

Fundamentos de la composición musical de la antigua Grecia. Orígenes del orden y la armonía del trazado urbano de Rodas

Carmen de Tomas Medina¹

Recibido: 03-05-2021 | Versión final: 24-09-2021

Resumen

Los trazados hipodámicos han sido considerados por reputados urbanistas e historiadores como el origen y referente de la planificación urbanística racional, al ser los primeros en conseguir imponer orden y armonía en el tejido urbano gracias a la sistematización y relación de sus elementos. Todos coinciden en subrayar las matemáticas como la principal herramienta utilizada por Hipódamo de Mileto al proyectar sus tejidos reticulares, sin embargo, ninguno de ellos profundiza en la investigación de una fundamentación teórica que justifique la elección por el de Mileto de determinadas proporciones aritméticas para el diseño de sus esquemas de trazado. Teniendo en cuenta la revolución cultural que se produjo en la época, avivada por la doctrina pitagórica que subrayaba la estrecha relación existente entre el origen de las matemáticas y la música, nace la presente investigación que tiene como objetivo demostrar que la fundamentación teórica que subyace en las ciudades diseñadas por Hipódamo se fraguó en la música. Y para ello se realiza un estudio pormenorizado y en paralelo de las reglas que dirigieron el trazado de la antigua ciudad de Rodas y de los fundamentos de composición musical descubiertos en la antigua Grecia, con el que se pondrá de manifiesto que las proporciones aritméticas que consiguieron la "perfección urbana" de Rodas fueron las mismas que utilizaron los griegos para definir la escala musical. Lo que nos lleva a afirmar que el orden y la armonía de los trazados hipodámicos se alcanzó utilizando como ordenanzas de trazado los fundamentos de composición musical.

Palabras clave: Urbanismo hipodámico; historia urbana; matemáticas; música

Citación

De Tomás Medina, C. (2022). Fundamentos de la composición musical de la antigua Grecia. Orígenes del orden y la armonía del trazado urbano de Rodas. *ACE Architecture, City and Environment*, 16(48), 10513. DOI: <http://dx.doi.org/10.5821/ace.16.48.10513>

Foundations of the Musical Composition of Ancient Greece. Origins of the Order and Harmony of the Urban Layout of Rhodes

Abstract

The hypodamic plots have been considered by renowned urban planners and historians as the origin and reference of rational urban planning, being the first to impose order and harmony in the urban fabric thanks to the systematization and relationship of its elements. They all agree in underlining mathematics as the main tool used by Hippo of Miletus in projecting his reticular tissues, however none of them delves into the investigation of a theoretical foundation that justifies the choice by Miletus of certain arithmetical proportions for the design of his layout schemes. Considering the cultural revolution which took place at the time, fueled by the Pythagorean doctrine which underlined the close relationship between the origin of mathematics and music, the present research is born that aims to demonstrate that the theoretical foundation that underlies the cities designed by Hipódamo was forged in music. And for this a detailed and parallel study is made of the rules that directed the layout of the ancient city of Rhodes and of the foundations of musical composition discovered in ancient Greece, which will show that the arithmetic proportions that achieved the "urban perfection" of Rhodes were the same that the Greeks used to define the musical scale. This leads us to affirm that the order and harmony of the hypodamic plots was achieved using as ordinances of tracing foundations of musical composition.

Keywords: Hypodamic urbanism; urban history; mathematics; music

¹ Doctora, arquitecta. Profesora asociada del Departamento de Urbanística y Ordenación del Territorio, Universidad de Sevilla, España (ORCID: [0000-0003-0100-1446](https://orcid.org/0000-0003-0100-1446), WoS ResearcherID: [ABB-4122-2021](https://orcid.org/ABB-4122-2021), Scopus Author ID: [57219158234](https://orcid.org/57219158234)). Correo de contacto: ctomas@us.es

1. Introducción

Durante el siglo XX muchos investigadores han subrayado el trazado reticular hipodámico como el origen y la esencia de los esquemas de trazado sobre los que se ha sustentado el diseño y planificación racional del crecimiento de gran parte de nuestras ciudades. En este sentido reputados especialistas han reconocido a Hipódamo de Mileto como el referente de la planificación urbanística, el primer autor de ciudades planificadas, y el verdadero progenitor del urbanismo regular y funcional. De hecho, Abercrombie (trad. 1936) lo calificó como “el primer urbanista conocido”; Burke (1975) como “el primer proyectista de ciudades”; Doxiadis (trad. 1969) como “el que inventó el urbanismo”; y Farrington (1974) “como el más grande de los urbanistas de la antigüedad”. Por su parte García y Bellido (2009) lo señaló como el verdadero “inventor de la ciudad de planta regular, de la ordenación razonada de sus elementos y partes” y como “el creador del urbanismo funcional”; Martienssen (1957) le atribuyó la capacidad de introducirnos en la práctica del planeamiento urbano sistemático otorgándole la cúspide de un reconocimiento universal sobre la necesidad de enfocar formal y geoméricamente los problemas del planeamiento de las ciudades; y Graham (1972) lo subrayó como “el padre del urbanismo”.

Sin embargo, el mérito de Hipódamo no reside en la invención de la traza reticular, tal y como subrayaron autores como Lavedan y Morris. Lavedan insistió en que las primeras ciudades reticulares fueron las asirias (Lavedan, 1926) y Morris afirmó que el origen de la retícula urbana estaba en las ciudades de la cultura Harappa (Morris, trad. 2007). Sea como fuere es evidente que la retícula se utilizaba ya desde las civilizaciones primitivas, por lo que el verdadero legado de Hipódamo no radica en este tema, sino en el hecho de que fue el primero en conseguir el orden y la armonía en la composición urbana, además del primero en reflejar con la disposición de su trazado el nuevo orden social (Mumford, trad. 2014). Y todo ello lo consiguió imponiendo la lógica y la claridad a la retícula a través de la sistematización¹ y relación de sus componentes urbanos (Cultrera, 1924).

La importancia de la armonía en el urbanismo ha sido enfatizada por reconocidos especialistas que han coincidido en resaltar la necesidad de su utilización para conseguir ciudades estructuradas, funcionales y habitablemente agradables. En esta línea Abercrombie (trad. 1936) la subrayó como “la piedra de toque de todo lo que constituye un esquema de urbanización” y Cervera (1987) como la base necesaria para constituir un verdadero urbanismo. La armonía expresa en esencia la relación de las partes con el todo (Jaeger, trad. 1996), y por eso es fundamental para conseguir la cohesión y vertebración de la ciudad. En la actualidad no hay duda de que es una cualidad buscada por todos los urbanistas en la planificación de las ciudades, sin embargo, es más que evidente que sólo un porcentaje pequeño consiguen alcanzarla en sus diseños, y quizás el fracaso de muchas de las propuestas urbanísticas de nuestros días reside también en la falta de armonía de la composición.

A la vista de lo descrito es evidente que Hipódamo estableció el orden urbano y social en su traza reticular imponiendo la armonía como piedra angular de la composición y lo consiguió mediante la sistematización y relación de sus componentes urbanos, lo que nos hace plantearnos la importancia del instrumento de sistematización y relación utilizado a la vez que nos despierta el interés por un conocimiento más exhaustivo del mismo.

En los trazados hipodámicos resalta la reiterada utilización del número tres en su diseño (Aristóteles, trad. 2017), característica por la que muchos autores han calificado a Hipódamo como un entusiasta de la filosofía numérica (Farrington, 1974) e incluso como miembro de la Escuela Pitagórica dada la

¹ Entiéndase la sistematización en el trazado hipodámico como la organización de la ciudad de acuerdo a un sistema vertebrado por la geometría de su trazado en el que todos sus elementos, tanto el tejido como los componentes urbanos, son parte imprescindible y necesaria para la armonía de su funcionamiento.

importancia de este número para los pitagóricos (Cervera, 1987). De su condición de Pitagórico hablaremos después, pero lo que resulta incuestionable es que en el diseño de sus trazados urbanos subyace una base matemática (Mc Credie, 1971), y que es ésta la que consigue la sistematización y relación del tejido entre los espacios públicos y privados y sus componentes urbanos. Es decir, que son las matemáticas el instrumento responsable de la armonía de su trazado.

Sin embargo, es obvio que bajo cualquier trazado en forma de damero late una base matemática que lo articula, por lo tanto, a nadie se le escapa que para explicar el éxito del trazado hipodámico no es suficiente hablar de matemáticas en general, es necesario pormenorizar en su modo de aplicación y entender las “operaciones” utilizadas en su diseño. Es decir, para comprender la esencia y trascendencia de su esquema de trazado no basta con identificar la combinación de medidas que materializadas en una geometría reticular se utilizaron para diseñar las manzanas, parcelas, calles, componentes urbanos y zonas de la ciudad; es necesario cuestionarse por qué se eligió esa combinación aritmética y geométrica de trazado respecto de otra que también hubiera podido garantizar, a priori, la sistematización y relación de sus componentes urbanos. También es importante preguntarse si existe algún tipo de conexión entre las medidas empleadas para el diseño de los elementos del espacio público, y las utilizadas para el diseño de los del espacio privado, o si hay relación entre el dimensionamiento de las distintas zonas que se acotan en la ciudad; así como plantearse si son únicamente las dimensiones y combinaciones utilizadas por Hipódamo en el diseño de su trazado, las que garantizan la armonía de la ciudad.

Llegado este punto es importante resaltar que Cervera (1987) insiste en la idea de que Hipódamo aplicó a sus trazados urbanos los conceptos asimilados por los filósofos y científicos jonios, y que Jaeger (trad. 1996) apuntaba que éstos, “inspirados por la idea del orden y la articulación cósmica universal del mundo, trataron de expresarlo en el lenguaje de las proporciones matemáticas previamente estructurado”. Estas afirmaciones nos ayudan a focalizar la presente investigación y a entender el trazado hipodámico como una combinación de proporciones matemáticas, ya que no podemos perder de vista que “la armonía expresa la relación de las partes al todo” en tanto que “en ella se halla implícito el concepto matemático de la proporción” (Jaeger, trad. 1996, p.163), y que este concepto “los pensadores griegos que influyeron en Hipódamo, lo presentaban en racionales formas geométricas” (Cervera, 1987, p.28). Por lo tanto llegado este momento, se puede afirmar que para descifrar las “operaciones” que procuraron la armonía de los trazados hipodámicos es necesario pormenorizar en el estudio de su base matemática, detenerse en el conocimiento de la aritmética y la geometría latente en ellos y profundizar en el estudio de las proporciones matemáticas utilizadas para articularlo, con el objetivo de buscar si existe alguna fundamentación teórica que justifique su elección y combinación, ya que teniendo en cuenta lo descrito en líneas anteriores, no parecen fruto de la casualidad.

Para entender los conocimientos matemáticos de Hipódamo es necesario contextualizar la disciplina en el periodo histórico en el que vivió. Hipódamo nació a principios del siglo V a. C, en pleno auge de las doctrinas de la Escuela Milesia entre las que destacó una auténtica revolución conceptual de las matemáticas como consecuencia del triunfo del pensamiento racional frente al mítico. Se sabe que las teorías de Heráclito de Éfeso y Anaxágoras, así como las de Thales y Anaximandro, fundamentadas en la lógica del razonamiento milesio formaron parte de su educación (Cervera, 1987). Aunque parece ser que quien más le pudo influir en su formación de acuerdo con lo descrito por reconocidos pensadores como Farrington (1974), Erdmann (1984), o Nestle (trad. 1987) entre otros, fue Pitágoras, cuya doctrina cambió la evolución de la cultura griega convirtiéndose en un referente de la misma.

Pitágoras defendía que el número era la esencia de todas las cosas (Nestle, trad. 1987), premisa que supuso un enorme cambio en la significación y la importancia de las matemáticas para todos los aspectos de la vida. Sin embargo, lo verdaderamente importante de su doctrina fue la manera en la

que llegó a ella, ya que el procedimiento desvela algo trascendental para su entendimiento. Según afirmó Nestle (trad. 1987) “los pitagóricos llegaron a esa doctrina movidos por la observación de que la diversa altura de los sonidos depende de la longitud de las cuerdas del instrumento musical, y que, por tanto, los intervalos musicales pueden expresarse por determinadas proporciones matemáticas”, y “así pasaron de la música a la matemática, ...” (Nestle, trad. 1987, p, 69). En el mismo sentido Jaeger subrayó que la concepción pitagórica del número como principio de las cosas no era posible comprenderla como una concepción puramente aritmética, y que, de acuerdo con la tradición, había tenido su origen en el descubrimiento de la relación del número de vibraciones con la longitud de las cuerdas de la lira (Jaeger, trad. 1996). Y Maor (2018) insistió en que Pitágoras afirmó que los números gobernaban el Universo al descubrir que los intervalos musicales se articulaban por proporciones matemáticas. Es decir, que fue la música la que les desveló la existencia de proporciones matemáticas en la base de su estructura y que gracias a ella los pitagóricos formularon la premisa esencial de su doctrina, en definitiva, se podría decir que para los pitagóricos el origen de las matemáticas en general y de las proporciones en particular se encontraba en la música.

Soberbia y trascendental afirmación, que considerando los indicios que apuntan a Hipódamo como miembro de la Escuela Pitagórica, abre la puerta del camino definitivo que dará respuesta a las cuestiones planteadas anteriormente y que corroborará la existencia de una fundamentación teórica que justifique las reglas que definen el esquema de trazado de la ciudad hipodámica, abre la puerta al estudio de la música. Pues si los pitagóricos llegaron a las matemáticas desde la música, es muy posible que Hipódamo utilizase para el diseño de sus trazados reticulares las mismas proporciones matemáticas descubiertas por Pitágoras en los intervalos musicales. Lo que explicaría la indiscutible armonía de sus trazados urbanos ya que habrían sido sistematizados y relacionados a partir de las mismas proporciones con las que Pitágoras encontró la armonía musical.

Y no resulta nada descabellada la anterior reflexión si recordamos que Jaeger (trad. 1996) definió la armonía como “la relación de las partes al todo”, y aclaró que “en ella se halla el concepto matemático de la proporción, que en el pensamiento griego se presenta en forma geométrica e intuitiva”; a la vez que subrayó que “la armonía del mundo es un concepto complejo en el cual se hallan comprendidos lo mismo la representación de la bella concordancia de los sonidos en el sentido musical que la del rigor de los números, la regularidad geométrica y la articulación tectónica” e insistió en “la íntima relación de la matemática pitagórica con la música” (Jaeger, trad. 1996, p.163). O si recordamos que Platón al hablar de la música decía que los Pitagóricos medían las armonías y los tonos audibles entre sí y buscaban en ellas los números (Platón, trad. 1870); y que Boecio subrayó que “la música, de acuerdo con el credo pitagórico, abre el camino hacia el número” (Boecio, trad. 2009).

Ni si profundizamos en la significación del número para los pitagóricos, pues entenderemos que la doctrina pitagórica no tiene nada que ver con la ciencia matemática en el sentido actual porque para ellos el número tenía un significado mucho más amplio. No significaba la reducción de los fenómenos naturales a relaciones cuantitativas y calculables, la diversidad de los números representaba la esencia cualitativa de las cosas completamente heterogéneas como el cielo, el matrimonio, la justicia, etc. (Jaeger, trad. 1996).

Aunque la explicación más importante de la intuición de los pitagóricos fue posterior, cuando intentaron reducir sus ideas a números, pues como bien subrayó Jaeger (trad. 1996) para el pensamiento pitagórico nada puede defenderse si no puede reducirse en último término al número, lo que explicaría la íntima relación señalada entre la matemática y la música. Relación de la que habló explícitamente Jaeger al corroborar que su descripción en las teorías pitagóricas fue definitiva para el desarrollo de la sabiduría griega porque en ella se fraguaron las ideas pedagógicas más fecundas, y porque con ella se señaló que la posibilidad de extrapolar la esencia de la armonía y del ritmo que la componen a todas las esferas de la vida supuso para los griegos la inmortalidad en la historia de la educación humana (Jaeger, trad. 1986). Relación que también desvela la importancia del concepto

de la proporción, porque se erige como una parte de su fundamento, como la esencia de ambas. Entendiendo todo ello desde el significado que el concepto de proporción tenía en la tradición griega, que se definía como la igualdad entre razones, siendo la razón la relación con respecto al valor entre dos magnitudes. Así, tanto en la música como en las matemáticas los pitagóricos planteaban relaciones entre números con la forma $x-y$, o bien x/y , que definían en los dos casos una especie de proximidad y competencia (Zellini, trad. 2018), y como dijo Platón en el Timeo: “el vínculo más bello es aquel que puede lograr que el mismo y los elementos por él vinculados alcancen el mayor grado posible de unidad. La proporción es la que por naturaleza realiza esto de manera más perfecta”. Por lo tanto, razón y proporción se situaban en la base de las matemáticas puesto que fueron los conceptos sobre los que se construyó la geometría, la aritmética (Zellini, trad. 2018) y en los que se basó la estructura musical.

Tampoco parece desorbitada la hipótesis planteada si recordamos que la educación en la Grecia de aquella época contemplaba la música como una de las 4 disciplinas que aprendían los griegos durante su formación (Aristóteles, trad. 2017) y no olvidamos que para los Pitagóricos la astronomía y la música eran ciencias gemelas (Platón, trad. 2020) que compartían hermandad con la aritmética y la geometría (Jaeger, trad. 1996) al tener el número como esencia, tal y como subrayó Boecio (trad. 2009) al agrupar las cuatro disciplinas en el llamado *Quadrivium* Pitagórico, y apuntó Nestle (trad. 1987) cuando explicó el nacimiento de las matemáticas a partir de la música y el desarrollo de la geometría y la astronomía como consecuencia de ellas dos; entenderemos que los Pitagóricos contemplaban las cuatro disciplinas de manera conjunta y que la utilización de una de ellas implicaba el uso de todas las demás.

Y si además tenemos en cuenta que a lo largo de la historia reputados pensadores han subrayado la íntima relación existente entre la música y la arquitectura, y han fundamentado su hermanamiento en el hecho de que comparten las matemáticas como esencia, y no olvidamos que la arquitectura como hace varios siglos ya dijo Vitrubio (Vitrubio, trad. 2007) se encarga de “la edificación de murallas, edificios públicos y de las casas particulares”... lo que conlleva “la disposición de todos aquellos lugares que han de servir para usos públicos, ...las plazas..., los paseos, ...los lugares destinados a parajes públicos”, en definitiva también se encarga del diseño y la planificación de la ciudad, resulta incuestionable la existencia de una relación entre las reglas de trazado urbano y los fundamentos de composición musical.

Así, profundizando en el estudio de la relación entre la música y la arquitectura encontramos indicios de la misma desde las civilizaciones primitivas, aunque la mayoría de los expertos coinciden en subrayar que sus cimientos se consolidaron durante la Grecia clásica (de Tomás, 2020). En este sentido Luis Moya (1950) aseguró que el diseño del Partenón se hizo en base a esta relación, y lo demostró explicando que el acorde fundamental de la música: la octava (2:1), era la que definía el rectángulo en el que se inscribe su composición, y que en él se recogían quintas, octavas y cuartas que jugaban distintas alturas o escalas. Por su parte, Vitruvio (siglo I ac) en su obra “Los diez libros de Arquitectura” también habló de la relación, y señaló su importancia y trascendencia cuando describió la música como una de las “cosas que debía de saber el arquitecto” para ejercer su profesión y cuando la subrayó como la disciplina fundamental para entender las leyes de las proporciones canónica y matemática (Vitruvio, trad 2007). El texto de Vitruvio sirvió de referencia a San Agustín (s.IV dc) para recuperar y enaltecer los principios pitagóricos, y en base a ellos aseguró que la música y la arquitectura estaban hermanadas porque participaban de la aritmética. Y por todo ello Kappraff (1996) aseveró que era posible reconocer la presencia de proporciones musicales en el diseño arquitectónico romano.

Al igual que en la época clásica, reputados investigadores reconocen la existencia de la relación en las abadías, iglesias y catedrales del medievo, identificando las proporciones que definieron los intervalos musicales en su diseño. Como nos explicó Von Simson (trad. 1982) en el diseño de la planta

la Abadía de Fontenay al identificar las proporciones que construyeron las tres consonancias musicales perfectas: en el crucero la 1:1, entre la anchura del crucero con su longitud sumada a la de la cabecera así como en la relación de la anchura del crucero con la anchura total de la nave central más las laterales la 3:2, y en la anchura total de la nave central más las laterales, y la longitud del transepto incluyendo las capillas la 4:3.

Y durante el Renacimiento la recopilación de los teoremas pitagóricos, los estudios de Nicómaco de Gerasa o la euritmia vitruviana entre otros, resultaron definitivos para que Alberti (siglo XV) en su tratado de arquitectura² describiera la conexión entre las leyes de proporción utilizadas en la arquitectura y los principios de la armonía musical (Clerc, 2003), poniendo de manifiesto, según nos recuerda Martín (2010), que “las armonías numéricas son análogas a las musicales”.

En el mismo sentido, los patrones de diseño de la arquitectura Paladiana sirvieron a Wittkower (1995) para afirmar que “las proporciones numéricas de los sonidos y del espacio están íntimamente relacionadas”. Hecho que se reconoce en sus villas, siendo la Thiene el gran referente del esquema, al construirse en base a las proporciones 1:1, 2:1, y 3:2, proporciones con las que se define el tono, la octava y la quinta de la escala musical (Wittkower, 1995). Siguiendo con la misma corriente de pensamiento Lomazzo en su obra “Ideal del Tempio della Pittura” de 1590, dijo que “[...] maestros como Leonardo, Miguel Ángel y Gaudenzio Ferrari han alcanzado el conocimiento de la proporción armónica por medio de la música” (Wittkower, 1995, p. 161). Afirmación que años más tarde refrendó Williams (1999) al señalar relaciones entre las proporciones utilizadas por Miguel Ángel para el diseño de la capilla de los Medicis en Florencia y los intervalos musicales.

Entrado el XVIII Robert Morris propuso una nueva arquitectura que, basada en las proporciones y las razones clásicas, reconocía al cubo y al cuadrado como la base geométrica de la composición canónica y por consiguiente de la armonía universal. En definitiva, en sus premisas recogía intrínsecamente y como fuente de inspiración las teorías que había desarrollado Alberti casi tres siglos antes, por lo que la íntima comunión con la música también estaba presente en su arquitectura. Pero fue en el siglo XX cuando reconocidos arquitectos decidieron fundamentar sus diseños en la aplicación de métodos compositivos comunes entre ambas artes. Como le pasó a Le Corbusier, que gracias a la colaboración de su amigo el músico Iannis Xenakis, puso de manifiesto en el diseño sus obras que podía hacerse arquitectura a partir de las mismas proporciones matemáticas que se utilizaban para componer música. Y como muestra el Pabellón Philips, en el que tal y como explicó Souriau (1998), se utilizaron las mismas proporciones que definen intervalos enarmónicos, cromáticos y diatónicos de la escala.

Llegado este momento se subraya el objetivo de esta investigación que tiene como propósito demostrar que el trazado urbano reticular diseñado por Hipódamo fue proyectado en base a las mismas proporciones matemáticas que los griegos y en concreto Pitágoras usaron para definir la escala musical y que por lo tanto el orden y la armonía por la que destacaron los diseños hipodámicos se pudo haber fraguado sobre los fundamentos de composición musical de la antigua Grecia.

2. Metodología

Para cumplir con el objetivo señalado, la investigación se focaliza en el estudio del trazado urbano de la ciudad de Rodas sobre el que realiza un análisis pormenorizado, comparativo y en paralelo de las proporciones aritméticas que dirigieron su diseño con aquellas que articularon la estructura musical

² De re Aedificatoria, publicado en 1452.

definida en el mundo Heleno. Siguiendo la línea de investigación abierta por De Tomás (2020) en su estudio de la ciudad de Mileto.

La planimetría y las fuentes bibliográficas que estudian la ciudad hipodámica en general y la ciudad de Rodas en particular, así como las fuentes documentales que estudian la música griega y sus fundamentos resultan imprescindibles para el desarrollo del trabajo.

Entre los documentos consultados adquieren una relevancia significativa los estudios de Cervera (1987), los planos de Rodas realizados por Kondis y reproducidos por Cervera (1987), los fundamentos pitagóricos de la música explicados por Boecio (trad. 2009) y detallados por Nestle (trad. 1987), Clerc (2003), Miyara (2019) o Tomassini (2007), entre otros, así como las reflexiones de Jaeger (trad. 1996) o Nestle (trad. 1987) respecto a ellos, puesto que el cruce de datos extraído de los respectivos análisis se convierte en la prueba irrefutable de que bajo la ciudad de Rodas subyacen los fundamentos de composición de la música griega.

Los resultados obtenidos corroboran una íntima relación entre las reglas de trazado de la ciudad y los fundamentos musicales de la antigua Grecia y adquieren una especial relevancia y significación al señalarse como la clave del éxito armónico del tejido urbano de Rodas pues hacen cuestionarse la posible utilización de los mismos como fundamentos teóricos de la sistematización y relación del trazado y de los componentes urbanos que garantizan el orden y la armonía de todos los tejidos reticulares diseñados por Hipódamo en la época.

3. Fundamento matemático de la composición musical en la antigua Grecia

Salazar (1954) explica el origen y la evolución de la música griega distinguiendo tres periodos, el preclásico desarrollado desde los orígenes hasta el siglo V a. C., el clásico extendido desde el siglo V al IV a. C., y el postclásico que arrancó en el siglo III a. C y se prolongó hasta el II d. C. No obstante, teniendo en cuenta el periodo en el que vivió Hipódamo y la fecha en la que se fundó Rodas nos centraremos en el estudio de los dos primeros, el preclásico cuyo máximo referente fue Pitágoras (569-475. a. C), y el clásico entre cuyos teóricos destacó la figura de Arquitas de Tarento (430-360 a. C).

En la antigua Grecia se produjo una auténtica revolución cultural cuando triunfó el pensamiento racional frente al mítico y todas las disciplinas pasaron a fundamentar la evolución de su conocimiento en la lógica. La doctrina pitagórica fue una de las que más trascendencia tuvo en la historia del pensamiento griego y de hecho ha sido calificada por reconocidos investigadores como el movimiento filosófico más importante de la Magna Grecia (Fallas, 1992). Su importancia se refleja en su premisa, que califica el número como esencia de todas las cosas. Aunque, lo más significativo y relevante de ella, en lo que a nuestra investigación se refiere, es el hecho de que se formuló a partir del estudio de los fundamentos teóricos de la música (Nestle, trad. 1987). Para entender lo que a continuación se explica hay que decir que la música griega era monódica, es decir, que se interpretaba sobre una única línea melódica, motivo por el cual la teoría musical griega se centra en el estudio de la melodía y el ritmo, destacando el estudio del intervalo como objeto principal. En este sentido los descubrimientos pitagóricos destacan como esenciales para entender sus fundamentos.

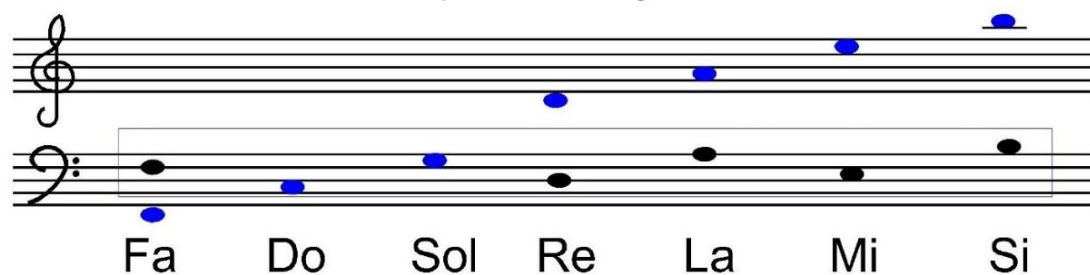
“A Pitágoras se le atribuyen una serie de descubrimientos matemático-musicales que constituyen el inicio de la ciencia armónica, como el descubrimiento de las proporciones musicales, la importancia de la aritmética para la música, la teoría de la música de las esferas, etc” (Goldaráz, 2010, p25). Y así lo han subrayado a lo largo de la historia reconocidos pensadores como Nicómaco de Gerasa (siglo II), Jámblico (siglos III-IV) o Boecio (siglo V-VI). Este último nos cuenta la conocida leyenda de los

martillos que explicaba como Pitágoras consiguió identificar las razones que definían las consonancias al pasar por una herrería y escuchar los diferentes sonidos producidos por el golpear de los martillos, ya que entre ellos se producían consonancias. Al parecer este hecho le hizo pensar que la diversidad de los sonidos se producía por los pesos de los martillos, y descubrió que los pesos que se encontraban en proporción dupla producían un intervalo de octava (2:1); y que las razones entre pesos 4:3, 3:2, y 9:8 generaban los intervalos de cuarta, quinta y el tono, siendo el intervalo de cuarta la consonancia mínima (Goldáraz, 2010).

Lo cierto es que los experimentos pitagóricos se explican con el monocordio³, instrumento que según Diógenes Laercio fue inventado por el propio Pitágoras para determinar las proporciones matemáticas exactas existentes entre los intervalos (Goldáraz, 2010). Con él demostró la fundamentación matemática de la consonancia musical, lo que le sirvió para señalar el número como esencia de todas las cosas. Según describe Nestle (trad. 1987) fue así como se pasó de la música a las matemáticas y después a la geometría y a la astronomía. Con el monocordio descubrió que la división de una cuerda vibrante en segmentos proporcionados aritméticamente entre sí, producía sonidos armoniosos altos y bajos, y que la ejecución simultánea de dos de ellos producía sonidos consonantes. Lo que le llevó a afirmar que existían proporciones numéricas entre los segmentos de la cuerda y la altura de los sonidos, proporciones que definirían los diferentes intervalos musicales (Nestle, trad. 1987). Y así demostrando que la división de una cuerda por la mitad daba el mismo sonido exactamente ocho tonos más altos que el que provocaba una cuerda el doble de largo determinó la octava, la identificó con la proporción 2:1 y la definió como la base de la escala musical. Con el mismo procedimiento y a partir de la proporción 3:2 descubrió el intervalo de quinta, sobre el que fundamentó la escala y que reconoció como la sección áurea de una octava (Clerc, 2003).

Posteriormente, a partir de la combinación de sucesivas quintas y octavas obtuvo los siete sonidos que, reordenados y agrupados dentro de la misma octava, terminaron constituyendo las notas de la Escala Pitagórica, estructurada respecto a 2 tipos de intervalos, el tono y el semitono (Figura 1). También identificó los intervalos de cuarta y de segunda (el tono) definidos por las proporciones 4:3 y 9:8 respectivamente, y los intervalos que sumados a los anteriores completarían las consonancias subyacentes en el sistema musical griego (Miyara, 2019). En definitiva, confirmó que “la armonía de los sonidos estaba regida por los números” (De Guzmán, 2000, pp. 24-25).

Figura 1. Escala Pitagórica



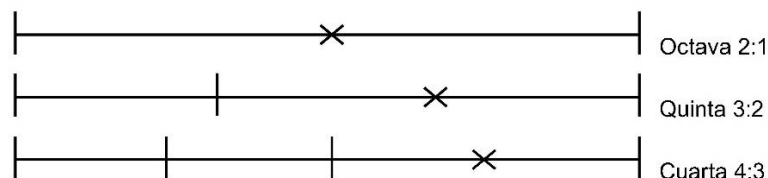
Fuente: Elaboración propia.

Pormenorizando en la deducción de los intervalos y observando el esquema que ejemplifica los experimentos realizados con el monocordio (Figura 2), es fácil de entender que la octava se compone de los intervalos de quinta y cuarta: $3:2 \times 4:3 = 2:1$, y que la cuarta es la diferencia entre la octava y la quinta: $2:1 : 3:2 = 4:3$, así como que el tono es la diferencia entre la quinta y la cuarta: $3:2 : 4:3 = 9:8$. Y

³ Instrumento musical de una sola cuerda sobre el que se colocó una regla numerada que permitió determinar matemáticamente las proporciones de los distintos sonidos producidos por los fragmentos de la cuerda sonora, se convirtió en el instrumento armónico por excelencia.

que fijadas las tres consonancias básicas del sistema pitagórico: la octava (2:1), la quinta (3:2) y la cuarta (4:3), sumando quintas y restando octavas se obtuvieron los intervalos complementarios que formaron la octava. En definitiva, que Pitágoras definió las unidades principales del sistema musical griego y que a partir de su combinación se compusieron las melodías (Goldáraz, 2010).

Figura 2. Esquema de los intervalos deducidos con el monocordio



Fuente: Elaboración propia.

El concepto más elemental de la concepción de la música en el pitagorismo es el de armonía (Fallas, 1992) que constituye también la piedra angular de las teorías científicas y filosóficas desarrolladas posteriormente. De hecho, Anaximandro la subraya, como el principio del Cosmos. En música la armonía es la que explica la consonancia entre los sonidos, y las combinaciones racionales de las proporciones de los diversos tonos agudos y graves. Se consigue gracias a las proporciones aritméticas existentes entre ellos, por lo que se puede decir que son las matemáticas el instrumento responsable de la armonía musical. Los intervalos armónicos principales definidos por Pitágoras fueron el de cuarta, quinta y octava, intervalos en torno a los que, como se decía en líneas anteriores, definió la estructura de la escala musical. En el concepto de armonía se hallan comprendidos tanto la concordancia de los sonidos en el sentido musical, como la del rigor de los números, o la regularidad geométrica (Jaeger, trad. 1996). Lo que nos hace entender por qué los pitagóricos pasaron de la música a las matemáticas, y a partir de ellas a la geometría y a la astronomía, pues todas compartían el número como esencia.

Boecio (trad. 2009) decía que la música era para los Pitagóricos la que abría el camino hacia el número, y a través de él a la esencia de todas las cosas. Afirmó que: “Los sonidos se articulaban y relacionaban entre sí, como cualquier número con otro número, según una proporción, una ratio, un logos”. Y que por tanto “este sistema proporcional es la vía de acceso al conocimiento de la esencia de las cosas; la ratio que articula los sonidos musicales encierra la clave de la ratio que estructura tanto al hombre como al Universo de lo rodea” (Boecio, trad. 2009). Con sus palabras puso de manifiesto un profundo conocimiento de las obras de Platón, Aristóteles, y de los tratadistas científicos posteriores, que reflexionando sobre lo descrito atribuyeron a la Escuela pitagórica la consideración de una indisoluble unión entre la música, las matemáticas, la geometría y la astronomía y que él mismo denominó *Quadrivium Pitagórico* (Boecio, trad. 2009).

Trascendental consideración que nos ayuda a entender por qué la doctrina Pitagórica consideraba las cuatro disciplinas citadas como las responsables del funcionamiento del Universo en general y de los demás aspectos de la vida en particular, tal y como se refleja en una de las más importantes teorías del credo pitagórico: La de la música de las esferas. Teoría que fue analizada y comentada posteriormente por reconocidos filósofos como Platón (trad. 2020), Aristóteles (trad. 1996), el propio Boecio (trad. 2009) e incluso Kepler que se hizo eco de la misma a raíz de sus descubrimientos en astronomía (Miyara, 2019). Con la Música de las esferas los pitagóricos establecieron las leyes numéricas del Cosmos en base a las armoniosas combinaciones aritméticas, y geométricas necesarias para articular el movimiento de las estrellas, y lo explicaron afirmando que los astros emitían con sus movimientos unos tonos musicales armoniosos que derivaban en una maravillosa melodía al estar articulados por las mismas proporciones que provocaban las consonancias musicales (Clerc, 2003).

La intrínseca relación que defendieron los pitagóricos entre la música, las matemáticas, la geometría y la astronomía nos hace entender la presencia de todas las artes en cada una de ellas y nos permite acercarnos desde otro enfoque a una de las aportaciones científicas más importantes de la historia, el llamado Teorema de Pitágoras, que se convirtió en el pilar fundamental para el desarrollo de la geometría analítica y la aritmética, y que como veremos también lleva implícito la definición de una importante proporción para la música, y por consiguiente para nuestra investigación. Sin profundizar en su conocimiento, a priori todos sabemos que el teorema explica la geometría de un triángulo rectángulo a partir de operaciones matemáticas, tratando explícitamente dos de las artes mencionadas. Sin embargo, lo que pasa completamente desapercibido es que la relación matemática en base a la cual se desarrolla el teorema también existe y es fundamental en la estructura de la Escala musical. De hecho, se trata de la proporción 3:4:5, proporción con la que se identifica una variación del acorde perfecto de la Escala Pitagórica (Clerc, 2003), aquel en el que se basan las frecuencias que definen el resto de las notas de la escala y por tanto de la estructura musical básica, el articulado por las notas tónica, mediante y dominante de la misma, el que consigue la armonía.

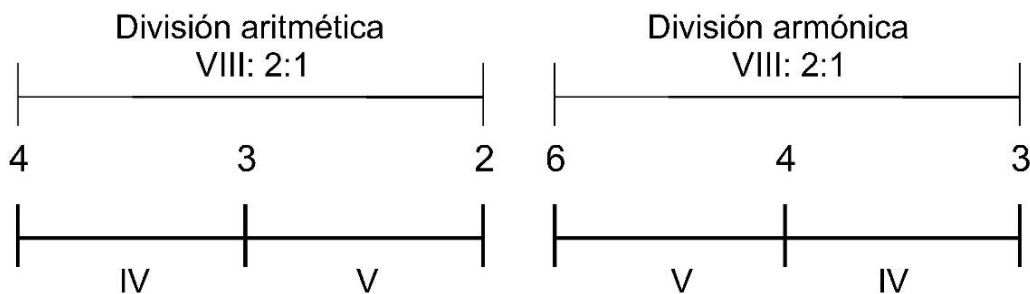
Del periodo preclásico también requieren especial mención las aportaciones de Filolao, porque reforzaron y avanzaron sobre los descubrimientos de Pitágoras. Filolao (470-380 a. C.) asumió la descripción pitagórica de los intervalos e identificó también las tres consonancias básicas de la música en los principales intervalos que estructuraban la escala, la octava (2:1), la quinta (3:2) y la cuarta (4:3); por todo ello describió el mundo como una conjunción entre armonía y número. Intentó dividir el tono de otro modo, en dos semitonos desiguales, que surgían de reconocer en el número 27 el principio y fundamento del tono, al ser un número especialmente venerado por los pitagóricos porque representaba el cubo del sagrado número 3 (Boecio, trad. 2009).

En cuanto al periodo clásico identificado por Salazar (1954), uno de los máximos referentes fue Arquitas de Tarento (430-360 a. C.) que subrayó el hermanamiento existente entre la música, la aritmética, la geometría y la astronomía, y siguió investigando sobre los temas iniciados por Pitágoras y continuados por Filolao (Boecio, trad. 2009). Corroboró que la escala musical se construía sobre ciertas relaciones de proporción existente entre sus notas, describió las consonancias y realizó una teoría de la naturaleza del sonido. Gracias a un texto que cita Porfirio (Fallas, 1992) se sabe que secundó fielmente los razonamientos pitagóricos y que incluso reforzó algunos puntos fundamentales porque al afirmar que: “en la música existen tres medias: la primera es la media aritmética; la segunda es la geométrica; la tercera es la subcontraria, llamada armónica...” (Guthrie, 1987, p. 185), demostró que mediante operaciones aritméticas se corroboraba lo que años atrás había anunciado Pitágoras. Es decir, que aplicando cada una de las medias se identifican los intervalos fundamentales que estructuraban la escala, que son la quinta (3:2), la octava (2:1) y la cuarta (4:3), a la vez que se puede definir el tono (9:8) tras realizar el cociente entre la media aritmética y la armónica (Tomasini, 2000). Así pues, como bien explica Goldáraz (2010), la división aritmética de la octava, teniendo en cuenta que B es la media aritmética entre A y C y que por tanto $A-B=B-C$; y por consiguiente $B = (A+C):2$ dio como resultado la proporción (4:3:2) desvelando la existencia de una cuarta en la parte inferior de la escala y una quinta en la superior. Por su parte la media armónica de la octava, considerando que existe una razón armónica entre tres números cuando la razón de las diferencias de los números consecutivos es la misma que la de los extremos, o lo que es lo mismo, cuando $(A-B):(B-C) = A:C$; y por tanto $B = (2AC):(A+C)$, proporcionó a la octava una relación inversa a la aritmética en la colocación de las consonancias, identificándose la quinta en la parte inferior de la escala y la cuarta en la superior (6:4:3). Y la media geométrica, considerando que B es a C como A es a B; y por tanto $A/B = B/C$ lo que implica que $B = \sqrt{AC}$ fue la que sirvió para identificar el tono (9:8).

Subrayar que aplicando las medias aritmética y armónica a la octava pitagórica se explica perfectamente su división en una quinta y una cuarta o en dos cuartas separadas por un tono, tal y como se ejemplifica en el monocordio (Figura 3). Y que las proporciones numéricas 12:9:8:6

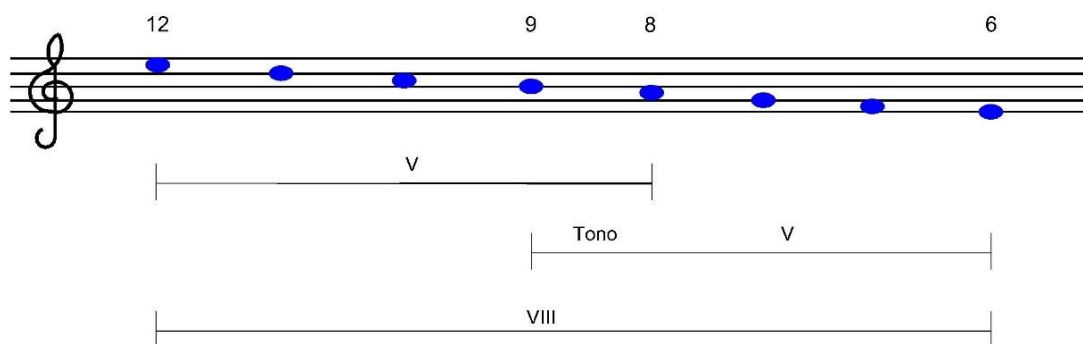
establecidas al determinar las medias, eran para los pitagóricos bastante más que una simple división numérica de la octava (Figura 4), lo fundamental era la armonía establecida con ellas que servía para afinar tanto el cosmos como el alma humana (Goldaráz, 2010), tal y como se subrayaba en páginas anteriores.

Figura 3. División aritmética y División armónica



Fuente: Elaboración propia.

Figura 4. La octava



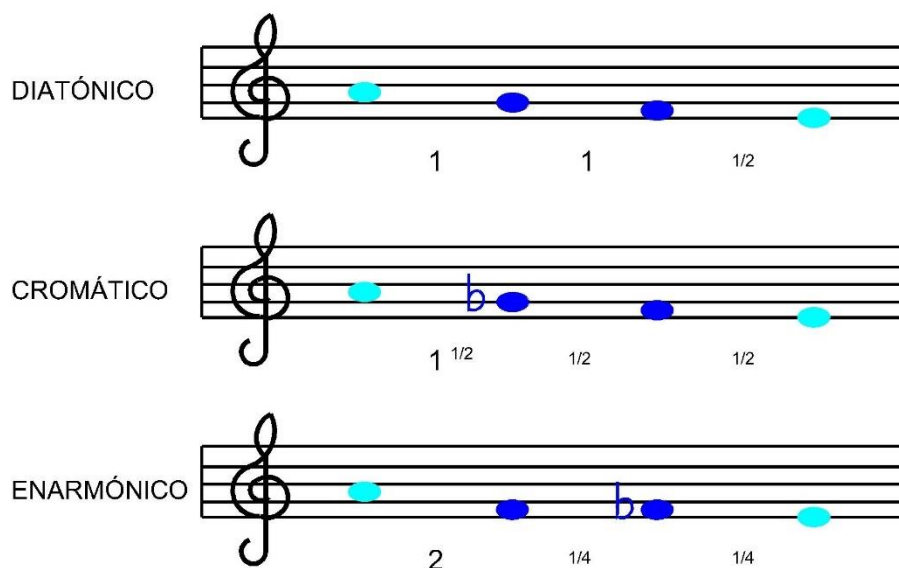
Fuente: Elaboración propia.

Respecto a los géneros⁴ musicales hay que decir que Arquitas fue el primero en clasificarlos como enarmónico, cromático y diatónico (Figura 5). Según Ptolomeo fue el primero en dividir matemáticamente el tetracordio⁵ con el objetivo de obtener las razones que definían los intervalos que articulaban cada uno de ellos. E identificó la proporción 5/4 con la aparición de una tercera mayor justa en el género enarmónico, la 32/27 con la aparición de una segunda aumentada en el cromático y la 9/8 con la aparición de una segunda mayor en el diatónico. Es decir, teniendo en cuenta que las dos notas externas de un tetracordio eran fijas, y las dos intermedias móviles, desveló que el género enarmónico se obtenía de la diferencia entre los semitonos mayor y menor y que daba lugar a la identificación de cuartos de tonos; que el diatónico se generaba por las progresiones de tonos; y que el cromático, era el intermedio entre los otros dos ya que se expresaba su progresión por semitonos (Goldaráz, 2010). Años después Eratóstenes (276-194 a. C), haciendo usos sistemáticos de las razones superparticulares en el género enarmónico y cromático explicó la aparición de la tercera menor justa (6:5) en el cromático.

⁴ Los géneros nacen de la diferente afinación de las dos notas internas de un tetracordio, afinación conseguida al subir o bajar semitonos o cuartos de tono.

⁵ Unidad modal básica formado por cuatro notas que abarcan una cuarta justa.

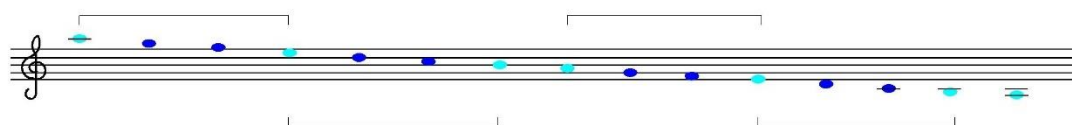
Figura 5. División tetracordal: Géneros



Fuente: Elaboración propia.

Aclarar que existían unidades mayores que los tetracordios y que se construían combinándolos de dos formas distintas. Bien construyendo un tetracordio nuevo desde la misma nota en la que terminaba el anterior, lo que se conocía como tetracordios conjuntos, o bien separando ambos tetracordios a una distancia de un tono y obteniendo tetracordios disjuntos. Así pues, si el tetracordio era la unidad modal básica, las combinaciones entre ellos daban lugar a los sistemas musicales, siendo el más importante de todos la octava, obtenida de dos tetracordios disjuntos del mismo género cuyas notas principales forman los intervalos de octava, quinta y cuarta y definida por Ptolomeo como el sistema menor. Hay que decir que el sistema musical completo abarcaba dos octavas y que era conocido como el sistema perfecto mayor (Figura 6) (Callejo, 2021). También hay que indicar que cada uno de los sonidos del sistema estaba asociado a un signo reconociéndose una notación musical que se complementaba con otros signos sobre los que se indicaba la altura para indicar la duración de la nota y por tanto el ritmo de la melodía.

Figura 6. Sistema perfecto mayor



Fuente: Elaboración propia.

Y si importantes fueron las aportaciones de Arquitas, no lo fueron menos las de Euclides (300 a. C) ya que estudiando los sistemas compuestos de consonancias fue el primero en hablar de sistemas mayores que la octava. En concreto habló del llamado “sistema inmutable compuesto por un octocordio central con tetracordios conjuntos en los extremos y otro interno modulador de notas conjuntas, más una nota grave añadida para completar dos octavas” (Goldáraz, 2010, p 24). Subrayar que como apunta Goldáraz, los diferentes sistemas podrían darse en los tres géneros manteniendo fijas las notas comunes en los extremos de cada tetracordio y variando las móviles.

Aunque lo verdaderamente importante a destacar de Euclides es que fue el primero en recoger la teoría numérico musical pitagórica desde los tiempos de Arquitas y en formular las claves de la teoría musical repetida incesantemente por los teóricos musicales posteriores. En el sentido de lo descrito son seis la cuestiones que resultaron definitivas. En primer lugar, subrayó la intrínseca relación entre los números y los sonidos, o lo que es lo mismo entra la música y la aritmética explicando que todo intervalo puede representarse mediante una proporción matemática. Además afirmó que los sonidos consonantes se expresaban siempre con razones múltiples ($pn:n$) o superparticulares ($(n+1):n$). También señaló que los intervalos eran más consonantes cuanto más cerca estaban de la unidad; y que la multiplicación o división de dos razones múltiples daban lugar a razones múltiples. Como quinta cuestión resaltó que la multiplicación de dos razones superparticulares daba como resultado una razón que no era ni múltiple ni superparticular, y que de la misma manera una razón superparticular no podía dividirse en dos partes iguales, lo que hace que entendamos que la suma de dos consonancias menores que la octava siempre da lugar a una disonancia. Y por último subrayó que la octava no puede dividirse en tonos iguales, afirmación que dio lugar a identificar el llamado coma pitagórico⁶. Y así, los intervalos de 3^º mayor, 3^º menor y 6^º mayor nacieron a partir de la división en partes desiguales de la octava (Goldáraz, 2010). Hay que decir que no fue hasta el Renacimiento, con las nuevas necesidades armónicas de la polifonía cuando se fijaron nuevas consonancias en las razones 5:4, 6:5, 5:3 y 8:5 que definieron los intervalos de 3^º Mayor, 3^º menor, 6^º Mayor y 6^º menor respectivamente. Y cuando se señalaron como nuevos intervalos disonantes, todos los expresados con una razón basada en el número 7, como por ejemplo el de cuarta aumentada 5:7 (Goldáraz).

No se puede cerrar el periodo clásico sin hacer alusión a Platón (427-347 a. C), porque siguió de cerca las enseñanzas pitagóricas y fue probablemente el primero en atribuir a su Escuela la unificación de las matemáticas, la geometría, la aritmética y la música (Platón, trad. 2020). Explicó la importancia de utilizar la proporción matemática para conseguir que dos elementos, diferentes de por sí se relacionasen armónicamente. Y para ello puso como ejemplo la música, con la que aseguró que el acorde más maravilloso del mundo era el formado por el tono (9:8), su octava (2:1) y la media (3:2), intervalos deducidos a partir de la adecuada combinación de diferentes proporciones matemáticas (Morán, 1990). En su obra El Timeo deja ver la influencia pitagórica en su doctrina y construye el alma del mundo a imagen del sistema musical (Platón, trad. 2020). A él le debemos la primera descripción conocida de la división de los tetracordios de la octava en el género diatónico, la conocida "Escala del Timeo" o "afinación pitagórica", que fue precisamente la que se estudió en la Edad Media gracias a Boecio. Defendió que la armonía y el orden cósmico se conseguía con los cuadrados y cubos de la proporción doble y triple generada a partir de la unidad. Y basándose en ello, a partir de la combinación de la serie 1, 2, 4, 8 y la 1, 3, 9, 27 explicó el origen de la progresión 1, 2, 3, 4, 8, 9 y 27 con la que definió tanto la armonía Universal (Wittkower, 2007), como las consonancias musicales, pues en ella se encuentran la octava (2:1), la octava más la quinta (3:1), la quinta (3:2), la doble octava (4:1), la cuarta (4:3), la triple octava (8:1), el tono (9:8) y cuatro octavas más sexta mayor (27:1) (Goldáraz, 2010). Además, basándose en los resultados obtenidos estableció cuatro niveles de armonía; el primero formado por la proporción 1:1; el segundo por la 3:2; el tercero por la 4:9 y el cuarto por la 8:27. (Tomassini, 2000).

Llegado este momento, tras haber estudiado el fundamento matemático de la música griega y en nuestro propósito de demostrar que las proporciones utilizadas por Hipódamo para diseñar sus trazados reticulares no fueron elegidas por casualidad, llegamos al punto álgido de la investigación, que se centra en el análisis pormenorizado del tejido urbano de la ciudad de Rodas, para la que se demostrará que bajo su regularidad y ortogonalidad subyacen las mismas proporciones aritméticas

⁶ La coma es un intervalo muy pequeño que puede separar dos notas enarmónicas. Dependiendo del tipo de afinación existen diferentes tipos de comas, como la pitagórica que aparece cuando el círculo de quintas no consigue cerrarse porque el si# es más alto que el do. (Abromont & Montalembert, trad. 2010).

utilizadas por los griegos y en concreto por Pitágoras para fundamentar la composición musical. Y que por lo tanto la ordenanza de trazado que consigue la armonía en base a la cual se desarrolla su perfecto tejido urbano, es la música.

4. La clave armónica del trazado Hipodámico de Rodas

La historia del urbanismo nos ha dejado opiniones contradictorias respecto a la autoría de la ciudad de Rodas. Y si bien reputados investigadores como Wycherley (1964), Burns (1976), o Cervera (1987), apoyándose en el famoso texto de Estrabón identificaron a Hipódamo como el autor de su tejido urbano. También lo hicieron indirectamente Cultrera (1924) y Bradford (1956), al calificar de “estilo Hipodámico” la geometría de su trazado. No obstante, otros como Gerkan (1924), Castagnoli (1956) o García y Bellido (2009) consideraron imposible este hecho y argumentaron su teoría apoyándose en la avanzada edad que habría tenido Hipódamo cuando se fundó la ciudad, datada por Diodoro entre el 408 y el 405 a. C. Lo cierto es que teniendo en cuenta las vicisitudes históricas que atravesaron las ciudades griegas a mediados del siglo V a. C, y atendiendo a la posible existencia de un paréntesis temporal entre su diseño y su fundación, no resulta descabellado considerar, tal y como dijo Estrabón⁷, que Rodas hubiera sido diseñada por Hipódamo de Mileto. Y que a pesar de que el encargo se lo hubiera hecho Pericles, entre los años 431 y 421 a. C, no fue posible su fundación hasta la finalización de la guerra arquidámica (Cervera, 1987). Consideración que supone el desvanecimiento de la hipótesis que subraya la imposibilidad de su autoría fundamentándose en la longevidad del autor.

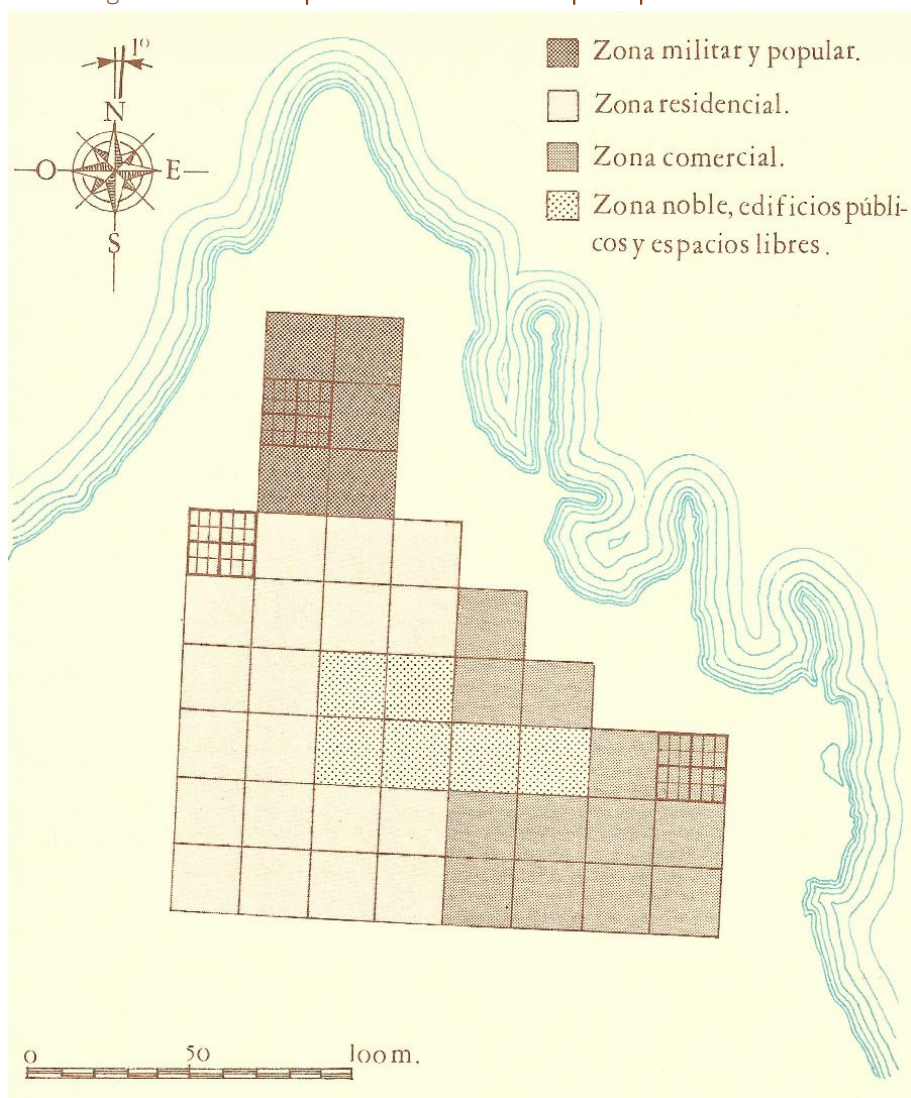
La presente investigación se suma a los trabajos que consideran cierta la afirmación de Estrabón y tras el análisis del trazado de la ciudad de Rodas obtiene argumentos que terminan refrendándola aún más, por ser muy similares a las encontradas en el análisis de la ciudad de Mileto (De Tomás, 2020) atribuida sin ningún atisbo de duda a Hipódamo.

Rodas fue una ciudad fundada en la isla de Rodas bañada por el Mar Egeo y situada cerca de la ciudad de Mileto. Aristides (siglo V. a. C.) destacó la armonía que presentaba su conjunto urbano. Los primeros textos en lo que se describió el lugar donde se levantó la ciudad aparecieron en el siglo XIX de la mano de Ross, Guérin y Berg, quienes además de explicar la topografía del terreno, concretaron su ubicación al noroeste de la isla, en la zona delimitada por el monte de San Esteban y por las bahías de Mondrachio, Mercantin, y Akandia. Sin embargo, no fue hasta mediados del siglo XX, cuando Bradford (1956) y Kondis (1958), tras los primeros trabajos arqueológicos, representaron su trazado ortogonal y analizaron las características del núcleo urbano, fijando en esa representación cuestiones definitivas para el entendimiento del trazado teórico ideal que realizó Hipódamo (Cervera, 1987).

Hipódamo, según dijo Aristóteles (trad. 2017), inventó el trazado de las ciudades y aplicó a sus tejidos urbanos los conceptos divulgados por los filósofos y científicos jonios. Conceptos que inspirados por la idea de un orden y una articulación cósmica universal se expresaban con el lenguaje de las proporciones matemáticas (Jaeger, trad. 1996). Para obtener un conjunto armónico impuso la claridad y la lógica al trazado urbano sistematizando y relacionando sus componentes urbanos y sirviéndose de la utilización del concepto matemático de la proporción (Cultrera, 1924). Destacó el ágora y los edificios públicos como componentes urbanos fundamentales y los situó en el centro de la composición, articulando el tejido zonificado por usos (Wycherley, 1949). En definitiva, creó el urbanismo racional (García y Bellido, 2009), materializado en la planta regular ortogonal y en la ordenación razonada de sus elementos y partes.

⁷ “The present city was founded at the time of the Peloponnesian war by the same architect, as the say, who founded the Peiraeus”

Figura 7. Rodas. Esquema ideal del trazado por Hipódamo de Mileto

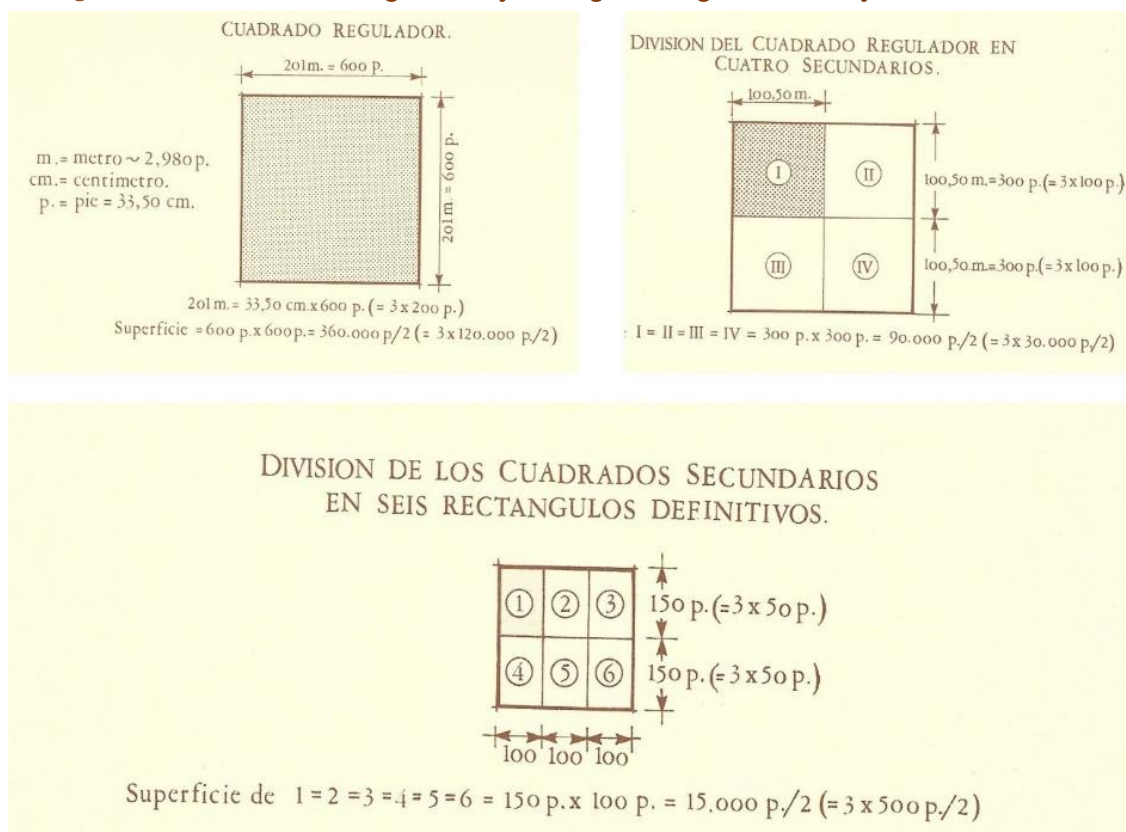


Fuente: Cervera Vera, 1987.

Kondis reprodujo el plano de la ciudad de Rodas reconociendo un tejido regular, ortogonal y reticular con una ligera inclinación hacia el noreste, que a pesar de su rotunda geometría se adaptaba perfectamente a la topografía del lugar especialmente significativa por sus acantilados.

Analizando el esquema de trazado recogido por Cervera (Figura 7) resulta evidente que el damero nació de la utilización de determinadas proporciones matemáticas que además de originarlo procuraron su sistematización y relación consiguiendo el orden y la armonía de la composición. Es decir, la retícula urbana de Rodas se generó a partir de la utilización y multiplicación de una célula básica o cuadrado regulador (Figura 8), cuya subdivisión provocó a su vez la aparición de la traza urbana, que fue la que consiguió la relación y estructuración del tejido. Tejido por otro lado sistematizado gracias a las zonas delimitadas y a los componentes urbanos que ubicados en el gran espacio público central de la ciudad terminaron erigiéndolo como el lugar más significativo de la ciudad por su incuestionable participación en la armonía urbana.

Figura 8. Rodas. Cuadrados reguladores y rectángulos integradores del tejido urbano de Rodas



Fuente: Cervera Vera, 1987.

En el tejido se identificaban 3 zonas, (la septentrional, la central y la oriental), que diferenciadas por usos y por su morfología aseguraban su armonía y ponían de manifiesto la estructura ideal que según Hipódamo debía de tener una ciudad. La zona septentrional se destinó a la clase militar y popular y se identificó con una superficie rectangular deslindada por 3x2 cuadrados reguladores y con una desviación de 10° hacia el sur. Su trazado se definió a partir de una inicial división de cada cuadrado regulador de 201m de lado, en 4 cuadrados iguales de 100,5 m de lado, generando 24 cuadrados secundarios para todo el ámbito; y de una posterior subdivisión de cada cuadrado secundario en 6 rectángulos iguales de dimensiones 50,25x33,5 m que produjeron las 144 manzanas rectangulares que la articularon (Cervera, 1987). La sucesiva transformación geométrica del cuadrado regulador inicial originó a su vez el sistema viario que estructuró definitivamente el tejido. Y así, a las 3 vías longitudinales y 4 transversales principales, se le sumaron 2 vías longitudinales y 3 transversales secundarias; más 8 vías longitudinales y 6 transversales terciarias. Al repasar los datos especificados se deduce que fue la proporción 3:2 la que se utilizó para delimitar el ámbito de la zona septentrional, la 1:1 la que generó los cuadrados secundarios, y de nuevo la 3:2 la que definió las manzanas que conformaron la zona. Resultando para la totalidad del ámbito una estructuración en manzanas y en cuadrados secundarios en proporción 1:1 y 3:2 respectivamente. También se corrobora que fue la proporción 3:4 la que originó tanto el viario principal como el terciario y la 3:2 la que provocó la aparición del viario secundario.

La zona central se dedicó al uso residencial y quedó deslindada por un rectángulo de 4x6 cuadrados reguladores que también guardaba una inclinación de 10° hacia el sur. Cuadrados que originaron, siguiendo el mismo procedimiento de subdivisión explicado anteriormente, 96 cuadrados secundarios

de 100,5 m de lado, y las 576 manzanas rectangulares de dimensiones 50,25x33,5 m que la vertebraron. Sin embargo, cuatro de los cuadrados reguladores más céntricos fueron destinados a espacios libres y edificios públicos constituyendo el gran espacio público central que se completó con la agregación de dos nuevos cuadrados reguladores pertenecientes a la zona oriental. Así que para el uso íntegramente residencial se destinaron un total de 80 cuadrados secundarios y 480 manzanas rectangulares (Cervera, 1987). El sistema viario también nació como se explicó en líneas anteriores, y a las 5 vías longitudinales y 7 transversales principales, se le sumaron 4 vías longitudinales y 6 transversales secundarias, más 16 vías longitudinales y 12 transversales terciarias. Analizando las proporciones utilizadas en la conformación de la zona descubrimos que se empleó la proporción 3:2 tanto para la delimitación del ámbito como para generar las manzanas y que fue la 1:1 la que originó los cuadrados secundarios. Obteniéndose de nuevo un ámbito vertebrado por manzanas en proporción 1:1. Las proporciones 5:7, 3:2, y 4:3 fueron las utilizadas para trazar los viarios principales, secundarios y terciarios que la estructuraron.

La zona oriental se deslindó con la misma orientación que las dos anteriores, y tuvo un uso enteramente comercial. No obstante, dos de sus cuadrados reguladores se unieron al espacio público inicialmente constituido con 4 cuadrados reguladores de la zona central y conformaron el área encargada de acoger el ágora y los edificios públicos y de articular todo el tejido urbano. Su morfología es el resultado de una adaptación del tejido a los acantilados del lugar, nació de la unión de la superficie deslindada por un rectángulo de 4x3 cuadrados reguladores y de la delimitada por 3 cuadrados reguladores independientes. Se estructuró mediante 13 cuadrados reguladores, 52 cuadrados secundarios, y 312 manzanas; que a su vez generaron 5 vías longitudinales y 6 transversales principales, 4 longitudinales y 5 transversales secundarias más 16 vías longitudinales y 10 transversales terciarias (Cervera, 1987). Datos, de los que se deduce que fue la proporción 4:3 la que se utilizó para definir la superficie rectangular, la 1:1 la que sirvió para la identificación de los cuadrados reguladores que unidos a la anterior completaron la zona comercial, y la proporción 3:2 la utilizada para generar las manzanas, dando lugar a un ámbito deslindado por manzanas en proporción 4:3 y 1:1. Además las proporciones 5:6, 5:4 y 8:5 se utilizaron para trazar los viarios especificados.

Respecto al gran espacio público central, encargado de acoger el ágora y los principales edificios públicos de la ciudad, subrayar que terminó constituyéndose por 6 cuadrados reguladores, 4 en el ámbito de la zona central y 3 en el de la oriental, generando una superficie originada por el uso de las proporciones 1:1, y 2:1, respectivamente.

5. Discusión y Conclusiones

A la vista de lo descrito no cabe duda de que la armonía del tejido urbano de Rodas se consigue gracias a la aplicación de proporciones matemáticas que garantizan el orden y la lógica del mismo al procurar la sistematización y relación de sus componentes urbanos. Su morfología evidencia la importancia de las matemáticas en el diseño del tejido hipodámico, sin embargo, a priori pasa completamente desapercibido el por otro lado incuestionable uso de los fundamentos de la música como base teórica de dichas proporciones.

Llegado este momento es oportuno recordar que los pitagóricos consideraban el número como esencia de todas las cosas y que llegaron a esta doctrina al descubrir que la altura de los sonidos dependía de la longitud de las cuerdas del instrumento musical, y que por tanto los intervalos musicales podían expresarse mediante proporciones matemáticas (Nestle, trad. 1987). Afirmación que refrenda el hecho de que en el análisis del plano de la ciudad de Rodas se hayan encontrado como directrices de su trazado las mismas proporciones numéricas que los griegos utilizaron para explicar

los fundamentos de la música, y que en concreto Pitágoras usó para argumentar la construcción de su escala musical. Por lo tanto, se podría afirmar que en la música está la fundamentación teórica que explica el origen de las proporciones matemáticas que dotaron de armonía a la ciudad de Rodas y que bajo el plano de las ciudades hipodámicas griegas subyace música.

Así pues, si la trama regular, reticular y ortogonal de la ciudad de Rodas deja ver la lógica y la racionalidad que se había impuesto en el sistema de pensamiento griego, y alcanza la armonía a partir del uso de determinadas proporciones matemáticas en su geometría; también reflejaría la consonancia y la armonía que existe entre los intervalos que construyen la escala musical pues las proporciones que los definieron eran las mismas que le fueron transferidas al tejido urbano. Y esto explicaría que tras un minucioso análisis del levantamiento realizado por Kondis se vislumbre un triángulo de lados proporcionados según la razón 3:4:5, al inscribir la superficie de Rodas en una figura geométrica; y que su morfología se entienda definida según la combinación y adaptación de varias figuras geométricas a la topografía del lugar, dando como resultado una superficie delimitada por 3 rectángulos, (dos de ellos en proporción 3:2, y un tercero en proporción 4:3), más 3 cuadrados reguladores en proporción 1:1.

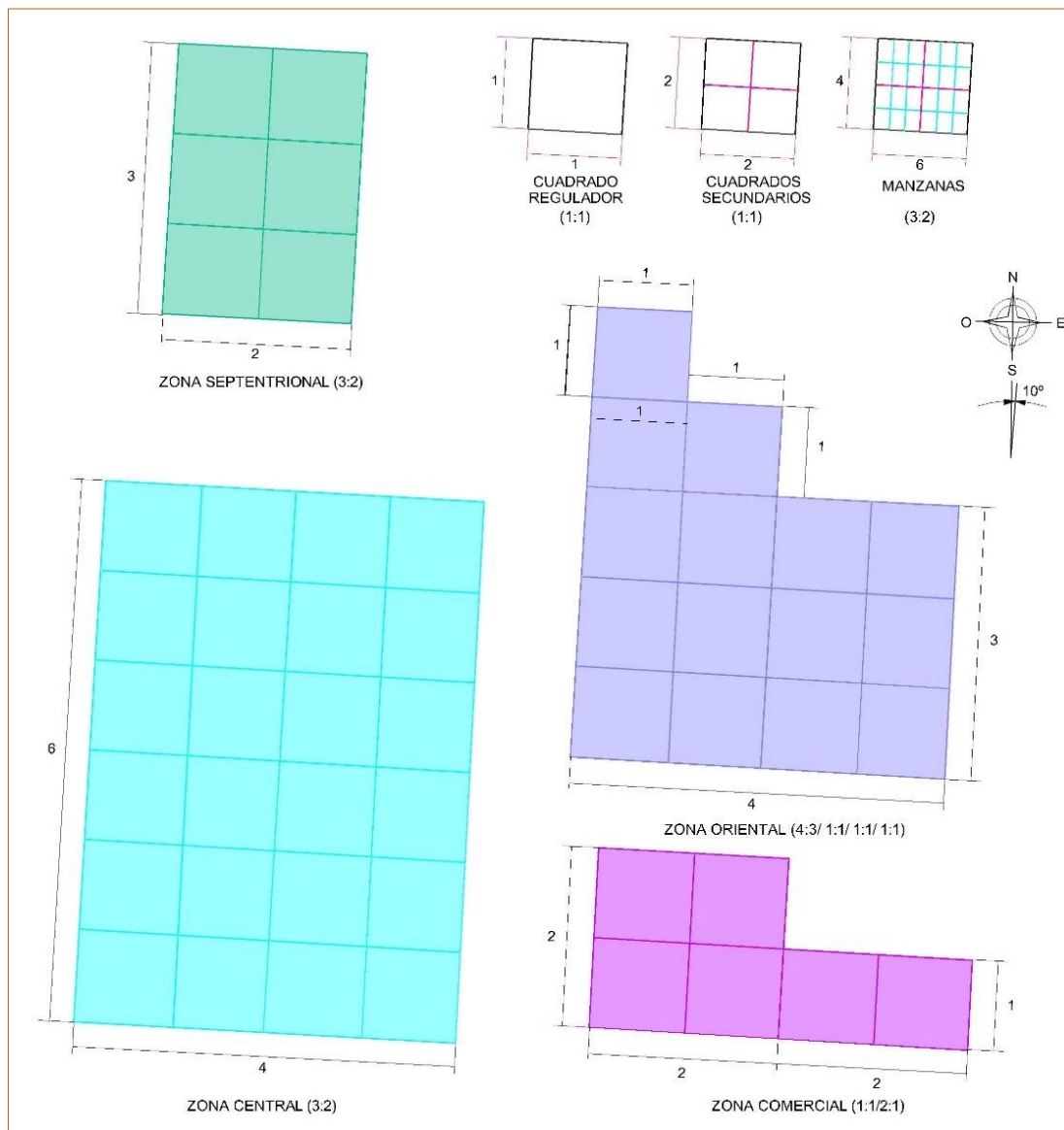
La proporción 3:4:5 fue subrayada desde las civilizaciones primitivas como la proporción que originaba el triángulo sagrado, considerado perfecto por contener un ángulo recto. En la Grecia clásica fue introducida por el matemático Thales de Mileto, y Euclides y Pitágoras lo estudiaron en profundidad dejando como legados universales el Tratado de Euclides, y el Teorema de Pitágoras. En la música occidental es la que define una variación del acorde perfecto mayor, el que, construido a partir de los grados de tónica, mediante y dominante fija la tonalidad y permite encontrar el resto de las notas de la escala musical.

La proporción 3:2 fue la que utilizó Pitágoras para definir el intervalo de quinta de la escala; la 4:3 la empleó para el de cuarta; y la 1:1 para el intervalo unísono. La proporción 9:8 la obtuvo de la diferencia entre el intervalo de cuarta y quinta, y la subrayó como la responsable de generar el tono de la escala. También señaló el intervalo de quinta como la sección áurea de una octava, y como la base de la escala musical. Platón equiparó la proporción 1:1 con el primer nivel de armonía que regía el orden del Universo, la 3:2 con el 2º nivel de armonía, y la proporción áurea como la esencia de la armonía universal. Arquitas por su parte reconoció en las proporciones 3:2 y 4:3, los intervalos de quinta y cuarta de la escala musical y explicó que se obtenían aplicando la teoría de las medias, lo que desveló la utilización intrínseca de la proporción 12:9:8:6 al usarla. También señaló la consonancia diatona con el intervalo 9:8.

Recordemos que la zona septentrional fue inscrita en un rectángulo diseñado según la proporción 3:2, proporción que también guardaban las manzanas que finalmente consolidaron el tejido urbano (Figura 9). Se generó por la sucesiva reproducción de una célula inicial (el cuadrado regulador) que guardaba la proporción 1:1, cuadrado que se subdividió en manzanas resultando para la totalidad del ámbito una estructuración también en proporción 1:1, y por el viario, nacido del empleo de diferentes proporciones según su jerarquía de uso. La 3:4 para el principal, la 3:2 para el secundario, y de nuevo la 3:4 para el terciario.

La zona central quedó acotada en un rectángulo de proporción 3:2, proporción que también fue utilizada para la estructuración del ámbito en cuadrados secundarios (Figura 9). Las manzanas también se originaron por esta proporción, aunque fue la proporción 1:1 la que terminó vertebrando la zona y las proporciones 7:5, 3:2, y 4:3 las utilizadas para trazar los viarios principales, secundarios y terciarios respectivamente. En el diseño de esta zona se introdujo una nueva proporción no utilizada anteriormente, la 7:5, que casualmente corresponde con una cuarta aumentada respecto del intervalo de cuarta de la Escala Pitagórica, el compuesto por tres tonos y llamado Tritono.

Figura 9. Esquema de las diferentes zonas del tejido urbano generado y proporcionado a partir del cuadrado regulador



Fuente: Elaboración propia sobre esquema ideal en Cervera Vera, 1987.

Y la superficie de la zona oriental fue deslindada a partir de un rectángulo en proporción 4:3, al que se le unieron 3 cuadrados reguladores en proporción 1:1 (Figura 9). De nuevo la proporción 3:2 fue la que generó las manzanas, aunque fueron las proporciones 3:2 y 2:1 las que estructuraron las manzanas que consolidó el tejido y la 6:5, 5:4 y 8:5 para trazar los viarios que lo articularon.

En este caso se añadieron tres nuevas proporciones al diseño, la 6:5, la 5:4 y la 8:5, proporciones con los que se definen los intervalos de tercera menor, tercera mayor, y sexta menor a partir de la Escala Pitagórica. Además, la proporción 5:4 fue señalada por Arquitas como la que definía una tercera mayor justa en el género enarmónico y la 6:5 como la que definía la tercera menor justa en el género cromático, por su parte la proporción 8:5 refleja la aparición de nuevos intervalos como el de sexta a partir de la realización de otras divisiones tetracordales.

Respecto al gran espacio público central, destacar que se conformó por la superficie delimitada por 6 cuadrados reguladores dispuestos de acuerdo con las proporciones 1:1 y 2:1 dentro de los ámbitos central y oriental. Llegado este punto llama especialmente la atención que se utilizara la proporción 2:1 para su diseño, por ser la proporción con la que en música se definió la octava de la escala musical. Cabe recordar que Pitágoras, en su identificación de las proporciones numéricas que originaron las notas musicales señaló la octava, obtenida según la proporción 2:1, como la base de la escala musical occidental; y Filolao, intentando explicar el origen de la progresión armónica también identificó la octava, como uno de los sonidos fundamentales de ella. Por su parte Ptolomeo la calificó como el sistema menor de la música griega compuesto por la unificación de los dos tetracordos disjuntos del mismo género. A su vez resulta bastante significativo que la otra proporción utilizada para completar el diseño del gran espacio central sea la 1:1, pues como se decía en párrafos anteriores, Pitágoras la utilizó para definir el intervalo unísono de la escala, el que define su tónica, y Platón la subrayó como la responsable del 1º nivel de armonía del Universo.

Los datos especificados evidencian que la “perfección, belleza y armonía” del tejido urbano de Rodas con su morfología regular, reticular y soberbiamente ortogonal es fruto de un diseño concebido a partir de las mismas proporciones aritméticas que se usaron para definir las notas de la escala musical. Lo que pone de manifiesto el claro paralelismo existente entre la identificación y significación de los intervalos con los que Pitágoras construyó la escala y los utilizados para la zonificación y articulación de la ciudad.

Así pues, si el señalamiento de la nota tónica de la escala, la principal, aquella sobre la que recae el intervalo unísono identificada con la proporción 1:1, resulta fundamental para la composición de una melodía, en el caso de la ciudad de Rodas, la definición del cuadrado regulador también en proporción 1:1, resulta imprescindible para generar su tejido urbano. Porque al igual que en música la tónica es la que rige la armonía de todos los sonidos de la escala y sobre ella, en cierto modo pivotan todas las demás; en la ciudad de Rodas este cuadrado regulador es la célula básica a partir de la cual se conforma su tejido urbano, es la pieza fundamental que lo define, la que origina la traza urbana que termina siendo la responsable de la configuración de la ciudad.

De la misma manera, si el reconocimiento de la proporción 3:2 supuso la identificación por Pitágoras de la sección áurea de la octava y por consiguiente la identificación de la esencia de la armonía universal, el hecho de que todas las manzanas se generaran por la aplicación de la proporción 3:2 al cuadrado regulador deja latente que el tejido urbano se conformó tomando la armonía como directriz de trazado.

Y en el mismo sentido, la definición del gran espacio central fue para la ciudad lo que la identificación del intervalo que definiría la escala para la composición musical. Pues si Hipódamo utilizó la proporción 2:1 para deslindar ese espacio como centro neurálgico de la ciudad, Pitágoras utilizó exactamente la misma proporción para definir el intervalo de octava con el que se identificarían los sonidos que conformarían la escala musical y Ptolomeo la señaló como el sistema menor de la música griega, es decir la base de la composición musical. Por ello, siguiendo con la analogía, en el espacio central se ubicaron el ágora y los edificios públicos, para realizar las principales actividades de la ciudad. Su determinación, delimitación y ubicación sembró la semilla que conseguiría la perfecta armonía entre las diferentes zonas del tejido articuladas con las mismas proporciones con las que se definieron los intervalos de quinta y cuarta, dejando entrever una vez más, que su definición era tan necesaria para consolidar la ciudad, como la modulación de los intervalos de cuarta y quinta para definir la escala musical.

Por lo tanto, no parece casual la utilización del intervalo 3:2, para definir las zonas septentrional y central, ya que fue la proporción utilizada para determinar el intervalo de quinta de la escala musical. Pues si como se decía en líneas anteriores el intervalo de quinta era el de máxima estabilidad para articular cualquier melodía, “la sección áurea de la escala”, y Platón lo identificó con el segundo nivel

de armonía; Hipódamo lo utilizó para deslindar las zonas destinadas al tejido residencial, asegurando con su trazado reticular y ortogonal derivado de la aplicación de esta proporción, la materialización del nuevo pensamiento político, regido entre otras cuestiones por la búsqueda de la igualdad entre los ciudadanos.

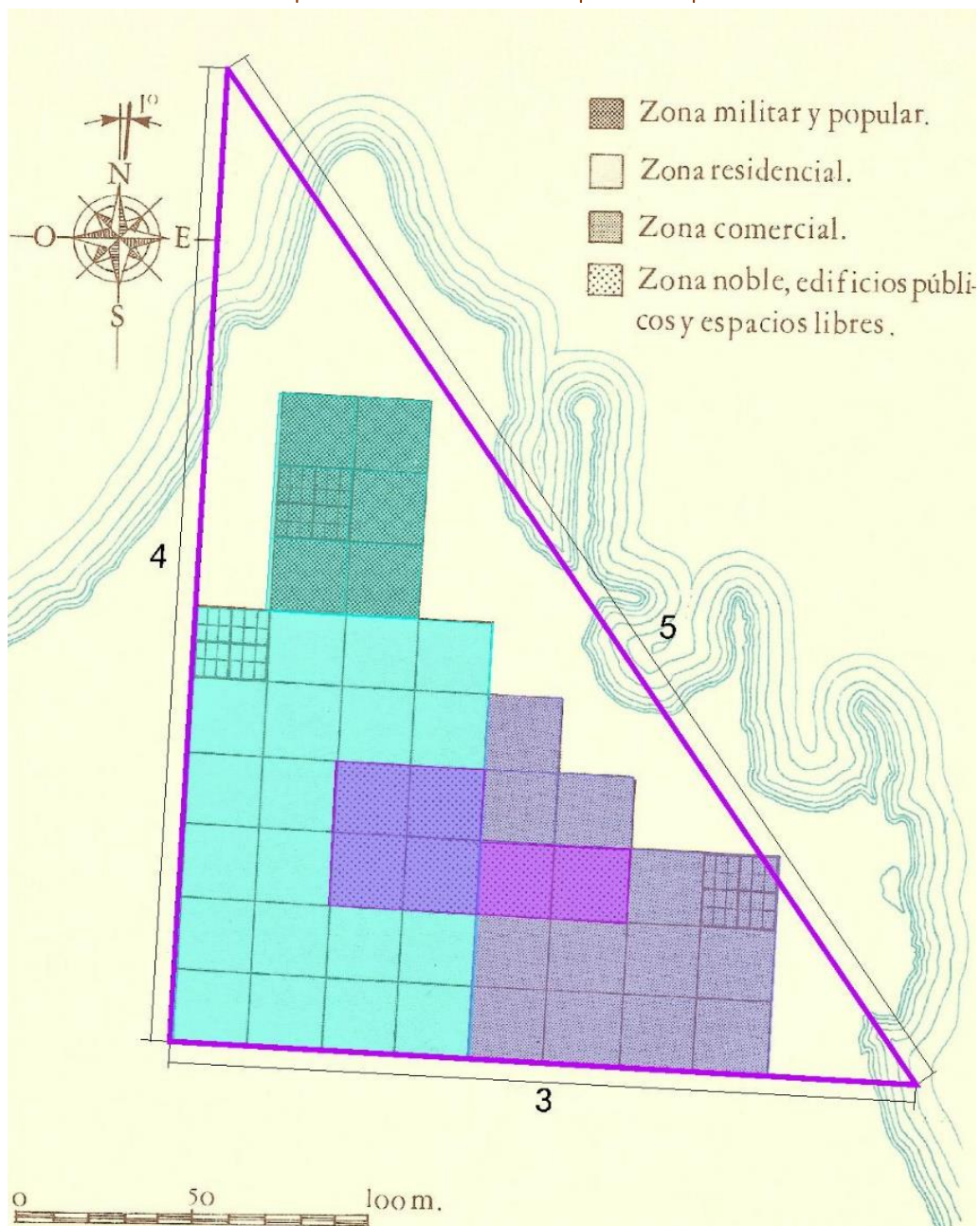
Ni tampoco es fortuito la utilización de la proporción 4:3 para deslindar la zona oriental de la ciudad, puesto que también fue utilizada por Pitágoras, Filolao y Arquitas para identificar el intervalo de cuarta de la escala. Y si con su aplicación a la zona oriental de la ciudad Hipódamo buscaba satisfacer las necesidades planteadas en los otros tejidos urbanos posibilitando la autosuficiencia de la ciudad, su determinación en la escala fue definitiva para encontrar las notas que la completarían. Además, para obtener, tras su diferencia con el intervalo de quinta, el tono musical.

Es decir, los intervalos escogidos para definir las zonas urbanas, fueron los mismos que se utilizaron para definir los grados tonales de la escala, existiendo una completa relación entre lo que supusieron las zonas definidas por el intervalo de quinta y cuarta para la ciudad, y lo que significaron el establecimiento de estos intervalos para la identificación de la estructura principal de la escala y la definición de su tonalidad. En este sentido se asignaron los intervalos de tónica y dominante para definir las zonas septentrional y central; y el subdominante para definir la zona comercial. Y para terminar subrayar también que, como no podía ser de otra forma, las proporciones 5:7, 6:5, 5:4, y 8:5 utilizadas para el trazado de los viarios menores, fueron las mismas que se utilizaron para identificar los intervalos de cuarta aumentada, tercera mayor y menor, y sexta de la escala; siendo la 5:7 y la 8:5 producto de posteriores divisiones tetracordales de la escala pitagórica, y la 5:4 y la 6:5 señaladas por Arquitas como las que definían la consonancia enarmónica y cromática. Por lo que al igual que en la ciudad fueron definitivos para su completa estructuración y relación suponiendo la afinación definitiva del trazado urbano, en música resultaron imprescindibles para el reconocimiento de los diferentes géneros musicales que nacían de la afinación de las notas internas del tetracordio, y por tanto para completar el reconocimiento de las notas que completaron la escala musical.

En definitiva, llegado este momento se puede afirmar que el tejido urbano de Rodas fue diseñado con las mismas proporciones numéricas con las que se identificaron las notas de la escala, por lo que podría decirse que bajo su traza subyace música. Una música articulada por una perfecta melodía, asegurada por la consonancia y armonía existente entre los intervalos de quinta, cuarta y octava que se reconocen en la delimitación de sus zonas y que se vuelve sublime, divina e incluso “sagrada” por estar compuesta a partir del acorde perfecto, el 3:4:5, (Figura 10) el que representa la base de la tonalidad y en el que se inscribe la superficie de la ciudad.

Las conclusiones de la investigación aportan a la comunidad científica una gran relevancia y significación, pues hacen cuestionarse si la extrapolación del método de análisis empleado al estudio del resto de las ciudades planificadas por Hipódamo de Mileto, verificaría el hecho de que también fueron diseñadas en base a los fundamentos de composición musical. Lo que nos llevaría a detallar aún más las características del trazado Hipodámico, y a confirmar que la música pudo ser la herramienta que el reputado filósofo utilizó como fundamentación teórica para conseguir la sistematización y relación de su tejido urbano y lograr alcanzar el orden y la armonía en la ciudad. Planteamiento que podría influir en nuestra comprensión del desarrollo histórico de la planificación urbana y que quizá también explicaría el éxito o fracaso del modelo reticular urbano empleado posteriormente en diferentes etapas de la historia y que incluso podría llegarnos a influir en la forma de planificación de la ciudad porque demostraría que hasta el momento solo se ha tenido un conocimiento parcial de lo que verdaderamente aportó el trazado hipodámico al urbanismo y nos invitaría a considerar la música como herramienta de ordenación para diseñar un perfecto trazado armónico para la ciudad.

Figura 10. Rodas. Identificación de las zonas urbanas anteriormente esquematizadas sobre el esquema ideal de la ciudad reproducido por Cervera



Fuente: Elaboración propia sobre esquema ideal en L. Cervera Vera, 1987.

Nota: La identificación del triángulo que representa el acorde perfecto se hace sobre el esquema de trazado ideal reproducido por Cervera a partir del levantamiento de la ciudad que hizo Kondis, lo que explicaría que los pequeños desajustes del dibujo podrían deberse a un problema de replanteo.

Conflicto de intereses: La autora declara que no hay conflicto de intereses.

Bibliografía

Abercombrie, P. (1936). *Planeamiento de la ciudad y del campo*. Traducción y apéndice por Santiago Esteban de la Mora. Madrid, España: Espasa Calpe.

Abromont, C. y Montalembert, E. (2010). *Teoría de la música. Una guía*. Trad. por Alejandro Pérez Sáez. México D. F: Fondo de Cultura Económica. (Publicado originalmente en 2001).

Aristóteles (2017). *La Política*. 1ª reimpresión. Trad. por Carlos García Gual y Aurelio Pérez Jiménez. Madrid, España: Alianza editorial. (Basada en la versión de Julián Marías y María Araujo, publicado originalmente en 1951).

Aristóteles (1996). *Acerca del Cielo*. Trad. Por Miguel Candel. Madrid, España: Gredos.

Boecio (2009). *Sobre el fundamento de la música*. Trad. Por Jesús Luque, Francisco Fuentes, Carlos López, Pedro R. Díaz y Mariano Madrid. Madrid, España: Editorial Gredos. (Basado en De Institutione Musica, publicado originalmente por Friedlein en 1867).

Bradford, J. (1956). Fieldwork on aerial discoveries in Attica and Rhodes; Part 1, The town Plan of Classical Rhodes. *The antiquaries Journal*, XXXVI, 57-69 y 172-180.

Burke, G. (1975). *Towns in the making*. London, Reino Unido: Arnold.

Burns, A. (1976). Hippodamus and planed city. *Historia zeitschrift fÜralte Geschichte*, XXV, 414-428.

Callejo Gimenez, F. (2021). La música en la antigua Grecia. Recuperado de <https://www.franciscocallejo.es/hm4/index.php?page=05-grecia.html>

Castagnoli, F. (1956). *Ippodamo di Mileto e L´urbanistica a pianta orotogonale*. Roma, Italia: De Luca.
Cervera Vera, L. (1987). Los conceptos asimilados por Hipódamo de Mileto para su ciudad ideal. *Boletín de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, 64, 119-157.

Cervera Vera, L. (1987). *Las ciudades teóricas de Hipódamo de Mileto*. Torrejón de Ardoz, Madrid, España: Real Academia de Bellas Artes de Santa Isabel de Hungría.

Clerc González, G. (2003). *La arquitectura es música congelada* (Tesis doctoral). Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid, Madrid. Recuperado de <http://oa.upm.es/268/>

Cultrera, G. (1924). Architettura ippodamea. Contributo allá storia dell´ edilizia nell´ antochitá. *Memorie della R. Accademia Nazionale dei Lincei*. Serie quinta, volumen XVII, fascilolo IX, 361-603.

De Guzmán Ocámiz, M. (2000). Matemáticas y estructura de la naturaleza. Recuperado de web Cátedra UCM de Miguel de Guzmán. Recuperado de <http://blogs.mat.ucm.es/catedramdeguzman/matematicas-y-estructura-de-la-naturaleza>

De Tomás Medina, C. (2020). En la ciudad de Mileto subyace la música como directriz de su trazado urbano. *Urbe. Revista Brasileira de Gestao Urbana*, (12), 1-15. DOI: <https://doi.org/10.1590/2175-3369.e20200018>

Doxiadis, C. (1969). *Entre Dystopía y Utopía*. Traducción por C. Chavarría. Madrid, España: Moneda y Crédito. (Publicado originalmente en 1966).

Erdmann, M. (1884). Hippodamus von Milet und die symmetische städtebaukunst der Griechen. *Philologus. Zeitschrift für das Lassische Alterthum*. Herausgegeben von Ernst von Leutsch, XLII, 193-227.

Fallas López, L. (1992). La analogía pitagórica. Estudio interpretativo del pensamiento de Arquitas de Tarento. *Revista de filosofía de la Universidad de Costa Rica*. XXX(73), 241-336.

- Farrington, B. (1974). *Mano y cerebro en la antigua Grecia*. Madrid, España: Ayuso.
- García y Bellido, A. (2009). *Urbanística de las grandes ciudades del Mundo Antiguo*. 3ª edición. Madrid, España: Consejo Superior de Investigaciones Científicas, C. S. I. C.
- Gerkan, A. V. (1924). Hippodamos. En Ulrich Thieme-Felix Becker (Eds), *Allgemeines Lexikon der bildenden Künstler von der Antike bis zur Gegenwart, XVII* (pp. 124-125). Leipzig, Alemania: Seemann.
- Goldárez Gáinza, J.J. (2010). *Afinación y temperamentos históricos*. Madrid, España Alianza Editorial. S. A, 12-81.
- Graham, J.W. (1972). Notes on Houses and Housing-Districts at Addera and Himera. *Revista American Journal of Archeology*. Vol 76, nº 3, 295-301.
- Guthrie, W.K.S. (1987). *The pythagorean Sourcebook and library*. Michigan, EE.UU.: Ed Phanes Press.
- Jaeger, W. (1996). *Paideia. Los ideales de la cultura griega*. 13ª reimpresión. Traducción por Joaquín Xirau y Wenceslao Roces. Ciudad de México, México: Fondo de cultura Económica. (Publicado originalmente en 1933).
- Kappraff, J. (1996). Linking the Musical Proportions of Renaissance, the Modulor, and Roman Systems of Proportions. *International Journal Of Space Structures, Vol. 11, Nos. 1 and 2*. Recuperado de <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/026635119601-226>.
- Kondis, J. (1958). Zum autiken stadbauplan von Rhodes. *Mitteilungen des Deutschen archiologischen Instituts Athenische abteilung* 73, Berlin, 146-158.
- Lavedan, P. (1926). *Histoire de l'urbanisme Antiquité. Moyen Age*. París, Francia: Laurens.
- Maor, E. (2018). *La música y los números. De Pitágoras a Schoenberg*. Madrid: Turner publicaciones S.L, 35-38.
- Martín, J.J. (2010). *Historia del arte I*. Madrid: Gredos.
- Martienssen, R.D. (1957). *La idea del espacio en la arquitectura griega. Con especial referencia al templo dórico y a su emplazamiento*. Buenos Aires, Argentina: Nueva Visión.
- Mc Credie, J. (1971). Hipodamos of Miletus. *Studies presented to George M. A. Hanfmann, Fogg Art Museum, Harvard University. Monographs in Art and Archaeology, II*, Mainz, W. 95-100.
- Miyara, F. (2019). *La música de las esferas de Pitágoras a Xenaquis... y más acá*. Apuntes para el coloquio del Departamento de matemática. Recuperado de [https://www.academia.edu/34580332/La música de las esferas de Pitágoras a Xenakis](https://www.academia.edu/34580332/La_música_de_las_esferas_de_Pitágoras_a_Xenakis)
- Morán Ortega, A. (1990). *La arquitectura razonable o la música del espacio una visión platónica de la arquitectura*. Valladolid, España: G.A.C.
- Morris, A.E.J. (2007). *Historia de la forma urbana desde sus orígenes hasta la revolución industrial*. Trad. Reinald Berret. Madrid, España: Gustavo Gili, S.L. (Publicado originalmente en 1979).
- Moya Blanco, L. (1950). Datos sobre la composición arquitectónica en la Grecia clásica. *Revista Nacional de Arquitectura*, nº 97, 24.
- Mumford, L. (2014). *La ciudad en la historia. Sus orígenes, transformaciones y perspectivas*. 2ª Edición. Trad por Enrique Luis Revol. Logroño, España: Pepitas de Calabaza (Publicado originalmente en 1961).
- Nestle, W. (1987). *Historia del Espíritu Griego desde Homero hasta Luciano*. 4ª edición. Trad. por Manuel Sacristán. Barcelona, España: Ariel. (Publicado originalmente en 1962).

Platón (2020). *Íón. Timeo. Critias*. 1ª reimpresión. Trad. por Jose María Pérez Martell. Madrid: España. Alianza Editorial. (Publicado originalmente en 2004).

Salazar, A. (1954). *La música en la cultura griega*. Ciudad de México: México. Colegio de México.

Souriau, E. (1998). *Diccionario Akal de Estética*. Madrid: Akal.

Tomasini, M.C. (2007). El fundamento matemático de la escala musical y sus raíces Pitagóricas. *C&T Universidad de Palermo*.15-27. Recuperado de <https://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/6CyT03.p65> (palermo.edu)

Vitrubio, M. L. (2007). *Los diez libros de Arquitectura*. Traducción por Agustín Blánquez. Barcelona: Iberia S.A. (Publicado originalmente en 1486)

Von Simson, O. (1982). *Los orígenes de la arquitectura gótica y el concepto medieval del orden*. Traducido por Fernando Villaverde. Madrid: Alianza. (Publicado originalmente en 1955).

Wicherley, J. (1958). Zum autiken stadtbowplan von Rhodes. *Mitteilungen des Deutschen archciologischen Instituts Athenisdeabteilung*, 73, 146-158.

Williams, K. (1999). Michelangelo's Medici Chapel: The Cube, the Square and the Root-2 Rectangle. *Leonardo*. 30(2), 105-112. Recuperado de <http://arteca.mit.edu/journal/leonardo-volume-30-issue-2>.

Wittkower, R. (2007). *Arte y Arquitectura en Italia 1600-1750*. Madrid, España: Cátedra.

Zellini, P. (2018). *Números y "logos"*. Trad. Juan Díaz de Aturi. Barcelona, España: ACANTILADO Cuaderns Crema, S. A. (Publicado originalmente en 2010), 61-368.