

# **Contribució a esforç tallant de les ales de bigues amb secció en T de formigó armat**

Raquel Andreu Rojo

TFG Juliol 2022, ETSAB (UPC)

Tutor: Mireia Pujol Sanchez

## **Contribució a esforç tallant de les ales de bigues amb secció en T de formigó armat**

Raquel Andreu Rojo

Treball Fi de Grau 2021/22

7 de juliol de 2022

Tutor: Mireia Pujol

Tribunal: Directora: Pujol Sanchez, Mireia

Vocal: Albareda Valls, Albert

Presidenta: Crespo Sánchez, Eva

Vocal: Valls Dalmau, Francisco

Grau en Estudis d'Arquitectura – GarqEtsaB Pla 2014





## **Agraïments**

En primer lloc, agrair a la meva tutora Mireia Pujol per aconsellar-me i guiar-me a redactar aquest treball i a tots aquells professors que m'han format al llarg dels meus estudis.

En segon lloc, a la meva família per donar-me l'oportunitat d'estudiar i animar-me a fer realitat els meus somnis. Agrair-los haver-me donat suport en els bons i mals moments durant la carrera i la vida.

A tots ells, moltes gràcies. Sense vosaltres no hauria estat possible.

## **ÍNDEX**

<b>RESUM</b> .....	15
<b>ABSTRACT</b> .....	16
<b>CAPÍTOL 1</b>	
<b>INTRODUCCIÓ</b> .....	17
1.1 Motivació i identificació del problema.....	17
1.2 Objectius.....	18
1.3 Metodologia.....	19
<b>CAPÍTOL 2</b>	
<b>ESTAT DE L'ART</b>	
<b>ESFORÇ TALLANT D'ELEMENTS DE FORMIGÓ ARMAT</b> .....	20
2.1 El formigó armat.....	21
2.2 Càlcul a esforç tallant de bigues de formigó armat de secció en T segons el Codi Estructural.....	23
2.3 Formulacions incloses a les normes EHE-08, Codi Estructural i Eurocodi per a determinar la resistència a tallant.....	29
2.4 Anàlisi d'un mètode de càlcul relatiu existent per avaluar la contribució a esforç tallant de les ales.....	39
<b>CAPÍTOL 3</b>	
<b>ANÀLISI DELS MODELS DE LES GUIES ACTUALS DE DISSENY EXISTENTS PER AVALUAR LA RESISTÈNCIA A TALLANT</b> .....	42
3.1 Introducció.....	42
3.2 Interpretació dels resultats.....	42
3.3 Anàlisi dels resultats.....	43
<b>CAPÍTOL 4</b>	
<b>CONCLUSIONS</b> .....	49
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	51
Pàgines web.....	51

Articles.....	51
<b>ANNEXES.....</b>	<b>54</b>

## ÍNDIX DE FIGURES

<b>Figura 1.</b> Notació per la connexió entre l’ala i l’ànima. Codi Estructural. Boletín Oficial del Estado. Madrid, 10 de agosto de 2021, núm 190, pp. 97664-99452.....	26
<b>Figura 2.</b> Deformació longitudinal de l’ànima. EHE-08 Instrucción de hormigón estructural. Boletín Oficial del Estado. Madrid, 22 de agosto de 2008, núm 203, pp. 35176-35178.....	31
<b>Figura 3.</b> Capacitat de força de compressió diagonal. “ <i>Design of Concrete Structures. Civil Engineering Course Notes (v.2020.1)</i> ”. Shear resistance. Prof. J.M. Bairán”.....	34
<b>Figura 4.</b> Equilibri de la força tallant i la resultant de les forces en el tirants verticals que creuen l’esquerda inclinada. “ <i>Design of Concrete Structures. Civil Engineering Course Notes (v.2020.1)</i> ”. Shear resistance. Prof. J.M. Bairán”.....	37
<b>Figura 5</b> Secció transversal de la biga en T amb àrea efectiva de tallant del formigó (ombrejat). Zararis, I.P; Karaveziroglou M.K y Zararis, P.D. “ <i>Shear strength of reinforced concrete T-beams</i> ”. ACI Structural Journal, 2006, 103(5); 693-700.....	40
<b>Figura 6</b> Secció transversal de la biga en T amb àrea efectiva de tallant del formigó (ombrejat). Zararis, I.P; Karaveziroglou M.K y Zararis, P.D. “ <i>Shear strength of reinforced concrete T-beams</i> ”. ACI Structural Journal, 2006, 103(5); 693-700.....	40

<b>Figura 7</b> Secció transversal de la biga en T amb àrea efectiva de tallant del formigó (ombrejat). Zararis, I.P; Karaveziroglou M.K y Zararis, P.D. “ <i>Shear strength of reinforced concrete T- beams</i> ”. ACI Structural Journal, 2006, 103(5); 693- 700.....	41
<b>Figura 8</b> Gràfica $V_{exp}$ - $V_{pred}$ segons la EHE-08. Elaboració pròpia.....	44
<b>Figura 9</b> Gràfica $V_{exp}$ - $V_{pred}$ segons el Codi Estructural i l'Eurocodi. Elaboració pròpia.....	45
<b>Figura 10</b> Gràfica $V_{exp}$ - $V_{pred}$ segons Zararis et. al. Elaboració pròpia.....	46
<b>Figura 11</b> Resultats estadístics. Elaboració pròpia.....	47



## NOTACIÓ

$A$	Àrea de la secció transversal
$A_c$	Àrea de la secció transversal del formigó
$A_p$	Àrea de l'armadura activa
$A_s$	Àrea de l'armadura passiva
$A_{s,min}$	Àrea mínima de l'armadura passiva
$A_{sw}$	Àrea de l'armadura de tallant
$D$	Diàmetre del mandril
$DEd$	Coefficient de dany per fatiga
$E$	Efecte d'una acció
$E_c, E_c(28)$	Mòdul tangent d'elasticitat per un formigó convencional a una tensió de $\sigma_c = 0$ a l'edat de 28 dies
$E_{c,eff}$	Mòdul d'elasticitat efectiu del formigó
$E_{cd}$	Valor de càlcul del mòdul d'elasticitat del formigó
$E_{cm}$	Mòdul d'elasticitat secant del formigó.
$E_c(t)$	Mòdul tangent d'elasticitat per un formigó convencional a una tensió de $\sigma_c$ $= 0$ en un temps $t$ .
$E_p$	Valor de càlcul del mòdul d'elasticitat de l'armadura activa
$E_s$	Valor de càlcul del mòdul d'elasticitat de l'armadura passiva
$EI$	Rigidesa a flexió
$ELS$	Estat límit de servei
$ELU$	Estat límit últim
$EQU$	Equilibri estàtic
$F$	Acció
$F_d$	Valor de càlcul d'una acció
$F_k$	Valor característic d'una acció

$G_k$	Valor característic d'una acció permanent
$I$	Moment d'inèrcia de la secció del formigó
$L$	Longitud
$M$	Moment flector
$M_{Ed}$	Moment flector de càlcul
$N$	Esforç axial o normal
$N_{Ed}$	Esforç axial de càlcul (tracció o compressió)
$P$	Força de pretesat
$P_0$	Força inicial en l'extrem actiu de l'armadura activa en el moment immediatament després de la posada en tensió
$Q_k$	Valor característic d'una acció variable
$Q_{fat}$	Valor característic d'una càrrega de fatiga
$R$	Resistència
$S$	Esforços i moments interns
$S$	Moment estàtic
$T$	Moment torsor
$T_{Ed}$	Moment torsor de càlcul
$V$	Esforç tallant
$V_{Ed}$	Esforç tallant de càlcul
$a$	Dades geomètriques
$\Delta a$	Tolerància per les dades geomètriques
$b$	Ample d'una secció, o ample real de l'ala d'una biga en T o en L
$b_w$	Ample de l'ànima en bigues T, I o L
$d$	Diàmetre; cantell
$d$	Cantell útil de la secció

$d_g$	Mida màxima de l'àrid
$e$	Excentricitat
$f_c$	Resistència del formigó a compressió
$f_{cd}$	Resistència de càlcul del formigó a compressió
$f_{ck}$	Resistència característica a compressió cilíndrica del formigó als 28 dies
$f_{cm}$	Valor mitjà de la resistència a compressió cilíndrica del formigó
$f_{ctk}$	Resistència característica del formigó a tracció
$f_{ctm}$	Valor mitjà de la resistència del formigó a tracció
$f_p$	Resistència a tracció de les armadures actives
$f_{pk}$	Resistència característica a tracció de les armadures actives
$f_{p0,1}$	Límit elàstic convencional al 0,1% del acero de pretesat
$f_{p0,1k}$	Límit elàstic característic al 0,1% de l'acero de pretesat
$f_{0,2k}$	Límit elàstic característic al 0,2% de l' vano armadura passiva
$f_t$	Resistència a tracció de l'armadura passiva
$f_{tk}$	Resistència característica a tracció de l'armadura passiva
$f_y$	Límit elàstic de l'armadura passiva
$f_{yd}$	Límit elàstic de càlcul de l'armadura passiva
$f_{yk}$	Límit elàstic característic de l'armadura passiva
$f_{ywd}$	Límit elàstic de càlcul de l'armadura de tallant
$h$	Alçada
$h$	Cantell total de la secció
$i$	Radi de gir
$k$	Coefficient; factor

$l$	Longitud, vano o alçada
$m$	Massa
$r$	Radi
$1/r$	Curvatura d'una secció particular
$t$	Gruix
$t$	Instant de temps considerat
$t_0$	Edat del formigó al començament de la posada en càrrega
$u$	Perímetre de la secció de formigó, que té un àrea
$A_c u, v, w$	Components de desplaçament d'un punt
$x$	Profunditat de la fibra neutra $x, y, z$ Coordenades
$z$	Braç mecànic dels esforços
$\alpha$	Angle; rati
$\beta$	Angle, rati; coeficient
$\gamma$	Coefficient parcial
$\gamma_A$	Coefficient parcial de seguretat per les accions accidentals A
$\gamma_C$	Coefficient parcial de seguretat pel formigó
$\gamma_F$	Coefficient parcial de seguretat per les accions, F
$\gamma_{F, fat}$	Coefficient parcial de seguretat parcial per les accions de fatiga
$\gamma_{C, fat}$	Coefficient parcial de seguretat parcial per la fatiga del formigó
$\gamma_G$	Coefficient parcial de seguretat para les accions permanents, G
$\gamma_M$	Coefficient parcial de seguretat per una propietat del material, tenint en compte les incerteses d'aquesta propietat, la desviació geomètrica i el model de càlcul utilitzat
$\gamma_P$	Coefficient parcial de seguretat per les accions de pretesat, P
$\gamma_Q$	Coefficient parcial de seguretat per les accions variables, Q

$\gamma_S$	Coefficient parcial de seguretat per les armadures passives o actives
$\gamma_{S,fat}$	Coefficient parcial de seguretat per les armadures actives sota càrrega cíclica
$\gamma_f$	Coefficient parcial de seguretat per les accions, però sense tenir en compte les incerteses del model
$\gamma_g$	Coefficient parcial de seguretat per les accions permanents, però sense tenir en compte las incerteses del model
$\gamma_m$	Coefficients parcials para la propietat d'un material, tenint en compte únicament las incerteses de la propietat del material
$\delta$	Increment; Coefficient de redistribució
$\zeta$	Coefficient de reducció o de distribució de seguretat per una propietat del material
$\varepsilon_c$	Deformació de compressió del formigó
$\varepsilon_{cl}$	Deformació de compressió del formigó en la tensió màxima $f_c$
$\varepsilon_{cu}$	Deformació última de compressió en el formigó
$\varepsilon_u$	Deformació de l'armadura passiva o activa sota càrrega màxima
$\varepsilon_{uk}$	Deformació característica de l'armadura passiva o activa sota càrrega màxima
$\theta$	Angle
$\lambda$	Esveltesa
$\mu$	Coefficient de fregament entre les armadures actives y les seves beines
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\nu$	Coefficient de reducció de la resistència del formigó fissurat per tallant
$\xi$	Relació entre la resistència adherent de l'armadura activa i passiva
$\rho$	Densitat seca del formigó (mitjançant assecat en estufa) en $kg/m^3$
$\rho_{1000}$	Valor de la pèrdua per relaxació (en %) 1000 hores després de la posada en càrrega a una temperatura mitja de 20°C
$\rho_l$	Quantia d'armadures longitudinals
$\rho_w$	Quantia d'armadures de tallant
$\sigma_c$	Tensió de compressió en el formigó

$\sigma_{cp}$	Tensió de compressió en el formigó per esforços normals o de pretesat
$\sigma_{cu}$	Tensió de compressió en el formigó corresponent a la deformació última
$\tau$	Tensió tangencial de torsió
$\phi$	Diàmetre d'una armadura o d'una beina de pretesat
$\phi_n$	Diàmetre equivalent d'un grup d'armadures
$\varphi(t, t_0)$	Coefficient de fluència definit entre un temps $t_{y_0}$ relatiu a una deformació elàstica als 28 dies
$\varphi(\infty, t_0)$	Coefficient de fluència a temps infinit
$\psi$	Coefficients que defineixen els valors representatius de les accions variables
$\psi_0$	Coefficient pels valors de combinació
$\psi_1$	Coefficient pels valors freqüents
$\psi_2$	Coefficient pels valors quasi permanents

## Resum

El càlcul de la resistència a esforç tallant d'una biga amb secció en T de formigó armat, i de bigues en general, procedeix de les aportacions del formigó, de l'armadura longitudinal i de l'armadura transversal d'acer. La contribució de cadascuna de les parts individualment és difícil d'avaluar, ja que existeix una interacció entre elles. Per aquest motiu anteriorment l'EHE-08 calculava la contribució a l'esforç tallant com a la suma de la component del formigó més la component de l'acer mentre que actualment el nou Codi Estructural té en compte aquesta interacció i no calcula les components aïlladament.

El cap comprimit de la biga de formigó té una importància primordial en els darrers estadis de càrrega d'una biga sotmesa a esforç tallant. En aquesta zona és on es troben les ales de les bigues en T. Actualment no existeix una formulació que ajusti correctament el tallant últim experimental amb el tallant últim prescrit de bigues en T segons les diferents normatives que, de manera conservadora, no contempen la contribució de les ales a aquest esforç.

El treball presenta una extensa base de dades amb assajos experimentals d'arreu del món de bigues de formigó armat de secció en T sotmeses a esforç tallant. Es calcula la resistència teòrica d'aquestes bigues a esforç tallant segons la Instrucció del formigó EHE-08, el Codi Estructural, l'Eurocodi i les formulacions de Zararis et. al. i es contrasta amb els valors experimentals. Zararis té en compte la contribució de les ales a la resistència de tallant, de manera que presenta un ajust més acurat de les seves prediccions als resultats experimentals.

Finalment, s'estudia estadísticament la relació entre el valor de l'esforç tallant experimental en relació amb el valor analític predit per les diferents formulacions citades. D'aquesta manera es pot veure quin és l'ajust de les diferents formulacions als resultats experimentals i la importància que cobren les ales també en el cas de l'esforç tallant.

## **Abstract**

The calculation of the shear strength of reinforced concrete T-beams, and beams in general, comes from the contributions of the concrete, the longitudinal reinforcement and the transverse steel reinforcement. The contribution of each of the individual parts is difficult to evaluate as there is an interaction between them. For this reason the EHE-08 previously calculated the shear strength as the sum of the concrete component plus the steel component. The new Codi Estructural now considers this interaction and does not calculate the components in isolation.

The compressed head of the concrete beam is of major importance in the later load stages of a beam under shear load. It is in this area that the flanges of the T-beams are located. Currently, there is no formulation that correctly adjusts the experimental ultimate shear to the prescribed ultimate shear of T-beams according to the different standards which, conservatively, do not consider the contribution of the flanges to this resistance.

The project presents an extensive database with experimental tests from around the world of T-section reinforced concrete beams subjected to shear resistance. The theoretical shear resistance of these beams is calculated according to the Instrucción de Hormigón EHE-08, the Código Estructural, the Eurocode and the formulations of Zararis et. al. and contrasted with the experimental values. The Zararis formulation is shown because it considers the contribution of the flanges to the shear resistance. This allows a closer fit of their predictions to the experimental results.

Finally, the relationship between the experimental shear stress value in relation to the analytical value predicted by the instructions and the commented formulation is studied statistically. In this way, it is possible to see the fit of the different formulations with the experimental results and the importance of the flanges also in the case of shear resistance.



## Capítol 1

# INTRODUCCIÓ

### 1.1 Motivació i identificació del problema

El món estructural i la rehabilitació esdevenen pilars fonamentals de les línies arquitectòniques del futur. Aquesta rellevància comporta qüestionar-se en quin punt estem. I més concretament en aquest àmbit quina és la relació que s'estableix entre la predicció que donen les diferents formulacions i la realitat obtinguda en assaigs experimentals. La investigació de l'estat de l'art indica que si bé hi ha un ajust prou bo entre les formulacions analítiques i els assaigs experimentals de bigues sotmeses a flexió, aquest ajust no és prou acurat a tallant i més específicament en bigues de formigó armat de secció en T.

Les seccions de les bigues en T de formigó armat trenquen per un tallat últim molt més elevat del que indiquen les seves formulacions. El cap comprimit, que en les bigues en T és una major àrea que en bigues rectangulars, n'és el principal responsable en el darrer estadi de càrrega.

Assajos experimentals d'arreu del món mostren que les ales de les bigues en T aporten major resistència a esforç tallant, però, contràriament al que semblaria lògic, les instruccions no ho tenen en compte si no es disposa de fibres internes dins la secció.

## 1.2 Objectius

L'objectiu general del treball és estudiar si la formulació a tallant del Codi Estructural per a bigues de secció en T de formigó armat s'ajusta als resultats experimentals.

Els objectius específics per a esbrinar si hi ha un ajust real entre les prediccions i els assajos experimentals són:

-Cerca d'assajos a esforç tallant en bigues de formigó armat de secció en T.

-Estudi dels assajos experimentals respecte al que indica la formulació del nou Codi Estructural, l'EHE-08 i l'Eurocodi.

-Si els resultats no s'ajusten a la formulació dels codis esmentats, cercar noves formulacions que ajustin les seves prediccions als resultats experimentals.

-Si els resultats presenten una bona correlació amb els resultats de la formulació del nou Codi Estructural, es garanteix la fiabilitat de la formulació d'aquesta instrucció.

-Comparar els resultats obtinguts amb els resultats de la formulació de Zararis et. al. i mirar quina formulació presenta millor ajust.

### 1.3 Metodologia

El primer pas és l'elaboració d'una extensa base de dades amb assajos a esforç tallant de bigues en T de formigó armat (amb les dades del formigó, de l'acer, tipologia d'armat,..).

Es comprova si el nou Codi Estructural i l'Eurocodi calculen la contribució a tallant del formigó,  $V_{cu}$ , i de l'acer,  $V_{su}$ , de la mateixa manera que ho feia l'anterior instrucció EHE-08. Si ho calculen de la mateixa manera tan sols s'haurà de mirar l'ajust d'aquestes als assajos experimentals. Si ho calculen de manera diferent s'ha d'analitzar quina formulació presenta un millor ajust als assajos experimentals.

Tanmateix, s'estudiarà si les normatives tenen en compte o no la contribució del cap comprimit de les ales i es determinarà d'aquesta manera si són formulacions conservadores a l'hora de trobar la resistència última de tallant de bigues en T o, si en cas contrari, s'ajusten als resultats.

Finalment, s'analitzaran tots els assajos considerats segons la formulació de Zararis et al., una guia que té en compte la contribució de les ales esforç tallant.

## Capítol 2

### ESTAT DE L'ART

#### ESFORÇ TALLANT D'ELEMENTS DE FORMIGÓ ARMAT

Una biga en T, utilitzada en la construcció, és un element linial destinat a suportar càrrega. Pot ser de formigó armat, fusta o metall.

És un element estructural capaç de suportar grans càrregues per resistència a la biga o per reforços interns. La part superior de la secció transversal, o ales, s'encarrega de la resistència a compressió. L'ànima de la biga, part central de l'element, serveix per resistir esforç tallant i per proporcionar una major separació per a les forces acoblades de flexió.

La biga en T, encara que el seu disseny pot semblar senzill, conté múltiples elements d'interès. A diferència d'una biga en I, una biga en T no té una brida inferior, que comporta estalvis en termes de materials i, per tant, menor resistència.

## 2.1 El formigó armat

El formigó armat és una combinació de formigó amb reforç de barres d'acer. El resultat és un material amb alta resistència a la compressió i a la tracció, raó per la qual els usos del formigó armat en la construcció són molt amplis.

Al resistir molts tipus de càrregues permet que tinguin moltes aplicacions. Per tant, el terme 'armat' o 'reforçat' s'utilitza perquè l'acer reforça el formigó i el converteix en un material de construcció encara més resistent, a part de ser fàcil de treballar, adaptable, versàtil, durador i assequible.

El formigó és un material de construcció versàtil que s'obté endurint una mescla de ciment, sorra, grava i aigua en quantitats proporcionades. Com és conegut, el formigó posseeix una resistència a la compressió molt alta però una resistència a tracció baixa. Per això, allà on intervinguin forces de tracció, com en lloses i bigues (que és el cas de les bigues en T), es recomana no usar formigó simple.

La solució, doncs, és afegir acer al formigó, ja que té resistència a tracció. Aquesta unió entre el formigó i l'acer aconsegueix un reforç, assolint un material conegut com a formigó armat.

L'acer es disposa en barres i aquestes es col·loquen allà on l'estructura (a causa de la càrrega que suporta) està exposada a esforços de tracció. En canvi, es deixa el formigó sol sense armadura metàl·lica allà on aquest pateix esforços de compressió. La línia neutra és el que separa la zona de compressió i de tracció.

Aquesta disposició dels materials (formigó i acer) està basada en el fet que el formigó resisteix de per si molt bé la compressió i l'acer presenta una gran resistència a tracció i a compressió.

Així doncs, l'acer queda sòlidament unit al formigó, formant així una peça solidària, sense que es produeixin rellicades d'un material sobre l'altre.

## **2.2 Càlcul a esforç tallant de bigues de formigó armat de secció en T segons el Codi Estructural**

El *Codi Estructural*<sup>1</sup> és el marc reglamentari pel qual s'estableixen les exigències que han d'assegurar les estructures de formigó, les d'acer i les mixtes formigó-acer per a satisfer els requisits de seguretat estructural i seguretat en cas d'incendi, a més de la protecció del medi ambient i la utilització eficient de recursos naturals, proporcionant procediments que permeten demostrar el seu compliment amb suficients garanties tècniques.

Un cop consultat el *Codi Estructural* aprovat el 10 d'agost de 2021, es pot constatar que aquest només té en compte les ales a la contribució a esforç tallant de bigues en T quan aquestes estan reforçades amb fibres. En canvi, quan no ho estan no menciona en cap cas la contribució de les ales.

El *Codi Estructural* té en compte les ales quan el formigó està reforçat amb fibres:

- ***“6.2.2.2. Peces de formigó reforçat amb fibres sense i amb armadura de tallant.***

*Quan existeixin barres longitudinals doblgades que siguin tingudes en compte en el càlcul amb armadura de tallant, almenys un terç de la resistència a tallant haurà de ser proveïda per la contribució de les fibres d'acer o en el seu cas per la contribució conjunta de les fibres d'acer i els estreps verticals. En tot cas, la quantia mínima de l'armadura a tallant estarà establerta i es disposarà tal com marca l'Annex 19.*

*L'esforç a tallant d'esgotament per tracció de l'ànima s'obté mitjançant la següent expressió:*

---

<sup>1</sup> *Real Decreto 470/2021, de 29 de junio, por el que se aprueba el Código Estructural. Boletín Oficial del Estado. Madrid, 10 de agosto de 2021, núm 190, pp. 97664-99452. Recuperat de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2021/06/29/470>.*

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} + V_{fu}$$

on:

$V_{cu}$  Contribució del formigó a la resistència a esforç tallant

$V_{su}$  Contribució de l'armadura transversal de l'ànima a la resistència a esforç tallant

$V_{fu}$  Contribució de les fibres d'acer a la resistència a esforç tallant

$$V_{fu} = 0,7 \xi \tau_{fd} b_0 d$$

on:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \text{ amb } d \text{ en (mm) y } \xi \leq 2$$

$\tau_{fd}$  Valor de càlcul de l'increment de la resistència a tallant degut a les fibres, agafant el

valor:

$$\tau_{fd} = 0,5 f_{ctR,d} \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

En el cas de seccions en T, es podria tenir en compte la contribució de les ales a través d'un coeficient  $k_f$  multiplicador en l'expressió de  $V_{fu}$ . Aquest coeficient pot obtenir-se mitjançant la següent expressió:

$$K_f = 1 + n \cdot \left[ \frac{b_f}{b_0} \right] \cdot \left[ \frac{h_f}{d} \right] \text{ con } K_f \leq 1,5$$

on:

$h_f$  Altura de les ales en mm

$b_f$  Ample de les ales en mm



$b_0$  Ample de l'ànima en mm

$$n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq 3 \quad i \quad n \leq \frac{3 \cdot b_w}{h_f}.$$

Podem comprovar que en aquest cas sí que té en compte la contribució de les ales però només en els casos de les bigues reforçades amb fibres amb o sense armadura a tallant.

- **“7.3.2 Àrees mínimes d'armadura**

(102) Tret que un càlcul més rigorós demostrï que és adequat utilitzar una àrea menor, les àrees mínimes d'armadura es poden calcular amb el següent. En seccions perfilades com bigues en T i bigues-calaix, l'armadura mínima s'ha d'obtenir per cada una de les parts individuals de la secció (ànima i ales).

$$A_{s,min} \sigma_s = k_c k_{fct,eff} A_{ct}.$$

En apartats com aquest veiem que el Codi Estructural especifica que no consideren un càlcul més rigorós.

- **“6.2.4 Esforç rasant entre l'ànima i les ales en seccions en T**

(1) La resistència a rasant de l'ala pot calcular-se considerant-la com un sistema de bieles de compressió combinat amb tirants que es corresponen amb les armadures a tracció.

(2) Ha de disposar-se una armadura longitudinal mínima, tal com s'especifica en l'apartat 9.3.1.

(3) La tensió de rasant,  $V_{Ed}$ , desenvolupada en la unió entre l'ànima i un costat de l'ala, es determina mitjançant una variació de l'esforç normal (longitudinal) en la part de l'ala considerada, d'acord amb:

$$V_{Ed} = \Delta F_d / (h_f \cdot \Delta x)$$

on:

$h_f$  és l'ample de l'ala en les unions

$\Delta_x$  és la longitud considerada, veure la figura 1.

$\Delta F_d$  és la variació de l'esforç normal en l'ala al llarg de la longitud  $\Delta_x$ .

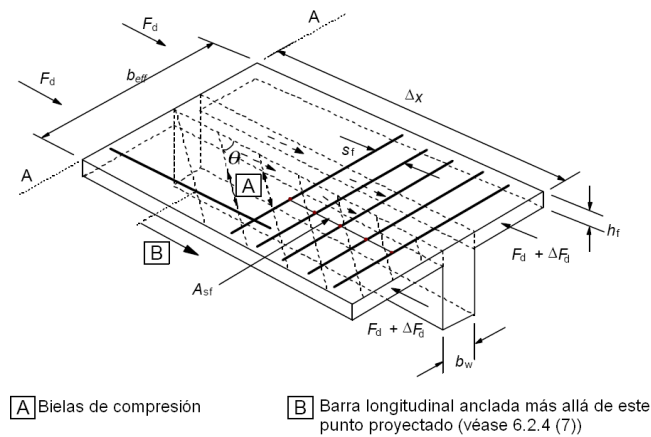


Figura 1. Notació per la connexió entre l'ala i l'ànima. Codi Estructural. Boletín Oficial del Estado. Madrid, 10 de agosto de 2021, núm. 190, pp. 97664-99452.

L'esforç rasant entre ànima i ales no és el tema en qüestió d'aquest estudi, per tant, tampoc ens especifica la contribució de les ales a l'esforç tallant de la biga.

- **“11.6 Estats límits últims**

**11.6.1 Elements que no requereixen armadura de tallant**

(1) El valor de càlcul de la resistència a tallant,  $V_{IRd,c}$  d'un element lleuger sense armadura de tallant s'estableix mitjançant:

$$V_{IRd,c} = [C_{IRd,c} \eta_1 k (100 \rho_l f_{lck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \geq (\eta_1 v_{l,min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (11.6.2)$$

on  $\eta_1$  es defineix en l'expressió (11.1), s'agafa de la taula A19.11.3.1 y  $\sigma_{cp}$  és la tensió mitja de compressió en la secció deguda a l'esforç axial i al pretelat, complint  $\sigma_{cp} < 0,2f_{cd}$ . Els valors de  $C_{IRd,c}$ ,  $v_{l,min}$  i  $k_1$  a utilitzar seran  $0,18/\gamma_c$ ,  $0,035k^{3/2} f_{lck}^{1/2}$  i  $0,15$  respectivament.

(2) L'esforç tallant,  $V_{Ed}$ , calculat sense el coeficient de reducció  $\beta$  ha de satisfer sempre la següent condició:

$$V_{Ed} \leq 0,5b_w d v_1 f_{tcd} \quad (11.6.5)$$

on:

$v_1$  S'obté d'acord amb l'apartat 11.6.2(1).

### 11.6.2 Elements que requereixen armadura de tallant

(1) El coeficient de reducció per a la capacitat resistent de les bieles de formigó és  $v_1$  s'estableix mitjançant l'expressió (11.6.6):

$$v_1 = 0,6\eta_1 \left(1 - \frac{f_{tck}}{250}\right) \quad (11.6.6)$$

on  $\eta_1 = 0,4 + 0,6 \frac{\rho}{2200}$ , sent  $\rho$  la densitat del formigó en  $kg/m^3$ , que, d'acord amb l'Annex 8 del Codi Estructural, estarà compresa entre  $1200 kg/m^3 < \rho \leq 2000 kg/m^3$ .

Per últim, podem observar que la instrucció mostra com calcular els Estats Límits Últims d'elements que requereixen o no d'armadura a tallant, concretament de l'esforç tallant d'aquestes bigues en T, però en cap cas es tracten les seves ales, sinó que només té en compte la pròpia ànima.

Llavors, podem procedir a demostrar que la formulació és conservadora.

Així doncs, el següent apartat pretén exposar les formulacions vigents, en el meu cas mostraré l'EHE-08, el Codi Estructural, l'Eurocodi, i també, la formulació de Zararis *et. al.* que en aquest càlcul sí demostra la contribució a l'esforç tallant de les ales en bigues de formigó en T.

### **2.3 Formulacions incloses en les normes EHE-08, Codi Estructural i Eurocodi per determinar la resistència a tallant de les bigues**

Per calcular els elements amb armadura a tallant, en general hem de distingir dos enfocaments diferents per obtenir la resistència a tallant. Una primera família de models serien els models mecànics multicomponents en els quals tenim una contribució del formigó més una contribució dels estreps ( $V_c+V_s$ ). En aquest cas el que fem és mirar com ha sigut la fissura a tallant i a partir d'aquí deduir les components. Aquest seria l'enfocament de la normativa americana i també, és l'enfocament que ha tingut la Instrucció del Formigó EHE-08<sup>2</sup>, entre d'altres.

L'altre possibilitat és, que de manera independent a la fissura, veure quan poden girar les bieles comprimides i fer un model de gelosia plàstica d'angle variable. En aquest cas, el que fem és tallar per un pla, el més horitzontal possible, paral·lel a les bieles comprimides i, en aquests models, com que el nostre pla de càlcul ja considera tota l'altura útil de la biga només considerarem la contribució de l'armadura a tallant ( $V_s$ ). Així doncs, el càlcul serà més senzill perquè només tindrem una contribució, però en alguns casos podrà ser més conservador, sobretot en els casos en què la contribució del formigó ( $V_c$ ) sigui important. Models basats en aquesta gelosia plàstica d'angle variable serien l'Eurocodi 2 o el Codi Estructural, que no es calculen exactament idèntics, ja que el Codi Estructural com veurem més endavant serà un pèl més conservador. Certament, l'EHE-08 permet la coexistència dels dos models depèn del cas de càlcul.

A continuació s'exposen les formulacions analítiques per avaluar la resistència a tallant recollides en les recomanacions o guies de disseny existents, en el meu cas utilitzaré l'EHE-08, el Codi Estructural i l'Eurocodi 2.

---

<sup>2</sup> *Real Decreto 1247/2008, de 18 de julio, por el que se aprueba la instrucción de hormigón estructural (EHE-08). Boletín Oficial del Estado. Madrid, 22 de agosto de 2008, núm 203, pp. 35176-35178. Recuperat de <https://www.boe.es/eli/es/rd/2008/07/18/1247>.*

## EHE-08

L'Estat Límit d'Esgotament per esforç tallant es pot assolir, ja sigui per esgotar-se la resistència a compressió de l'ànima, o per esgotar-se la seva resistència a tracció.

Pel tallant d'esgotament per tracció en l'ànima, els models de disseny citats consideren que el tallant últim d'una peça de formigó armat es poden obtenir amb la suma de les contribucions dels diferents components (Eq. 1): l'armadura transversal existent,  $V_s$ , i els reforços externs del FRP,  $V_{FRP}$ , i en alguns casos, si és que la consideren, la contribució del formigó,  $V_c$ . En el meu cas  $V_{frp}$  serà igual a zero, ja que el treball contempla les bigues de formigó armat sense reforç.

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} + V_{FRP} \quad (Eq. 1)$$

On  $V_c$  i  $V_s$  es calculen com si es tractés d'una biga sense reforçar, independentment del tipus d'esforç de FRP adoptat.

D'acord amb la normativa anterior espanyola, *Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08* (2008), la contribució de l'armadura transversal de l'ànima a la resistència d'esforç tallant,  $V_{su}$ , és:

$$V_{su} = 0,9 \cdot d \cdot A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d} \cdot \cotg \theta \quad (Eq. 2)$$

On:

$d$ : distància des de la fibra més comprimida de formigó fins al centre de gravetat de l'armadura a tracció.

$f_{y\alpha,d}$  = resistència de càlcul de l'armadura transversal  $A_\alpha$

$\theta$  = angle entre les bieles de compressió del formigó i l'eix de la peça. S'ha de verificar que  $0,5 \leq \cot \theta \leq 2$ .

$A_\alpha$  = àrea per unitat de longitud de cada grup d'armadures que formen un angle  $\alpha$  amb la directriu de la peça ( $\text{mm}^2/\text{mm}$ ).

La contribució del formigó a la resistència d'esforç tallant segons la instrucció EHE-08 és:

$$V_{cu} = (0,15 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0,15\sigma_{cd}) \cdot \beta \cdot b_o \cdot d \quad (Eq. 3)$$

On:

$f_{cv}$ : resistència efectiva del formigó a tallant en  $\text{N}/\text{mm}^2$  de valor  $f_{cv}=f_{ck}$  amb  $f_{cv}$  no major  $15 \text{ N}/\text{mm}^2$  en el cas de control indirecte del formigó.

$f_{ck}$ : resistència a compressió del formigó en  $\text{N}/\text{mm}^2$ . S'adoptaran valors de  $f_{ck}$  de fins a  $100 \text{ N}/\text{mm}^2$ .

$\sigma'_{cd}$ : tensió axial mitja en l'ànima de la secció

$$\beta = \frac{2 \cdot \cotg \theta - 1}{2 \cdot \cotg \theta_e - 1} \quad \text{si } 0,5 \leq \cotg \theta \leq \cotg \theta_e. \quad (Eq. 4)$$

$$\beta = \frac{2 \cdot \cotg \theta - 2}{2 \cdot \cotg \theta_e - 2} \quad \text{si } \cotg \theta_e \leq \cotg \theta \leq 2. \quad (Eq. 5)$$

$\theta_e$ : angle de referència d'inclinació de les fissures, pel qual pot adoptar-se l'expressió anteriorment citada:

$$\theta_e = 29 + 7\epsilon_x$$

$\xi$ : coeficient obtingut segons:  $\xi = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) < 2$  amb  $d$  en mm.

$\rho_l$ : quantia geomètrica de l'armadura longitudinal principal de tracció, passiva i activa adherent, ancorada a una distància igual o major que  $d$  a partir de la secció d'estudi.

$$\rho_l = \frac{A_s + A_p}{b_o \cdot d} \leq 0,02. \quad (Eq. 6)$$

$b_o$ : ample de l'ànima segons el punt 44.2.1 de la EHE-08 (2008).

$\epsilon_x$ : deformació longitudinal en l'ànima, expressat en tant per mil, i obtinguda mitjançant la següent equació:

$$\epsilon_x \approx \frac{\frac{M_d}{z} + V_{rd} - 0,5N_d - A_p \sigma_{p0}}{2(E_s A_s + E_p A_p)} \cdot 1000 < 0. \quad (Eq. 7)$$

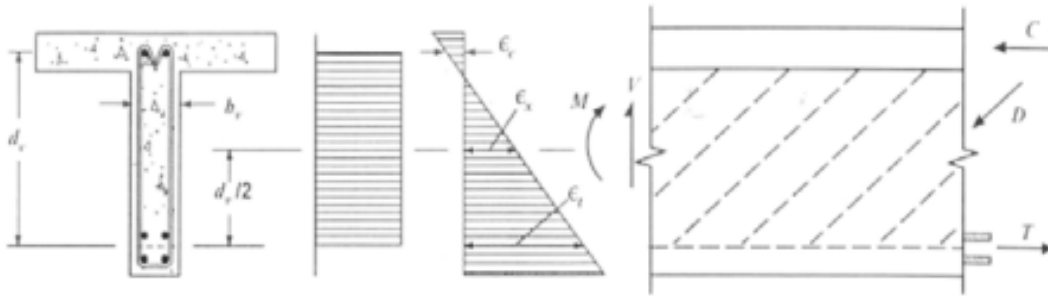


Figura 2. Deformació longitudinal de l'ànima. EHE-08 Instrucció de hormigón estructural. Boletín Oficial del Estado. Madrid, 22 de agosto de 2008, núm. 203, pp. 35176-35178.

On:

$\sigma_{p0}$ : Tensió en els tendons de pretesat quan la deformació del formigó que els envolta és igual a 0.

Per avaluar la deformació longitudinal de l'ànima,  $\epsilon_x$ , s'han de tenir en compte les següents consideracions:

- $V_{rd}$  i  $M_d$  es prenen com a positius i  $M_d$  no s'agafarà com a menor de  $z \cdot V_{rd}$ .
- $N_d$  es considera positiu de compressió.
- Els valors d' $A_s$  i  $A_p$  són els de l'armadura inclinada en la secció d'estudi. En cas contrari, es reduirà en proporció a la seva falta de longitud de anclatge.
- Si la tensió de tracció pot produir fissuració del cap comprimit, es doblarà el valor de  $\epsilon_x$  obtingut de l'equació.

## **Codi Estructural i Eurocodi**

El càlcul de la resistència a tallant al Codi Estructural és molt similar, pràcticament idèntic, a l'Eurocodi 2. Està especificat a l'annex 19: "*Proyecto de Estructuras de hormigón. Reglas generales y reglas para edificación*".

La diferència de càlcul entre les dues normatives és que el Codi Estructural considera  $0,5 \leq \cot\theta \leq 2$  i, en canvi, l'Eurocodi 2 considera  $1 \leq \cot\theta \leq 2,5$ . Essent d'aquesta manera més conservador el Codi Estructural.

### **1. Resistència a tallant sense armadura transversal**

El primer model és el cas d'elements sense armadura transversal, la capacitat de tallant s'avalua amb el màxim entre  $V_{Rd,c}$  i una resistència mínima  $V_{Rd,min}$ .

$V_{Rd,c}$  depèn de la relació de l'armadura d'acer longitudinal ordinària i pretesada. Les equacions (11) i (17) es refereixen a una secció equivalent tancada en l'ànima, és a dir, utilitzant l'ample de l'ànima i la profunditat efectiva "d".

Per l'efecte de la resistència a tallant, la relació d'acer longitudinal no s'ha de prendre més gran que 0,02. El valor mínim de la resistència a tallant és independent de la relació d'acer longitudinal, (Eq. 13). Aquesta equació té la tendència a governar la capacitat de tallant en elements amb petites relacions d'esforç.

Ambdues capacitats de tallant inclouen un paràmetre d'efecte de dimensió  $k$ , Eq. (15). Aquest terme empíric reflecteix la dependència de la resistència a tallant amb relació a la profunditat. Es basa en l'observació experimental que, en elements amb forma i relació d'armadures similars, però amb diferents factors d'escala, l'esforç tallant mig que produeix l'errada es redueix amb la dimensió de la proveta.



$$V_{Rd} = \max\{V_{Rd,c}, V_{Rd,min}\} \quad (Eq. 11)$$

$$V_{Rd,c} = (C_{Rd} \cdot k \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (Eq. 12)$$

$$V_{Rd,min} = (0,035 \cdot \sqrt[3]{k^3 \cdot f_{ck}} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (Eq. 13)$$

$$C_{Rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} \quad (Eq. 14)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad (d \text{ in mm}) \quad (Eq. 15)$$

$k_1 = 0,15$  és un paràmetre determinat nacional,  $0,15$  és el valor recomanat en el Codi Estructural, i el seleccionat per la seva aplicació a Espanya.

$$\sigma_{cp} = \frac{P+N}{A_c} \leq 0,20 \cdot f_{cd} \quad (Eq. 16)$$

$$\rho_l = \frac{A_{s,long} + A_p}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (Eq. 17)$$



La resistència efectiva a la compressió ( $\alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}$ ) s'agafa com la resistència de disseny uniaxial del formigó ( $f_{cd}$ ) afectada per dos coeficients. El coeficient 1 representa la reducció de la resistència a la compressió produïda per la presència d'esquerda diagonal. Es sap que aquest factor de reducció depèn de l'amplada de l'esquerda ortogonal. En el Codi Estructural, s'utilitzen els valors donats en l'Equació (20 i 21) que només depenen del grau del formigó. Aquests valors són adequats per les fissures l'ample de la qual està controlada per les armadures adherides que creuen les fissures.

$$v_1 = 0,6 \leftarrow f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \quad (\text{Eq. 20})$$

$$v_1 = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \leftarrow f_{ck} > 60 \text{ MPa} \quad (\text{Eq. 21})$$

$\alpha_{cw}$  és un coeficient que té en compte els efectes de les forces axials concurrents en el puntal de compressió de l'ànima, en termes de la tensió normal mitja,  $\sigma = (N + P)/A_c$ . Aquest coeficient està definit a l'equació (22, 23 i 24). Com es pot observar, les forces de compressió augmenten inicialment la capacitat del puntal perquè ajuda a controlar l'obertura de les esquerdes diagonals. Les tensions normals de compressió són beneficioses fins a un valor relatiu de  $\sigma = 0,25 f_{cd}$  quan aconsegueix el màxim benefici. Després de  $\sigma > 0,5 f_{cd}$  la fallada per compressió comença a ser controlada per la compressió en l'ànima.

$$\alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma}{f_{cd}}, \text{ per } \sigma < 0,25 f_{cd} \quad (\text{Eq. 22})$$

$$\alpha_{cw} = 1,25, \text{ per } 0,25 f_{cd} \leq \sigma \leq 0,5 f_{cd} \quad (\text{Eq. 23})$$

$$\alpha_{cw} = 2 \left( 1 - \frac{\sigma}{f_{cd}} \right), \text{ per } \sigma > 0,5 f_{cd} \quad (\text{Eq. 24})$$

Per completar la resistència a cisallament del puntal diagonal, encara hem de definir la dimensió transversal del puntal de compressió ( $\alpha$  a l'Equació 19). La dimensió  $\alpha$  està limitada pel puntal adjacent (Fig. 3); per tant, el valor màxim possible ve donat per l'Equació (25). Substituint les

equacions, s'obté que la resistència a la compressió del puntal diagonal ve donada per l'equació (14).

$$\alpha = z \cdot \cot\theta \cdot \sin\theta = z \cdot \cos\theta \quad (\text{Eq. 25})$$

$$D_R = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \cos\theta \quad (\text{Eq. 26})$$

L'esforç tallant que produeix una força diagonal igual a la resistència a la compressió del puntal diagonal ve donat per l'Eq. (26), que representa el màxim esforç tallant possible resistit per la secció transversal, independentment de la relació d'acer transversal disposada. Fent transformacions trigonomètriques obtenim:

$$V_{Rd,max} = D_R \cdot \sin\theta \quad (\text{Eq. 27})$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \quad (\text{Eq. 28})$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot\theta}{1+(\cot\theta)^2} \quad (\text{Eq. 29})$$

Observem que la resistència a tallant del puntal diagonal no depèn de les armadures verticals o longitudinals, sinó únicament de la dimensió de l'element ( $b$  i  $z$ ) i del grau del formigó ( $f_{cd}$ ). Per tant, si el puntal diagonal controla la resistència a tallant (la diagonal és el component de la gelosia amb la menor resistència), l'única possibilitat de disseny és augmentar la dimensió de l'element o el grau del formigó. Per això, l'equació (27, 28 i 29) també defineix la força màxima de tallant que pot resistir l'element, independentment de la relació de l'armadura d'acer disposada ( $V_{Rd,max}$ ).

$V_{Rd,max}$  també depèn de l'angle de l'angle del puntal ( $\theta$ ). El valor màxim de  $V_{Rd,max}$  s'aconsegueix per  $\cot\theta = 1$ , o  $\theta = 45^\circ$ .

La força que ha de resistir l'armadura longitudinal és:

$$T_1 = \frac{M}{z} + \frac{D}{2} \cdot \cos\theta \quad (\text{Eq. 30})$$

$$T_1 = \frac{M}{z} + \frac{1}{2} \cdot V \cdot \cot\theta \quad (\text{Eq. 31})$$

La força que ha de resistir l'armadura transversal és igual a l'esforç tallant existent en la secció (Fig. 4). Ha de ser resistida pels tirants de reforç transversal que creuen l'esquerda inclinada, com es descriu en la següent equació:

$$T_t = V_s = \Sigma_{ties} \cdot A_{sw} \cdot f_y \quad (\text{Eq. 32})$$

On el nombre de tirants que creuen l'esquerda és:

$$\text{N}^\circ \text{ de tirants} = V_s = \Sigma_{ties} = \frac{z \cdot \cos\theta}{s_t} \quad (\text{Eq. 33})$$

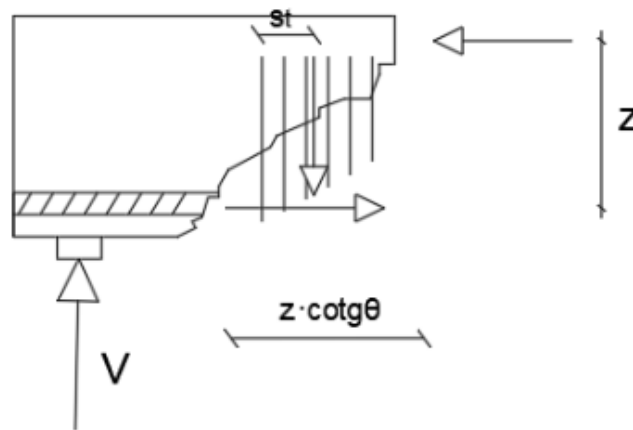


Figura 4. Equilibri de la força tallant i la resultant de les forces en el tirants verticals que creuen l'esquerda inclinada. "Design of Concrete Structures. Civil Engineering Course Notes (v.2020.1). Shear resistance. Prof. J.M. Bairán".

Per tant, la resistència a tallant de l'armadura transversal ve donada per l'equació (34).

$$V_s = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_y \cdot z \cdot \cot\theta \quad (\text{Eq. 34})$$

Com que aquest model es basa en l'equilibri de les components plàstiques, el terme  $\cot\theta$  pot ser seleccionat pel dissenyador, sempre que satisfaci totes les condicions d'equilibri anteriors i que es trobi en el següent rang:

Pel cas del Codi Estructural:

$$0,5 \leq \cot\theta \leq 2 \quad (\text{Eq. 35})$$

Pel cas de l'Eurocodi:

$$1 \leq \cot\theta \leq 2,5 \quad (\text{Eq. 36})$$

Així, finalment, la resistència a tallant en la secció és el mínim dels diferents elements de la gelosia:

$$V_R = \text{MIN} \left\{ \begin{array}{l} V_s \\ V_{R,max} \end{array} \right. \quad (\text{Eq. 37})$$

## **2.4 Anàlisi d'un mètode de càlcul relatiu existent per avaluar la contribució a esforç tallant de les ales**

Les instruccions estatals existents no contemplen la contribució de les ales a la resistència a tallant. Per tant, podem veure una formulació actual que sí que contempla les ales i, a més, s'ajusta molt als valors experimentals.

### **Zararis et. Al**

La formulació que estudiarem per comparar-la amb el resultats experimentals i els de les instruccions esmentades és la formulació de Zararis et al. (2006) publicada a la revista ACI Structural Journal.

Tal com mencionen a l'article, la resistència a tall de les bigues de formigó armat ha estat un tema de recerca molt conegut durant les últimes dècades. Però l'estudi de la resistència a tallant en el cas de les bigues en T, en canvi, és molt limitat tot i que les bigues en T són molt utilitzades.

A més, esmenten que en els codis internacionals com *l'ACI Building Code* i *l'Eurocodi*, s'assumeix que la força tallant en una biga en T només l'aporta l'ànima. Aquesta suposició errònia ha prevalgut sempre en la pràctica del disseny a tallant. Les proves mostren que la resistència a tallant d'una biga en T és, en molts casos, considerablement superior a la de les bigues que només consideren l'ànima. Això es deu únicament a l'augment de la compressió. A més a més, un augment del nombre d'estreps no dona cap avantatge a les bigues en T sobre les bigues rectangulars.

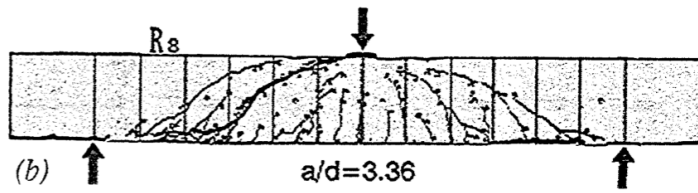


Figura 5. Patró de fissuració final de bigues d'assaig rectangulars esveltes amb estreps (Placas). Zararis, I.P; Karaveziroglou M.K y Zararis, P.D. "Shear strength of reinforced concrete T- beams". *ACI Structural Journal*, 2006, 103(5); 693-700.

En l'article assenyalen que en les bigues en T de formigó armat es considera que el tallant es produeix de la mateixa manera que en les bigues esveltes rectangulars. És a dir, el falliment per tallant en una biga en T només es produeix quan la força tallant  $V_d$  de les barres d'acer longitudinals, després d'augmentar significativament amb la cessió dels estreps, provoca una divisió horitzontal del formigó al llarg del reforç longitudinal. Aquesta ruptura provoca la pèrdua de la força tallant  $V_d$  i, en conseqüència, el falliment de la biga en T.

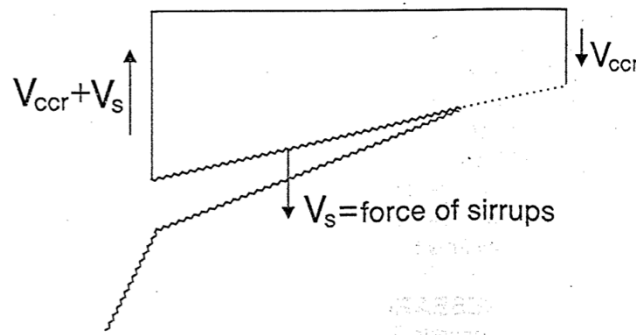


Figura 6. Esforços verticals en l'element sobre la segona branca de l'esquerda diagonal crítica. Zararis, I.P; Karaveziroglou M.K y Zararis, P.D. "Shear strength of reinforced concrete T- beams". *ACI Structural Journal*, 2006, 103(5); 693-700.

Seguint el mateix que en l'anàlisi del cas de les bigues rectangulars, s'obté una expressió similar a la de les bigues rectangulars, però afegint l'element  $b_{ef}$ , que és la contribució de les ales.

Segons Zararis et al., la resistència a tallant de les bigues en T sense reforç de cisalla és:



$$V_u = V_{cr} + V_s + \Delta V_d \quad (Eq. 38)$$

On:

$$V_u = V_{cr} + (0.5 + 0.25 \frac{a}{d}) \rho_w f_{yv} b_w d \quad (Eq. 39)$$

$$V_{cr} = (1.2 - 0.2 \frac{a}{d}) x \frac{c}{d} f_{ct} b_{ef} d \quad (Eq. 40)$$

$$b_{ef} = b_w \left[ 1 + 0.5 x \frac{h_f}{d} \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) / \frac{c}{d} \right] \quad (Eq. 41)$$

Per tant, l'equació queda així:

$$V_u = \left[ \left( 1.2 - 0.2 \frac{a}{d} \right) \frac{b_{ef}}{b_w} x \frac{c}{d} f_{ct} + \left( 0.5 + 0.25 \frac{a}{d} \right) \rho_w f_{yv} \right] b_w d \quad (Eq. 42)$$

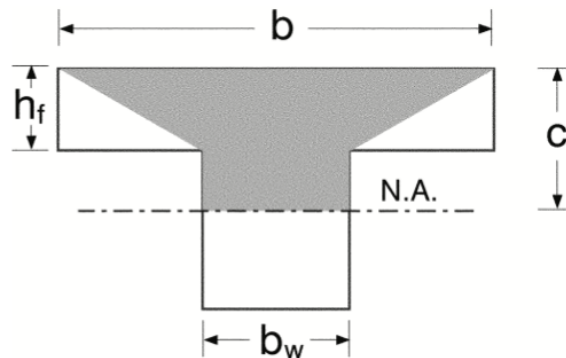


Figura 7. Secció transversal de la biga en T amb àrea efectiva de tallant del formigó (ombrejat).  
 Zararis, I.P; Karaveziroglou M.K y Zararis, P.D. "Shear strength of reinforced concrete T- beams".  
 ACI Structural Journal, 2006, 103(5); 693-700.

## **CAPÍTOL 3**

### **ANÀLISI DELS MODELS DE LES GUIES ACTUALS DE DISSENY EXISTENT PER AVALUAR LA RESISTÈNCIA A TALLANT**

#### **3.1 Introducció**

Es recopila una extensa base de dades amb assajos experimentals d'arreu del món de bigues de formigó armat de secció en T que col·lapsen per esforç tallant. Aquesta base de dades s'adjunta en els annexes. S'analitza la resistència a tallant d'aquestes bigues segons la formulació de l'anterior instrucció EHE-08, el Codi Estructural, l'Eurocodi i la formulació de Zararis et. al. Aquesta darrera formulació té en compte la contribució de les ales a esforç tallant.

#### **3.2 Interpretació dels resultats**

Un cop s'ha obtingut els resultats de les tres formulacions estudiades, s'ha procedit a crear unes gràfiques estadístiques. En aquestes, s'exposa el valor de la resistència a tallant experimental ( $V_{exp}$ ) i el valor de la resistència a tallant analítica assolida dels resultats de les formulacions ( $V_{pred}$ ). Així doncs, s'aconsegueix tres gràfiques diferents en les quals s'observa: el valor  $V_u$  experimental /  $V_u$  de càlcul que es representa en punts (x,y), una línia a quaranta-cinc graus d'inclinació que representa la coincidència entre el valor calculat i el de laboratori, i una línia de tendència.

Si els punts de les gràfiques s'apropen a la línia inclinada, significa que la instrucció estudiada s'ajusta o s'aproxima molt al valor de càlcul. En canvi, si el punt de la gràfica  $V_{exp} / V_{pred}$  s'allunya de la línia a quaranta-cinc graus, simbolitza que la instrucció no s'aproxima als valors experimentals extrets dels assajos i, per tant, és conservadora o arriscada.

És conservadora si els punts queden per sobre la línia de quaranta-cinc graus i és arriscada si queda per sota.

Tot seguit demostrats els resultats de manera gràfica es procedeix a la demostració numèrica calculant la desviació estàndard, la mitjana i, per últim, el coeficient de variació.

A continuació s'exposen els resultats.

### **3.3 Anàlisi de resultats**

A les gràfiques que es mostren a continuació, a l'eix vertical (y) es situen els valors experimentals de la resistència a tallant trobats quan es van fer els assajos de cada biga. A l'eix horitzontal (x) es situen els valors predits procedents dels càlculs de cada normativa. D'aquesta manera es pot observar que si  $V_{exp}$  i  $V_{pred}$  coincideixen el quocient és 1. En el gràfic això es tradueix en que el punt es situarà sobre la línia taronja.

En els resultats gràfics que relacionen el valor del tallant experimental últim i el de càlcul segons la EHE-08 (veure figura 8), la majoria de punts representats queden per sobre de la línia taronja que simbolitza la correspondència entre el tallant experimental i el teòric. Aquest cas indica que els càlculs són conservadors ja que el tallant experimental és superior al tallant que prediu la instrucció. A més, podem comprovar la dispersió que hi ha entre el valors i la línia a quaranta-cinc graus. L'EHE-08 en aquest sentit és la normativa que presenta major dispersió en els seus càlculs.

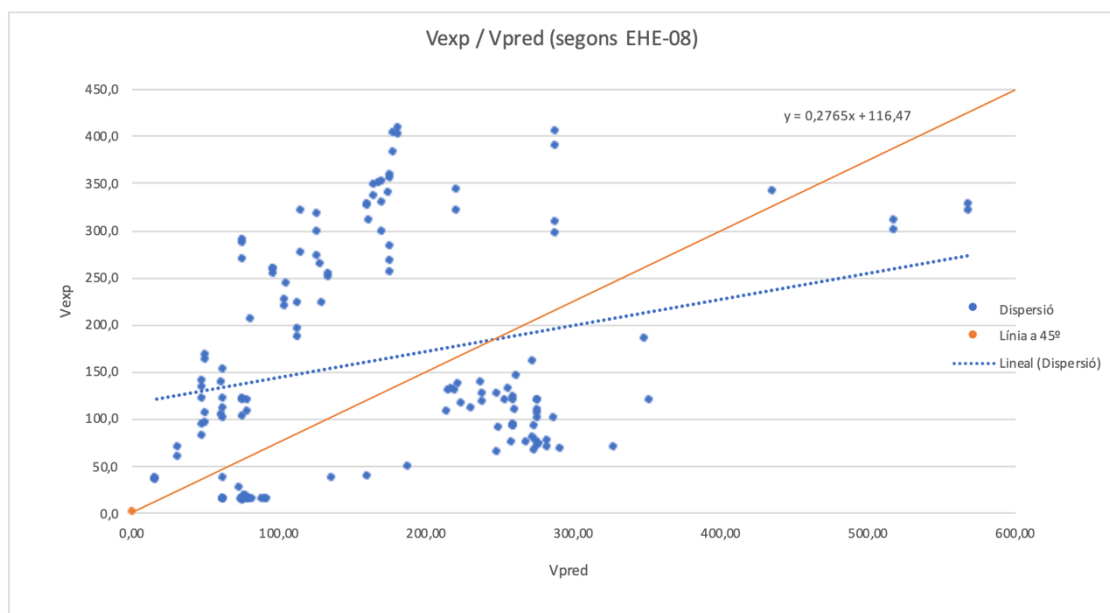


Figura 8. Gràfica  $V_{exp}$ - $V_{pred}$  segons la EHE-08. Elaboració pròpia.

Els resultats que relacionen gràficament el valor del tallant experimental amb el de càlcul del Codi Estructural i l'Eurocodi (veure figura 9) presenten uns resultats conservadors del costat de la seguretat, ja que la majoria de punts representats queden per sobre de la línia de correspondència entre el tallant experimental i el teòric. S'observa una menor dispersió en el cas del Codi Estructural i l'Eurocodi respecte l'EHE-08 que fa pensar que el seu procediment de càlcul capta millor els fenòmens físics que intervenen en l'assaig a tallant del que ho fa l'anterior normativa EHE-08.

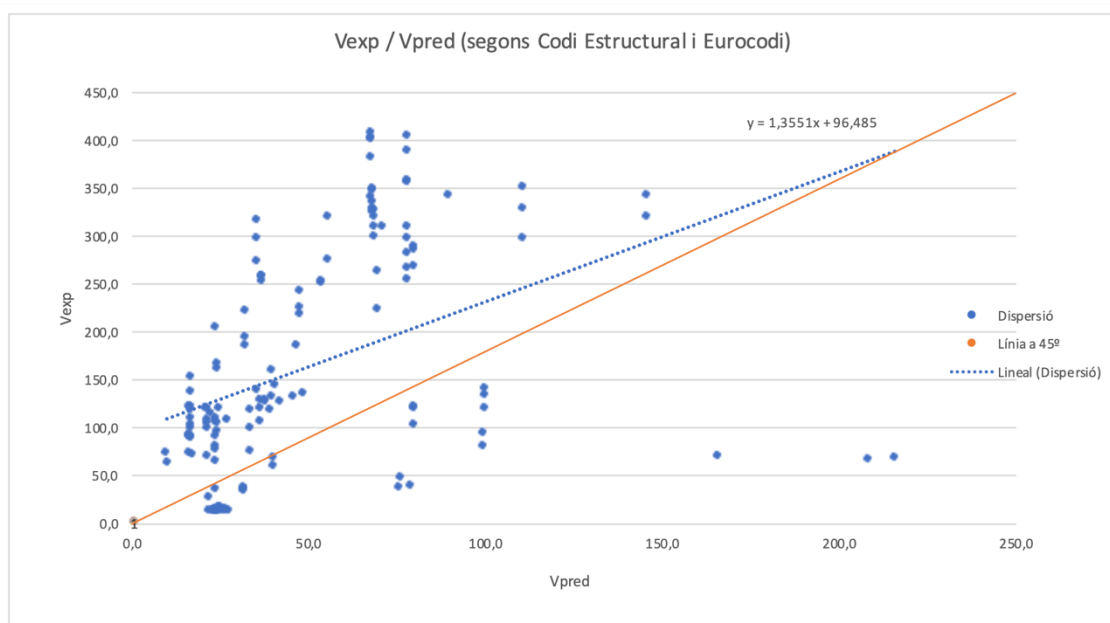


Figura 9. Gràfica Vexp-Vpred segons el Codi Estructural i l'Eurocodi. Elaboració pròpia.

Els resultats gràfics que relacionen el valor experimental i el de càlcul segons Zararis et. al., indiquen que la línia de tendència s'acosta força a la línia taronja de resultats òptims en què el valor del tallant experimental correspon al valor del tallant teòric. Tot i això, aquest fet es dona perquè el nombre d'assajos que s'allunyen per sobre d'aquesta línia coincideix aproximadament amb el nombre d'assajos que s'allunyen per sota d'aquesta línia, ja que la dispersió no és menyspreable.

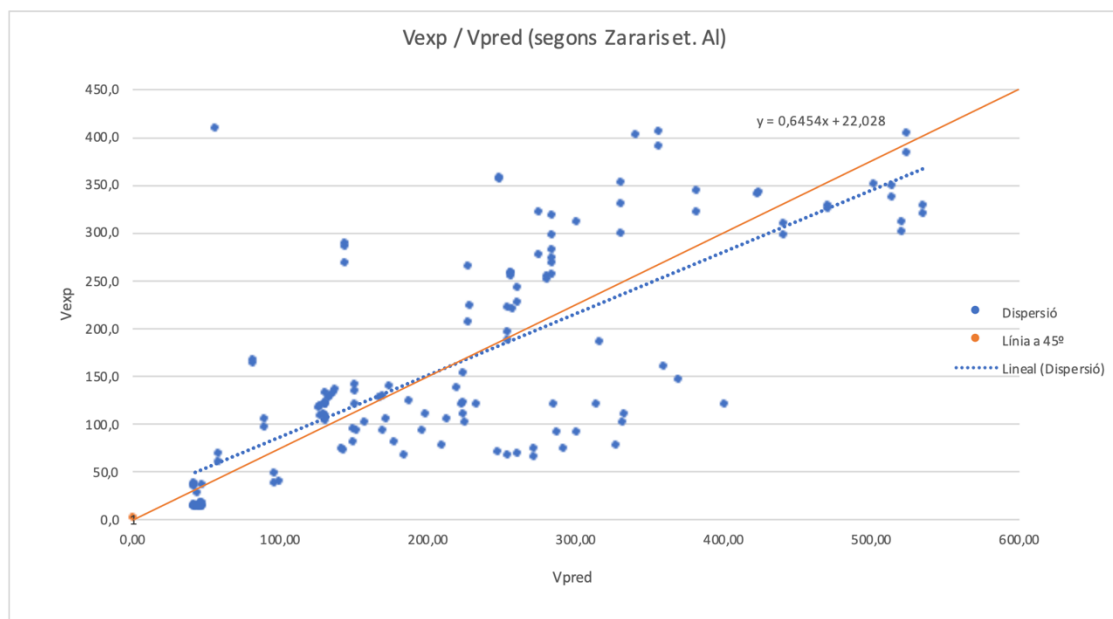


Figura 10. Gràfica Vexp-Vpred segons Zararis. Elaboració pròpia.

Un cop observades les gràfiques, es presenta els resultats numèrics de la desviació estàndard, la mitjana i el coeficient de variació.

La desviació estàndard mesura la dispersió d'una distribució de dades. Entre més dispersa està una distribució de dades, més gran és la seva desviació estàndard.

La mitjana és el valor promig d'un conjunt de dades numèriques, calculada com la suma del conjunt de valors i dividida entre el nombre total de valors.

Per últim, el coeficient de variació és una mesura estadística de dispersió que permet l'anàlisi de les desviacions de les dades en respecte a la mitjana i al mateix temps les dispersions que tenen les dades entre si.

EHE'08		
Vexp / Vpred		
MAX	3,81	
MÍN	0,15	
$\sigma$	0,96	: DESVIACIÓ ESTÀNDARD
$\mu$	1,24	: PROMIG
C.O.V.	77,31	%

Zararis		
Vexp / Vpred		
MÀX	2,02	
MÍN	0,23	
$\sigma$	0,37	: DESVIACIÓ ESTÀNDARD
$\mu$	0,73	: PROMIG
C.O.V.	50,34	%

Codi Est. i Eurocodi		
Vexp / Vpred		
MAX	9,13	
MIN	0,32	
$\sigma$	2,60	: DESVIACIÓ ESTÀNDARD
$\mu$	3,76	: PROMIG
C.O.V.	69,08	%

Figura 11. Resultats estadístics. Elaboració pròpia.

L'EHE-08 que és la primer resultat, mostra una desviació estàndard de 0,95, una mitjana de 1,24 i un coeficient de variació del 77,31%. Observem que aquesta instrucció en quant a la desviació

estàndard és el segon amb la desviació major, ja que és més encertat quant més s'aproxima al valor 0. El coeficient de variació és el més desfavorable dels tres càlculs.

El Codi Estructural i l'Euorocodi, presenta una desviació estàndard de 2,60, una mitjana de 3,76 i un coeficient de variació del 69,08%. Veiem que aquestes normatives són les més desfavorables en quant a la desviació estàndard i a la mitjana. En quant al coeficient de variació aquesta normativa resulta ser la segona més desfavorable.

Per últim, Zararis et. al., mostra una desviació estàndard de 0,37, una mitjana de 0,73 i un coeficient de variació de 50,34%. Si recordem que la desviació estàndard per ser encertada s'ha d'apropar al 0, que la mitjana s'ha d'apropar al valor 1 i que el coeficient de variació és considerat tolerable al 50%, podem considerar que la formulació de Zararis et. al., és la més adequada. Veiem doncs, que la formulació que presenta menys dispersió és aquesta última.



## **CAPÍTOL 4**

### **CONCLUSIONS**

S'ha analitzat la formulació actual sobre la resistència a tallant de les ales de les bigues de formigó en T i s'ha comparat amb la predicció teòrica dels diversos resultats experimentals d'una base de dades d'assajos recopilats en aquest treball. S'ha obtingut que efectivament les formulacions de l'EHE-08, el Codi Estructural i l'Eurocodi no s'ajusten als valors experimentals. En canvi, Zararis et. al. prediu una formulació que s'ajusta més que la resta.

Els valors de càlcul han estat trobats a partir de les característiques de diferents bigues i armadures. S'ha calculat una ràtio entre el tallant experimental i el predit, a partir de la qual s'ha fet una mitjana per veure si s'aproxima a 1, que significaria la coincidència entre el valor teòric i el de laboratori.

S'ha pogut comprovar que Zararis és la formulació que més s'ajusta, ja que resulta un coeficient de variació del 50% que continua essent tolerable, a diferència del 69% que presenta el Codi Estructural i l'Eurocodi i el 77% de l'EHE-08.

La predicció del tallant últim segons l'EHE-08 és conservadora donat que els valors de càlcul superen els valors experimentals. Si els valors analítics superen els valors experimentals significa que el càlcul és conservador, en canvi, si els valors analítics són inferiors respecte els experimentals vol dir que el càlcul és arriscat.

Així doncs, la predicció del tallant últim segons el Codi Estructural i l'Eurocodi és molt arriscada, sobretot pel que fa al Codi Estructural, donat que no considera la contribució de les ales a la resistència a tallant, el valor experimental tallant supera per molt el valor

calculat i, a més, el valor de la cotangent màxima es limita a 2 a diferència de l'Eurocodi que la limita a 2,5.

La formulació de Zararis et Al. (2006), per avaluar la resistència última de tallant de bigues en T de formigó armat sense reforç extern, és la que s'ajusta més satisfactòriament als assajos experimentals. Per tant, donats aquests resultats que s'ajusten tant experimentalment com teòricament, es demostraria que les ales de les bigues de formigó en T si contribueixen en la resistència a tallant d'aquestes i, per tant, el Codi Estructural (l'actual) i altres formulacions l'haurien d'incloure.

## BIBLIOGRAFIA

### Pàgines web

**-EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural.** Comisión Permanente del Hormigón. Madrid: Ministerio de Fomento. Centro de Publicaciones, 2008, 2008. 978-84-498-0825-8.

**-Código Estructural.** <https://www.boe.es/eli/es/rd/2021/06/29/470/dof/spa/pdf>

[http://www.halinco.de/html/proy-es/tec\\_const/Horm-Armado/Hn-Ao-01.html](http://www.halinco.de/html/proy-es/tec_const/Horm-Armado/Hn-Ao-01.html)

<https://ingenierosasesores.com/actualidad/usos-del-hormigon-armado-en-la-construccion/>

### Articles

**-Zararis, I.P; Karaveziroglou M.K y Zararis, P.D.** “*Shear strength of reinforced concrete T-beams*”. *ACI Structural Journal*, 2006, 103(5); 693-700.

**-Zararis, I.P; Zararis, D and Prodromos.** “*Shear Strenght of Reinforced Concrete Slender Beams with or without Axial Forces – A Generalized Theory*”. *ACI Structural Journal*, 2009.

**-Celada Blesa, U; Marí Bernat, A; Oller Ibars, E; Bairán García, J; Pujol Sanchez, M.** “*Sobre el cortante en secciones en T y sus mecanismos resistentes*”. VI Congreso de ACHE.

**-Ribas González, C; Rius Gibert, J; Cladera Bohigas, Antoni; Mas Gracia, Benito.** “*Una reflexión sobre la resistencia a cortante en vigas de hormigón con secciones en T*”. VII Congreso de ACHE.

**-Arriaga Marte, D. E.** “*Refuerzo a cortante mediante la disposición de armadura longitudinal a flexión en vigas de hormigón armado*”. Trabajo de final de máster. UPC Escola de camins.

**-Pansuk, Withit, and Yasuhiko Sato.** “*Shear mechanism of reinforced concrete T-beams with stirrups.*” *Journal of Advanced Concrete Technology* 5.3 (2007): 395-408.

**-Thamrin, Rendy, et al.** “*Shear strength of reinforced concrete T-beams without stirrups.*” *Journal of Engineering Science and Technology* 11.4 (2016): 548-562.

**-Sun, Min, et al.** “*Experimental research and finite element analysis on mechanical property of SFRC T-beam.*” *Advances in Civil Engineering* (2017).

**-Moayer, M., and P. E. Regan.** “*Shear strength of prestressed and reinforced concrete T-beams.*” *ACI Special Publication* 42 (1974): 183-214.

**-Al-Alusi, A. F.** “*Diagonal tension strength of reinforced concrete T-beams with varying shear span.*” *ACI Journal Proceedings*. Vol. 53. No. 5. 1957.

**-Ayensa, Alberto, et al.** “*Influence of the flanges width and thickness on the shear strength of reinforced concrete beams with T-shaped cross section.*” *Engineering Structures* 188 (2019): 506-518.

**-Giaccio, Craig, Riadh Al Mahaidi, and Geoff Taplin.** “*Experimental study on the effect of flange geometry on the shear strength of reinforced concrete T-beams subjected to concentrated loads.*” *Canadian Journal of Civil Engineering* 29.6 (2002): 911-918.

**-Rodrigues, Carlos Pinto, and David Darwin.** “*Shear strength of lightly reinforced T-beams in negative bending.*” *ACI Structural Journal* 84.1 (1987): 77-85.

**-Sorensen, Hans Christian.** “*Shear tests on 12 reinforced concrete T-beams.*” 1974. Technical University of Denmark, Report.

**-Chaallal, O., Nollet, M. J., and Perraton, D.** “*Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded fiber-reinforced-plastic plates: Design guidelines for shear and flexure*”. *Canadian Journal Civil Engineering*, 1998, 25(4), 692–704.

**-Collins, M. P.** “*Evaluation of shear design procedures for concrete structures*”. Canadá: CSA - Technical Committee on Reinforced Concrete Design, 2001.

**-Deniaud C, Cheng R.** “*Shear Behavior of Reinforced Concrete T-Beams with Externally Bonded Fiber-Reinforced Polymer Sheets*”. *ACI Struct J*, 2001, 98, 386–94.

**-Deniaud C, Cheng R.** “*Reinforced concrete T-beams strengthened in shear with fiber reinforced polymer sheets*”. *Journal of Composites for Construction*, 2003, 7(4), 302–310.

**-Deniaud C, Cheng R.** “*Simplified shear design method for concrete beams strengthened with fiber reinforced polymer sheets*”. *Journal of Composites for Construction*, 2004, 8(5); 425– 433.

**-Khalifa A, Nanni A.** “*Improving shear capacity of existing RC T-section beams using CFRP composites*”. *Cem Concr Compos*, 200022:165–74. doi:10.1016/S0958-9465(99)00051- 7.

## **ANNEXES**

### **BASE DE DADES D'ASSAJOS DE RESISTÈNCIA A TALLANT DE BIGUES DE FORMIGO EN T**







**EHE08**

Vexp / Vpred

1,73  
2,05  
2,17  
2,36  
2,51  
1,92  
1,52  
1,36  
1,45  
1,55  
1,75  
1,93  
2,06  
2,40  
2,78  
2,67  
2,63  
2,67  
2,10  
2,54  
2,15  
2,31  
3,23  
3,32  
1,90  
2,19  
1,91  
2,09  
3,54  
3,77  
3,81  
2,03  
2,04  
1,35  
1,40  
1,35  
1,58  
1,61  
1,61  
1,45  
1,52  
1,07  
1,03  
2,50  
2,91  
2,77  
1,95  
1,68  
1,76  
1,60  
2,45  
1,95  
2,22  
1,69  
2,04  
2,10  
2,20  
1,65  
1,73  
1,97  
1,86  
1,89  
2,05  
2,03  
2,03  
2,11  
2,08  
2,27  
2,15  
1,95  
2,21  
2,25  
0,53  
0,27  
0,24  
0,26  
0,79  
0,55  
0,47  
0,36  
0,42  
0,59  
0,25  
0,58  
0,37  
0,22  
0,22  
0,22  
0,19  
0,19  
0,18  
0,18  
0,17  
0,15  
0,17  
0,17  
0,15  
0,58  
0,60  
0,58  
0,56  
0,44  
0,44  
0,40  
0,38  
0,36  
0,26  
0,46  
0,47  
0,35  
0,36  
0,29  
0,28  
0,34  
0,34  
0,26  
0,28  
0,21  
0,27  
0,35  
0,26  
0,26  
0,23  
0,59  
0,53  
0,59  
0,52  
0,61  
0,51  
0,61  
0,50  
0,60  
0,52  
0,50  
0,48

**Codi Est. i Eurocodi**

Vexp / Vpred

3,20  
3,79  
7,71  
8,40  
8,95  
4,38  
3,32  
2,96  
2,20  
2,35  
2,69  
2,97  
3,17  
4,97  
5,78  
6,98  
6,86  
6,98  
4,59  
8,61  
4,72  
5,08  
6,64  
6,61  
1,48  
1,71  
3,91  
4,30  
3,35  
3,57  
3,61  
4,55  
4,57  
4,98  
5,18  
1,28  
1,50  
1,52  
3,61  
3,26  
3,42  
3,96  
3,80  
1,20  
1,40  
1,34  
0,94  
0,81  
6,59  
5,99  
9,13  
7,28  
8,23  
6,20  
1,08  
1,12  
1,17  
5,77  
6,03  
6,87  
4,65  
4,71  
4,81  
4,77  
4,92  
5,10  
5,12  
5,96  
5,65  
5,03  
5,94  
6,04  
3,97  
0,49  
0,49  
0,63  
3,82  
3,56  
4,83  
5,41  
4,03  
4,03  
0,42  
1,52  
1,23  
0,68  
0,58  
0,59  
0,60  
0,61  
0,68  
0,59  
0,60  
0,63  
0,56  
0,54  
0,57  
0,53  
0,58  
0,51  
0,63  
0,57  
4,38  
4,52  
4,76  
4,66  
5,66  
5,65  
5,13  
4,94  
4,71  
3,34  
7,18  
7,44  
5,57  
5,64  
4,49  
3,24  
3,88  
2,79  
3,39  
3,03  
2,96  
4,21  
7,53  
0,32  
2,26  
5,36  
6,26  
0,32  
3,41  
3,04  
3,93  
2,89  
2,81  
3,35  
3,31  
3,51  
3,53  
5,17  
4,52  
4,65

**Zariaris**

Vexp / Vpred

0,97  
1,16  
0,96  
1,04  
1,11  
1,03  
0,92  
0,82  
0,84  
0,90  
0,90  
0,99  
1,06  
1,00  
1,16  
1,00  
0,99  
1,00  
0,85  
0,90  
0,86  
0,93  
1,96  
2,02  
1,01  
1,17  
1,06  
1,17  
1,85  
1,97  
2,00  
1,43  
1,44  
1,09  
1,14  
0,78  
0,92  
0,93  
0,99  
0,90  
0,94  
0,70  
0,67  
0,80  
0,93  
0,89  
0,63  
0,54  
0,49  
0,44  
0,68  
0,54  
0,63  
0,48  
0,81  
0,84  
0,87  
0,73  
0,77  
0,87  
0,89  
0,90  
0,70  
0,69  
0,65  
0,68  
0,70  
0,77  
0,73  
0,80  
1,18  
0,97  
0,59  
0,38  
0,39  
0,49  
0,81  
0,39  
0,38  
0,31  
0,33  
0,44  
0,28  
0,76  
0,61  
0,36  
0,30  
0,31  
0,31  
0,33  
0,33  
0,35  
0,33  
0,58  
0,59  
0,61  
0,60  
0,61  
0,63  
0,47  
0,36  
0,45  
0,30  
0,30  
0,25  
0,27  
0,26  
0,30  
0,23  
0,26  
0,26  
0,76  
0,76  
0,80  
1,00  
0,98  
0,95  
0,97  
0,93  
0,96  
0,91  
0,84  
0,84

MAX 3,81  
MIN 0,15

MAX 9,13  
MIN 0,32

MAX 2,02  
MIN 0,23

σ = 0,96 : DESVIACIÓ ESTÀNDARD  
μ = 1,24 : PROMIG  
C.O.V. = 77,31 %

σ = 2,60 : DESVIACIÓ ESTÀNDARD  
μ = 3,76 : PROMIG  
C.O.V. = 69,08 %

σ = 0,37 : DESVIACIÓ ESTÀNDARD  
μ = 0,73 : PROMIG  
C.O.V. = 50,34 %