DIPLOMATURA D'ESTADÍSTICA

APLICACIONS DE LA PROGRAMACIÓ NO LINEAL

(Estimació d'estat d'una xarxa de transport d'energia elèctrica)

F. Javier Heredia

FACULTAT DE MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA

Optimització de Models No Lineals amb MINOS
Estimació d'estat d'una xarxa de transport d'energia elèctrica

F. Javier Heredia Cervera
Departament d'Estadística i Investigació Operativa
Secció d'Informàtica
UPC

Índex

1 Estimació d'estat d'una xarxa de transport d'energia elèctrica.

1.1 Presentació del problema

El problema que es vol resoldre intenta determinar el valor d'un conjunt de variables anomenades d'estat i representades pel vector x. Aquestes variables caracteritzen la situació en que es troba una xarxa de transport d'energia elèctrica com la representada a la figura Fig. 1.1.

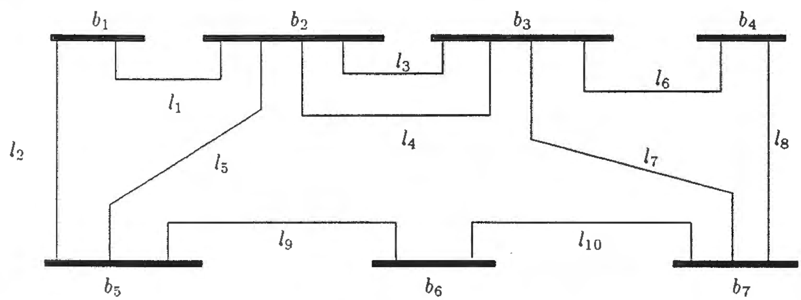


Figura 1.1 : Representació d'una xarxa de transport d'energia elèctrica. La xarxa representada té set nusos o *barres* indicats amb b_i, i deu línies, indicades amb l_i.

La determinació de les variables d'estat x es fa a partir d'un conjunt de mesures d'unes altres variables z de la xarxa elèctrica. Les variables z es poden expressar analíticament, a través de les lleis d'Ohm com a funció de les variables d'estat x:

$$z = \begin{bmatrix} z_1(x) \\ z_2(x) \\ z_3(x) \\ \vdots \\ z_p(x) \end{bmatrix} \quad ; \quad z \in \Re^p \quad ; \quad x \in \Re^n \qquad (1.1)$$

Les components del vector z poden ser de dos tipus diferents:

- components associades a mesures normals, que estan afectades per un error considerable degut a les imprecisions dels aparells de mesura. Es considerarà que es tenen en total s components d'aquest tipus, i que es troben agrupades al començament del vector z. Aquestes s components formaran el vector z^{err}:

$$z^{err} = \begin{bmatrix} z_1^{err} \\ z_2^{err} \\ \vdots \\ z_s^{err} \end{bmatrix} \quad ; \quad s < p \quad ; \quad z_i^{err} \approx z_i \tag{1.2}$$

- components associades a "pseudo-mesures", que són mesures absolutament exactes. Anomenarem z^{ex} al vector de pseudo-mesures, que ocuparan les $p - s$ darreres components del vector z:

$$z^{ex} = \begin{bmatrix} z_1^{ex} \\ z_2^{ex} \\ \vdots \\ z_{p-s}^{ex} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{s+1} \\ z_{s+2} \\ \vdots \\ z_p \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

Degut a l'error en les mesures z^{err} no resulta possible d'estimar el valor de les n variables d'estat si hom no disposa d'un nombre redundant de mesures. Així cal efectuar un nombre de mesures de les variables $z^{err} > n - p$, prenent-se, en general, $2(n-p)$. D'aquesta forma l'estimació d'estat efectua un filtratge estadístic dels errors de les mesures per a determinar el valor "més probable" de les variables d'estat x.

Hom plantejara el problema de la següent forma:

$$\min_{x \in \Re^n} \quad \sum_{i=1}^{s} [z_i^{err} - z_i(x)]^2 \tag{1.4a}$$

$$\text{subj. a:} \qquad z_j(x) = z_j^{ex} \quad ; \quad j = 1, \ldots, p \tag{1.4b}$$

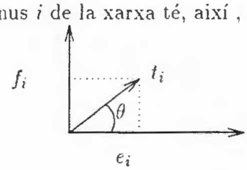
$$z_k^{err} - \epsilon_k \leq f_k(x) \leq z_k^{err} + \epsilon_k \quad ; \quad k \in \mathcal{K} \tag{1.4c}$$

de forma que l'òptim del problema x^* correspongui a un estat que, tot respectant els valors de les pseudo-mesures exactes z^{ex}, minimitzi la suma dels quadrats de les diferències (error quadràtic mig) de les mesures amb error, i que per a un cert subconjunt $\mathcal{K}$ d'aquestes mesures l'estat x^* sigui tal que el valor calculat $z_k(x)$ corresponent a la mesura z_k^{err} estigui dins d'un marge $\pm\epsilon_k$ prefixat del valor mesurat. En el problema elèctric que considerem les mesures amb error d'aquest conjunt $\mathcal{K}$ no s'acostumen a incloure en la funció objectiu.

1.1.1 Equacions elèctriques de la transmissió d'energia.

El transport d'energia elèctrica es fa primordialment amb corrent altern i a alta tensió. Les variables que caracteritzen el corrent altern poden representar-se en el pla complex, tant a nivell de tensions i corrents, com a nivell d'impedàncies i potències.

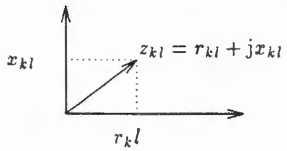
Una tensió t_i en un nus i de la xarxa té, així , unes components:

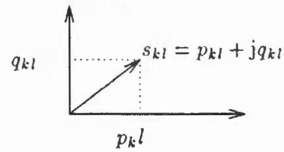


$$t_i = e_i + \mathrm{j} f_i$$

sent e_i i f_i les components real i imaginària de la tensió i j la unitat imaginària $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$.

La impedància d'una línia elèctrica entre el nus k i el nus l tindrà així una resistència (real) r_{kl} i una reactància (imaginària) x_{kl}. La potència elèctrica s_{kl} que transporta una línia tindrà una part real p_{kl} (*potència activa*), i una part imaginària q_{kl} (*potència reactiva*):





Una línia qualsevol d'una xarxa elèctrica com la representada a la figura Fig. 1.1 pot ser modelitzada per un circuit en forma de lletra "Π" tal com mostra el diagrama de la figura Fig. 1.2.

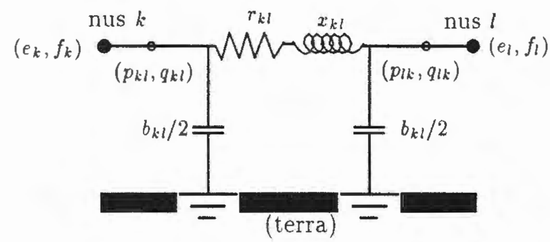


Figura 1.2 : Esquema elèctric d'una linea (k, l) de la xarxa elèctrica. r_{kl} i x_{kl} són la resistència i la reactància. b_{kl} és la susceptància a terra (recíproc de la reactància). (e_k, f_k) i (e_l, f_l) són les tensions, real i imaginària, als dos extrems de la línia (barres). (p_{kl}, q_{kl}) i (p_{lk}, q_{lk}) són les components real i imaginària de la potència als dos extrems de la línia.

Cada línia d'una xarxa elèctrica té unes característiques de resistència, reactància i susceptància a terra diferents, segons la longitud, tipus i disposició espacial dels conductors que les formen. Aquestes característiques seran una dada del problema a resoldre.

El flux de potència activa p_{kl} i reactiva q_{kl}, des de la barra "k" a la barra "l", val, en funció de les components de les tensions, i dels paràmetres de la línia que uneix les barres:

$$p_{kl} - \mathrm{j}q_{kl} = (e_k - \mathrm{j}f_k)\left[\frac{(e_k + \mathrm{j}f_k) - (e_l + \mathrm{j}f_l)}{r_{kl} + \mathrm{j}x_{kl}} + (e_k + \mathrm{j}f_k)\mathrm{j}\frac{b_{kl}}{2}\right] \tag{1.5}$$

igualant les parts reals i imaginària de (1.5) , hom pot deduir les següents expressions:

$$p_{kl} = \frac{1}{2}[e_k \quad e_l \quad f_k \quad f_l]\begin{bmatrix} 2c & -c & 0 & -s \\ -c & 0 & s & 0 \\ 0 & s & 2c & -c \\ -s & 0 & -c & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_k \\ e_l \\ f_k \\ f_l \end{bmatrix} \tag{1.6a}$$

$$q_{kl} = \frac{1}{2}[e_k \quad e_l \quad f_k \quad f_l]\begin{bmatrix} (2s-b) & -s & 0 & c \\ -s & 0 & -c & 0 \\ 0 & -c & (2s-b) & -s \\ c & 0 & -s & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_k \\ e_l \\ f_k \\ f_l \end{bmatrix} \tag{1.6b}$$

on $c = \frac{r_{kl}}{r_{kl}^2 + x_{kl}^2}$ és l'anomenada *conductància*, $s = \frac{x_{kl}}{r_{kl}^2 + x_{kl}^2}$ és la susceptància. S'ha de fer notar que els valors de potències actives i reactives calculats (i mesurats) als extrems oposats de la linia (k, l) seràn, en general, diferents.

1.2 Formulació del problema.

1.2.1 Variables.

1.2.1.1 Variables d'estat i variables dependents.

Com a variables d'estat x es prenen les components reals i imaginàries de les tensions als nusos de la xarxa (també anomenats "barres", degut a la forma de la seva estructura). Així doncs, si es treballa en una xarxa de Nb barres, les variables d'estat són:

$$\left.\begin{matrix} e_i \\ f_i \end{matrix}\right\} \quad i = 1, \ldots, Nb \tag{1.7}$$

Com a variables dependents $z_i(x)$ associades a mesures amb error z^{err} es consideraran dos magnituds físiques diferents:

1.- La primera consisteix en els valors de potència activa p_{kl} i reactiva q_{kl} mesurats sobre certs punts de la xarxa. S'indicarà amb $\mathcal{M}$ i amb p_{kl}^{err} i q_{kl}^{err} el conjunt de parells ordenats (k, l) on s'han realitzat les mesures de potència i els seus valors numèrics respectivament.

$$\left.\begin{matrix} p_{kl} \\ q_{kl} \end{matrix}\right\} \quad (k, l) \in \mathcal{M} \tag{1.8}$$

2.- La segona magnitud física considerada com a variable dependent serà la magnitud de tensió $t_i = \sqrt{e_i^2 + f_i^2}$ per a un cert conjunt de barres $\mathcal{K}$, indicant-se amb t_i^{err} el valor mesurat.

$$t_i \quad ; \quad i \in \mathcal{K} \tag{1.9}$$

Com ja s'ha vist anteriorment, les equacions (1.6a) i (1.6b) contenen l'expressió de les variables p_{kl} i q_{kl} en funció de les variables d'estat e_i i f_i. Donat que les mesures amb aparells estan afectades d'error, aquestes variables corresponen, com ja s'ha dit, a les components z^{err} de l'expressió (1.2) .

Com a variables dependents $z_i(x)$ associades a les pseudo-mesures es consideraran les injeccions de potència activa P_i i reactiva Q_i en les barres i d'un cert subconjunt de barres $\mathcal{N}$:

$$\left.\begin{matrix} P_i = \sum_{j \in C_i} p_{ij} \\ \\ Q_i = \sum_{j \in C_i} q_{ij} \end{matrix}\right\} \quad i \in \mathcal{N} \tag{1.10}$$

on C_i representa el conjunt de barres connectades a la barra i. El conjunt $\mathcal{N}$ està format per les barres on no hi ha ni consum ni generació d'electricitat, de forma que es pot assegurar que $P_i = Q_i = 0$ exactament. Per aquesta raó el vector de pseudo-mesures z^{ex} de (1.3) és, en aquest cas, $z^{ex} = [0]$.

1.2.2 Funció objectiu.

Estarà formada per la suma al quadrat dels residus de les mesures dels valor de potència activa i reactiva a les barres del conjunt $\mathcal{M}$. No es consideran els residus deguts a les mesures de tensió sobre les barres $\mathcal{K}$:

$$\min_{e_i, f_i, i=1,\ldots,Nb} \sum_{(k,l)\in\mathcal{M}} (p_{kl}^{err} - p_{kl})^2 + \sum_{(k,l)\in\mathcal{M}} (q_{kl}^{err} - q_{kl})^2 \tag{1.11}$$

1.2.3 Constriccions.

1.2.3.1 Constriccions d'injecció de potència nul·la.

Són les obtingudes igualant les expression (1.10) a zero:

$$\left.\begin{array}{l} P_i = \sum_{j\in C_i} p_{ij} = 0 \\ \\ Q_i = \sum_{j\in C_i} q_{ij} = 0 \end{array}\right\} \quad i \in \mathcal{N} \tag{1.12}$$

i equivalen a les constriccions (1.4b) .

1.2.3.2 Constriccions de mesura de tensió.

Són les equivalents a les constriccions (1.4c) de la formulació general. Confinen el valor de la tensió t_i dins d'un interval centrat sobre el valor mesurat t_i^{err} i de radi $\epsilon_i > 0$:

$$(t_i^{err} - \epsilon_i)^2 \le e_i^2 + f_i^2 \le (t_i^{err} + \epsilon)^2 \quad ; \quad i \in \mathcal{K} \tag{1.13}$$

1.2.3.3 Angles de fase

Donat que els angles θ de fase de les tensions (i per extensió llurs parts imaginàries) són relatius entre barres, podem prendre l'angle de fase d'una de les barres i com a zero: per a una barre l donada, que anomenarem *barra de referència* s'imposarà:

$$f_l = 0 \tag{1.14}$$

1.2.4 Formulació final.

L'expressió final del problema d'optimització a resoldre és:

$$\min_{\substack{e_i, f_i \\ i=1,\ldots,Nb}} \sum_{(k,l)\in\mathcal{M}} (p_{kl}^{err} - p_{kl})^2 + \sum_{(k,l)\in\mathcal{M}} (q_{kl}^{err} - q_{kl})^2 \tag{1.11}$$

Subj.a :

$$\left.\begin{array}{l} P_i = \sum_{j\in C_i} p_{ij} = 0 \\ Q_i = \sum_{j\in C_i} q_{ij} = 0 \end{array}\right\} \quad i \in \mathcal{N} \tag{1.12}$$

$$(t_i^{err} - \epsilon_i)^2 \le e_i^2 + f_i^2 \le (t_i^{err} + \epsilon)^2 \quad ; \quad i \in \mathcal{K} \tag{1.13}$$

$$f_l = 0 \tag{1.14}$$

1.3 Dades necessàries per a l'execució del problema.

El problema d'estimació d'estat es plantajerà sobre una xarxa com la de la figura Fig. 1.1 amb 10 línies i 7 barres. Les dades associades a cada alumne es poden generar amb el programa *eexegprob*. Aquest programa només necessita el número d'identificació *num*, diferent per a cada alumne, i crearà, en el directori on s'executi, un fitxer anomenat **eexe*num*.dat** similar al que mostra la figura Fig. 1.3. Els valors de les característiques de les línies es donen en unes unitats especials anomenades *tant per u* (p.u.). Aquestes unitats són el resultat de dividir el valor en Ohmns (Ω), o en Ohms^{-1}, de les impedàncies, o admitàncies, per una impedància base Z_B o admitància base Y_B. Z_B i Y_B es defineixen en funció d'una *tensió base* T_B i d'una *potencia base* P_B segons l'expressió:

$$Z_B = T_B^2/P_B \quad ; \quad Y_B = 1/Z_B$$

Es molt recomenable, per raó del bon escalat que en resulta. d'efectuar tots els càlculs elèctrics en tant per u. Caldrà, doncs, convertir les mesures de potència p^{err} i q^{err} i de tensió t^{err} i ϵ a p.u.

1.4 Codificació del problema.

Per tal de resoldre el problema plantejat amb Minos, s'hauran de codificar les rutines d'usuari *FUNOBJ* i *FUNCON*, i s'haurà de crear un fitxer **eexe.dat** que contingui els apartats SPECS i MPS, d'acord amb les especificacions del manual de Minos. Els apartats SPECS i MPS del fitxer **eexe.dat** corresponent a les dades de la figura Fig. 1.3 es mostra a les figures Fig. 1.4 i Fig. 1.5 respectivament. Cal destacar dos aspectes de l'apartat MPS:

1.- Observant la figura Fig. 1.5 es pot comprovar que tant els valors dels termes independents com el seu rang de variació com els valors inicials de les variables estan expressats en p.u.

2.- El grup de valors declarats com a `FX INITIAL` a l'apartat `BOUNDS` indica a Minos que comenci el procés d'optimització a partir de la solució $e_i = 1$, $f_i = 0.$, $i = 1, \ldots, Nb$.

El nom i ordre de les variables és important en el paquet Minos. L'ordre en que Minos considera les variables és el mateix amb el que apareixen declarades a l'apartat `COLUMNS` dins de l'MPS. i l'ordre de les constriccions és l'indicat a l'apartat `ROWS` del mateix fitxer. Així doncs, l'ordre de les variables dins el vector *X(N)* a les subrutines *FUNOBJ* i *FUNCON* ha de ser el mateix indicat a `COLUMNS`, i l'ordre de les constriccions no lineals dins del vector *F(N)* a la subrutina *FUNCON* ha de coincidir amb l'indicat a l'apartat `ROWS`. L'ordre i nom suggerit per a les variables del problema representat la figura Fig. 1.3, amb una xarxa amb set barres, seria:

$$X(N) = [e_1 \quad f_1 \quad e_2 \quad f_2 \quad \ldots \quad e_7 \quad f_7]' = [\texttt{E1} \quad \texttt{F1} \quad \texttt{E2} \quad \texttt{F2} \quad \ldots \quad \texttt{E7} \quad \texttt{F7}]' \qquad (1.15)$$

Pel que fa referència a les constriccions, es proposa declarar primer les constriccions d'injecció nul·la (1.12) i després les de mesura de tensió (1.13) . En el cas de les dades representades a Fig. 1.3, amb $\mathcal{N} = \{1,3,6\}$ i $\mathcal{K} = \{6,2\}$ l'ordre i nom suggerits serien:

$$F(N) = [P_1 \quad Q_1 \quad P_3 \quad Q_3 \quad P_6 \quad Q_6 \quad t_6^2 \quad t_2^2]' = [\texttt{P1} \quad \texttt{Q1} \quad \texttt{P3} \quad \texttt{Q3} \quad \texttt{P6} \quad \texttt{Q6} \quad \texttt{TS6} \quad \texttt{TS2}]' \qquad (1.16)$$

El nom suggerit no té cap mena d'importància, pero si que és aconsellable de respectar l'ordre

```
==================================================================================
PROBLEMA :  num
==================================================================================
- LINIES : 10 ; BARRES :  7 ; TENS. BASE : 220.0KV ; POT. BASE : 100.0MW
- BARRES D'INJECCIO NUL.LA  :     S1, S3, S6,
- MESURES DE TENSIO :  2
    Subestaci 6 :  T = 223.7801KV  error =   3.3567KV
    Subestaci 2 :  T = 223.9080KV  error =   3.3586KV
- BARRA DE REFERENCIA :  6
- CARACTERISTIQUES DE  LES LINIES:
 linia   r (p.u.)   x (p.u.)   b (p.u.)
----------------------------------------
     1  0.001100   0.008900   0.024400
     2  0.002100   0.016400   0.042700
     3  0.018200   0.088500   0.247500
     4  0.011800   0.092100   0.233000
     5  0.001900   0.020900   0.051900
     6  0.002100   0.016400   0.042700
     7  0.003700   0.018300   0.051000
     8  0.001900   0.020900   0.051900
     9  0.004300   0.021500   0.059000
    10  0.004200   0.020600   0.057100
- MESURES DE POTENCIA : 13
 mes. sub. lin.    p (MW)  q (MVAr)
-----------------------------------
    1    1    1      9.70    -10.80
    2    1    2     -9.50     12.00
    3    5    2      9.50    -14.50
    4    3    3    -11.10    -14.10
    5    3    4    -10.10    -14.10
    6    5    5     11.80    -17.50
    7    3    6      6.10      7.00
    8    4    6     -7.50    -13.10
    9    7    7    -14.20    -26.70
   10    4    8      7.10     12.30
   11    5    9     33.00      0.90
   12    6   10     32.90      8.80
   13    7   10    -33.80    -13.20
==================================================================================
```

Figura 1.3 : Exemple de fitxer de dades eexe*num*.dat

suggerit per tal de poder usar les rutines de comprovació que es deixen a disposició de l'alumne. L'exemple d'MPS que mostra la figura Fig. 1.5 segueix aquest criteri.

1.5 Comprovació de les rutines d'usuari *FUNOBJ* i *FUNCON*

La comprovació de les rutines d'usuari *FUNOBJ* i *FUNCON* es pot realitzar amb l'ajut del programa *eexetest*. Aquest programa demana per pantalla el número d'identificació *num* i llegeix les components del vector de variables *X(N)* del fitxer **eexe.var**, que haurà d'haver estat creat prèviament per l'alumne. Aquest fitxer **eexe.var** ha de contenir, en format lliure, a

```
BEGIN EEXE
*************************************************************
*  Grup ONL, Dept. EIO. UPC.
*************************************************************
*
* Optimitzacio de Models No Lineals amb el Paquet MINOS
* Estimacio d'estat d'una xarxa electrica
*
* Aquest fitxer ha estat creat per la rutina [eexegdat]
* i correspon a les dades no. num
*
*************************************************************
   PROBLEM NUMBER             num
   MINIMIZE
   ROWS                        8
   COLUMNS                    14
   ELEMENTS                  150
   OBJECTIVE =            FUNOBJ
   NONLINEAR CONSTRAINTS       8
   NONLINEAR VARIABLES        14
   DERIVATIVE LEVEL            3
   NEW BASIS FILE             11
*   OLD BASIS FILE            11
   ITERATIONS               1000
   VERIFY
END EEXE
```

Figura 1.4 : Apartat SPECS del fitxer **eexe.dat**. Correspon a les dades de la figura Fig. 1.3.

la primera linia, el nombre de variables del problema ($2 \times Nb$), i després, $2 \times Nb$ línies, contenint cadascuna el valor d'una de les variables *X(N)*, segons l'ordre indicat a (1.15) . En acabar l'execució el programa *eexetest* escriu un fitxer anomenat **eexe.test** com el que es pot veure a la figura Fig. 1.6. Al començament del fitxer es mostra el punt llegit del fitxer **eexe.var**, seguit dels valors de funció objectiu, gradient, constriccions no lineals i Jacobià calculats sobre aquest punt. És aconsellable que aquest punt de prova sigui tal que cap component tingui el mateix valor numèric, doncs en el cas contrari es podria produir un cert emmascarament d'errors. Es pot observar també a la figura Fig. 1.6 l'alt grau d'esparsitat de la matriu Jacobiana *G(N,M)*. A banda de l'ús del programa *eexetest* és possible, com sempre, usar la comprovació automàtica de derivades per diferències finites que efectua Minos si s'indica **VERIFY** a l'apartat SPECS.

1.6 Solució obtinguda en executar el problema.

Un cop comprovades les rutines d'usuari *FUNOBJ* i *FUNCON* amb el programa *eexetest* i creat el fitxer de dades **eexe.dat** amb els apartats SPECS i MPS, es pot procedir a l'optimització del model amb el paquet Minos, obtenint-se el resultat pel fitxer **eexe.lis**. L'apartat del fitxer **eexe.lis** corresponent a la comprovació de derivades amb **VERIFY** pel porblema de la figura Fig. 1.3 es pot trobar a les figures Fig. 1.7 i Fig. 1.8. Noti's que només es comproven els elements del Jacobià diferents de zero.

```
NAME          EEXE num
ROWS
 E  P1
 E  Q1
 E  P3
 E  Q3
 E  P6
 E  Q6
 L  TS6
 L  TS2
COLUMNS
    E1
    F1
    E2
    F2
    E3
    F3
    E4
    F4
    E5
    F5
    E6
    F6
    E7
    F7
RHS
    RHS       TS6           1.0659324
    RHS       TS2           1.0671512
RANGE
    RANG      TS6           0.0620796
    RANG      TS2           0.0621506
BOUNDS
 FR FITES     E1
 FR FITES     F1
 FR FITES     E2
 FR FITES     F2
 FR FITES     E3
 FR FITES     F3
 FR FITES     E4
 FR FITES     F4
 FR FITES     E5
 FR FITES     F5
 FR FITES     E6
 FX FITES     F6         0.0
 FR FITES     E7
 FR FITES     F7
 FX INITIAL   E1         1.0
 FX INITIAL   F1         0.0
 FX INITIAL   E2         1.0
 FX INITIAL   F2         0.0
 FX INITIAL   E3         1.0
 FX INITIAL   F3         0.0
 FX INITIAL   E4         1.0
 FX INITIAL   F4         0.0
 FX INITIAL   E5         1.0
 FX INITIAL   F5         0.0
 FX INITIAL   E6         1.0
 FX INITIAL   F6         0.0
 FX INITIAL   E7         1.0
 FX INITIAL   F7         0.0
ENDATA
```

Figura 1.5 : Apartat MPS del fitxer **eexe.dat**. Correspon a les dades de la figura Fig. 1.3.

En acabar el procés d'optimització, Minos escriu sobre el fitxer .LIS, informació general sobre l'òptim obtingut. Aquesta informació inclou els apartats anomenats `SECTION 1` i `SECTION 2`. La figura Fig. 1.9 mostra la sortida a l'òptim de Minos corresponent a les dades de la figura Fig. 1.3. En el cas mostrat a la figura Fig. 1.9 Minos ha necessitat 35 iteracións per a assolir l'òptim, amb un valor de la funció objectiu de ≈ 0.0011038919728 i 83 crides a *FUNOBJ*. La precisió a l'òptim per defecte (10^{-6}) s'ha aconseguit amb escreix (`Norm RG / Norm PI 5.020E-09`). `SECTION 1` conté l'estat de les constriccions del problema a l'òptim trobat. Observant la figura Fig. 1.9 es pot comprovar com les sis primeres constriccions, corresponents a les constriccions d'injecció nul·la (1.12) tenen un valor nul, mentre que les últimes dues constriccions `TS6` i `TS2`, que corresponen a les constriccions de mesura de tensió (1.13) , es troben entre fites. Els multiplicadors de Lagrange de les constriccions (`DUAL ACTIVITY`) són nuls per a aquestes dues darreres constriccions, doncs són inactives. L'apartat `SECTION 2` conté informació de les variables a l'òptim assolit. S'observa a aquest apartat la presència de vuit variables bàsiques (el problema resolt té vuit constriccions) éssent la resta superbàsiques. El gradient reduït de totes les variables, bàsiques i no bàsiques, és nul, tal com ha de ser a l'òptim. L'estat `EQ` de la variable `F6`, i el seu valor nul, són conseqüència de la seva declaració a l'apartat `BOUNDS` com a `FX F6 0`.

1.7 Informe de la pràctica.

L'informe d'aquesta pràctica ha de contenir els següents apartats:

1.- Llistats de :

- *1.1.-* Els codis generats: programa principal, *FUNOBJ* i *FUNCON*.
- *1.2.-* El fitxer `eexe.dat`.
- *1.3.-* La part del fitxer `eexe.lis` que mostri la comprovació del gradient i del Jacobià, i la informació a l'òptim (informació general, `SECTION 1` i `SECTION 2`).

2.- Un dibuix del diagrama unifilar de la xarxa indicant, en un color:

- *2.1.-* Els valors estimats a l'òptim de les potències actives i reactives a cada extrem de les línies.
- *2.2.-* Els valors estimats a l'òptim de les magnituds de tensions (en forma rectangular i polar) a cada barra

en un segon color:

- *2.3.-* Els valors mesurats de potències i tensions.

en un tercer color:

- *2.4.-* Els valors estimats de les potències injectades a cada barra.

3.- La resposta a les següents preguntes:

- *3.1.-* Justifiqueu, a partir de la informació continguda als apartats `SECTION 1` i `SECTION 2`, que l'òptim assolit és un punt estacionari del nostre problema.
- *3.2.-* Expliqueu la raó per la qual el valor a l'òptim de `REDUCED GRADNT` de la variable de tensió imàginaria que es fa nul·la ha de ser zero.
- *3.3.-* Considereu que l'operador del centre de control de la companyia elèctrica ha de decidir

```
::::::::::::::::::
:: PUNT DE PROVA ::
::::::::::::::::::
X( 1)=0.1100000E+01 ;  X( 2)=0.1000000E+00 ;  X( 3)=0.1200000E+01 ;
X( 4)=0.2000000E+00 ;  X( 5)=0.1300000E+01 ;  X( 6)=0.3000000E+00 ;
X( 7)=0.1400000E+01 ;  X( 8)=0.4000000E+00 ;  X( 9)=0.1500000E+01 ;
X(10)=0.5000000E+00 ;  X(11)=0.1600000E+01 ;  X(12)=0.6000000E+00 ;
X(13)=0.1700000E+01 ;  X(14)=0.7000000E+00 ;  X(
:::::::::::
:: FUNOBJ ::
:::::::::::
 F = 0.2516370E+05
G( 1)=-.1281641E+05 ;  G( 2)=-.1294165E+05 ;  G( 3)=-.6769849E+04 ;
G( 4)=0.2480479E+04 ;  G( 5)=-.1703243E+05 ;  G( 6)=-.1623887E+05 ;
G( 7)=0.3701806E+04 ;  G( 8)=0.2105873E+04 ;  G( 9)=0.2667472E+05 ;
G(10)=0.8224086E+04 ;  G(11)=-.3402213E+04 ;  G(12)=-.8905253E+04 ;
G(13)=0.2667830E+05 ;  G(14)=0.3237650E+05 ;  G(
:::::::::::
:: FUNCON ::
:::::::::::
F(1) = -.4039237E+02 ;  F(2) = -.3767677E+02 ;
F(3) = -.3229303E+02 ;  F(4) = -.3561101E+02 ;
F(5) = -.3110597E+00 ;  F(6) = -.5281296E+00 ;
F(7) = 0.1480000E+01 ;  F(8) = 0.2920000E+01 ;
G( 1, 1) = -.3307426E+02 ;  G( 2, 1) = 0.1591661E+03 ;
G( 3, 1) = 0.0000000E+00 ;  G( 4, 1) = 0.0000000E+00 ;
G( 5, 1) = 0.0000000E+00 ;  G( 6, 1) = 0.0000000E+00 ;
G( 7, 1) = 0.0000000E+00 ;  G( 8, 1) = 0.0000000E+00 ;
G( 1, 2) = 0.0000000E+00 ;  G( 2, 2) = 0.0000000E+00 ;
G( 3, 2) = 0.2400000E+01 ;  G( 4, 2) = 0.0000000E+00 ;
G( 5, 2) = -.1231037E+03 ;  G( 6, 2) = 0.3979110E+01 ;
G( 7, 2) = -.2905980E+02 ;  G( 8, 2) = -.1779496E+01 ;
G( 1, 3) = 0.0000000E+00 ;  G( 2, 3) = 0.0000000E+00 ;
G( 3, 3) = 0.2009787E+03 ;  G( 4, 3) = -.1793139E+02 ;
G( 5, 3) = 0.0000000E+00 ;  G( 6, 3) = 0.0000000E+00 ;
G( 7, 3) = 0.0000000E+00 ;  G( 8, 3) = 0.0000000E+00 ;
G( 1, 4) = 0.0000000E+00 ;  G( 2, 4) = 0.0000000E+00 ;
G( 3, 4) = 0.0000000E+00 ;  G( 4, 4) = 0.0000000E+00 ;
G( 5, 4) = -.2450891E+01 ;  G( 6, 4) = -.6675934E+02 ;
G( 7, 4) = 0.0000000E+00 ;  G( 8, 4) = 0.0000000E+00 ;
G( 1, 5) = 0.0000000E+00 ;  G( 2, 5) = 0.0000000E+00 ;
G( 3, 5) = 0.0000000E+00 ;  G( 4, 5) = 0.0000000E+00 ;
G( 5, 5) = -.2552668E+02 ;  G( 6, 5) = 0.1568762E+03 ;
G( 7, 5) = 0.0000000E+00 ;  G( 8, 5) = 0.3200000E+01 ;
G( 1, 6) = 0.1276018E+02 ;  G( 2, 6) = -.8027149E+02 ;
G( 3, 6) = 0.0000000E+00 ;  G( 4, 6) = 0.0000000E+00 ;
G( 5, 6) = 0.0000000E+00 ;  G( 6, 6) = 0.0000000E+00 ;
G( 7, 6) = -.7143267E+02 ;  G( 8, 6) = -.1950772E+01 ;
G( 1, 7) = 0.0000000E+00 ;  G( 2, 7) = 0.0000000E+00 ;
     :          :               :          :
G( 7,14) = 0.0000000E+00 ;  G( 8,14) = 0.0000000E+00 ;
```

Figura 1.6 : Exemple de fitxer **eexe*num*.test**. Correspon a les dades de la figura Fig. 1.3. Els valors entre *G(2,7)* i *G(7,14)* són tots nuls.

a quína de les barres d'injecció nul·la $\mathcal{N}$ es connecta un nou centre de consum de 10Kw de potència activa i 0Kw de potència reactiva. L'operador vol fer aquesta connexió de forma que el resultat de l'estimació d'estat sobre la nova configuració sigui la millor possible. Decidiu a quína barra $\mathcal{N}$ s'ha de connectar el nou punt de consum a partir de la informació que proporciona Minos a l'òptim del problema original. Comproveu que les vostres conclusions són correctes reoptimitzant el problema amb el nou punt de consum connectat a les diferents barres $\mathcal{N}$ i comparant els resultats.

```
Verification of objective gradients returned by subroutine FUNOBJ.
The objective gradients seem to be OK.
Gradient projected in two directions  -4.99442317527E+01   2.08002171822E+00
Difference approximations             -4.99351409469E+01   2.08008635444E+00
     J        X(J)        DX(J)           G(J)           Difference approxn
     1  1.00000000E+00  7.56E-10  -1.03186086E+01   -1.03185932E+01  OK
     2  0.00000000E+00  2.26E-09   2.77782218E+00    2.77786693E+00  OK
     3  1.00000000E+00  2.49E-10  -3.33475901E+01   -3.33475882E+01  OK
     4  0.00000000E+00  2.58E-10   3.21552982E+01    3.21553018E+01  OK
     5  1.00000000E+00  1.59E-10  -5.29209345E+01   -5.29209337E+01  OK
     6  0.00000000E+00  4.37E-10  -1.85919632E+01   -1.85919589E+01  OK
     7  1.00000000E+00  6.87E-10   1.14629846E+01    1.14629914E+01  OK
     8  0.00000000E+00  9.75E-10   7.77628059E+00    7.77628998E+00  OK
     9  1.00000000E+00  2.54E-10   3.26362054E+01    3.26362080E+01  OK
    10  0.00000000E+00  1.24E-10  -6.81819439E+01   -6.81819430E+01  OK
    11  1.00000000E+00  3.45E-10  -2.38224471E+01   -2.38224452E+01  OK
    12  0.00000000E+00  2.84E-10  -2.91635904E+01   -2.91635883E+01  OK
    13  1.00000000E+00  1.11E-10   7.62671038E+01    7.62670966E+01  OK
    14  0.00000000E+00  1.15E-10   7.32280965E+01    7.32280987E+01  OK
    14  objective gradients out of     1  thru    14  seem to be OK.
XXX  The largest relative error was    1.18E-05   in column     2
```

Figura 1.7 : Comprovació del gradient amb `VERIFY` pel problema d'estimació d'estat. La comprovació s'efectua sobre el primer punt considerat per Minos (que és el declarat com a `INITIAL` dins l'apartat `BOUNDS` a la figura Fig. 1.5.

```
Verification of constraint gradients returned by subroutine FUNCON.
The Jacobian seems to be OK.
XXX  The largest discrepancy was     1.18E-07   in constraint     5
Column        X(J)          DX(J)    Element no.    Row     Jacobian value      Difference approxn
    1  1.00000000E+00   4.77E-07         1           1     2.13600858E+01      2.13600960E+01  OK
                                         2           2     1.70593840E+02      1.70593921E+02  OK
    2  0.00000000E+00   2.38E-07         9           1     1.70660940E+02      1.70660945E+02  OK
                                        10           2    -2.13600858E+01     -2.13600452E+01  OK
    3  1.00000000E+00   4.77E-07        17           1    -1.36781895E+01     -1.36781895E+01  OK
                                        18           2    -1.10668988E+02     -1.10668988E+02  OK
                                        19           3    -3.59808617E+00     -3.59808617E+00  OK
                                        20           4    -2.15233616E+01     -2.15233616E+01  OK
                                        23           7     2.00000000E+00      2.00000048E+00  OK
    4  0.00000000E+00   2.38E-07        25           1    -1.10668988E+02     -1.10668988E+02  OK
                                        26           2     1.36781895E+01      1.36781895E+01  OK
                                        27           3    -2.15233616E+01     -2.15233616E+01  OK
                                        28           4     3.59808617E+00      3.59808617E+00  OK
                                        31           7     0.00000000E+00      2.38418579E-07  OK
    5  1.00000000E+00   4.77E-07        35           3     2.18944756E+01      2.18944860E+01  OK
                                        36           4     1.33439823E+02      1.33439887E+02  OK
    6  0.00000000E+00   2.38E-07        43           3     1.34014023E+02      1.34014028E+02  OK
                                        44           4    -2.18944756E+01     -2.18944437E+01  OK
    7  1.00000000E+00   4.77E-07        51           3    -7.68189633E+00     -7.68189633E+00  OK
                                        52           4    -5.99919523E+01     -5.99919523E+01  OK
    8  0.00000000E+00   2.38E-07        59           3    -5.99919523E+01     -5.99919523E+01  OK
                                        60           4     7.68189633E+00      7.68189633E+00  OK
    9  1.00000000E+00   4.77E-07        65           1    -7.68189633E+00     -7.68189633E+00  OK
                                        66           2    -5.99919523E+01     -5.99919523E+01  OK
                                        69           5    -8.94454383E+00     -8.94454383E+00  OK
                                        70           6    -4.47227191E+01     -4.47227191E+01  OK
   10  0.00000000E+00   2.38E-07        73           1    -5.99919523E+01     -5.99919523E+01  OK
                                        74           2     7.68189633E+00      7.68189633E+00  OK
                                        77           5    -4.47227191E+01     -4.47227191E+01  OK
                                        78           6     8.94454383E+00      8.94454383E+00  OK
   11  1.00000000E+00   4.77E-07        85           5     1.84468063E+01      1.84468151E+01  OK
                                        86           6     9.12129540E+01      9.12129975E+01  OK
                                        88           8     2.00000000E+00      2.00000048E+00  OK
   12  0.00000000E+00   2.38E-07        93           5     9.13290540E+01      9.13290584E+01  OK
                                        94           6    -1.84468063E+01     -1.84467845E+01  OK
                                        96           8     0.00000000E+00      2.38418579E-07  OK
   13  1.00000000E+00   4.77E-07        99           3    -1.06144931E+01     -1.06144931E+01  OK
                                       100           4    -5.24987090E+01     -5.24987090E+01  OK
                                       101           5    -9.50226244E+00     -9.50226244E+00  OK
                                       102           6    -4.66063348E+01     -4.66063348E+01  OK
   14  0.00000000E+00   2.38E-07       107           3    -5.24987090E+01     -5.24987090E+01  OK
                                       108           4     1.06144931E+01      1.06144931E+01  OK
                                       109           5    -4.66063348E+01     -4.66063348E+01  OK
                                       110           6     9.50226244E+00      9.50226244E+00  OK
   112  Jacobian elements in cols     1  thru     14  seem to be OK.
XXX  The largest relative error was     1.82E-06   in row      2,  column      2
```

Figura 1.8 : Comprovació del Jacobia amb `VERIFY` pel problema d'estmació d'estat. La comprovació s'efectua sobre el primer punt considerat per Minos.

```
EXIT -- OPTIMAL SOLUTION FOUND

NEW BASIS FILE saved on file  11    Itn =      35
No. of iterations                    35    Objective value       1.1038919728E-03
No. of major iterations               5    Linear objective      0.0000000000E+00
Penalty parameter              0.000000    Nonlinear objective   1.1038919728E-03
No. of calls to FUNOBJ               83    No. of calls to FUNCON              83
No. of superbasics                    7    Norm of reduced gradient     5.020E-09
No. of basic nonlinears               8    Norm RG / Norm PI            5.020E-09
No. of degenerate steps               0    Percentage                        0.00
Norm of X                     1.949E+00    Norm of PI                   1.000E+00
Norm of X  (unscaled)         1.949E+00    Norm of PI (unscaled)        1.000E+00
Constraint violation          2.087E-15    Normalized                   7.076E-16

NAME           EEXE num              Objective value      1.1038919728E-03

Status         OPTIMAL SOLN          Iteration     35    Superbasics      7

OBJECTIVE      FUNOBJ   (MIN)
RHS            RHS
RANGES         RANG
BOUNDS         FITES

SECTION 1 - ROWS

NUMBER  ...ROW..STATE...ACTIVITY...SLACK ACTIVITY..LOWER LIMIT...UPPER LIMIT..DUAL ACTIVITY  ..I

    15  P1          EQ       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000      -0.00250    1
    16  Q1          EQ       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000      -0.00365    2
    17  P3          EQ       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000      -0.00828    3
    18  Q3          EQ       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000      -0.00445    4
    19  P6          EQ       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000      -0.00365    5
    20  Q6          EQ       0.00000       0.00000       0.00000       0.00000      -0.02202    6
    21  TS6        SBS       1.02675      -0.02290       1.00385       1.06593       0.00000    7
    22  TS2        SBS       1.01631      -0.01131       1.00500       1.06715       0.00000    8

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER  .COLUMN.STATE...ACTIVITY....OBJ GRADIENT...LOWER LIMIT...UPPER LIMIT.REDUCED GRADNT  M+J

     1  E1          BS       1.01251      -0.68309          NONE          NONE       0.00000    9
     2  F1          BS       0.00515      -0.35704          NONE          NONE       0.00000   10
     3  E2          BS       1.01328       0.57025          NONE          NONE       0.00000   11
     4  F2          BS       0.00422       0.39546          NONE          NONE       0.00000   12
     5  E3          BS       1.00951      -0.78924          NONE          NONE       0.00000   13
     6  F3         SBS      -0.00467      -1.01632          NONE          NONE       0.00000   14
     7  E4         SBS       1.00777       0.33621          NONE          NONE       0.00000   15
     8  F4         SBS      -0.00545       0.46564          NONE          NONE       0.00000   16
     9  E5          BS       1.01053       1.26631          NONE          NONE       0.00000   17
    10  F5          BS       0.00693       0.09068          NONE          NONE       0.00000   18
    11  E6          BS       1.00812      -2.09398          NONE          NONE       0.00000   19
    12  F6       A  EQ       0.00000       0.07411       0.00000       0.00000       0.00000   20
    13  E7         SBS       1.00458       1.39625          NONE          NONE       0.00000   21
    14  F7         SBS      -0.00639       0.35015          NONE          NONE       0.00000   22

FUNCON called with NSTATE =    2

FUNOBJ called with NSTATE =    2
```

Figura 1.9 : Informació a l'òptim del problema d'estimació d'estat. La solució representada correspon a l'òptim del problema de la figura Fig. 1.3.

2 Introducció al paquet Minos.

En aquest capítol descriurem el paquet Minos d'optimització, amb el qual poden solucinar-se tots els problemes anteriorment plantejats. Val a dir que, per la petita mida d'aquests problemes, altres paquets més "amicables" podrien ser usats. Tanmateix, el fet de que Minos sigui actualment un dels millors paquets comercials (per no dir el millor), fa que sigui convenient haver treballat amb ell i conèixer-lo mínimament.

2.1 Dades generals.

Minos és un sistema informàtic escrit en Fortran dissenyat per resoldre problemes d'optimització de grans dimensions (problemes lineals i no lineals, tant pel que fa a la funció objectiu com a les constriccions). El nom és un acrònim i significa Modular In-core Nonlinear Optimization System. Els seus autors són Bruce A. Murtagh i Michel A. Saunders (Systems Optimization Laboratory, Department of Operations Research, Stanford University, California).

2.2 Problema estàndard.

El problema estàndard amb que Minos treballa té l'expressió:

$$
\begin{aligned}
min. \quad & F(x) + c^t x + d^t y \\
subj. \quad & l_1 \leq f(x) + A_1 y \leq u_1 \\
& l_2 \leq A_2 x + A_3 y \leq u_2 \\
& l \leq \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq u
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

on:

- *Vectors constants:*
  $c \in \mathbb{R}^{n_1}$; $d \in \mathbb{R}^{n}_2$
  $u_1, l_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$; $u_2. l_2 \in \mathbb{R}^{m}_2$
  $l, u \in \mathbb{R}^{n_1+n_2}$
- *Matrius constants:*
  $A_1 \in (m_1 \times n_2)$
  $A_2 \in (m_2 \times n_1)$
  $A_3 \in (m_2 \times n_2)$
- *Variables i funcions:*
  $F(x)$: funció escalar de variable vectorial.

$f(x)$: funció vectorial de variable vectorial. $f(x) = \{f(x)_i\}$, $i = 1 \ldots m_1$.
$x \in \mathbb{R}^{n_1}$: variables no lineals.
$y \in \mathbb{R}^{n_2}$: variables lineals.
$l_1 \leq f(x) + A_1 y \leq u_1$: constriccions no lineals.
$l_2 \leq A_2 x + A_3 y \leq u_2$: constriccions lineals.

2.3 Mètode de treball de Minos.

Per a resoldre un problema amb constriccions d'igualtat no lineals Minos efectua una sèrie d'iteracions majors (MAJOR ITERATIONS). Dins de cada iteració major es resol un subproblema amb constriccions lineals (MINOR ITERATIONS). Aquest subproblema està format per les constriccions lineals i fites del problema original i per una linealització de les constriccions no lineals.

Aquest procés de linealització consisteix en substituir la funció vectorial $f(x)$ de (1) per una aproximació de primer ordre $\hat{f}(x)$ fent servir el jacobià de les constriccions no lineals en el punt x_k (denotarem el jacobià amb J_k):

$$\hat{f}(x, x_k) = f(x_k) + J_k(x - x_k) \quad \Longleftrightarrow \quad \hat{f}_k(x) = f_k + J_k(x - x_k)$$

El subproblema resolt a cada iteració major k és:

$$\begin{array}{ll} min. & F(x) + c^t x + d^t y - \lambda_k^t (f - \hat{f}_k) + \frac{1}{2}\rho (f - \hat{f}_k)^t (f - \hat{f}_k) \\ subj. & \hat{f}_k + A_1 y = b_1 \\ & A_2 x + A_3 y = b_2 \\ & l \leq \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq u \end{array} \tag{2.2}$$

on:

- La funció objectiu de (2) s'anomena *Lagrangià augmentat*.
- λ_k és una estimació al punt x_k dels multiplicadors de Lagrange de les constriccions no lineals.
- $\frac{1}{2}\rho(f - \hat{f}_k)^t(f - \hat{f}_k)$ és el que es coneix com a *funció de penalització quadràtica*, amb paràmetre de penalització ρ.

2.4 Rutines i fitxers d'usuari.

La informació que Minos necessita per a resoldre el problema se li ha de subministrar mitjançant dues rutines i dos fitxers amb informació (dos fitxers que es poden convertir en un que contingui la informació dels dos anteriors):

$$\left.\begin{array}{l} \text{rutina FUNOBJ} \\ \text{rutina FUNCON} \end{array}\right\} \text{juntes en un sol fitxer EXEMPLE.FOR o EXEMPLE.C}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{fitxer SPECS} \\ \text{fitxer MPS} \end{array}\right\} \text{junts, i en aquest ordre, en un sol fitxer EXEMPLE.DAT}$$

Hi ha unes plantilles d'aquests fitxers al directori:

DIR EIO:[ONLC]

del cluster de la Facultat d'Informàtica de Barcelona. Els fitxers s'anomenen EXEMPLE.DAT i EXEMPLE.FC. Al fitxer EXEMPLE.FC hi ha un possible main de programes per treballar amb Minos, així com la capçalera de les rutines *FUNOBJ* i *FUNCON* amb la declaració de variables. El main és recomanable que estigui escrit en Fortran (es pot mantenir el que hi ha o canviar-lo). Això permet poder gestionar els fitxers d'entrada i sortida de dades, donat que Minos està escrit en Fortran. Les funcions *FUNOBJ* i *FUNCON* poden ser codificades en C o en Fortran. Al fitxer EXEMPLE.FC hi ha la declaració de variables pels dos llenguatges.

Els paràmetres particulars de cada rutina són:

FUNOBJ:

Funció: Codifica la funció objectiu i el seu gradient.

Paràmetres:

Entrada:

- N: nombre de variables no lineals
- X: vector de dimensió N que conté el valor de les variables a cada passa. L'ordre en què estan emmagatzemades les variables ha de coincidir amb el declarat a l'apartat COLUMNS del fitxer MPS.

Sortida:

- F: valor de la funció objectiu corresponent a la X actual.
- G: vector de dimensió N per emmagatzemar el gradient de F (és a dir $G(i) = \frac{\partial F}{\partial x_i}$).

FUNCON:

Funció: Codifica les constriccions no lineals i els seus gradients (jacobià).

Paràmetres:

Entrada:

- N: nombre de variables no lineals.
- M: nombre de constriccions no lineals (només s'usa si el jacobià es codifica de forma densa).
- $NJAC$: nombre d'elements no nuls del jacobià (només s'usa si el jacobià es codifica de forma esparsa).
- X: vector de dimensió N que conté el valor de les variables no lineals a cada iteració.

Sortida:

- F: vector de dimensió M la component i del qual correspon al valor de la constricció no lineal número i pels valors de les variables no lineals de la iteració actual (emmagatzemades a X).
- G: si el jacobià actual s'emmagatzema dens, és la matriu $(M \times N)$ que correspon al jacobià de F. Si el jacobià s'emmagatzema espars, és el vector de dimensió $NJAC$ que conté els elements no nuls del jacobià en el mateix ordre que l'indicat a l'apartat COLUMNS del fitxer MPS.

2.5 Lectura i escriptura de dades a les rutines *FUNOBJ* i *FUNCON*.

<1>

Minos té declarada un zona COMMON anomenada M1FILE amb les variables IREAD, IPRINT, ISUMM. Ens interessa el contingut de les dues primeres:

IREAD: unitat lògica de lectura assignada al fitxer d'entrada de dades (per exemple, EXEMPLE.DAT).

IPRINT: unitat lògica d'escriptura assignada al fitxer de sortida de resultats (per exemple, EXEMPLE.LIS).

És a dir, si des de les rutines *FUNOBJ* i *FUNCON* s'accedeix a la zona COMMON M1FILE afegint al codi:

COMMON /M1FILE/ IREAD,IPRINT,ISUMM

aleshores es poden llegir dades afegides del fitxer d'entrada .DAT i afegir informació al fitxer de sortida .LIS. Això darrer pot ser útil, per exemple, per escriure a la darrera iteració el valor de les variables a l'òptim amb totes les xifres significatives desitjades.

2.6 Apartat SPECS.

L'apartat SPECS (o fitxer si està separat de l'altre apartat anomenat MPS) defineix els diferents paràmetres sobre el funcionament del paquet Minos i sobre les característiques del problema. El format d'entrada de dades és lliure, i l'aspecte general de l'apartat SPECS és:

BEGIN
⋮
PARAULA_CLAU_1 [PARAULA_CLAU_2] [VALOR_NUMÈRIC]
⋮
END

De la primera paraula clau només són significatius els tres primers caràcters; de la segona (si n'hi ha segona) només són significatius els 4 primers caràcters. Vegem a continuació una part del paràmetes que poden ser indicat a l'apartat SPECS.

Paràmetres que depenen de les dades del problema:

COLUMNS k: amb k indiquem el nombre sobreestimat de columnes de la matriu de constriccions (nombre sobreestimat de variables).

ROWS k: amb k denotem el nombre sobreestimat de files de la matriu de constricions (nombre sobreestimat de constriccions lineals i no lineals).

ELEMENTS k: k és el nombree sobreestimat d'elements no nuls a les matrius A_1, A_2, A_3 i al jacobià.

NONLINEAR CONSTR. k : on k és el nombre de constriccions no lineals.

NONLINEAR VARIABLES k : on k és el nombre de variables no lineals.

<1> El dit en aquest apartat, pel que fa a les zones COMMON, només té sentit si les rutines *FUNOBJ* i *FUNCON* estan programades en Fortran.

Paràmetres que no depenen de les dades del problema:

JACOBIAN SPARSE: indica que el jacobià s'emmagatzemarà de forma esparsa, és a dir, només es guardaran els elements no nuls del jacobià. Es diu que una matriu és esparsa si té una gran quantitat d'elements nuls. Si el jacobià és espars resulta convenient triar aquesta opció. Si es volgués emmagatzemar dens no caldria especificar res, donat que aquesta és l'opció per defecte.

DERIVATIVE LEVEL k: controla el càlcul del gradient de la funció objectiu i del jacobià de les constriccions:

- k=1: Minos calcula el jacobià i el gradient s'ha de codificar a la *FUNOBJ*.
- k=2: Minos calcula el gradient i el jacobià s'ha de codificar a la *FUNCON*.
- k=3: S'ha de codificar gradient i jacobià. Aquesta és l'opció amb que haureu de resoldre el problema.

VERIFY: Provoca la comprovació per diferències finites de tots els elements del gradient i del jacobià calculats per les rutines *FUNOBJ* i *FUNCON*.

LOG FREQUENCY k: controla la freqüència amb la que s'escriu informació al fitxer de sortida. S'imprimirà una línia d'informació per cada k iteracions menors.

2.7 Apartat MPS.

Especifica els noms de les constriccions i variables, indica com intervé cada variable dins cada constricció, i defineix els termes independents de les constriccions i els límits de les variables. Aquest format no és propi de Minos; és un format estàndard d'especificació de problemes usat per diversos paquets d'optimització.

El format d'entrada no és lliure i cada paraula clau ha d'estar entre unes columnes determinades al fitxer. L'aspecte general de l'apartat MPS és:

```
         1         2         3         4         5         6         7
1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890

NAME          nom␣problema

ROWS
 ww constricció

COLUMNS
    variable  constr␣1  coeficient␣1   constr␣2  coeficient␣2

RHS
    nom␣indp  constr␣␣  terme␣independent

RANGES
    nom␣rang  constr␣␣  valor␣del␣rang

BOUNDS
 zz nom␣boun  variable  valor␣del␣límit

ENDDATA
```

Al MPS anterior en majúscula apareixen les paraules clau i en minúscula les dades que varien d'un problema a l'altre (i subratllats hi ha el nombre de caràcters màxim que pot ocupar cada nom). Els camps que s'han marcat com **ww**, **nom␣indp**, **nom␣rang**, **zz** i **nom␣boun** indiquen el tipus de constricció (**ww**), el nom donat al conjunt de termes independents (**nom␣indp**), el nom donat al conjunt de rangs (**nom␣rang**) , el tipus de límit de la variable (**zz**) i el nom donat al conjunt de límits (**nom␣boun**). Descriurem a continuació cadascuna de les seccions del MPS.

Secció NAME:

S'usa per donar un nom al problema que s'està codificant. El format que hem d'utilitzar és:

```
         1         2
1234567890123456789012
NAME..........problema
```

on **problema** és el nom que donem al problema i els punts indiquen espais en blanc.

Secció ROWS:

Declara el nom i tipus de les constriccions (i de la part lineal de la funció objectiu si n'hi ha). S'han de posar **primer les no lineals** i a continuació les lineals. El format que hem d'utilitzar és:

```
         1
123456789012
ROWS
.ww.constric
```

on els punts indiquen espais en blanc, **constric** és el nom de la constricció i **ww** ens indica el tipus de constricció que pot ser:

$$\texttt{ww} = \begin{cases} E & : \ = \\ G & : \ \geq \\ L & : \ \leq \\ N & : \ \text{funció objectiu o constricció lliure} \end{cases}$$

Secció COLUMNS:

Aquesta secció del MPS serveix per:

1. Declarar els noms de les variables.
2. Donar valors als coeficients amb els que intervenen les variables dins de cada constricció lineal.
3. Si el jacobià s'emmagatzema espars, indica quina és la posició dels elements no nuls del jacobià. En aquest cas, el valor numèric indicat no té importància (pot ser zero, per exemple).

Si hi ha variables lineals i no lineals, **primer s'han de declarar les no lineals**. Fins que no s'han introduït tots els coeficients que afecten a una variable no es pot començar amb una nova variable. L'ordre en que es declarin les variables no lineals ha de coincidir amb l'ordre usat al vector X de les funcions *FUNOBJ* i *FUNCON*. Així , començant amb $X(1)$ i continuant fins a $X(N)$ haurem de declarar:

1. el nom triat per a la variable $X(i)$.
2. si el jacobià s'emmagatzema en forma esparsa, els elements no nuls de la columna i-èssima del jacobià, indicant el nom de la constricció no lineal corresponent i un valor numèric fictici.
3. els coeficients no nuls de la columna i-èssima de la matriu de constriccions lineals, indicant el nom de la constricció lineal i el valor numèric del coeficient.

El format d'escriptura d'aquesta secció és:

```
         1         2         3         4         5         6
1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901
COLUMNS

....variable..constr␣1..coeficient␣1...constr␣2..coeficient␣2
```

on els punts indiquen espais en blanc, `variable` és el nom de la variable que estem tractant, `constr␣1` i `constr␣2` són noms de constriccions on intervé la variable en qüestió, i `coeficient␣1` i `coeficient␣2` indiquen els valors amb que la variable que tractem afecta a cada constricció (si la constricció és no lineal es pot posar qualsevol valor). Cal tenir en compte que en aquest apartat han d'aparèixer els noms de totes les variables, lineals i no lineals, fins i tot si no tenen cap coeficient associat.

Secció RHS:
Declara els termes independents de totes les constriccions (lineals i no lineals). Poden anar en qualsevol ordre. El format d'escriptura és:

```
         1         2         3
123456789012345678901234567890123456
RHS

....nom␣indp..constr␣i..terme␣indept
```

on els punts indiquen espais en blanc, `nom␣indp` indica el nom que donem al conjunt de termes RHS, `constr␣i` indica el nom de la constricció que tractem i `terme␣indept` representa el valor del terme independent. El nom `nom␣indp` és arbitrari però ha de ser el mateix per a totes les components d'un mateix vector de termes independents, i només serveix per a donar nom a aquest vector.

Secció RANGES:
S'usa per definir constriccions del tipus $l \leq f_i \leq u$. El format d'escriptura d'aquesta secció és:

```
         1         2         3
123456789012345678901234567890123456
RANGES

....nom␣rang..constr␣i..terme␣ranges
```

on els punts indiquen espais en blanc, `nom␣rang` indica el nom que donem al conjunt de rangs,

constr␣i indica el nom de la constricció que tractem i **terme␣ranges** representa el valor del rang. El nom **nom␣rang** té la mateixa funció que el nom **nom␣indp**. Si a l'apartat RHS s'ha definit $F(x) \leq u$ i volem tenir $l \leq F(x) \leq u$ el valor del rang ha der ser $rang \; = \; u - l$.

Secció BOUNDS:
Declara les fites de les variables. El seu format és:

```
         1         2         3
123456789012345678901234567890123456
BOUNDS

.zz.nom␣boun..variable..terme␣bounds
```

on els punts indiquen espais en blanc, **nom␣boun** indica el nom que donem al conjunt de fites, **variable** indica el nom de la variable que tractem i **terme␣bounds** representa el valor de la fita. El nom **nom␣boun** té la mateixa funció que als dos apartats anteriors. El camp **zz** ens indica el tipus de fita i pot prendre els valors:

$$\mathtt{zz} = \begin{cases} LO & : \; \leq \\ UP & : \; \geq \\ FR & : \; \text{variable lliure} \\ FX & : \; = \end{cases}$$

Existeix la possibilitat de fixar dins d'aquest apartat el punt inicial a partir del qual Minos començarà la cerca del punt inicial factible. Per defecte Minos inicialitza les variables a zero o a la fita més propera a zero, la qual cosa pot provocar problemes en certes constriccions no lineals. Per fixar el valor inicial d'una variable cal incloure a l'apartat BOUNDS la següent línia:

```
         1         2         3
123456789012345678901234567890123456

.FX.INITIAL␣..variable..valorinicial
```

2.8 Exemple de codificació d'un problema en format MPS

Sigui el problema:

$$\begin{array}{llllll} min. & (x_1 & +x_2 & +x_3)^2 & \\ subj. & x_1^2 & +x_2^2 & & = 2 \\ & & x_2^4 & & = 4 \\ & x_1^4 & & +x_3^4 & \geq 0 \\ & 2x_1 & +4x_2 & -x_3 & \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, & x_2 \geq 0, & x_3 \leq 1 & \end{array}$$

El fitxer MPS associat a aquest problema amb emmagatzemament dens del jacobià seria:

```
         1         2         3         4         5         6         7
1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890

NAME          PROBLEM1
ROWS
 E  CONSNOL1
 E  CONSNOL2
 G  CONSNOL3
 L  CONSLIN1
COLUMNS
    X1        CONSLIN1  2.0
    X2        CONSLIN1  4.0
    X3        CONSLIN1  -1.0
RHS
    TERMINDE  CONSNOL1  2.0
    TERMINDE  CONSNOL2  4.0
    TERMINDE  CONSNOL3  0.0
    TERMINDE  CONSLIN1  1.0
BOUNDS
 LO LIMSIMP   X1        0.
 LO LIMSIMP   X2        0.
 UP LIMSIMP   X3        1.
ENDDATA
```

i amb emmagatzemament espars del jacobià seria:

```
         1         2         3         4         5         6         7
1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890

NAME          PROBLEM1
ROWS
 E  CONSNOL1
 E  CONSNOL2
 G  CONSNOL3
 L  CONSLIN1
COLUMNS
    X1        CONSNOL1  0.0
    X1        CONSNOL3  0.0
    X1        CONSLIN1  2.0
    X2        CONSNOL1  0.0
    X2        CONSNOL2  0.0
    X2        CONSLIN1  4.0
    X3        CONSNOL3  0.0
    X3        CONSLIN1  -1.0
RHS
    TERMINDE  CONSNOL1  2.0
    TERMINDE  CONSNOL2  4.0
    TERMINDE  CONSNOL3  0.0
    TERMINDE  CONSLIN1  1.0
BOUNDS
 LO LIMSIMP   X1        0.
 LO LIMSIMP   X2        0.
 UP LIMSIMP   X3        1.
ENDDATA
```

2.9 Muntatge i execucio.

Un cop s'ha fet el fitxer EXEMPLE.DAT amb l'apartat SPECS i MPS, es tenen codificades la *FUNOBJ* i *FUNCON* (bé en Fortran, bé en C) i un programa principal que faci la crida a Minos, cal, abans de res, compilar-ho tot (el programa principal i el fitxer on es troben la *FUNOBJ* i *FUNCON*). Si suposem que s'ha escrit tot en Fortran i es troba dins d'un fitxer anomenat (un cop hem compilat) EXEMPLE.OBJ l'ordre que haurem d'executar per fer el muntatge serà:

LINK EXEMPLE.OBJ,USERLIB:[MINOS53.AXP]MINOS53/LIB

Si per contra hem escrit les dos rutines *FUNOBJ* i *FUNCON* en C i les tenim al fitxer, per exemple, EXEMPLE.C, i el programa principal que crida a Minos (escrit en Fortran) es troba al fitxer anomenat, per exemple, MAIN.FOR, per fer el muntatge (un cop compilat tot) farem:

LINK MAIN.OBJ,EXEMPLE.OBJ,USERLIB:[MINOS53.AXP]MINOS53/LIB

Després d'executar el programa (si s'empra el programa principal subministrat) s'obtindrà un fitxer anomenat EXEMPLE.LIS amb el resultat de l'execució, i un fitxer anomenat FOR009.DAT. Aquest darrer no té cap resultat interessant, i ens centrarem en el .LIS. Aquest fitxer .LIS té diferents apartats amb paràmetres i estadístiques de l'execució. Cal fixar-se en l'apartat MPS FILE, on poden sortir missatges d'error i avisos relatius a la lectura del fitxer .DAT, com ara:

XXXX WARNING - NO LINEAR OBJECTIVE SELECTED

Aquest missatge, en concret, indica que s'està resolent un problema amb funció objectiu no lineal. Cal observar també l'apartat ITERATIONS. A la columna SINF,OBJECTIVE apareix la suma d'infactibilitats quan encara no s'ha arribat a un punt factible. A partir d'aquest moment conté el valor de la funció objectiu. A la columna ITN es mostren les iteracions que necessita per trobar un punt factible i per trobar l'òptim.

Minos utilitza com a espai de treball el vector Z(NWCORE). El valor de la dimensió de Z(.), NWCORE, es troba declarada al programa principal. Per verificar si aquesta dimensió és suficient heu de comparar el valor del REASONABLE WORKSPACE LIMITS amb el de ACTUAL WORKSPACE LIMITS, que es pot trobar abans de l'apartat MPS FILE. Si el primer valor fos major que el segon, caldrà augmentar el valor de NWCORE.

Abans de donar un resultat per bo cal comprovar que les subrutines *FUNOBJ* i *FUNCON* estan proporcionant valors correctes del gradient de la funció objectiu i del jacobià de les constriccions. Una forma aconsellable de procedir és incloure inicialment al fitxer SPECS la clau VERIFY LEVEL 3 o VERIFY. Amb això s'està forçant a Minos a fer una comprovació component a component del gradient i del jacobià al punt inicial d'iteració. Els resultats d'aquestes comprovacions es troben als apartats VERIFICATION OF CONSTRAINTS GRADIENTS RETURNED BY SUBROUTINE FUNCON i VERIFICATION OF OBJECTIVE FUNCTION GRADIENTS RETURNED BY SUBROUTINE FUNOBJ.

Si tot ha anat bé, ha d'aparèixer el missatge:

EXIT - OPTIMAL SOLUTION FOUND

o algun altre missatge de EXIT si hi ha hagut problemes. Cal observar també el valor de la variable interna NSTATE. Aquesta variable l'empra Minos per donar informació a l'usuari de l'estat de l'optimització quan efectua una crida a les rutines *FUNOBJ* i *FUNCON*. El significat dels diferents valors de NSTATE és:

NSTATE = 0: s'efectua una crida normal a les rutines.
NSTATE = 1: Minos crida per primera vegada a les rutines.
NSTATE = 2: Minos crida per darrera vegada a les rutines, havent-se assolit l'òptim.
NSTATE > 2: Minos crida per darrera vegada a les rutines, sense haver assolit l'òptim. En aquest cas, els diferents valors de la variable NSTATE indiquen l'error que s'ha produït.

S'ha d'observar el seu valor a l'òptim al final del fitxer .LIS, i si tot ha anat bé ha de valer NSTATE=2.

Finalment a l'apartat SECTION 1 - ROWS es mostra el valor final de les constriccions a la columna ACTIVITY. En aquesta mateixa columna de l'apartat SECTION 2 - COLUMNS apareix el valor de cada variable a l'òptim si aquest s'ha assolit.