

L'enginyeria com a escenari i les matemàtiques com a actors en els graus universitaris

Gómez i Urgellés, Joan

Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú (EPSEVG)

Universitat Politècnica de Catalunya

joan.vicenc.gomez@upc.edu

Resum

Es presenta la contextualització de les matemàtiques en la docència en graus, en particular d'enginyeria, com element innovador versus l'ensenyament tradicional de les matemàtiques en els graus universitaris. En particular el paper de la modelització matemàtica com eina d'ensenyament/aprenentatge.

El treball presentat parteix de la insatisfacció de l'ensenyament tradicional i proposa un canvi qualitatiu en el contingut i metodologia en l'ensenyament de les matemàtiques en enginyeria, en particular en la formació d'enginyers com a pas de la tradició a la innovació.

Què es pot fer perquè una matèria com les matemàtiques sigui significativa i profitosa en la formació d'enginyers? Es planteja una articulació del contingut de la matemàtica que afavoreixi la perspectiva interdisciplinària i el pensament creatiu, utilitzant i descobrint coneixements matemàtics fonamentals per a un enginyer professional, mitjançant el plantejament de problemes reals: modelització matemàtica. També implica un canvi substancial en la metodologia, que adquireix una vessant heurística alhora que fa servir tècniques de modelatge matemàtic, utilitza nous recursos, i replanteja els processos d'avaluació. La implementació d'aquesta pràctica docent pressuposa un canvi fonamental en la concepció del rol del professor i del seu perfil formatiu, i la preparació contextual i emergent de material. Per tot això s'emfatitza l'aprenentatge cooperatiu amb el suport de les xarxes socials i la realització de projectes basats en situacions reals.

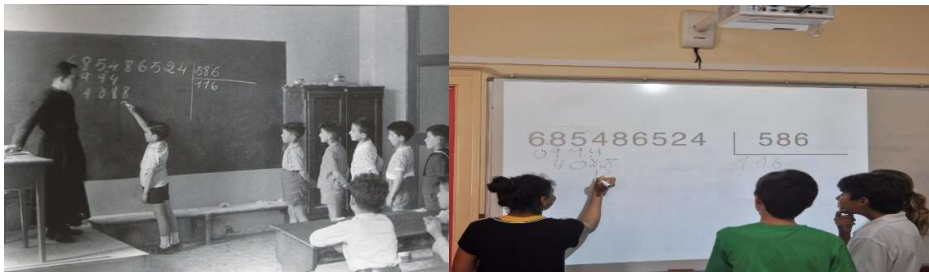
Paraules Clau: modelització, enginyeria, ensenyament

1. Problemàtica: Descripció del problema d'aprenentatge que es vol abordar

«La matemàtica ha constituïdo, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces». (Puig Adam, 1958)

Tradicionalment l'ensenyament de les matemàtiques s'ha caracteritzat en presentar un seguit de rutines, sense plantejar si el contingut és útil o no per les necessitats dels interlocutors; també sense preguntar-nos si les metodologies son adequades. En la imatge es plasma una classe impartida al 1955 i la mateixa classe impartida al 2019, com

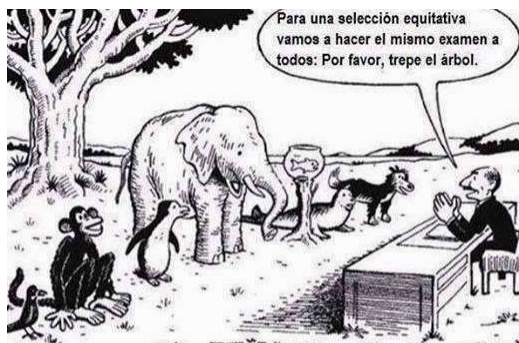
s'observa el canvi no és precisament ni el contingut ni la metodologia: hi ha la mateixa divisió.



La principal problemàtica es centra bàsicament en:

1. L'absència d'aplicacions en els currículums de matemàtiques
2. Excés de formalisme (influència bourbakista) en les presentacions a classe
3. Insatisfacció en l'ensenyament tradicional i poca motivació

Tot plegat suggereix una voluntat de canvi, fins i tot en l'avaluació com eina per valorar les produccions acadèmiques de l'estudiantat. A les xarxes trobem aquesta suggestiva imatge:



El sistema de educació en una imatge.

"Todo el mundo es un genio. Pero si juzgas a un pez por su habilidad de trepar un árbol, pasará el resto de su vida creyendo que es un idiota."- Albert Einstein.

De fet usem pedagogia del segle XIX en ple segle XXI.

Com deia Dylan " *els temps estan canviant* "

En la formació de futurs enginyers es proposa desplegar una estructura docent que planteja implementar el PBL (aprenentatge basat en problemes) con instrument de millora, contextualitzat sempre que sigui possible en el camp de l'enginyeria -en particular informàtica-, en forma de treball en grup (aprenentatge cooperatiu) i també en format individual. S'incorporaran eines que formen part de la tecnologia actual, com ara les xarxes socials. La base serà la modelització matemàtica com eina d'ensenyament/aprenentatge.

2. Objectius i metodologia

C2EM. Congrés Català d'Educació Matemàtica

Com objectiu es pretén mostrar que l'ensenyament tradicional no és suficient per l'aprenentatge i que és necessari la innovació (entenc la innovació no com un canvi de suport) en la formació de ciutadans i ciutadanes d'una societat tecnològicament avançada del segle XXI.

Destacar els aspectes epistemològics de les matemàtiques.

Millorar les produccions acadèmiques dels estudiants.

Com a perspectiva de futur, projectar l'experiència docent proposada de PBL a nivells d'altres especialitats i centres, i fins i tot a d'altres parcel·les de coneixement.

Oferir una visió competencial de les matemàtiques per la professió.

La metodologia és el treball en projectes (bàsicament en grup) fonamentat en la modelització matemàtica. L'estructura d'un projecte seguirà a grans trets l'esquema:

1. Contracte professor-alumne del tema interdisciplinari a estudiar. Actes regulars entregades al professor regularment.
2. Familiarització i recerca d'informació.
3. Construcció del model matemàtic.
4. Simulació i interpretació. Us d'ordinador/smarphone
5. Desenvolupar la memòria: Portada, índex, explicació de la situació, del model i dels objectius, resolució del problema, inventari de conceptes matemàtics i extra matemàtics, conclusions i comentaris, bibliografia/webgrafia.

La memòria serà entregada en una carpeta (portafoli) que contindrà l'arxiu de la memòria en PDF i tot el material usat (arxius de Geogebra i d'altres).

6. Defensa pública del projecte, es enregistra en vídeo. Serà un indicador per l'avaluació de l'aprenentatge.

S'usarà material manipulable i alhora eines informàtiques (principalment l'smarphone, el programari lliure Geogebra i Octave). Els instruments per desplegar la metodologia poden incorporar xarxes socials.

3. Experiència a l'EPSEVG-UPC

*“Ensenyar bé és ajudar a descobrir allò que es vol transmetre”
George Pòlya*

En la mateixa es plasmen les quatre àrees de coneixement conegudes com STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). Es busquen elements i situacions susceptibles de ser matematitzades. Com a eines innovadores detallo alguns elements que poden resultar d'interès per articular i valorar l'aprenentatge i alguns exemples de contextualització de les matemàtiques:

1. Edició a Viquipèdia (treball en grup que potencia l'aprenentatge cooperatiu).
2. Ús de l'eina Kahoot (mitjançant l'smarphone és un indicador del grau de coneixement de matemàtiques instrumentals).
3. Treball en projectes (PBL, són treballs habitualment en grup de problemes de modelització, en la majoria caldrà usar el Geogebra).
4. Es proposa implementar eines com Twitter e Instagram per l'aprenentatge de les matemàtiques.

1. Edició a Viquipèdia. Els estudiants treballen un concepte configurant l'edició d'un article del mateix concepte a Viquipèdia. Per treballar aquest aspecte va col·laborar el Sr.

C2EM. Congrés Català d'Educació Matemàtica

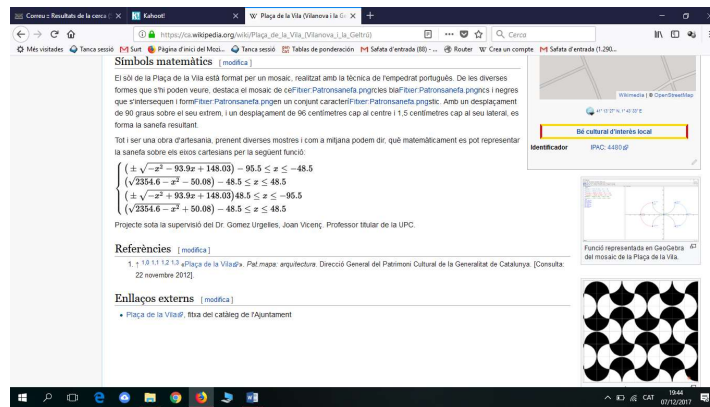
Àlex Hinojo (director de projectes culturals de la Fundació Viquipèdia) facilitant recursos per desenvolupar els articles. De fet, només com a exemple de mostra, es pot consultar una proposta d'hipotètics temes de treball a la plana de l'assignatura:

https://ca.wikipedia.org/wiki/Viquiprojecte:Fonaments_Matem%C3%A0tics_UPC

Aquest fet incentiva a treballar en grup i alhora permet que qualsevol estudiant pugui aportar el seu punt de vista i reflexions sobre el tema tractat. Destaquem un parell de treballs efectuats per estudiants i publicats a Viquipèdia:

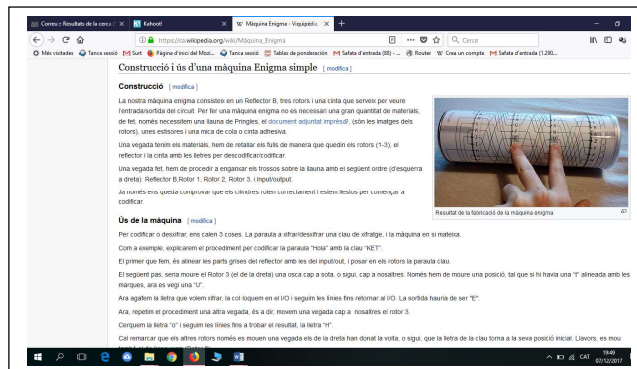
1.1. La plaça de la Vilanova i llur geometria (per treballar girs simetries i translacions), a l'apartat on diu símbols matemàtics:

[https://ca.wikipedia.org/wiki/Pla%C3%A7a_de_la_Vila_\(Vilanova_i_la_Geltr%C3%B7_A\)](https://ca.wikipedia.org/wiki/Pla%C3%A7a_de_la_Vila_(Vilanova_i_la_Geltr%C3%B7_A))



1.2. La màquina enigma, per estudiar codificació i alhora treballar en material manipulable. Els estudiants varen construir un prototip de la màquina enigma

https://ca.wikipedia.org/wiki/M%C3%A0quina_Enigma

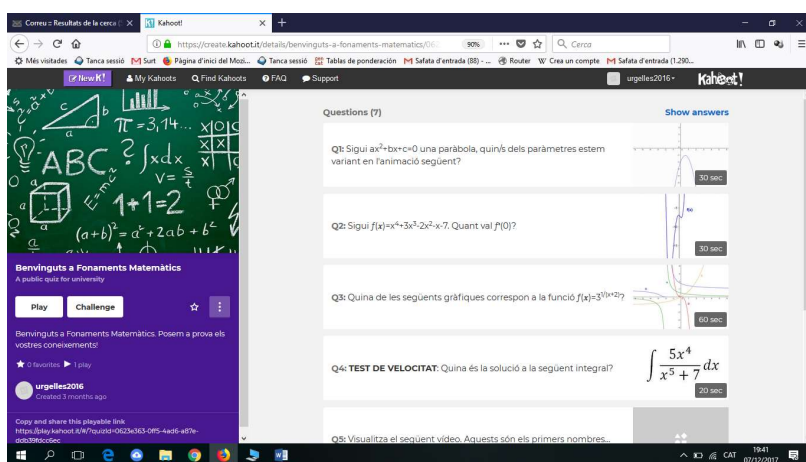


2. Ús de l'eina Kahoot. Introduir el Kahoot a l'aula. Principalment s'usa per avaluar el coneixement global de matemàtiques instrumentals i tradicionals. El Kahoot és una eina que permet al professor configurar un seguit de preguntes i els estudiants contesten a través dels smarphones mitjançant un codi que proporciona el propi

C2EM. Congrés Català d'Educació Matemàtica

Kahoot. Per crear-los, el professor ha d'anar a <https://create.kahoot.it/> i per respondre l'estudiant ha d'entrar a www.kahoot.it des del smartphone o tableta. Els avantatges d'aquesta eina pel professorat és el fet de que una proposta feta al kahoot es pot compartir amb d'altres professors/mestres; i també es pot visualitzar globalment el grau de coneixement assolit dels estudiants. L'eina és doncs, un indicador per revisar, repassar o tornar a explicar un concepte i que ens proporciona el grau de coneixement de les produccions estrictament matemàtiques. Per altra banda, els estudiants poden interactuar amb el mòbil i alhora esbrinar el grau de coneixement assolit.

A modus d'exemple



Aquest kahoot el pot aprofitar qualsevol docent usant l'enllaç

<https://play.kahoot.it/#/?quizId=0623e363-0ff5-4ad6-a87e-ddb39fdcc6ec>

3. Treball en projectes. (PBL) En aquest apartat els estudiants –fora de l'aula– realitzen algun problema proper a la matemàtica realista, des de l'inici del problema fins al final de l'activitat la durada està en funció de la dificultat, quantitat d'estudiants del grup i d'altres factors. Durant el temps que dura la resolució els estudiants presenten "Actes" de les reunions que han efectuat explicant les seves impressions i alhora un llistat de les dificultats trobades (que es resolen amb l'ajut del professor). Finalment alguns dels treballs son exposats i es debaten a classe. La persona o persones que presenten i exposen el treball son escollits pel professor en el mateix moment de l'exposició (d'aquesta manera tenim un indicador que mostra l'aspecte cognitiu de tot el grup). El format d'entrega del treball és un porfoli (una carpeta) que conté habitualment una memòria, una presentació i els fitxers en Geogebra o Excel utilitzats. Els projectes realitzats poden ser proposats pel professor o bé pels mateixos estudiants, sempre de mutu acord entre professor/alumne. En qualsevol de les maneres el treball és pautat pel professor que alhora en fa un seguiment regular.



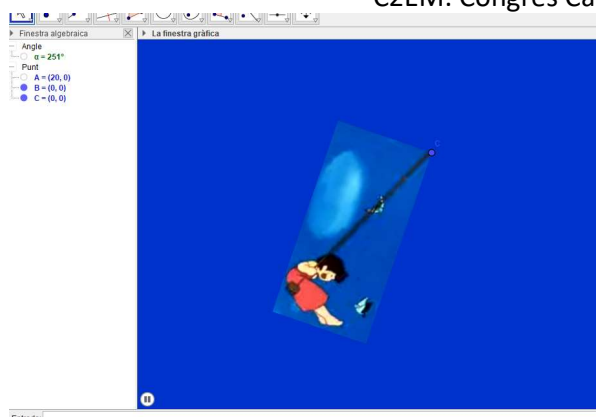
Alguns dels projectes :

3.1. Tractament d'imatges. En aquest treball els estudiants treballen un model matricial (com a taula de nombres) d'una imatge usant l'eina Octave, tot seguit construeixen la diferència de matrius com a model de la diferència entre dues imatges gairebé iguals. En la següent il·lustració es mostra una imatge i el seu model matricial associat:



170	170	180	181	186	189	191	186	179	172	164	152	98	56	57	53	50	55	50	44	45	41	41	45	46	47
168	175	177	177	188	194	187	186	179	169	161	153	93	59	55	49	50	49	47	43	44	46	44	45	43	40
169	171	182	183	190	194	192	187	172	171	158	136	90	62	53	55	52	48	49	42	45	48	43	40	43	41
175	175	185	192	195	194	193	187	174	172	164	150	87	55	52	51	48	47	48	47	46	42	40	43	43	43
176	181	185	189	191	192	195	190	178	174	165	145	85	54	48	47	46	48	49	49	42	45	41	42	43	43
170	180	189	194	197	197	196	189	181	174	164	146	73	53	50	48	46	45	45	50	46	46	43	41	43	43
182	186	192	197	200	201	198	190	184	184	176	156	74	46	48	45	45	39	41	42	43	44	42	40	41	43
182	189	195	200	209	217	215	205	190	185	142	116	79	49	45	43	43	42	46	47	43	42	41	41	39	44
183	187	200	211	216	223	140	54	28	15	11	7	12	13	23	38	49	48	46	46	45	41	40	38	40	43
191	191	220	214	143	43	9	5	7	7	8	6	8	7	7	12	23	33	44	43	44	42	42	40	42	43
196	227	190	45	5	6	7	9	8	7	6	7	4	9	7	6	7	11	24	47	37	39	41	44	43	41
215	182	25	4	8	8	9	7	9	8	7	4	4	7	8	6	8	9	19	33	38	40	42	45	41	
180	21	6	8	9	8	9	9	2	25	122	178	144	39	9	7	9	7	8	15	30	38	38	41	38	
63	2	8	8	7	9	8	4	22	142	203	179	163	126	50	8	6	8	7	9	6	16	33	38	39	41
11	8	9	8	8	8	6	31	141	183	187	181	168	167	112	35	9	8	8	7	9	8	14	31	40	40
5	9	8	8	7	8	9	117	172	169	187	182	163	188	131	85	21	7	7	7	6	8	18	37	37	
8	9	8	8	9	7	6	62	174	172	183	180	165	149	127	85	33	12	8	7	8	8	9	21	27	
10	7	9	8	8	7	7	12	134	181	181	174	160	153	128	88	41	26	8	8	7	7	7	8	27	
9	8	8	8	7	7	7	68	182	176	170	164	154	119	92	41	35	17	8	7	8	7	7	7	14	
9	9	7	8	8	7	7	21	152	176	168	160	151	126	87	41	39	29	8	6	7	7	8	7	8	
9	8	9	8	8	7	8	7	10	117	182	166	150	147	120	75	39	39	35	16	6	8	7	6	7	6
10	9	9	7	8	8	7	8	8	108	177	167	159	151	105	82	42	39	37	27	8	8	7	7	7	8
10	9	8	8	7	8	8	8	11	122	172	160	152	152	117	80	49	42	37	33	13	6	8	7	8	7
10	10	9	10	8	8	8	6	26	146	168	160	150	144	110	82	44	38	39	34	18	8	7	8	7	8
7	10	10	9	9	8	8	6	97	167	157	161	149	147	102	66	49	42	36	34	25	7	8	6	8	8
35	9	7	9	8	7	4	42	151	161	162	160	153	150	105	77	43	40	35	35	30	9	7	8	7	6
115	90	24	12	13	26	66	142	157	155	163	160	152	148	107	67	48	40	35	34	31	12	9	7	7	8
140	113	117	98	92	119	154	153	158	159	162	157	151	148	105	82	44	38	38	34	32	17	7	8	6	8
136	114	145	146	143	152	151	157	166	167	166	160	153	147	112	78	43	39	41	36	33	23	7	7	9	7
138	142	144	144	150	153	156	158	168	171	171	157	149	155	108	61	51	43	40	37	34	24	8	7	6	9
143	141	148	149	153	159	159	157	167	176	170	163	160	154	110	82	48	43	38	35	32	30	12	8	8	7
148	150	145	151	156	159	158	162	169	172	167	162	156	153	114	59	53	45	38	35	30	23	17	7	7	8
150	150	157	164	164	164	166	170	174	172	174	166	155	151	116	71	51	47	41	36	34	33	21	8	9	9
145	148	153	158	160	168	168	171	178	178	170	165	161	153	104	66	47	43	40	37	34	33	11	8	8	8
151	151	156	157	163	166	165	174	176	177	170	165	163	154	118	67	45	41	40	35	33	34	25	9	7	8
147	152	156	161	167	169	167	171	177	180	180	167	154	155	128	80	52	38	37	37	34	34	26	10	7	8
154	153	158	164	170	169	171	172	185	181	173	171	159	156	128	81	60	43	42	40	36	33	27	10	8	8
150	155	162	167	168	172	172	176	179	180	175	169	163	155	133	77	54	44	44	38	38	33	29	11	8	8
148	157	161	166	172	169	167	174	179	182	184	174	162	164	134	81	57	42	43	38	38	34	31	14	8	8
155	160	160	164	171	169	173	178	182	182	182	177	164	158	133	98	69	43	41	41	37	35	31	16	8	8
152	158	161	165	168	173	176	180	179	186	186	174	167	157	136	96	74	47	44	40	37	34	33	17	8	8

3.2.Els girs. Es fa un estudi “a ma” de la matriu d’un gir i després el mateix en Geogebra; aquest fet implica que els estudiants aprenen com realitzar girs en imatges més complexes que potser “a ma” seria molt complicat realitzar en un temps prudencial. També aprenen com fer animacions. La següent il·lustració mostra un exemple d’animació on apareix insertada la clàssica Heidi en moviment.



3.3. Altres projectes: Codificació, RSA, Taxi Geometria (Voronoi), vigilant Galeria Art, generació de contrasenyes, DVS per comprimir imatges, ... Per exemple, en codificació es treballa el codi Cèsar i s'implementa en Excel. A la imatge apareix el cas particular de desplaçament de tres dígits.

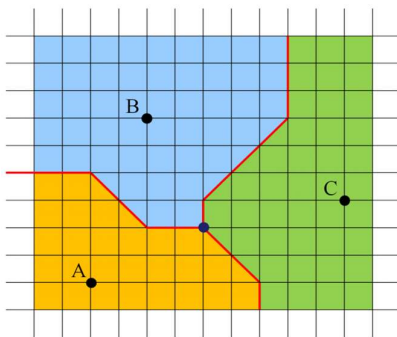
3.4.

CARÀCTER ORIGINAL		SUMA DE POSICIÓN		CARÀCTER CIFRADO
H		3		K
O	+	3	=	R
L		3		O
A		3		D

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A

En aquesta distribució, la paraula HAL es converteix en IBM, aquesta codificació és la usada en la pel·lícula 2001: Odissea Espacial en la qual l'ordinador que apareix en el film es denomina HAL que, com podem observar, en llenguatge xifrat és l'acrònim IBM .

Destaca també el projecte referent a la taxi distància amb diagrames de Voronoi. Es presenta la situació d'una ciutat dissenyada en forma de quadrícula amb tres centres assistencials A, B, C. Les institucions necessiten dividir la ciutat en tres zones de manera que una contingui a A, una altra a B i la restant a C per tal que els pacients de cada zona van a el centre més proper i que aquest estigui ubicat a la seva zona. Als punts A, B, C els anomenarem representants de cada zona.



A la imatge s'observa que cada punt de cada zona, el punt que té més proper és el representant de la zona a la qual pertany el punt. Un altre projecte realitzat és el clàssic de la "Galeria d'Art", és un problema bidimensional estudiat en Geometria Computacional. Sorgeix d'una situació de la vida real en què es tracta de vigilar una galeria d'art amb el mínim nombre de vigilants (càmeres) tals que en conjunt vigilin la totalitat de la galeria.



Un altre projecte és la implementació de les corbes de Bezier en disseny, i com a anècdota comentar les discussions entre Bezier i Casteljau.



3.4. Lliurament d'exercicis. Per complementar l'aprenentatge es demana als alumnes que lliurin alguns exercicis realitzats amb matemàtiques instrumentals per tal de valorar la capacitat d'ús de les eines tradicionals. Aquests fets enumerats provoquen un treball regular dels estudiants.

4. Twitter i Instagram. Son eines a l'abast de qualsevol usuari d'smarphones. Aquestes xarxes socials permeten interaccionar i potenciar el treball en grup i alhora valorar la capacitat de síntesi (en especial Twitter). Es pot proposar a l'estudiant que comparteixi a les xarxes una idea (no necessàriament provocativa) i que es generi un debat entre els usuaris. La tecnologia actual permet recollir i emmagatzemar el conjunts de tuits que parlen d'un tema concret amb una etiqueta (hashtag) comú. Instagram permet compartir també fotografies de temàtica comú i fins i tot es pot fer un recull d'imatges i un debat de temes afins.

Els projectes s'avaluaran usant criteris del tipus: 1. Disseny global: Recerca d'informació 2. Contingut matemàtic: Formulació, rigor del llenguatge, habilitat en la resolució, correcció en els resultats. 3. Claredat: Explicacions clares i precises. 4. Actitud matemàtica: esperit d'investigació, matematització de situacions. 5. Conclusions: Adequació als objectius.

4, Conclusions

Com a resultats d'aprenentatge destaca emfatitzar el caràcter formatiu de les matemàtiques argumentat bàsicament en els punts:

1. S'observa la relació entre la carrera estudiada i les diverses àrees de coneixement plasmades en la titulació: caràcter interdisciplinari i competencial degut a la contextualització dels continguts de matemàtiques.

2. Aprenentatge de tècniques rutinàries i algorismes clàssics: eines bàsiques de càlcul diferencial i àlgebra com a suport a altres matèries de l'especialitat: física, programació, xarxes, ...

3. Treballar situacions reals a partir de models matemàtics (modelització) gràcies a les tecnologies actuals, en particular Geogebra, Octave, Excel, ...
4. Treballar en grup i propiciar el debat en les presentacions: capacitat de síntesi en les memòries, parlar en públic, ... competències actualment necessàries en l'exercici de la professió.
5. Aprenentatge de tecnologies de segle XXI, potenciar el debat, publicar a Viquipèdia, adquirir sentit crític entre el que pot ser fals i el que pot ser veritable, a fer servir el Smartphone per realitzar alguna cosa més que enviar missatges i jugar utilitzant App 's d'interès i usar el Kahoot.

En síntesi: L'escenari actual ens convida a canvis metodològics dirigits a la millora, per tot això:

Només cal posar les ganes i la paciència que un canvi metodològic d'aquest tipus requereix; els emplaço a provar-ho, segur que els encantarà i els seus deixebles li ho agrairan.

5. Bibliografia

COMAP. 1998. Las matemáticas en la vida cotidiana. Addison-Wesley

Gómez Urgellés, JV. (2019). Euclides no vivió en Manhattan: Geometría urbana. Modelling in Science Education and Learning. 12(1):59-70. <http://hdl.handle.net/10251/118069>

Gómez Urgellés, J. La aritmética matricial como modelo del entorno cotidiano. "Modelling in science education and learning", 12 Març 2018, vol. 11, núm. 2, p. 19-28. <http://hdl.handle.net/2117/129204>