Aprendre Matemàtiques Dissenyant

Matemàtiques Animades

Antonijuan Rull, Josefina
Universitat Politècnica de Catalunya
Departament de Matemàtiques
Avinguda Víctor Balaguer, 1. 08800. Vilanova i la Geltrú. Spain
Josefina.antonijuan@upc.edu

Guàrdia Rúbies, Jordi
Universitat Politècnica de Catalunya
Departament de Matemàtiques
Avinguda Víctor Balaguer, 1. 08800. Vilanova i la Geltrú. Spain
Jordi.guardia-rubies@upc.edu

Prat Farran, Joana d'Arc
Universitat Politècnica de Catalunya
Departament de Matemàtiques
Avinguda Víctor Balaguer, 1. 08800. Vilanova i la Geltrú. Spain
Joana.darc.part@upc.edu

Massana Hugas, Immaculada
Universitat Politècnica de Catalunya
Departament de Matemàtiques
Avinguda Víctor Balaguer, 1. 08800. Vilanova i la Geltrú. Spain
Immaculada.massana@upc.edu

1. RESUM:

Matemàtiques per al disseny és una assignatura de l'*EPSEVG (UPC)*. S'hi presenten els fonaments matemàtics del disseny industrial. Explicarem com hem incorporat la metodologia *aprendre fent*. A banda d'il·lustrar tots els conceptes amb objectes quotidians, basem l'aprenentatge en el treball per projectes. Això permet incorporar la creativitat dels estudiants i afavoreix la seva implicació. A més, hem usat les xarxes socials com a mitjà de comunicació.

2. ABSTRACT:

The *Mathematics for design* class of EPSEVG introduces the mathematical foundations of industrial design. We will explain the initiatives taken to introduce the *learning by doing* methodology. Besides illustrating every theoretical concept with everyday objects, we have based the learning on projects work. This gives the chance to incorporate students creativity and encourages their involvement. In addition, we have used social networks as a media of communication.

3. PARAULES CLAU:

Geometria Dinàmica, Disseny*, Aprendre fent, Geogebra, Xarxes socials*

4. KEYWORDS:

Dynamic Geometry, Design, Learning by doing, *Geogebra*, Social networks

5. DESENVOLUPAMENT:

Contextualització de l'experiència docent

Ens situem en el Grau de Disseny Industrial i Desenvolupament del Producte de l'Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú (UPC) i, en concret, en l'assignatura ***Matemàtiques del Disseny***. És una assignatura del segon quadrimestre amb continguts matemàtics especialitzats en el Disseny Industrial. Té 6 crèdits, dels quals 4.5 són de teoria (3h/setmana) i 1.5 són de pràctiques (1h/setmana). Hi ha al voltant de 120 estudiants matriculats, repartits en dos grups de teoria i sis grups de pràctiques. En els inicis del grau (2011) s'impartia amb classes magistrals i sessions de pràctiques (realitzades amb el programari matemàtic MAPLE) i es feia una avaluació clàssica per exàmens.

Des de la posada en marxa de l'assignatura, hi ha hagut una revisió constant dels continguts, centrant-los en les eines geomètriques necessàries per al disseny gràfic assistit per ordinador. Actualment hi ha 5 temes:

1. Geometria diferencial de corbes: Triedre de Frenet. Curvatura i torsió. Cercle osculador. Corbes *offset*.
2. Geometria diferencial de superfícies: Parametritzacions. Pla tangent i vector normal. Quàdriques. Superficies *offset*. Superfícies de revolució, reglades i tubulars.
3. Afinitats. Combinacions lineals afins. Afinitats del pla i de l'espai. Mosaics.
4. Corbes de Bézier: Definició i propietats fonamentals. Algoritme de Casteljau i subdivisió. Continuïtat geomètrica.
5. Superfícies de Bézier: Definició i propietats fonamentals. Subdivisió. Continuïtat geomètrica. Pedaços de Coons.

Metodologia de l'experiència docent

Després de cinc cursos seguint un model docent *clàssic*, ens va semblar convenient un nou plantejament global de l'assignatura per incrementar la implicació i la motivació dels estudiants i, de retruc, millorar el rendiment acadèmic. Volíem potenciar, a més, les competències transversals, les noves eines digitals i la vessant artística.

Seguint aquestes idees, a partir del 2016, l'aprenentatge de l'assignatura es basa en el treball per projectes, la qual cosa permet incorporar de forma natural les capacitats creatives dels estudiants. Es va substituir el programari MAPLE, de caire generalista, per *Geogebra*, especialitzat en la geometria dinàmica. A banda de ser un programari lliure, *Geogebra* té una corba d'aprenentatge suau (i molts estudiants ja el coneixen de

l'ensenyament secundari), és multiplataforma (es pot usar fins i tot al mòbil), i cobreix tots els continguts de l'assignatura. Permet fer animacions, càlcul simbòlic, fulls de càlcul, construccions pas a pas, etc... Gràcies al *Geogebra*, els estudiants són protagonistes del seu procés d'aprenentatge, ja que incorporen els conceptes matemàtiques en els seus propis dissenys.

En el repositori obert de material didàctic G*eogebraTube* hem creat un llibre de l'assignatura (Antonijuan, 2021). En cadascun dels temes hi ha els apunts i/o vídeos, els fitxers de Geogebra mostrats a les sessions de teoria i, algunes tasques. A més, disposem d'Atenea, un entorn virtual d'aprenentatge de la UPC en el qual hi ha les diferents activitats de l'assignatura, l'avaluació d'aquestes i és el canal principal de comunicació amb els estudiants.

Per afavorir la implicació dels estudiants s'ha introduït l'ús de les xarxes socials a l'assignatura. A través d'un compte d'*Instagram*, els estudiants han anat compartint i publicant els seus treballs. A més, se'ls demana que identifiquin aplicacions dels conceptes de l'assignatura en el seu entorn quotidià i en mostrin fotos. Gràcies a la difusió obtinguda a través d'*Instagram*, s'ha organitzat una exposició itinerant d'un dels projectes presentats pels estudiants, que ha recorregut diferents biblioteques de la UPC (veure figura 3).

Desenvolupament de les classes

L'assignatura té 48 hores de teoria i 12 hores de laboratori. A les sessions teòriques expositives s'introdueixen els conceptes matemàtics, sempre amb una visió molt pràctica. A més, s'il·lustren amb construccions dinàmiques de *Geogebra*, que en faciliten la comprensió. En cada sessió de teoria s'encarrega una tasca senzilla que els estudiants realitzen amb Geogebra de forma autònoma i individual. Les hores de laboratori es distribueixen en sis sessions: en la primera es fa una breu introducció al programari *Geogebra* i cadascuna de les altres es dedica a un dels temes de l'assignatura. Cada pràctica consta d'un conjunt de tasques orientades a la preparació per als projectes.

Descripció dels projectes

Actualment es realitzen 5 projectes, un sobre cada tema del curs, i l'avaluació es fa en base a aquests treballs. Són projectes de caire pràctic, que mostren aplicacions reals dels continguts de l'assignatura, de manera que l'estudiant aprèn fent. Cada projecte té uns

requeriments matemàtics però sempre hi ha una part creativa, en la que es deixa llibertat als estudiants per a fer el seu propi disseny. Els títols dels projectes del darrer curs són: *Muntanya Russa*, *Catifa Voladora*, *Mosaics en poliedres*, *Animació 2D* i *Composició 3D* (en visualitzem alguns en les figures 1, 2, 3, 4 i 5, respectivament).

Els projectes es fan per parelles fixes, que són tutoritzades per un professor al llarg de tot el curs. S'espera que els estudiants dediquin entre 5 i 10 hores a cada projecte, en un termini d'entre 10 i 20 dies, la qual cosa els permet organitzar la feina sense que se'n vegin perjudicades la resta d'assignatures.

De cada projecte es presenta, un fitxer de *Geogebra* amb la composició demanada, una memòria breu, un formulari d'autoavaluació i, es fa una presentació oral del projecte al tutor. A més, els estudiants han de publicar en un compte d'Instagram propi de l'assignatura, una foto o vídeo del seu projecte.

L'avaluació dels treballs es fa en base a una rúbrica on es valora la part tècnica, la part artística i la presentació del projecte. Per bé que el 80% de la nota dels projectes correspon a l'assoliment dels objectius tècnics (80%), els aspectes artístics tenen un pes significatiu (20%). El formulari d'autoavaluació no té implicació directa en la nota, però és molt útil per valorar l'aprenentatge i el grau d'implicació de cada membre de la parella

Habitualment, hi ha tres professors encarregats de la docència de l'assignatura. Cadascun d'ells es fa càrrec d'una part de les classes i tutoritza al voltant de 20 parelles. El volum de feina és important, però els resultats mereixen l'esforç.

Com a mostra d'aquests projectes descriurem el de *Mosaics en poliedres* i el d'*Animació 2D.* El primer projecte està inspirat en una capsa en forma de icosaedre que M.C. Escher va dissenyar el 1963. Aquesta capsa de metall estava decorada amb un mosaic d'inspiració marítima. El projecte proposat consisteix en dissenyar quatre mosaics periòdics utilitzant el programa *Geogebra* i usar-los per a decorar un poliedre regular. El treball ha de mostrar que els autors han entès les afinitats del pla i han adquirit destresa en les diverses tècniques de creació de mosaics periòdics. Els requeriments d'aquest projecte són:

- Crear quatre mosaics periòdics diferents amb *Geogebra*.
- Els mosaics periòdics s'han de crear amb tècniques diferents (rajoles de diferents formes i/o grups d'isometria diferents).
- Triar un poliedre regular i fer el desenvolupament pla.
- Un cop dissenyats els mosaics caldrà imprimir-los i retallar-los convenientment

per decorar les cares del poliedre regular

La majoria dels estudiants escullen octaedres, dodecaedres i icosaedres i la diversitat de mosaics dissenyats és remarcable. En la figura 3 es poden veure alguns d'aquests poliedres regulars decorats que es van exposar en diferents biblioteques de la UPC.

El projecte d'animació 2D consisteix en crear una animació de temàtica lliure a partir de corbes de Bézier, utilitzant el programari *Geogebra*. El treball ha de mostrar que els autors han entès el concepte de corba de Bézier i les seves propietats. Els requeriments d'aquest projecte són:

- Una o més corbes de Bézier obtingudes aplicant simetria, rotació i homotècia d'altres corbes de Bézier.
- Subdivisió d'una corba de Bézier.
- Dues parelles de corbes de Bézier enllaçades amb continuïtat geomètrica G_2.
- Una corba offset d'una corba de Bézier.
- El recorregut d'alguna de les figures animades ha de ser una corba de Bézier.

A partir d'aquests requeriments comuns cada parella aporta el seu propi disseny. Això ha donat lloc a treballs molt diversos, que mostren la creativitat dels estudiants i, sobretot, la seva implicació en l'assignatura (veure figures 4 i 6).

Conclusions

Diversos indicadors ens fan pensar que l'experiència ha estat molt positiva, entre ells, el rendiment acadèmic, que ha millorat substancialment respecte cursos anteriors amb un percentatge d'aprovats al voltant d'un 90%. També hem constatat que els estudiants dediquen moltes hores a l'assignatura, perquè se senten implicats amb els projectes.

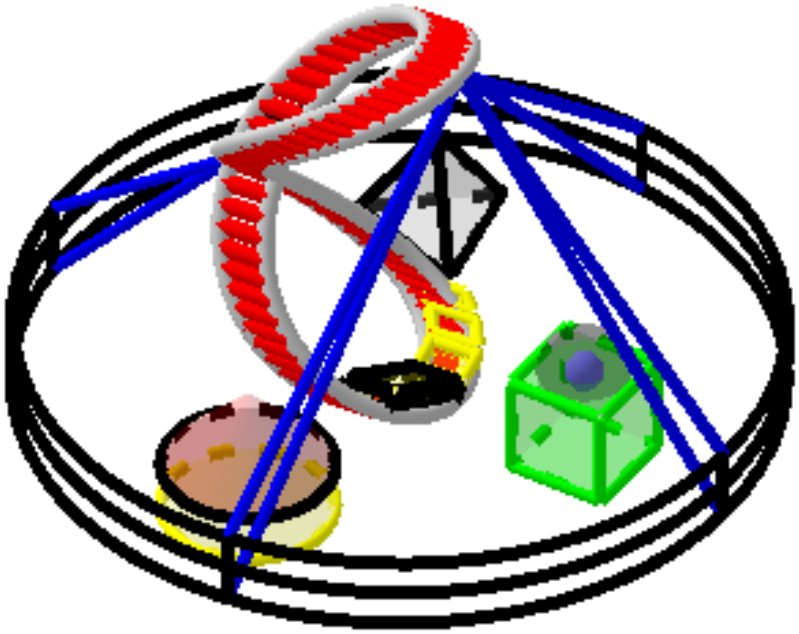
La valoració de l'experiència docent per part dels estudiants—ha estat molt satisfactòria. En la darrera enquesta realitzada, un 58% consideren l'assignatura molt interessant, i el 42% bastant interessant. A més, a la pregunta "Has après més o menys que a l'avaluació per exàmens?", un 89% han contestat que han après més.

L'ús de les xarxes socials ha estat també un element d'innovació significatiu, que permet fer visible la feina dels estudiants.

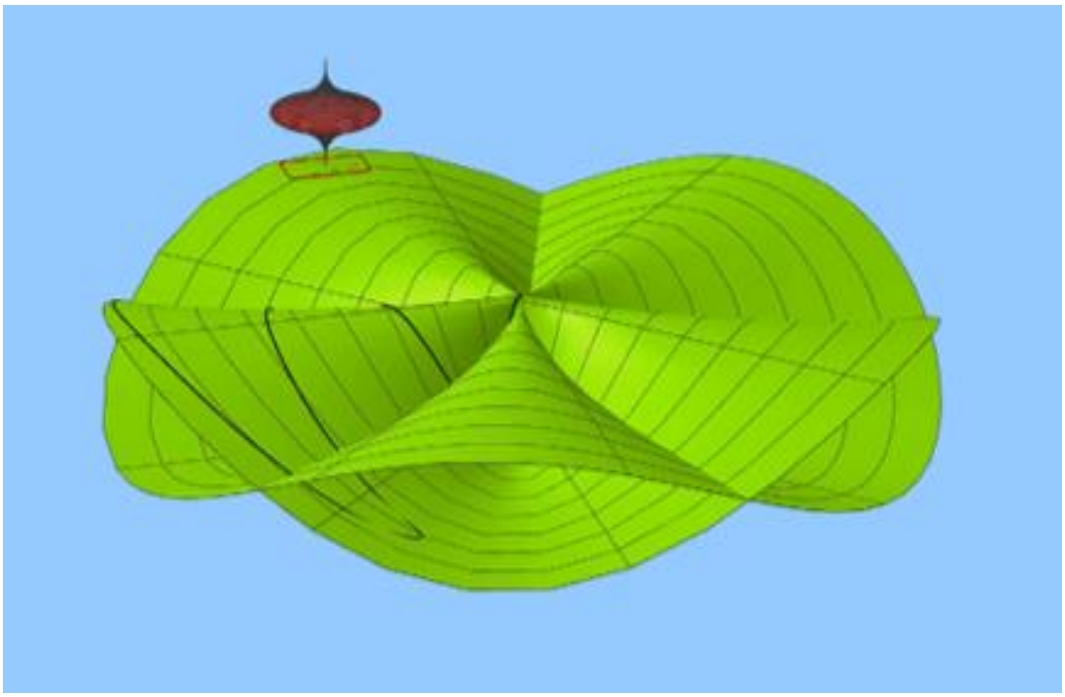
El nou plantejament ha estat un repte molt important per a l'equip docent ja que s'ha necessitat molt temps de preparació, un esforç d'imaginació per anar renovant els

projectes curs a curs, hores de tutorització i correcció. L'aplicació en grups nombrosos presenta un grau de dificultat afegit i requereix una forta implicació del professorat. Però cada any els resultats han estat més que satisfactoris i han compensat amb escreix la feina feta. Això ens motiva a seguir innovant i, en els propers cursos, tenim previst incorporar noves eines digitals com la impressió 3D o la realitat virtual.

5.1. FIGURA O IMATGE 1



5.2. FIGURA O IMATGE 2

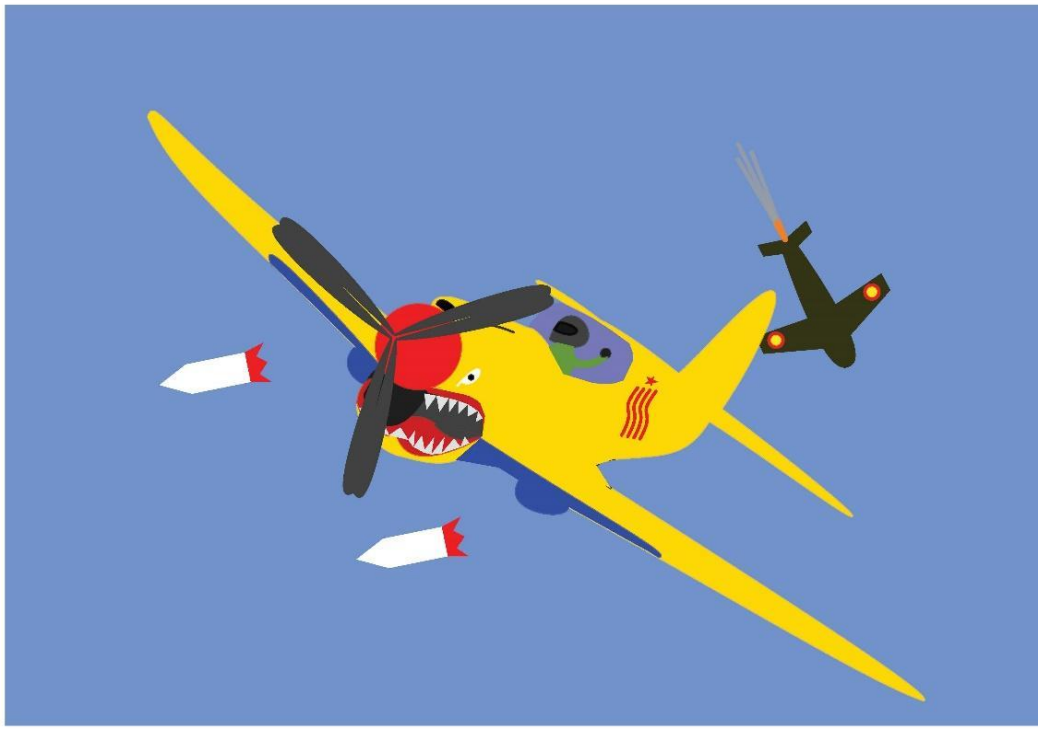


5.3. FIGURA O IMATGE 3

5.4. FIGURA O IMATGE 4

5.5. FIGURA O IMATGE 5

5.6. FIGURA O IMATGE 6



6. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES (segons normativa APA)

Antonijuan, J. (2021). *Matemàtiques per al Disseny. Curs 20-21Q2. EPSEVG.* https://www.geogebra.org/m/ewh6xch8

Carrasco S., Corral I. (2018). *Docencia universitaria e innovación. Evaluación y retos a través de los CIDUI. Publicación CIDUI.* https://www.cidui.org/es/publicacion-cidui/

Farin, G. E. (2002). *Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide. 5th ed Morgan Kaufmann Publishers.*

Marsh, D. (2005). *Applied geometry for computer grahpics and CAD. 2th ed. Springer.*