



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

TRABAJO DE FINAL DE GRADO

Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática

**ESTUDIO DE LOS SISTEMAS DE CONTROL DE EMPUJE
VECTORIAL Y DISEÑO DE UNA APLICACIÓN PARA
COHETERÍA EXPERIMENTAL**



Memoria y Anexos

Autor/a: Mario Berral Navarro
Director/a: Herminio Martínez García
Convocatoria: enero 2021

Resumen

En este trabajo se pretende realizar un modelo de simulación parametrizable para el control del empuje vectorial mediante la articulación del motor principal de un modelo de cohete experimental, así como la modelización de su comportamiento durante la fase de lanzamiento en la que se debe mantener total verticalidad con la ayuda del controlador.

Se ha elegido el software de Simulink® para crear el entorno de simulación y SolidWorks® para el diseño de los componentes de este prototipo. Se exponen los modelos matemáticos que serán utilizados para el modelo no lineal, así como las piezas diseñadas y finalmente, se ensambla en Simulink® el entorno de simulación. Se ha hecho uso de herramientas ya incorporadas en este software tanto para linealizar la planta como para sintonizar el controlador.

Para la medición de la inclinación se ha elegido un sensor de mediciones inerciales combinado con un filtro complementario, que utiliza la aceleración lineal y velocidad angular para determinar la inclinación con mejor precisión. Para el prototipaje se imprime el mecanismo de control mediante una impresora 3D con tecnología de deposición de filamento fundido.

Con tal de comprobar mejoras se ejecutan dos simulaciones, la primera sin controlador ni perturbaciones para ver como es el vuelo ideal del cohete y la segunda con perturbaciones y controlador encendidos.

Finalmente, a pesar de las simplificaciones asumidas y el abanico de mejoras disponible, se puede afirmar que es posible controlar el ascenso de un cohete amateur durante la fase propulsada del lanzamiento mediante la articulación del motor principal.

Resum

En aquest treball es pretén realitzar un model de simulació parametrizable per al control de l'empenyiment vectorial mitjançant l'articulació del motor principal d'un model de coet experimental, així com la modelització del seu comportament durant la fase de llançament en la què s'ha de mantenir total verticalitat amb l'ajuda del controlador.

S'ha escollit el programari de Simulink® per a crear l'entorn de simulació i SolidWorks® per al disseny dels components d'un prototip. S'exposen els models matemàtics que seran utilitzats per al model no lineal, així com les peces dissenyades i finalment, s'implementa en Simulink® l'entorn de simulació. S'ha fet ús d'eines ja incorporades en aquest programa tant per a linealitzar la planta com per a sintonitzar el controlador.

Per al mesurament de la inclinació s'ha triat un sensor de mesuraments inercials combinat amb un filtre complementari, que utilitza l'acceleració i velocitat angular per a determinar la inclinació amb millor precisió. Per realitzar el prototip s'imprimeix el mecanisme de control mitjançant una impressora 3D amb tecnologia de deposició de filament fos.

Amb l'objectiu de comprovar millores s'executen dues simulacions, la primera sense controlador ni pertorbacions per a veure com és el vol ideal del coet i la segona amb pertorbacions i controlador encesos.

Finalment, malgrat les simplificacions assumides i el ventall de millores disponible, es pot afirmar que és possible controlar l'ascens d'un coet amateur durant la fase de llançament propulsat mitjançant l'articulació del motor principal.

Abstract

This report shows the development of a parametrizable simulation model for the thrust vector control, by gimbaling the main engine of an experimental model rocket. The attitude of the lift-off phase is also modelled, where the controller must keep the flying path completely vertical during this lapse of time.

In this project are used two different technical software tools: Simulink® for the dynamics and environmental simulation and SolidWorks® to design all the prototyping components. Therefore, once all components are defined, Simulink® is the software used to merge the components data and the non-linear mathematical models to complete the simulation application.

To make the measurements more precise, an inertial measurement unit and a complementary filter are combined, using linear acceleration and angular velocity readings. For the prototyping of the engine gimbal a FDM (fused deposition modelling) 3D printer was used.

In order to show the improvement two simulations are runned. The first one without disturbances nor control to see how the ideal flight will look like, and then the second one with disturbances and controllers.

Finally, despite simplifications assumed and the wide range of improvement available, it is fair to confirm that the ascent control of the propelled phase during lift-off of an experimental model rocket is possible by means of a gimbaled main engine.



Agradecimientos

Me gustaría mostrar mi gratitud a mi familia, por haberme guiado excelentemente en mi trayectoria educativa, confiar en mí y apoyar todas las decisiones que he tomado a lo largo de este camino.

También a Cristina quien siempre me ha ofrecido su tiempo para ayudarme con la maquetación y redacción de este proyecto, así como brindarme apoyo emocional cuando me ha sido necesario.



Glosario

NED	<i>(North-East-Down). Sistema de coordenadas fijado en la tierra con los ejes X, Y y Z alineados hacia el norte, el este y abajo, respectivamente.</i>
Φ, θ, ψ	<i>Ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada.</i>
$6DOF$	<i>(6 Degrees Of Freedom). 6 grados de libertad.</i>
X_e, Y_e, Z_e	<i>Componentes del sistema de coordenadas de la tierra.</i>
X_b, Y_b, Z_b	<i>Componentes del sistema de coordenadas del cuerpo.</i>
p, q, r	<i>Componentes de la velocidad angular del cuerpo.</i>
\bar{M}_b	<i>Vector de momento del cuerpo.</i>
L, M, N	<i>Componentes del momento.</i>
$\dot{\bar{\omega}}$	<i>Derivada del vector de la velocidad angular.</i>
$\bar{\omega}$	<i>Vector de la velocidad angular.</i>
I	<i>Matriz de inercia.</i>
CAD	<i>(Computer Aided Design). Diseño asistido por computador.</i>
$I_{xx}, I_{xy}, I_{xz} \dots I_{zz}$	<i>Componentes de la matriz de inercia.</i>
F_x, F_y, F_z	<i>Componentes de las fuerzas del cuerpo.</i>
\bar{F}_b	<i>Vector de fuerzas del cuerpo.</i>
m	<i>Masa.</i>
$\dot{\bar{V}}_b$	<i>Derivada del vector de velocidad lineal del cuerpo.</i>
\bar{V}_b	<i>Vector de la velocidad lineal del cuerpo.</i>
U_b, V_b, W_b	<i>Componentes de la velocidad lineal del cuerpo.</i>
$C.G., \bar{C}.G.$	<i>Centro de gravedad y vector de posición del centro de gravedad desde la punta del cono.</i>
$C.P., \bar{C}.P.$	<i>Centro de presión y vector de posición del centro de gravedad desde la punta del cono.</i>

α	Ángulo de ataque.
β	Deslizamiento lateral.
ρ	Densidad.
\bar{q}	Presión dinámica.
S_{ref}	Área de referencia. (En cohetes el área proyectada de la mayor sección).
b_{ref}	Longitud de referencia. (En cohetes el diámetro mayor del vehículo).
CFD	(Computational Fluid Dynamics). Dinámica de fluidos computacional.
$C_x, C_y, C_z, C_l, C_m, C_n$	Coefficientes aerodinámicos.
$C_{x0}, C_{x\alpha}, C_{x\beta}$	Componentes del coeficiente aerodinámico C_x .
$C_{y0}, C_{y\beta}$	Componentes del coeficiente aerodinámico C_y .
$C_{z0}, C_{z\alpha}$	Componentes del coeficiente aerodinámico C_z .
C_{l0}, C_{lp}	Componentes del coeficiente aerodinámico C_l .
C_{m0}, C_{mq}, C_{ma}	Componentes del coeficiente aerodinámico C_m .
$C_{n0}, C_{nr}, C_{n\beta}$	Componentes del coeficiente aerodinámico C_n .
$\bar{F}_{b(aero)}, \bar{M}_{b(aero)}$	Vectores de fuerza aerodinámica y momento aerodinámico en el cuerpo.
$F_{x(aero)}, F_{y(aero)}, F_{z(aero)}$	Componentes de la fuerza aerodinámica en el cuerpo.
WGS 84	(World Geodetic System 1984). Sistema geodésico mundial de 1984.
NIMA	(National Imagery and Mapping Agency). Agencia nacional de imágenes y cartografía.
COESA	(Committee on Extension to the Standard Atmosphere). Comité en extensión a la atmósfera estándar.
ε	Ángulo de sesgo del motor para el control de cabeceo.
μ	Ángulo de sesgo del motor para el control de guiñada.
T, \bar{T}	Empuje neto. Vector de empuje.
T_x, T_y, T_z	Componentes del vector de empuje.
\bar{M}_c	Vector del momento de control.

L_c, M_c, N_c	Componentes del momento de control.
\bar{l}_g	Vector de distancia del motor articulado al centro de gravedad.
PLA	Ácido Poliláctico.
h	Altura.
g	Gravedad terrestre.
t	Tiempo.
r_{SM_ϵ}	Radio del servomotor hasta la varilla de control de cabeceo.
r_{TVC_ϵ}	Radio del punto de balanceo hasta la varilla de control de cabeceo.
r_{SM_μ}	Radio del servomotor hasta la varilla de control de guiñada.
r_{TVC_μ}	Radio del punto de balanceo hasta la varilla de control de guiñada.
MEMS	(MicroElectroMechanicalSystems) Sistemas microelectromecánicos.
$x_{Acc}, y_{Acc}, z_{Acc}$	Aceleraciones medidas en los ejes x,y,z del sensor.
Acc	Aceleración.
T_s	Tiempo de muestreo (inversa de la frecuencia de muestreo).
LPF	Filtro pasa bajos.
HPF	Filtro pasa altos.
τ	Constante de ajuste para filtros de frecuencia en tiempos continuos.
IMU	(Inertial Measurements Unit). Unidad de mediciones inercial.
PID	Controlador proporcional, integral y derivativo.



Índice

RESUMEN	I
RESUM	II
ABSTRACT	III
AGRADECIMIENTOS	V
GLOSARIO	VII
1. INTRODUCCIÓN	3
1.1. Objetivos del trabajo.....	3
1.2. Alcance del trabajo	3
2. SISTEMAS DE EMPUJE VECTORIAL	5
2.1. Control por Superficies	5
2.2. “Exhaust Vane”	6
2.3. Inyección de Fluidos.....	7
2.4. Propulsores Vernier	7
2.5. Motor Direccional.....	9
3. MODELO MATEMÁTICO	11
3.1. Sistema de Coordenadas	11
3.1.1. Inercial	12
3.1.2. No Inercial.....	12
3.2. Dinámica.....	13
3.2.1. Dinámica Rotacional.....	13
3.2.2. Dinamica Traslacional.....	14
3.3. Fuerzas y Momentos Aerodinámicos	14
3.4. Entorno Atmosferico.....	16
3.4.1. Gravedad	16
3.4.2. Atmósfera	17
3.4.3. Perturbaciones Atmosféricas	18
3.4.4. Control	19
4. MODELOS PARA LA APLICACIÓN	21
4.1. Diseño del Vehículo.....	21
4.1.1. Estructura	21

4.1.2. Motor	24
4.2. Diseño del Soporte Articulado.....	26
4.2.1. Ensamblaje	27
4.3. Sistema de Mediciones.....	29
4.3.1. Sensor.....	29
4.3.2. Filtrado	31
4.4. Propiedades Físicas del Ensamblaje	32
5. DISEÑO DE UNA APLICACIÓN EN SIMULINK®	37
5.1. Modelado del Vehículo y la Atmósfera	38
5.2. Modelado del Motor Articulado	40
5.3. Modelado del Sensor.....	41
5.4. Controlador y Linealizado.....	43
6. RESULTADOS	45
7. ANÁLISIS DEL IMPACTO AMBIENTAL	53
8. VALORACIÓN ECONÓMICA	55
9. CONCLUSIONES	57
10. PLANOS Y ESQUEMAS	59
10.1. Planos Mecánicos	59
10.2. Esquemas Electrónicos	83
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87

1. Introducción

En este trabajo se pretende observar si es posible implementar un sistema de control de empuje vectorial para un vehículo de lanzamiento vertical, como lo es un cohete, de pequeña escala.

Durante el transcurso del trabajo se pretende familiarizarse con conceptos básicos de la ciencia y tecnología espacial, así como obtener y mejorar habilidades relativas a softwares de diseño y simulación.

1.1. Objetivos del trabajo

El objetivo principal es realizar una aplicación parametrizable basada en MATLAB® y Simulink®, que permita introducir parámetros de un diseño con tal de simular su vuelo y permitir el ajuste y sintonía para poder caracterizar el comportamiento del vehículo en las condiciones especificadas.

1.2. Alcance del trabajo

El alcance de este trabajo es obtener una primera aproximación a los sistemas que existen para controlar el vector de empuje de un cohete o vehículo de lanzamiento vertical, así como determinar que ecuaciones matemáticas son mínimamente necesarias para la realización de un modelo de simulación, asumiendo ciertas simplificaciones. En ningún caso se pretende crear un entorno de simulación que represente al cien por cien el comportamiento del lanzamiento de un cohete.

2. Sistemas de Empuje Vectorial

El empuje vectorial es la capacidad de un sistema autopropulsado de cambiar la dirección del vector de empuje de uno o varios de sus motores. Esta característica resulta de utilidad para proporcionar un extra maniobrabilidad así como la posibilidad de eliminar las superficies de control del vehículo, reduciendo la fricción i así la optimización del combustible.

En la industria aeroespacial ha resultado ser un elemento indispensable cuando de reutilizar vehículos de lanzamiento se trata, pues las superficies de control cuando el vehículo que retorna a tierra ha de atravesar la atmosfera a altas velocidades sufren un incremento de su temperatura debido a la fricción, lo que les hace, en el mejor de los casos, reducir su vida útil. Así pues, se deduce que un buen sistema de empuje vectorial con el control adecuado permite eliminar gran parte de las superficies de control permitiendo la reutilización de un vehículo de lanzamiento espacial. Como es bien conocido, Space-X ya ha realizado varias misiones exitosas reutilizando sus vehículos gracias a esta tecnología, ya que además esta les permite aterrizar sus vehículos de forma vertical.

Hay diferentes mecanismos que permiten llevar a cabo un control de empuje vectorial para controlar y estabilizar el vehículo. Los más relevantes se exponen a continuación.

2.1. Control por Superficies

Aunque este mecanismo no esté considerado como control de empuje vectorial, tiene el mismo objetivo y por ese motivo se incluye en este trabajo.

Las superficies de control en aviónica son las conocidas como alerones, timón y elevador. En vehículos de lanzamiento vertical estas son llamadas aletas.

Cabe destacar que al ser este mecanismo unas superficies móviles que desvían el fluido circundante, es completamente inútil en el vacío del espacio. Así que cualquier vehículo que vaya a maniobrar fuera de una atmosfera necesitará de al menos una de las tecnologías que se verán más adelante.

La elección de una geometría óptima de alas o aletas para un vehículo está fuera del alcance de este proyecto, en la figura a continuación se muestran unos ejemplos de las más utilizadas.

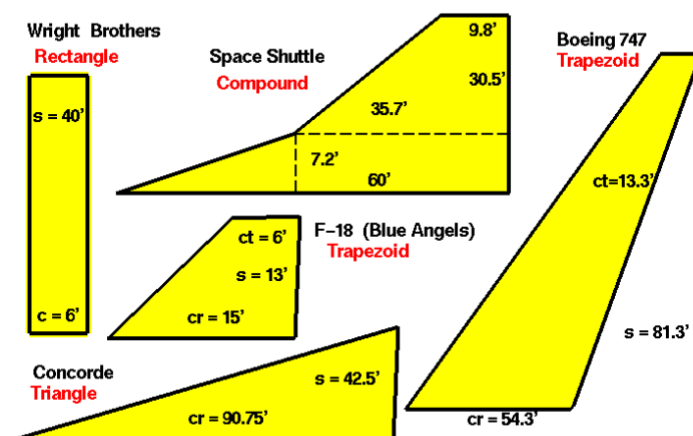


Figura 2.1. Geometrías típicas de alas y aletas de vehículos aéreos(Fuente: Glenn Research Center [1]).

Estas superficies juegan un papel crucial en el cálculo de fuerzas y momentos aerodinámicos, además son buenos elementos para balancear el centro de presión del vehículo ya que más superficie en la popa retrasa el centro de presión. Como medida de estabilidad estática en cohetes experimental es ampliamente aceptada la regla introducida en 1966 por Barrowman [2] que indica que el centro de presión debe estar a una distancia de un calibre del centro de gravedad hacia la popa. Siendo el calibre del vehículo su diámetro máximo.

2.2. “Exhaust Vane”

Este mecanismo es uno de los primeros en desarrollarse, considerado de control de vector de empuje. Se trata de unas superficies como las comentadas anteriormente, pero su función, en lugar de desviar el fluido circundante, es desviar los gases de escape del motor que crean el empuje.



Figura 2.2. “Exhaust vanes” en un V-2 de 1945 (Fuente: Wikipedia [3]).

2.3. Inyección de Fluidos

Otro método utilizado es la inyección de fluidos. Este mecanismo inyecta un fluido líquido (distintos líquidos tienen distintos efectos en el control final [4]) o gas en la tobera del vehículo en una cierta dirección.

La diferencia de velocidad de ambos fluidos (el principal y el de control) proporciona una salida asimétrica de los gases de empuje permitiendo así direccionar el motor sin necesidad de partes móviles.

La elección del fluido, la geometría y posicionamiento de los inyectores son los parámetros que afectan en mayor medida al control de este sistema.

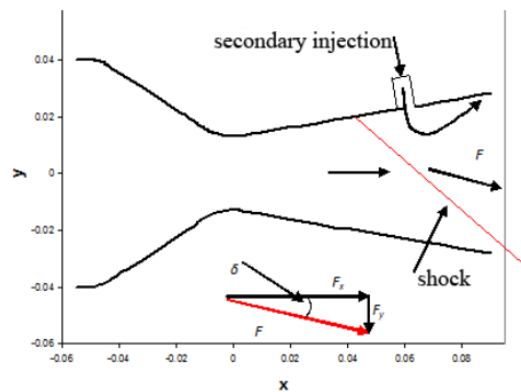


Figura 2.3. Desvío de la fuerza neta del motor causado por una inyección secundaria de fluido (Fuente: Zmijanovic y otros [5]).

En el trabajo de Zmijanovic y otros [5] se exponen los efectos de este sistema comparando simulaciones numéricas y trabajo experimental.

Una de las características del control mediante inyección de fluidos es que la cantidad de corrección que puede aplicar a un cuerpo no es efectiva para vehículos de lanzamiento.

2.4. Propulsores Vernier

Los propulsores de Vernier son una serie de propulsores de menor tamaño e impulso que el motor o los motores que conforman el empuje principal. Estos están dispuestos o bien en las proximidades del motor principal en la popa del vehículo (Soyuz), o dispuestos de forma perimetral en el cuerpo del vehículo (Atlas).

Los propulsores de Vernier pueden o no ser direccionables. El encendido de éstos, gobernado por el sistema de control, permite añadir empuje en la o las direcciones deseadas creando así un empuje neto asimétrico.

Estos propulsores pueden ser de combustión de propelente líquido o bien pueden ser toberas que expulsan gas a alta presión. Actualmente no se utilizan en vuelos atmosféricos o en vehículos de lanzamiento, pero sí en vehículos en órbita con la finalidad de reorientarlos.



Figura 2.4. Segunda etapa del cohete ruso Soyuz. Se puede apreciar la matriz de empuje principal, y cuatro propulsores de Vernier con un grado de libertad cada uno. (Fuente: russianspaceweb [6]).



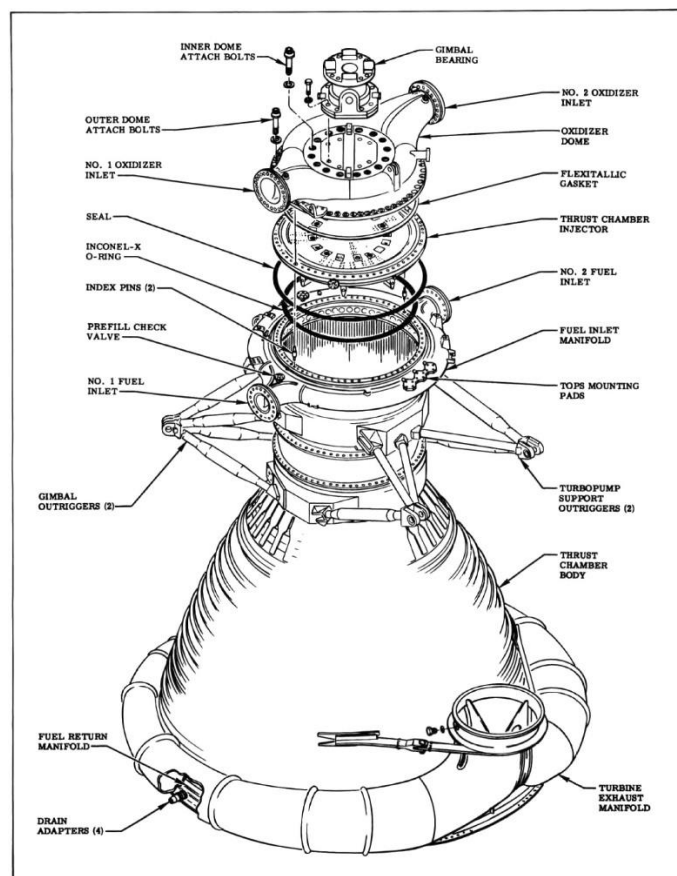
Figura 2.5. Lanzamiento del Mercury-Atlas 5. Se pueden apreciar los pequeños propulsores de Vernier en el perímetro del cohete. (Fuente: NASA [7]).

2.5. Motor Direccional

En este caso, la acción a llevar a cabo es mover el motor completamente con tal de modificar su vector de empuje, en vehículos de varios motores estos pueden ser todos o algunos direccionables otorgando así un mayor o menor grado de maniobrabilidad.

Este mecanismo ha sido el más utilizado en los últimos siglos en vehículos aeroespaciales, como los transbordadores espaciales, los falcon 9 de Space-X o el Saturno V. No está de más comentar que en vehículos reales (no experimentales) se suelen combinar diferentes tecnologías, pues cada una de ellas tiene unos puntos débiles que se pueden reforzar con otras, por ejemplo, superficies de control y motor direccional en los transbordadores espaciales.

Para lograr el movimiento del motor se utiliza un giroscopio o cardán, que permite cambiar el ángulo de salida de los gases del motor mediante la inclinación de éste respecto al plano central del giroscopio.



Thrust Chamber Assembly

Figura 2.6. Vista explosionada de la cámara de empuje de un motor F1 como los que montaba el Saturno-V (Fuente: Rocketdyne [8]).

En la parte superior se puede apreciar la etiqueta “*gimbal bearing*” que hace referencia al giroscopio o articulación, montado en la parte superior de la cámara de empuje del motor fabricado por Rocketdyne. Este motor (y otros parecidos) dispone de actuadores hidráulicos para ejecutar el movimiento respecto al giroscopio o articulación.

En las páginas venideras, veremos el desarrollo de una aplicación de control de empuje vectorial para cohetes experimental basada en este último sistema. Se va a diseñar y construir un mecanismo articulado capaz de montar un motor típico para estas aplicaciones y mediante servos de radiocontrol se actuará sobre éste para controlar su vector de empuje en un rango de $\pm 5^\circ$ en dos ejes.

3. Modelo Matemático

Como se verá más adelante, este documento se basa en un modelo diseñado en Simulink® con la ayuda de la librería de bloques aeroespacial. En el manual de usuario de esta librería [9] se describen las principales ecuaciones de translación y rotación de un sistema de coordenadas fijado en un cuerpo respecto a un sistema inercial llamado Tierra.

Para el modelo que se va a llevar a cabo se van a asumir ciertas simplificaciones:

- El sistema de referencia inercial es una Tierra plana y sus ejes están orientados según la convención NED.
- El origen de coordenadas del cohete está fijado en su centro de gravedad.
- El vehículo se considera rígido y simétrico respecto a su eje x .
- Los coeficientes aerodinámicos se asumen constantes.
- El objetivo de control es únicamente la ascensión vertical del cohete.
- Se considera la velocidad angular del eje x (ϕ) del cohete constante y nula con tal de desprestigiar fuerzas creadas por el efecto Magnus.
- Las pseudofuerzas son consideradas nulas. (Coriolis, pseudogravedad, Centrifuga).

El set aeroespacial de Simulink® incluye modelos ambientales que serán utilizados para modelar la fuerza de la gravedad, la presión atmosférica y el viento.

A continuación, veamos los sets de ecuaciones y los modelos ambientales con los cuales se va a trabajar.

3.1. Sistema de Coordenadas

Debido a que el bloque principal de Simulink® es el *6DOF (Euler angles)* [9, p. 181] el cual incorpora las ecuaciones de movimiento, los sistemas de coordenadas que se van a describir son de acuerdo a este bloque. Se considera la rotación y translación de un sistema de coordenadas fijado en un cuerpo respecto al sistema de referencia de tierra plana.

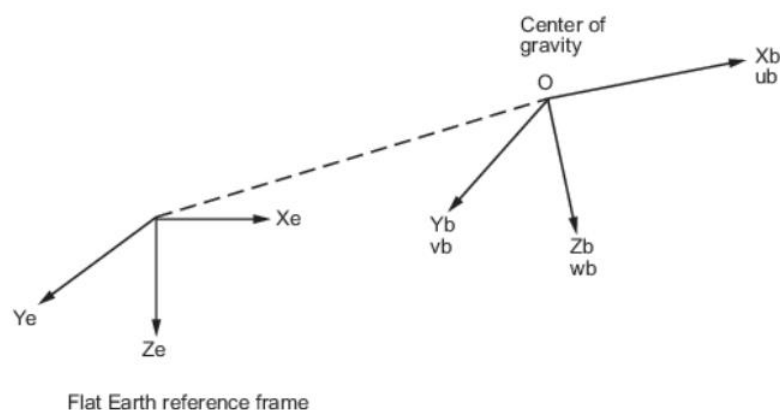


Figura 3.1. translación y rotación de un sistema de coordenadas fijado en el centro de gravedad de un cuerpo respecto a otro sistema de referencia basado en una Tierra plana (Fuente: Mathworks [9]).

Cabe destacar que todos los sistemas de coordenadas cartesianas utilizados en este documento están formados siguiendo la regla de la mano derecha.

En los dos siguientes apartados se detallan los dos sistemas de coordenadas utilizados.

3.1.1. Inercial

El sistema de coordenadas de referencia es considerado inercial con tal de mantener las leyes de Newton y asumir despreciables las fuerzas generadas por un sistema de referencia en rotación, como es el efecto Coriolis. Este sistema se considera “NED” (*North-East-Down*) y se denotan sus componentes con el subíndice “e” de Tierra en inglés “Earth”. Así pues, x_e es positivo hacia al Norte, y_e positivo hacia el Este y z_e es positivo hacia abajo coincidente con el vector de gravedad.

El origen de este sistema está ubicado en el centro de gravedad del cohete en el momento del lanzamiento, luego éste permanecerá estático siendo el sistema no inercial fijado en el cohete, el que se mueve.

3.1.2. No Inercial

El sistema de coordenadas del cuerpo es considerado no inercial ya que es éste el que se desplaza respecto al anterior. Los ejes de coordenadas tienen su origen en el centro de masa del cohete. La dirección de los ejes se ha elegido de manera convencional siendo positivo el eje x_b en dirección al cono, el eje y_b es positivo hacia estribor y el eje z_b es ortonormal a los dos anteriores.

Los vectores que hagan referencia a magnitudes o ejes del cohete vendrán denotados con el subíndice b de “body” en inglés, para mejor comprensión ya que posteriormente veremos que en Simulink® es como vienen definidos.

Las rotaciones sobre los ejes x_b, y_b, z_b del cohete son comúnmente descritas por como alabeo (ϕ), cabeceo (θ), y guiñada (ψ) respectivamente. Y las velocidades angulares con las letras p, q y r respectivamente.

3.2. Dinámica

En este apartado se detalla la dinámica rotacional y traslacional que determinan las fuerzas y momentos que son ejercidas sobre el cohete a excepción de las inducidas por las condiciones atmosféricas.

3.2.1. Dinámica Rotacional

La dinámica rotacional del vehículo se puede definir con el conjunto de momentos aplicados en el cuerpo, estos son $[L \ M \ N]^T$ en los tres ejes respectivamente. Como podemos observar en la ecuación 3.1 los momentos aplicados son función del tensor de inercia I , la velocidad angular ω y su derivativa $\dot{\omega}$.

$$\bar{M}_b = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = I\dot{\omega} + \bar{\omega} \times (I\bar{\omega}) \quad (\text{Eq. 3.1})$$

El tensor de inercia es una propiedad física del vehículo y puede ser calculado o extraído de un modelo CAD. Como se describe en el apartado 4 del capítulo 13 del libro de Tewari [10], los productos de inercia pueden ser anulados si se escoge la orientación adecuada del sistema de coordenadas no inercial fijado en el cuerpo. Los ejes descritos en el capítulo anterior están fijados teniendo en cuenta esta simplificación, con lo que el tensor de inercia se convierte en una matriz diagonal del momento principal de inercia. Además, debido a la simetría del vehículo respecto a su eje longitudinal los momentos principales I_{yy} e I_{zz} resultan idénticos.

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3.2})$$

3.2.2. Dinamica Traslacional

La dinámica traslacional del vehículo viene definida por las fuerzas que actúan en el centro de gravedad de éste $[F_x F_y F_z]^T$. En la ecuación 3.3 podemos ver como se hace uso de la segunda ley de Newton para describir la fuerza como el producto de la masa por la aceleración. En el cómputo de fuerzas influye también el producto vectorial de la velocidad angular y la velocidad lineal, pero su aportación la podremos considerar prácticamente nula debido a que la velocidad angular tiende a ser muy pequeña en un sistema estable.

$$\bar{\mathbf{F}}_b = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m(\dot{\bar{\mathbf{V}}}_b + \bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{V}}_b) \quad (\text{Eq. 3.3})$$

Los componentes de la velocidad lineal y angular en el sistema fijado en el cuerpo son respectivamente como se muestran en la ecuación 3.4:

$$\bar{\mathbf{V}}_b = \begin{bmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3.4})$$

3.3. Fuerzas y Momentos Aerodinámicos

Durante un vuelo atmosférico hay ciertas fuerzas y momentos que aplican al vehículo, las cuales vienen dadas por la geometría y la distribución de masas de éste. En este punto es preciso describir el concepto de centro de presiones, así como recordar la definición del centro de gravedad.

- Centro de gravedad: “El centro de gravedad (C.G.) de un cohete es el punto en el que todo el peso del cohete parece estar concentrado. Esto es que hay tanto peso distribuido hacia adelante del C.G. como lo hay hacia atrás de este.” Describe James Barrowman [2, p. 6].
- Centro de presión: “El centro de presión (C.P.) de un cohete es el punto en el que todas las fuerzas de presión del aire en el cohete parecen estar concentradas. Esto es hay tanta fuerza de presión del aire hacia adelante del C.P. como la hay hacia a atrás de este. En términos de momentos hay tanto momento debido a la fuerza de presión del aire hacia delante del C.P. como lo hay hacia atrás de este.” Describe James Barrowman [2, p. 8].

De esta manera todas las fuerzas que actúan en el centro de presión del cohete se convierten en momentos con el brazo de palanca igual a la distancia entre el *C.G.* y *C.P.*

Ya que estas fuerzas y momentos dependen de la geometría del cuerpo y de la atmosfera que lo contiene es común trabajar con unos coeficientes adimensionales que dependen de:

La dirección del vehículo en el flujo de aire determinada por los ángulos de ataque (α) y deslizamiento lateral (β).

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right), \beta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{V}\right) \quad (\text{Eq. 3.5})$$

Siendo V la velocidad total (velocidad del cohete más el viento) y u, v, w sus componentes en los 3 ejes.

La presión dinámica (\bar{q}) definida como:

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (\text{Eq. 3.6})$$

Siendo ρ la densidad del aire y V la velocidad total.

El área de referencia (S_{ref}) en un cohete es el área transversal de la circunferencia más grande del vehículo y la longitud de referencia (b_{ref}) en un cohete sin aletas, es el calibre, o lo que es lo mismo, su diámetro mayor. En caso de tener aletas, la longitud de referencia sería la envergadura.

Los momentos aerodinámicos también se ven influidos por las velocidades angulares p, q, r descritas en el apartado anterior.

Los coeficientes aerodinámicos que modulan las fuerzas y momentos no son constantes ni lineales. En la industria se suelen someter prototipos a pruebas en túneles de viento o análisis exhaustivos de varias combinaciones de velocidad e incidencia mediante software de CFD. Como esta precisión se escapa del objetivo del trabajo, se va a adoptar la siguiente solución obviando los coeficientes de las derivativas de α y β :

$$C_x = C_{x0} + \alpha C_{x\alpha} + \beta C_{x\beta} \quad (\text{Eq. 3.7})$$

$$C_y = C_{y0} + \beta C_{y\beta} \quad (\text{Eq. 3.8})$$

$$C_z = C_{z0} + \alpha C_{z\alpha} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

$$C_l = C_{l0} + p C_{lp} \quad (\text{Eq. 3.10})$$

$$C_m = C_{m0} + q C_{mq} + \alpha C_{ma} \quad (\text{Eq. 3.11})$$

$$C_n = C_{n0} + r C_{nr} + \beta C_{n\beta} \quad (\text{Eq. 3.12})$$

Además, debido a la simetría del vehículo, se puede constatar cómo explica Tewari [10, p. 443] la siguiente equivalencia entre coeficientes: $C_{z\alpha} = C_{y\beta}$, $C_{mq} = C_{nr}$ y $C_{m\alpha} = -C_{n\beta}$.

Dicho esto, las ecuaciones que gobiernan las fuerzas aerodinámicas en el sistema de referencia del cuerpo quedan de la manera siguiente:

$$\bar{\mathbf{F}}_{b(aero)} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{x(aero)} \\ \mathbf{F}_{y(aero)} \\ \mathbf{F}_{z(aero)} \end{bmatrix} = \bar{q}S_{ref} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3.13})$$

Y los momentos:

$$\bar{\mathbf{M}}_{b(aero)} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \bar{q}S_{ref}b_{ref} \begin{bmatrix} C_l \\ C_m \\ C_n \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{F}}_{b(aero)} \times (\bar{\mathbf{C.G.}} - \bar{\mathbf{C.P.}}) \quad (\text{Eq. 3.14})$$

3.4. Entorno Atmosferico

A continuación, los diferentes modelos de fuerzas y mecanismos atmosféricos que entran en juego serán expuestos.

3.4.1. Gravedad

El modelo de gravedad escogido ha sido el WGS 84 [11] proporcionado por el set de bloques aeroespacial de Simulink®. El bloque devuelve la gravedad en la posición geodésica especificada de la Tierra modelada como un elipsoide.

El bloque permite seleccionar entre diferentes métodos de aproximación, se ha elegido para esta aplicación la aproximación por las series de Taylor, que proporciona un resultado óptimo para sistemas de referencia de tierra plana y vuelos cercanos a la superficie, ofreciendo una gravedad normal en dirección z_e en el sistema NED v. [11, Ch. 4].

Tabla I. Cuatro parámetros que definen el WGS 84 (fuente: NIMA [11]).

Parámetro	Notación	Valor
Semieje Mayor	a	6378137,0 m
Reciproco del Achatamiento	1/f	298,257223563
Velocidad Angular de la Tierra	ω	$7292115,0 \cdot 10^{-11}$ rad/s
Constante Gravitacional de la Tierra (Incluyendo la Masa de la Atmosfera)	GM	$3986004,418 \cdot 10^8$ m ³ /s ²

Según el NIMA [11] la expansión de las series de Taylor usada frecuentemente es:

$$\gamma_h = \gamma \left[1 - \frac{2}{a} (a + f + m - 2f \sin^2 \phi) h + \frac{3}{a^2} h^2 \right] \quad (\text{Eq. 3.15})$$

Donde:

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$$

$\phi =$ Latitud geodésica

$\gamma =$ Gravedad normal en el elipsoide en la latitud geodesica ϕ

$$b = a(1 - f)$$

$h =$ Altura

3.4.2. Atmósfera

Para el modelado de la atmósfera se utilizará el modelo matemático COESA [12] proporcionado también en la librería Aeroespacial de Simulink®. Este modelo consta de tablas y relaciones que modulan parámetros atmosféricos como la temperatura, la presión, la densidad del aire y la velocidad del sonido a la altitud deseada.

Para ilustrar el funcionamiento del modelo COESA, en las dos siguientes figuras podemos ver la densidad y temperatura del aire que devuelve el comando de Matlab® “*atmoscoesa*” para dos vectores de altura; De 20 km en la primera figura y 150 m en la segunda.

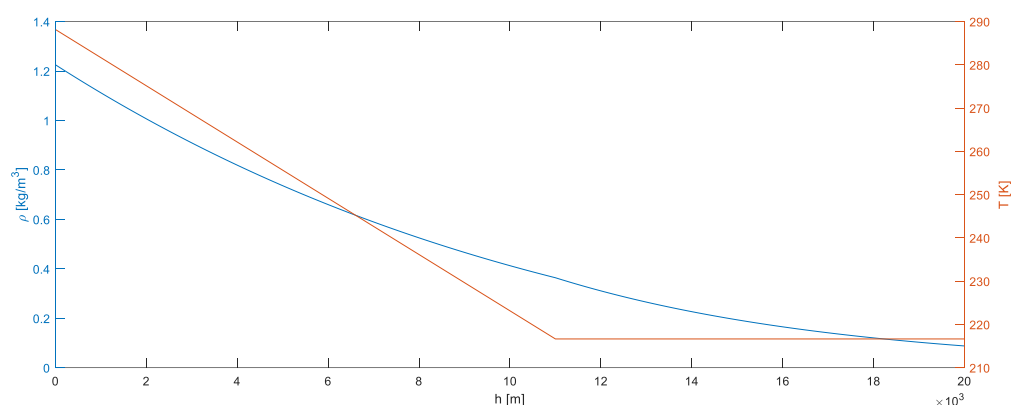


Figura 3.2. Densidad (izquierda) y temperatura (derecha) del aire en función de la altura hasta 20 km. Datos obtenidos mediante el modelo atmosférico COESA en Matlab®.

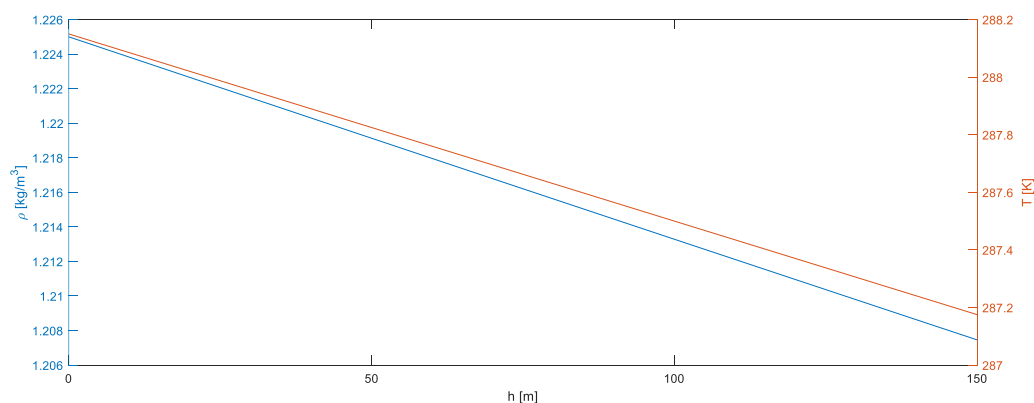


Figura 3.3. Detalle de los primeros 150 metros de la figura 3.2. Datos obtenidos mediante el modelo atmosférico COESA en Matlab®.

3.4.3. Perturbaciones Atmosféricas

Las perturbaciones atmosféricas se modelarán utilizando dos bloques que modelan una ráfaga de viento y el efecto cizalladura. La descripción detallada del funcionamiento puede encontrarse en la guía de usuario de dicha librería [9]. Como indica el manual, ambos modelos se basan en la representación MIL-F-8785C.

- Ráfaga de viento: La ráfaga de viento será modelizada utilizando el bloque “*Discrete Wind Gust Model*” de la librería. Este modelo implementa rachas de viento de la forma 1-coseno en cualquiera de los tres ejes del cuerpo. Los parámetros a escoger son el instante de inicio, la longitud y la amplitud de la ráfaga de viento.

- Cizalladura: La cizalladura, debida a diferencias de velocidad del viento según la altura, se modela con el bloque "Wind Shear Model" de la misma librería. En este caso los parámetros a escoger son la amplitud del viento y la dirección de éste a seis metros de altura.

Para el caso de la ráfaga discreta, la parametrización se realiza de forma aleatoria, pudiendo realizar simulaciones en diferentes condiciones de viento. El caso de la cizalladura, el viento se ha elegido de cuatro metros por segundo a seis metros de altura, después de contrastar varios sitios web con datos climáticos históricos en las cercanías de la Universidad.

3.4.4. Control

Para finalizar el capítulo veremos las ecuaciones que determinarán el comportamiento del sistema de control. Como se ha comentado anteriormente, se ha elegido un sistema de control basado en un giroscopio que sujeta el motor y permite su inclinación en dos ejes. Esta inclinación del motor proporciona al cuerpo un momento sobre su centro de gravedad, lo que permite cambiar la trayectoria del cohete. Dos nuevos ángulos se deben introducir para definir el movimiento del motor, estos son ε y μ que, respectivamente, ejercerán un momento de giro en cabeceo (θ) y guiñada (ψ). Con un único motor articulado sólo se pueden controlar dos ángulos, en este caso el alabeo (ϕ) es incontrolable mediante el direccionamiento del motor.

La figura a continuación muestra la relación entre los ángulos de control y el vector de empuje del motor respecto al cuerpo del cohete.

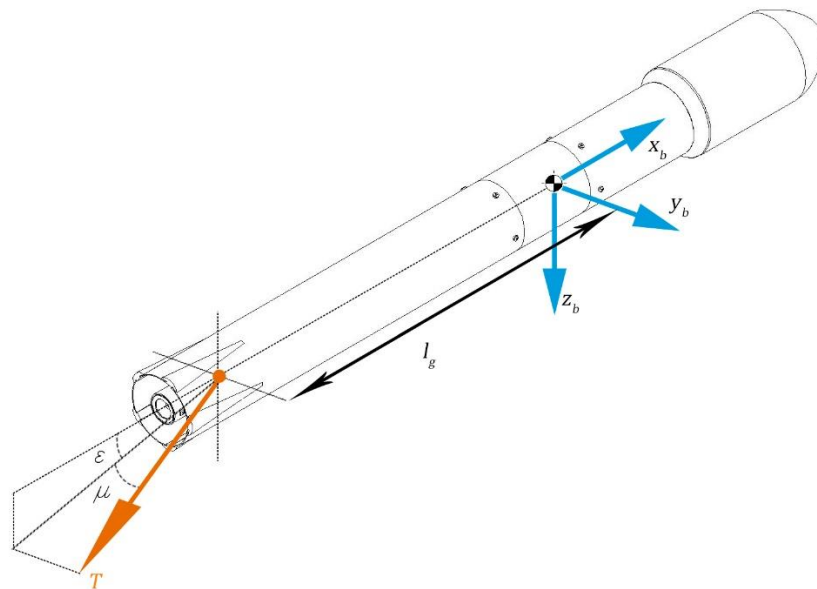


Figura 3.4. Diagrama del sistema de empuje vectorial con control sobre cabeceo y guiñada.

De la figura anterior se pueden deducir las relaciones trigonométricas entre el empuje total (T) y los ángulos de control (ε, μ) para calcular los componentes del vector de empuje:

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |T| \cos \varepsilon \cos \mu \\ |T| \sin \mu \\ |T| \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 3.16})$$

De igual manera, debido a la distancia entre la montura de la articulación del motor y el centro de gravedad del cohete, se genera un momento de control (\bar{M}_c) que expresado en los ejes del cuerpo resulta:

$$\bar{M}_c = \begin{bmatrix} L_c \\ M_c \\ N_c \end{bmatrix} = \bar{T} \times \bar{l}_g \quad (\text{Eq. 3.17})$$

4. Modelos para la Aplicación

4.1. Diseño del Vehículo

Para el diseño del cohete se han tomado en consideración componentes reales de cohetes experimental, por ejemplo, los tubos que forman el cuerpo y el motor son modelos existentes.

Las piezas específicas se han diseñado mediante el software de CAD SolidWorks® y están preparadas para ser producidas en una impresora 3D. SolidWorks® permite también trabajar con materiales específicos, lo que ha permitido aproximar considerablemente las propiedades físicas del diseño a lo que sería el modelo real si se construyese.

4.1.1. Estructura

Se ha diseñado el cohete basándose en el vehículo de lanzamiento de actualidad Falcon 9 de la compañía de Elon Musk, *Space-X*.

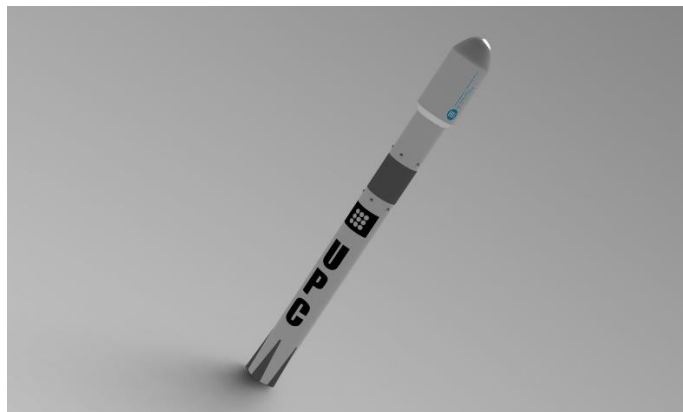


Figura 4.1. Renderizado del cohete diseñado para esta aplicación.

La estructura del vehículo está compuesta de piezas simples como tubos de cartón o figuras geométricas sencillas. Debido a la flexibilidad que aportan las impresoras 3D en el diseño de prototipos, se ha decidido realizar los componentes de diseño propio con esta tecnología.

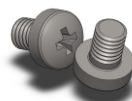


Figura 4.2. Tornillos M3x4mm para el ensamblaje de la estructura.

La tornillería elegida para unir los tubos de cartón al compartimiento de la electrónica han sido M3 de 4 mm de cabeza cilíndrica Phillips del estándar ISO 7045.

A continuación, se revisan los componentes que forman parte de la estructura del cohete de esta aplicación. Además, en el capítulo 6 se encuentran los planos de los diferentes componentes.

4.1.1.1. Tubos

Para el cuerpo del cohete se ha elegido del fabricante *Apogee Rockets* [13] el set de 4 tubos de 3" (10202). Según indica el fabricante, estos tubos son de cartón Kraft en espiral de aproximadamente 76,2 mm de diámetro exterior, 457,2 mm de longitud y 0,9 mm de espesor. Para este diseño se ha utilizado un tubo completo y un trozo adicional cortado a 140 mm. En el tubo principal se realizan cinco cortes para insertar las patas.

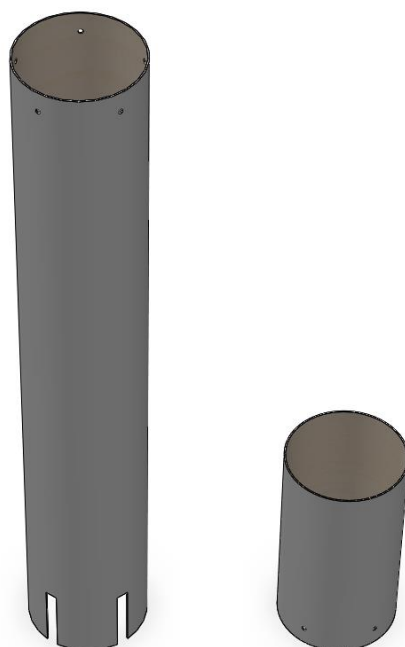


Figura 4.3. Modelo CAD del tubo principal (izquierda) y superior (derecha).

El peso que proporciona el fabricante es de aproximadamente 79,2 g por tubo. Con esta información y el volumen se deduce que la densidad del material es aproximadamente $813,6 \text{ kg/m}^3$.

4.1.1.2. Compartimiento electrónico

La zona central que aparece de color gris en la figura 4.1 es el espacio reservado para la electrónica del cohete, en esta zona se encuentra localizado el centro de gravedad, que es el lugar óptimo para ubicar la unidad de mediciones inercial que se verá más adelante. Este tramo ha sido diseñado para ser

impreso en 3D y así poder modificar la estructura de su interior para poder asentar toda la electrónica que debe incluirse.



Figura 4.4. Modelo CAD del compartimiento electrónico.

Para todos los componentes preparados para ser impresos en 3D, se ha elegido la tecnología de impresión por deposición de filamento debido a la facilidad de adquisición y manejo de estos dispositivos.

El filamento escogido ha sido el SAKATA RE-850 [14], que es un filamento de PLA idóneo para la realización de prototipos debido a que está hecho a partir de residuos del proceso de fabricación y por ende, está disponible a un precio muy competitivo para las propiedades que ofrece. El fabricante indica una densidad aproximada de 1240 kg/m^3 .

4.1.1.3. Cono

El cono también ha sido diseñado para ser fabricado mediante impresión 3D. Éste iría simplemente encajado en la parte superior del tubo. No está fijado debido a que, en caso de volar, estos prototipos deben incluir un paracaídas de recuperación por seguridad. En este caso, el hipotético paracaídas tiene su espacio reservado en el interior del cono, que sería eyectado con una pequeña explosión al llegar al apogeo o según un criterio de seguridad programado en el controlador.

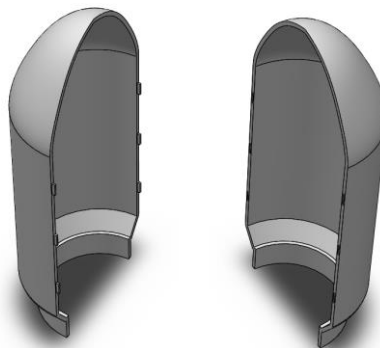


Figura 4.5. Modelo CAD del cono formado por dos secciones.

Para este trabajo se ha colocado un contrapeso dentro del cono, que cumple la función de ajustar el centro de gravedad longitudinalmente a la posición deseada.

4.1.1.4. Patas

Las patas, al igual que el cono, están diseñadas para ser impresas en 3D. Se fijarían mediante pegamento de cianoacrilato al tubo inferior en las ranuras preparadas para ello, y su función es proporcionar superficie de apoyo extra al cohete para mantenerse erguido en el momento del lanzamiento.

En futuros trabajos, estas patas podrían ser reemplazadas por aletas para proporcionar el ajuste de estabilidad comentado en el apartado 2.1, retrasando hacia popa el centro de presiones.

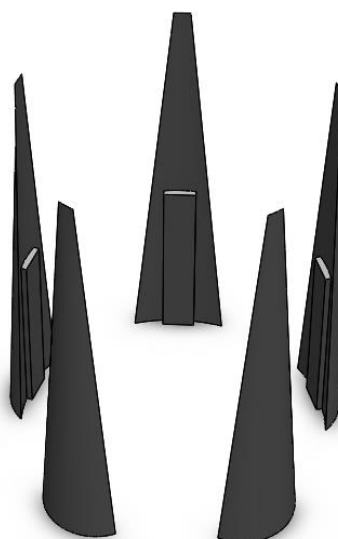


Figura 4.6. Modelo CAD de las patas del vehículo.

4.1.2. Motor

En el mercado de modelismo espacial o cohetería experimental existen diversidad de motores que se pueden adquirir en tiendas especializadas. Se ha elegido un motor de un solo uso de combustible sólido, normalmente éstos utilizan pólvora negra como propelente.

El principio de funcionamiento es sencillo, una adaptación de la explicación de William Simon [15] podría ser: La combustión del propelente produce gases a alta presión y temperatura que son eyectados a través de una tobera. Según la tercera ley de Newton, la reacción de forzar estos gases a

ser expulsados por la tobera produce en el motor una aceleración en dirección opuesta a la salida de éstos. Estos motores pueden tener una pequeña carga explosiva que permite accionar el mecanismo de recuperación del cohete tras unos segundos de retraso.

En la figura a continuación, se puede apreciar la estructura interna típica de estos motores.

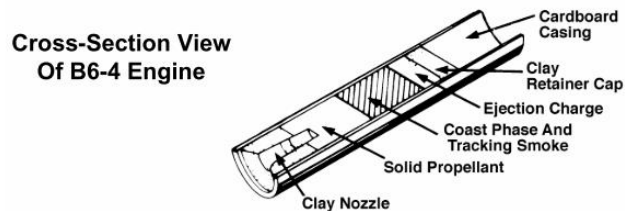


Figura 4.7. Vista de sección de un motor de propelente sólido para cohetaría experimental (Fuente: Estes Industries [15]).

El motor ha sido la pieza principal alrededor de la cual se ha realizado el diseño de la articulación del motor y de la estructura externa del cohete. La elección del motor se ha basado en el ranking de popularidad que ofrece el sitio web *thrustcurve.org* [16]. Se ha elegido el motor Estes F15 que ocupaba la segunda posición en el ranking de potencia media, y se descartó la primera opción debido a que el tiempo de combustión era bajo y el empuje medio era mucho más elevado, lo que posiblemente ofreciera menos margen de error durante el control.

En la segunda posición de su categoría, el Estes F15, proporciona 3.5 segundos de combustión y una potencia media de 15 Newtons. Utilizando una versión simplificada (considerando nula la fuerza de arrastre y cero la velocidad inicial) del cálculo de la altura mostrado por Horst en su artículo [17, p. 396], se obtiene una altura estimada de 62,41 metros justo al final de la combustión para un cohete de 0,75 kg.

$$h = \frac{\left(\frac{T}{m} - g\right)(\Delta t)^2}{2} = \frac{\left(\frac{15 \text{ N}}{0,75 \text{ kg}} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (3,5 \text{ s})^2}{2} = 62,41 \text{ m} \quad (\text{Eq. 4.1})$$

Visto este resultado, se considera viable utilizar el F15 en este trabajo. En caso de haber obtenido una altura próxima o menor que cero se habría elegido otro motor, de igual manera que si la altura obtenida hubiese sido exageradamente grande, pues una mayor potencia del motor dificultaría el control a realizar.

Según los datos de *thrustcurve.org* la curva del motor tiene el perfil mostrado en la figura a continuación.

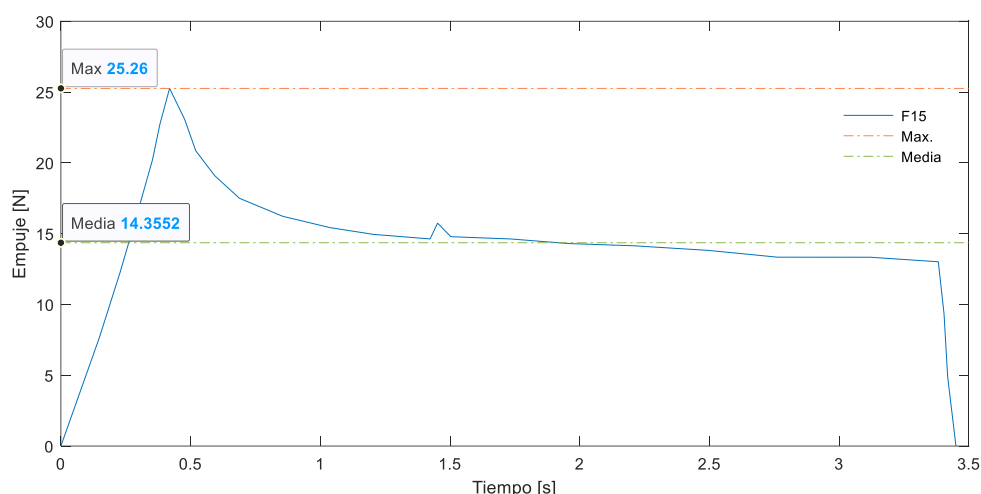


Figura 4.8. Perfil de la curva de empuje del motor Estes F15. (Datos obtenidos en *thrustcurve.org* [16]).

Algunos datos relevantes de este motor se resumen en la tabla II.

Tabla II. Características relevantes del motor Estes F15 (Datos obtenidos en *thrustcurve.org* [16]).

Impulso Total [N/s]	Pico de Empuje [N]	Tiempo de combustión [s]	Empuje Medio [N]	Masa de Propelente [g]	Masa total [g]
49,61	25,26	3,45	14,38	61,00	94,00

4.2. Diseño del Soporte Articulado

El soporte articulado es el elemento fundamental para el control del cohete. Éste permite dotar al motor de movimiento como se ha explicado anteriormente. El movimiento en dos ejes es el que permite controlar la dirección del cohete. En este caso, la estructura del soporte está creada a partir de 3 piezas: Un aro exterior que está anclado en el tubo inferior del cohete, un aro interior que posee un grado de libertad de movimiento de rotación (μ) respecto al aro exterior paralelo al eje y_b , y un cilindro con un grado de libertad en rotación (ε) respecto al aro interior paralelo al eje z_b . Para accionar las rotaciones se han utilizado micro servos de modelismo, concretamente el modelo SG90.

En el capítulo 6 se pueden consultar los planos del diseño.

4.2.1. Ensamblaje

Después de varios intentos de dar con una articulación robusta y con suficiente movilidad que permitiese montar el motor seleccionado y ser montado en el vehículo diseñado, se ha llegado a un prototipo funcional.

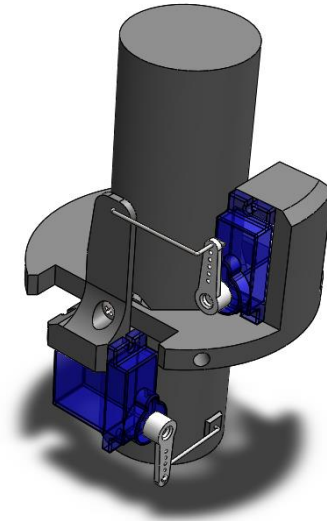


Figura 4.9. Visualización CAD de la articulación o giroscopio ensamblado.

Los tres componentes principales que se han comentado en la introducción de este apartado son los siguientes:

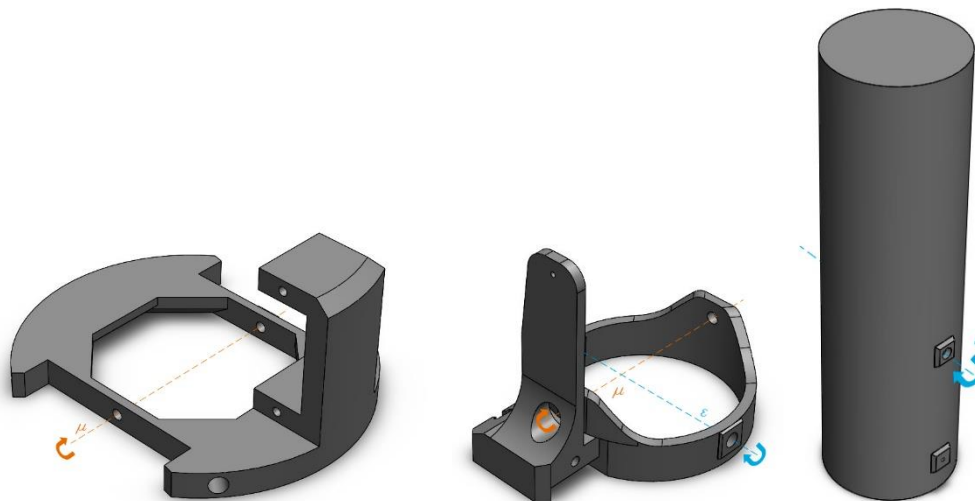


Figura 4.10. De izquierda a derecha, visualización CAD del aro exterior, aro interior y cilindro.

En este caso, como en la estructura del cohete, los tornillos a utilizar son los mismos M3 de 4 mm del estándar ISO 7045.

Como se puede apreciar está todo hecho a medida, los servos tienen su compartimento, que tiene las medidas para albergar servos tipo SG90 o de medidas similares. El tubo del motor se ha dimensionado ligeramente más grande para poder insertar una fina capa de aislante (como el corcho) entre la pared externa del motor y la interna del cilindro. Además, esta capa de corcho permitirá un asentamiento más firme del motor.

El rango de trabajo de la articulación es de $\pm 5^\circ$ en ambos ejes ε y μ (representados con azul y naranja en la figura 4.10).

La relación entre el ángulo girado por el actuador y la respuesta de la articulación está definida por la relación entre el radio del brazo del servo (ajustable en pasos de 2 mm) y la distancia desde el anclaje del aro articulado hasta el punto de anclaje (donde se sitúan los tornillos):

$$\varepsilon = \frac{r_{SM\varepsilon}}{r_{TVC\varepsilon}} \quad (\text{Eq. 4.2})$$

$$\mu = \frac{r_{SM\mu}}{r_{TVC\mu}} \quad (\text{Eq. 4.3})$$

Idealmente en estado de reposo, es decir, la consigna de control es cero, el brazo del servo respecto a su correspondiente brazo de palanca de la montura deben estar totalmente en paralelo.

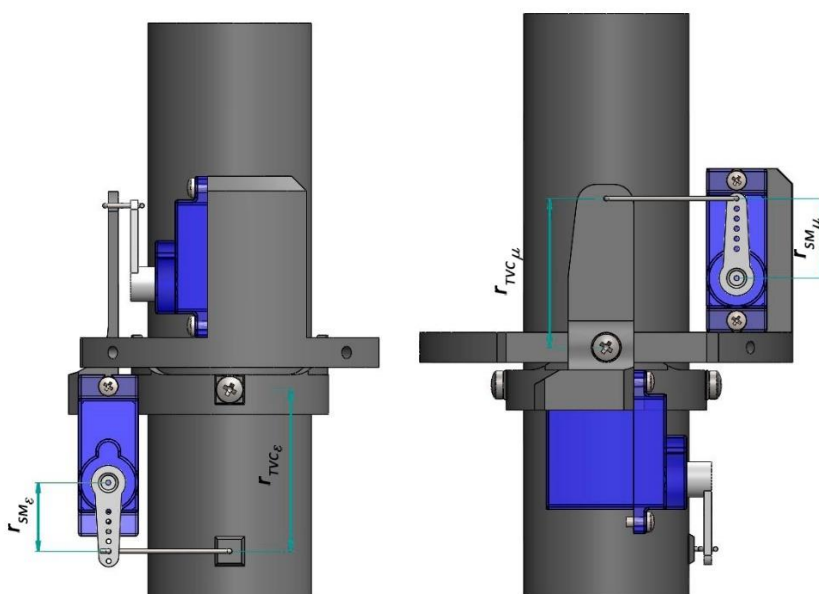


Figura 4.11. De izquierda a derecha, control del ángulo ε y control del ángulo μ .

4.3. Sistema de Mediciones

La variable a medir es la inclinación del cohete respecto al plano $Z_e X_e$ y $Z_e Y_e$. Para ello se utiliza un sensor de mediciones inerciales como los que llevan los *smartphones* de actualidad. Estos pueden medir la aceleración, la velocidad angular y la intensidad del campo magnético en tres ejes. Idealmente el sensor se ubica en el centro de gravedad del cohete y con los ejes alineados. Con algo de trigonometría y filtrado de las señales de aceleración y velocidad angular es sencillo obtener la inclinación del vehículo en grados. La medición del campo magnético terrestre permite determinar por completo la posición y rotación de un vehículo en un espacio tridimensional, sin embargo, se descarta esta medición pues no resulta relevante la aplicación.

4.3.1. Sensor

El sensor escogido para esta aplicación ha sido el MPU9250 que incluye acelerómetro, giroscopio y magnetómetro. Como se ha comentado anteriormente, el magnetómetro no se utiliza en esta aplicación, por lo que el sensor MPU6050 que solo incluye el acelerómetro y giroscopio sería suficiente.

Estos sensores son de la serie Motion Tracking™ del fabricante TDK InvenSense, y utilizan la tecnología MEMS (*MicroElectroMechanicalSystems*). Esta tecnología permite encapsular estos elementos en integrados muy ligeros y pequeños, que los hace óptimos para el caso que nos ocupa.

La velocidad angular según Wikipedia [18] se define como el ángulo girado por una unidad de tiempo. Si transcribimos esto a lenguaje matemático tenemos:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{Eq. 4.4})$$

Siendo ω la velocidad angular, t el tiempo y, en este caso, θ el ángulo girado.

Si lo que se necesita calcular es el ángulo girado, la eq. 4.4. se puede interpretar como:

$$d\theta = \omega dt \quad (\text{Eq. 4.5})$$

Integrando la ecuación 4.3:

$$\theta = \int \omega dt \quad (\text{Eq. 4.6})$$

Integrando la velocidad angular respecto al tiempo podemos obtener el ángulo girado θ .

Sin embargo, el procesamiento de las señales para este proyecto estará integrado en un microprocesador digital, por lo que la integración puede discretizarse como:

$$\theta = \omega \Delta t + \theta_{t-1} \quad (\text{Eq. 4.7})$$

Tomando Δt como el tiempo de muestreo y θ_{t-1} el ángulo medido en el instante de tiempo anterior.

Este método tiene un inconveniente inherente y es que debido a que no es un cálculo instantáneo, los pequeños errores que se pueden cometer en cada medición puntual (ruido, vibraciones, etc.) se acumulan, causando una deriva que difiere en gran medida de la inclinación real observable.

También podemos utilizar el acelerómetro para medir la inclinación, tomando la nota de aplicación [19] como punto de partida y utilizando trigonometría básica, se puede deducir el ángulo del vector total en función de las mediciones de aceleración en cada eje. Es decir, si la inclinación del cohete respecto a su eje longitudinal x_b es nula, significa que toda la aceleración que éste está experimentando será medida en su totalidad por el eje x_{Acc} del acelerómetro (recordamos que en el punto 4.3 se expuso que idealmente el eje x del cohete y el eje x del acelerómetro están alineados), lo que conlleva que las aceleraciones medidas en los ejes y_{Acc} y z_{Acc} son nulas.

Si, por el contrario, los ejes y_{Acc} y z_{Acc} experimentan aceleración, el vector total tiene cierta inclinación respecto al sistema inercial. Si se rota sobre el eje z_{Acc} , se experimenta una aceleración en el eje y_{Acc} .

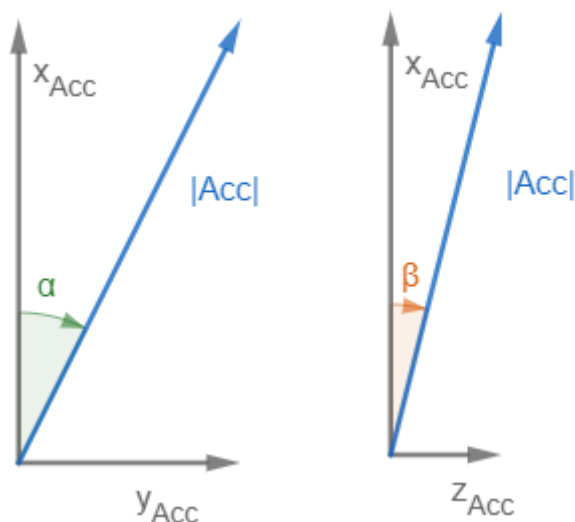


Figura 4.12. Representación gráfica de las mediciones de un acelerómetro cuando el eje z_{Acc} ha rotado α grados (Izquierda) y el eje z_{Acc} ha rotado β grados (derecha).

De la figura 4.12. se pueden extraer las relaciones entre los componentes de la aceleración y los ángulos siguientes:

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{y_{Acc}}{|Acc|} \quad (\text{Eq. 4.8})$$

$$\beta = \sin^{-1} \frac{z_{Acc}}{|Acc|} \quad (\text{Eq. 4.9})$$

Siendo: $|Acc| = \sqrt{x_{Acc}^2 + y_{Acc}^2 + z_{Acc}^2}$

El inconveniente de calcular el ángulo mediante el acelerómetro, es que éste es muy susceptible a las vibraciones, que se transforman en ruido en los tres ejes e imposibilitan obtener mediciones fiables en objetos en movimiento.

4.3.2. Filtrado

Los problemas individuales del acelerómetro y el giroscopio pueden ser minimizados con un buen filtrado de la señal. El método más sencillo para sacar ventaja de los puntos fuertes de cada uno de ellos es utilizar un filtro complementario.

Dentro del ámbito de la fusión de sensores existen multitud de algoritmos complejos de filtrado como por ejemplo: El filtro de Kalman [20] muy utilizado para aplicaciones predictivas o el nuevo filtro desarrollado en 2010 por Sebastian Madgwick [21].

En esta ocasión el filtro utilizado ha sido el complementario ya que es un filtro que consume pocos recursos y es intuitivo de entender y sintonizar. Brian Douglas muestra su implementación en su lectura "Drone Control and the Complementary Filter" [22] :

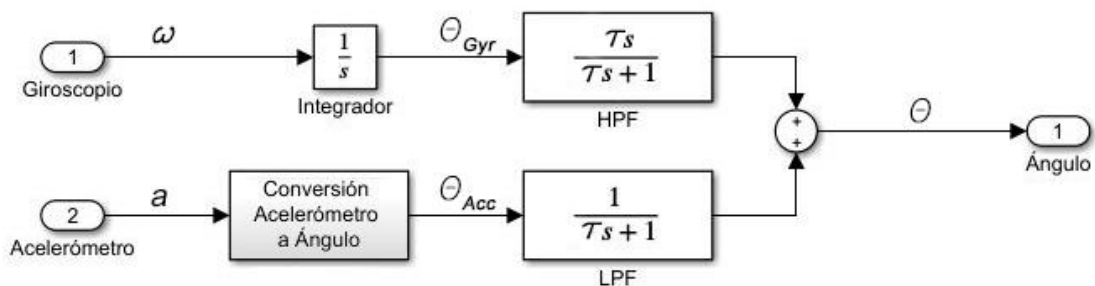


Figura 4.13. Implementación del filtro complementario en tiempo continuo según la lectura de Brian Douglas.

Como se puede apreciar en la figura anterior, para implementar un filtro complementario de dos mediciones se utilizan filtros complementarios comunes, como lo pueden ser el filtro pasa bajos (LPF)

y filtro pasa altos (HPF). La señal que procesan estos filtros, aunque de diferentes fuentes, deben representar lo mismo, en este caso ángulos. El parámetro que se utiliza para sintonizar el filtro es τ . Como explica Brian, la sintonía se suele efectuar de forma experimental, conociendo el valor real se ajusta τ hasta que la salida del filtro es la esperada.

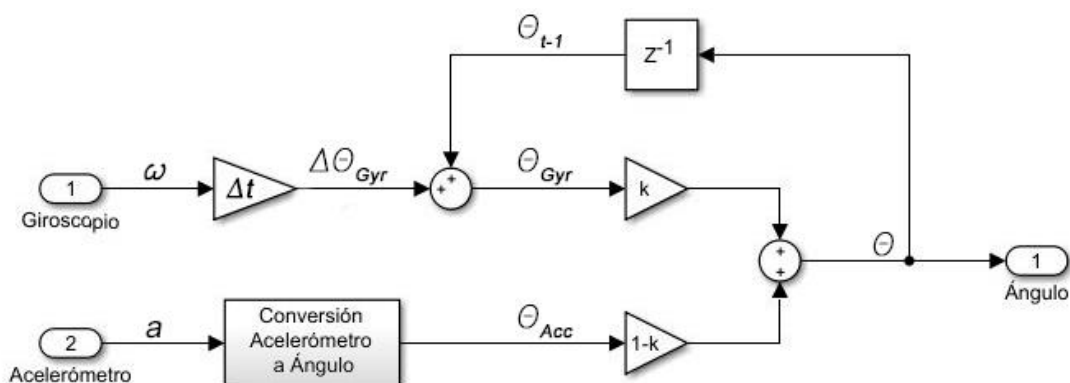


Figura 4.14. Implementación del filtro complementario en tiempo discreto expuesto por Brian Douglas en su lectura.

Si el filtro va a estar implementado digitalmente es más común expresarlo en tiempos discretos, en este caso podemos ver como se hace uso de la eq. 4.7 para realizar la integral de forma discreta de la velocidad angular ω . En el caso discreto, en lugar de utilizar filtros HPF y LPF, se multiplican las señales a unir por unos factores (k y $1-k$) que sumados son iguales a la unidad. El caso de sintonía es similar al anterior pero el parámetro a ajustar es k .

4.4. Propiedades Físicas del Ensamblaje

Una vez diseñados los componentes se ha realizado un ensamblaje de la estructura del vehículo en el mismo software CAD SolidWorks®. El ensamblaje permite obtener ciertas propiedades del vehículo que posteriormente serán utilizadas para la simulación. Para ello, se deben utilizar materiales que están preinstalados en el software o crear nuevos materiales con las propiedades que se requieran.

La electrónica se ha simplificado a una pieza de 40 g de peso (suponiendo un peor caso), que es aproximadamente el peso de una placa de desarrollo Arduino Uno. En el montaje real se consideraría el uso de un Arduino nano o similares para minimizar espacio y peso.

Las tablas a continuación muestran un desglose de las piezas totales que forman el vehículo, así como los materiales de que están fabricados y su peso según el software CAD utilizado:

Tabla III. Componentes de la estructura principal del cohete.

ID	Descripción	Material	Masa/ud. [kg]	Cantidad	Masa T. [kg]
1	Tubo Inferior	Cartón Kraft	0,07783	1	0,07783
2	Tubo Superior	Cartón Kraft	0,02422	1	0,02422
3	Compartimiento Electrónico	PLA SAKATA RE-850	0,06084	1	0,06084
4	Semi cono hembra	PLA SAKATA RE-850	0,09257	1	0,09257
5	Semi cono macho	PLA SAKATA RE-850	0,09279	1	0,09279
6	Patas	PLA SAKATA RE-850	0,00426	5	0,02130
7	Peso del Cono	PLA SAKATA RE-850	0,15567	1	0,15567
8	Tornillos M3x4	DIN X6Cr13	0,00056	13	0,00728
Σ	-	-	-	24	0,53250

Tabla IV. Componentes de la articulación del motor del cohete.

ID	Descripción	Material	Masa/ud. [kg]	Cantidad	Masa T. [kg]
9	Aro Exterior	PLA SAKATA RE-850	0,01936	1	0,01936
10	Aro Interior	PLA SAKATA RE-850	0,00587	1	0,00587
11	Soporte M.	PLA SAKATA RE-850	0,01643	1	0,01643
12	Tornillos M3x4	DIN X6Cr13	0,00056	4	0,00224
Σ	-	-	-	7	0,04390

Tabla V. Otros componentes.

ID	Descripción	Material	Masa/ud. [kg]	Cantidad	Masa T. [kg]
13	Servos	-	~0,01000	2	~0,02000
14	Aislamiento de Corcho	Corcho	~0,00269	1	0,00269
15	Varilla de Acero 1	AISI 304	~0,00020	1	~0,00020
16	Varilla de Acero 2	AISI 304	~0,00016	1	~0,00016
17	Motor	-	~0,09400	1	~0,09400
18	Electrónica	-	~0,04000	1	~0,04000
Σ	-	-	-	7	~0,15705

Con el ensamblaje montado y todas las piezas, anteriormente listadas, correctamente configuradas, el software permite extraer las siguientes propiedades de masa del cohete:

Tabla VI. Extracto de algunas de las propiedades físicas del ensamblaje calculadas por el software SolidWorks®.

Propiedades de masa de V1_LaunchVeh	
Sistema de coordenadas de resultados: RefPoint	
Masa	0,73204 kilogramos
Volumen	0,00069 metros cúbicos
Área de superficie	0,62478 metros cuadrados
Centro de masa (metros)	X = 0,40941 Y = 0,00046 Z = -0,00068
Momentos de inercia: (kg* m ²) Obtenidos en el C.G. y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.	$\begin{bmatrix} 0,00085 & 0,00015 & -0,00021 \\ 0,00015 & 0,06651 & 0,00000 \\ -0,00021 & 0,00000 & 0,06650 \end{bmatrix}$

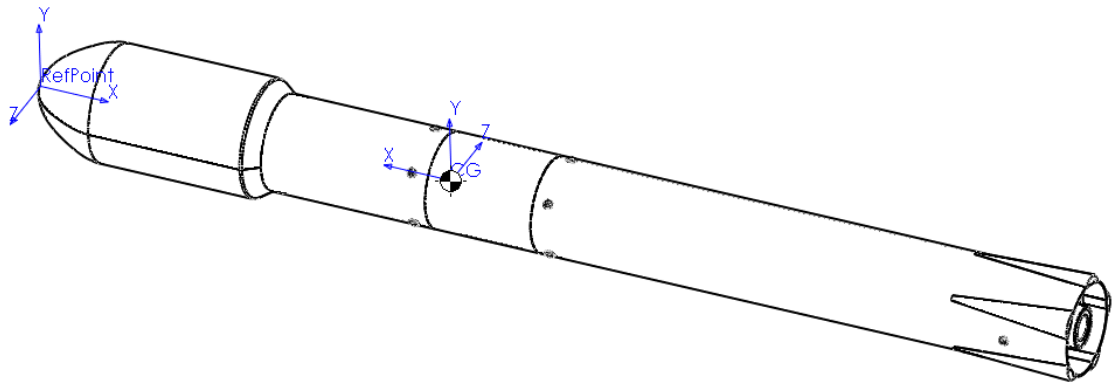


Figura 4.15. Vista en perspectiva del vehículo con la localización y orientación del centro de gravedad (CG) y el origen de referencia (RefPoint).

Para el cálculo del centro de presiones se utiliza el método de calcular el centro de las superficies del área proyectada por el vehículo. Este método es un aproximación de peor escenario como indica Widmark en su trabajo *Rocket Physics* [23], pero para el trabajo que nos ocupa es suficiente debido a la complejidad del cálculo real o de otras aproximaciones más exactas.

Para llevar esta tarea a cabo se realiza en SolidWorks® un ensamblaje con las diferentes proyecciones involucradas, posteriormente se calcula el centro de gravedad del ensamblaje mediante el mismo software (asignando la misma masa y espesor a las diferentes proyecciones) y se mide la posición del centro de gravedad respecto a la punta del cono, que hace de referencia para las mediciones del C.G. y C.P.

En este diseño el C.P. se sitúa en el eje longitudinal del cohete a 0,44260 m de la referencia hacia popa.

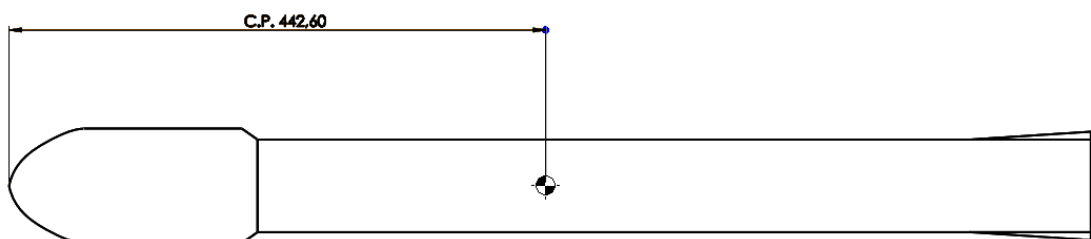


Figura 4.16. Localización del C.P. desde el punto de referencia, utilizando el método explicado anteriormente (cotas en mm).



5. Diseño de una Aplicación en Simulink®

Con todo el vehículo y el sistema de control completamente diseñados y definidos, queda implementar un entorno de simulación basado en Simulink®. Este software permite implementar diagramas de bloques de forma visual y ordenada típicos de ingeniería de control. De forma conceptual podemos entender el sistema como el diagrama siguiente:

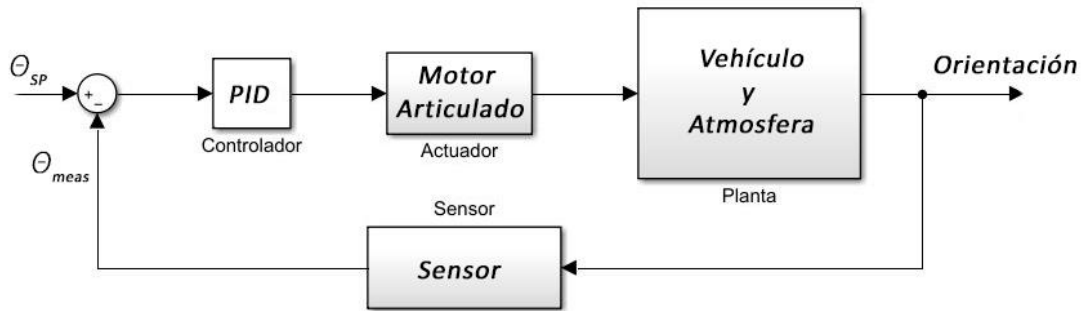


Figura 5.1. Diagrama conceptual del sistema a modelar.

Una vez desarrollado el concepto y modelado todos los componentes, se han agrupado los diferentes modelos matemáticos en subsistemas, de manera que el resultado final es claro y no difiere demasiado del esquema conceptual:

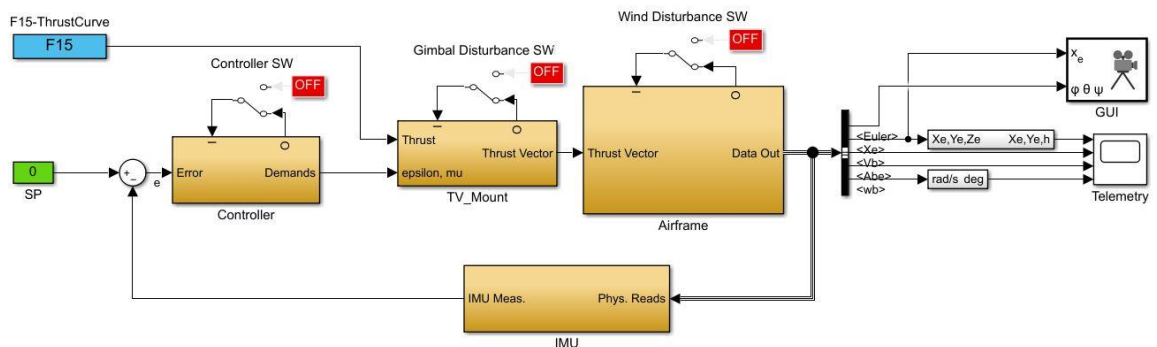







Figura 5.2. Diagrama de bloques final con el sistema completamente implementado.

En los siguientes apartados se mostrarán cada uno de los subsistemas y se comentará como se linealiza la planta para el posterior diseño del controlador.

Cabe destacar que para facilitar la identificación de bloques se ha utilizado un código de colores descrito en la tabla siguiente:

Tabla VII. Código de colores utilizado para la diferenciación de los diferentes tipos de bloques utilizados.

Color		Descripción
Naranja		Subsistemas
Azul		Constantes o funciones
Verde		Consignas
Rojo		Bloques OFF para poner a 0 ciertas características
Blanco		Bloques propios de librerías de Simulink®

5.1. Modelado del Vehículo y la Atmósfera

Como referencia para la implementación de los diferentes sistemas del vehículo y la atmósfera, se ha utilizado el sistema del HL-20 encontrado en el sitio web de Mathworks España [24].

Dentro del subsistema “Airframe” encontramos lo siguiente:

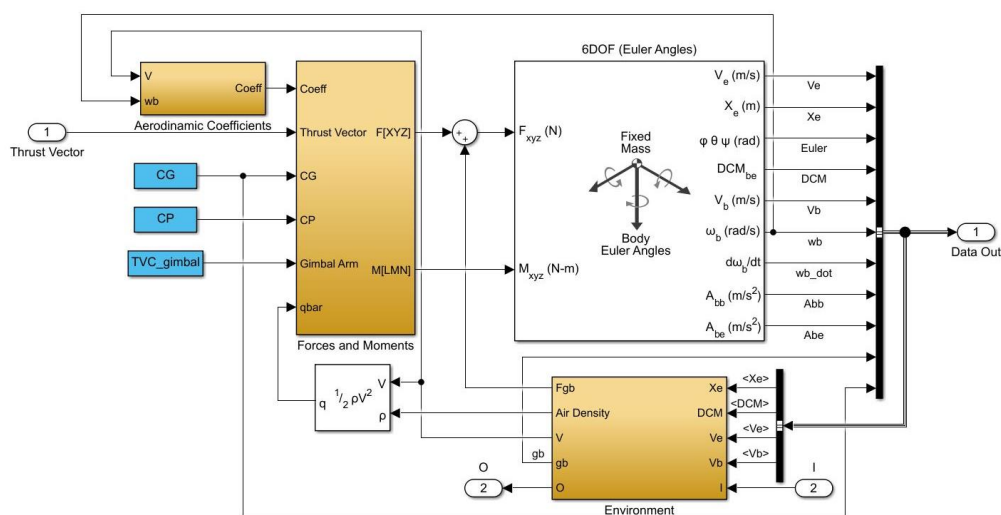


Figura 5.3. Diagrama de bloques del subsistema “Airframe”.

Como podemos observar de la figura 5.2 y 5.3 este bloque recibe la entrada del vector de empuje, el cual es salida de la montura del sistema articulado (“TV_Mount”). Como salida, el bloque proporciona

un set de datos que definen la orientación y posición del vehículo. Toda esta cantidad de información es la que computa el bloque “6DOF (Euler Angles)” a partir de las fuerzas y momentos que actúan en el centro de gravedad del cohete.

Esta salida también es introducida en el subsistema “Environment” para procesar los modelos de gravedad, atmosfera y perturbaciones atmosféricas.

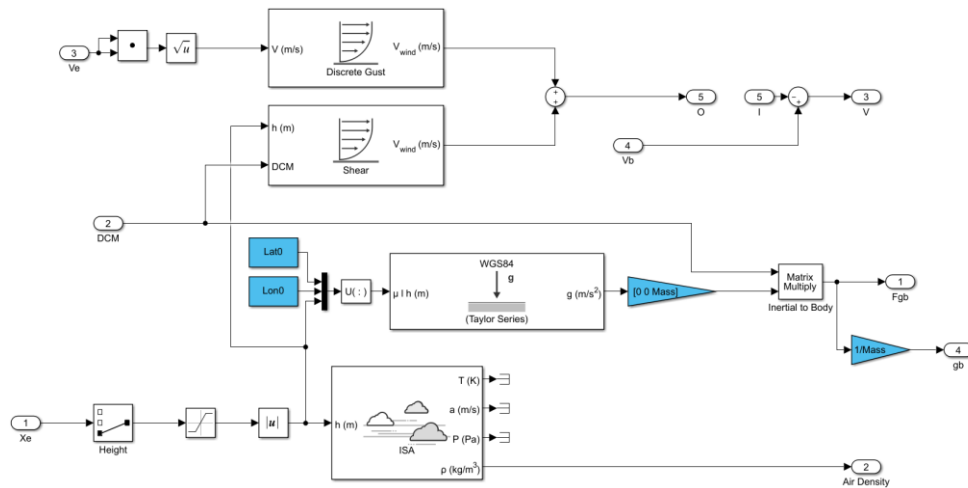


Figura 5.4. Diagrama de bloques del subsistema “Environment”.

En la figura anterior se puede apreciar la entrada y salida 5 que permiten, mediante el interruptor manual “Wind Disturbance SW”, activar o desactivar las perturbaciones atmosféricas. Éstas han sido modeladas mediante los bloques “Discrete Gust” y “Wind Shear” contenidos en la librería de bloques aeroespaciales y revisados en el apartado 3.4.3.

El subsistema que aporta la entrada de fuerzas y momentos al bloque “6DOF (Euler Angles)” es el etiquetado como “Forces and Moments”. Dicho sistema recibe las entradas de los coeficientes aerodinámicos, el vector de empuje, parámetros de la geometría del vehículo y la presión dinámica para computar su salida.

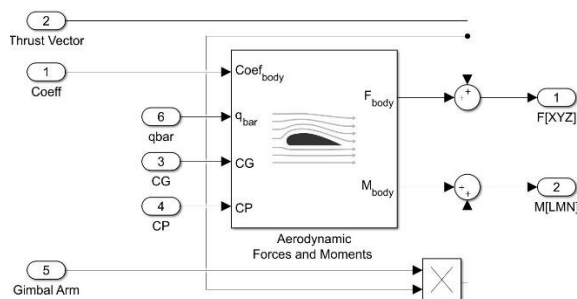


Figura 5.5. Diagrama de bloques del subsistema “Forces and Moments”.

5.2. Modelado del Motor Articulado

Para modelizar el motor articulado que proporciona la salida del vector de empuje al subsistema “Airframe”, se cuenta con dos entradas: “Thrust” y “epsilon, mu”. Esta última es la salida del controlador que pasa sucesivamente por un retraso de transporte, la conversión de la ratio de giro entre el actuador y la articulación del mecanismo, una saturación de $\pm 5^\circ$ y una conversión de grados a radianes para el cálculo trigonométrico posterior. Finalmente, un ajuste de signo se lleva a cabo para μ como indica Tewari [10, p. 443].

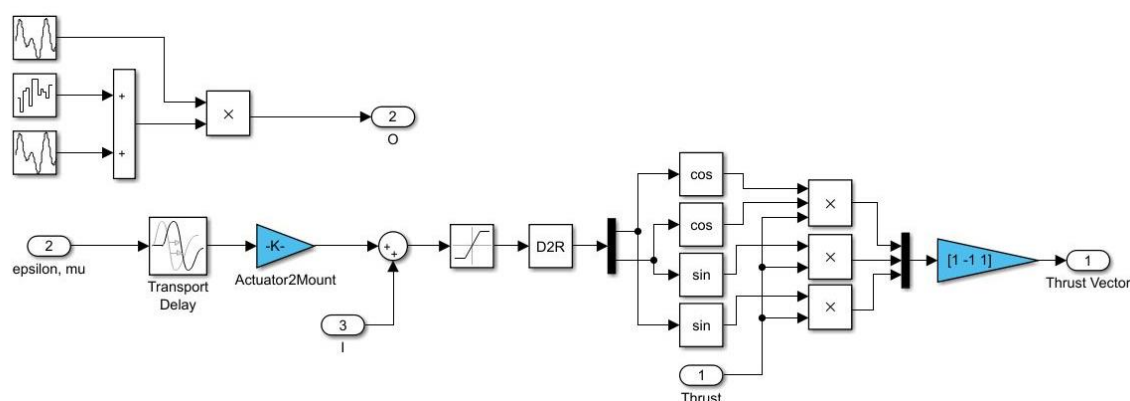


Figura 5.6. Diagrama de bloques del subsistema “TV_Mount”. Se puede apreciar la entrada 3 y salida 2 que permiten, mediante el interruptor manual “Gimbal Disturbance SW” activar o desactivar las perturbaciones debidas a la construcción de la articulación del motor.

El modelizado del servomotor SG90 se ha simplificado a un retraso de transporte, derivado de la velocidad de operación que según la hoja de especificaciones [25] indica, este puede girar 60° en 0,1 s. En futuros trabajos o ampliaciones se podría implementar un diseño más preciso y completo de éste u otro actuador.

También se ha introducido una señal modulable aleatoria con tal de simular perturbaciones en la articulación del motor, como podrían ser holguras entre piezas o desalineaciones. El ajuste de esta señal se ha hecho de forma empírica hasta obtener un resultado aceptable para el propósito de los futuros análisis.

Por otro lado, la otra entrada que recibe el subsistema es el empuje total del motor. Como se ha visto en el apartado 4, la figura 4.8 muestra la curva de empuje del motor F15 utilizado. Sin embargo, la modelización en Simulink® se ha modificado para que la fuerza del empuje inicial sea igual al peso del vehículo, evitando así velocidades inferiores a 0 al inicio de la simulación. El resultado es el que se muestra a continuación:

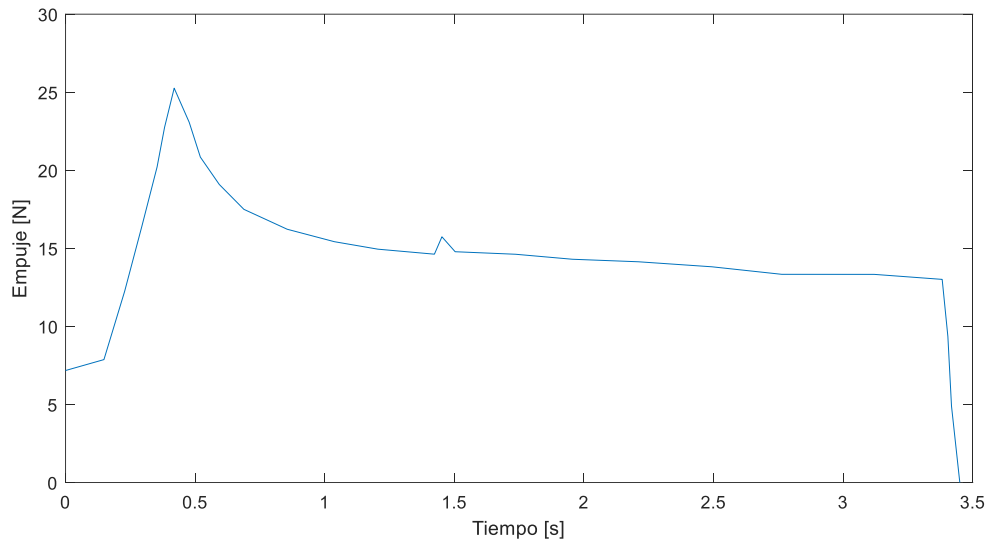


Figura 5.7. Curva de empuje modificada con empuje inicial igual al peso del vehículo.

5.3. Modelado del Sensor

El último de los subsistemas complejos es el sensor, en este podemos apreciar la transformación de las magnitudes físicas medidas en las deseadas (ángulo) a través del filtro complementario discreto como se ha detallado en el apartado 4.3.

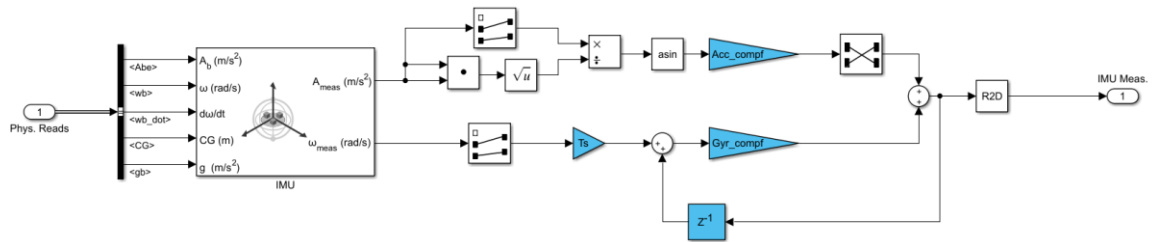


Figura 5.8. Diagrama de bloques del subsistema "IMU".

Con tal de modelizar el sensor de una manera más representativa, el bloque etiquetado como "IMU" permite introducir la potencia del ruido blanco. Se ha utilizado la información de la hoja de datos del sensor y unas capturas realizadas con Matlab® y Simulink® para comparar el nivel de ruido de las señales.

Brian Douglas explica en sus videos [26] [27] como leer la hoja de datos de un giroscopio y como modelar uno en Simulink®.

El nivel de ruido captado por el giroscopio coincide con el descrito en la hoja de datos.

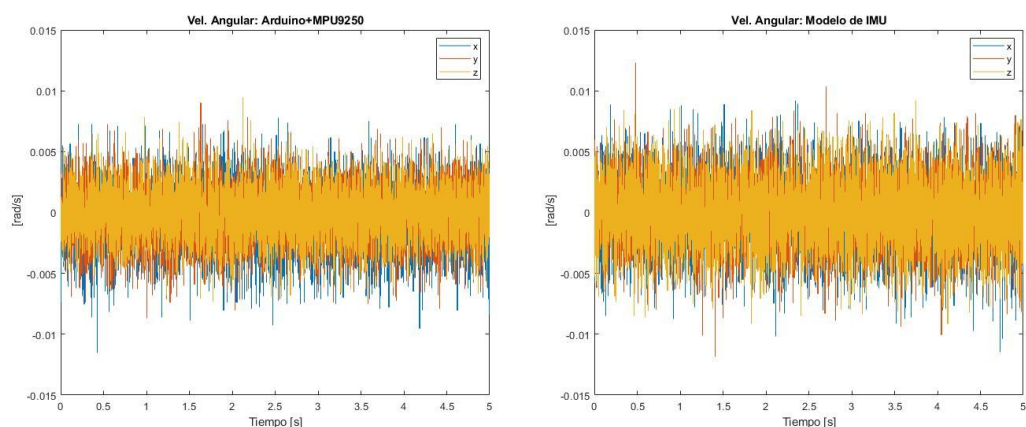


Figura 5.9. Comparación del ruido del giroscopio captado por el sensor real (izquierda) y el modelado para simulación (derecha).

En cambio, para el acelerómetro se ha modificado ligeramente para una mejor coincidencia. La hoja de datos indica una densidad espectral de $300 \mu g/\sqrt{Hz}$ y se ha reducido para el modelo a $200 \mu g/\sqrt{Hz}$.

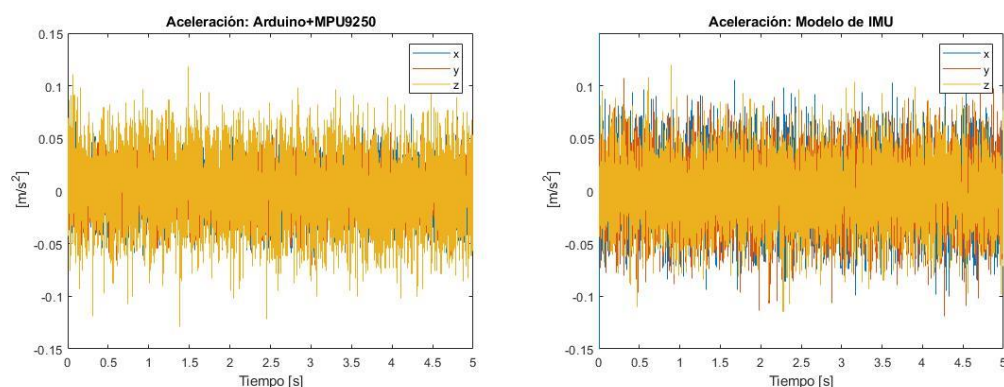


Figura 5.10. Comparación del ruido del acelerómetro captado por el sensor real (izquierda) y el modelado para simulación (derecha).

Existen diferentes parámetros que modelizan a un sensor, en este caso únicamente se aproxima el ruido al sensor real. Los parámetros que modelan la dinámica de segundo orden del sensor se establecen en 1000 Hz y 0,707, para la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento respectivamente, suponiendo el sensor utilizado similar al modelado por Brian [26], [27].

Las influencias por acoplamientos entre giroscopio y acelerómetro, o asimetrías en los ejes no están consideradas. De igual forma los valores iniciales se suponen ajustados previamente (*"Bias"* = 0).

5.4. Controlador y Linealizado

Debido a que este sistema es una representación de las ecuaciones reales que gobiernan el cohete en un lanzamiento atmosférico y su mecanismo de control, se ha construido con un modelo no lineal del sistema.

El controlador escogido para llevar a cabo el control del empuje vectorial ha sido un PID. Como bien es sabido, la mayoría de los métodos de sintonía de PID requieren de un modelo lineal del sistema, por lo tanto, el último paso antes de ver los resultados es linealizar la planta para poder aplicar y comparar diferentes sintonías en el controlador.

Simulink® dispone de varios métodos de linealización de sistemas. En este trabajo se va a utilizar el que incorpora el mismo bloque "PID Controller".

Para ello se deben insertar los controladores PID en el subsistema "Controller":

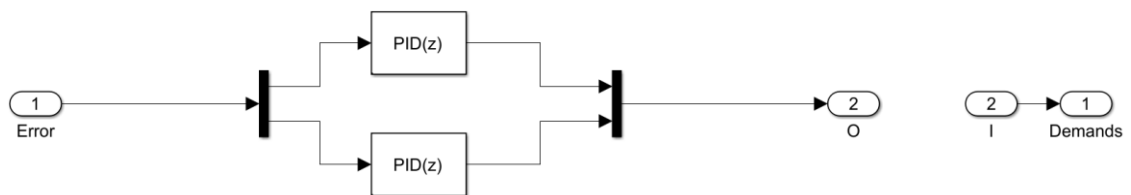


Figura 5.11. Diagrama de bloques del subsistema "Controller".

Como se puede apreciar, se ha dispuesto un controlador para cada servomotor, esto es debido a que por la geometría del motor articulado tenemos diferentes ratios entre el ángulo girado por el actuador y el ángulo girado por el motor. Sin embargo, se considerarán idénticos para este estudio ya que la dinámica traslacional y rotacional de ambos ejes, considerando al vehículo simétrico, también son iguales.

Para elegir un punto de linealización, se ha utilizado la media de empuje del motor (14,38 N Tabla II) y se ha buscado en que instante de tiempo el empuje instantáneo es igual que el medio (una vez pasado el sobre pico inicial) y ha resultado a 1,9 segundos del inicio de la simulación.

Como se puede observar en los resultados, una vez realizada la linealización, la aplicación permite elegir entre diferentes métodos de sintonía del PID en función de las preferencias del diseño o ajustarlo de forma manual.

El controlador configurado en este trabajo ha sido un PID paralelo de tiempo discreto, cuya fórmula es la siguiente:

$$C = P + I \cdot T_s \frac{1}{z-1} + D \frac{N}{1 + N \cdot T_s \frac{1}{z-1}} \quad (\text{Eq. 5.1})$$

Donde P, I y D son los conocidos parámetros de un controlador PID, T_s es el tiempo de muestreo y N es el coeficiente del filtro derivativo. Isaksson y Graebe [28] describen la importancia de este último coeficiente, ya que su función es filtrar el ruido de la señal ruidosa procedente del sensor y así evitar acciones de control excesivas.

La frecuencia de muestreo del controlador se ha elegido cinco veces más rápida que la frecuencia de actualización del sensor, que para esta aplicación se ha configurado a 1000 Hz. Normalmente se recomienda utilizar una frecuencia de al menos el doble de la frecuencia más rápida del sistema para evitar “aliasing”.

6. Resultados

Con tal de mostrar los resultados, se incluye un lector de señales a la salida de datos del sistema, etiquetado como “*Telemetry*” en la figura 5.2. Esta salida recoge los datos de la posición respecto al sistema de referencia de la Tierra (x_e, y_e, h), la velocidad (u, v, w) y la aceleración (u_dot, v_dot, w_dot) en los ejes del cohete. Por último, la orientación respecto al sistema de referencia está representada con los ángulos de cabeceo y guiñada (Θ, Ψ). Se han elegido estos datos por ser representativos de la posición y orientación del cohete para este documento.

Cabe destacar que debido a que el control propuesto actúa sobre el motor, una vez este se consume, las acciones del controlador no ejercerán ninguna corrección en el rumbo del cohete. Aun así, es interesante también, analizar la trayectoria de éste desde el final de la fase propulsada hasta el apogeo.

En primer lugar, se realiza una simulación a lazo abierto sin perturbaciones, para observar en que instante de tiempo se encuentra el apogeo y así determinar el tiempo máximo de simulación para limitar las simulaciones venideras en la zona de interés.

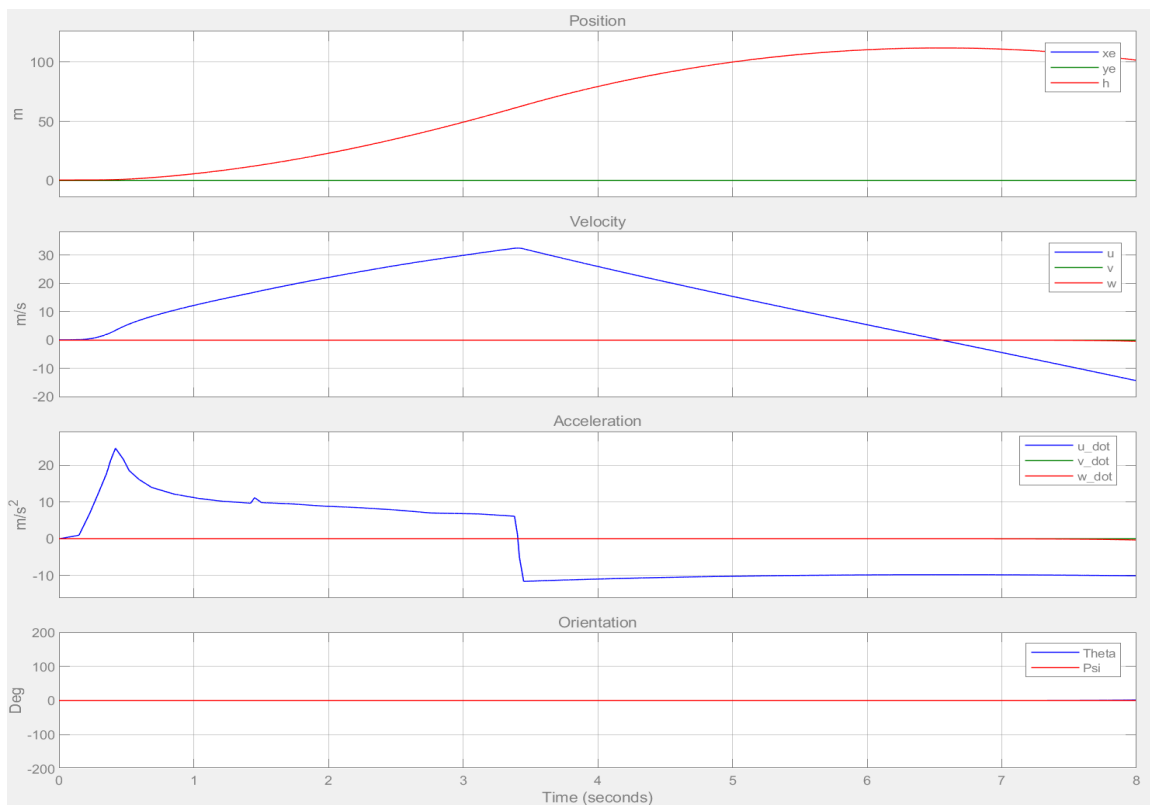


Figura 6.1. Respuesta del cohete a lazo abierto sin perturbaciones.

Se puede considerar la figura R.1 el lanzamiento ideal del cohete propuesto, podemos ver que la línea roja de la gráfica de posición indica el ascenso en metros del vehículo. También se observa que las líneas azul y verde se mantienen constantes a cero metros, es decir, no hay desplazamiento lateral del cohete.

La línea azul de la gráfica de velocidad muestra la velocidad instantánea en el eje longitudinal del cohete. Los puntos de interés son el punto de velocidad máxima, que es el momento anterior al final de la combustión del motor, y la velocidad nula después del pico que es el apogeo del vehículo.

De igual manera que la gráfica de posición, las líneas azul y roja que en este caso muestran las velocidades laterales indican que éstas son nulas.

Si se observa la gráfica de la aceleración, se aprecia también que las aceleraciones laterales son nulas y la aceleración longitudinal tiene la misma forma que la curva del motor mostrada en la figura 5.7. Lo que confirma que toda la aceleración positiva que experimenta el cohete en su ascenso es la proporcionada por el motor. Una vez finalizada la combustión de éste, la aceleración baja por debajo de cero hasta la aceleración gravitacional.

La última de las gráficas muestra la orientación del vehículo midiendo la inclinación en grados respecto a la normal de la superficie terrestre. Como se aprecia en la figura en el lanzamiento ideal las desviaciones se mantienen a cero grados, es decir el cohete asciende completamente en vertical.

Si se analizan los datos en Matlab se tiene que el apogeo es de 111,9393 metros en el instante 6,5564 segundos, con lo que de ahora en adelante se ejecutarán las simulaciones durante 6,556 segundos.

Seguidamente se muestra la respuesta del cohete con las perturbaciones activas.

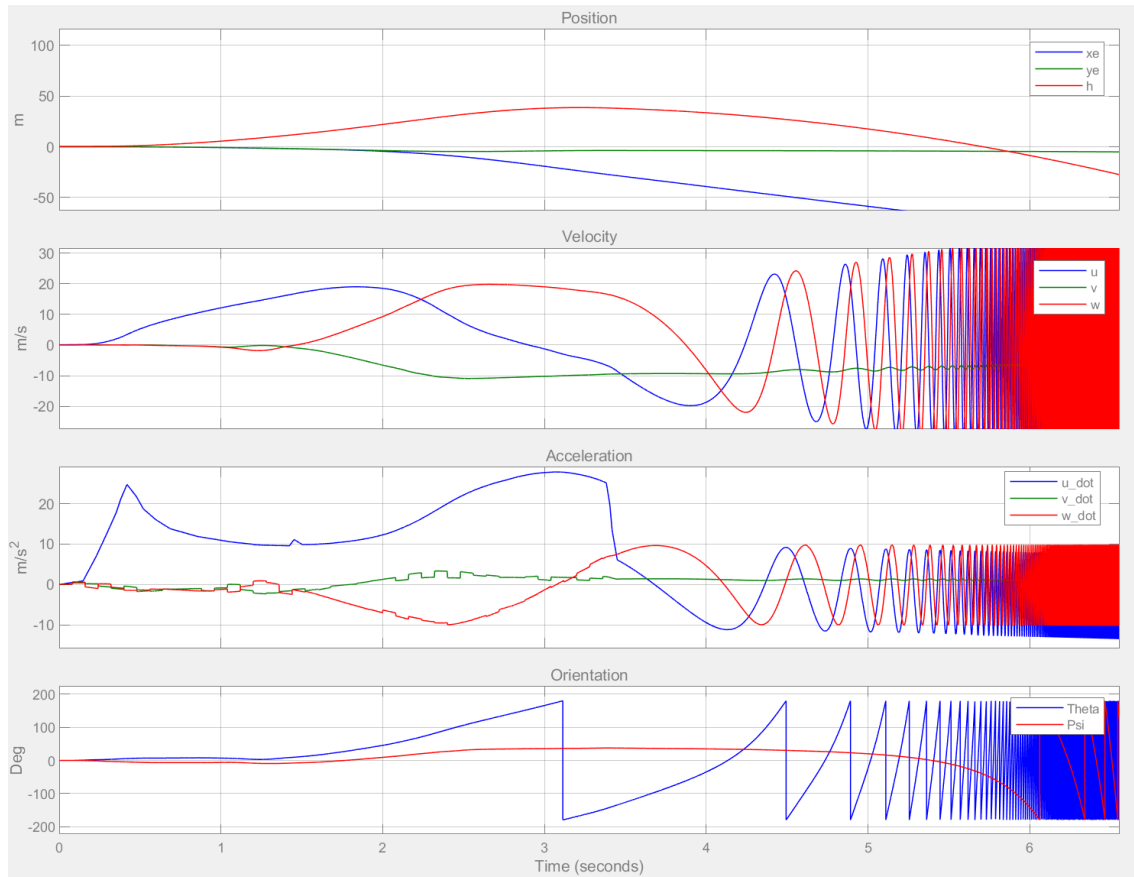


Figura 6.2. Respuesta del cohete a lazo abierto con perturbaciones.

Como se puede apreciar, el apogeo en estas condiciones es inferior a 50 metros y las demás respuestas son claramente inestables.

Utilizando la herramienta para la sintonización del PID integrada en el mismo bloque, se linealiza la planta en el instante 1.9 segundos con las perturbaciones apagadas para proceder a la sintonía.

El primer controlador propuesto por la herramienta es bastante lento, con un tiempo de estabilización al 2% de 1,44 segundos y un sobre pico del 20,4%.

Tabla VIII: Valores de sintonía del controlador propuestos por la herramienta.

P	I	D	N
0,3028	0,090132	0,21102	55,9284

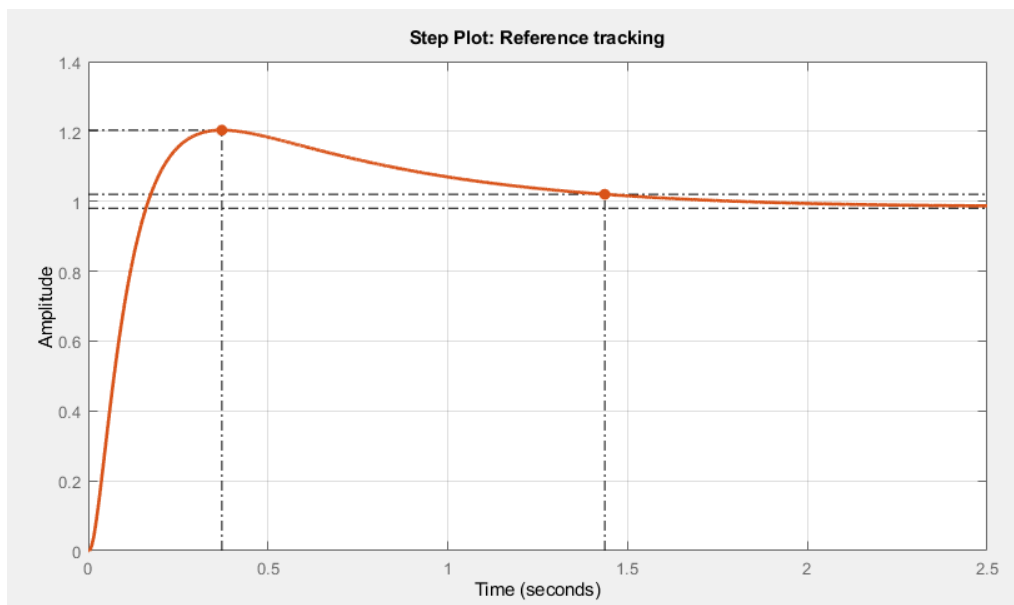


Figura 6.3. Respuesta del sistema a una entrada escalón con el controlador propuesto por la herramienta.

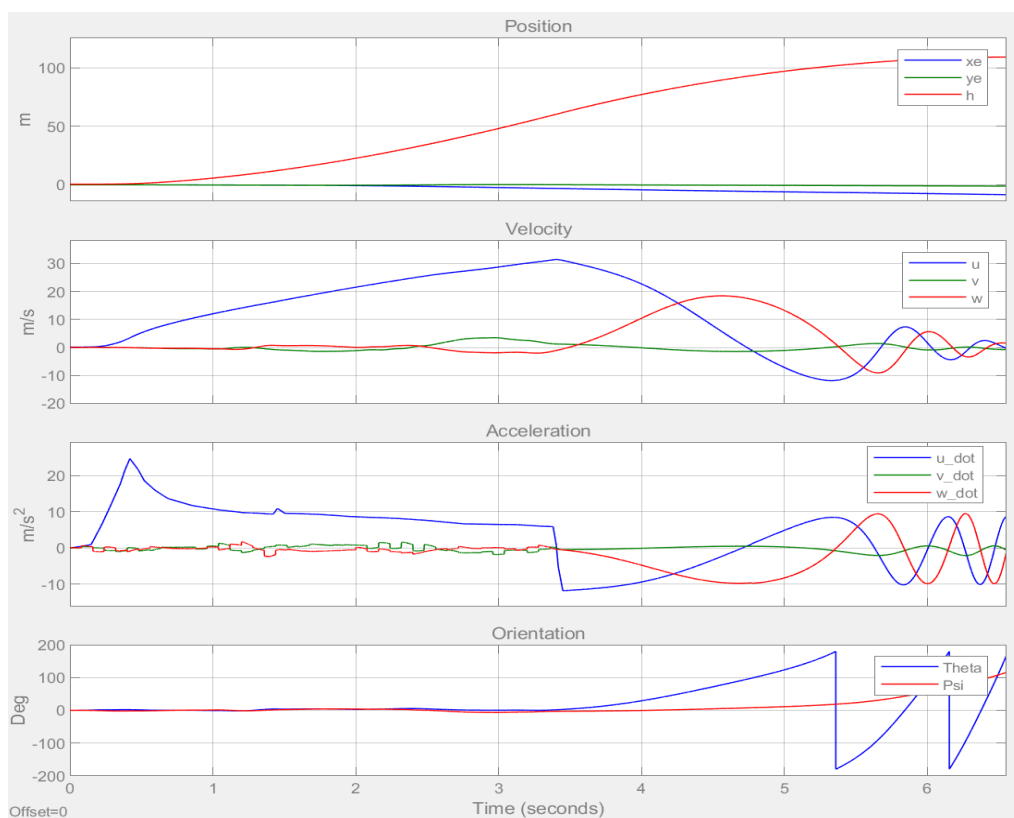


Figura 6.4. Respuesta del cohete a lazo cerrado con el controlador propuesto por la herramienta y perturbaciones activas.

Como se puede apreciar el controlador consigue estabilizar el cohete en la etapa propulsada (hasta los 3,5 segundos). Analizando los datos, el apogeo en este caso es de 109,2 metros, únicamente 2,7 metros por debajo del caso ideal.

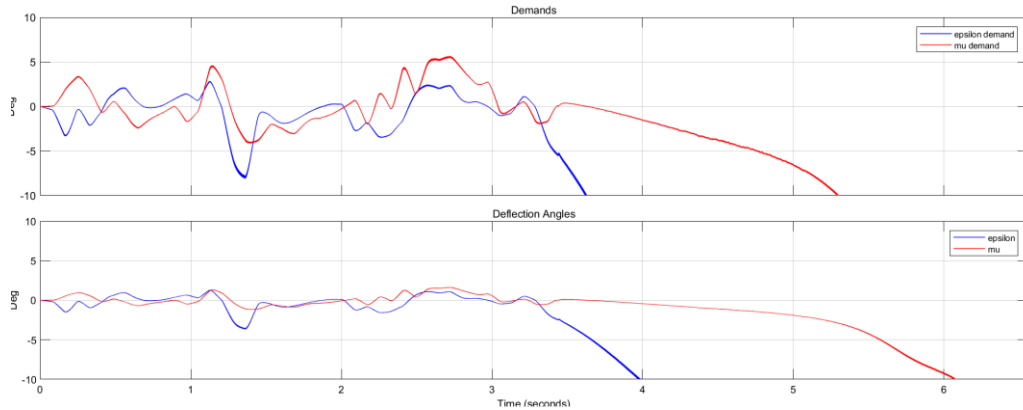


Figura 6.5. Demandas del controlador exigidas a los actuadores (superior) y ángulos de desviación del motor (inferior).

En la figura anterior se muestran las demandas del actuador en grados, se puede apreciar que éstas no parecen excesivamente agresivas. Además, el rango de los desvíos no supera los más menos cinco grados que permite el mecanismo.

En este punto se confirma que el controlador propuesto por la herramienta integrada en el bloque PID, es suficiente para obtener una respuesta de control óptima.

Sin embargo, a continuación, se va a comparar esta respuesta con un controlador más agresivo y rápido, que está ajustado mediante la herramienta para obtener un sobre pico cercano al 20% y un tiempo de estabilización menor a medio segundo.

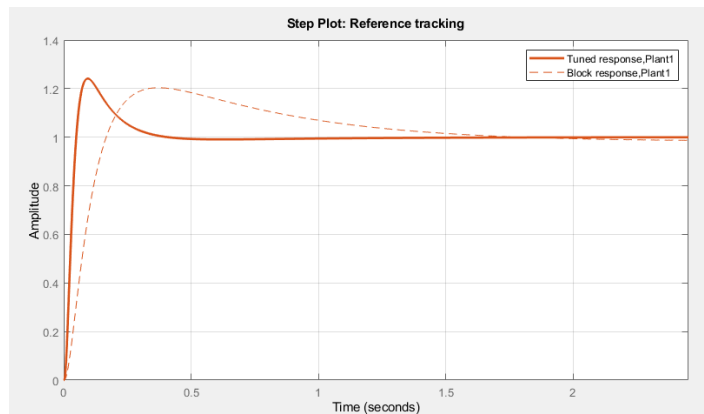


Figura 6.6. Comparación de la respuesta de entrada escalón del controlador propuesto inicialmente (discontinua) y el controlador reajustado (continua).

Si se reajustan los parámetros con tal de reducir el tiempo de estabilización, se puede conseguir una respuesta a escalón con un tiempo de estabilización al 2% de 0,318 segundos y un sobre pico del 24,1%.

Para esta respuesta los parámetros del PID son los que se muestran en la tabla siguiente:

Tabla IX. Valores de sintonía del controlador reajustados.

P	I	D	N
5,4138	8,2534	0,64052	117,5269

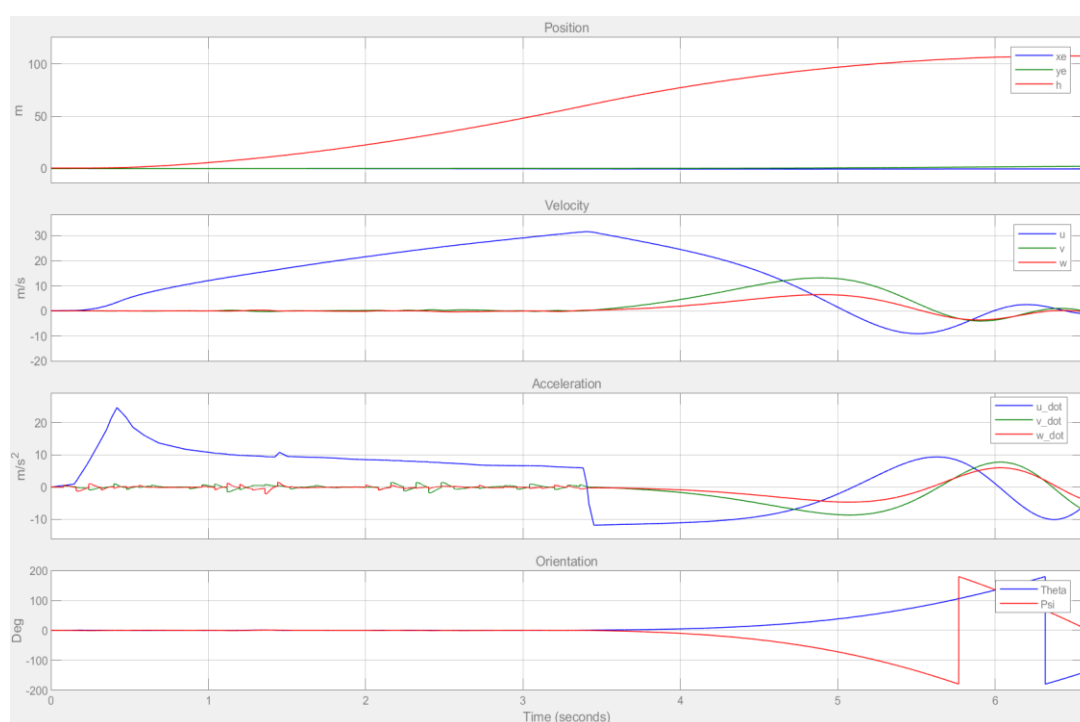


Figura 6.7. Comportamiento del cohete frente a perturbaciones durante el lanzamiento con el controlador agresivo activado.

Con este controlador se puede observar que la etapa propulsada parece tener una respuesta similar al primer controlador. En cambio, la etapa no propulsada parece oscilar menos, aunque si es cierto que la guiñada que en el primer caso permanecía más estable, en este caso se desestabiliza.

Si se analiza la altura máxima alcanzada esta resulta ser de 107,7 metros, 1,5 metros por debajo del primer controlador.

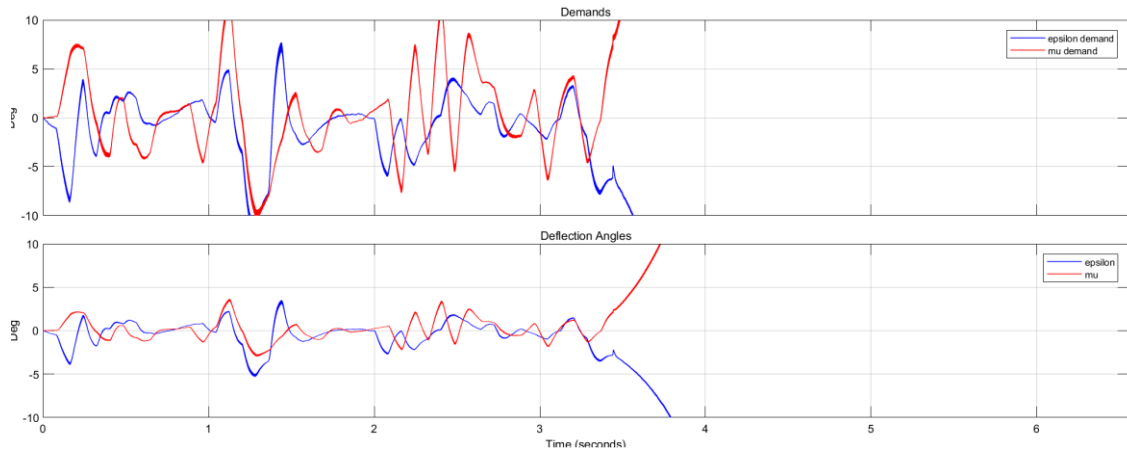


Figura 6.8. Demandas del controlador agresivo exigidas a los actuadores (superior) y ángulos de desviación del motor (inferior).

Si se analizan las gráficas de la figura R.8, se puede ver que los ángulos de control exigidos están en el límite de los cinco grados permitidos por el mecanismo de la articulación. Con el controlador agresivo y el esquema de perturbaciones propuesto se puede controlar el cohete al límite.

De este análisis se puede deducir que la herramienta de Simulink® para la sintonía de controladores funciona de forma óptima, ya que automáticamente ha ajustado el controlador de manera que una altura muy cercana a la ideal es alcanzada sin forzar los actuadores. En caso de necesitar un ajuste que priorice optimizar otra variable, se puede ajustar mediante simulaciones repetitivas hasta obtener una respuesta deseada.



7. Análisis del impacto ambiental

El impacto ambiental de este proyecto se considera mínimo. La construcción del prototipo está hecha de cartón y PLA en su mayor medida.

En caso de buen funcionamiento y aplicación de la normativa de la asociación nacional de cohetería, el vehículo debe ser recuperable mediante un sistema de seguridad, normalmente con el uso de un paracaídas.

En caso de fallo de este sistema, el cartón y el PLA son materiales biodegradables. La tornillería y electrónica son los elementos no degradables que permanecerían, si no son encontrados, contaminando la zona del accidente.

Por otro lado, la combustión del motor fabricado de pólvora negra, produce dióxido de carbono, nitrógeno, sulfato de potasio y carbonato de potasio. Según el RD. 508/2007, el único elemento de los citados que se considera peligroso es el dióxido de carbono. Aun así, no se considera relevante la emisión de este gas en tan bajas cantidades.



8. Valoración Económica

La valoración económica de este proyecto se desglosa en las tres tablas siguientes.

La primera tabla contempla el concepto de coste de personal. Las horas de ingeniería están relacionadas con las horas invertidas en estudio de la materia, búsqueda de información, contrastación y diseño de piezas propias.

La categoría de asistencia en producción contempla el tiempo dedicado a supervisión y optimización de producción, además de pequeñas modificaciones de piezas y búsqueda de materiales.

Las horas de producción son horas dedicadas al trabajo de montaje y mecanización de piezas, así como de cableado y soldadura de los dispositivos electrónicos.

Los costes materiales resumen todos los materiales utilizados. Debido a que los costes de proveedores pueden variar en el tiempo, los utilizados aquí han sido revisados a fecha de 22 de diciembre de 2020.

Finalmente, la última tabla resume las licencias que se deberían adquirir para el diseño del hardware y software del prototipo, además de la suite office para realizar la documentación correspondiente.

Tabla X. Costes de personal.

Concepto	Horas	Precio por hora	Total
Ingeniería	450 horas	21,18 €/hora	9.531,00 €
Asistencia en Producción	80 horas	18,59 €/hora	1.487,20 €
Producción	90 horas	14,94 €/hora	1.344,60 €
Total	620 horas	-	12.362,80 €

Tabla XI. Costes de materiales.

Concepto	Unidades	Precio por unidad	Total
Filamento PLA	0,46483	14,83 €/ud.	6,893 €
Tornillería (M3x4)	17	0,0126 €/ud.	0,2142 €
Tubos de cartón Kraft	2	4,7975 €/ud.	9,595 €
Motor	1	12,33 €/ud.	12,33 €
Arduino	1	24,00 €/ud.	24,00 €
Sensor	1	8,99 €/ud.	8,99 €
Servo Motores	2	2,995 €/ud.	5,99 €
Varillas Control	2	0,3495 €/ud.	0,699 €
Conectores y Cables	13	0,07138 €/ud.	0,928 €
PCB	1	0,2184 €/ud.	0,2184 €
Total	-	-	69,8576 €

Tabla XII. Licencias de software.

Concepto	Unidades	Precio por unidad	Total
SolidWorks	2	1.010 €/trimestre	2.020 €
Mathworks	0,5	800 €/año	400 €
Office	5	10,50 €/mes	55,5 €
Total	-	-	2.475,50 €

La valoración final de este proyecto se estima en 14.908,16 €.

9. Conclusiones

Existen multitud de libros y documentos que explican las leyes físicas que rigen el comportamiento de los vehículos de lanzamiento vertical, lo que hace imposible abordar con precisión toda esta cantidad de información en un proyecto de este tipo. Sin embargo, el objetivo principal del proyecto expuesto en la introducción ha sido alcanzado.

A lo largo de este proyecto se han podido ver las ecuaciones matemáticas que definen el vuelo atmosférico de un cohete, se han asumido ciertas simplificaciones que permiten mejorar el proyecto como, por ejemplo, el cálculo de los coeficientes aerodinámicos, la implementación de un controlador de ganancias planificadas (u otros) o la implementación de mejores técnicas de fusión y filtrado de señales.

Además, todo este conjunto de leyes y mecanismos se ha podido implementar con éxito en Simulink® y SolidWorks, simulando el vuelo del vehículo y controlador diseñados, permitiendo así ajustar los parámetros necesarios hasta obtener un prototipo con cierto grado de fiabilidad.

Finalmente se ha podido comprobar la capacidad del software de simulación para linealizar un sistema complejo y sintonizar un controlador PID óptimo de forma prácticamente automática con las herramientas que éste incorpora, y así poder determinar exitosamente la viabilidad del sistema de control de empuje vectorial mediante la articulación del motor para cohetería amateur.

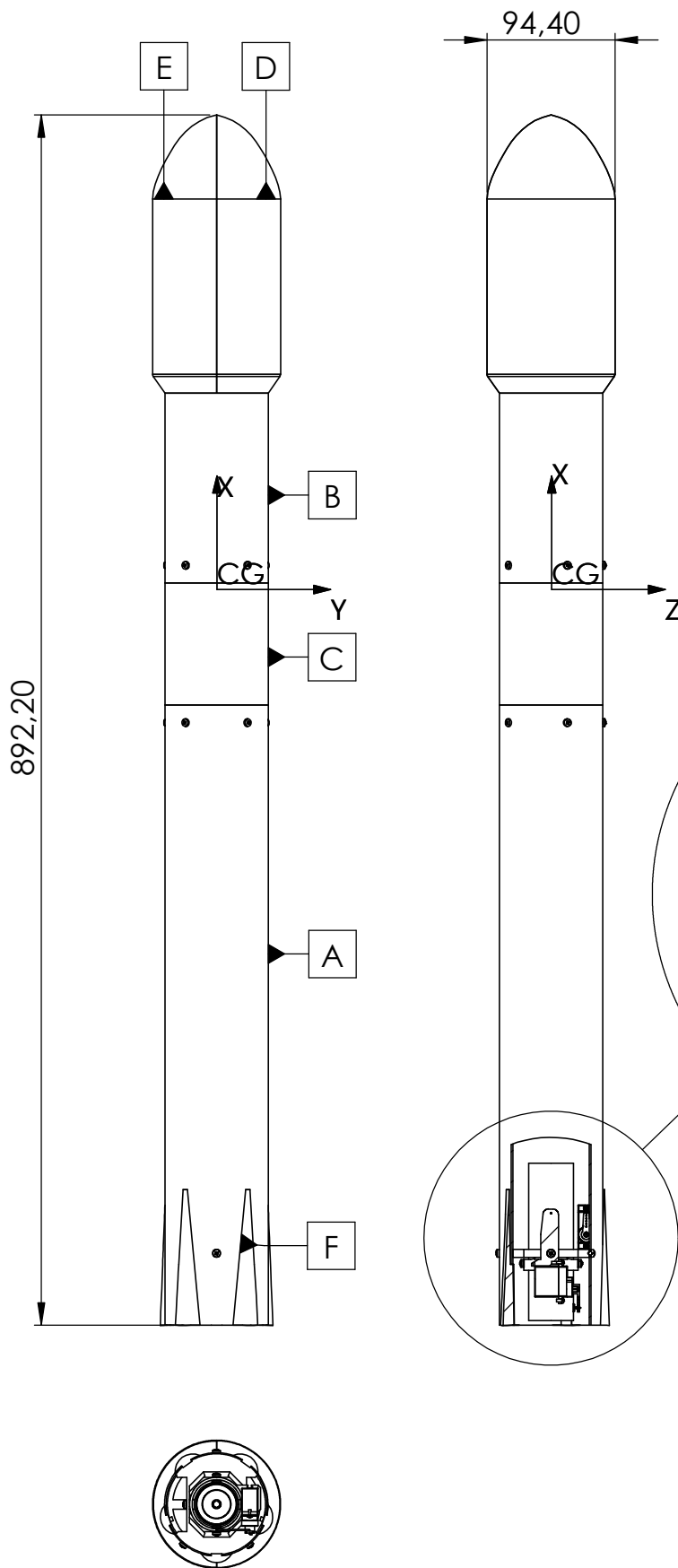


10. Planos y Esquemas

10.1. Planos Mecánicos



A
B
C
D
E
F
G
H
J
K



FUSELAJE	
REF	PÁG
A	2/11
B	3/11
C	4/11
D	5/11
E	6/11
F	7/11

ARTICULACIÓN EN INTERIOR DE POPA

DETALLE
ESCALA 2 : 5

1. Articulación del motor en página 8/11

ROCK01	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohetaría experimental		Ensamblaje del Cohete	
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020		Fecha 23/12/2020
		Rocket.sldasm		Escala 1:5	



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

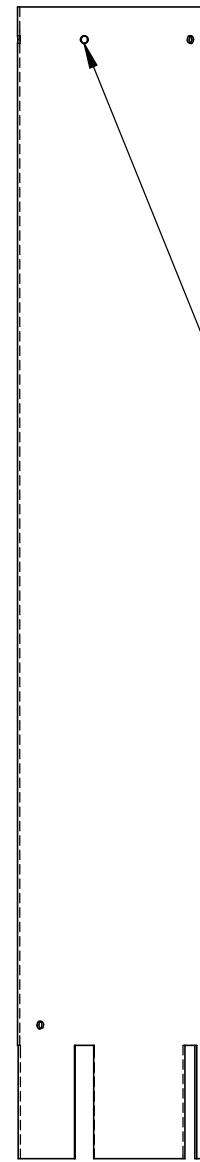
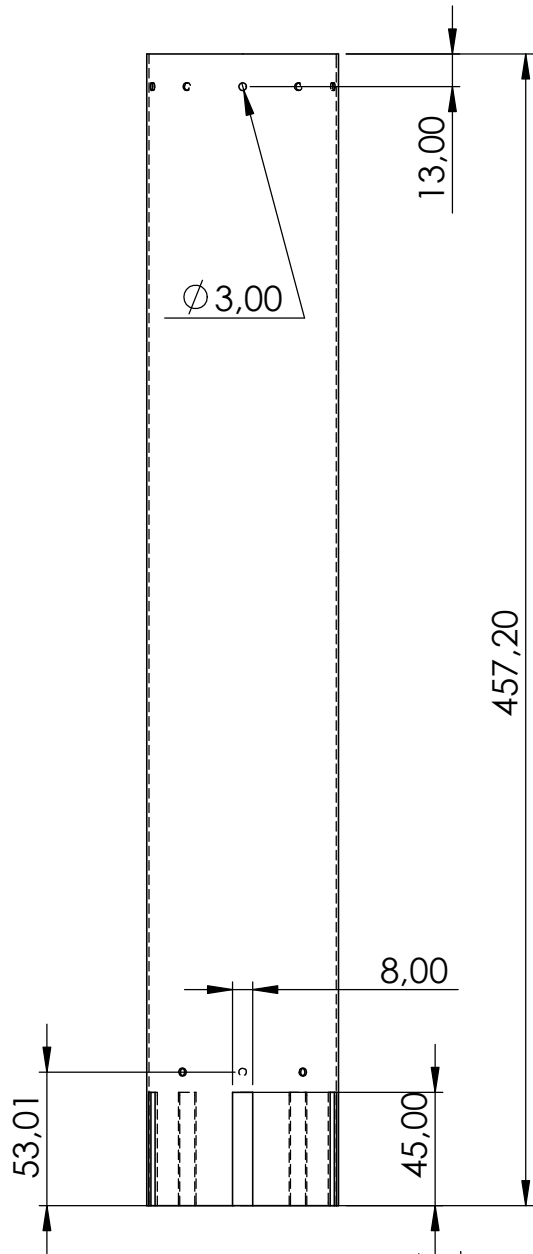
Planos Mecánicos

Edición
1

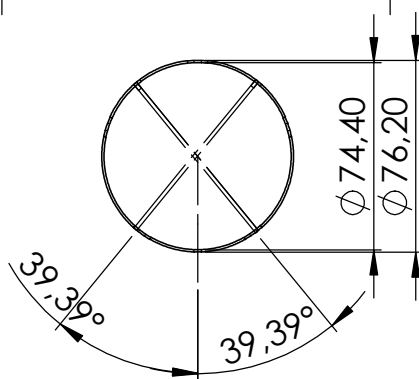
Página
1/11

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10






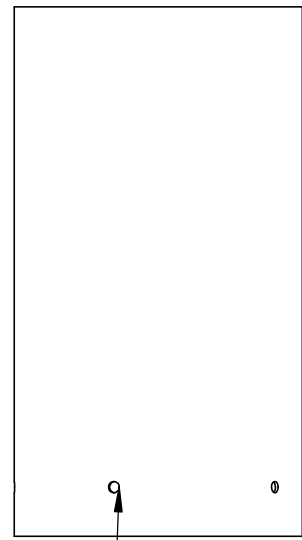
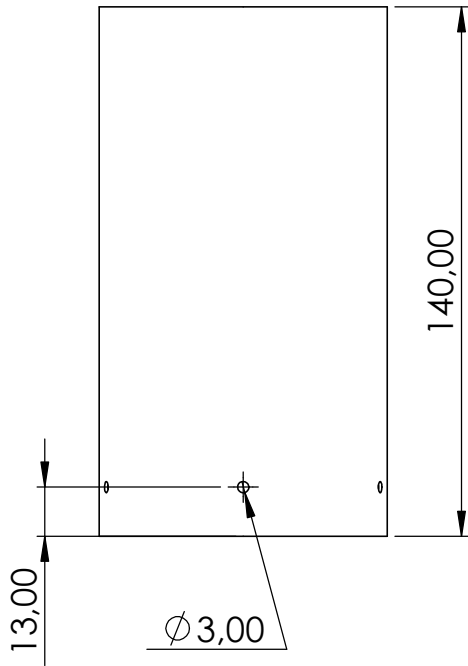
5 Taladros equidistantes en el perímetro



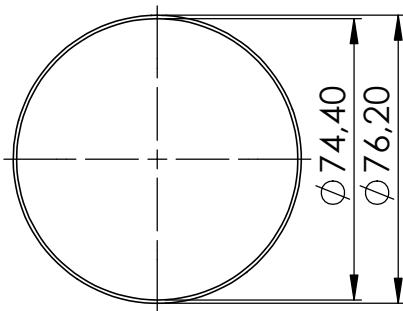
1. Todos los taladros son de 3 mm.

FUS01	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohería experimental			Tubo Inferior		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020		LOW_BT.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:3
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est			UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est				
Planos Mecánicos					Edición 1	Página 2/11	






5 Taladros equidistantes en el perímetro

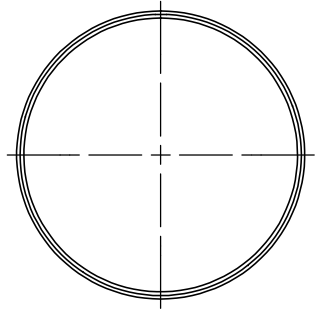
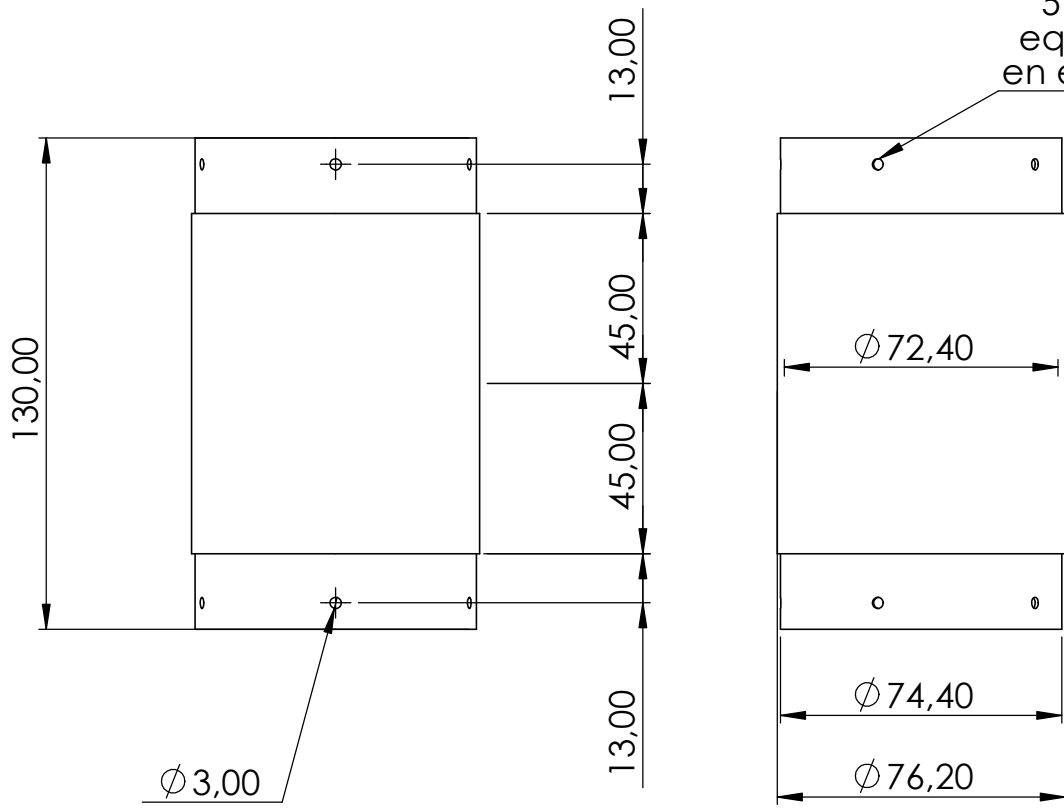


1. Todos los taladros son de 3 mm.


FUS02	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para coherencia experimental			Tubo Superior		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020		UP_BT.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:2
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est			UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est				
Planos Mecánicos					Edición 1	Página 3/11	



A
B
C
D
E
F
G
H
J
K

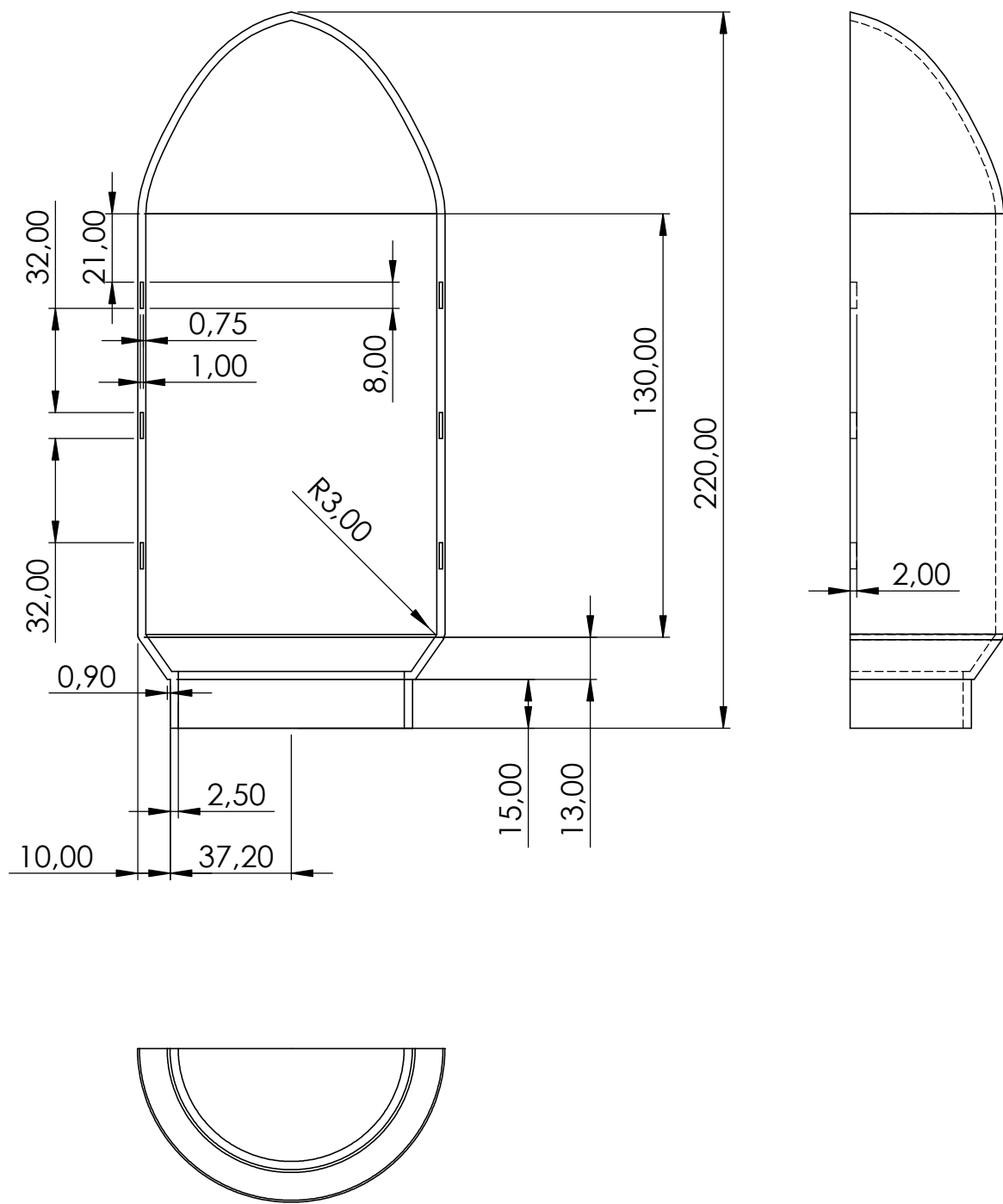


1. Todos los taladros son de 3 mm.

FUS03	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para coherencia experimental			Compartimiento Electrónico		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020		El_Bay.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:2
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est			UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est				
			Planos Mecánicos		Edición 1	Página 4/11	

2 3 4 5 6 7 8 9 10





FUS04	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohería experimental		Cono Hembra		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020	F_Cone.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:2



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

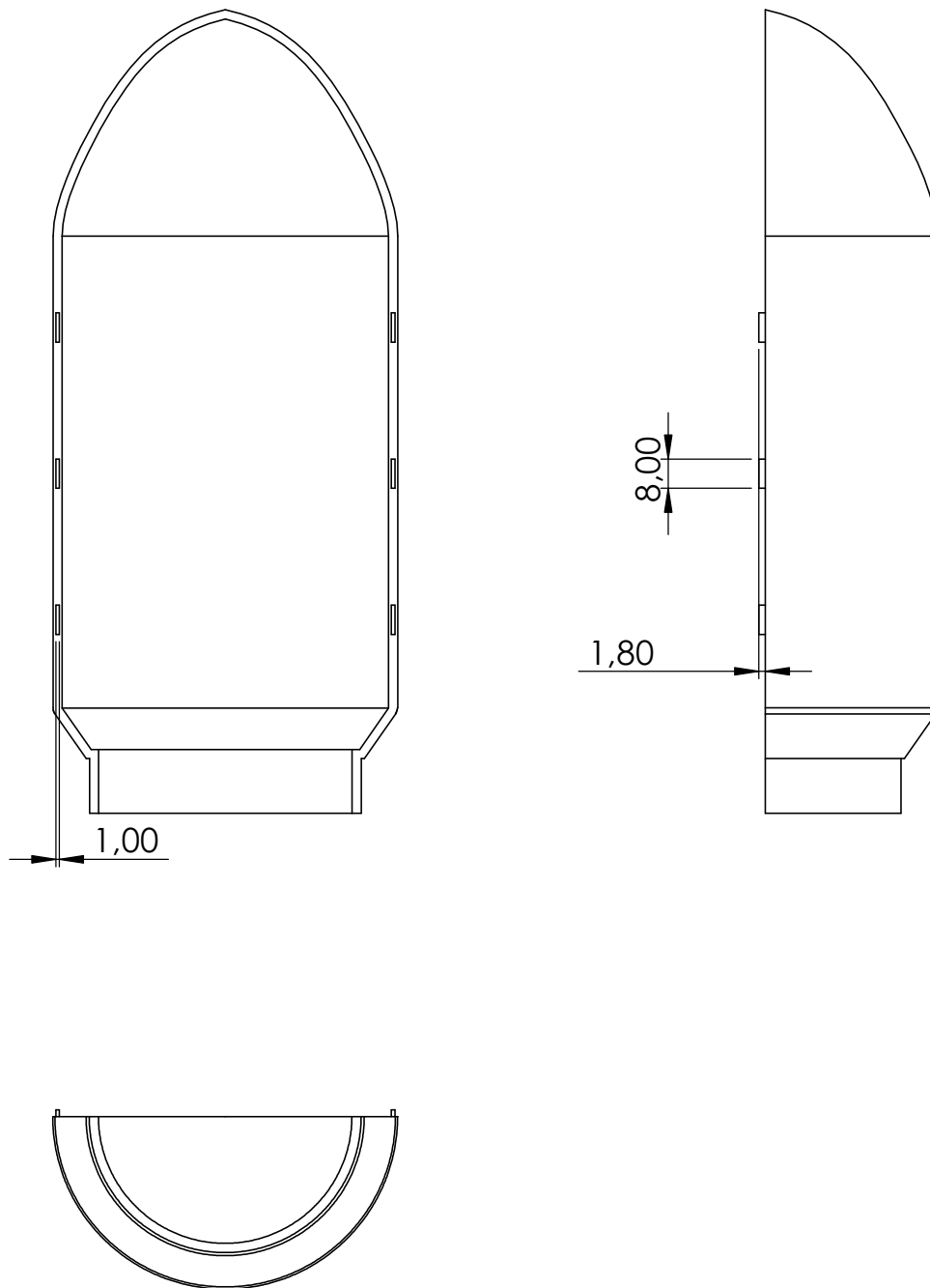
UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

Planos Mecànics

Edició
1

Pàgina
5/11





1. Dimensiones iguales a la pieza FUS04 excepto la pestaña de encaje.

FUS05	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohetes experimental		Cono Macho		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprobado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020	M_Cone.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:2



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

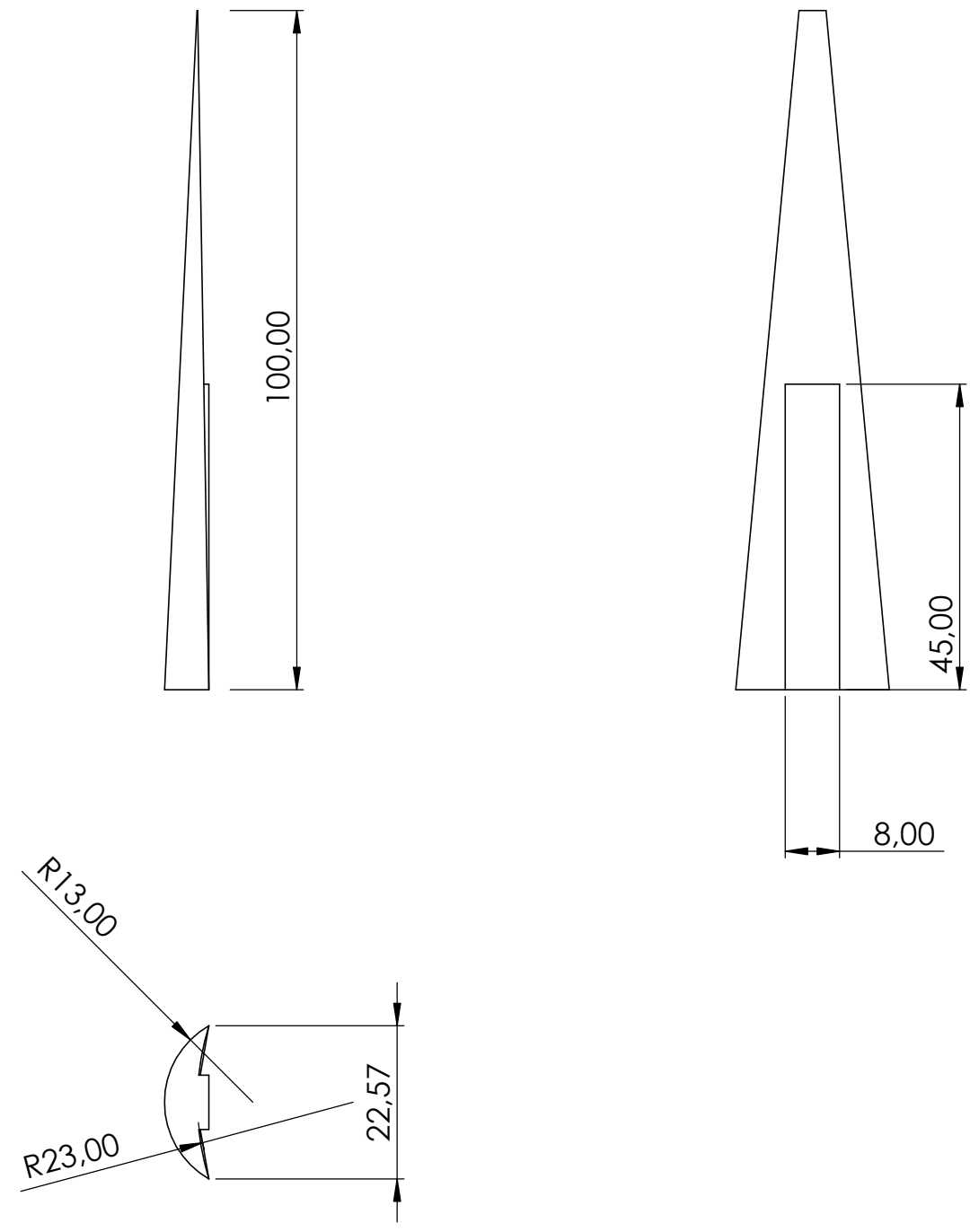
Planos Mecánicos

Edición
1

Página
6/11



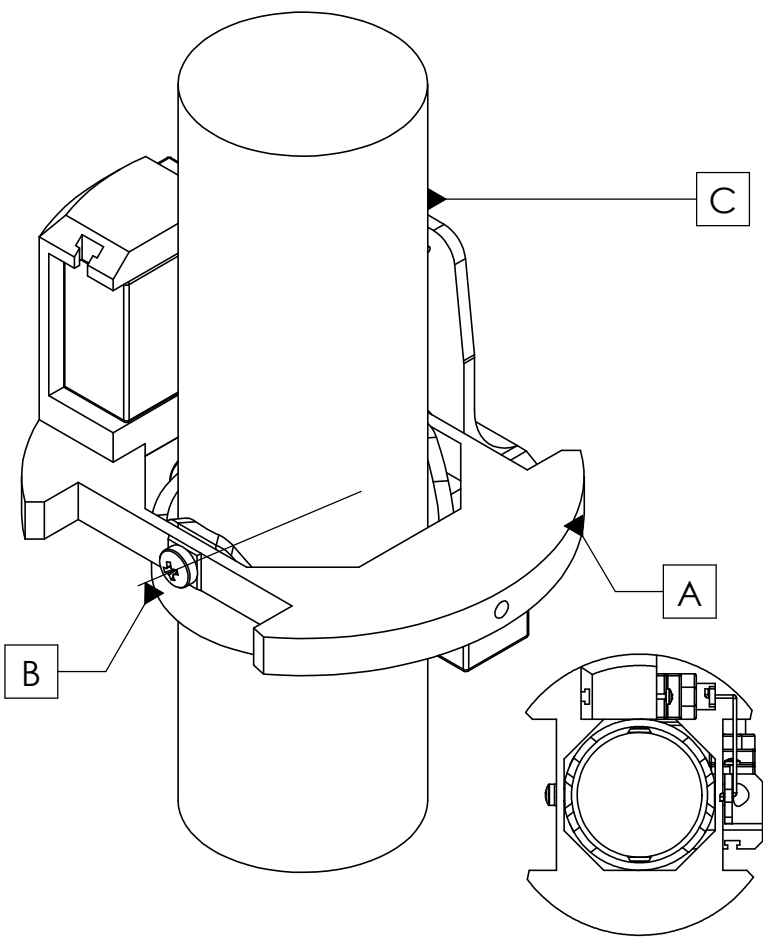
A
B
C
D
E
F
G
H
J
K



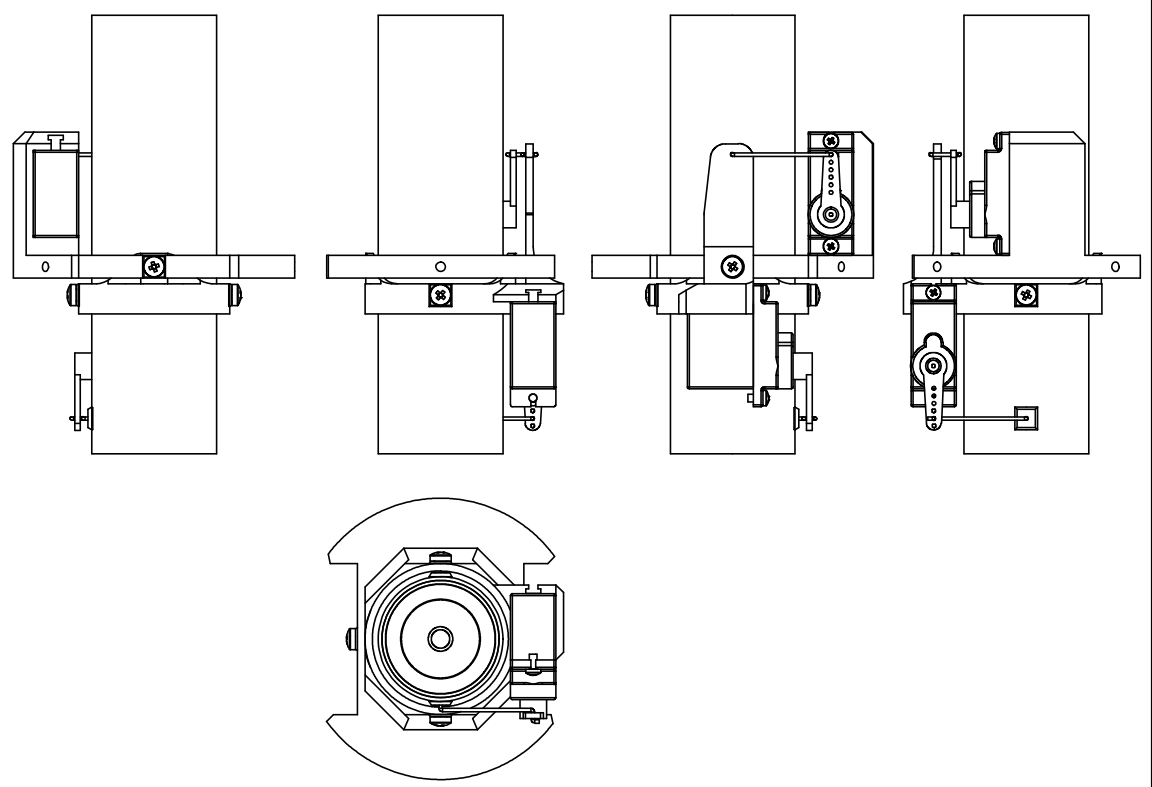
FUS06	Uds: 5	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para coherencia experimental			Pata		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020		Leg.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:1
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est			UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est				
			Planos Mecánicos			Edición 1	Página 7/11

2 3 4 5 6 7 8 9 10





ARTICULACIÓN	
REF	PÁG
A	9/11
B	10/11
C	11/11



GIMBAL01	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohetría experimental		Articulación del Motor		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020	Gimbal.sldasm	Fecha 23/12/2020	Escala 1:2



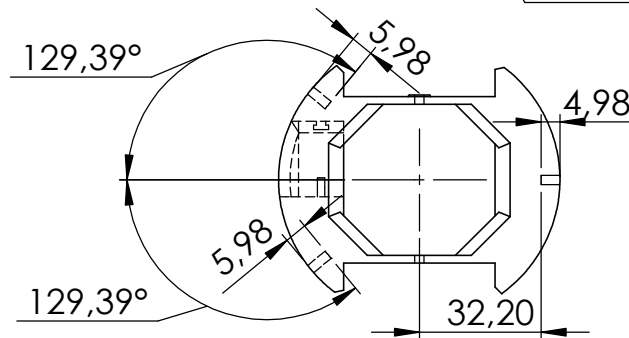
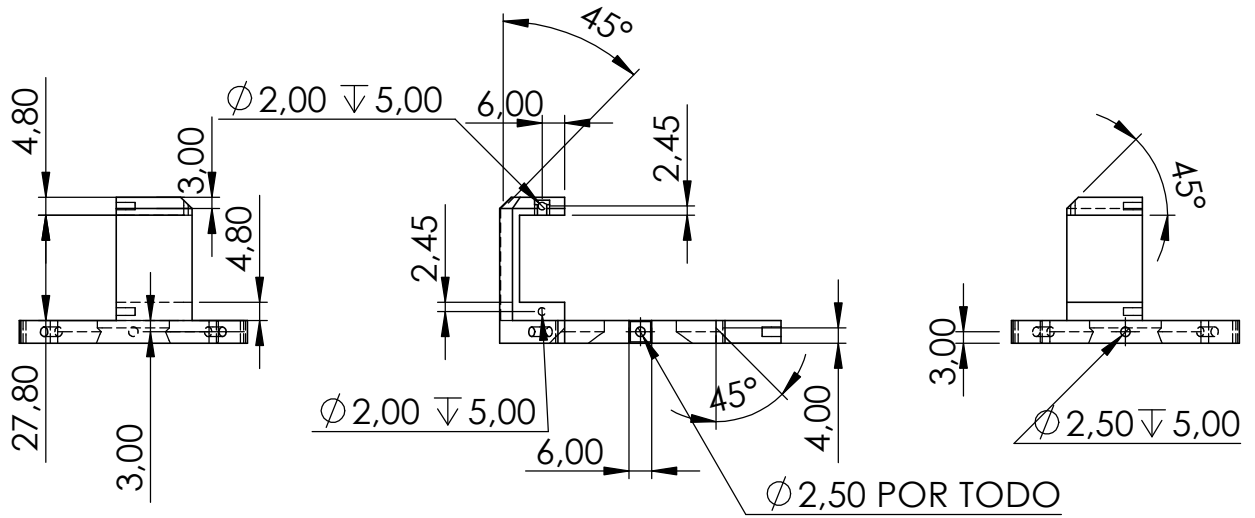
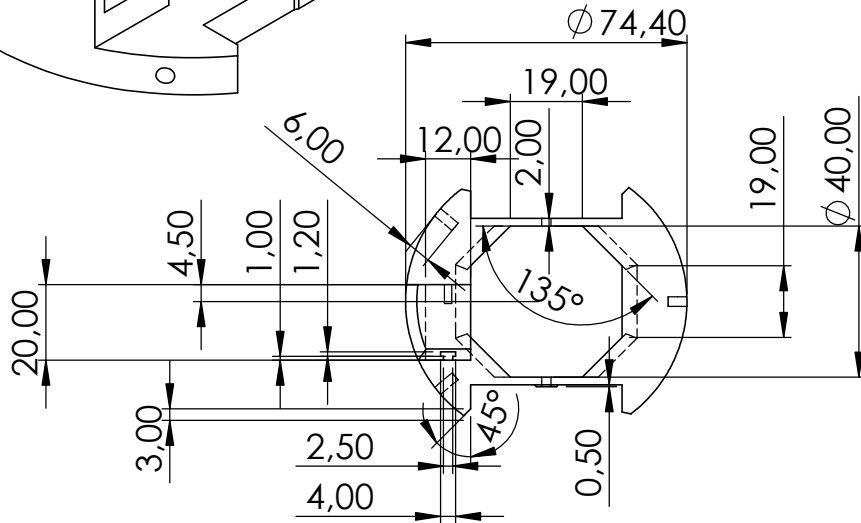
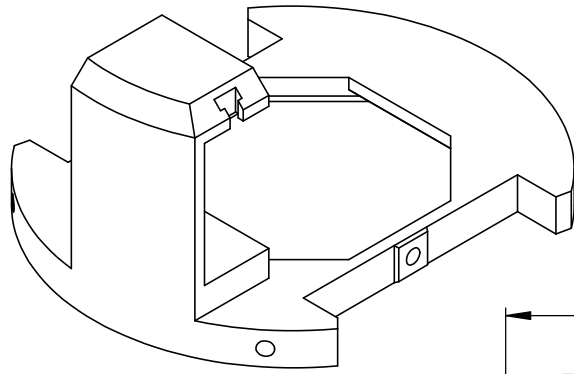
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est


Planos Mecánicos

Edición 1	Página 8/11
--------------	----------------

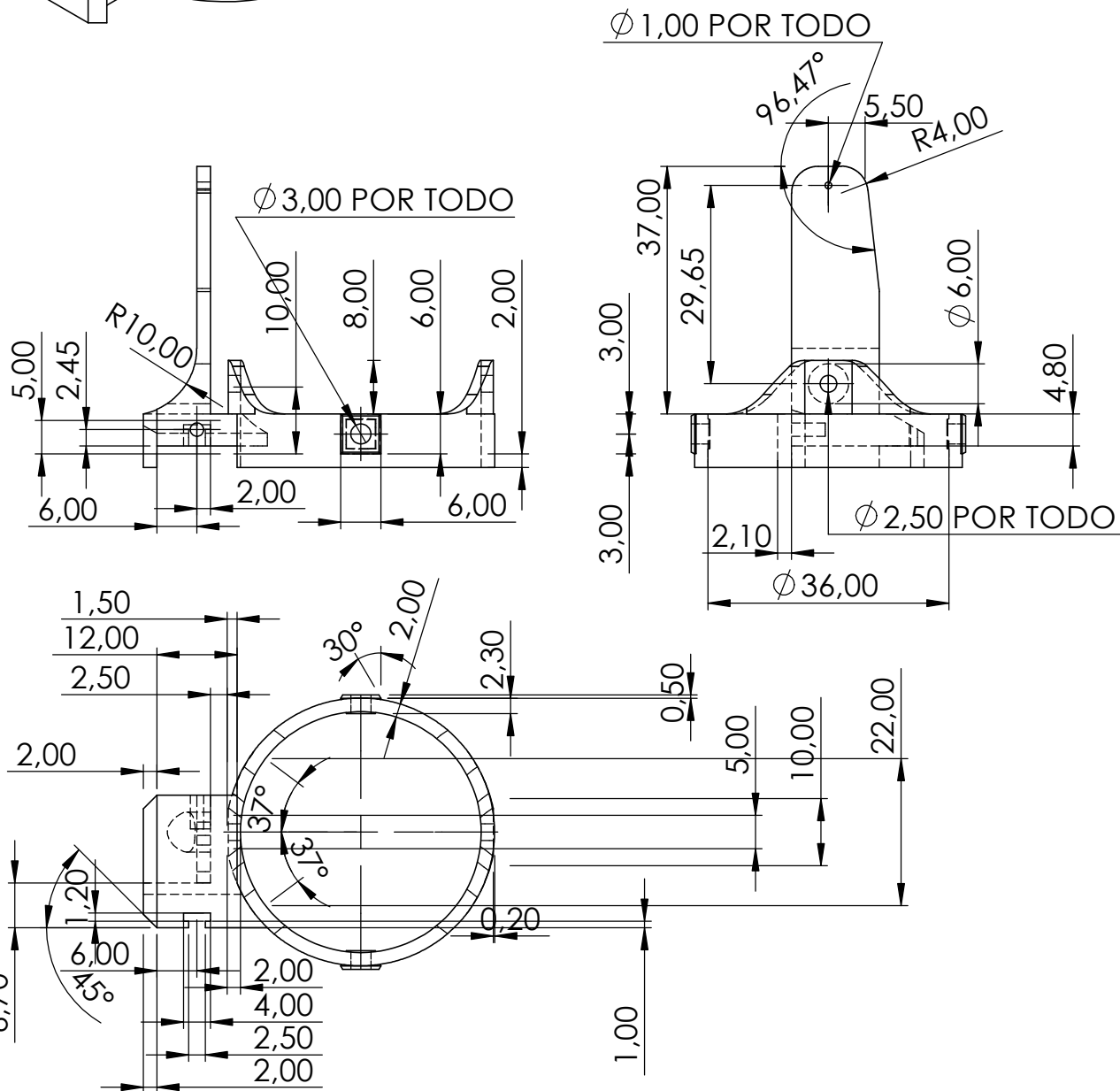
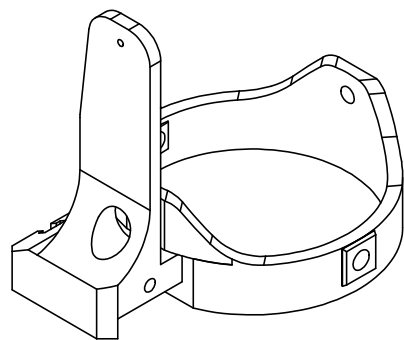





1. Los taladros de la base de la pieza son de 2,50 mm y tangenciales a la cara.

GIM01	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohería experimental		Aro Exterior		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020	Out_Ring.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:2
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est			UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est		Edición 1	Página 9/11
			Planos Mecánicos			

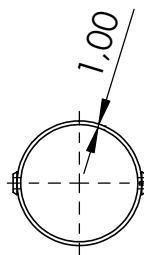
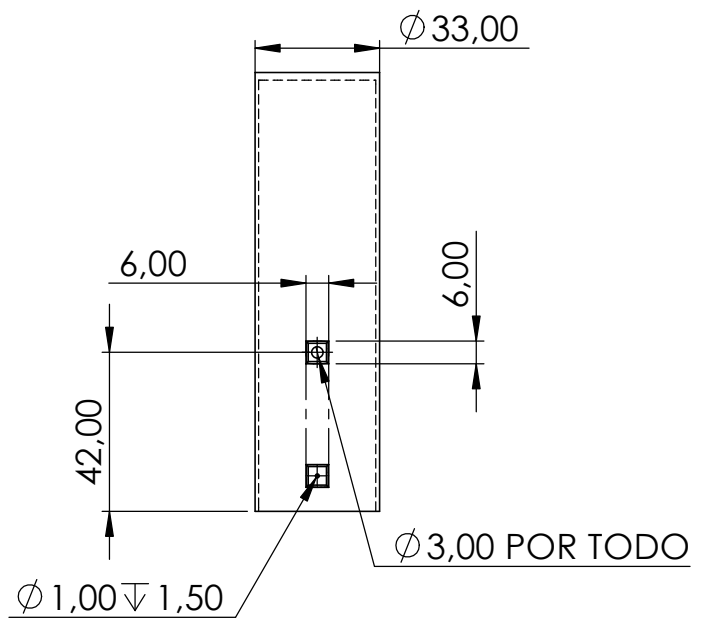
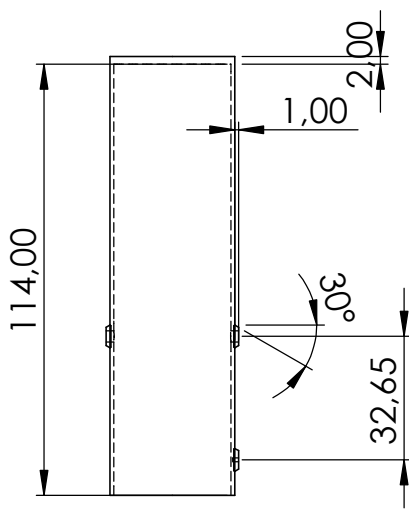
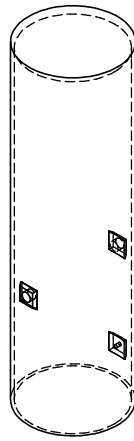





GIM02	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohería experimental		Aro Interior		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020	Inn_Ring.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:1

 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est	UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est	
	Planos Mecánicos	Edición 1





GIM03	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para coherencia experimental			Soporte del motor		
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprovado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020		M_Holder.sldprt	Fecha 23/12/2020	Escala 1:1
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est			UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est				
Planos Mecánicos					Edición 1	Página 11/11	



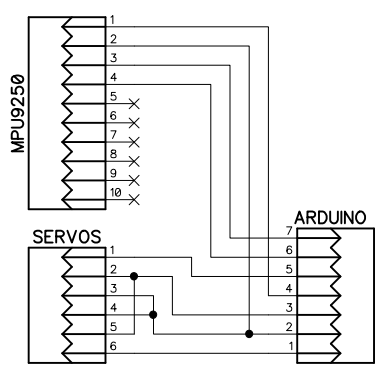
10.2. Esquemas Electrónicos



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J

A
B
C
D
E
F
G
H
I
J



MPU9250	
PIN No	BOARD PIN
1	VCC
2	GND
3	SCL
4	SDA
5	EDA
6	ECL
7	ADO
8	INT
9	NCS
10	FSYNC

ARDUINO	
PIN No	BOARD PIN
1	A5
2	A4
3	-6
4	3.3V
5	5V
6	GND
7	-5

OBC01	Uds: 1	Estudio de los sistemas de control de empuje vectorial y diseño de una aplicación para cohetaría experimental			Ordenador de a Bordo	
Diseñado por: Mario Berral (M.B.)		Comprobado: M.B.	Aprobado por - Fecha: M.B. - 23/12/2020	TVC_OBC.dch	Fecha 23/12/2020	Escala 1:1
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Escola d'Enginyeria de Barcelona Est				UPC - Escola d'Enginyeria de Barcelona Est <hr/> Planos Electrònics		
					Edició 1	Pàgina 1/1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



Referencias Bibliográficas

- [1] Glenn Research Center, "Area," *Nasa*, 2005. <https://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/airplane/area.html> (accessed Nov. 25, 2020).
- [2] J. S. Barrowman and J. A. Barrowman, "The Theoretical Prediction of the Center of Pressure," *Naram-8*, 1966.
- [3] "Antwerp V-2 - V-2 rocket - Wikipedia." https://en.wikipedia.org/wiki/V-2_rocket#/media/File:Antwerp_V-2.jpg (accessed Nov. 25, 2020).
- [4] C. J. Green and F. J. McCullough, "Liquid Injection Thrust Vector Control," China Lake, 1961.
- [5] V. Zmijanovic, V. Lago, M. Sellam, and A. Chpoun, "Thrust shock vector control of an axisymmetric conical supersonic nozzle via secondary transverse gas injection," *Shock Waves*, vol. 24, no. 1, pp. 97–111, 2014, doi: 10.1007/s00193-013-0479-y.
- [6] "Stage II of Soyuz rocket." http://www.russianspaceweb.com/soyuz_lv_stage2.html (accessed Dec. 21, 2020).
- [7] NASA, "Liftoff of Mercury-Atlas 5." https://spaceflight.nasa.gov/gallery/images/mercury/mercury_ov/html/s62-08310.html (accessed Dec. 21, 2020).
- [8] Rocketdyne, "F-1 Engine Familiarization Training Manual." .
- [9] Mathworks, "Aerospace Blockset User's Guide," 2020. [Online]. Available: <https://es.mathworks.com/help/aeroblks/>.
- [10] A. Tewari, *Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modeling and Simulation with MATLAB® and Simulink®*, no. 9780817644376. 2007.
- [11] NIMA, "Department of defense world geodetic system 1984," 2000.
- [12] NASA, NOAA, and USAF, "U.S. Standard Atmosphere, 1976," Washington D.C., NOAA-S/T-76-1562;NASA-TM-X-74335, 1976.
- [13] "Model Rockets & How-To Rocketry Information." <https://www.apogeerockets.com/> (accessed Dec. 07, 2020).
- [14] S. 3D, "RE-850 RE-HR870 - POLIMERSIA GLOBAL S. L." <https://sakata3d.com/es/content/20-RE-FAMILY> (accessed Dec. 07, 2020).
- [15] B. William, S. Revised, B. Thomas, and J. Guzik, "Model Rocketry Technical Manual," *Methods*, 1993.
- [16] "Popular Motors • ThrustCurve." <https://www.thrustcurve.org/motors/popular.html> (accessed Dec. 09, 2020).

- [17] K. Horst, "Model Rocketry in the 21st-Century Physics Classroom," *Phys. Teach.*, vol. 42, no. 7, pp. 394–397, 2004, doi: 10.1119/1.1804655.
- [18] "Velocidad angular - Wikipedia, la enciclopedia libre." https://es.wikipedia.org/wiki/Velocidad_angular (accessed Dec. 10, 2020).
- [19] C. Fisher, "Using an accelerometer for inclination sensing," *AN-1057, Appl. note, Analog Devices*, pp. 1–8, 2010, [Online]. Available: http://healthcare.analog.com/static/imported-files/application_notes/AN-1057.pdf.
- [20] R. E. Kalman, "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," *J. Basic Eng.*, 1960.
- [21] S. O. H. Madgwick, "An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays." .
- [22] B. Douglas, "Drone Control and the Complementary Filter," *YouTube*, 2018. <https://www.youtube.com/watch?v=whSw42XddsU&t=14s> (accessed Dec. 11, 2020).
- [23] S. A. Widmark, "Rocket physics," *Phys. Teach.*, vol. 36, no. 3, pp. 148–153, 1998, doi: 10.1119/1.879987.
- [24] Mathworks, "NASA HL-20 Lifting Body Airframe - MATLAB & Simulink - MathWorks España." <https://es.mathworks.com/help/aeroblks/nasa-hl-20-lifting-body-airframe.html> (accessed Dec. 15, 2020).
- [25] "SG90 Datasheet | Tower Pro - Datasheetpdf.com." <https://datasheetpdf.com/datasheet/SG90.html> (accessed Dec. 15, 2020).
- [26] B. Douglas, "Robotic Car - How to read Gyro Datasheets (Part 1) - YouTube," *YouTube*. <https://www.youtube.com/watch?v=anMzEbbbrp8> (accessed Dec. 16, 2020).
- [27] B. Douglas, "A simple MEMS gyro model using MATLAB / Simulink - YouTube," *YouTube*. <https://www.youtube.com/watch?v=P1OEoA70YJo&t=710s> (accessed Dec. 15, 2020).
- [28] A. J. Isaksson and S. F. Graebe, "Derivative filter is an integral part of PID design," *IEE Proc. Control Theory Appl.*, vol. 149, no. 1, pp. 41–45, 2002, doi: 10.1049/ip-cta:20020111.