

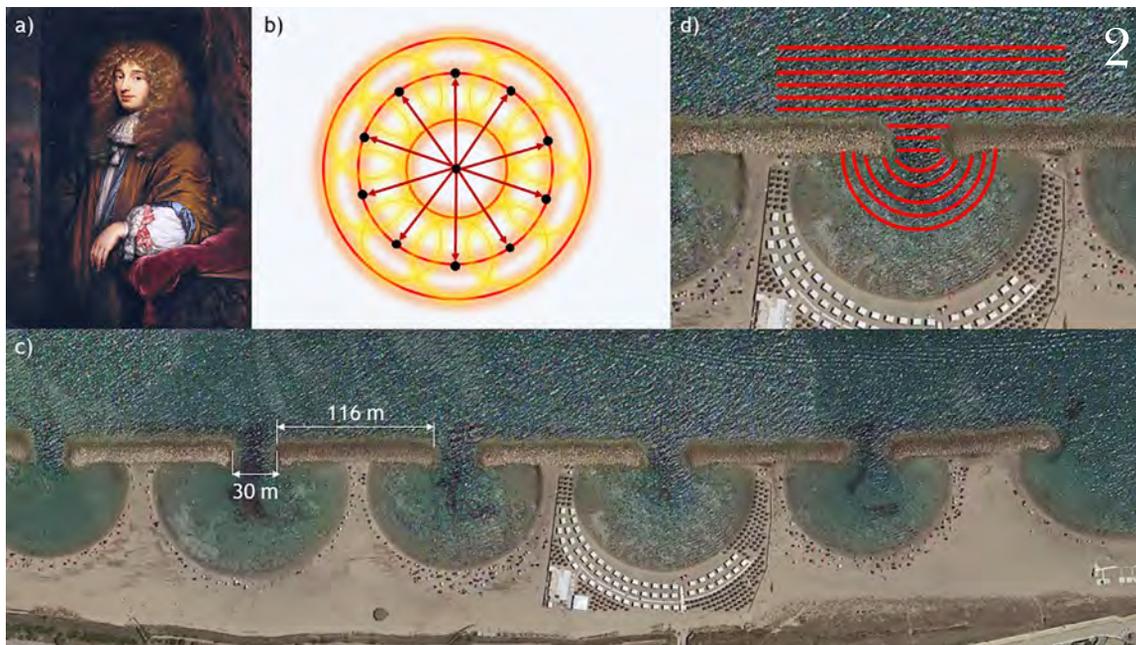
Difracción: El tamaño importa

El límite de resolución de nuestros
telescopios se debe a un fenómeno
fundamental asociado a
la propagación de las ondas

Antonio Marzoa Domínguez



FIGURA 1. Difracción de luz blanca a través del campanario de la Iglesia de Santa Maria de Meià (Vilanova de Meià, Lleida). Imagen tomada con una cámara Nikon D3300, $f/18$, $1/200$ s, ISO 800 con una distancia focal de 18 mm. [Excepto donde se indique, todas las imágenes son cortesía del autor]



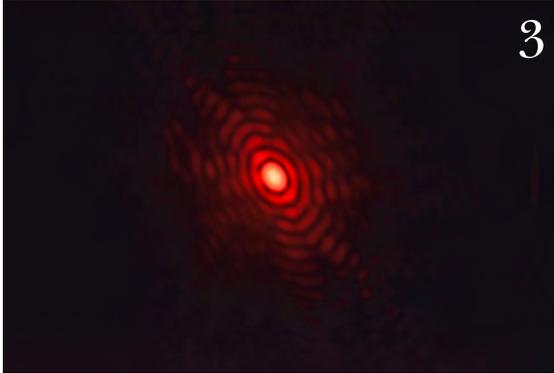
¿Nunca te has sorprendido en la autopista por la forma de los haces de luz de los faros de carretera? ¿O bien porque al tomar fotografías de paisajes donde aparece el Sol, aparecen haces de luz como hilillos que emergen de este? ¿Nunca te has preguntado porqué dibujamos y representamos las estrellas con esa forma con puntas tan característica? La respuesta a estas cuestiones nos viene dada por un fenómeno ondulatorio conocido como difracción.

El fenómeno de la difracción ocurre cuando una onda se encuentra con un obstáculo en su propagación a través de un medio determinado. Este efecto se hace más relevante cuanto más parecidas son las dimensiones del obstáculo a la longitud de onda de nuestra ondulación.

El primer estudioso registrado de este fenómeno fue el italiano Francesco Maria Grimaldi, quién además acuñó el término *diffraction* en el siglo XVII. Lo que Grimaldi observó es que, al hacer pasar un haz de luz a través de una abertura practicada sobre una pantalla opaca, el cambio de luz a oscuridad no se realizaba de forma abrupta, tal y como predecían las leyes de la Óptica Geométrica, sino que aparecían una especie de sombras. No fue hasta el año 1818, gracias a los trabajos del físico e ingeniero francés Agustin-Jean Fresnel, que se realizó un estudio serio de este tipo de fenómenos. Fresnel consiguió describir la fenomenología a partir de li-

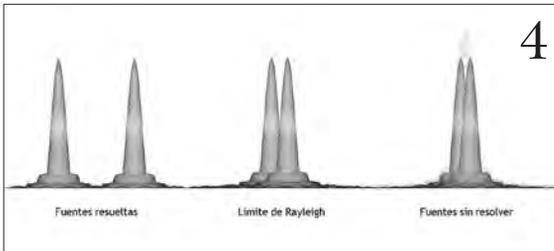
geras modificaciones del Principio de Huygens, introducido por el astrónomo holandés Christiaan Huygens en 1678. El Principio de Huygens viene a enunciarse de una forma muy simple: todo punto de un frente de onda puede ser considerado una fuente puntual de ondas esféricas secundarias a la fuente original (la fuente emisora), las cuales se extienden en todas direcciones con las mismas características que el frente de onda original.

El Principio de Huygens nos sirve para explicar la propagación de las ondas y cómo estas se difractan, es decir, cómo se propagan al encontrarse con un objeto de dimensiones similares a su longitud de onda. La Figura 2 (subfiguras c y d) nos muestra la aplicación directa de este principio: las olas del mar (ondas planas) se encuentran con una abertura de dimensiones comparables a su longitud de onda. Una vez las olas han cruzado a través de los orificios de las barreras de la playa de Campo di Mare, los frentes de onda pasan a ser esféricos según el Principio de Huygens, dando con el tiempo esta forma tan peculiar y particular a esta playa, a causa de la erosión que provocan las ondas circulares. Otro ejemplo interesante lo encontramos en los auditorios, donde se utiliza el Principio de Huygens y la difracción de las ondas acústicas para diseñar de forma eficiente la arquitectura de las salas para que el sonido llegue correctamente al público.



3

FIGURA 2. a) Retrato de Christiaan Huygens por el pintor holandés Caspar Netscher en 1671, y b) ilustración de su principio de propagación del movimiento ondulatorio (cada punto negro dibujado sobre el frente de onda se comporta a su vez como una fuente puntual emisora de un frente de ondas esférico –los círculos amarillos–, la superposición de estos frentes genera el siguiente frente de onda, y así sucesivamente). c) difracción de ondas (olas) al encontrarse con un obstáculo comparable a su tamaño en la playa Campo di Mare, Italia (imagen obtenida mediante Google Earth®). Se puede observar la erosión de la arena de la playa debido a la forma circular del frente de onda. La subfigura d) muestra el detalle de una de estas regiones en el que se ha ilustrado la propagación del frente de ondas plano, difractado por la abertura en cuestión.



4

FIGURA 3. Disco de Airy proyectado en la pared. Esta figura de difracción se ha generado mediante un láser de diodo de 633 nm y una galleta. Este experimento es muy sencillo de realizar en casa, siempre andando con el debido cuidado y precaución al manipular un puntero láser.

FIGURA 4. Criterio de resolución de Rayleigh: dos discos de Airy perfectamente separados (izquierda) corresponden a una situación en que se resuelven las fuentes puntuales correctamente, mientras que cuando están suficientemente juntas (derecha) los picos se superponen (apréciese el pico suma, de un gris más claro que ilustra este hecho), haciendo totalmente irresolubles las fuentes. La situación central corresponde al límite de Rayleigh, en el que las fuentes están muy juntas, pero todavía no lo suficiente para que los picos de ambas se superpongan.

No obstante, a pesar de los progresos de Fresnel, no fue hasta el año 1882 en que el alemán Gustav Kirchhoff logró describir formalmente el fenómeno en términos de una teoría escalar que en 1894 fue revisada y corregida por su compatriota Arnold Sommerfeld. Previamente a los trabajos de Kirchhoff, y de alta relevancia en el campo de la astronomía, debemos mencionar a dos hombres de ciencia más: los físicos británicos George Biddell Airy y John William Strutt, siendo este último conocido como lord Rayleigh y galardonado con el Premio Nobel de Física en 1904 por sus trabajos sobre los gases nobles.

Airy, que fue astrónomo real y director de los observatorios de Greenwich y Cambridge, entre otros méritos, realizó numerosos trabajos de investigación y observación astronómica. De sus trabajos en astronomía y en física-matemática cabe destacar su famoso disco de Airy (Figura 3): el diámetro mínimo aparente de una fuente puntual (estrella) como consecuencia de la difracción producida por el objetivo del telescopio con el que la observamos. Aquí merece la pena hacer una breve pausa para digerir el concepto correctamente: los instrumentos ópticos (un telescopio, un microscopio, el ojo humano, la cámara fotográfica, unos binoculares, etc.) difractan la luz que entra a través de su pupila de entrada. Esto se debe a que los objetivos son «orificios»

de dimensiones finitas y difractan la luz que colectan. Este es un hecho que no sorprende al astrónomo aficionado (especialmente al usuario de telescopios reflectores, en los cuales la araña de sujeción del espejo secundario añade artefactos de difracción a las imágenes) ni al fotógrafo, que ha observado más de una vez cómo al aumentar el número F de su objetivo para ganar profundidad de campo (reduciendo el diámetro del diafragma), que en sus fotografías aparecen los «haces de luz» con los que abríamos este artículo.

El descubrimiento de Airy es de gran relevancia y puede compactarse en una simple idea, ligada a nuestra anterior serie de aberraciones (*Astronomía* 255, 256, 257 y 258): la imagen de un punto generada por un sistema óptico no es un punto. Los físicos denominamos a esta «imagen de un punto» como función extendida de punto (PSF, por las siglas en inglés de *Point-Spread Function*). La PSF es el resultado de todos los efectos «aberrantes» del instrumento óptico (aberraciones y difracción) sobre la imagen resultante. En el caso de un sistema «perfecto» (esto es, libre de aberraciones), seguiremos teniendo la limitación de la difracción: la

imagen de un punto será realmente un patrón de difracción de anillos oscuros y luminosos como en la Figura 3.

Lord Rayleigh, a partir del descubrimiento de Airy, estableció un criterio de resolución para los sistemas ópticos. Teniendo en cuenta que jamás se obtendrá un «punto perfecto», la resolución de dos fuentes puntuales muy cercanas (la capacidad de distinguir dos puntos cercanos entre sí) vendrá dada por el diámetro de su disco de Airy (véase Figura 4).

Así, cuanto menor sea el diámetro del disco de Airy (es decir, cuanto más se llegue a parecer el tamaño de la imagen de un punto a la fuente puntual) mayor resolución tendrá nuestro instrumento óptico. Esta es la razón por la cuál se busca construir siempre telescopios con objetivos de cada vez mayores dimensiones: a mayor diámetro de objetivo, menor disco de Airy y mayor será la resolución del equipo. Esto define un límite de resolución óptica, conocido como límite de difracción que también fue estudiado y definido, para el caso de los microscopios, por parte del alemán Ernst Karl Abbe, cuyos trabajos sirvieron para sentar las bases de los desarrollos tecnológicos en microscopía hasta fecha de hoy.

La relación inversamente proporcional del diámetro del disco de Airy con el diámetro del objetivo del telescopio se debe al hecho de que la teoría escalar de la difracción tiene su formalismo matemático basado en la transformada de Fourier. La relación que se establece entre un elemento y su transformada de Fourier es inversamente proporcional a sus dimensiones debido a que, en el espacio de Fourier, se representan las frecuencias espaciales y los periodos, los cuales se calculan como inversos de las dimensiones reales.

Así, como puede verse en la Figura 6, a mayor tamaño de objetivo menor será el tamaño del disco de Airy correspondiente. De este modo, para tener mayor resolución, los astrónomos necesitan instrumentos más grandes: telescopios de mayor diámetro para poder coleccionar más luz y tener un disco de Airy menor.

Para el caso de las arañas que se utilizan como soportes de los espejos secundarios en los telescopios reflectores, el patrón de difracción se vuelve más complicado que el tradicional disco de Airy, produciendo artefactos típicos y sobradamente conocidos por el astrónomo aficionado, como se puede ver en la Figura 7.

En la búsqueda de diseños eficientes para observatorios en Tierra de mayores dimensiones, ingenieros y astrónomos se han encontrado con grandes problemas técnicos. Uno de ellos, ligado al diámetro del espejo primario, que actúa como objetivo en estos telescopios, es la gran masa asociada a este, así como sus costes de producción y las deformaciones causadas por su propia gravedad. Por ello, desde hace décadas, se ha venido trabajando en el diseño de telescopios segmentados, lo cuál ha puesto de manifiesto de nuevo la importancia de la teoría escalar, pues ahora la difracción es causada por segmentos, en la mayoría de los casos, hexagonales, que producirán artefactos de difracción distintos al clásico disco de Airy. Parte del trabajo de diseño de estos sistemas se centra en comprender correctamente los nuevos efectos de difracción, para minimizar los artefactos y las pérdidas de luz, que limitarían los requisitos científicos de los observatorios proyectados.

Los científicos no solo intentan ganar resolución con instrumentos más grandes, más precisos y con mayor corrección, sino que también utilizan novedosas técnicas digitales para lograr «romper» ese límite de difracción. A pesar de los esfuerzos y de los resultados realmente significativos, especialmente en el campo de la microscopía, quedan muchas incógnitas por dilucidar todavía al respecto, sobre todo teniendo en cuenta que el límite de difracción está relacionado con el Principio de Incertidumbre de Heisenberg, de modo que podría tratarse de un límite físico. El tiempo y el esfuerzo acabarán diciendo finalmente si esto es posible o no. De momento queda mucho trabajo en el diseño de instrumentos cada vez más precisos y telescopios de mayores diámetros.

Volviendo a las cuestiones de apertura del primer párrafo de este artículo, y ya para terminar, ahora podemos establecer que esos efectos son debidos a la difracción de nuestra propia pupila. La respuesta, no obstante (y como no podría ser de otro modo), tiene unos apéndices que deben mirarse con detalle. En primer lugar, lo que vemos con nuestros ojos no es un disco de Airy, sino una PSF que combina difracción con las aberraciones de cada uno (si somos hipermetropes o miopes, las líneas de sutura de nuestros ojos, etc.). Uno puede reflexionar de forma poética respecto a este hecho: la PSF ocular de cada persona es distinta, ninguno ve las cosas exactamente del mismo modo, cada persona ve las estrellas de forma única.

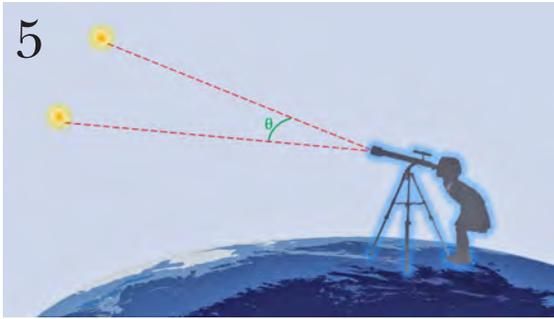


FIGURA 5. Resolución angular: la separación angular mínima que se consigue resolver viene dada por el criterio de Rayleigh, que en la aproximación de ángulos pequeños (paraxial) se expresa como: $\theta \approx 1,22 \cdot \lambda / D$, donde θ es el ángulo (en radianes) que podemos resolver, el factor numérico 1,22 se deriva del cálculo del primer mínimo de luz (es decir, el primer anillo oscuro) del disco de Airy, λ la longitud de onda de la luz con la que se realiza la observación y D el diámetro del objetivo.

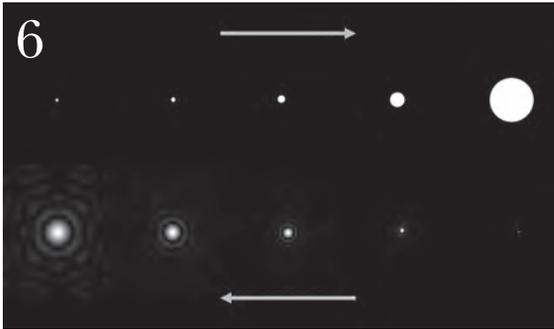


FIGURA 6. Relación inversamente proporcional entre el tamaño del disco de Airy y el diámetro de la abertura. La fila superior muestra distintas pupilas, mientras que la inferior ilustra su correspondiente disco de Airy. Esta ilustración representa la relevancia de la expresión «el tamaño importa» en cuanto a telescopios se refiere: telescopios de mayor diámetro generarán un patrón de Airy más pequeño, haciendo así que la imagen no se vea tan afectada por la difracción como en el caso de telescopios de menor abertura. Las flechas indican el sentido a tamaños mayores.



FIGURA 7. Ejemplo de difracción producida por la araña del espejo secundario en un telescopio reflector: imagen de la estrella Aldebarán (alfa Tauri), tomada con un telescopio Newton de 10" f/4. Puede observarse el efecto de la condensación del vapor de agua en el espejo secundario (el día de observación las nubes estaban muy bajas). [Cortesía Christian Grabenbauer, Grup d'Astronomia de Tiana, grabenbauer.es]

Por otra parte, tanto a la hora de analizar estos fenómenos visuales, como cuando observamos el firmamento con nuestros telescopios, también deberíamos tener en cuenta los efectos de la turbulencia atmosférica que causan el conocido efecto de seeing o centelleo de las estrellas. La turbulencia atmosférica es una de las principales limitaciones de los observatorios terrestres, añadida al límite de difracción. Para poder solventar esta limitación se han ido desarrollando técnicas sin las cuales un observatorio terrestre no podría competir con las misiones espaciales; pero eso ya corresponde a materia para otro artículo. (A)

BIBLIOGRAFÍA

- E. Hecht, *Óptica*, Editorial Addison Wesley Iberoamericana, Madrid, 2000. ISBN 978-84-7829-025-3.
- M. Born y E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th (expanded) edition, Cambridge University Press, 2016. ISBN 978-0-521-64222-4.
- H. C. King, *The History of the Telescope*, Charles Griffin & Company Ltd. (1955), Dover Publications Inc. (2003). ISBN 978-0-486-43265-6.
- J. Igual, *Óptica y Fotografía. Vol. I – Fundamentos Ópticos en Fotografía; Vol. II – Profundidad de Campo y Distancia Hiperfocal*, fotoigual.com (2015). ISBN 978-197-328-5472.
- E. H. K. Stelzer, «Light microscopy: Beyond the diffraction limit?», *Nature* 417 (6891): 806-7 (2002). DOI: 10.1038/417806a.

Antonio Marzoa Domínguez, Ingeniero en SENER Aeroespacial, profesor asociado del Departamento de Física de la Universitat Politècnica de Catalunya y miembro de COSMOS Mataró.

