PROBLEMA 165. *Propuesto por Xavier Ros (estudiante), Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.*

Sea $\{a_n\}_{n\geq 0}$ una sucesión de números reales positivos tal que $\sum_{n=0}^{\infty} a_n = \infty$. Probar que la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{(a_0 + \cdots + a_n)^r}$$

converge si y sólo si $r > 1$.

PROBLEMA 166. *Propuesto por Cristóbal Sánchez Rubio, I. E. S. Penyagolosa, Castellón.*

Por el vértice A de un triángulo $\triangle ABC$ se traza una recta variable r. Si los vértices B y C se proyectan sobre r en P y Q, respectivamente, determinar la posición de r para que $BP^2 + CQ^2$ sea máximo y mínimo.

PROBLEMA 167. *Propuesto por Manuel Bello Hernández, Universidad de La Rioja, y Manuel Benito Muñoz, Logroño.*

Consideremos el conjunto

$$\mathcal{P} = \{(p, q) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : q = 4p^2 + (4a + 5)p + 2a,\ a \in \mathbb{Z}\}.$$

a) Determinar un familia de rectas concurrentes de tal forma que el conjunto de puntos de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ cubierto por la familia de rectas coincida con $\mathcal{P}$.

b) Probar que ningún punto (p, q) de $\mathcal{P}$ satisface la relación $q = p^2 + p - 1$.

PROBLEMA 168. *Propuesto por E. Bendito, A. Carmona, A. M. Encinas y M. Mitjana, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.*

Sean k y n números naturales tales que $n \geq 2$ y $0 \leq k \leq n$. Evaluar la suma

$$\sum_{j=1}^{[\frac{n}{2}]} \frac{\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi j k}{n}\right)}{\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi j}{n}\right)},$$

donde $[a]$ denota el mayor entero menor o igual que a.