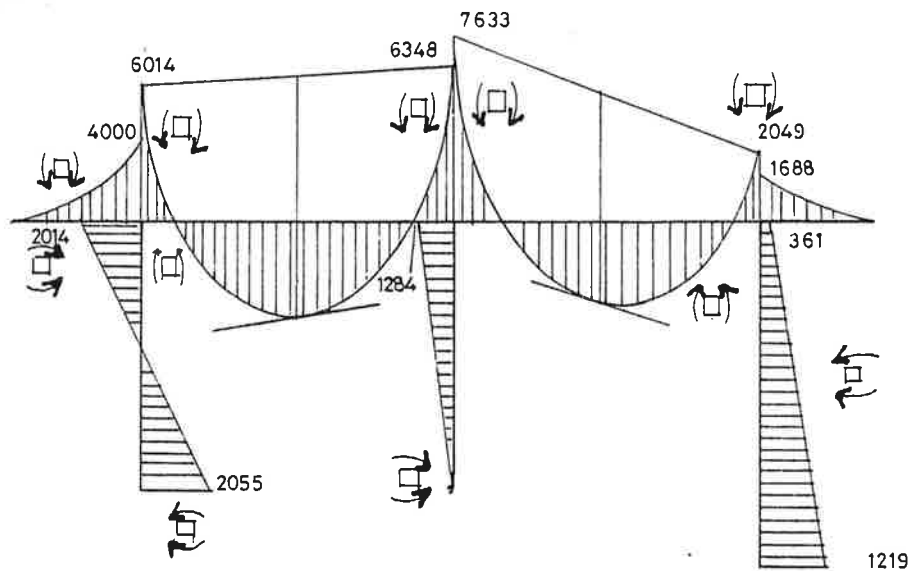
Una vez despejado el valor de α , podemos obtener ya los valores finales de los momentos en los extremos de todas las barras de la estructura

	M ₁₋₄	M ₃₋₆	M _{4-V}	M ₄₋₁	M ₄₋₅	M ₅₋₂	M ₅₋₄	M ₅₋₆	M _{6-V}	M ₆₋₃	M ₆₋₅
Estado fundamental	-286	954	-4000	-572	4572	-82	-6920	7002	1688	1909	-3597
Estado paramétrico	634	779	/	517	-517	431	-205	-226	/	555	-555
Est. P. $\times \alpha$	-1769	-2173	/	-1442	1442	-1202	572	631	/	-1548	1548
Momentos finales	-2055	-1219	-4000	-2014	6014	-1284	-6348	7633	1688	361	-2049

12º Diagramas

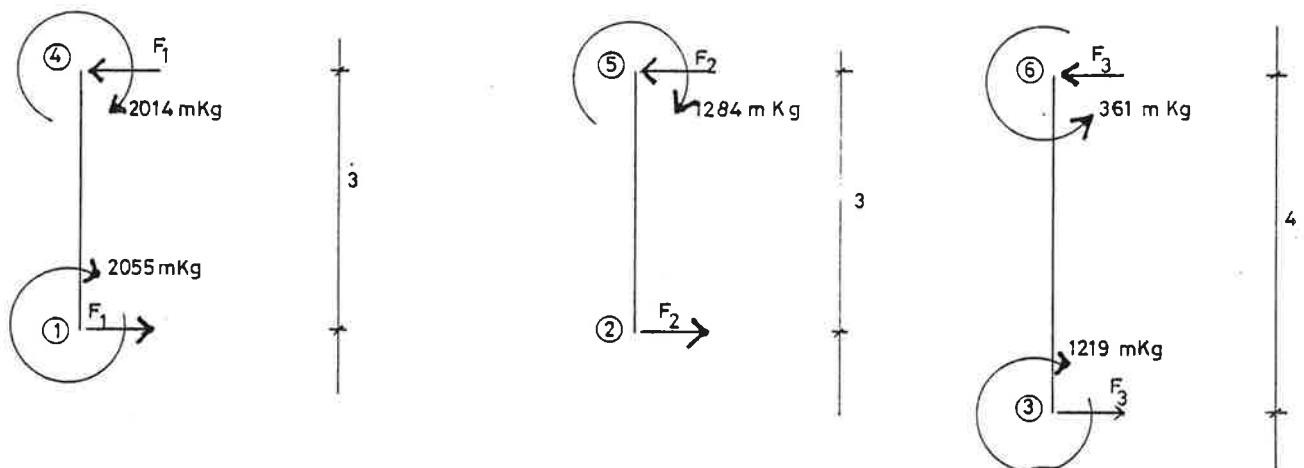
Se pueden realizar a partir de los resultados obtenidos por cualquiera de los dos procedimientos. Utilizaremos en éste caso los obtenidos a través de la resolución del Cross indirecto, por ser más precisos que el Cross directo, ya que al pararse el proceso de cálculo, los momentos transmitidos a repartir eran sensiblemente menores que en el Cross directo

Flectores



Cortantes

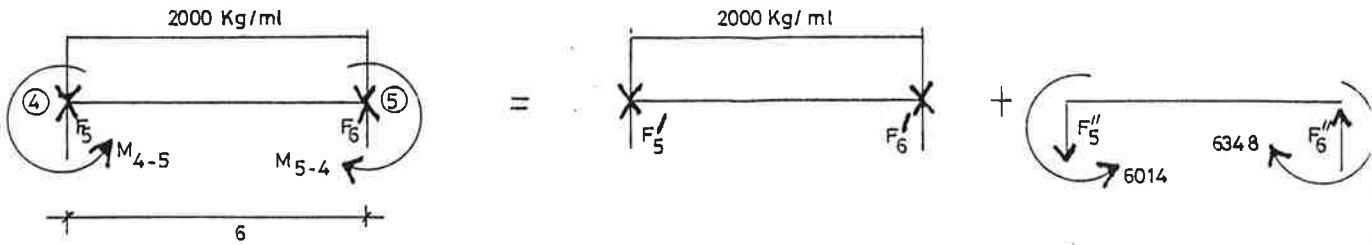
Pilares



$$F_1 = \frac{M_{1-4} + M_{4-1}}{L_{1-4}} = \frac{2055 + 2014}{3} = 1356 \text{ Kg}; \quad F_2 = \frac{1284}{3} = 428 \text{ Kg}$$

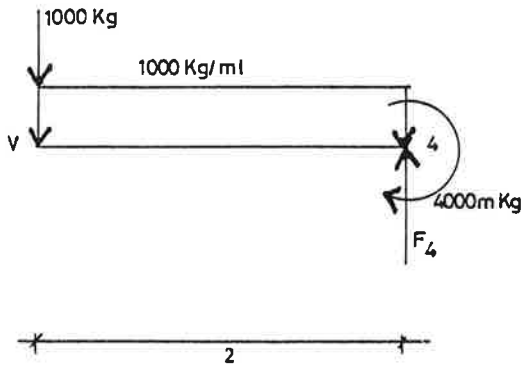
$$F_3 = \frac{1219 - 361}{4} = 214 \text{ Kg}$$

Jácnas



$$F_5 = F_5' - F_5'' = \frac{q \cdot L}{2} - \frac{M_{5-4} - M_{4-5}}{L_{4-5}} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 6 \text{ m}}{2} - \frac{6348 - 6014}{6} = 5944 \text{ Kg}$$

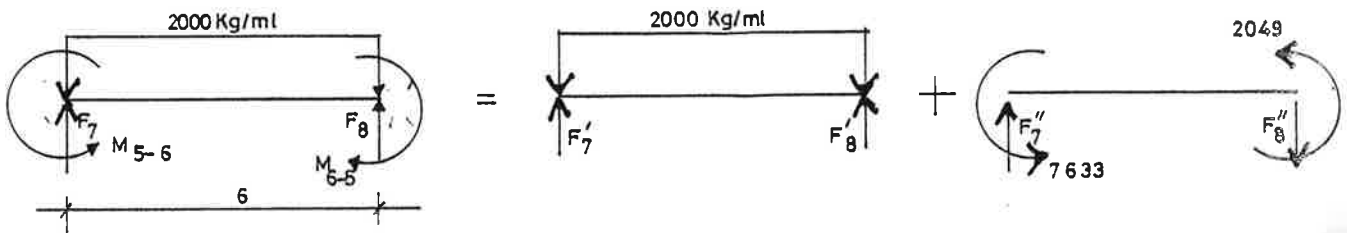
$$F_6 = F_6' + F_6'' = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 6 \text{ m}}{2} + \frac{6348 - 6014}{6} = 6056 \text{ Kg}$$



$$F_4 = 1000 \text{ Kg} + 1000 \text{ Kg/ml} \cdot 2 \text{ m} = 3000 \text{ kg}$$

$$F_7 = F_7' + F_7'' = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_{5-6} - M_{6-5}}{L_{5-6}} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 6 \text{ m}}{2} + \frac{7633 - 2049}{6} = 6931 \text{ Kg}$$

$$F_8 = F_8' - F_8'' = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 6 \text{ m}}{2} - \frac{7633 - 2049}{6} = 5069 \text{ Kg}$$



$$F_9 = 1500 \text{ Kg/ml} \cdot 1,5 = 2250 \text{ Kg}$$

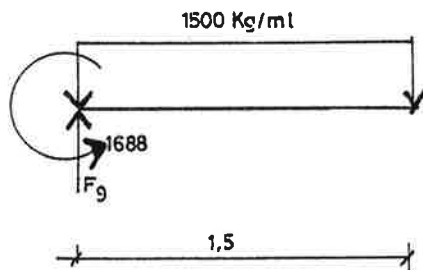
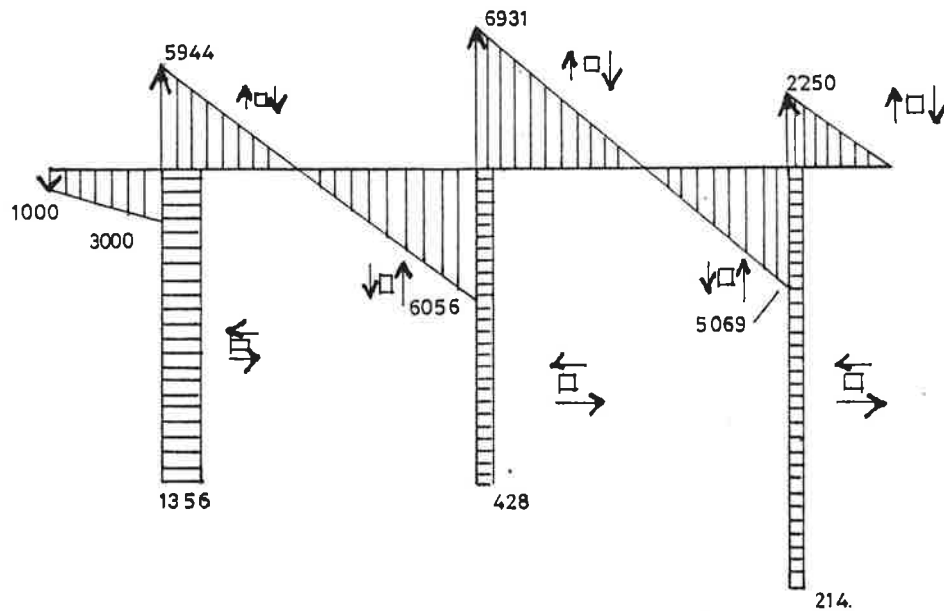


Diagrama de cortantes



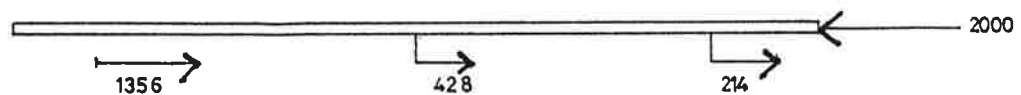
Axiles

$$\text{Pilar 1-4} \longrightarrow A_{1-4} = F_4 + F_5 = 3000 \text{ Kg} + 5944 \text{ Kg} = 8944 \text{ Kg (c)}$$

$$\text{Pilar 2-5} \longrightarrow A_{2-5} = F_6 + F_7 = 6056 \text{ Kg} + 6931 \text{ Kg} = 12987 \text{ Kg (c)}$$

$$\text{Pilar 3-6} \longrightarrow A_{3-6} = F_8 + F_9 = 5069 \text{ Kg} + 2250 \text{ Kg} = 7319 \text{ Kg (c)}$$

Jácnenas



a) Empezando por la izquierda

$$A_{4-5} = 1356 \text{ Kg (c)}$$

$$A_{5-6} = A_{4-5} + 428 \text{ Kg} = 1356 \text{ Kg} + 428 \text{ Kg} = 1784 \text{ Kg (c)}$$

$$A_{\text{Vol}} = A_{5-6} + 214 \text{ Kg} = 1784 \text{ Kg} + 214 \text{ Kg} = 1998 \text{ Kg (c)}$$

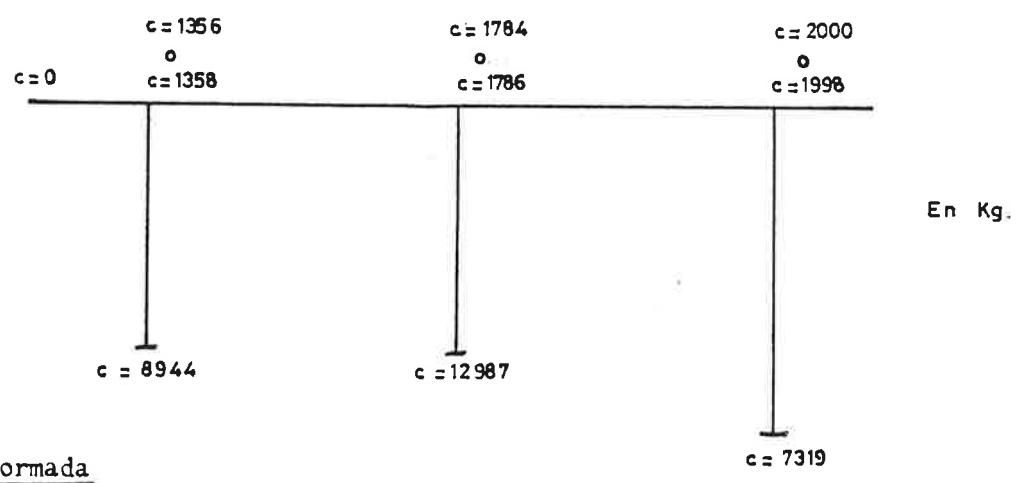
b) Empezando por la derecha

$$A_{\text{Vol}} = 2000 \text{ Kg (c)}$$

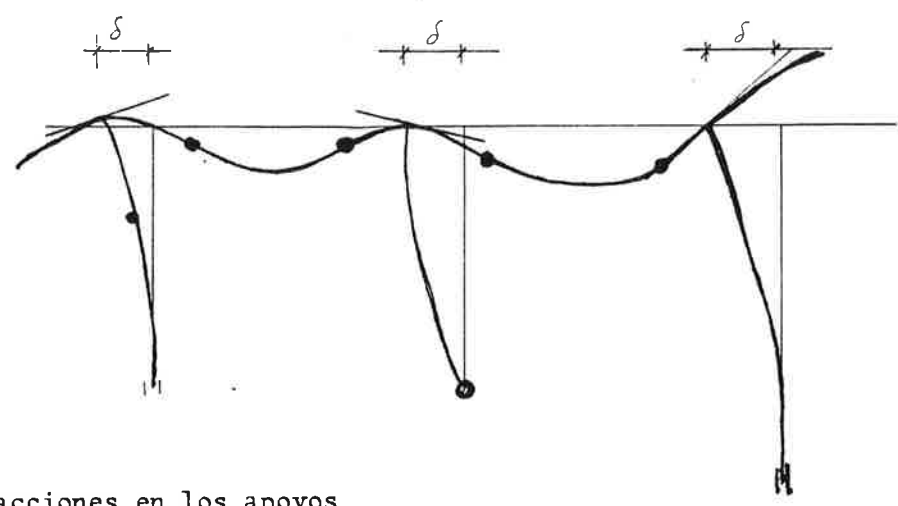
$$A_{5-6} = 2000 \text{ Kg} - 214 \text{ Kg} = 1786 \text{ Kg}$$

$$A_{4-5} = A_{5-6} - 428 \text{ Kg} = 1786 \text{ Kg} - 428 \text{ Kg} = 1358 \text{ Kg}$$

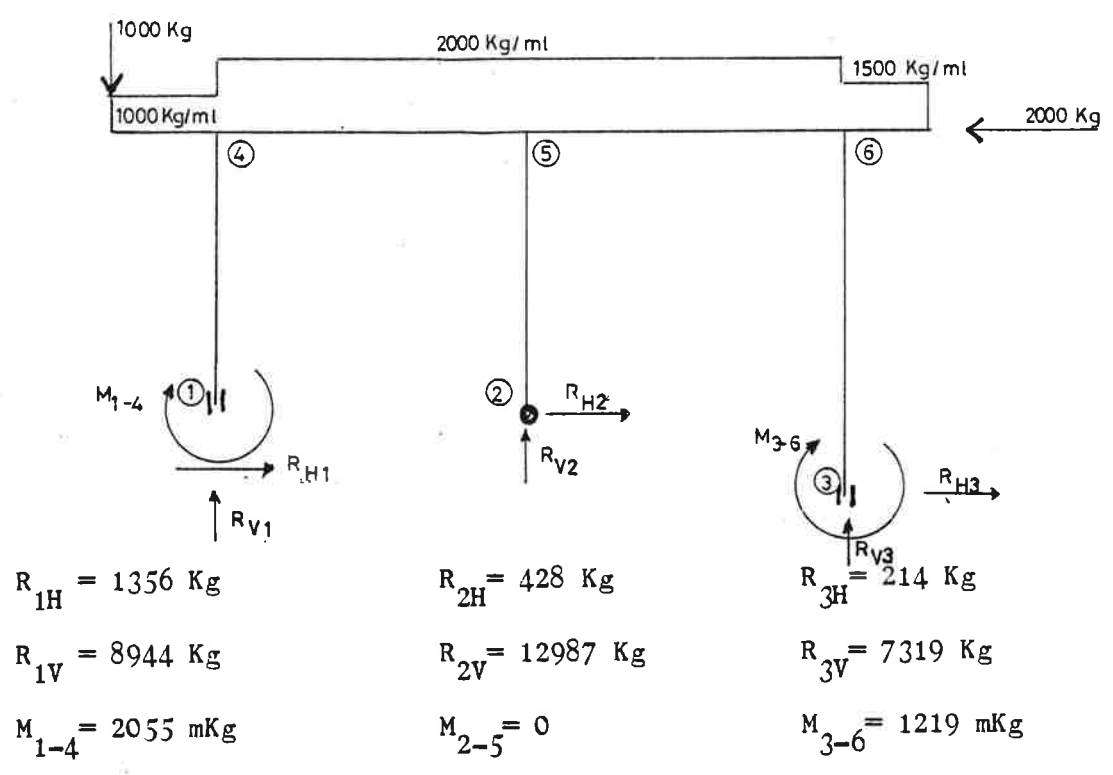
Diagrama de axiles



Deformada



13º Reacciones en los apoyos



14º Comprobaciones para la totalidad de la estructura

$$\left[\sum F_H = 0 \right]$$

$$P + R_{1H} + R_{2H} + R_{3H} = 0$$

$$2000 - 1356 - 428 - 214 = 2 \text{ Kg (queda dentro de los márgenes de error correctos)}$$

$$\left[\sum F_V = 0 \right]$$

$$q_1 \cdot L_{4-v} + q_2 (L_{4-5} + L_{5-6}) + q_3 \cdot L_{6-v} + R_{1V} + R_{2V} + R_{3V} + P = 0$$

$$(1000 \text{ Kg/ml} \cdot 2 \text{ m}) + 2000 \text{ Kg/ml} (6\text{m} + 6\text{m}) + 1500 \text{ Kg/ml} \cdot 1,5 \text{ m} + 1000 \text{ Kg} - 8944 \text{ Kg} - 12987 \text{ Kg} - 7319 \text{ Kg} = 0$$

$$\left[\sum M = 0 \right]$$

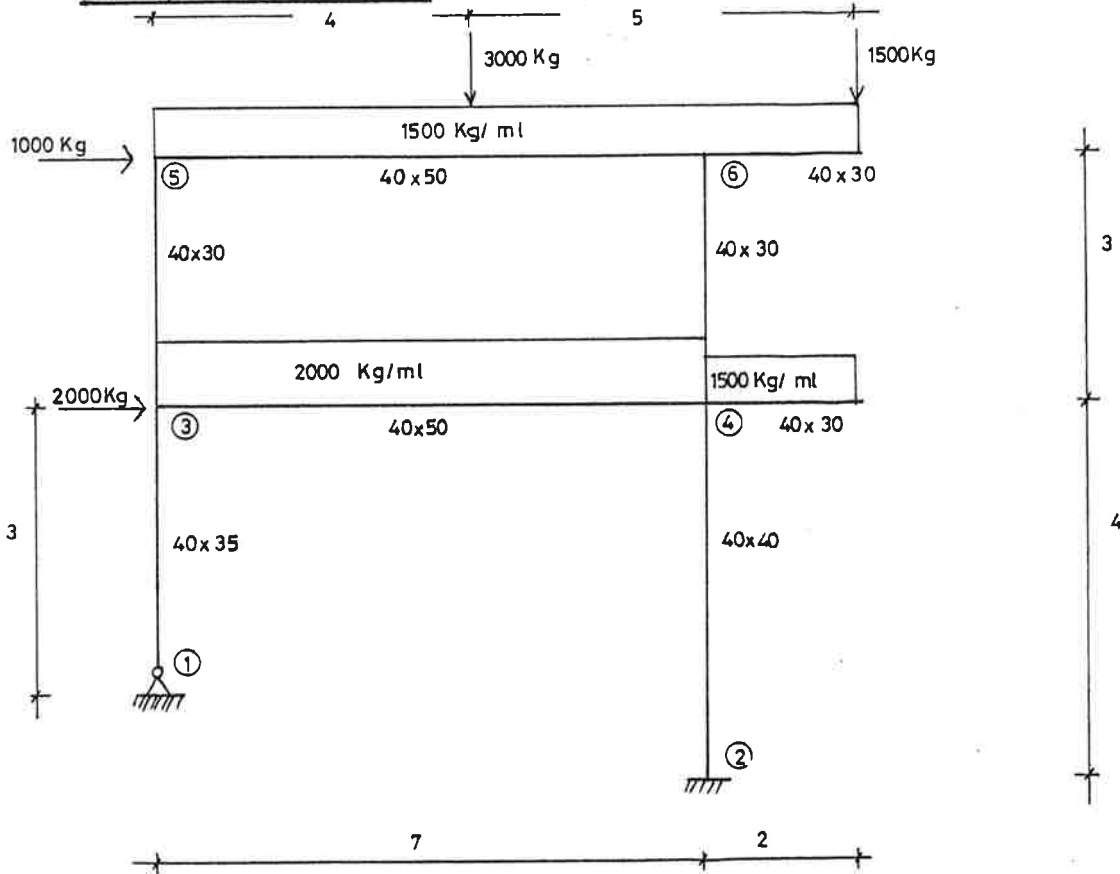
$$-(1000 \text{ Kg/ml} \cdot \frac{4 \text{ m}^2}{2}) - (1000 \text{ Kg} \cdot 2 \text{ m}) + (2000 \text{ Kg/ml} \cdot \frac{12 \text{ m}^2}{2}) + (1500 \text{ Kg/ml} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 12,75 \text{ m}) - (2000 \text{ Kg} \cdot 3 \text{ m})$$

$$- R_{3H} \cdot 1 \text{ m} + M_{1-4} + M_{3-6} - R_{2V} \cdot 6 \text{ m} - R_{3V} \cdot 12 \text{ m} = -2,5 \text{ mKg}$$

(queda dentro de los márgenes de error correctos)

3 DETERMINACION DE ESFUERZOS EN UN PORTICO PLANO

1º Esquema estructural



Módulo de Young $E = 200000 \text{ Kg/cm}^2$ para todas las barras

2º Momentos de Inercia

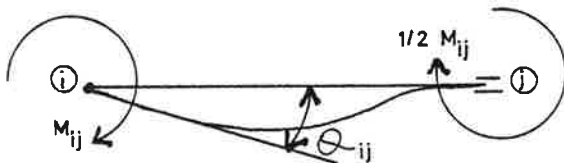
$$I_{40 \times 30} = \frac{1}{12} 40 \cdot 30^3 = 90000 \text{ cm}^4$$

$$I_{40 \times 35} = \frac{1}{12} 40 \cdot 35^3 = 142917 \text{ cm}^4$$

$$I_{40 \times 40} = \frac{1}{12} 40 \cdot 40^3 = 213333 \text{ cm}^4$$

$$I_{40 \times 50} = \frac{1}{12} 40 \cdot 50^3 = 416667 \text{ cm}^4$$

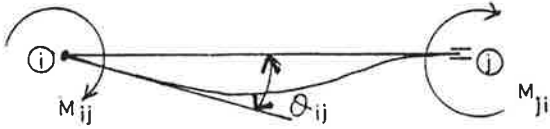
3º Coeficientes de transmisión (para E e I constantes)



$$\beta_{ij} = 0,5$$

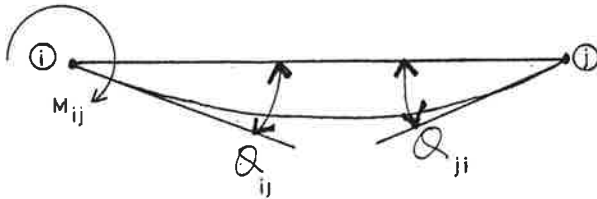
4º Rigideces a giro de las barras

Barra articulada-empotrada



$$M_{ij} = \frac{4 \cdot E \cdot I_{ij}}{L} \delta_{ij}$$

Barra doblemente articulada



$$M_{ij} = \frac{3 E I_{ij}}{L} \delta_{ij}$$

Barra 1-3

$$K_{1-3} = \frac{3 \cdot E \cdot 142917}{300} = 1429,17E$$

Barra 2-4

$$K_{2-4} = \frac{4 \cdot E \cdot 213333}{400} = 2133,33E$$

Barra 3-4

$$K_{3-4} = \frac{4 \cdot E \cdot 416667}{700} = 2380,95E$$

Barra 3-5

$$K_{3-5} = \frac{4 \cdot E \cdot 90000}{300} = 1200E$$

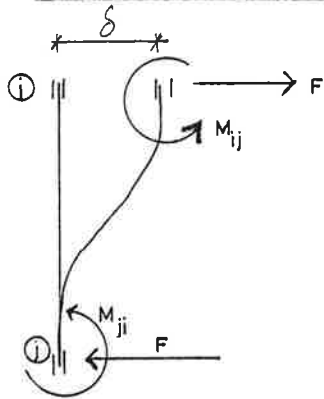
Barra 4-6

$$K_{4-6} = \frac{4 \cdot E \cdot 90000}{300} = 1200E$$

Barra 5-6

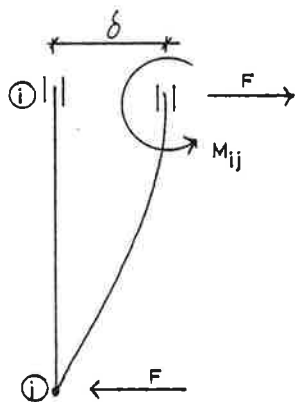
$$K_{5-6} = \frac{4 \cdot E \cdot 416667}{700} = 2380,95E$$

5º Rigideces a desplazamiento de los pilares



$$M_{ij} = M_{ji} = \frac{6 E I_{ij}}{L_{ij}^2} \cdot \delta$$

$$F = \frac{12 E I_{ij}}{L_{ij}^3} \cdot \delta$$



$$M_{ij} = \frac{3 E I_{ij}}{L_{ij}^2} \cdot \delta$$

$$M_{ji} = 0$$

$$F = \frac{3 E I_{ij}}{L_{ij}^3} \cdot \delta$$

Barra 1-3

$$K_{3-1}^{\delta-F} = \frac{3 \cdot E \cdot 142917}{300^3} = 0,016 E$$

Barra 2-4

$$K_{2-4}^{\delta-F} = K_{4-2}^{\delta-F} = \frac{12 \cdot E \cdot 213333}{400^3} = 0,04 E$$

Barra 3-5

$$K_{3-5}^{\delta-F} = K_{5-3}^{\delta-F} = \frac{12 \cdot E \cdot 90000}{300^3} = 0,04 E$$

Barra 4-6

$$K_{4-6}^{\delta-F} = K_{6-4}^{\delta-F} = \frac{12 \cdot E \cdot 90000}{300^3} = 0,04 E$$

6º Coeficientes de reparto a giroNudo 3

$$R_{3-1} = \frac{K_{3-1}}{K_{3-1} + K_{3-4} + K_{3-5}} = \frac{1429 \cdot E}{1429E + 2381E + 1200E} = 0,29$$

$$R_{3-4} = \frac{K_{3-4}}{K_{3-1} + K_{3-4} + K_{3-5}} = \frac{2381 \cdot E}{1429E + 2381E + 1200E} = 0,47$$

$$R_{3-5} = \frac{K_{3-5}}{K_{3-1} + K_{3-4} + K_{3-5}} = \frac{1200 \cdot E}{1429E + 2381E + 1200E} = 0,24$$

Nudo 4

$$R_{4-2} = \frac{K_{4-2}}{K_{4-2} + K_{4-3} + K_{4-6}} = \frac{2133 \cdot E}{2133E + 2381E + 1200E} = 0,37$$

$$R_{4-3} = \frac{K_{4-3}}{K_{4-2} + K_{4-3} + K_{4-6}} = \frac{2381 \cdot E}{2133E + 2381E + 1200E} = 0,42$$

$$R_{4-6} = \frac{K_{4-6}}{K_{4-2} + K_{4-3} + K_{4-6}} = \frac{1200 \cdot E}{2133E + 2381E + 1200E} = 0,21$$

Nudo 5

$$R_{5-3} = \frac{K_{5-3}}{K_{5-3} + K_{5-6}} = \frac{1200 \cdot E}{1200E + 2381E} = 0,34$$

$$R_{5-6} = \frac{K_{5-6}}{K_{5-3} + K_{5-6}} = \frac{2381 \cdot E}{1200E + 2381E} = 0,66$$

Nudo 6

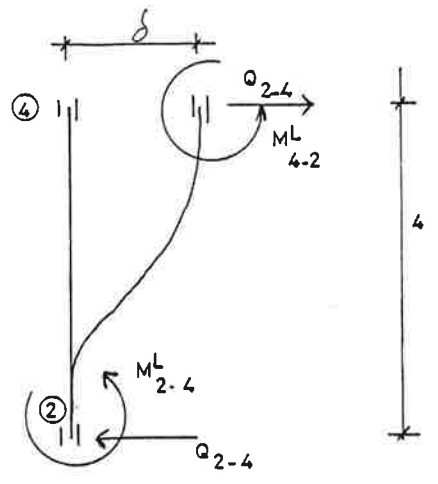
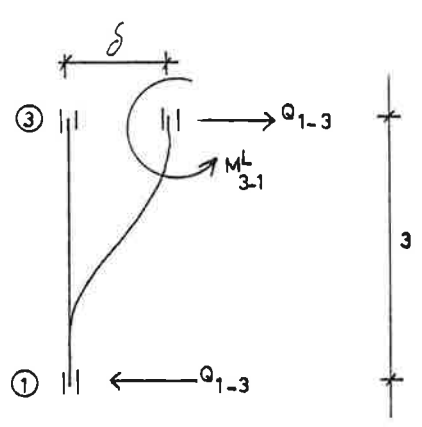
$$R_{6-4} = \frac{K_{6-4}}{K_{6-4} + K_{6-5}} = \frac{1200 \cdot E}{1200E + 2381E} = 0,34$$

$$R_{6-5} = \frac{K_{6-5}}{K_{6-4} + K_{6-5}} = \frac{2381 \cdot E}{1200E + 2381E} = 0,66$$

7º Coeficiente de reparto a desplazamiento

Como en este caso los pilares de planta baja no tienen la misma luz, hay que trabajar de cara a desplazamientos a nivel de cortantes. Por tanto, al hablar de coeficientes de reparto a desplazamiento nos referiremos a coeficientes de reparto de cortantes desequilibrados

Piso primero



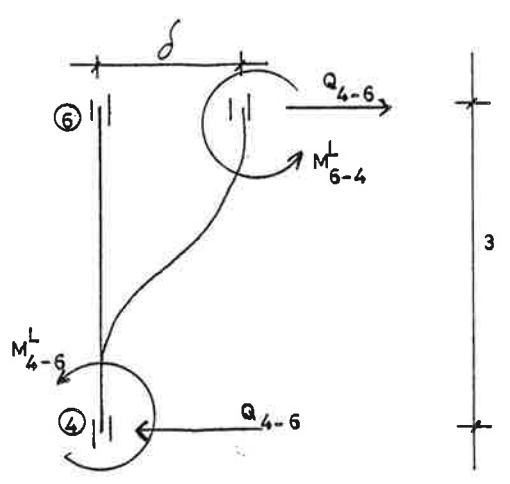
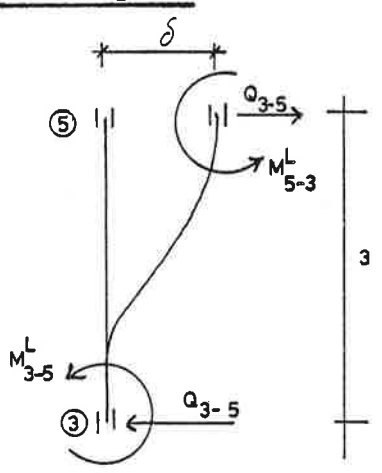
$$Q_{1-3} = 0,016 \cdot E \delta \qquad Q_{2-4} = 0,04 \cdot E \delta$$

$$Q_{\text{piso } 1} = (0,016 + 0,04) E \delta = 0,056 E \delta$$

$$Q_{1-3}^{-F} = \frac{Q_{1-3}}{Q_{p1}} = \frac{0,016 \cdot E \delta}{0,056 \cdot E \delta} = 0,29$$

$$Q_{2-4}^{-F} = \frac{Q_{2-4}}{Q_{p1}} = \frac{0,04 E \delta}{0,056 E \delta} = 0,71$$

Piso segundo



$$Q_{3-5} = 0,04 \cdot E \cdot \delta \qquad Q_{4-6} = 0,04 \cdot E \cdot \delta$$

$$Q_{\text{piso } 2} = (0,04 \cdot E + 0,04 \cdot E) \delta = 0,08 \cdot E \cdot \delta$$

$$\frac{\delta_{3-5}^{-F}}{Q_{3-5}} = \frac{Q_{3-5}}{Q_{p2}} = \frac{0,04 \cdot E \cdot \delta}{0,08 \cdot E \cdot \delta} = 0,5$$

$$\frac{\delta_{4-6}^{-F}}{Q_{4-6}} = \frac{Q_{4-6}}{Q_{p2}} = \frac{0,04 \cdot E \cdot \delta}{0,08 \cdot E \cdot \delta} = 0,5$$

8º Cálculo de los momentos de empotramiento perfecto

$$\left| M_{3-4}^e \right| = \left| M_{4-3}^e \right| = \frac{q L_{3-4}^2}{12} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 7^2 \text{ m}^2}{12} = 8167 \text{ Kgm}$$

$$\left| M_{4-V}^e \right| = \frac{q L_{4-V}^2}{2} = \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 2^2 \text{ m}^2}{2} = 3000 \text{ mKg}$$

$$\left| M_{5-6}^e \right| = \frac{q L_{5-6}^2}{12} + \frac{P \cdot a \cdot b^2}{L_{5-6}^2} = \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 7^2 \text{ m}^2}{12} + \frac{3000 \text{ Kg} \cdot 4\text{m} \cdot 3^2 \text{ m}^2}{7 \text{ m}^2} = 8329 \text{ mKg}$$

$$\left| M_{6-5}^e \right| = \frac{q L_{6-5}^2}{12} + \frac{P \cdot a \cdot b^2}{L_{6-5}^2} = \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 2^2 \text{ m}^2}{12} + \frac{3000 \text{ Kg} \cdot 4^2 \text{ m}^2 \cdot 3\text{m}}{7^2 \text{ m}^2} = 9064 \text{ mKg}$$

$$\left| M_{6-V}^e \right| = \frac{q L_{6-V}^2}{2} + P L_{6-V} = \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 2^2 \text{ m}^2}{2} + 1500 \text{ Kg} \cdot 2 \text{ m} = 6000 \text{ mKg}$$

9º Cálculo de los momentos isostáticos en el centro del vano

$$M_{3-4}^{\text{isos}} = \frac{q L_{3-4}^2}{8} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 7^2 \text{ m}^2}{8} = 12250 \text{ mKg}$$

$$M_{5-6}^{\text{isos}} = \frac{q L_{5-6}^2}{8} + \frac{P \cdot a \cdot b}{L} \cdot \frac{L/2}{a} = \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 7^2 \text{ m}^2}{8} + \frac{3000 \text{ Kg} \cdot 4\text{m} \cdot 3\text{m}}{7\text{m}} \cdot \frac{3,5\text{m}}{4\text{m}}$$

$$= 9187 \text{ mKg} + 4500 \text{ mKg} = 13687 \text{ mKg}$$

10º Resolución por Cross directo

1) Momentos locales debidos a las cargas horizontales

a) Reparto de la carga por pilares

Piso 2

$$Q = 1000 \text{ Kg}$$

$$Q_{3-5} = R_{3-5}^{-F} \cdot Q = 0,5 \cdot 1000 \text{ Kg} = 500 \text{ Kg}$$

$$Q_{4-6} = R_{4-6}^{-F} \cdot Q = 0,5 \cdot 1000 = 500 \text{ Kg}$$

Piso 1

$$Q = Q_{P2} + Q_{P1} = 1000 \text{ Kg} + 2000 \text{ Kg} = 3000 \text{ Kg}$$

$$Q_{1-3} = R_{1-3}^{-F} \cdot Q = 0,29 \cdot 3000 \text{ Kg} = 870 \text{ Kg}$$

$$Q_{2-4} = R_{2-4}^{-F} \cdot Q = 0,71 \cdot 3000 \text{ Kg} = 2130 \text{ Kg}$$

b) Momentos locales

$$M_{3-1} = Q_{1-3} \cdot L_{1-3} \longrightarrow M_{3-1} = 870 \text{ Kg} \cdot 3 \text{ m} = 2610 \text{ mKg}$$

$$M_{2-4} + M_{4-2} = 2M_{2-4} = Q_{2-4} \cdot L_{2-4} \longrightarrow M_{2-4} = \frac{Q_{2-4} \cdot L_{2-4}}{2} = \frac{2130 \cdot 4 \text{ m}}{2} = 4260 \text{ mKg}$$

$$M_{3-5} + M_{5-3} = 2M_{3-5} = Q_{3-5} \cdot L_{3-5} \longrightarrow M_{3-5} = \frac{500 \text{ Kg} \cdot 3 \text{ m}}{2} = 750 \text{ mKg}$$

$$M_{3-5} = M_{5-3} = M_{4-6} = M_{6-4} = 750 \text{ mKg}$$

C) Coeficientes de reparto que relacionan el cortante desequilibrado (o la carga exterior), en cada piso con los momentos locales que se generan en los pilares de dicho piso.

$$\text{Para } Q_{P1} = 3000 \text{ Kg} \longrightarrow M_{3-1} = 2610 \text{ mKg}$$

$$M_{3-1} = R_{3-1}^{\delta} \cdot Q_{P1} \longrightarrow R_{3-1}^{\delta} = \frac{M_{3-1}}{Q_{P1}} = \frac{2610}{3000} = 0,87$$

$$\text{Para } Q_{P1} = 3000 \text{ Kg} \longrightarrow M_{2-4} = M_{4-2} = 4260 \text{ mKg}$$

$$M_{2-4} = M_{4-2} = R_{2-4}^{\delta} \cdot Q_{P1} \longrightarrow R_{2-4}^{\delta} = R_{4-2}^{\delta} = \frac{4260}{3000} = 1,42$$

$$\text{Para } Q_{P2} = 1000 \text{ Kg} \longrightarrow M_{3-5} = M_{5-3} = M_{4-6} = M_{6-4} = 750 \text{ mKg}$$

$$R_{3-5}^{\delta} = R_{5-3}^{\delta} = R_{4-6}^{\delta} = R_{6-4}^{\delta} = \frac{750}{1000} = 0,75$$

Es de notar que la suma de coeficientes de reparto para cada uno de los dos pisos no vale uno, pero esto es debido a que no estamos repartiendo momentos piso entre momentos locales, sino que lo que hacemos es considerar el momento local que produce un cierto cortante desequilibrado sobre cada extremo empotrado del pilar.

Primer equilibrio de cortantes en los pilares

Piso 1

$$\text{Pilar 1-3} \quad ; \quad Q_{1-3} = \left(\frac{-3343}{3} \right) = -1114 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 2-4} \quad ; \quad Q_{2-4} = \left(\frac{530+1060}{4} \right) = 398 \text{ Kg}$$

Cortante desequilibrado

$$Q_{D1} = -1114 + 398 = -716 \text{ Kg}$$

Cortante equilibrador

$$Q_{E1} = -Q_{D1} = 716 \text{ Kg}$$

Momento local 3-1

$$M_{3-1} = R_{3-1}^{\delta} \cdot Q_E = 0,87 \cdot 716 = 623 \text{ mKg}$$

Momentos locales 2-4 y 4-2

$$M_{2-4} = M_{4-2} = R_{2-4}^{\delta} \cdot Q_E = 1,42 \cdot 716 = 1017 \text{ mKg}$$

Piso 2

$$\text{Pilar 3-5} \quad ; \quad Q_{3-5} = \frac{(-2766-1308-1383-2617)}{3} = -2691 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 4-6} \quad ; \quad Q_{4-6} = \frac{(602+774+301+1548)}{3} = 1075 \text{ Kg}$$

Cortante desequilibrado

$$Q_{D2} = -2691 + 1075 = -1616 \text{ Kg}$$

Cortante equilibrador

$$Q_{E2} = -Q_{D2} = 1616 \text{ Kg}$$

Momentos locales 3-5, 5-3, 4-6 y 6-4

$$M_{3-5} = M_{5-3} = M_{4-6} = M_{6-4} = R_{3-5}^{\delta} \cdot Q_E = 0,75 \cdot 1616 = 1212 \text{ mKg}$$

Segundo equilibrio de cortantes en los pilares

Piso 1

$$\text{Pilar 1-3 ; } Q_{1-3} = \frac{(-327)}{3} = -109 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 2-4 ; } Q_{2-4} = \frac{(-506 - 1013)}{4} = -380 \text{ Kg}$$

Cortante desequilibrado

$$Q_{D1} = -109 - 380 = -489 \text{ Kg}$$

Cortante equilibrador

$$Q_{E1} = -Q_{D1} = 489 \text{ Kg}$$

Momento local 3-1

$$M_{3-1} = R_{3-1}^{\delta} \cdot Q_{E1} = 0,87 \cdot 489 = 425 \text{ mKg}$$

Momentos locales 2-4 y 4-2

$$M_{2-4} = M_{4-2} = R_{2-4}^{\delta} \cdot Q_{E1} = 1,42 \cdot 489 = 694 \text{ mKg}$$

Piso 2

$$\text{pilar 3-5 ; } Q_{3-5} = \frac{(-271 - 438 - 135 - 877)}{3} = -574 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 4-6 ; } Q_{4-6} = \frac{(-575 - 12 - 287 - 25)}{3} = -300 \text{ Kg}$$

Cortante desequilibrado

$$Q_{D2} = -574 - 300 = -874 \text{ Kg}$$

Cortante equilibrador

$$Q_{E2} = -Q_{D2} = 874 \text{ Kg}$$

Momentos locales 3-5 y 5-3

$$M_{3-5} = M_{5-3} = R_{3-5}^{\delta} \cdot Q_{E2} = 0,75 \cdot 874 = 655 \text{ mKg}$$

$$M_{3-5} = M_{5-3} = M_{4-6} = M_{6-4} = 655 \text{ mKg}$$

Tercer equilibrio de cortantes en los pilares

Piso 1

$$\text{Pilar 1-3;} \quad Q_{1-3} = \frac{-19}{3} = -6 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 2-4;} \quad Q_{2-4} = \frac{-244-498}{4} = -183 \text{ Kg}$$

Cortante desequilibrado

$$Q_{D1} = -6-183 = -189 \text{ Kg}$$

Cortante equilibrador

$$Q_{E1} = -Q_{D1} = 189 \text{ Kg}$$

Momento local 3-1

$$M_{3-1} = R_{3-1}^{\delta} \cdot Q_{E1} = 0,87 \cdot 189 = 164 \text{ mKg}$$

Momentos locales 2-4 y 4-2

$$M_{2-4} = M_{4-2} = R_{2-4}^{\delta} \cdot Q_{E1} = 1,42 \cdot 189 = 268 \text{ mKg}$$

Piso 2

$$\text{Pilar 3-5;} \quad Q_{3-5} = \frac{(-16-106-8-212)}{3} = -114 \text{ Kg}$$

$$\text{Pilar 4-6;} \quad Q_{4-6} = \frac{(-277-53-138-106)}{3} = -191 \text{ Kg}$$

Cortante desequilibrado

$$Q_{D2} = -114-191 = -305 \text{ Kg}$$

Cortante equilibrador

$$Q_{E2} = -Q_{D2} = 305 \text{ Kg}$$

Momentos locales 3-5, 5-3, 4-6 y 6-4

$$M_{3-5} = M_{5-3} = M_{4-6} = M_{6-4} = R_{3-5}^{\delta} \cdot Q_{E2} = 0,75 \cdot 305 = 229 \text{ mKg}$$

Comprobaciones

$$\text{Barra 3-4} \quad \frac{M_{\text{residual}}}{M_{\text{acumulado}}} = \frac{92}{1931} = 4,76 \%$$

$$\text{Barra 3-5} \quad \frac{M_{\text{residual}}}{M_{\text{acumulado}}} = \frac{21}{2061} = 1,02 \%$$

$$\text{Barra 4-6} \quad \frac{M_{\text{residual}}}{M_{\text{acumulado}}} = \frac{24}{3212} = 0,75 \%$$

$$\text{Barra 5-6} \quad \frac{M_{\text{residual}}}{M_{\text{acumulado}}} = \frac{47}{2430} = 1,93 \%$$

NUDO	2		3				4				5			6	
				3-1	3-4	3-5	4-2	4-3	4-6		5-3	5-6		6-4	6-5
Barra	2-4														
M. eq. Rep. Trans	-506				-575		-2738	-1013	-1150	-575					-287
M. deseq.											2579				
M. eq. Rep. Trans						-438					-2579	-1702			-851
M. deseq.													74		
M. eq. Rep. Trans									-12					-25	-49
M. locales	694			425		655	694		655			655		655	
M. deseq.			67												
M. eq. Rep. Trans			-67	-19	-32	-16		-16							
M. deseq.							1321								
M. eq. Rep. Trans	-244						-1321	-439	-555	-277					-138
M. deseq.											623				
M. eq. Rep. Trans						-106					-623	-212	-111		-205
M. deseq.														312	
M. eq. Rep. Trans									-53				-103	-312	-206
M. locales	268			164		229	268		229			229			229
M. deseq.			10												
M. eq. Rep. Trans			-10	-3	-5	-2		-2				-1			

Cortante final en pilares del piso 1

$$Q_{P1} = \frac{M_{3-1}}{L_{3-1}} + \frac{M_{2-4} + M_{4-2}}{L_{2-4}} = \frac{130}{3} + \frac{5937 + 5633}{4} = 2936 \text{ Kg}$$

$$\frac{F_{P1} - Q_{P1}}{F_{P1}} = \frac{3000 - 2936}{3000} = 2,13 \%$$

Cortante final en pilares del piso 2

$$Q_{P2} = \frac{M_{3-5} + M_{5-3}}{L_{3-5}} + \frac{M_{4-6} + M_{6-4}}{L_{4-6}} = \frac{-2061 - 2430}{3} + \frac{3212 + 4045}{3} = 922 \text{ Kg}$$

$$\frac{F_{P2} - Q_{P2}}{F_{P2}} = \frac{1000 - 922}{1000} = 7,8 \%$$

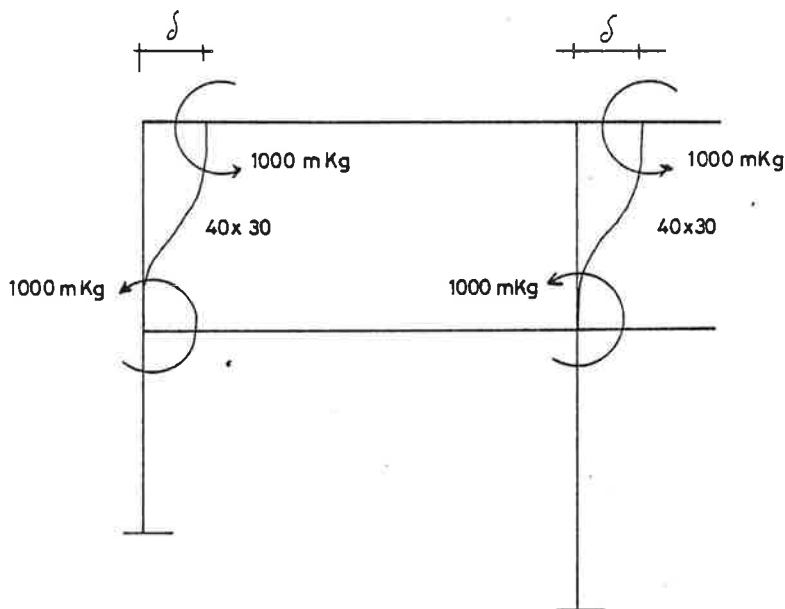
11º Resolución mediante Cross indirecto

Estado fundamental

En la primera fase se supone que los dos trenes de jácenas son indesplazables, y se calculan los esfuerzos que se originan en la estructura debidos tan solo al reparto de momentos de empotramiento perfecto producidos por las cargas verticales.

Estado paramétrico 1

Para la resolución del Cross paramétrico que corresponde a un desplazamiento de los pilares del 2º piso, se introducen momentos unitarios de +1000 Mkg en cabeza y pie de los mismos, puesto que al ser iguales sus rigideces a desplazamiento tambien lo han de ser los momentos locales para los dos pilares



Estado fundamental

NUDOS	2		3			4			5			6	
			3-1	3-4	3-5	4-2	4-3	4-6	5-3	5-6	6-4	6-5	
Barras	2-4	/	/	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	
Coef. transmisión	/	/	0,29	0,47	0,24	0,37	0,42	0,21	0,34	0,66	0,34	0,66	
Coef. Rep. Giro	/	/	/	8167	/	3000	-8167	/	/	8329	6000	-9064	
M. emp. perfecto													
M. deseq.		8167											
M. eq. Rep Trans		-8167	-2369	-3838	-1960		-1919		-980				
M. deseq.						-7086							
M. eq. Rep. Trans	1311			1488		7086	2622	2976	1488		744		
M. deseq.									7349				
M. eq. Rep. Trans.					-1249				-7349	-4850		-2425	
M. deseq.											-4745		
M. eq. Rep. Trans.								806		1566	4745	3132	
M. deseq.		239											
M. eq. Rep. Trans.		-239	-69	-112	-58		-56		-29				
M. deseq.						750							
M. eq. Rep. Trans.	-138			-157		-750	-277	-315	-158		-79		
M. deseq.									1537				
M. eq. Rep. Trans.					-261				-1537	-523		-507	

Comprobaciones

$$\text{Barra 3-4} \quad \frac{Mr}{Ma} = \frac{41}{5745} = 0,71\%$$

$$\text{Barra 3-5} \quad \frac{Mr}{Ma} = \frac{41}{3428} = 1,3 \%$$

$$\text{Barra 4-6} \quad \frac{Mr}{Ma} = \frac{17}{2194} = 0,77 \%$$

$$\text{Barra 5-6} \quad \frac{Mr}{Ma} = \frac{33}{4064} = 0,81 \%$$

Estado Paramétrico I

NUDOS	2			3			4			5			6	
				3-1	3-4	3-5	4-2	4-3	4-6	5-3	5-6	6-4	6-5	
Barras	2-4	/	/	/	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	
Coef. Transmisión	/	/	/	0,29	0,47	0,24	0,37	0,42	0,21	0,34	0,66	0,34	0,66	
M. locales	/	/	/	/	/	1000	/	/	1000	1000	/	1000	/	
M. deseq.				1000										
M. eq. Rep. Trans				-1000	-470	-240		-235		-120				
M. deseq.							765							
M. eq. REp. Trans.	-141				-160		-765	-321	-161			-80		
M. deseq.										880				
M. eq. Rep. Trans						-149				-880	-299	-581	-290	
M. deseq.											630			
M.eq. Rep. Trans.									-107			-214	-416	
M. deseq.				-309										
M. Eq. Rep. TRans				309	145	74		72		37				
M. deseq.							-35							
M. eq. Rep. Trans	6				7		35	13	7			3		
M. deseq.										-171				
M. eq. Rep. Trans						29				171	58	113	56	

Comprobaciones

$$\text{Barra 3-4} \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{3}{495} = 0,61\%$$

$$\text{Barra 3-5} \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{4}{705} = 0,57\%$$

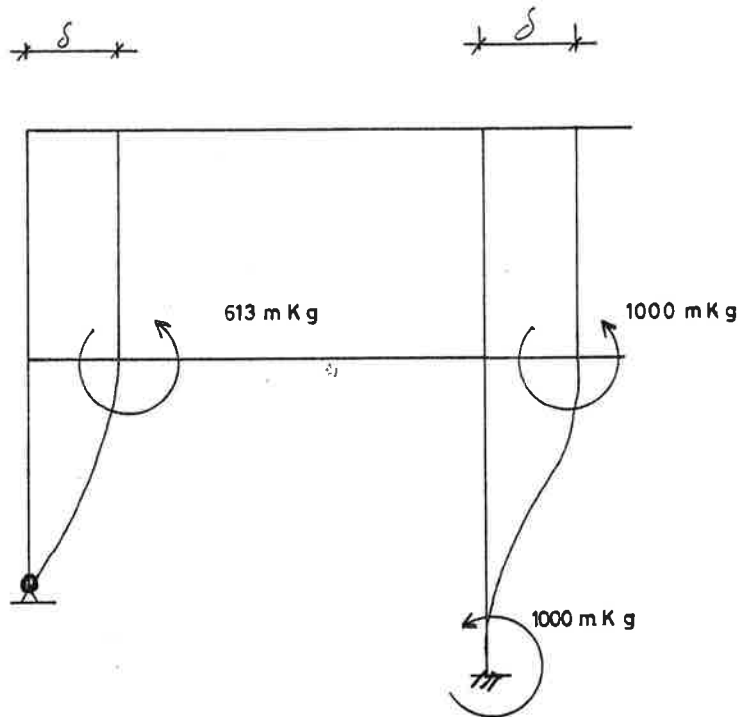
$$\text{Barra 4-6} \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{1}{733} = 0,14\%$$

$$\text{Barra 5-6} \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{3}{680} = 0,44\%$$

Estado paramétrico 2

Para la resolución del Cross paramétrico que corresponde a un desplazamiento de las cabezas de los pilares del primer piso, se introducen momentos unitarios de +1000 mKg en cabeza y pie del pilar 2-4, con lo cual el momento a introducir en la cabeza del pilar 1-3 vendrá dado por.

$$M_{3-1} = M_{4-2} \cdot \frac{R_{3-1}^{\delta}}{R_{4-2}} = 1000 \text{ mKg} \cdot \frac{0,87}{1,42} = 613 \text{ mKg}$$



NUDOS	2		3			4				5			6	
			3-1	3-4	3-5	4-2	4-3	4-6	5-3	5-6	6-4	6-5		
Barras	2-4													
Coef. Transmisión	/		/	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5		
Coef. Rep. Giro	/		0,29	0,47	0,24	0,37	0,42	0,21	0,34	0,66	0,34	0,66		
M. Locales	1000		613			1000								
M. deseq.		613												
M. eq. Rep, Trans		-613	-178	-288	-147		-144		-73					
M. deseq.						856								
M. eq. Rep. Trans	-158			-179		-317	-359	-180			-90			
M. deseq.									-73					
M. eq. Rep. Trans					12				73	25	48	24		
M. deseq.											-66			
M. eq. Rep Trans								11		22	66	44		
M. deseq.		-167												
M. eq. Rep Trans		167	48	79	40		39			20				
M. deseq.						50								
M. eq. Rep Trans	-9			-10		-50	-21	-10			-5			
M. deseq.									42					
M. eq. Rep, Trans					-7				-42	-14	-28	-14		

Comprobaciones

$$\text{Barra 3-4} \quad ; \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{1}{390} = 0,26 \%$$

$$\text{Barra 4-6} \quad ; \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{0}{117} = 0 \%$$

$$\text{Barra 3-5} \quad ; \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{1}{98} = 1,02 \%$$

$$\text{Barra 5-6} \quad ; \quad \frac{M_r}{M_a} = \frac{0}{43} = 0 \%$$

Equilibrio de cortantes en los pilares de las dos plantas al sumar el estado fundamental a los paramétricos multiplicados por los coeficientes α y β

$$(Q_{3-5} + Q_{4-6}) + (Q'_{3-5} + Q'_{4-6})\alpha + (Q''_{3-5} + Q''_{4-6})\beta = 1000 \text{ Kg}$$

$$(Q_{1-3} + Q_{2-4}) + (Q'_{1-3} + Q'_{2-4})\alpha + (Q''_{1-3} + Q''_{2-4})\beta = 3000 \text{ Kg}$$

$$\left[\frac{(-3428-4064)}{3} + \frac{(2194+2491)}{3} \right] + \left[\frac{(705+680)}{3} + \frac{(733+688)}{3} \right] \alpha +$$

$$+ \left[\frac{(-98-43)}{3} + \frac{(-177-66)}{3} \right] \beta = 1000 \text{ Kg}$$

$$\left[\frac{(-2317)}{3} + \frac{(1137+2272)}{4} \right] + \left[\frac{(-210)}{3} + \frac{(-132-263)}{4} \right] \alpha +$$

$$+ \left[\frac{(488)}{3} + \frac{(832+661)}{4} \right] \beta = 3000 \text{ Kg}$$

$$-935+936\alpha -128\beta = 1000 \text{ Kg} \quad \longrightarrow \quad 936\alpha -128\beta = 1935$$

$$80-169\alpha +536\beta = 3000 \text{ Kg} \quad \longrightarrow \quad -169\alpha +536\beta = 2920$$

Despejando y sustituyendo se obtiene

$$\beta = \frac{936\alpha - 1935}{128} = 7,3125\alpha - 15,1172$$

$$-169 + 536(7,3125\alpha - 15,1172) = 2920$$

$$\alpha = \frac{11022,82}{3750,5} = 2,939$$

$$\beta = 7,3125 \cdot 2,939 - 15,1172 = 6,374$$

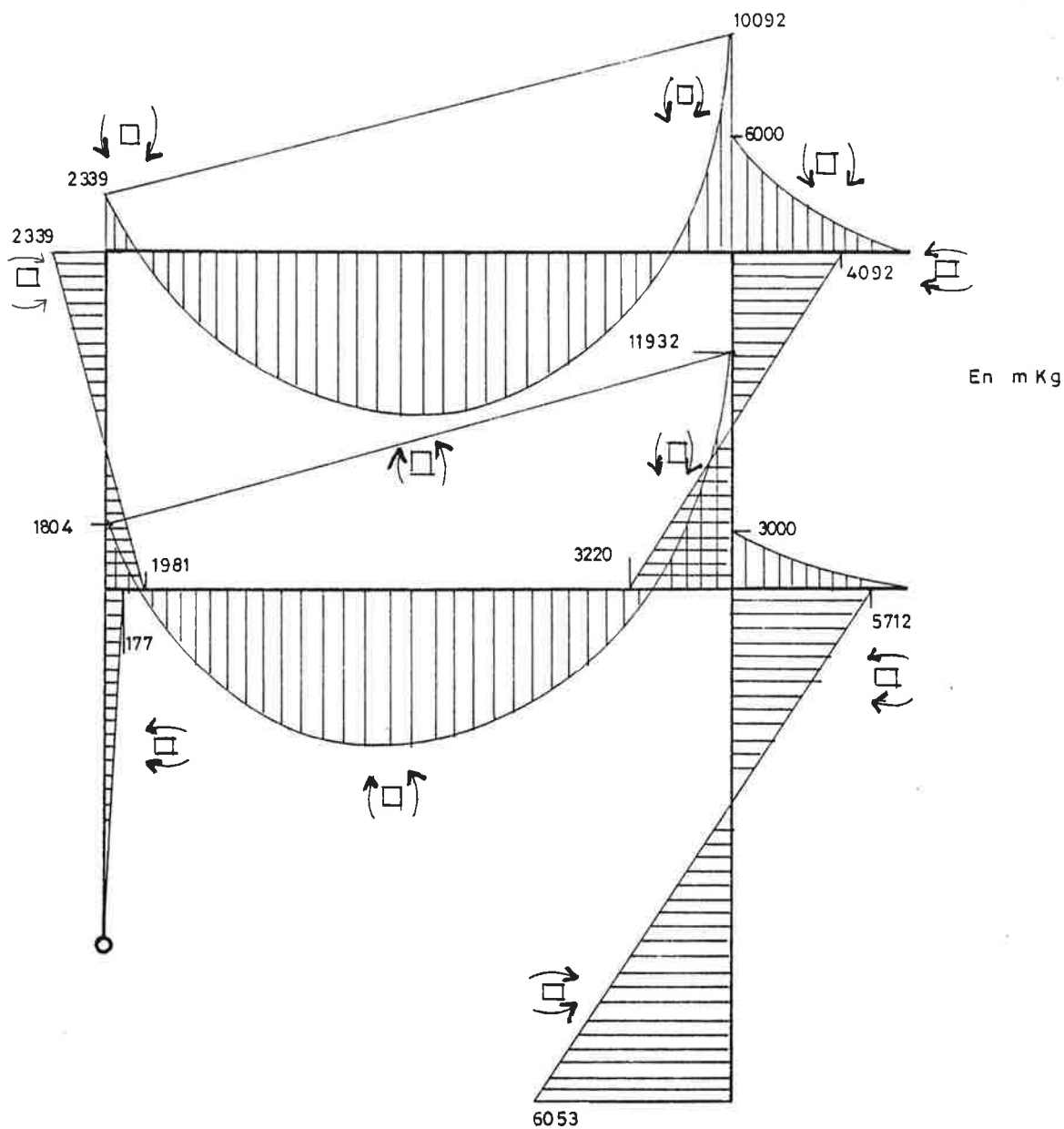
Una vez obtenidos α y β , ya se pueden saber los valores finales de los momentos en los extremos de todas la barras del pórtico

Momentos	M ₂₋₄	M ₃₋₁	M ₃₋₄	M ₃₋₅	M _{4-V}	M ₄₋₂	M ₄₋₃	M ₄₋₆	M ₅₋₃	M ₅₋₆	M ₆₋₄	M ₆₋₅	M _{6-V}
Est. fundamental	1137	-2317	5745	-3428	3000	2272	-7466	2194	-1064	1064	2491	-8491	6000
Est. Param. 1	-132	-210	-495	705	/	-263	-470	733	680	-680	688	-688	/
EP 1 $\times \alpha$	-388	-617	-1455	2072	/	-773	-1381	2154	1999	-1999	-66	66	/
Est. Param. 2	832	488	-390	-98	/	661	-184	-177	-43	43	2022	-2022	/
EP 1 $\times \beta$	5304	3111	-2486	-625	/	4213	-3085	-1128	-274	274	-421	421	/
Momento final	6053	177	1804	-1981	3000	5712	-11932	3220	-2339	2339	4092	10092	6000

12º Diagramas

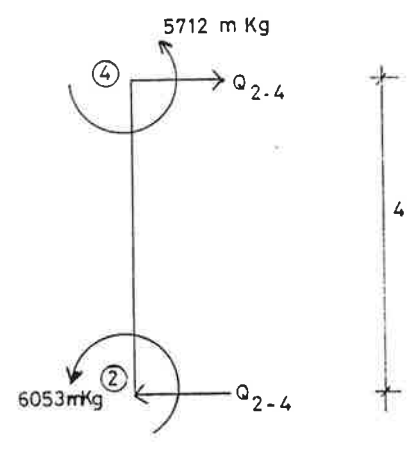
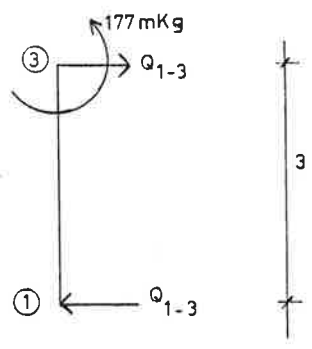
A partir de los resultados obtenidos por cualquiera de los dos procedimientos, podemos pasar a trazar los diagramas de flectores, cortantes y axiles. Utilizaremos en este caso los que se derivan de la resolución del Cross indirecto, por presentar mayor precisión, puesto que al detenerse el proceso de cálculo los momentos residuales esran sensiblemente menores que en el caso de Cross directo.

Diagrama de momentos flectores.



Cortantes

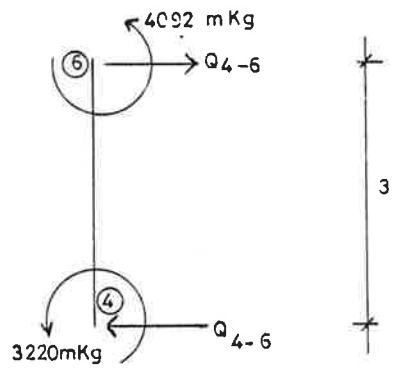
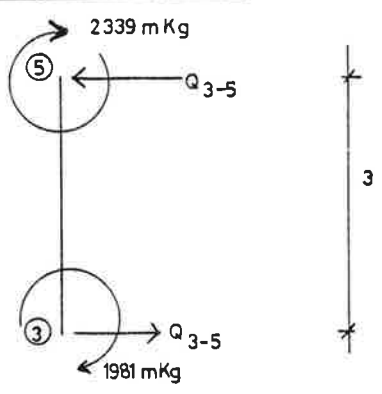
Pilares piso inferior



$$Q_{1-3} = \frac{M_{3-1}}{L_{1-3}} = \frac{177 \text{ mKg}}{3 \text{ m}} = 59 \text{ Kg}$$

$$Q_{2-4} = \frac{M_{2-4} + M_{4-2}}{L_{2-4}} = \frac{6053 + 5712}{4} = 2941 \text{ Kg}$$

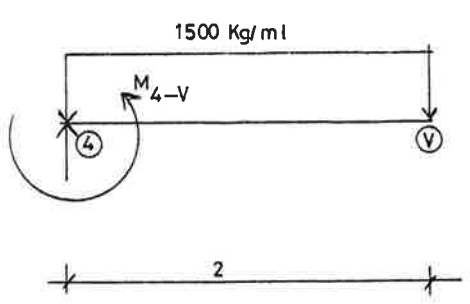
Pilares piso superior



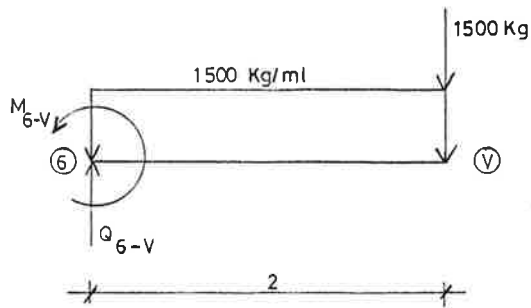
$$Q_{3-5} = \frac{M_{3-5} + M_{5-3}}{L_{3-5}} = \frac{2339 + 1981}{3} = 1440 \text{ Kg}$$

$$Q_{4-6} = \frac{M_{4-6} + M_{6-4}}{L_{4-6}} = \frac{3220 + 4092}{3} = 2437 \text{ Kg}$$

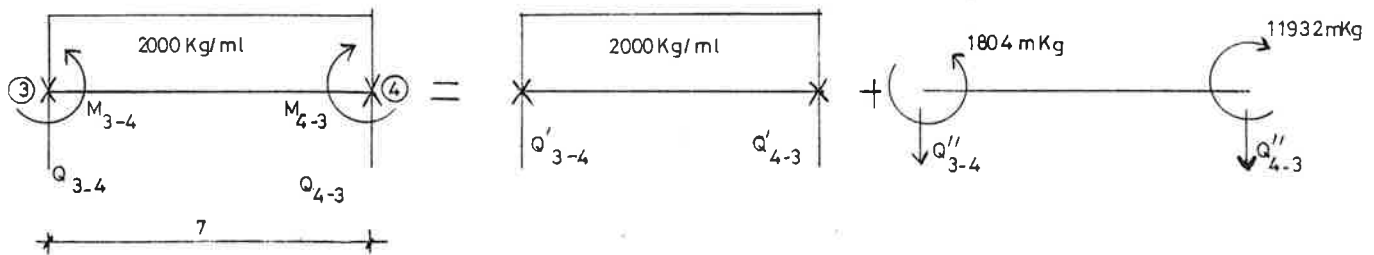
Jácnas



$$Q_{4-V} = 1500 \text{ Kg/ml} \cdot 2 = 3000 \text{ Kg}$$

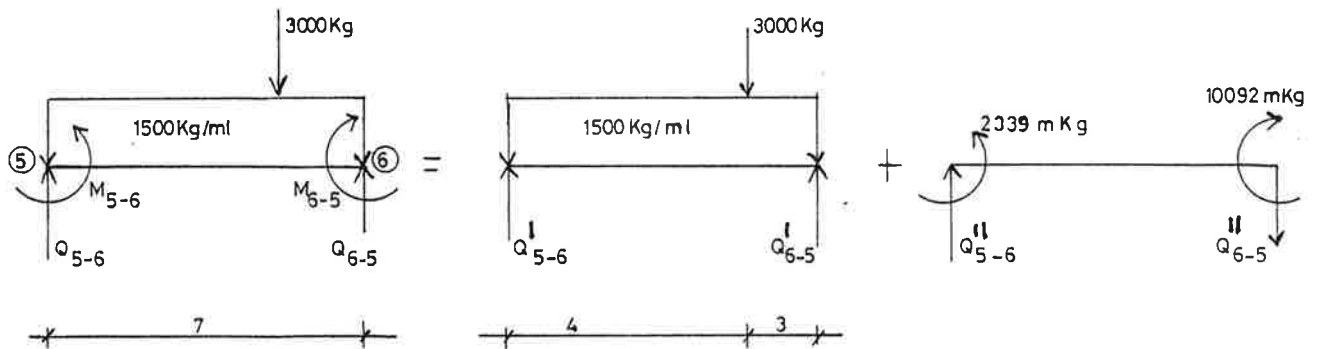


$$Q_{6-V} = 1500 \text{ Kg/ml} \cdot 2 + 1500 = 4500 \text{ Kg}$$



$$Q_{3-4} = Q'_{3-4} + Q''_{3-4} = \frac{q \cdot L_{3-4}}{2} - \frac{M_{4-3} - M_{3-4}}{L_{3-4}} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 7 \text{ m}}{2} - \frac{11932 - 1804}{7} = 5553 \text{ Kg}$$

$$Q_{4-3} = Q'_{4-3} + Q''_{4-3} = \frac{q \cdot L_{3-4}}{2} + \frac{M_{4-3} - M_{3-4}}{L_{3-4}} = \frac{2000 \text{ Kg/ml} \cdot 7 \text{ m}}{2} + \frac{11932 - 1804}{7} = 8447 \text{ Kg}$$



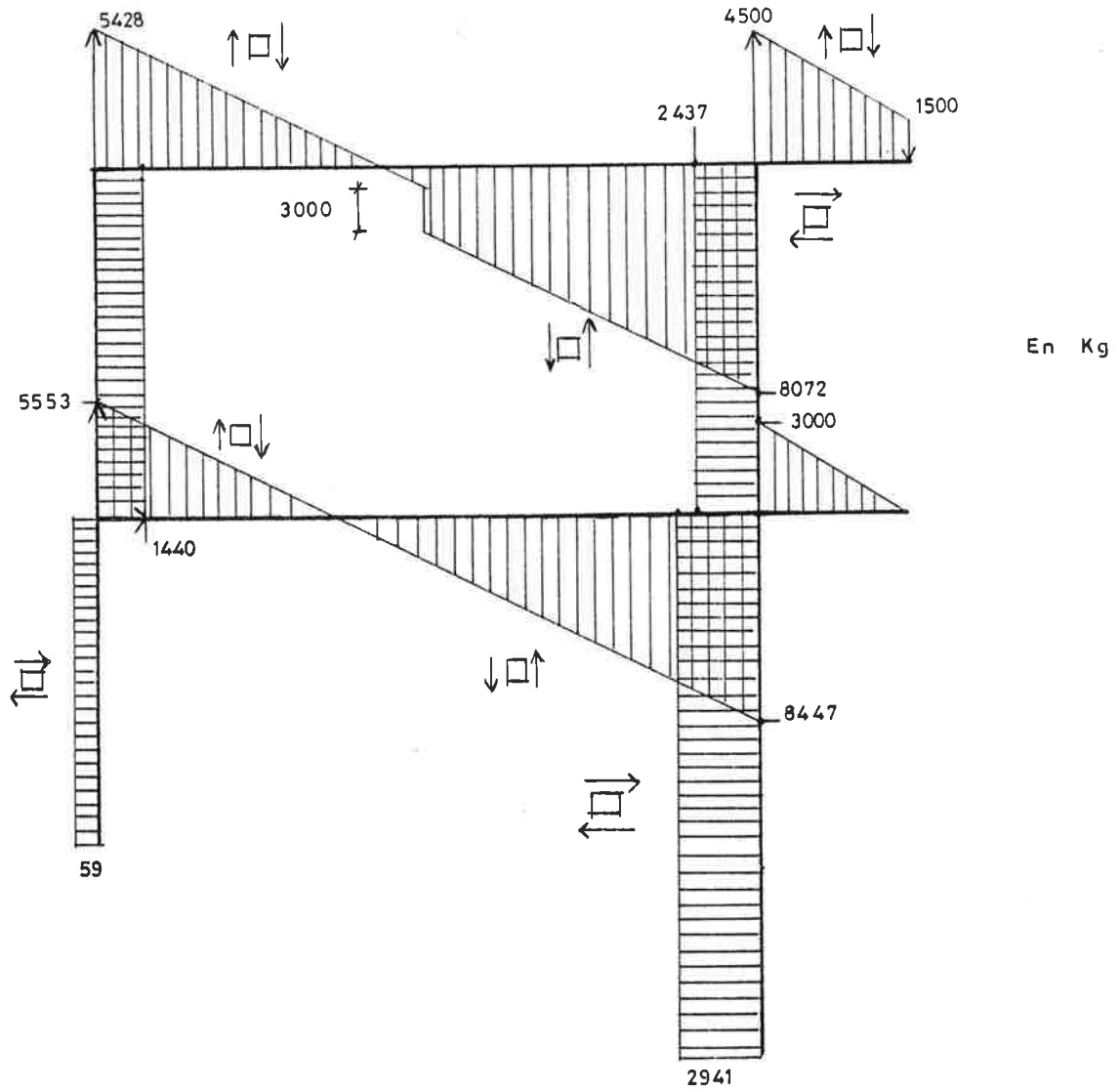
$$Q_{5-6} = Q'_{5-6} + Q''_{5-6} = \frac{q \cdot L_{5-6}}{2} + \frac{Pb}{L_{5-6}} - \frac{M_{6-5} - M_{5-6}}{L_{5-6}} =$$

$$= \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 7 \text{ m}}{2} + \frac{3000 \text{ Kg} \cdot 3 \text{ m}}{7 \text{ m}} - \frac{10092 \text{ mKg} - 2339 \text{ mKg}}{7 \text{ m}} = 5428 \text{ Kg}$$

$$Q_{6-5} = Q'_{6-5} + Q''_{6-5} = \frac{q \cdot L_{5-6}}{2} + \frac{Pa}{L_{5-6}} + \frac{M_{6-5} - M_{5-6}}{L_{5-6}} =$$

$$= \frac{1500 \text{ Kg/ml} \cdot 7 \text{ m}}{2} + \frac{3000 \text{ Kg} \cdot 4 \text{ m}}{7 \text{ m}} + \frac{10092 \text{ mKg} - 2339 \text{ mKg}}{7 \text{ m}} = 8072 \text{ Kg}$$

Diagrama de esfuerzos cortantes



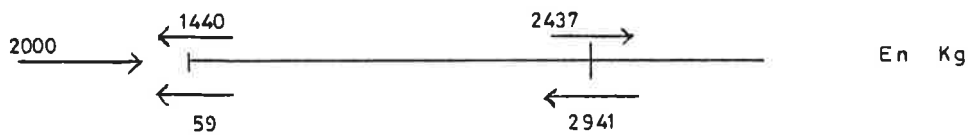
Axiles

$$\text{Pilar 3-5} \longrightarrow A_{3-5} = Q_{5-6} = 5428 \text{ Kg (c)}$$

$$\text{Pilar 4-6} \longrightarrow A_{4-6} = Q_{6-5} + Q_{6-V} = 8072 + 4500 = 12572 \text{ Kg (c)}$$

$$\text{Pilar 1-3} \longrightarrow A_{1-3} = Q_{3-4} + A_{3-5} = 5553 + 5428 = 10981 \text{ Kg (c)}$$

$$\text{Pilar 2-4} \longrightarrow A_{2-4} = Q_{4-3} + Q_{4-V} + A_{4-6} = 8447 + 3000 + 12572 = 24019 \text{ Kg}$$

Jácena 3-4

Empezando por la izquierda

$$A_{3-4} = F_{P-1} - Q_{1-3} - Q_{3-5} = 2000 - 59 - 1440 = 501 \text{ Kg (c)}$$

Empezando por la derecha

$$A_{3-4} = Q_{4-2} - Q_{6-4} = 2941 - 2437 = 504 \text{ Kg}$$

Jácena 5-6

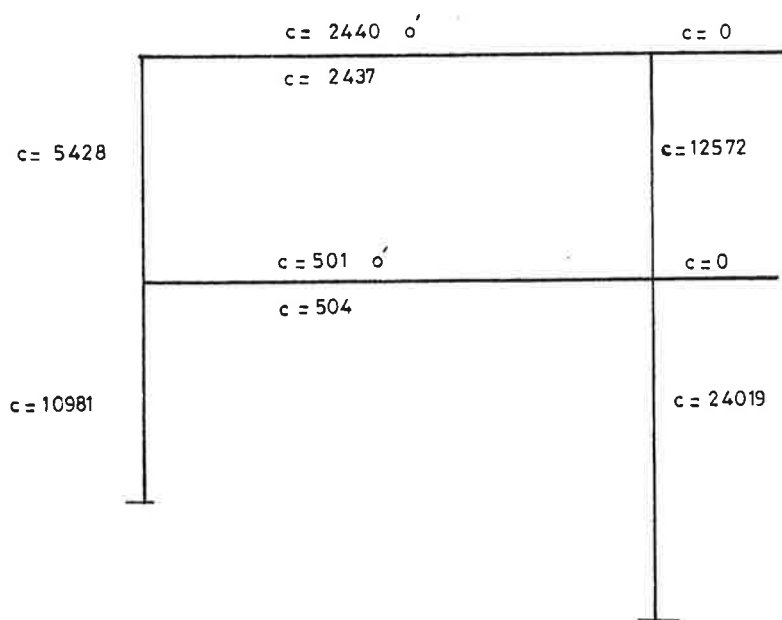
Empezando por la izquierda

$$A_{5-6} = F_{P-2} + Q_{3-5} = 1000 + 1440 = 2440 \text{ Kg (c)}$$

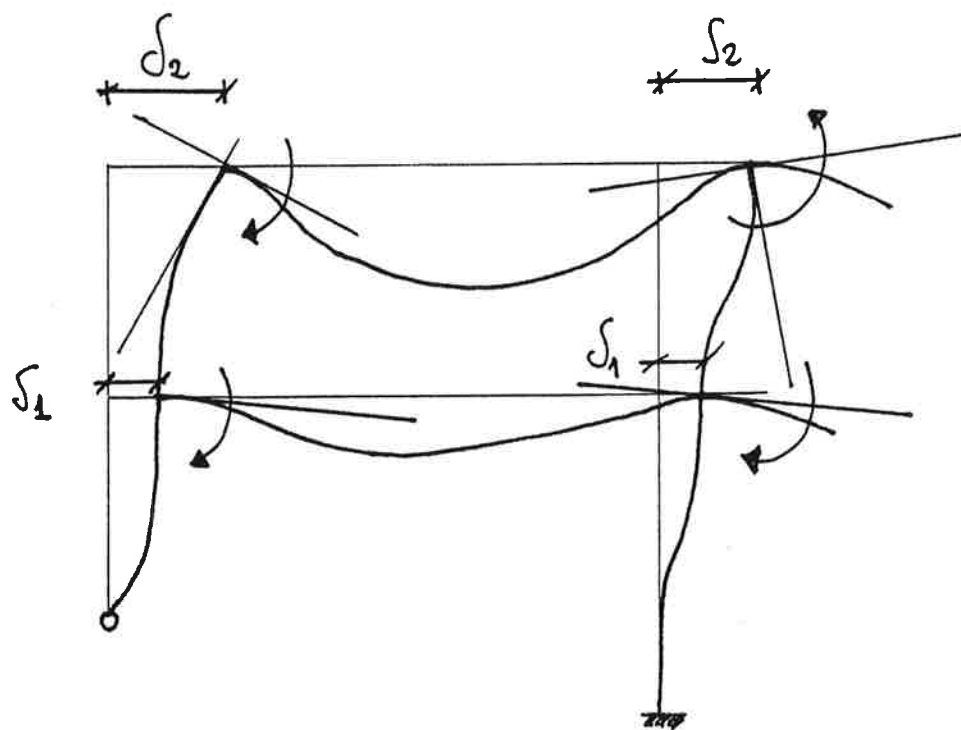
Empezando por la derecha

$$A_{5-6} = Q_{4-6} = 2437 \text{ Kg (c)}$$

Diagrama de axiles



Deformada



13º Reacciones en los apoyos

$$R_{1H} = 59 \text{ Kg}$$

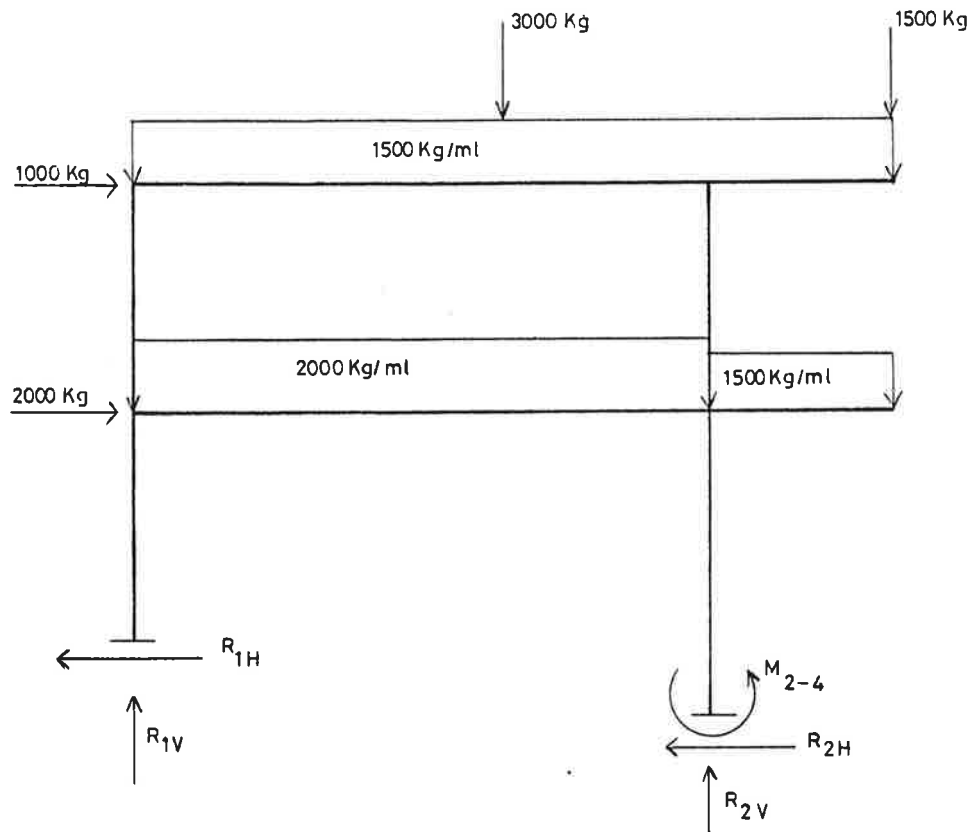
$$R_{2H} = 2941 \text{ Kg}$$

$$R_{1V} = 10981 \text{ Kg}$$

$$R_{2V} = 24019 \text{ Kg}$$

$$M_{1-3} = 0$$

$$M_{2-4} = 6053 \text{ mKg}$$



14º Comprobaciones para la totalidad de la estructura

$$\left[\sum F_H = 0 \right]$$

$$F_{P-1} + F_{P-2} + R_{1H} + R_{2H} = 0$$

$$2000\text{Kg} + 1000\text{Kg} - 59\text{Kg} - 2941\text{Kg} = 0$$

$$\left[\sum F_V = 0 \right]$$

$$q_1(L_{3-4}) + q_2(L_{4-V}) + q_2(L_{5-6} + L_{6-V}) + P_V^1 + P_V^2 + R_{1V} + R_{2V} = 0$$

$$(2000\text{Kg/ml} \cdot 7\text{m}) + (1500\text{Kg/ml} \cdot 2\text{m}) + \left[1500\text{Kg/ml} (7\text{m} + 2\text{m}) \right] + 1500\text{Kg} + 3000\text{Kg} - 10981\text{Kg} - 24019\text{Kg} = 0$$

$$[\sum M_1 = 0]$$

$$(-2000\text{Kg} \cdot 3\text{m}) - (1000\text{Kg} \cdot 6\text{m}) - (3000\text{Kg} \cdot 4\text{m}) - (-1500\text{Kg} \cdot 9\text{m}) - (2000\text{Kg/ml} \cdot 7\text{m} \cdot 3,5\text{m}) - \\ - (1500\text{Kg/ml} \cdot 2\text{m} \cdot 8\text{m}) - (1500\text{Kg/ml} \cdot 9\text{m} \cdot 4,5\text{m}) + 6053\text{mKg} + (24019\text{Kg} \cdot 7\text{m}) + (-2941\text{Kg} \cdot 1\text{m}) = 5 \text{ mKg}$$

(queda dentro de los márgenes de error correctos)

15º Deformaciones

a) Desplazamientos

Piso inferior (es indiferente analizar cualquiera de los pilares del piso)

$$\delta_{P1} = \frac{M_L^{3-1}}{K \delta_{3-1}} \beta = \frac{M_L^{3-1}}{\frac{3 \cdot E \cdot J_{3-1}}{L_{3-1}^2}} \beta = \frac{61300 \text{ Kgcm}}{\frac{3 \cdot 200000 \text{ Kg/cm}^2 \cdot 142917 \text{ cm}^4}{90000 \text{ cm}^2}} \cdot 6,374$$

$$\delta_{P1} = 0,41 \text{ cm}$$

Piso superior

$$\delta_{P2} = \frac{M_L^{3-5}}{K \delta_{3-5}} \alpha = \frac{M_L^{3-5}}{\frac{6 \cdot E \cdot J_{3-5}}{L_{3-5}^2}} \alpha = \frac{100000 \text{ Kg cm}}{\frac{6 \cdot 200000 \text{ Kg/cm}^2 \cdot 90000 \text{ cm}^4}{90000 \text{ cm}^2}} \cdot 2,939$$

$$\delta_{P2} = 0,245 \text{ cm}$$

$$\delta \text{ (total en P2)} = \delta_{P1} + \delta_{P2} = 0,655 \text{ cm}$$

Giros

Nudo 3 (es indiferente analizar los momentos de reparto de cualquiera de las barras del nudo)

$$\theta_{3-1} = \frac{\sum M_{3-1} \text{ (est.fund.)} + \sum M_{3-1} \text{ (est.Param. 1)} \alpha + \sum M_{3-1} \text{ (est. Param. 2)} \beta}{\text{Giro } K_{3-1}}$$

$$Q_{3-1} = \frac{[(-2369-69+121)+2,939(-290+90-10)+6,374(-178+48+5)] \cdot 10^2 \text{ Kgcm}}{\frac{3 \cdot 200000 \text{ Kg/cm}^2 \cdot 142917 \text{ cm}^4}{300 \text{ cm}}}$$

$$Q_{3-1} = -1,3 \cdot 10^{-3}$$

Nudo 4

$$Q_{4-2} = \frac{[(2622-277-73)+2,939(-283+13+7)+6,374(-317-19-3)] \cdot 10^2 \text{ Kgcm}}{\frac{4 \cdot 200000 \text{ Kg/cm}^2 \cdot 213333 \text{ cm}^4}{400 \text{ cm}}}$$

$$Q_{4-2} = -0,133 \cdot 10^{-3}$$

Nudo 5

$$Q_{5-3} = -1,56 \cdot 10^{-3}$$

Nudo 6

$$Q_{6-4} = 0,556 \cdot 10^{-3}$$

10/10/1911

Autor *Gondullo Guerrero, Jesus*

Signatura *634.04 (076.12) 6AN*

Título *Trabajo final de carrera*

3.910 *metodo Cross 2*

Fecha de Devolución

Prórroga

1991



BIBLIOTECA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE
ARQUITECTURA TECNICA

Sigl. *634.04*

N.º Regt. *3.910*