



Escola de Camins

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

CALIBRACIÓN DEL FACTOR DE SEGURIDAD DE UN MODELO RESISTENTE A CORTANTE PARA HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS.

Trabajo realizado por:
Magaly Poleth Quishpe Chimarro.

Dirigido por:
Jesús Miguel Bairán García.

Máster en:
Ingeniería Estructural y de la Construcción

Barcelona, octubre 2020

Departament d'Enginyeria de la Construcció - ETSECCPB

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

AGRADECIMIENTO

Primero doy gracias a Dios, por ser mi guía y guarda en todo momento; por haber puesto en todo momento a las personas adecuadas que supieron darme sus consejos y compañía en este periodo de estudio.

Un agradecimiento especial a mi tutor Jesús Bairán por su colaboración y paciencia en la redacción de esta tesis. Por todas las observaciones técnicas que fueron de gran ayuda en el desarrollo de este proyecto.

A todos los profesores de la Universidad Politécnica de Cataluña del Departamento de Ingeniería de la Construcción por todos los conocimientos que me brindaron durante el desarrollo de los cursos.

Finalmente, a las personas que siempre me han brindado su apoyo incondicional en todas las etapas de mi vida. A mis padres, Segundo y Fabiola, que con sus consejos y esfuerzos hacen que cada meta que me propongo sea más fácil de lograr. A mis hermanos Esteban, Daissy y Vanessa; que siempre están ahí para animarme y consolarme en los momentos en que pierdo mi camino.

RESUMEN

En los últimos años se ha producido un gran avance en el desarrollo de la investigación en el campo de los hormigones especiales, como es el caso del hormigón reforzado con fibra (HRF). Estas investigaciones han servido de base para una mejor comprensión del comportamiento de este material. A pesar del arduo trabajo de los investigadores, aún no se ha llegado a un consenso y solo se ha permitido recomendar ecuaciones constitutivas y modelos para el diseño de estructuras que se han publicado en códigos e instrucciones de diseño.

El objetivo de esta tesis es calibrar el factor de seguridad de un modelo resistente al cizallamiento para hormigón reforzado con fibra. Para cumplir con este objetivo se han propuesto tres etapas: definición del modelo resistente al corte, calibración del error del modelo, estudio de confiabilidad mediante simulación numérica y calibración del factor de seguridad para índices de confiabilidad objetivos.

La primera parte del estudio se centra en la definición de un modelo de resistencia al corte de hormigón reforzado con fibra. El modelo utilizado en este trabajo se basa en el método propuesto por (Coccia, Meda y Rinaldi, 2015), cuyo principio es la reducción del esfuerzo principal para la verificación del cortante. El método propuesto se desarrolla en un modelo plástico del comportamiento de tracción HRF y calcula el esfuerzo principal que permanece después de que se consume el cortante. La variación de este modelo se realiza porque no consideran el refuerzo longitudinal en el análisis. El método utilizado considerará el mismo procedimiento, pero con la inclusión de armadura longitudinal porque la base de datos son ensayos de vigas HRF con armadura longitudinal.

La segunda parte a tratar es la calibración del error del modelo comparando los resultados experimentales. Para lo cual se determina la influencia de cada una de las variables en el modelo de corte analizado; en este estudio se ha considerado una base de datos de 317 experimentos. Se analiza cada uno de los experimentos de vigas HRF con refuerzo longitudinal y se obtiene la expresión del error del modelo (λ). El error da como resultado la capacidad de prueba experimental (V_{uTEST}) dividida por la capacidad prevista del modelo (V_{uMODEL}).

Finalmente, el análisis de la confiabilidad de la estructura se realizará mediante simulación numérica, considerando la aleatoriedad de las variables de diseño, el error del modelo y el formato de seguridad tradicional de los Estados Límite. Este análisis de confiabilidad se realiza utilizando el método FORM y la base de datos de prueba a gran escala. El estudio concluye con la propuesta de un factor de seguridad para la resistencia de materiales (fibras) γ_{fR3k} para diferentes índices de confiabilidad objetivo (β).

SUMMARY

In recent years it has been a great advance in the development of research in the field of special concretes, as is the case of fibre reinforced concrete (FRC). These investigations have served as the basis for a better understanding of the behaviour of this material. Despite the hard work of the researchers, a consensus has not yet been reached and it has only been allowed to recommend constitutive equations and models for the design of structures that have been published in codes and design instructions.

The objective of this thesis is to calibrate the safety factor of a shear resistant model for fibre reinforced concrete. To meet this objective, three stages have been proposed: definition of the shear resistant model, calibration of the model error, reliability study through numerical simulation and calibration of the safety factor for objective reliability indices.

The first part of the study focuses on the definition of a fibre reinforced concrete shear strength model. The model used in this work is based on the method proposed by (Coccia, Meda and Rinaldi, 2015), whose main principle is the reduction of the principal stress capacity and stress for the verification of the shear. The proposed method is developed on a plastic model of the FRC tensile behaviour and calculates the principal stress that remains after the shear is consumed. The variation of this model is done because they do not consider the longitudinal reinforcement in the analysis. The method used will consider the same procedure, but with the inclusion of longitudinal reinforcement because the database is tests of HRF beams with longitudinal reinforcement.

The second part to address is the calibration of the model error by comparing the experimental results. For which the influence of each one of the variables in the analyzed shear model is determined; in this study, a database of 317 experiments has been considered. Each of the experiments of HRF beams with longitudinal reinforcement is analyzed and the expression of the model error (λ) is obtained. The error results in the experimental testability (V_{uTEST}) divided by the model predicted capacity (V_{uMODEL}).

Finally, the analysis of the reliability of the structure will be carried out using numerical simulation, considering the randomness of the design variables, the error of the model and the traditional security format of the Limit States. This reliability analysis is performed using the FORM method and the large-scale test database. The study concludes with the proposal of a safety factor for the resistance of materials (fibers) γ_{FR3k} for different target reliability indices (β).

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTO	i
RESUMEN	ii
SUMMARY	iii
ÍNDICE GENERAL	iv
ÍNDICE DE TABLAS.....	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Motivación.....	1
1.2 Objetivos.....	3
1.2.1 Objetivo general	3
1.2.2 Objetivo específico.	3
1.3 Estructura del documento.	3
2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO	5
2.1 Introducción	5
2.2 Hormigón reforzado con fibras (HRF).....	6
2.2.1 Aspectos generales.	6
2.2.2 Características mecánicas del HRF	11
2.2.3 Modelos constitutivos para el HRF en códigos	16
2.3 Resistencia a cortante.....	19
2.3.1 Modelos empíricos.....	20
2.3.2 Formulaciones de códigos.	23
2.4 Fiabilidad estructural a flexión para segmentos prefabricados de HRF de tuneles.....	25
2.4.1 Calibración	28
2.4.2 Calibración del factor de sesgo λ	30
3. MODELO DE CORTANTE ANALIZADO.....	34
3.1 Introducción	34
3.2 Modelo fib Code 2010	35
3.3 Modelo Coccia et al.....	36

3.4	Modificación del modelo.....	38
4.	EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODELO	41
4.1	Introducción	41
4.2	Definición de población de diseño	42
4.3	Evaluación de la población de diseño	44
4.4	Evaluación de parámetros.....	47
4.5	Evaluación cortante experimental/teórico.....	51
5.	ANÁLISIS DE FIABILIDAD	56
5.1	Introducción	56
5.2	Análisis de Fiabilidad	57
5.2.1	Estado límite.....	57
5.2.2	Probabilidad de falla	58
5.2.3	Índice de fiabilidad (β).....	59
5.2.4	Evaluación de fiabilidad	60
5.3	Calibración del factor de seguridad.....	63
5.3.1	Distribuciones de valores de variables.....	64
5.3.2	Variables aleatorias	64
5.3.3	Distribución de β	65
6.	CONCLUSIONES.....	67
6.1.1	Conclusión general.....	67
6.1.2	Conclusiones específicas.....	68
6.1.3	Líneas de investigación.....	69
	BIBLIOGRAFIA	70
	ANEJOS.....	77
	Anejo 1.....	77
	Anejo 2.....	91
	NOTACIONES Y SÍMBOLOS.....	93

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1 MODELOS CONSTITUTIVOS EN NORMATIVAS EUROPEAS (BLANCO <i>ET AL.</i> , 2013).	16
TABLA 2.2 MODELOS DE RESISTENCIA A CORTANTE PARA VIGAS DE HRF SIN REFUERZO TRANSVERSAL.....	20
TABLA 2.3 FORMULACIONES DE RESISTENCIA A CORTANTE PARA EL DISEÑO DE HRF.....	24
TABLA 2.4 VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. (CUGAT <i>ET AL.</i> , 2020)	30
TABLA 2.5 PROGRAMAS EXPERIMENTALES DE ENSAYOS DE FLEXIÓN A ESCALA REAL DE SEGMENTOS DE TÚNELES DE HRF. (CUGAT <i>ET AL.</i> , 2020).....	31
TABLA 2.6 $\gamma f R 3 k$ PARA CV 12% Y (B) EN DIFERENTES SITUACIONES EN 1990 Y (FIB MODEL CODE, 2010)	32
TABLA 4.1 RANGO DE VALORES DE DISTINTOS LOS PARÁMETROS DE LA BASE DE DATOS. ..	44
TABLA 4.2 CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA DEL ERROR PARA HRF CON ARMADURA CON $f_y=400\text{MPa}$	52
TABLA 5.1 VALORES MÍNIMOS RECOMENDADOS DE ÍNDICE DE FIABILIDAD (EN1990, 2002)	60
TABLA 5.2 RANGO DE VARIABLES EN EL CONJUNTO DE DISEÑO.	64
TABLA 5.3 VARIABLES ALEATORIAS UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS DE FIABILIDAD.	65
TABLA 5.4 VARIABLES ALEATORIAS UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS DE FIABILIDAD.	65

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1 ESQUEMA DEL DESEMPEÑO DE LAS FIBRAS EN UNA SECCIÓN FISURADA DE HORMIGÓN (CÁNOVAS, 1982)	7
FIGURA 2.2 TIPOS DE FIBRAS (BUTTIGNOL, SOUSA Y BITTENCOURT, 2017).....	7
FIGURA 2.3 EFECTO DEL TAMAÑO DEL ÁRIDO EN LA DISTRIBUCIÓN DE LAS FIBRAS DE 40 MM DE LONGITUD (HANNANT, 1987).....	8
FIGURA 2.4 COMBINACIÓN DE MICRO Y MACRO FIBRAS.....	8
FIGURA 2.5 DIVERSAS APLICACIONES DE HRF.....	11
FIGURA 2.6 CURVAS TENSIÓN DE TRACCIÓN-ALARGAMIENTO DE MORTEROS EN FUNCIÓN DE LA TRACCIÓN DIRECTA (ACI COMMITTEE 544, 1988)	12
FIGURA 2.7 CURVA CARGA-FLECHA A FLEXOTRACCIÓN PARA UN HRFA.	12
FIGURA 2.8 CURVA DE COMPRESIÓN SIMPLE DE HRFA CON DIFERENTES VOLÚMENES DE FIBRAS Y DIFERENTE ESBELTEZ DE PROBETA (ACHE, 2000)	13
FIGURA 2.9 DIAGRAMAS SIMPLIFICADOS $\sigma-w$. RÍGIDO PLÁSTICO Y LINEAL POST-FISURA (BLANCO <i>ET AL.</i> , 2013).....	19
FIGURA 2.11 VALORES DE FRK PARA EL ELEMENTO DE ESCALA REAL SEGÚN EL ENFOQUE PROPUESTO POR DAFSTB Y CAVALARO & AGUADO (CUGAT <i>ET AL.</i> , 2020)	28
FIGURA 2.12 RELACIÓN ENTRE $\beta-\gamma fR3k$ PARA SEGMENTOS DE TÚNEL FRC SOMETIDOS A FLEXIÓN EN ULS. (CUGAT <i>ET AL.</i> , 2020)	31
FIGURA 2.13 ÍNDICE DE CONFIABILIDAD FRENTE A FALLAS FRÁGILES EN ELEMENTOS RC DISEÑADOS CON REFUERZO MÍNIMO. (CUGAT <i>ET AL.</i> , 2020).....	33
FIGURA 3.1 RELACIÓN CONSTITUTIVA A LA TRACCIÓN DE MATERIALES FRC (FIB MODEL CODE, 2010)	35
FIGURA 3.2. MODELO SIMPLIFICADO PARA CALCULAR $fFtu$ SEGÚN SU COMPORTAMIENTO (FIB MODEL CODE, 2010)	36
FIGURA 3.2. EL CÍRCULO DE MOHR	37
FIGURA 3.2. RELACIONES CONSTITUTIVAS SIMPLIFICADAS DE HRF PARA EVALUAR LA CARGA ÚLTIMA (COCCIA, MEDA Y RINALDI, 2015)	38
FIGURA 3.2. RELACIONES CONSTITUTIVAS DEL MODELO ANAIZADO.	39
FIGURA 4.1 DISTRIBUCIÓN DE RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN $f_{c, cyl}$ EN LA BASE DE DATOS.....	45

FIGURA 4.2 DISTRIBUCIÓN DE RESISTENCIA A TRACCIÓN DE LAS FIBRAS f_t EN LA BASE DE DATOS.....	45
FIGURA 4.3 DISTRIBUCIÓN RELACIÓN DE CUANTÍA DE ACERO A TRACCIÓN ρ EN LA BASE DE DATOS.....	46
FIGURA 4.4 DISTRIBUCIÓN FRACCIÓN DE VOLUMEN DE FIBRA V_f EN LA BASE DE DATOS. ..	46
FIGURA 4.5 DISTRIBUCIÓN DE LA PROFUNDIDAD EFECTIVA d DE LAS VIGAS EN LA BASE DE DATOS.....	47
FIGURA 4.6 DISTRIBUCIÓN DE LA RELACIÓN LUZ DE CORTE Y LA PROFUNDIDAD ad EN LA BASE DE DATOS.....	47
FIGURA 4.7 RELACIÓN ENTRE CORTANTE NORMALIZADO Y CUANTÍA DE ACERO A TRACCIÓN ρ	48
FIGURA 4.8 RELACIÓN ENTRE CORTANTE NORMALIZADO Y VOLUMEN DE FIBRA V_f	48
FIGURA 4.9 RELACIÓN ENTRE CORTANTE NORMALIZADO Y PROFUNDIDAD EFECTIVA d	49
FIGURA 4.10 RELACIÓN ENTRE CORTANTE NORMALIZADO Y LUZ DE CORTE - PROFUNDIDAD ad	49
FIGURA 4.11 RELACIÓN ENTRE CORTANTE NORMALIZADO Y RELACIÓN ENTRE LONGITUD Y DIÁMETRO DE LAS FIBRAS.....	50
FIGURA 4.12 RELACIÓN ENTRE CORTANTE NORMALIZADO Y TAMAÑO MÁXIMO DE AGREGADO D_A	50
FIGURA 4.13 COMPARACIÓN ENTRE CAPACIDAD DE CORTANTE EXPERIMENTAL Y TEÓRICO.....	52
FIGURA 4.14 CORRELACIÓN V_uMODEL Y LAS VARIABLES DE FIBRAS.....	53
FIGURA 4.15 CORRELACIÓN V_uMODEL Y CUANTÍA DE ARMADURA.....	53
FIGURA 4.16 CORRELACIÓN V_uMODEL Y PROFUNDIDAD EFECTIVA d	53
FIGURA 4.17 CORRELACIÓN V_uMODEL Y LUZ DE CORTE - PROFUNDIDAD ad	54
FIGURA 4.18 CORRELACIÓN V_uMODEL Y RELACIÓN LONGITUD-DIÁMETRO DE LAS FIBRAS.....	54
FIGURA 4.19 CORRELACIÓN V_uMODEL Y TAMAÑO MÁXIMO DE AGREGADO D_A	54
FIGURA 5.1 REPRESENTACIÓN DE LA FUNCIÓN DE FALLA. (BAIRÁN, 2020).....	58
FIGURA 5.2 REPRESENTACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLA. (FABER Y SØRENSEN, 2002)	59
FIGURA 5.3 REPRESENTACIÓN DEL ÍNDICE DE FIABILIDAD. (BAIRÁN, 2020)	59
FIGURA 5.4 ALGORITMO ITERATIVO UTILIZADO POR FORM PARA ENCONTRAR B (FABER Y SØRENSEN, 2002)	61
FIGURA 5.2 RELACIÓN $\beta - \gamma f R 3k$ PARA VIGAS DE HRF	66

1. INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN.

Dado que el hormigón reforzado con fibras HRF es una de las innovaciones más relevantes en el campo del hormigón, su invención no es reciente. El uso de fibras en el hormigón se registra desde 1900 con el uso de fibras de asbesto, su alto riesgo para la salud impulsa el desarrollo de nuevos tipos de fibras. Graham, 1911 utiliza el hormigón convencional con fibras para incrementar su resistencia y estabilidad. Posteriormente Martin G., 1927 en California patenta la adición de alambres de acero rizado en el hormigón para tuberías. Sin embargo, en los años de 1960 comienzan a desarrollarse numerosas investigaciones teóricas en el que destaca la aportación de (Romualdi y Batson, 1963) y (Romualdi y Mandel, 1964). Hoy en día, todavía existen algunas áreas en las que se requieren investigación en el tema hormigón reforzado con fibras.

El hormigón es un material con alta durabilidad y elevada resistencia, pero presenta una resistencia a tracción baja, motivo por lo cual se adiciona otros materiales como es el caso del acero. Se han formulado diversas incorporaciones a la matriz para mejorar sus características, entre ellas las fibras. Estas fibras son distribuidas de forma discreta y aleatoria en la matriz, las fibras modifican el comportamiento no lineal del hormigón estructural, principalmente en tracción, impidiendo la abertura y propagación de fisuras. Por lo tanto, aumentan la resistencia residual debido al efecto puente que se genera con el material. La pérdida de adherencia y arrancamiento de las fibras funciona por mecanismos donde se disipa una mayor energía conduciendo al aumento de la tenacidad y un mayor control de la fisuración.

Actualmente el hormigón reforzado con fibras se emplea principalmente en pavimentos, forjados, elementos prefabricados, elementos que requieren refuerzo, recrido de secciones y una serie de estructuras especiales. Ha pasado de tener un uso no estructural como es el caso para controlar la fisuración producida retracción, el incremento de la resistencia al fuego, impacto y abrasión. A considerarse en el cálculo de respuesta de la sección y permitir la sustitución de parte de la armadura pasiva; especialmente en regiones D que presenta alta densidad de armadura que dificulte el correcto hormigonado del elemento. Las fibras generan un refuerzo tridimensional (mini-redes) a diferencia del refuerzo pasivo que realiza un refuerzo bidimensional.

El interés en los últimos años en HRF en los diversos campos de aplicación ha promulgado la publicación de códigos y normas que contemplan de manera general el cálculo de diseño estructural de este material. El uso de fibras de acero como material de refuerzo del hormigón ocurrió en Europa tras la publicación de los códigos y recomendaciones de diseño (di Prisco, Plizzari y Vandewalle, 2009), Entre las normativas que se publicaron en algunos países hasta el día de hoy tenemos: DBV (Alemania, 2001), RILEM TC 162 - TDF (2003), CNT-DT 204 (Italia 2006), EHE-08 (España 2008), Código Modelo 2010 (2010). Las investigaciones relacionadas a la resistencia a cortante de las fibras se han desarrollado en estos últimos años. Inicialmente se tomaron modelos empíricos con un factor de calibración consideraba en el aporte a resistencia; las fibras presentaban una contribución independiente; últimamente se considera al hormigón y fibras de manera simultánea.

Las normas consideran la seguridad en Estado Límite dependiendo del modelo de carga con sus coeficientes parciales de seguridad. El coeficiente de seguridad propuesto para esfuerzos de flexión como para compresión son los mismos. La incertidumbre en la repartición y orientación de fibras en la matriz representa una importante variabilidad de la resistencia residual a flexotracción, lo que conduce a una reducción en el valor del índice de fiabilidad estructural (β) en relación al establecido para hormigón convencional en las normas y códigos, incrementando el nivel de inseguridad. Además, hay estudios que revelan como la dispersión real en estado residual del hormigón reforzado con fibras disminuye drásticamente al incrementarse las dimensiones de la superficie fisurada del

elemento (di Prisco, Plizzari y Vandewalle, 2009); la variabilidad y los valores característicos en probetas a pequeñas escalas no pueden ser representativos a la escala real. Esto obligaría a dimensionar con cuantías elevadas de fibras, penalizando al material en comparación con el armado convencional.

1.2 OBJETIVOS.

1.2.1 Objetivo general

El objetivo general de este trabajo de investigación será realizar un análisis de fiabilidad estructural para poder calibrar el coeficiente parcial de seguridad de HRF para elementos tipo viga sometidos a esfuerzos de cortante, apoyándonos en literatura de autores que han investigado elementos con HRF.

1.2.2 Objetivo específico.

En respaldo a lo objetivo general planteado en este trabajo se plantean los objetivos específicos para cada tema trazado:

- Realizar una la revisión literaria de investigaciones y normativas referentes al comportamiento y diseño a cortante de elementos de hormigón reforzados con fibras sin armadura transversal.
- Analizar los datos extraídos de las diversas campañas experimentales utilizadas para la caracterización del comportamiento de HRF, tanto sus modelos, bases teóricas y resultados.
- Realizar el análisis de fiabilidad estructural se elementos tipo viga para HRF sometidos a esfuerzos a compresión, para establecer su fiabilidad
- Proponer un coeficiente parcial de seguridad para la resistencia al corte para elementos sin refuerzo transversal, basándose en una calibración de la confiabilidad.

1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.

El documento recopila todo el trabajo realizado en esta tesis de máster; se estructura en seis capítulos de forma que se llegue a solventar los objetivos planteados anteriormente. A continuación, se muestran una breve descripción del tema que trata cada capítulo.

Capítulo 1, aborda la motivación por que se propone de manera inteligible esta investigación, mediante el planteamiento del problema. Explica de forma concisa la situación actual considerando las aportaciones más relevantes del tema; seguidamente se formulan el objetivo principal y sus respectivos objetivos específicos formulados para el trabajo.

Capítulo 2, contiene el estado del conocimiento, se hace una exploración de la literatura del hormigón reforzado con fibras con el fin de contextualizar los temas más relevantes en las áreas de interés de la tesis. En este contexto se describe las características, ensayos, aplicaciones, método de cálculo a flexión y cortante. Finalmente se hace una referencia al cálculo la fiabilidad a flexión de piezas de túneles.

Capítulo 3, explica el modelo de resistencia a cortante analizado de acuerdo al Código FIB 2010, que limita el esfuerzo de tracción principal en estado límite último. Se incluye la descripción de una introducción, metodología y modelo estudiado que se empleará en el capítulo 5.

Capítulo 4, inicia con una breve introducción, seguidamente se detalla la evaluación experimental del modelo, se analiza la base de datos, la distribución adoptadas. Luego se presenta la distribución experimental/teórico y se compara con una distribución log-normal, para justificar el uso de variable aleatorias.

Capítulo 5, describe el procedimiento para el análisis de fiabilidad estructural para HRF para vigas de acuerdo al método FORM. A continuación, se permite realizar la calibración del coeficiente parcial de seguridad para la resistencia al corte para elementos sin refuerzo transversal.

Capítulo 6, contiene las conclusiones de trabajo realizado en base a los objetivos general y específicos planteados inicialmente. Finalmente se plantea posibles líneas de investigación que pueden dar continuidad a esta tesis.

2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

2.1 INTRODUCCIÓN

El uso de hormigón en las construcciones es una de las opciones más usadas por costo de manipulación y fabricación. Este material resiste favorablemente la presencia de esfuerzos de compresión, mientras que es débil para soportar los esfuerzos de tracción, para lo cual ha sido necesario agregar elementos que ayuden a mejorar sus propiedades. Así creando los hormigones especiales como el hormigón reforzado con fibras. Este tipo de hormigón incorpora en la matriz a las fibras de manera aleatoria y discreta para mejorar sus características. Las fibras conceden ciertas propiedades al hormigón, en estado fresco como endurecido. Una de ellas es poder controlar la fisuración del material a tracción; la fisuración debido a la adherencia dada entre la fibra y la matriz; el incremento de la adherencia se debe mejorar la interfase fibra-matriz modificando la superficie de las fibras.

Mejorar el diseño de HRF es importante para impulsar el uso de este material. varias investigaciones se han realizado en esta línea, pero aún existe vacíos en la caracterización, leyes constitutivas, optimización del diseño y eficiencia en el control de calidad (Di Prisco, Colombo y Dozio, 2013). Respondiendo a esta necesidad se realizará la revisión del estado general del conocimiento del HRF, se recaba información en breves rasgo de las propiedades de los materiales, caracterización del comportamiento, aplicaciones, métodos de cálculo a flexión y cortante. Asimismo, se realizará la revisión de conceptos básicos en el análisis de fiabilidad estructural.

2.2 HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS (HRF).

2.2.1 Aspectos generales.

El constante avance de las nuevas técnicas de cálculo y diseño en la industria de la construcción ha generado la invención nuevos materiales. De este modo la tecnología del hormigón ha desarrollado materiales especiales que mejoran su características y comportamiento. En el campo de los hormigones especiales se presenta al hormigón reforzado con fibras; compone un hormigón que contiene en su matriz fibras cortas y discretas distribuidas de forma aleatoria y homogénea (EHE-08, 2011). Las fibras son elementos que presenta longitud corta y sección pequeña que incorporadas al hormigón le proporciona propiedades específicas, tanto en el estado plástico como en el estado endurecido.

Para que las fibras trabajen de forma efectiva es recomendable que presenten una resistencia a tracción alta y la adherencia debe ser mayor o igual a la resistencia a tracción de la matriz (Naaman, 2003). Además, el módulo de elasticidad de las fibras debe ser mínimo tres veces mayor a la matriz de hormigón y los coeficientes de Poisson y dilatación térmica semejante a la matriz. Una parte importante del rendimiento del hormigón reforzado con fibras según (Abrishambaf, Pimentel y Nunes, 2017) depende de la orientación de las fibras, con fibras alineadas paralelas al flujo de tensión que mejora las propiedades mecánicas.

Al adicionar fibras cambia el comportamiento no lineal del hormigón estructural, debido a que se limita propagación y abertura de fisuras (Figura 2.1). Al instante de fisurar el hormigón, las fibras aumentan la resistencia residual debido al efecto puente que se genera con la matriz. Una mayor cantidad de energía se disipa cuando ocurre la pérdida de adherencia y arrancamiento de las fibras, lo cual genera un aumento de la tenacidad y genera mayor control de la fisuración. Una rotura frágil en el elemento se crea cuando hay ausencia de deslizamiento (Pujadas, 2013). Las fibras generan un refuerzo tridimensional (mini-redes) a diferencia de la armadura pasiva que es un reforzamiento bidimensional, disminuyendo la fisuración del hormigón.

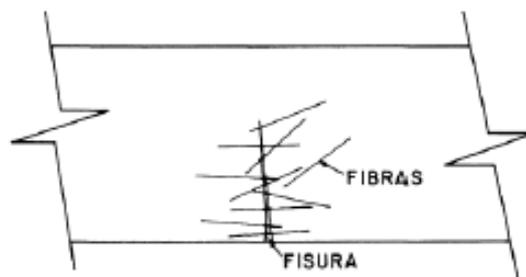


Figura 2.1 Esquema del desempeño de las fibras en la sección fisurada (Cánovas, 1982)

La efectividad de la transmisión de tensiones y acción reforzante de las fibras está ligado a su naturaleza, orientación, cuantía, geometrías y dimensión. Las fibras pueden clasificarse según su naturaleza en fibras de acero, poliméricas e inorgánicas, Figura 2.2.



Figura 2.2 Tipos de fibras (Buttignol, Sousa y Bittencourt, 2017).

A continuación, se resume los principales HRF y sus características de acuerdo al tipo de fibras que se incorpora en su matriz:

- Hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA). Las fibras acero según su materia prima ser de acero al carbono, acero inoxidable o revestimientos de zinc. Se caracterizan por presentar diversas formas geométricas, pueden ser rectas, onduladas, moldeadas en los extremos en diferentes formas, etc. La sección de puede ser circular, cuadrada, rectangular, triangular, irregular, etc. El diámetro puede estar comprendido entre 0,25 a 1,00mm, su longitud entre 25 a 75mm y la proporción habitual de adición es de 1,5% en volumen $\approx 120 \text{ kg/m}^3$. Las normas UNE- EN 14889-1:2008 y ASTM A820/A820M-06 se encargan de las especificaciones, clasificación y definiciones de las fibras de acero. Las fibras de acero se subclasifican en trefiladas (Tipo I), cortadas en láminas (Tipo II), extraídas por rascado en caliente (Tipo III) y otras con por ejemplo fibras de acero fundido (Tipo VI). (EHE-08, 2011) Al agregar las fibras de acero a la matriz, se recomendable incorporar mayor cantidad de finos, así se reduce el riesgo de segregación, incremento de cohesión y ayuda a la movilidad de las fibras; debido a que su movilidad depende del tamaño y cantidad del árido grueso (Figura 2.3). Al utilizar una alta cantidad de fibras cortas se incrementa la resistencia a

tracción y ductilidad del material. Según (Rossi, 2000), se puede mejorar la resistencia y capacidad de ductilidad de la estructura adicional a lo antes mencionado al añadir una cantidad menor de fibras largas.

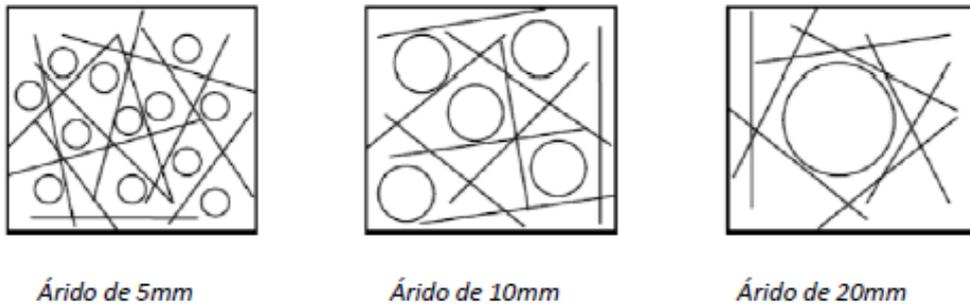


Figura 2.3 Efecto del tamaño del árido en la distribución de las fibras (Hannant, 1987).

- Hormigón reforzado con fibras de polipropileno HRFP. Son fibras plásticas o poliméricas (polipropileno, polietileno de alta densidad, aramida, alcohol de polivinilo, acrílico, nylon, poliéster) se extruyen y a continuación se cortan (EHE-08, 2011). Son más económicas en comparación con las otras fibras, son estables en medios alcalinos, presenta una superficie hidrófoba que evita la absorción del agua en el mezclado y fraguado, su longitud varía entre 25 a 75mm. Presenta desventajas como la disminución de adherencia con la matriz, el bajo módulo de elasticidad y la necesidad de adicionar antioxidante y un estabilizador a luz ultravioleta para evitar la degradación por luz, calor y oxígeno. Se subclasifican según el proceso de fabricación en monofilamentos extruidos (Tipo I) y láminas fibriladas (Tipo II). (EHE-08, 2011) Por las dimensiones suelen ser micro-fibras de diámetros menores a 30mm, que ayudan a mejora las propiedades no estructurales y las macro-fibras de diámetro mayor o igual a 30mm, mejoran las propiedades estructurales. La mezcla de micro y macro fibras ayuda a mejorar la resistencia a tracción del hormigón y el comportamiento post-pico, ver (Figura 2.4).

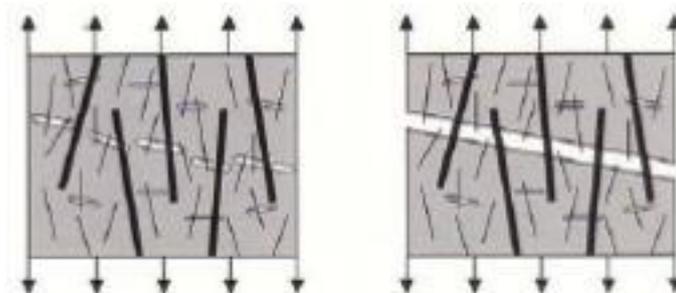


Figura 2.4 Combinación de micro y macro fibras

- Hormigón reforzado con fibras inorgánicas de vidrio HRFV. Inicia su uso en Rusia en la década de 1940, para disminuir el espesor de las piezas de hormigón y sustituir el refuerzo de acero. Se limita a ser utilizado cuando se pueda garantizar

que el elemento estructural llevará un comportamiento de deterioro adecuado al estar en un medio alcalino durante su vida útil. Su longitud está comprendida entre 25 a 50mm, el porcentaje de fibras varía entre 0.25% y 2% en peso de los materiales secos, además podrán ser cubiertas con una capa protectora de material epoxidico, para reducir la compatibilidad con el hidróxido. Por lo general se utiliza en el nivel 3-5% en la fabricación de productos prefabricados resistente a los álcalis. El HRF y sus elementos constitutivos cumplirán las normas y códigos CTE, NBE-CA-88, UNE 1169 y 1170, BS 6432.

En la década de los 70 en España comienza a utilizar el HRF, actualmente ha pasado de tener un uso no estructural a ser considerada en el cálculo de respuesta y permitir la sustitución de parte de la armadura pasiva; especialmente en regiones “D” que presentan alta densidad de armadura que obstaculice el correcto hormigonado.

Entre sus principales aplicaciones del hormigón reforzado con fibras están, ver (Figura 2.5):

- Túneles: hormigón proyectado reforzado con fibras es utilizado en el revestimiento primario; siendo su función proporcionar la ventilación natural, garantizar la regularidad geométrica de la sección y ayudar a la impermeabilización. Revestimiento final su función será la resistencia al fuego en el hormigón, las microfibras de polipropileno reducen significativamente el fenómeno de “spalling” en el hormigón durante un incendio.
- Pavimentos industriales, portuarios, aeroportuarios y aplicaciones especiales: ayuda a presentar una resistencia continua en todas las direcciones para acciones a las que estará expuesta, esta propiedad puede ser aprovechada en el diseño a flexión, como en retracción y temperatura. La incorporación de fibras induce a cambiar su conducta de frágil a dúctil. Ofrece la posibilidad de aumentar la distancia entre las juntas de control entre un 30% hasta un 100% de lo originalmente previsto. La resistencia residual y la ductilidad proporcionada permitirán a losas de gran tamaño alcanzar niveles de carga próximos a las losas pequeñas. (Blanco *et al.*, 2014)
- Prefabricados: el refuerzo con fibras permite industrializar el proceso (simplificar el proceso de producción reduciendo trabajo y costos) y mejora las características y durabilidad del producto:
 - Tuberías de presión de hormigón: la supresión de una parte o en su totalidad de armadura convencional que se encuentran bajo presión. Los sistemas de turbocompresión y turbovibración ayudan a que las fibras se posicionarse en una orientación favorable en la matriz. La alternativa mixta fibra – armadura acarrea una disminución de los tiempos de ejecución y un mejor control del ancho de fisura, ya sea por fenómenos

diferidos del hormigón (retracción) o por acciones directas (acción del terreno y otras sobrecargas). Todo ello favorece a la estrategia de durabilidad (de la Fuente, Aguado y Molins, 2008).

- Dovelas para anillos de revestimiento de túneles excavados TMB: mejoran el comportamiento mecánico de la dovela presentando mayor tenacidad, resistencia al fuego, resistencia a la fatiga y respuesta frente a impactos y cargas concentradas que pueden ocurrir en situaciones previas a la colocación de las dovelas y durante su colocación así como en la situación final de servicio (esfuerzos de compresión en el contacto entre juntas) (de la Fuente, Pujadas, *et al.*, 2012b).
- Vigas pe-tensadas: el comportamiento a cortante de las vigas reforzadas con fibras de acero es similar a las reforzadas con acero transversal tradicional, el mínimo exigido por el Eurocódigo 2. La abertura de las fisuras fue menor en comparación de viga con armadura convencional.
- Paneles: tienen una gran ventaja al utilizar fibras de acero en el hormigón, debido a que se produce un mayor control de las fisuras durante el proceso de fabricación que son provocadas por las cargas dinámicas. Además, tienen una mayor durabilidad, resistencia a la abrasión y entre otras características.
- Durmientes de los rieles de ferrocarriles en donde el problema principal son las cargas cíclicas, las fibras tienen la función complementaria del refuerzo principal, aportan ductilidad y limitan el fenómeno de fisuración.
- Otros: en los casos donde cuando los esfuerzos mecánicos de los elementos están expuestos y el refuerzo realizará funciones secundarias de control de fisuras, el incremento de resistencia sea al impacto o abrasión. También, proporcionará una mejora de la resistencia ante variaciones térmicas, entre otros. Este tipo de elementos tiene la característica que puede realizarse la sustitución total del acero tradicional por fibras. Se utiliza principalmente en la construcción de paneles de fachada y tabiques que requiera ser resistentes al fuego; mobiliario urbano, encofrados y reparaciones arquitectónicas.



Figura 2.5 Diversas aplicaciones de HRF.

2.2.2 Características mecánicas del HRF

La caracterización del material se obtiene mediante los ensayos directos e indirectos normalizados. La respuesta del elemento de hormigón reforzado con fibra se determina por la aportación tanto de forma conjunta como individual de cada uno de sus materiales, esto dependerá de la fase de rotura.

2.2.2.1 Resistencia a tracción.

En HRF el diagrama tensión-deformación a tracción directa, en comparación del hormigón en la fase de pre-fisura la respuesta es rigidizada perceptiblemente por las fibras; esto genera el efecto de cosido entre los dos labios de la fisura otorgando un incremento a la capacidad de resistencia residual post-fisura (Figura 2.6). El efecto mencionado anteriormente se considera como el comportamiento mecánico del hormigón más importante. Esta resistencia afecta a otras propiedades mecánicas como la adherencia de la armadura, resistencia al cizallamiento, fatiga, etc. (Massicotte y Bischoff, 2000) Aumentar el volumen de fibras provoca valores de tensión más altos, la matriz solo debe hacerse con partículas finas; provocando una disminución en el módulo de deformación.

Se debe asegurar que las medidas establecidas para incrementar la tensión de adherencia de las fibras en el hormigón, procure un mecanismo de rotación del hormigón por arrancamiento de las fibras y no debido a su rotura. Añadiendo el 1,5% de fibras en

el volumen en hormigón o mortero, se incrementa la resistencia a la tracción directa un 30-40% (ACI Committee 544, 1988) ver la Figura 2.6

Además, la tenacidad del hormigón reforzado con fibras de acero mejora debido a la energía disipada por el rozamiento entre la fibra-matriz, las fibras inclinadas ancladas en ambos lados de las grietas. (ACI Committee 544, 1988).

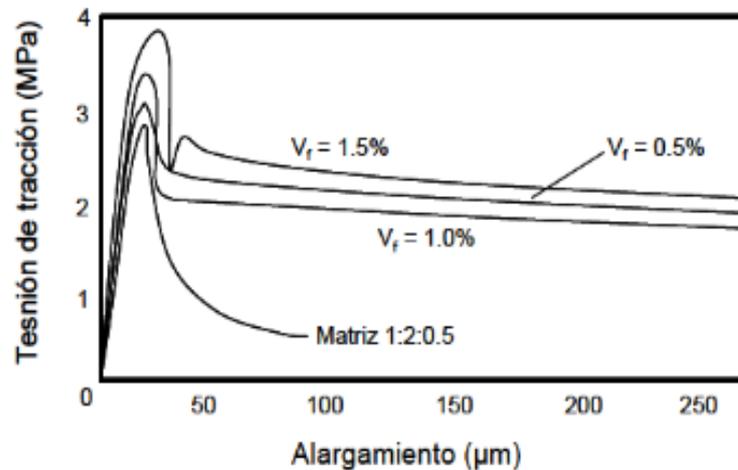


Figura 2.6 Curvas tensión de tracción-alargamiento de morteros en función de la tracción directa (ACI Committee 544, 1988)

2.2.2.2 Resistencia a flexión.

La resistencia a la flexión en comparación con la resistencia de compresión y tracción reporta un incremento al agregar fibras de acero al hormigón. Esto se produce gracias al comportamiento dúctil del HRFA en la zona de fisuración por tracción, desarrollando resistencias residuales (Figura 2.7) (Maidl, 1995)

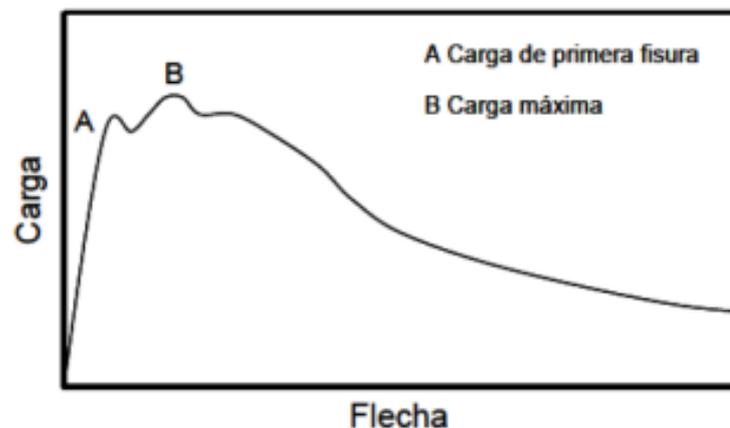


Figura 2.7 Curva carga-flecha a flexotracción para un HRFA.

Los ensayos de flexotracción en HRFA se realizan sobre probetas prismáticas para determina:

- **Resistencia a primera fisura:** depende de la matriz, del contenido de fibras, tamaño y la forma de éstas; para su mejora es más fácil realizar la modificación de las características de la matriz que de las fibras (Li, Srang y Krenchel, 1993).
- **Resistencia a rotura:** depende del volumen de fibras y de la esbeltez de éstas, la adición de este material puede ayudar a incrementarlo hasta 100% respecto de la resistencia de la matriz; siempre que se utilicen fibras de extremos conformados.
- **Resistencia residual** a la tracción por flexión f_R , es la tensión que se tiene en el fondo de la entalla a una cierta deformación.

2.2.2.3 Resistencia a compresión.

Según la investigación de (Maidl, 1995) al realizar la adición de fibras la resistencia a compresión no efectúa un incremento de la misma como material compuesto. Sin embargo, la energía de fractura absorbida y la capacidad de deformación aumentan con la adición de fibras (König y Kützing, 1999). La figura 2.8 muestra el incremento de compresión en función de cómo varia el contenido de fibras; absorbió la energía de fractura y la capacidad de deformación utilizada gracias a la adición de fibras.

En hormigones jóvenes (menor de 28 días); la capacidad de conservar la carga máxima de compresión aumenta significativamente cuando se incorpora las fibras, de igual manera que un hormigón tradicional a medida que este envejece esta se reduce y la capacidad de absorción de energía y ductilidad se concentran principalmente en la región post fisura. En probetas de menor tamaño las fibras se posicionan de mejor manera otorgándoles una mayor resistencia a la compresión. El efecto se vuelve mucho más notable en fibra de mayor longitud. (ACI 544.3R-08, 2008). Las muestras más delgadas resisten tensiones significativamente mayores, pero tienen respuestas menos dúctiles a la compresión.

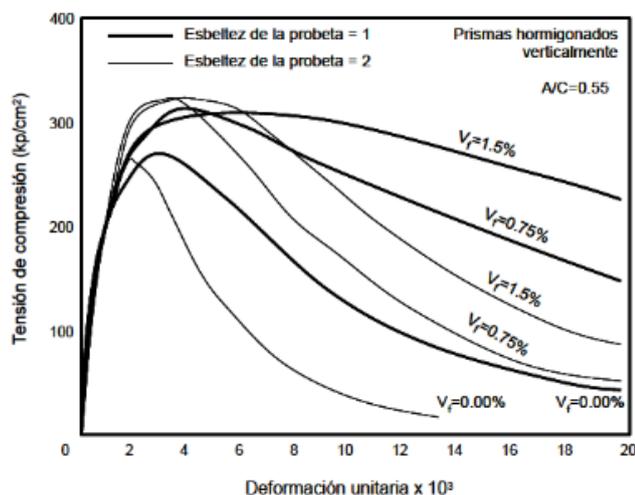


Figura 2.8 Curva de compresión simple de HRFA con diferentes volúmenes de fibras y diferente esbeltez de probeta (ACHE, 2000)

2.2.2.4 Resistència al impacte.

Se caracteriza por presentar una resistencia a los impactos por absorción de energía la resistencia del hormigón en masa, esto puede ser de 3 a 10 veces (ACI 544.4R-88, 2009). Además, el HRFA tiene una menor tendencia a desfragmentarse y desprenderse; debido a la sensibilidad de la matriz, resistencia de las fibras al desgarro y deformación.

2.2.2.5 Tenacidad.

El área bajo la curva carga-deflexión se denomina como tenacidad, esta curva se obtiene del ensayo de flexión que describe las condiciones de carga a la que fue sometido el elemento, por lo general suele tener variadas aplicaciones prácticas. La curva depende de las dimensiones del elemento, el punto de aplicación de la carga, los criterios de control del ensayo (carga, deflexión, apertura de fisuras, etc.) y la carga de velocidad.

La tenacidad se evalúa a través de la deflexión máxima establecida o con índices de tenacidad, en función de diferentes valores de los múltiplos de la deflexión en la primera fisura. El índice de tenacidad depende del contenido de fibra, el tipo y la esbeltez de las fibras, a diferencia que la matriz de hormigón presenta una aportación casi nula; los índices reflejan principalmente el incremento de tenacidad proporcionado por las fibras y no a ningún otro mecanismo, como una mayor resistencia a la primera fisura (ACI 544.4R-88, 2009).

2.2.2.6 Cortante y torsión.

Las fibras de acero en el hormón generalmente emplean resistencias a la tracción, al corte y a la torsión, promueven un agrietamiento más distribuido y aumentan la capacidad de carga de corte final. El uso de sistemas combinados en la armadura tanto las fibras y como los estribos para cortante, proporciona un incremento de la ductilidad entre el 0% al 15% en los hormigones ordinarios y de alta resistencia; esta comparativa se la realiza con vigas que presenta solo estribos. De igual manera la resistencia a cortante también depende de varias propiedades como son las de la matriz, de la fibra, el contenido de fibra y la relación entre la tensión de unión y el deslizamiento de la respuesta de la fibra.

2.2.2.7 Módulo de Deformación

El módulo de deformación para HRFA con contenido normal de menor al 1% en no presenta cambios significativos en comparación con los hormigones tradicionales. El módulo de deformación de las fibras por lo general se usa el mismo de la matriz o se

determina su valor mediante el uso de fórmulas que relacionan la resistencia a la compresión con el módulo de deformación.

2.2.2.8 *Punzonamiento.*

Cuando se utilizan volúmenes de fibra mayor al 0,5%, los elementos experimentan roturas por punzonamiento más graduales y dúctiles. Esto genera el un aumento considerable de las fisuras antes del agotamiento y de la resistencia después del agrietamiento. Este comportamiento además del contenido de fibra también considera esbeltez, resistencia, capacidad de adherencia de las fibras. La adición de este elemento ha generado un aumento de hasta el 42% de la resistencia a la rotura por punzonamiento permiten aumentar la resistencia. (ACI 544.4R-88, 2009).

2.2.2.9 *Adherencia Fibra-Matriz.*

La adhesión fibra-matriz es la característica que rige el comportamiento del hormigón reforzado con fibras después del agrietamiento, las fibras se encargan de unir o cosen las grietas para así retrasar el fenómeno de agotamiento del material al volverlo más dúctil. La absorción de energía se produce cuando se propicia el arrancamiento o rotura de las fibras. La adherencia puede incrementarse con el uso de fibras delgadas con extremos conformados.

2.2.2.10 *Adherencia HRF-Armadura*

Las fibras cumplen el papel de confinar al hormigón debido a que proporcionan una resistencia extra frente a la dilatación, estas incrementan la resistencia del hormigón en su etapa inicial y cuando se produce la propagación tanto de la fisura principal y microfisuras internas. Esto mantiene la integridad del hormigón en un entorno próximo de las armaduras después de alcanzar la tensión máxima de adherencia.

En consecuencia, se incrementa la capacidad de adherencia de las armaduras pasivas y proporciona una menor pérdida de la capacidad de respuesta después de alcanzar la tensión máxima. Es decir, un comportamiento más dúctil y con menor tendencia a agotar el hormigón. Las fibras se adhieren con más facilidad si las barras son corrugadas y si menor es su diámetro, además si las barras son hormigonadas verticalmente (por la orientación favorable de las fibras).

2.2.2.11 *Durabilidad.*

Uno de los aspectos más relevantes a considerar en la durabilidad de estructuras de hormigón es la corrosión de la armadura. Si un elemento de HRF no presenta fisuras, la corrosión solo se limitada a las fibras localizadas en la superficie, este efecto se limita a propagarse máximo unos 2 mm. Cabe mencionar que las fibras presentan una buena

resistencia a la corrosión en elementos no fisurados, aun cuando los elementos expuestos a agua de mar (ACI 544.4R-88, 2009).

Al recubrir a las fibras con zinc estas generan un efecto positivo ante las acciones de corrosión, de igual manera también en lo estético y comportamiento mecánico. En referencia a la carbonatación que se ve expuesta el hormigón dependerá de la profundidad de penetración y no estará ligado a la presencia de las fibras. El uso de fibras para reforzar el hormigón para resistir los efectos de los ciclos hielo-deshielo en ambientes severos no sustituye la inclusión de aire.

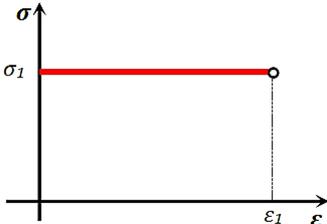
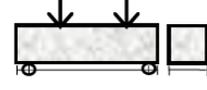
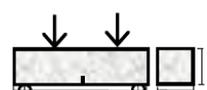
2.2.3 Modelos constitutivos para el HRF en códigos

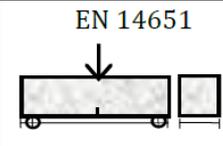
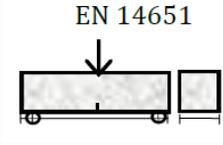
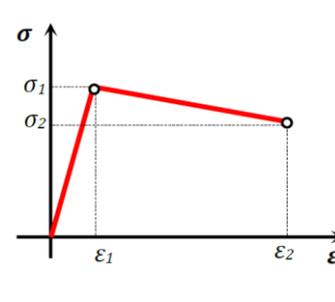
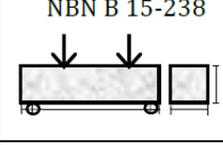
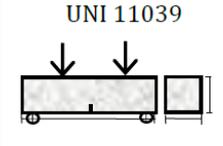
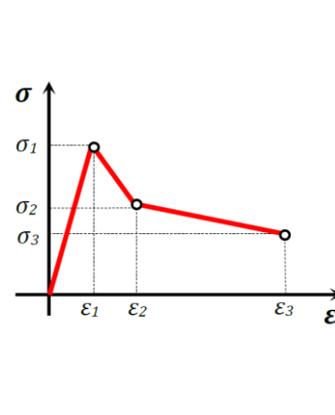
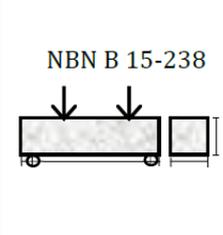
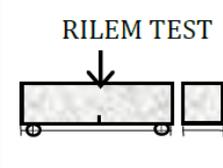
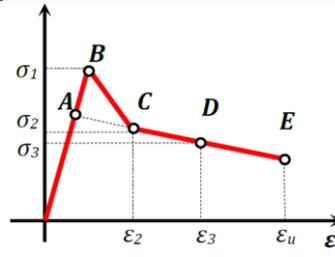
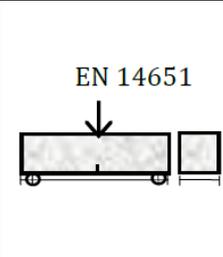
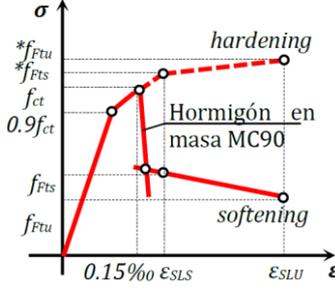
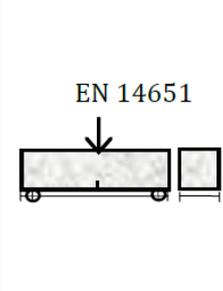
Un modelo constitutivo de HRF es difícil que describa adecuadamente el comportamiento con solo el uso de un diagrama simple, los modelos reflejan el comportamiento fenomenológico del material. Hoy en día para definir la ecuación constitutiva todavía no se dispone de un método estándar (diagrama esfuerzo-deformación) obtenidos a través de la experimentación, solo se existen modelos definidos en normativas.

Las ecuaciones están basadas en modelos discretos, ecuaciones fueron definidas en análisis directos debido a que cada uno de sus parámetros fue obtenido experimentalmente. En general de códigos proponen relaciones tensión-deformación (σ - ϵ), sin embargo la norma italiana (CNR-DT) y el Model Code 2010 proporcionan adicionalmente el modelo en términos de tensión-apertura de fisura (σ - ω o σ -CMOD) (Guillamón, 2013).

A continuación, en la tabla 2.1. se realiza un breve resumen de los modelos constitutivos de resistencia a flexotracción formulados en normativas europeas, agrupados según el tipo de diagrama con sus respectivos parámetros y una representación esquemática del ensayo requerido. Según su publicación cronológica se tiene a la norma alemana (DBV, 2001), RILEM (RILEM-TC162-TDF, 2003), la norma italiana (CNR-DT 204, 2006), la norma española (EHE, 2008) y el Model Code (MC 2010).

Tabla 2.1 Modelos constitutivos en normativas (Blanco *et al.*, 2013).

Diagrama	Parámetros	Caracterización	
	$\sigma_1 = f_{eq,ctd,II} = f_{eq,ctk,II} \cdot \alpha_c^f \cdot \alpha_{sys} / \gamma_{cf}^f \leq f_{eq,ctd,I}$ $\alpha_{sys}: \text{coeficiente por efecto tamaño}$ $\alpha_c^f: \text{coeficiente de comportamiento diferido}$ $\epsilon_1 = \epsilon_u = 10\text{‰}$	NBN B 15-238 	DBV
	$\sigma_1 = f_{Ftu} = \frac{f_{eq2}}{3}$ $\epsilon_1 = \epsilon_u = \begin{cases} 20\text{‰ softening} \\ 10\text{‰ hardening} \end{cases}$	UNI 11039 	CNR-DT 204

	$\sigma_1 = f_{ctRd} = 0.33f_{R,3,d}$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_u = \begin{cases} 20\text{‰ flexión} \\ 10\text{‰ tracción} \end{cases}$		EHE
	$\sigma_1 = f_{FTu} = \frac{f_{R3}}{3}$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_u = \begin{cases} 20\text{‰ softening} \\ 10\text{‰ hardening} \end{cases}$		MC
	$\sigma_1 = f_{eq,ctd,I} = f_{eq,ctk,I} \cdot \alpha_c^f \cdot \alpha_{sys} / \gamma_{cf}$ $\sigma_2 = f_{eq,ctd,II} = f_{eq,ctk,II} \cdot \alpha_c^f \cdot \alpha_{sys} / \gamma_{cf} \leq f_{eq,ctd,I}$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_u = 10\text{‰}$		DBV
	$\sigma_1 = f_{FTS} = 0.45f_{eq1}$ $\sigma_2 = f_{FTu} = k[f_{FTS} - (w_u/w_{i2})(f_{FTS} \cdot 0.5f_{eq2} + 0.2f_{eq1})]$ $k = \begin{cases} 0.7 \text{ tracción} \\ 1.0 \text{ otros casos} \end{cases}$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_u = \begin{cases} 20\text{‰ softening} \\ 10\text{‰ hardening} \end{cases}$		CNR-DT 204
	$\sigma_1 = ff_{ctd} = \alpha_c \cdot f_{ctk,fl} / \gamma_{ct}$ $\sigma_2 = f_{eq,ctd,I} = f_{eq,ctk,I} \cdot \alpha_c \cdot \alpha_{sys} / \gamma_{ctf}$ $\sigma_3 = f_{eq,ctd,II}$ $\sigma_3 = f_{eq,ctd,II} = f_{eq,ctk,II} \cdot \alpha_c \cdot \alpha_{sys} / \gamma_{ctf} \leq f_{eq,ctd,I}$ $\varepsilon_1 = \sigma_1 / E_{HRF};$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + 0.1\text{‰};$ $\varepsilon_3 = \varepsilon_u = 10\text{‰}$		DBV
	$\sigma_1 = 0.7 f_{cm,fl} (1.6-d);$ $\sigma_2 = 0.45 \cdot kh \cdot f_{R,1};$ $\sigma_3 = 0.37 \cdot kh \cdot f_{R,4}$ $\varepsilon_1 = \sigma_1 / E_{HRF};$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + 0.1\text{‰};$ $\varepsilon_3 = \varepsilon_u = 25\text{‰}$		RILEM
	$\sigma_1 = f_{ct,d} = 0.6 f_{ct,fl,d}$ $\sigma_2 = f_{ctR1,d} = 0.45f_{R,1,d}$ $\sigma_3 = f_{ctR3,d} = k_1(0.5f_{R,3,d} - 0.2f_{R,1,d})$ $\varepsilon_2 = 0.1 + 1000 \cdot f_{ct,d} / E_{c,0}$ $\varepsilon_3 = 2.5/l_{cs}$ <p>l_{cs}: longitud característica</p> $\varepsilon_u = \begin{cases} 20\text{‰ flexión} \\ 10\text{‰ tracción pura} \end{cases}$		EHE
	$f_{cm} = 0.30(f_{ck})^{2/3}$ $f_{FTS} = 0.45f_{R1}$ $f_{FTu} = k[f_{FTS} - (w_u/CMOD_3)(f_{FTS} - 0.5f_{R3} + 0.2f_{R1})]$ $\varepsilon_{SLS} = CMOD_1 / l_{cs}$ $\varepsilon_{SLU} = w_u/l_{cs} = \min(\varepsilon_{Fu}, 2.5/l_{cs} = 2.5/\gamma)$ $\varepsilon_{Fu} = \begin{cases} 20\text{‰ softening} \\ 10\text{‰ hardening} \end{cases}$		MC

El modelo multilinear del EHE, el trilineal de la DBV o el propuesto por RILEM, definen de forma más precisa el comportamiento fenomenológico del HRF, debido a que le otorga una mayor responsabilidad estructural al material. Estos modelos se encargan de definir el comportamiento elástico-lineal hasta la fisuración y también el efecto pico.

Estos modelos multilineales son utilizados por lo general cuando se requiere un diseño no lineal o en el caso que sea propicio que las deformaciones fueren muy pequeñas en ELS.

El modelo rectangular o bilineal de la EHE y DBV, o los planteados por la CNR-DT 204, son más sencillos y rápida aplicación para el cálculo en ELU. También estos modelos no presenta la fase elástica-lineal previa a la fisuración, por los cual el proceso de carga ocurre desde el origen con la rigidez fisurada a diferencia del comportamiento de los modelos multilineales o trilineales.

EHE: señala que en estos modelos no es necesario realizar la comprobación del agotamiento por compresión oblicua en el alma cuando no existe armadura de cortante en el elemento, siendo necesario que se proceda al cálculo V_{cu} (esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma) para definir el cortante. Cuando se considera el comportamiento post fisuramiento del hormigón reforzado con fibras y no se especifica el tipo de fibra estructural utilizada, también se utiliza el V_{cu} . Este modelo constitutivo tiene como base los diagramas esfuerzo deformación ($\sigma-\varepsilon$).

Fib Model Code (2010): propuso dos modelos diferentes para la caracterización del comportamiento de HRF, considerando algunos lineamientos de la normativa italiana en el comportamiento rígido-plástico y el comportamiento lineal post-fisura, esquematizados en la figura 2.9, donde se visualiza el comportamiento de endurecimiento y reblandecimiento en los diagramas constitutivos $\sigma-w$. f_{Fts} representa la resistencia residual en servicio (post-fisura). f_{Ftu} es la resistencia última residual asociada con la abertura de fisura en ELU. w_u , es la máxima abertura aceptada para el diseño estructural. En el modelo rígido-plástico, w_u es igual a 2.5 mm, mientras que en el modelo lineal-elástico dependerá de la ductilidad requerida, pero bajo ninguna circunstancia será mayor a 2.5 mm. Los materiales pueden tener deformación por endurecimiento o reblandecimiento.

Se considera deformación por endurecimiento cuando tiende a realizar un comportamiento de endurecido en tensión hasta llegar a la deformación última ε_{Fu} , de lo contrario se considerado con deformación por reblandecimiento. El diagrama $\sigma-\varepsilon$ para materiales con deformación por reblandecimiento, está definido por la identificación de la amplitud de la fisura y la longitud característica (lcs) del elemento estructural. La deformación se expresa como $\varepsilon=w/lcs$. En los materiales con deformación por endurecimiento, lcs no es necesaria y el diagrama $\sigma-\varepsilon$ está definido asumiendo una deformación última (ε_{Fu}) del 2% para distribuciones variables de deformación en toda la sección y del 1% para distribuciones uniformes de deformación a tracción a lo largo de toda la sección.

Esta normativa recomienda el ensayo UNE-EN 14651:2007 para determinar el comportamiento a tracción y señala el que no se debe usar ensayos de tracción uniaxial para mezclas de hormigón, debido a la dificultad de ejecución e interpretación de los

resultados. Además, recomienda el uso de un factor de orientación (k) para el diseño, este factor tiene valor igual a 1 cuando se asume una distribución de fibras isotropa (uniformidad en todas las direcciones), mientras que debe ser mayor o menor a 1 si los efectos favorables o desfavorables son verificados experimentalmente.

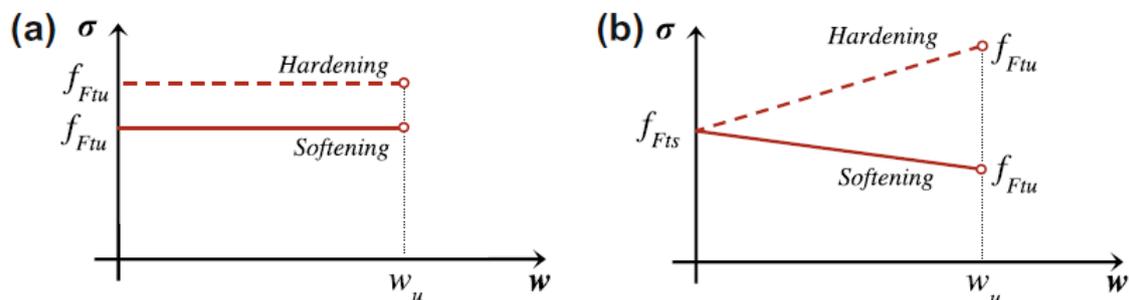


Figura 2.9 Diagramas simplificados σ - w . a) Rígido plástico y b) lineal post-fisura (Blanco *et al.*, 2013)

2.3 RESISTENCIA A CORTANTE

La resistencia a cortante en elementos de hormigón reforzado ha tenido varias teorías a lo largo del tiempo, pero hasta hoy en día todavía no se llega a una teoría que incluya todas las variables que influyen en la resistencia a cortante. Mörsh en 1902 con un modelo simple de sistema de armadura (el concreto a compresión y barras a tensión) expresó al esfuerzo cortante máximo como $\tau = \frac{V}{b_w \cdot z}$. Kani en 1964 propuso en su modelo de “Dientes”, asumiendo en las zonas de compresión como en voladizos empotrados y estos se encontraban cargados por el cortante que generaba la armadura longitudinal. Posteriormente a este sistema introdujo el efecto tamaño para demostrar que el aumentar el canto de la viga la resistencia a cortante tiende a disminuir. Luego surgió el modelo de bielas y tirantes que sustituían la estructura de forma total o parcial en barras plana articuladas.

Zsutty en 1971, introdujo la influencia de la resistencia característica del hormigón, cuantía de armadura longitudinal y toma en cuenta el efecto tamaño. Se exponen varios modelos mecánicos de fractura, de los que se destacan: Modelo de la Fisura Crítica, (Hillerborg, Modéer y Petersson, 1976), y el Modelo de la fisuración de bandas (Bažant y Oh, 1983). Otros modelos basados en la Teoría Modificada del Campo de Compresiones (MCFT), tratan de hallar la carga última que debe soportar el elemento antes de que falle al idealizar su comportamiento. Al fallar a cortante, la fisura que antes era por flexión se convierte en la fisura por cortante. Al aumentar la carga aparece una segunda rama que tiende a unir el punto de aplicación de carga con la fisura principal produciendo así la falla.

En 1976, en el informe del ASCE-ACI Comité 426, presentó cuatro mecanismos de resistencia a cortante: cortante resistida en la zona de compresión no fisurada, fuerzas de fricción, efecto pasador y efecto arco. En 1998 se presentó un quinto

mecanismo denominado tensiones residuales de tracción entre fisuras. Estas acciones de resistencia a cortante se desarrollan únicamente en hormigón reforzado con armadura tradicional.

Para considerar la adición de fibras de acero en el cálculo de resistencia a cortante del hormigón, se han desarrollado modelos empíricos y mecánicos, como el modelo Compression Chord Capacity Model. Este modelo establece que el cortante total de un elemento sin refuerzo transversal será la suma de resistencias tanto del concreto como de las fibras.

2.3.1 MODELOS EMPÍRICOS

Al hablar de hormigón reforzado con fibras, la mayoría de modelos analíticos y mecánicos consideran a las fibras como elemento incorporado en la matriz del hormigón, este principio se lo utiliza en el cálculo de la resistencia a cortante debido a que influye en su comportamiento y resistencia de una forma directa ([fib Model Code, 2010](#)).

En estos últimos tiempos se ha visto un mayor interés en la publicación e investigación de modelos empíricos que ayudan al cálculo de cortante en elementos formados de hormigón armado reforzado con fibras sin armadura transversal. Actualmente no existe un consenso en las ecuaciones a utilizar debido a la variabilidad de modelos constitutivos adaptados a fibras de acero. A continuación en la Tabla 2.2 se citan algunas de las ecuaciones empíricas compiladas en los trabajos de investigación presentados por ([de Lima et al., 2014](#)) y ([Lantsoght, 2019](#)).

Tabla 2.2 Formulación de los modelos empíricos de resistencia a cortante de HRF

Autor	Modelo
R. Narayan Swamy R. Jones y Andy T.P. Chiam	$V_{tot} = V_w + V_c$ $V_w = 0.9 \cdot \sigma_{cu} \cdot b_w \cdot d$ $V_c = 3.75 \cdot \tau_r \cdot b_w \cdot d$ $\sigma_{cu} = 0.41 \cdot \tau \cdot \frac{I_f}{d_f} \cdot V_f \quad \text{Para } I_f < I_c$ $\sigma_{cu} = 0.41 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{fu}}{4\tau} \cdot \frac{d_f}{I_f}\right) \cdot \sigma_{tu} \cdot V_f \quad \text{Para } I_f > I_c$
(Swamy, 1985)	$v_u = 0.517 + 0.283 \cdot \sigma_{cu}$ <p>Donde $\sigma_{tu} = \sigma_{cu}$ = resistencia a flexión del hormigón</p>
(Sharma, 1986)	$V_u = \left(\frac{2}{3} \cdot 0.8 \sqrt{f'_c} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.25}\right) b_w d$ $\tau_{cf} = k \cdot f_{ct} \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^{0.25}$ <p> $k = 1$ si f_{ct} es obtenida por ensayo directo de tensión; $k = 2/3$ si f_{ct} es obtenida por ensayo indirecto de tensión; $k = 4/9$ si f_{ct} es obtenida usando el módulo de rotura </p>

<p>(Mansur, Ong y Paramasivam, 1986)</p>	$V_u = V_c + \sigma_{tu} b_w d$ $V_c = \left(0.16 \sqrt{f_c} + 17.2 \frac{\rho V_d}{M} \right) b_w d < 0.29 \sqrt{f_c} \cdot b_w d$ $\sigma_{tu} = 3.2 \eta_o \eta_l F \tau \quad \text{con} \quad \tau = 2.58 \text{MPa}$ $\eta_l = 1 - \frac{\tanh\left(\beta \frac{l_f}{2}\right)}{\beta \frac{l_f}{2}}$ $\beta = \sqrt{\frac{2\pi G_m}{E_f A_f \ln\left(\frac{S}{r_f}\right)}}$ $S = 25 \sqrt{\frac{d_f}{V_f l_f}}$ $\tau_{cf} = \left(0.16 \sqrt{f_c} + 17.2 \frac{\rho_{sl} V_d}{M} \right) + 0.41 \left(\tau_{bf} V_f \frac{l_f}{D_f} \right)$
<p>Kaushik et al. (1987)</p>	$V_f = 0.24 \cdot U \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{(\rho_f \cdot l_f)}$ <p>Donde U = tensión última de interface de unión matriz-fibra</p>
<p>(Narayanan y Darwish, 1987)</p>	$\tau_{cf} = e \left[0.24 f_{ct, ep} + 80 \rho_{sl} \frac{d}{a} \right] + v_b$ $f_{ct, ep} = f_{sp} = \frac{f_{cuf}}{20 - \sqrt{F}} + 0.7 + 1.0 \sqrt{F}$ $v_b = 0.41 \tau_{bf} F$ $e = 1 \quad \text{si} \quad \frac{a}{d} > 2.8$ $e = 2.8 \frac{d}{a} \quad \text{si} \quad \frac{a}{d} \leq 2.8$
<p>(Al-Ta'an y Al-Feel, 1990)</p>	$v_{uc} = \left(10 \rho_f c \frac{d}{a_s} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \frac{a_s}{d} > 2.5$ $v_{uc} = (160 \rho_f c)^{1/3} \cdot \left(\frac{d}{a_s} \right)^{4/3} \quad \frac{a_s}{d} \leq 2.5$ $v_{uf} = \sigma_{cu} \frac{h-c}{d} = 0.5 \tau \cdot v_f \cdot \frac{l_f}{D_f} \cdot \frac{h-c}{d}$ $v_u = v_{uc} + v_{uf}$ $\sigma_{tu} = \sigma_{cu}$
<p>Modificación Ec. ACI (Ashour, Hasanain y Wafa, 1992)</p>	$\tau_{cf} = \left[(0.7 \cdot \sqrt{f_c} + 7 \cdot F) \frac{d}{a} + 17.2 \cdot \rho \cdot \frac{d}{a} \right] \cdot b_w d$
<p>Modificación Ec. Zsutty (Ashour, Hasanain y Wafa, 1992)</p>	<p>Para $\frac{a}{d} > 2.5$</p> $\tau_{cf} = V_u = \left[(2.11 \cdot \sqrt[3]{f_c} + 7F) \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} \right] \cdot b_w d$ <p>Para $\frac{a}{d} < 2.5$</p> $\tau_{cf} = V_u = \left[(2.11 \cdot \sqrt[3]{f_c} + 7F) \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} \cdot \frac{2.5d}{a} + v_b \cdot \left(2.5 - \frac{a}{d} \right) \right] \cdot b_w d$
<p>Saluja et al. (1992)</p>	$V_u = [0.504 \sqrt{f_c} + (176 \cdot p_w \cdot d) / (M/V) + \sigma_{tu}] \cdot b d$ <p>Donde f_c = resistencia a la compresión del cilindro de PC p_w = relación de área si la tensión del acero de sistema. σ_{tu} = resistencia última de tracción de las fibras</p>

(Li, Ward y Hamza, 1992)	$\tau_{cf} = 1.25 + 4.68 \left[\left(f_{ct,cf} f_{ct,sp} \right)^{3/4} \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} d^{-1/3} \right]$ <p>si $\frac{a}{d} \geq 2.5$</p>
(Swamy, Jones y Chiam, 1993)	$\tau_{cf} = 0.41 \tau_{bf} V_f \frac{L_f}{D_f} \quad \text{con} \quad \tau_{bf} = 4.04 \text{ MPa}$
(Shin, Oh y Ghosh, 1994)	<p>Para $\frac{a}{d} < 3$</p> $\tau_{cf} = 0.22 \cdot f_{ct,sp} + 217 \cdot \rho_{sl} \cdot \frac{d}{a} + 0.34 \cdot \tau_{bf} F$ <p>Para $\frac{a}{d} \geq 3$</p> $\tau_{cf} = 0.19 \cdot f_{ct,sp} + 93 \cdot \rho_{sl} \cdot \frac{d}{a} + 0.34 \cdot \tau_{bf} F$
(Vandewalle y Mortelmans, 1994)	$\tau_{cf} = 0.7 \zeta^3 \sqrt{\rho} \left[f_c^{0.44} (1 + F^{0.33}) + 870 \sqrt{\frac{\rho_{sl}}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right]$ <p>Con $\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}}$</p>
(Imam, Vandewalle y Mortelmans, 1995)	$\tau_{cf} = \left(0.6 \psi^3 \sqrt{\psi} \left[f_c^{0.44} + 275 \sqrt{\frac{\omega}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right] \right) b_w d$ <p>Con $\psi = \frac{1 + \sqrt{\frac{5.08}{d_a}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}}$ $\omega = \rho(1 + 4F)$</p>
(Khuntia, Stojadinovic y Goel, 1999)	$V_u = \left((0.167 + 0.25F) \sqrt{f_c} \right) b_w d$
(Oh et al., 1999)	$\tau_{cf} = 0.5 \tau_{bf} V_f \frac{L_f}{D_f}$
(Padmarajaiah y Ramaswamy, 2001)	$\tau_{cf} = \zeta \left[e \left\{ 0.32 \left(\frac{\sqrt{f_{cu}}}{3} + 1.918 \frac{L_f}{D_f} V_f \right) + 75 \rho_{sl} \frac{d}{a} \right\} + \bar{g} 0.645 \tau_{bf} F \right]$ <p>Con $\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}}$</p> <p>$e = 1$ para $\frac{a}{d} > 2.8$ $e = 2.8 \frac{d}{a}$ para $\frac{a}{d}$ entre 1.0 y 2.8 $e = 1.5$ para $\frac{a}{d} \leq 1$ $\bar{g} = 1$ para $\frac{a}{d} > 2.8$ $\bar{g} = 1.3$ para $\frac{a}{d} \leq 2.8$</p>
(Kwak et al., 2002)	$\tau_{cf} = \left(3.7 e f_{sp,fc}^{2/3} \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} + 0.8 v_b \right) b_w d$ $f_{sp,fc} = \frac{f_{cu}}{20 - \sqrt{F}} + 0.7 + 1.0 \sqrt{F}$ <p>$e = 1$ para $\frac{a}{d} > 3.4$ $e = 3.4 \frac{d}{a}$ para $\frac{a}{d} \leq 3.4$</p>
Hanai et al. (2008)	$\tau_{cf} = \frac{0.325 \cdot (0.15V + 0.51f_c) \cdot \sqrt{f_c} \cdot bd}{10}$

(Greenough y Nehdi, 2008)	$V_u = \left(0.35 \left(1 + \sqrt{\frac{400}{d}} \right) (f_c')^{0.18} \left((1 + F) \rho \frac{d}{a} \right)^{0.4} + 0.9 \eta_o \tau F \right) b_w d$
(Dinh, Parra-Montesinos y Wight, 2011)	$v_{uf} = \zeta \left[0.97 \rho_s^{0.46} f_c'^{1/2} + 0.2 \rho_s^{0.91} f_c'^{0.38} f_{yl}^{0.96} \left(\frac{a}{d} \right)^{-2.33} \right] + 1.75 I_b \rho_{st} f_{yst} + 0.5 \tau \frac{L_f}{D_f} V_f \cdot \cot \alpha$
(Yakoub, 2011)	<p>para $\frac{a}{d} \leq 2.5$</p> $V_u = \left(0.83 \xi^3 \sqrt{\rho} \left(\sqrt{f_c'} + 249.28 \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d} \right)^5}} + 0.405 \frac{L_f}{d_f} V_f R_g \frac{d}{a} \sqrt{f_c'} \right) \right) b_w d$ <p>para $\frac{a}{d} > 2.5$</p> $V_u = \left(0.83 \xi^3 \sqrt{\rho} \left(\sqrt{f_c'} + 249.28 \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d} \right)^5}} + 0.162 \frac{L_f}{d_f} V_f R_g \sqrt{f_c'} \right) \right) b_w d$ $\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a}{25d_a}}}$
(Slater, Moni y Alam, 2012)	$\tau_{cf} = 1 + \frac{9}{100} f_c + \frac{3}{2} f_c \rho_{sl} - 7.4 \times 10^{-4} f_c \frac{L_f}{D_f} - 136 \rho_{sl} \frac{a}{d} + \frac{11}{5} \rho_{sl} \frac{L_f}{D_f} + 2F$ <p>para $\frac{a}{d} < 3$ y $f_c > 50 MPa$</p>
(Arslan, 2014)	$V_u = \left(0.2 (f_c')^{2/3} \frac{c}{d} + \sqrt{\rho(1 + 4F) f_c'} \cdot \sqrt[3]{\frac{3d}{a}} \right) b_w d$ $\left(\frac{c}{d} \right)^2 + \left(\frac{600\rho}{f_c'} \right) \frac{c}{d} - \frac{600\rho}{f_c'} = 0$
(Sarveghadi et al., 2019)	$V_u = \left[\rho + \frac{\rho}{v_b} + \frac{d}{a} \left(\frac{\rho f_t' (\rho + 2) \left(f_t' \frac{a}{d} - \frac{3}{v_b} \right) d}{a} + f_t' \right) + v_b \right] b_w d$ $f_t' = 0.79 \sqrt{f_c'}$ $v_b = 0.41 \tau F$ <p>Con: $\tau = 4.15 MPa$</p>

La mayoría de las ecuaciones describe las propiedades de la fibra de acero con el factor de fibra F indicada en la ecuación 2.1; métrica utilizada para definir las propiedades de las fibras.

$$F = \frac{L_f}{D_f} V_f \rho_f \quad (2.1)$$

2.3.2 FORMULACIONES DE CÓDIGOS.

Dado que los modelos mecánicos disponibles en la literatura tienen inconvenientes, los códigos actuales se basan en modelos empíricos. A continuación,

Tabla 2.3 realiza una recopilación de las fórmulas de códigos usadas para calcular la resistencia a cortante de elementos con HRF.

Tabla 2.3 Formulaciones de resistencia a cortante para el diseño de HRF

Norma	Formulación resistencia a cortante
DBV-Merkblatt Stahlfaserbeton (DAfStB, 2012)	$V_{Rd,ct}^f = V_{Rd,c} + V_{Rd,cf}$ <p>Donde:</p> $V_{Rd,c} = \left[\frac{C_{Rd,c}}{\gamma_c} k(100\rho f_{ck})^{1/3} \right] b_w d > V_{Rd,c,min}$ $V_{Rd,cf} = \frac{\alpha_c^f \cdot f_{ctR,u}^f \cdot b_w h}{\gamma_{ct}^f}$ $f_{ctR,u}^f = k_F^f k_G^f 0.37 f_{ctk,L2}^f$ $k_F^f = 1.0 + 0.5 A_{ct}^f \leq 1.7$ $A_{ct}^f = b_w * \min(d, 1.5)$ $\rho = \frac{As}{bd} \leq 0.02$ $C_{Rd,c} = 0.15$ $\alpha_c^f = 0.85$
(RILEM TC 162- TDF, 2003)	$V_u = V_{Rd} = V_{cd} + V_{fd}$ <p>Donde:</p> $V_{cd} = \left[\frac{0.18}{\gamma_c} k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + 0.15\sigma_{cp} \right] b_w d$ $V_c = v_{min} b_w d$ $v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$ $V_{fd} = 0.7 k_f \cdot k \cdot \tau_{fd} \cdot b_w \cdot d$ $\tau_{fd} = 0.12 f_{R4,k}$ $k_f = 1 + n \left(\frac{h_f}{b_w} \right) \left(\frac{h_f}{d} \right) \leq 1.5$ $n = \frac{b_f - b_w}{h_f} < 3 ; n = \frac{3b_w}{h_f}$
Anejo 14 (EHE-08, 2011)	$V_{u2} = V_{cu} + V_{fu}$ <p>Donde:</p> $V_{cu} = \left[\frac{0.15}{\gamma_{ct}^f} k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + 0.15\sigma_{cp} \right] b_w d$ $\tau_{fd} = 0.5 f_{ctR,d}$ $V_{fu} = 0.7 k_f \cdot k \cdot \tau_{fd} \cdot b \cdot d$
(fib Model Code, 2010)	$V_{Rd} = V_{Rd,F} + V_{Rd,s}$ $V_{Rd,F} = \left[\frac{0.18}{\gamma_c} k \left(100\rho \left(1 + 7.5 \frac{f_{FTuk}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right)^{1/3} + 0.15\sigma_{cp} \right] b_w d$ $V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$ $\rho = \frac{As}{bd} \leq 0.02$ $\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0.2 f_{cd}$

	$V_{Rd,Fmin} = (v_{min} + 0.15\sigma_{cp})b_w d$ $v_{min} = 0.035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$ <p>Modificación de $V_{Rd,F}$</p> $V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} z \cdot b_w$ $k_v = \frac{200}{1000+1.3z} \leq 0.15 \quad \text{si } \rho_w = 0$ $k_v = 0.15 \quad \text{si } \rho_w \geq 0.08 \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}}$ $f_{ctk} = 0.3f_{ck}^{2/3} \quad \text{para } \leq C50$ $f_{ctk} = 2.12 \ln(1 + 0.1(f_{ck} + 8MPa)) \quad \text{para } > C50$
--	--

La mayoría de las ecuaciones describe las propiedades de la fibra de acero con el factor de efecto de tamaño k (ver ecuación 2.2).

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad (2.2)$$

Las fórmulas citadas en RILE, EHE-08 y Model Code 2010 se basan en las ecuaciones del Eurocode EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2005). Ecuaciones discontinuas y con enfoque indirecto debido a que sus parámetros se definen a de datos experimentales. Los modelos se basan en las curvas de esfuerzo-deformación ($\sigma-\varepsilon$) y esfuerzos-anchos de fisura ($\sigma-w$). RILEM añade un término para representar la contribución de las fibras de acero y el Model Code 2010 incorporan el efecto de las fibras, incorpora un límite inferior para la capacidad de corte v_{min} , la influencia de las cargas axiales; dado que en la base de datos no se aplica carga axial la formula se pueden simplificar. Tanto las fórmulas en RILEM y Model Code 2010 son válidas para $\gamma_c = 1.5$ y $\rho \leq 2\%$. Se usa la resistencia residual a flexión (f_{eq}) en lugar de resistencias equivalentes a la flexión (f_R).

2.4 FIABILIDAD ESTRUCTURAL A FLEXIÓN.

El fib Model Code 2010 dispone de pautas para el diseño de segmentos de túneles prefabricados de HRF como material estructural. Considera el formato de seguridad semiprobabilístico que se basa en estados límites con los respectivos factores de seguridad parciales aplicados a las cargas (γ_L) y a la resistencia del material (γ_M). Hoy en día el factor γ_M para la resistencia residual a tracción como a compresión es el mismo 1,50; el no considerar las diferencias en la variabilidad en la resistencia a la tracción por flexión residual y la resistencia a la compresión, conlleva a obtener índices de fiabilidad inferiores a los determinados.

En cada etapa de producción del segmento prefabricado de HRF la verificación del estado límite de servicio (ELS) y estado límite último (ELU) variará según sea el caso de carga y condiciones límite encontradas, según lo señala (Liao, de la Fuente,

Cavalaro, Aguado, *et al.*, 2015); (Conforti, Tiberti y Plizzari, 2016). El estudio realizado por (Cugat *et al.*, 2020), se basó en la recopilación de ensayos de segmentos prefabricados de hormigón armado con fibras. Su base de datos permitía estimar un factor de seguridad para respuesta de flexión residual del HRF de segmentos de túneles, considerando la variabilidad del material.

La base de datos analizada presentó una dispersión de la respuesta de flexión residual a pruebas de pequeña escala; la respuesta tiende a reducirse a medida que aumenta el tamaño del elemento. Para tener en cuenta la influencia del tamaño en la dispersión, DAfStb plantea el factor k_G^f que modifica el valor medio como el coeficiente de variación en el ensayo a pequeña escala para calcular la resistencia residual a la flexión característica.

(Cavalaro y Aguado, 2015) formulan una ecuación para estimar el coeficiente de variación para calcular el valor característico representativo del elemento de escala real utilizando el coeficiente de variación de pruebas a pequeña escala; aplican la corrección directamente al coeficiente de variación antes de la evaluación del valor característico.

(Cugat *et al.*, 2020), efectuaron un análisis para evaluar que influencia ejercía el tamaño de la sección con la dispersión de respuesta de tracción residual.

De acuerdo al enfoque fib Model Code 2010, el valor característico de la resistencia a la tracción residual última para HRF (f_{Ftu}) se calcula con la ecuación 2.3.

$$f_{Ftu} = \frac{f_{R3}}{3} \quad (2.3)$$

Donde:

f_{R3} Resistencia a la tracción residual por flexión

La capacidad de momento flector (M_u) se obtiene mediante integración numérica, para lo cual se debe establecer condiciones de compatibilidad y el equilibrio (de la Fuente, Aguado, *et al.*, 2012) (de la Fuente, Pujadas, *et al.*, 2012a) $f_{R3,eq}$ considera la tensión residual elástica-plástica constante.

$$f_{R3,eq} = \frac{6M_u}{bh^2} \quad (2.4)$$

Obtuvieron diferentes $f_{R3,eq}$ pese a utilizar los mismos parámetros de entrada: promedio del 3-PBT (μ_{BT}) y desviación estándar del 3-PBT (σ_{BT}) debido a la dispersión en la respuesta posterior al agrietamiento relacionada con el f_{R3} de cada celda. El estudio paramétrico se realizó para evaluar el efecto de tamaño sobre el promedio (μ_{RS}) y la

desviación estándar (σ_{RS}) de $f_{R3,eq}$ para un elemento con cierto tamaño de sección transversal. Se estableció que σ_{RS} se ve afectado por el ancho del segmento y es independiente del promedio asumido para el 3-PBT (μ_{BT}) de pequeña escala. σ_{RS} se reduce a medida que aumenta la altura del elemento y se reduce la dispersión medida en el 3-PBT (σ_{BT}). Este enfoque contradice a lo propuesto por DAfStb contradice el enfoque de aplicar el mismo factor de corrección a f_R (modifica por igual μ_{BT} y σ_{BT}).

La regresión múltiple se realizó utilizando los resultados del estudio paramétrico para hallar una ecuación que relacione la desviación estándar (σ_{RS}), el tamaño de la sección transversal (b y h) y la desviación estándar del 3-PBT de pequeña escala (σ_{BT}). La ecuación seleccionada fue la misma que la propuesta por (Cavalaro y Aguado, 2015) que también estudió la influencia de estos parámetros en la dispersión de la respuesta a la flexión de FRC. Las constantes k_1 , k_2 y k_3 de la ecuación se calibraron mediante una regresión no lineal, dando los resultados mostrados en la parte final de $f_{R3,eq}$ con un R^2 mayor que 0,99. El mayor R^2 encontrado en este análisis es consecuencia de considerar los resultados del estudio paramétrico, que se obtuvieron utilizando el modelo simplificado y el análisis de Monte Carlo descrito aquí con un número suficientemente grande de simulaciones para cada escenario. La desviación estándar obtenida para el elemento de escala real (σ_{RS}) y se puede usarse para obtener f_{Rk}

Se utiliza la propuesta de (Cavalaro y Aguado, 2015) para estimar la resistencia residual característica correspondiente para el elemento de escala real (f_{Rk}) que considera constantes k_1 , k_2 y k_3 calibradas mediante regresión no lineal con las ecuaciones 2.5 y 2.6.

$$\sigma_{RS} = k_1 \hat{A} \cdot \sigma_{BT} \hat{A} \cdot h^{k_2} \hat{A} \cdot b^{k_3} = 79 \hat{A} \cdot \sigma_{BT} \hat{A} \cdot h^{0.37} \hat{A} \cdot b^{-0.5} \quad (2.5)$$

$$f_{Rk} = \mu_{BT} - 1.645 \cdot \sigma_{RS} \quad (2.6)$$

En la Figura 2.11 se presenta lo valores de ambos enfoques para un elemento con una sección transversal agrietada con una altura igual a 250 mm y un ancho variable.

DAfStb proporcionar valores mayores de f_{Rk} que el enfoque de (Cavalaro y Aguado, 2015), lo que causaría inconsistencias, particularmente en elementos HRF grandes. En la forma de la curva la propuesta de (Cavalaro y Aguado, 2015) se estabiliza para b mayor de 2500 mm, mientras DAfStb aumenta linealmente siempre que k'_e esté por debajo de 1,7. El valor característico en el caso del DAfStb es incluso mayor que la resistencia residual media del ensayo a pequeña escala. Representando una inconsistencia, ya que el valor característico del elemento de escala real difícilmente no podría ser mayor que el promedio medido en el 3-PBT de pequeña escala.

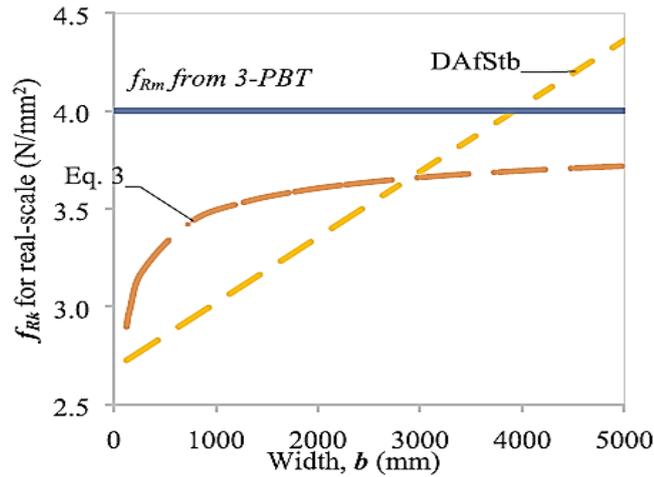


Figura 2.10 Valores de f_{Rk} para elemento de escala real según el enfoque de DAfStb y Cavalaro & Aguado (Cugat *et al.*, 2020)

2.4.1 Calibración de γ_M

El estado crítico de diseño los segmentos de túneles FRC ocurre en las etapas transitorias con falla debido a flexión. El momento flector de diseño (M_d) atribuido a la carga transitoria es menor que el momento flector de agrietamiento (M_{cr}). Por lo tanto, los segmentos se diseñan para no agrietarse en etapas transitorias, cumpliendo los requisitos mínimos de ductilidad. Para obtener f_{R3} se emplea el criterio de diseño que $M_u \geq M_{cr}$ (Liao, de la Fuente, Cavalaro y Aguado, 2015) (Liao *et al.*, 2016). Esto garantizara un comportamiento dúctil en caso de agrietamiento (Chiaia, Fantilli y Vallini, 2009) (Chiaia, Fantilli y Vallini, 2008) (Fantilli, Chiaia y Andrea Gorino, 2016)a (Fantilli, Chiaia y A. Gorino, 2016)b

Se realizó un análisis de confiabilidad para calibrar el factor de seguridad parcial aplicado a f_R en el diseño de situaciones de carga transitoria de segmentos HRF sometidos a flexión.

Se utilizó el método FORM (Melcher, 1999) para el cálculo del índice de confiabilidad (β). Este método requiere la definición de la función de estado límite (g) que relaciona la resistencia (R) y las acciones (Q) aplicadas al segmento. La falla ocurre para $g < 0$, siendo $g = 0$ la situación límite se representa por las ecuaciones 2.7 a 2.9.

$$g(R, Q) = R - Q = M_u - M_{cr} \quad (2.7)$$

$$M_u = \frac{bh^2}{6} f_{R3} \quad (2.8)$$

$$M_{cr} = \frac{bh^2}{6} f_{ct,fl} \quad (2.9)$$

Donde:

- M_u Momento flector último representada la resistencia
- M_{cr} Momento flector de agrietamiento representa la carga resistida
- $(f_{ct,fl})$ resistencia a la flexión por tracción del hormigón.
- h altura de la sección transversal

La ecuación 2.10. es el factor de sesgo del modelo (λ):

$$\lambda = \frac{M_{u,exp}}{M_{u,est}} \quad (2.10)$$

Donde:

$M_{u,exp}$ Momento de flexión del segmento HRF a escala real obtenido experimentalmente para un CMOD de 2,5 mm en mitad del tramo.

$M_{u,est}$ Momento de flexión del mismo segmento estimado con M_u

Si $g > 0$, f_{R3} debería garantizar una falla supercrítica; si $g=0$ la falla es crítica, cumpliendo los requisitos de ductilidad. La siguiente ecuación representa la función g simplificada compatible con las consideraciones mencionadas

$$g(M_u, M_{cr}) = \lambda \hat{A} f_{R3} - f_{ct,fl} \quad (2.11)$$

El valor de diseño de f_{R3} (f_{R3d}) en ELU se calcula como la relación:

$$f_{R3} = \frac{f_{R3k}}{\gamma_{f_{R3k}}} \quad (2.12)$$

$$f_{ct,fl} = f_{ctm}(1.6 - h) \quad (2.13)$$

$$f_{ctm} = 0.30 f_{ck}^{2/3} \quad (2.14)$$

Donde:

$\gamma_{f_{R3k}}$ factor de seguridad parcial.

f_{ctm} resistencia media a la tracción generalmente el valor de f_{ct} para garantizar la ductilidad transversal.

Para $g = 0$ se deriva la siguiente ecuación que representa el estado límite utilizado para calibrar el factor de seguridad global ($\gamma_{f_{R3k}}$) de una sección crítica sometida a flexión. Este factor de seguridad está destinado a considerar la variabilidad (h, f_{ct}, f_{R3}) de tanto la resistencia (M_u) como la demanda de piezas (M_{cr}) en ELU

$$\frac{f_{R3k}}{\gamma_{f_{R3k}}} = f_{ctm}(1.6 - h) \quad (2.15)$$

El índice de confiabilidad (β) se calculó para diferentes valores de $\gamma_{f_{R3k}}$ de varios casos de diseño con concreto que van desde C25 a C60 y alturas de segmento h que varían entre 200 mm y 400. La Tabla 2.4 muestra tanto las variables aleatorias como las funciones de densidad de probabilidad (JCSS 2001) consideradas en el análisis de confiabilidad.

Tabla 2.4 Variables aleatorias y funciones de densidad de probabilidad utilizadas en el análisis de confiabilidad. (Cugat *et al.*, 2020)

Variable	Descripción	Distribución	Media (μ)	Desviación estándar (σ)
λ	Factor de sesgo del modelo	Log-normal	1.04	0.33μ
$f_{ct,fl}$	Resistencia a tracción por flexión	Log-normal	Según clase de hormigón	0.30μ
h	Error de geometría	Normal	0.0	10 mm
f_{R3}	Esfuerzo posterior a la fisuración CMOD = 2,5 mm	Log-normal	Según diseño	Evaluado experimentalmente

2.4.2 Calibración del factor de sesgo λ

Para calibrar una función confiable para λ se realizó una revisión literaria de 23 pruebas de flexión a escala real de segmentos de túneles de HRF simplemente apoyado. La tabla 2.5 resume las principales características de los ensayos y el λ estimadas en cada caso.

El promedio (λ_m) y el coeficiente de variación del factor de sesgo (CV_λ) son evaluados para segmentos con el mismo contenido de fibra (C_f). Los valores obtenidos en este análisis de λ_m son predominantemente superiores a 1,00; estableciendo que el modelo analítico propuesto para evaluar M_u proporciona resultados seguros con respecto a los resultados experimentales. El λ_m de todo el análisis fue de 1.04 que representaba un coeficiente de variación CV_λ del 33%.

Los elementos hormigón reforzado con fibras de alta homogeneidad o ancho > 1000 mm el coeficiente de variación (C.V.) por lo generalmente puede encontrarse entre 10% y 15%; mientras el coeficiente de variación para elementos de hormigón reforzado con fibras de sección pequeña varía entre 15% y 25% (Pujadas *et al.*, 2013) (Pujadas *et al.*, 2014) la reducción del índice de confiabilidad (β) se produce por el aumento del CV. En la figura 2.12 muestra la relación $\beta - \gamma_{f_{R3k}}$; los valores de β se obtuvieron con la ayuda del método FORM para CV que variaban del 10 al 30%.

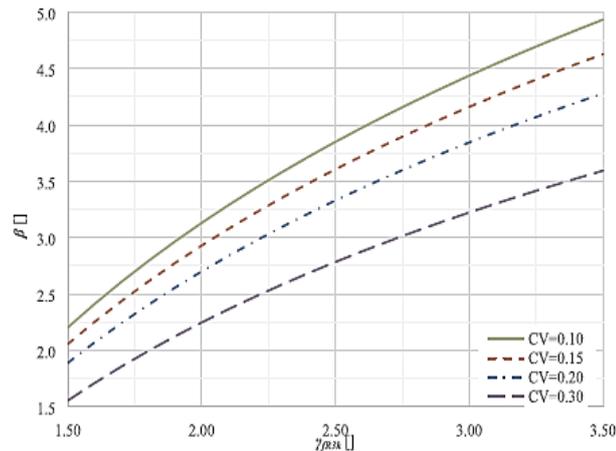


Figura 2.11 Relación entre β - $\gamma_{f_{R3k}}$ para segmentos de túnel FRC sometidos a flexión en ULS. (Cugat *et al.*, 2020)

Tabla 2.5 Programas experimentales de ensayos de flexión a escala real de segmentos de túneles de HRF. (Cugat *et al.*, 2020)

Elements	No. tests	f_c (MPa)	Dimensions (mm)	C_f (kg/m ³)	ϕ_f/λ_f	f_{R3m} (MPa)	λ	λ_m/CV	Reference
PS (MT)	4	50	2300 × 1800 × 350	45	1.00/50	3.82	0.92	1.20/0.33	Gettu et al., 2004
							1.48	1.11/0.25	
S (RP)	1	55	3000 × 1000 × 400	20	0.55/64	0.91	1.35	1.35/-	Galeote et al., 2018
PS (MT)	3	45	3888 × 1500 × 300	35	0.67/60	3.89	1.93	1.93/-	Bittencourt et al., 2016
							4.60	1.15/-	
PS (VS)	2	50	5500 × 1200 × 350	45	1.00/50	3.84	0.94	0.94/-	Liao et al., 2016
							5.58	0.51/-	
PS (RP)	1	60	3180 × 1500 × 235	35	0.75/80	3.01	1.23	1.23/-	Abbas et al., 2014
PS (MT)	6	60	3243 × 1500 × 235	57	0.75/80	7.68	0.66	0.76/0.18	Blazejowsky (2012)
							0.81		
							0.77		
							0.80		
							0.57		
							0.96		
PS (RT)	6	60	2359 × 1400 × 350	30	0.75/80	2.60	0.89	0.87/0.22	Poh et al., 2009
							1.04		
							0.67		
							1.33	1.37/0.07	
							1.48		
							1.31		

Mediante la regresión de multivariable de los datos de estudio se ajustó una ecuación exponencial (ECP-ASBL, 2018 (Schlune, Plos y Gylltoft, 2011), (Cervenka, 2013); que relacionó $\gamma_{f_{R3k}}$ con β y la desviación estándar de f_{R3} para el elemento a escala real.

$$\gamma_{f_{R3k}} = 0.80e^{0.56\beta.CV_{f_{R3}}^{0.27}} \quad (2.16)$$

La aplicación de la anterior ecuación se limita a un CV de 10% al 30% y β desde 1,5 a 5,0.

El índice de confiabilidad (β) depende principalmente del tipo de diseño, consecuencias de la falla y el costo de las medidas de seguridad. Los valores de referencia para β , están implícitos en los factores parciales de seguridad (cargas y

resistencias) tradicionalmente empleados para el diseño de estructuras de hormigón armado / pretensado.

Los mismos coeficientes $\gamma_{f_{R3k}}$ de la tabla 2.6 podrían aplicarse a otros elementos HRF diferentes a los segmentos de túnel si se cumplen dos condiciones: el elemento está reforzado solo con fibras y el momento flector de diseño (M_d) es menor que el momento flector de agrietamiento (M_{cr}).

Tabla 2.6 $\gamma_{f_{R3k}}$ para CV 12% y (β) en diferentes situaciones EN 1990 y (fib Model Code, 2010)

Periodo	Costo relativo a medidas de seguridad	Consecuencias de falla $\gamma_{f_{R3k}}$			
		Menor	Algunos	Moderada	Grande
1 año	Grande (A)	1.65 (2.3)	2.06 (3.0)	2.42 (3.5)	2.92 (4.1)
	Normal (B)	2.00 (2.9)	2.42 (3.5)	2.92 (4.1)	3.53 (4.7)
	Pequeño (C)	2.42 (3.5)	2.92 (4.1)	3.53 (4.7)	4.01 (5.1)
50 años	Grande (A)	1.00 (0.0)	1.28 (1.5)	1.65 (2.3)	2.13 (3.1)
	Normal (B)	1.21 (1.3)	1.65 (2.3)	2.13 (3.1)	2.66 (3.8)
	Pequeño (C)	1.65 (2.3)	2.13 (3.1)	2.66 (3.8)	3.11 (4.3)

Cabe señalar que el objetivo β en ELU puede ser diferente, en función de consecuencia del fallo y el coste de la medida de seguridad. Por lo tanto, si se considera la consecuencia de la falla como “Alguna” y considerando medidas cautelares adicionales implicaría un aumento “Normal” en el costo de producción o costo de material del segmento, y período de 50 años, se obtiene un $\gamma_{f_{R3k}}$ de 1,65. Esto es un 10% más grande que el utilizado en las pautas actuales para el diseño de elementos HRF.

Un enfoque alternativo para establecer β consiste en comparar el diseño aceptado en situaciones similares. Al definir $\gamma_{f_{R3k}}$ se selecciona β que proporcione una confiabilidad objetivo similar a las aceptada en las disposiciones para HA. Los códigos de diseño para estructuras de hormigón armado (HA) requieren un refuerzo longitudinal mínimo para evitar fallas por fragilidad en caso de fisuración por flexión.

La función de estado límite para la respuesta dúctil ($g \geq 0$) es:

$$g = M_u(A_{s,min}) - M_{cr} \quad (2.17)$$

Donde:

$$M_u(A_{s,min}) \text{ Momento flector resistente con refuerzo mínimo } (A_{s,min})$$

El refuerzo longitudinal mínimo actual en HA, según el Eurocódigo 2 (EN 1992: 2004), es:

$$A_{s,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd \geq 0.0013bd \quad (2.18)$$

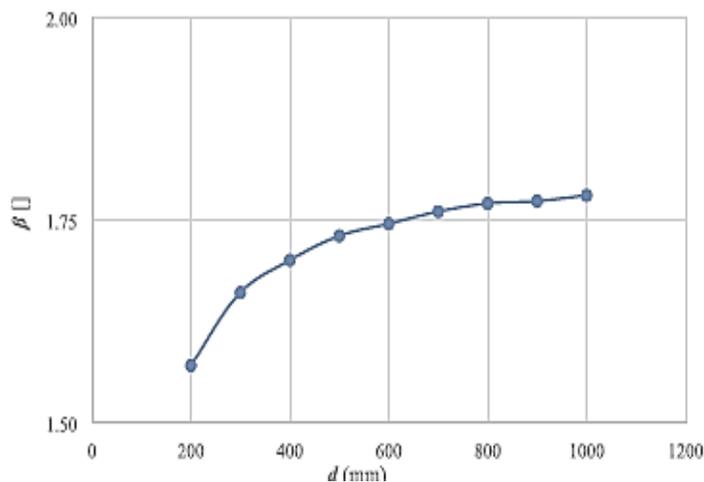


Figura 2.12 Índice de confiabilidad frente a fallas frágiles en elementos RC diseñados con refuerzo mínimo. (Cugat *et al.*, 2020)

La Figura 2.13 muestra el valor de β para hormigón C30 / 37 en función de la profundidad efectiva de la sección transversal (d). El valor característico del elástico límite del acero (f_{yk}) considerado 500 MPa, con una distribución log-normal ($f_{ym} = 550$ MPa y CV = 5,5%).

El valor de β de elementos HA con refuerzo mínimo en falla frágil oscila entre 1,50 y 1,80. Por lo tanto, se acepta el criterio de proporcionar confiabilidad similar a HRF como el diseño de HA, con la ecuación del factor de seguridad $\gamma_{f_{R3k}}$ mencionada anteriormente el valor estaría entre 1,50 y 1,75 dependiendo del CV del f_{R3} .

(Cugat *et al.*, 2020) en su estudio propone un enfoque alternativo para considerar la influencia de la dispersión y los coeficientes de seguridad aplicados al diseño de prefabricados HRF de túnel. El análisis de confiabilidad estructural lo realizaron en el formato de seguridad tradicional que incluye los criterios de respuesta de ductilidad mínima en caso de falla y la variabilidad de las propiedades mecánicas del material.

3. MODELO DE CORTANTE ANALIZADO

3.1 INTRODUCCIÓN

fib Model Code for Concrete Structures 2010 introduce la posibilidad de usar HRF en el diseño estructural. Actualmente se ha convertido en un documento de referencia, proporcionado sugerencias para las fuerzas de flexión y axiales una vez que se definen las relaciones constitutivas del material, permitiendo un diseño seguro. Para la verificación de corte en vigas, (fib Model Code, 2010) presta atención a elementos con refuerzo longitudinal considerando el refuerzo de fibra como sustituto total o parcial del refuerzo transversal. Sin embargo, la verificación de cortante sigue siendo motivo de discusión en la comunidad de diseño. (Coccia, Meda y Rinaldi, 2015). En estructuras donde las fibras sustituyen completamente al refuerzo longitudinal y transversal la verificación se basa en limitar el esfuerzo de tracción principal en ELU.

3.2 MODELO FIB CODE 2010

De acuerdo con fib Model Code 2010 (fib Model Code, 2010), cuando se usa HRF en elementos que no presentan refuerzo longitudinal o transversal, la tensión de tracción principal σ_I no debe ser mayor que la resistencia a la tracción de diseño como se indica en la ecuación 3.1.

$$\sigma_I \leq \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F} \quad (3.1)$$

Donde:

- f_{Ftuk} Valor característico de la resistencia a la tracción residual final para HRF.
- γ_F Factor de seguridad parcial para HRF en tensión.

A partir de los resultados de las pruebas de flexión fib Model Code 2010, se expone dos modelos en el comportamiento a tracción del HRF: el comportamiento rígido-plástico y el comportamiento post fisuración, como se ilustra esquemáticamente en la Figura 3.1.

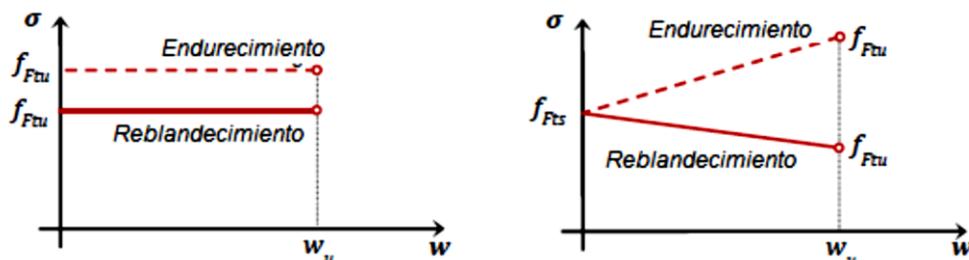


Figura 3.1 Relación constitutiva a la tracción de materiales FRC (fib Model Code, 2010)

Donde:

- w_u Apertura de la ranura correspondiente al ELU.
- f_{Fts} Resistencia residual en operación, definida como la resistencia posterior a la fisura para una apertura de fisura para el ELS.
- f_{Ftu} Resistencia residual para ELU.

Los esfuerzos f_{Fts} y f_{Ftu} se calculan utilizando los esfuerzos residuales f_{R1} y f_{R3} . En el desarrollo de esta tesina se utilizará los valores de las f_{R1} y f_{R3} generados de expresiones de ajustes empíricos. La base de datos empleada para el ajuste de las expresiones de resistencia residual se obtuvo de una cantidad significativa de ensayos con un mismo tipo de fibra, pero variando la cantidad de fibras. Esta investigación del ajuste de las fórmulas empíricas lo realizó el grupo de trabajo del profesor Albert de la Fuente.

En la figura 3.2. se indica el diagrama de tensiones de la resistencia residual para un comportamiento elástico esquema de la izquierda y comportamiento plástico el esquema de la derecha.

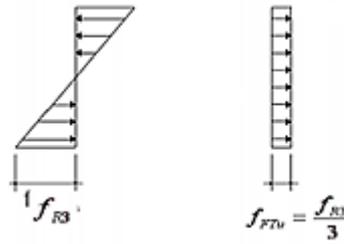


Figura 3.2. Modelo simplificado para calcular f_{Ftu} según su comportamiento (fib Model Code, 2010)

$$f_{Ftu} \leq \frac{f_{R3k}}{3} \quad (3.2)$$

Donde:

f_{R3k} Resistencia a la tracción a la flexión residual característica de una abertura de grieta de 2,5 mm según (EN 14651, 2005).

3.3 MODELO COCCIA et al.

La investigación realizada por (Coccia, Meda y Rinaldi, 2015) para la verificación de cortante tiene como principio la reducción de la tensión principal. Este método se plantea en un modelo plástico en el comportamiento a tracción del HRF para calcular la tensión principal que queda cuando se ha consumido el cortante. La tensión principal se puede calcular con la fórmula 3.5.

En secciones transversales donde solo está presente una acción de corte, es decir sin momento de flexión y fuerza axial, la tensión principal σ_I es igual a la tensión tangencial τ que se puede estimar de manera simplificada en el ELU, es decir, en una etapa plástica, como se indica en la ecuación 3.3.

$$\tau = \frac{V_{sd}}{A} \quad (3.3)$$

Donde:

V_{sd} Acción cortante
 A Sección transversal del elemento

Si el cortante, fuerza normal y momento flector se presentan simultáneamente en una sección transversal, la tensión de esfuerzo principal σ_I dependerá de las tensiones normales y de las tangenciales.

Dado que la verificación de corte se debe realizar dentro del alcance del análisis de ELU, para obtener el esfuerzo principal σ_I se aplica los círculos de Mohr en la plasticidad del hormigón y se define un valor reducido de la resistencia a la tracción para dar cuenta de la presencia de cortante.

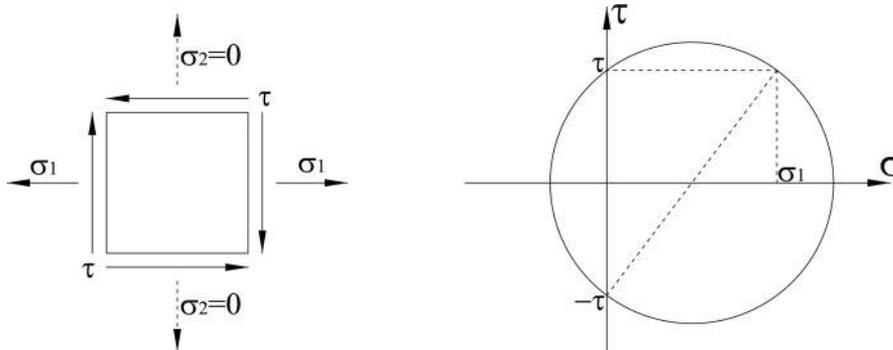


Figura 3.3. El círculo de Mohr

Si se considera un estado de tensión unidimensional ($\sigma_v = 0$), de acuerdo con el círculo de Mohr (ver Figura 3. 2), la tensión de esfuerzo principal σ_I puede determinarse como:

$$\sigma_I = \sigma \left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\tau}{\sigma}\right)^2} \right] \quad (3.4)$$

En la ecuación 3.4 el valor del esfuerzo principal σ_I se establece igual a $\frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F}$. El esfuerzo tangencial τ se determina con la ecuación 3.3 y el esfuerzo normal σ que depende tanto de la fuerza axial como del momento flector. Utilizando estos supuestos se deduce esfuerzo normal σ como indica la ecuación 3.5:

$$\sigma = f_{Ftuk}^{red} = \sigma_I \left[1 - \left(\frac{\tau}{\sigma_I}\right)^2 \right] \quad (3.5)$$

Donde:

f_{Ftuk}^{red} resistencia residual máxima reducida, teniendo en cuenta la presencia de cortante, que se debe adoptar para la verificación de la fuerza axial y el momento flector.

Al considerar la tensión principal σ_I como indica la ecuación 3.6, el esfuerzo tangencial máximo permitido debe ser inferior a f_{tlim} .

$$\sigma_I = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F} = f_{tlim} \quad (3.6)$$

La figura 3.2. muestra la relación constitutiva utilizada en este método. Para el cual se debe los autores plantearon un eje neutro con las tensiones plásticas de compresión y plásticas de tracción. Una vez hecha la distribución se determina cuanto queda de tensión residual de tracción, posteriormente se verifica el equilibrio entre el axil y el momento. En el equilibrio la sumatoria de fuerza debe ser igual a cero y el equilibrio de momento debe ser igual al momento aplicado (en el caso de vigas) para elementos que no tienen fuerza axil. Este proceso de iteración se debe realizar hasta que la posición del eje neutro “x” encuentre el equilibrio de momento y axiles.

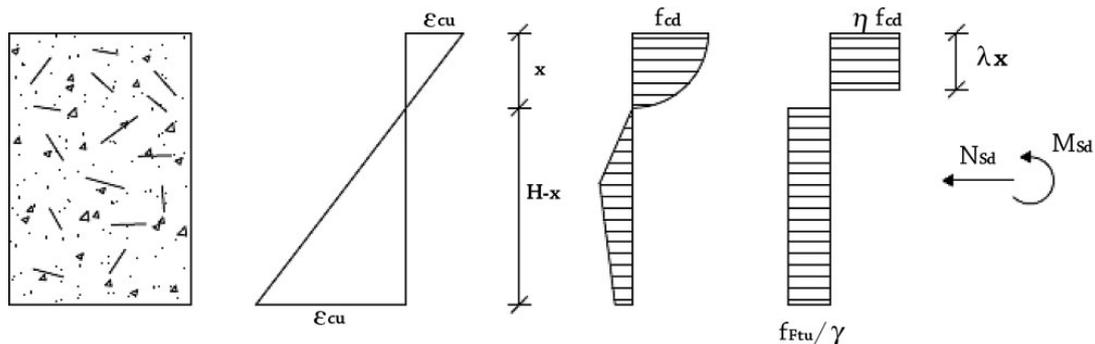


Figura 3.4. Relaciones constitutivas simplificadas de HRF para evaluar la carga última (Coccia, Meda y Rinaldi, 2015)

El uso de fibras de acero en el hormigón ayuda a incrementar la resistencia a cortante de las vigas debido que estas actúan como puentes entre la fisura diagonal crítica y la transmisión entre las superficies dada entre la fisura de la fuerza cortante. Además, las fibras ayudan a limitar el ancho de fisura al mejorar el efecto de engranaje creado con los áridos de la matriz. (Marí *et al.*, 2016)

3.4 MODIFICACIÓN DEL MODELO

Para el desarrollo de este trabajo se ha modificado el método propuesto por (Coccia, Meda y Rinaldi, 2015) debido a que ellos en su análisis no considera la presencia de armadura longitudinal. Para el desarrollo del método a utilizar se considerará el mismo procedimiento, pero con la inclusión de armadura longitudinal debido a que nuestra base de datos es la recopilación de ensayos de vigas de HRF con armadura longitudinal.

La armadura inferior se obtiene considerando la cuantía de armadura y la sección de la viga, que son valores extraídos de los estudios que conforman la base de datos. Una vez que se realiza la inclusión de la armadura al sistema se tiene la compresión del hormigón, la tracción del hormigón con fibras y la tracción de la capa de acero. Se realiza el equilibrio de fuerzas y momentos

A veces no se conseguía el equilibrio a flexión debido a que había mucha resistencia a flexión de la que se requería resistir. Este inconveniente se corrigió modificando el valor con el que podía trabajar la tensión del acero, en este caso podía

ser menor que f_y ; así no se le obliga a la tensión que sea f_y . Se iniciaba con el valor de f_y y si al final el momento resistente es mucho más grande del que se ha aplicado en el ensayo se prueba con una tensión menor σ_s (tensión aplicada no superior a f_y).

La manera que se interpretó para que convergiera estos casos era que podía haber llegado a romper a cortante sin llegar a plastificar a flexión. En ese momento el hormigón no estaba plastificado a flexión y podía estar el acero en rango elástico y ya estaba roto a cortante. Es un modelo plástico que no usa la compatibilidad de deformaciones; la sección plana para calcular la deformación del acero no la usamos, solo se probaba con tensiones inferiores a f_y . Con esta condición no estamos obligando que el acero no esté traccionado en el momento de rotura, puede estar en rango elástico.

En el esquema de la figura 3.3 se puede observar el esquema de trabajo del método analizado. La fuerza de compresión del hormigón es el área comprendida entre $\eta \cdot f_{cd}$ y $\lambda \cdot x$; siendo x la distancia desde el canto superior de la viga hasta el eje neutro. Siendo así, la distribución de los esfuerzos a compresión de forma rectangular y su aplicación será en la mitad del bloque de compresión. La distribución de los esfuerzos de tracción del hormigón con fibras va a ser también de forma rectangular, la tensión reducida σ_l y la tensión de la armadura longitudinal del acero longitudinal multiplicada por σ_s .

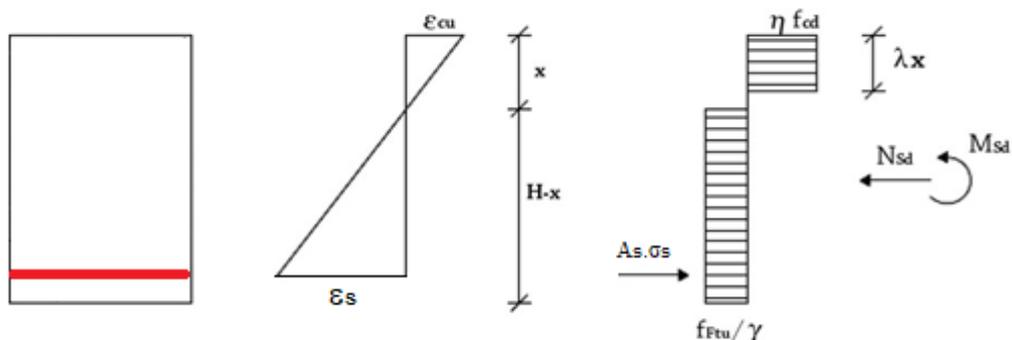


Figura 3.5. Relaciones constitutivas del modelo analizado.

Con la ayuda de un algoritmo se busca realizar una doble iteración de las variables (x y σ_s), para lo cual deberá satisfacer dos condiciones:

- Sumatoria de fuerzas sea igual a cero (normalmente con esta condición ya se encuentra el eje neutro)
- Se cumpla la relación momento-cortante de la sección igual a la relación $a=M/V$; este valor lo podemos obtener de nuestra base de datos. En los casos de los ensayos de 3 puntos, este valor se corresponde con distancia entre el punto de aplicación de la carga y el apoyo.

Este procedimiento para nuestro estudio σ_s se desarrolla inicialmente con f_y 400 y luego si no hay equilibrio, empieza a bajar su valor hasta encontrar el valor que proporcione el equilibrio entre la relación $M/V=a$. Este procedimiento se vuelve a repetir hasta que se logre encontrar el equilibrio tanto del axil como de momento y cortante.

Para este estudio los parámetros del bloque equivalente de compresiones λ y η se determinan en base a lo que señala el (EHE-08, 2011). Estos valores dependen de la resistencia característica a compresión del hormigón se la obtiene con las siguientes formulas:

$$\text{Para } f_{ck} \leq 50MPa \quad \lambda = 0.8 \quad (3.7)$$

$$\text{Para } 50 < f_{ck} \leq 50MPa \quad \lambda = 0.8 - \frac{f_{ck}-50}{400} \quad (3.8)$$

$$\text{Para } f_{ck} \leq 50MPa \quad \eta = 1.0 \quad (3.9)$$

$$\text{Para } 50 < f_{ck} \leq 50MPa \quad \eta = 1.0 - \frac{f_{ck}-50}{200} \quad (3.10)$$

4. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODELO

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo contiene el compendio de los estudios experimentales a cortante de vigas de HRF y sus principales características tales como: dimensiones de sección, tamaño máximo del agregado, resistencia a compresión del hormigón, cuantía de acero de refuerzo, tipo de fibras, fracción del volumen de fibra, resistencia a tracción de las fibras, tipo de falla y caracterización de la respuesta post fisuración del hormigón reforzado. Con el propósito de formular una expresión fiable del factor de sesgo (λ) se realizó una revisión literaria de 48 estudios que considera una base de datos de 317 experimentaciones de vigas de HRF con refuerzo longitudinal y ausencia de refuerzo transversal. Se representará la distribución experimental-teórico a cortante de los modelos analizados, para posteriormente realizar una comparación con la distribución log-normal que permitirá justificarla como una variable aleatoria con la distribución.

4.2 DEFINICIÓN DE POBLACIÓN DE DISEÑO

Las investigaciones analizadas fueron: (Singh y Jain, 2014), (Sahoo y Sharma, 2014), (Shoaib, Lubell y Bindiganavile, 2015), (Manju, Sathya y Sylviya, 2017), (Arslan, Keskin y Ulusoy, 2017), (Parra-Montesinos *et al.*, 2006), (Rosenbusch y Teutsch, 2003), (Sahoo, Bhagat y Reddy, 2016), (Amin y Foster, 2016), (Tahenni, Chemrouk y Lecompte, 2016), (Cucchiara, La Mendola y Papia, 2004), (Kwak *et al.*, 2002), (Dinh, Parra-Montesinos y Wight, 2010), (de Lima *et al.*, 2014), (Casanova, Rossi y Schaller, 1997), (Aoude *et al.*, 2012), (Minelli y Plizzari, 2013), (Kang *et al.*, 2011), (Casanova y Rossi, 1999), (Lim, Paramasivam y Lee, 1987), (Mansur, Ong y Paramasivam, 1986), (Zarrinpour y Chao, 2017), (Noghabai, 2000), (Ashour, Hasanain y Wafa, 1992), (Tan, Murugappan y Paramasivam, 1993), (Pansuk *et al.*, 2017), (Kim *et al.*, 2017), (Sharma, 1986), (Li, Ward y Hmaza, 1992), (Adebar *et al.*, 1997), (Cho y Kim, 2003), (Greenough y Nehdi, 2008), (Dupont y Vandewalle, 2003), (Vandewalle y Mortelmans, 1994), (Kwak, Hsu y Suh, 1991), (Hwang *et al.*, 2013), (Spinella, Colajanni y la Mendola, 2012), (Chalioris y Sfirri, 2011), (Cohen y Aoude, 2012), (Aoude y Cohen, 2014), (Qissab y Salman, 2018), (Dancygier y Savir, 2011), (Krassowska y Kosior-Kazberuk, 2018), (Yoo y Yang, 2018), (Gali y Subramaniam, 2017), (Shoaib, Lubell y Bindiganavile, 2014a), (Bae, Choi y Choi, 2014), (Abdulzaher *et al.*, 2016), (Kang *et al.*, 2012), (Shoaib y Lubell, 2012), todos los datos de las experimentaciones se presentan en Anexo 1.

Considerando las observaciones mencionadas por (Lantsoght, 2019) los modelos de la base de datos de la Anexo 1 presenta las siguientes características: las experimentaciones se realizan en vigas simplemente apoyadas, con la excepción de (Krassowska y Kosior-Kazberuk, 2018) que considera vigas de dos vanos. Los modelos son vigas de sección rectangulares a excepción de los ejemplares de (Tan, Murugappan y Paramasivam, 1993), (Pansuk *et al.*, 2017) vigas sección "I", (Sahoo, Bhagat y Reddy, 2016), (Casanova, Rossi y Schaller, 1997) vigas sección "T" y (Qissab y Salman, 2018)] son vigas no prismáticas. En referencia al dimensionamiento en (Mansur, Ong y Paramasivam, 1986), (Manju, Sathya y Sylviya, 2017) no informan la longitud total de las vigas y (Shoaib, Lubell y Bindiganavile, 2014b) solo indica la longitud total de los especímenes más grandes. La investigación de (Mansur, Ong y Paramasivam, 1986) no informa la longitud del tramo, pero es estimada a partir de los dibujos técnicos de la referencia original. La longitud total de las vigas en (Sharma, 1986), (Tan, Murugappan y Paramasivam, 1993), (Dupont y Vandewalle, 2003) también se estimó con base en los dibujos técnicos del documento. Para estos casos se asumió valores prácticos de voladizo sobre el soporte.

Además, la profundidad efectiva no es mencionada en (Manju, Sathya y Sylviya, 2017), (Casanova, Rossi y Schaller, 1997), por lo que sus valores se calcularon a partir de la relación a/d , o en función del diámetro de la barra de refuerzo y una recubrimiento de 10 mm, como se suele utilizar en condiciones de laboratorio en

muestras pequeñas. En (Dinh, Parra-Montesinos y Wight, 2010) se informa valores diferentes para la profundidad efectiva que los que se pueden calcular a partir de los dibujos técnicos; utilizando para la base de datos los valores obtenidos de los dibujos. La relación a_v/d indicada en (Krassowska y Kosior-Kazberuk, 2018) es 2,7 pero para la base de datos se consideró el tamaño de la placa de soporte medido en los dibujos técnicos y la profundidad efectiva asumiendo una cobertura de 10mm que dan como resultado $a_v/d= 2,83$. (Singh y Jain, 2014) mencionan que la dimensión más pequeña de la sección transversal debe ser al menos tres veces la longitud de la fibra más larga de la mezcla. Como puede verse en la base de datos, muchos experimentos no cumplen con este requisito.

La resistencia a la compresión del hormigón medida en cilindros en la base de datos se representa como $f_{c,cyl}$. Para transformar la resistencia a la compresión a de las probetas de cubo se emplea la expresión $f_{c,cyl}= 0.85f_{c,cube}$. La referencia (Gali y Subramaniam, 2017) no informa la resistencia a la compresión del hormigón. Se supone un hormigón de resistencia normal de $f_{c,cyl}= 30$ MPa. Las referencias (Greenough y Nehdi, 2008) y (Cohen y Aoude, 2012) utilizaron hormigón autocompactante. Para las referencias en las que no se informa el tamaño máximo de agregado (Sharma, 1986),(Amin y Foster, 2016),(Aoude *et al.*, 2012),(Kim *et al.*, 2017),(Hwang *et al.*, 2013),(Gali y Subramaniam, 2017), se asume una mezcla de laboratorio estándar con $d_a=10$ mm. Las referencias (Sharma, 1986),(Zarrinpour y Chao, 2017),(Qissab y Salman, 2018),(Abdul-zaher *et al.*, 2016),(Adebar *et al.*, 1997) no informan el límite elástico del acero, por lo que se asume $f_y= 420$ MPa.

En las experimentaciones que no mencionaban la resistencia a la tracción de las fibras (Greenough y Nehdi, 2008),(Sharma, 1986),(Parra-Montesinos *et al.*, 2006),(Tan, Murugappan y Paramasivam, 1993),(Dupont y Vandewalle, 2003),(KwakK, Hsu y Suh, 1991),(Spinella, Colajanni y la Mendola, 2012),(Chalioris y Sfiri, 2011), se asumió el valor de $f_{tenf}= 1100$ MPa, ya que este valor es común para las fibras disponibles comercialmente. En (Bae, Choi y Choi, 2014) no informa sobre el tipo y las propiedades de la fibra, por lo tanto se asumieron fibras en forma de gancho estándar disponibles comercialmente. Para las referencias donde la cantidad de fibras se da como masa, la fracción de volumen de fibra se ha calculado dividiendo la masa por 7800 kg/m³. Si se contiene una combinación de fibras en el hormigón (Minelli y Plizzari, 2013), se considera los promedios ponderados de las diferentes fibras para las propiedades de las fibras.

Los resultados se dan en términos de la fuerza cortante seccional en la falla V_{utot} , que incluye la contribución del peso propio, así como en términos del modo de falla. Dado que la base se incluye la contribución del peso propio, el corte en el momento de la falla puede diferir de lo que se informa en la referencia original; para muestras pequeñas el efecto es pequeño. Para las muestras ligeras (Shoaib, Lubell y Bindiganavile, 2015),(Kang *et al.*, 2011), se tiene en cuenta la densidad indicada para

calcular la contribución del peso propio. En algunas referencias (Casanova, Rossi y Schaller, 1997), no se incluye la fuerza cortante en sección en la falla V_{max} o la carga aplicada en la falla P_{max} . En (Gali y Subramaniam, 2017), (Bae, Choi y Choi, 2014) presentan los diagramas carga-desplazamiento que permiten determinar este valor y finalmente se informa en (Yoo y Yang, 2018) como fuerza cortante V_{max} es en realidad P_{max} , como se puede observar al calcular v_{max} . Las siguientes abreviaturas se utilizan para los modos de falla obtenidos tras la experimentación: B, DT, NA, S, SC, S-FL, ST e Y.

En la Tabla 4.1 se presenta los indicadores estadísticos: máximo, mínimo, medio, desviación estándar (σ) y coeficiente de variación (C.V.) de los distintos parámetros que conforman la base de datos. De las referencias estudiadas en la base de datos se presentan dos tipos de fibras: enganchadas y mixtas (enganchadas + rectas).

Tabla 4.1 Rango de valores de distintos los parámetros de la base de datos.

Parámetro	Max	Min	Media	σ	C.V.
b_w (mm)	610,00	63,50	169,76	65,10	0,38
h (mm)	1220,00	127,00	356,83	189,83	0,53
d (mm)	1118,00	102,00	309,66	174,06	0,56
l_{span} (mm)	7823,20	306,00	2167,92	1202,34	0,55
ρ (-)	0,0561	0,0037	0,0219	0,0092	0,42
a/d (-)	6,00	0,90	2,86	0,86	0,30
a_v/d (-)	5,95	0,47	2,56	0,88	0,35
d_a (mm)	22,00	2,00	12,56	3,86	0,31
$f_{c,cyl}$ (MPa)	215,00	9,77	49,88	26,32	0,53
V_f (%)	3,00	0,25	0,86	0,42	0,49
l_f/d_f (-)	100,00	45,00	65,49	10,88	0,17
f_t (MPa)	2300,00	260,00	1137,59	338,66	0,30
V_{uTEST} (KN)	1481,00	16,00	182,36	166,46	0,91

La desviación estándar (σ) cuantificar la dispersión de la muestra y el coeficiente de variación (C.V.) determina la variabilidad de la muestra, mientras más bajo es el valor mejor es la precisión.

4.3 EVALUACIÓN DE LA POBLACIÓN DE DISEÑO

Para determinar la distribución de los parámetros y sus rangos más utilizados en las campañas experimentales se ha establecido la distribución de los mismos. A continuación, se presenta la frecuencia y sus acumuladas del tamaño, cantidad de fibras, cuantía de acero a tracción, la resistencia a compresión, resistencia a tracción de las fibras, la resistencia residual a tensión.

Se presenta la distribución de resistencia a la compresión del hormigón $f_{c,cyl}$ en la base de datos se observa en la figura 4.1 a mayor número de muestras en el rango del hormigón de resistencia normal, muy muestras presentan valores de hormigones de alta y ultra alta resistencia. De la base de datos la mayoría de vigas presentaban resistencias $f_{c,cyl}$ menores a 50 MPa.

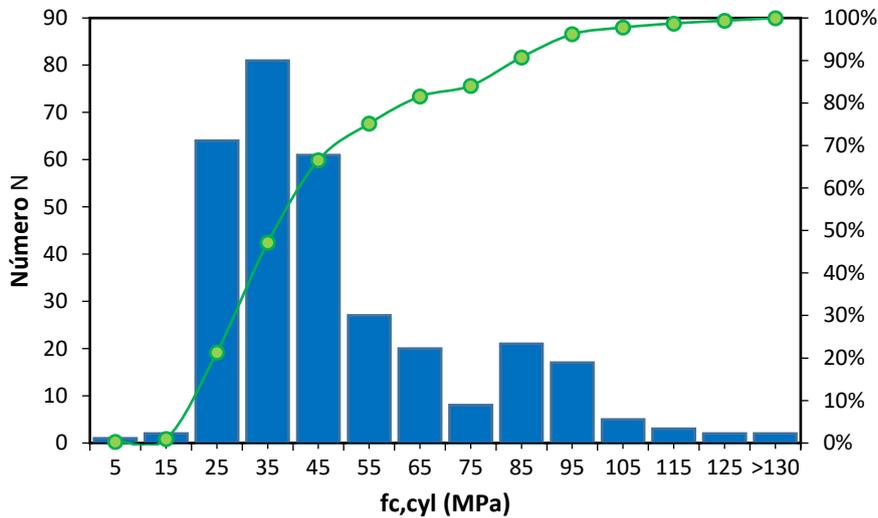


Figura 4.1 Distribución de resistencia a la compresión del hormigón $f_{c,cyl}$ en la base de datos.

Las muestras de la base de datos indican para de resistencia a tracción de las fibras f_t se encuentra mayormente en el rango de los valores comerciales disponibles como se indica en el histograma de la figura 4.2.

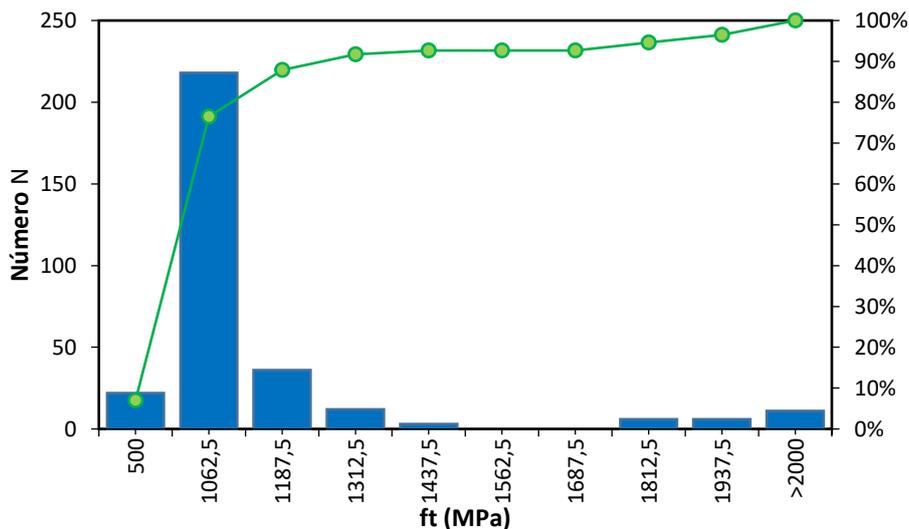


Figura 4.2 Distribución de resistencia a tracción de las fibras f_t en la base de datos.

La relación de cuantía de acero a tracción representada en el histograma de la figura 4.3, se puede observar que las muestras se distribuyeron uniformemente en el rango de refuerzo de 1,0% a 3,5% de la mayoría de las probetas, experimentalmente se

utiliza grandes cantidades de acero longitudinal para evitar una falla por flexión y permitir el análisis de corte.

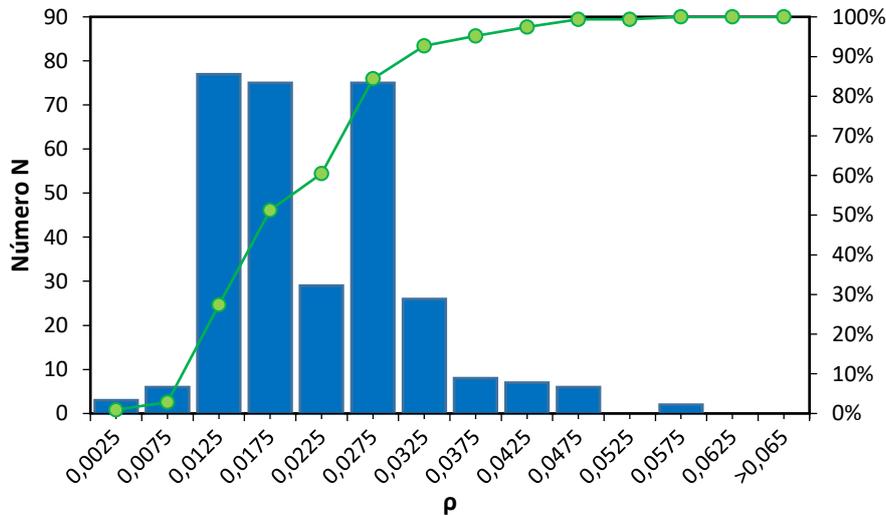


Figura 4.3 Distribución relación de cuantía de acero a tracción ρ en la base de datos.

En el histograma de la figura 4.4 se representa la distribución de la fracción de volumen de fibra V_f . El rango de variabilidad esta entre 0.25 a 1.0%; estos porcentajes proporcionan mezclas de hormigón trabajables y sirven para reemplazar parcialmente (no completamente) el refuerzo de acero dulce. (Lantsoght, 2019)

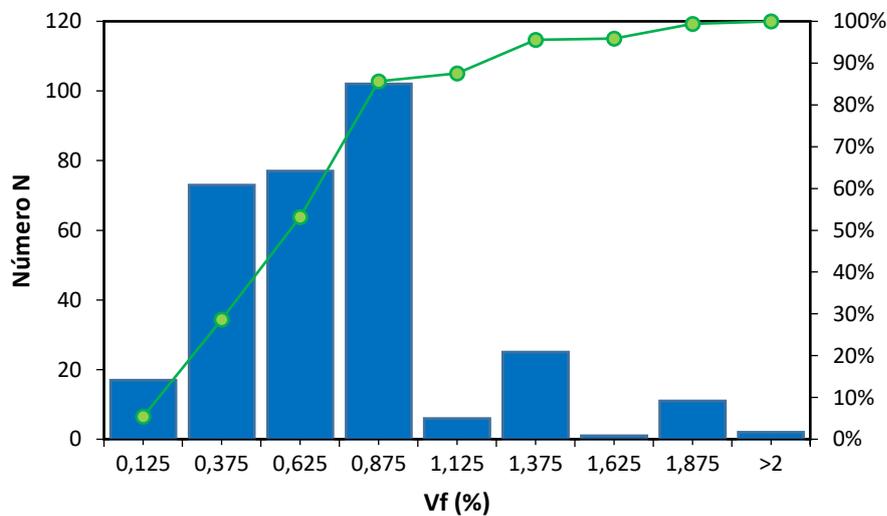


Figura 4.4 Distribución fracción de volumen de fibra V_f en la base de datos.

Considerando las dimensiones de la sección de las probetas experimentadas registradas en la base de datos la profundidad efectiva de las muestras en su mayoría se varía entre 100–300mm, que representa el 69%, el otro 24% de las muestras tienen un canto efectivo en el rango de 300-650 mm y el 7% restante se encuentra en cantos superiores a los 650mm; presenta pocas vigas de cantos altos para evitar el efecto de tamaño. La distribución se representa en el histograma de la figura 4.5.

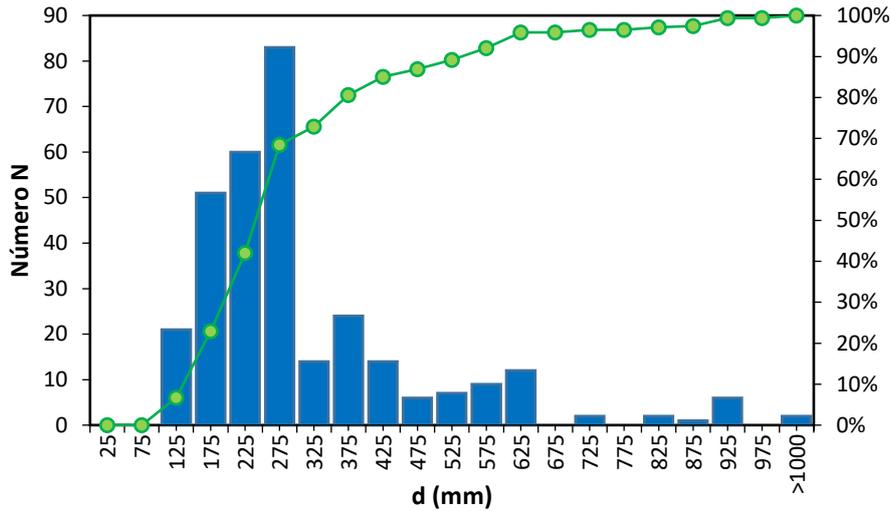


Figura 4.5 Distribución de la profundidad efectiva d de las vigas en la base de datos.

En la figura 4.6 se observa que la relación del espacio de cortante-profundidad efectiva el 40% de la muestra presenta un valor entre el rango 3-3.5.

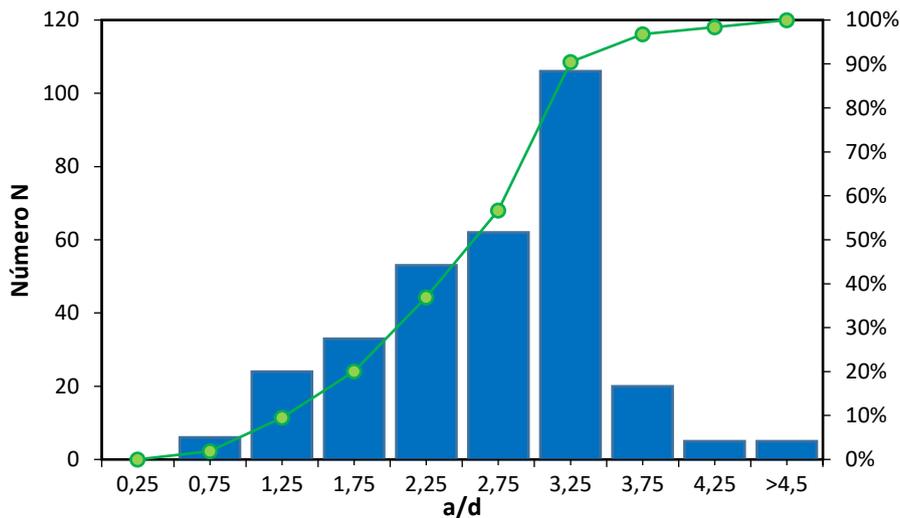


Figura 4.6 Distribución de la relación luz de corte y la profundidad a/d en la base de datos.

4.4 EVALUACIÓN DE PARÁMETROS

El cortante es un fenómeno con gran complejidad debido a la variabilidad del efecto por la influencia de los parámetros que intervienen en el cálculo. A continuación, se presenta distintas figuras que permiten representar los distintos parámetros experimentales que afectan la resistencia cortante (en el momento de la falla como resultado del peso propio y la carga aplicada). Para descartar la influencia de la resistencia a la compresión del hormigón $f_{c,cyl}$ en los estudios de los parámetros y lograr estandarizarlos los resultados, se normaliza el esfuerzo cortante al dividirla para el producto entre $b \cdot h$ y la raíz cuadrada de $f_{c,cyl}$.

Las relaciones entre cortante normalizado y cuantía de acero a tracción ρ se muestra en la figura 4.7. Se observa a mayores relaciones de refuerzo dan como resultado una mayor capacidad de corte; la armadura longitudinal contribuye como efecto pasador. El rango de efectividad estaría entre el 1 y 3,5%.

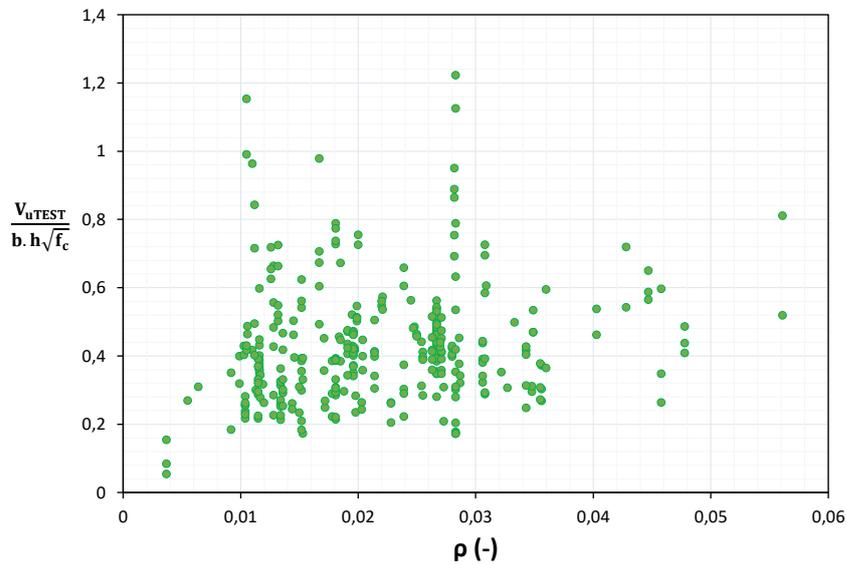


Figura 4.7 Relación entre cortante normalizado y cuantía de acero a tracción ρ

La figura 4.8 muestra la relación entre la capacidad de corte normalizada y el volumen de fibra V_f . El esfuerzo cortante normalizado aumenta a medida que aumenta el volumen de fibra. El rango donde se consideraría eficiente la adición de fibras se encuentra en el rango de 0.5 a 1.5% de volumen; valores menores no generarían un aumento deseado de resistencia y valores mayores ocasionarían menor efectividad debido a la afectación en su trabajabilidad.

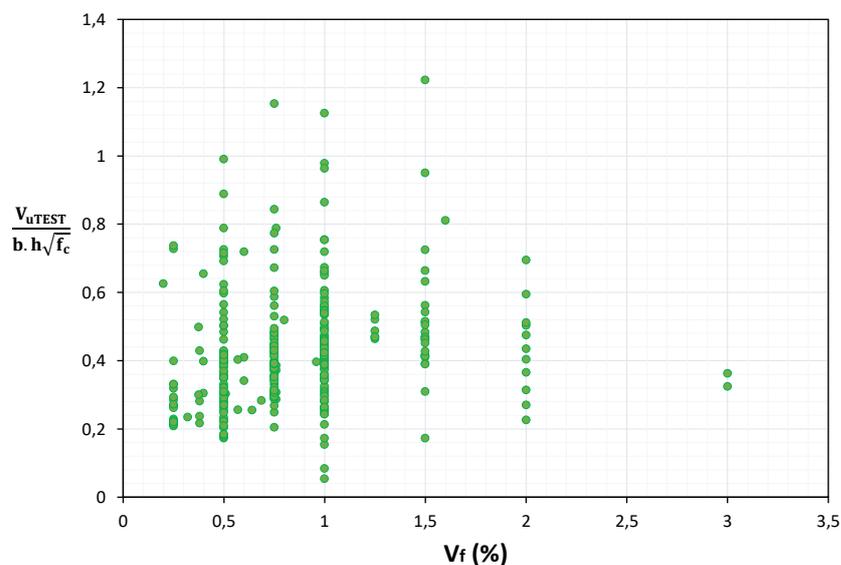


Figura 4.8 Relación entre cortante normalizado y volumen de fibra V_f

La influencia de la profundidad efectiva d sobre el esfuerzo cortante normalizado se representa en la figura 4.9. Del análisis de la base de datos indica que el cortante disminuye a medida que aumenta la profundidad efectiva (efecto de tamaño en cortante).

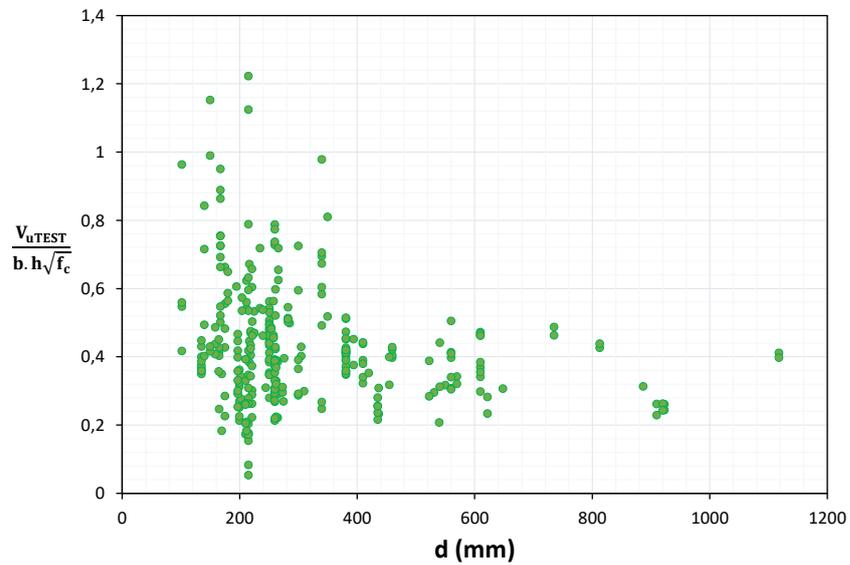


Figura 4.9 Relación entre cortante normalizado y profundidad efectiva d

La Figura 4.10 indica la influencia de la relación entre la luz de corte y la profundidad en términos de a/d con el cortante normalizado. Se produce una relación inversa entre a/d y la resistencia a cortante, los efectos producidos por flexión ganan importancia. Para la base de datos actual la relación del parámetro a/d tiene una influencia ligeramente mayor en el esfuerzo cortante normalizado debido a las geometrías utilizadas para vigas profundas en la base de datos según (Lantsoght, 2019). Además, en los casos de valores de $a/d > 4$ existe la posibilidad de que exista falla a flexión.

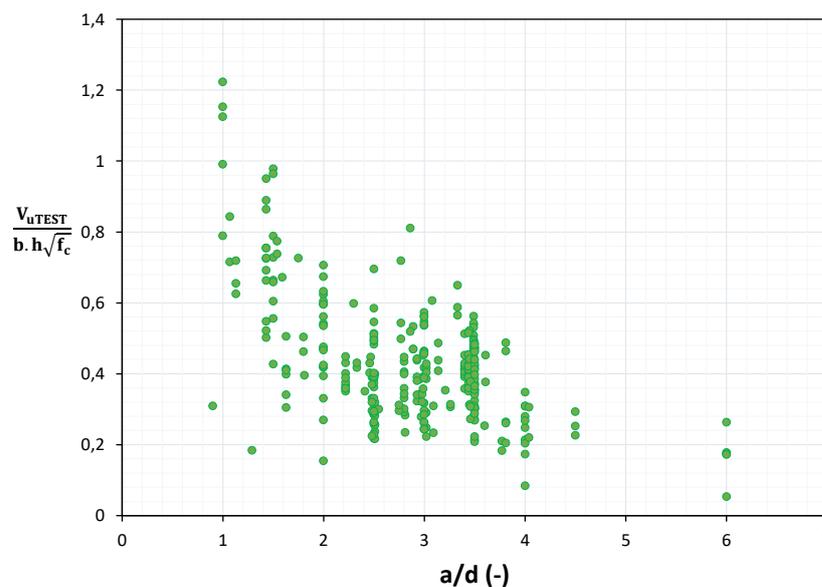


Figura 4.10 Relación entre cortante normalizado y luz de corte - profundidad a/d

La relación entre la longitud y el diámetro de la fibra para obtener mayor resistencia a cortante se encuentran entre 50 y 80 de esbeltez como se aprecia en la figura 4.11.

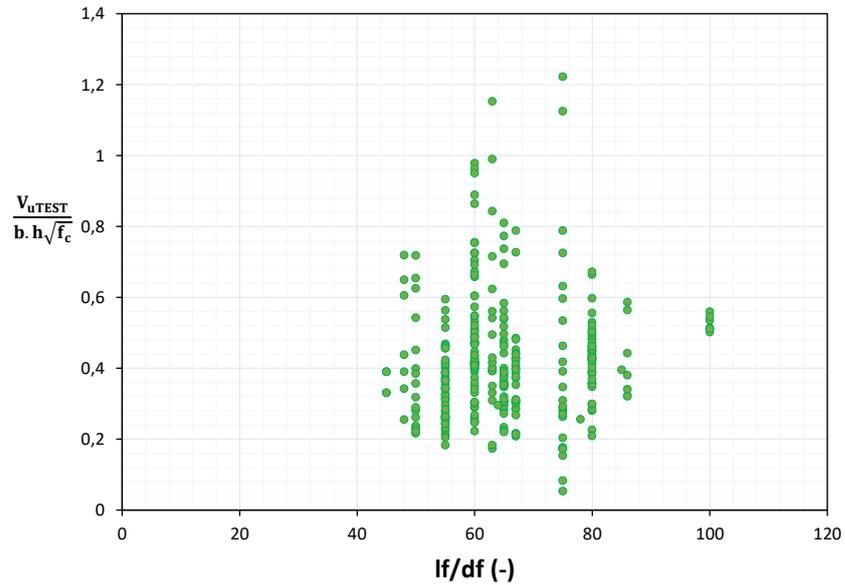


Figura 4.11 Relación entre cortante normalizado y relación entre longitud y diámetro de las fibras.

A medida que el tamaño del agregado disminuye su tamaño, la resistencia a cortante aumenta; la mezcla del hormigón es más uniforme con mejor unión entre las fibras. Esta relación se representa en la Figura 4.12.

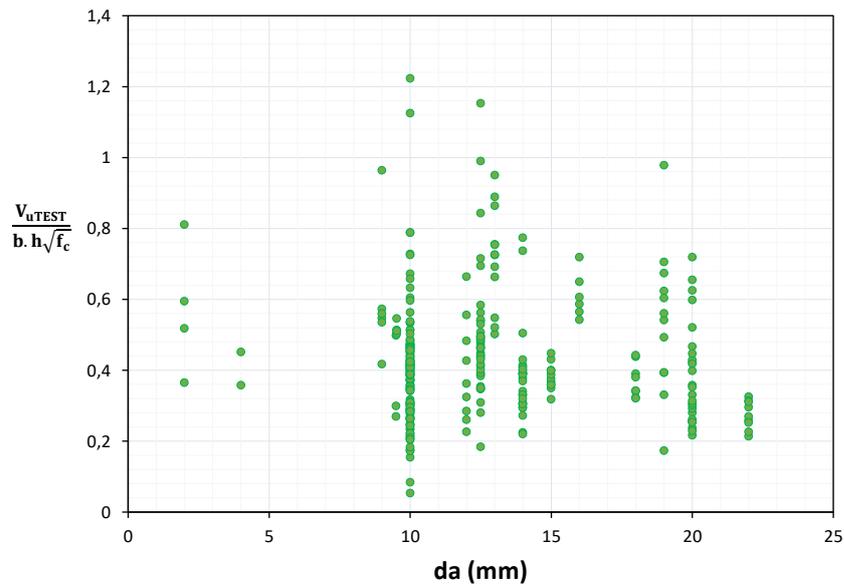


Figura 4.12 Relación entre cortante normalizado y tamaño máximo de agregado d_a

4.5 EVALUACIÓN CORTANTE EXPERIMENTAL/TEÓRICO.

Se analiza el error del modelo de resistencia evaluando el cociente entre la capacidad predicha por el modelo expuesto anteriormente V_{uMODEL} y la obtenida por el ensayo experimental V_{uTEST} , como se indica en la ecuación 4.1. Para la consideración de la capacidad de cortante teórico se ha considerado la armadura longitudinal para cada caso de estudio con un límite elástico del acero $f_y=550\text{MPa}$ (valor medio habitual para un acero clase C500) y $f_y=400\text{MPa}$ (límite normativo a efectos del cálculo a cortante). Cabe mencionar que al obtener el cortante utilizando la formulación que no considerar la aportación de la armadura longitudinal (Ver figura 4.15), reportaron valores muy bajos debido a no toma en cuenta la contribución de las fibras a la resistencia al cortante.

Al calcular los valores de V_{uMODEL} de la base de datos se obtuvo valores que no convergen al presentar una resistencia a flexión muy grande. Este hecho puede ser interpretado como que la armadura longitudinal no logra la plastificación y la sección rompe a cortante. Para solucionar la no convergencia se modifica la función que itera el cortante con armadura longitudinal hasta que $a=b.M/V$ sea igual a la posición de la carga; la tensión de la armadura longitudinal se va reduciendo hasta que converge o encuentra solución.

$$\lambda = \frac{V_{uTEST}}{V_{uMODEL}} \quad (4.1)$$

A medida que el cociente del valor experimental y el valor teórico tienda a la unidad el modelo se encuentra por el lado de la seguridad. Además, se incluye el coeficiente (R^2), un factor estadístico adimensional ayudará a realizar una evaluación rápida de los modelos que varía entre 0-1, siendo 1 el ajuste lineal perfecto. Un caso ideal se considera cuando los puntos se encuentren sobre la línea diagonal principal que representa la unidad.

Para este estudio se realiza una corrección al error inicial de la base de datos debido a que la base de datos puede tener error de ensayo o por muestras no representativas. La corrección se realiza primero estableciendo el tamaño que existe en la muestra en el primer cuartil Q1 y el tercer cuartil Q3. La diferencia entre Q3 y Q1 representa más o menos la desviación estándar; a este valor se le multiplica por un factor estadístico k (valor atípico); por lo general k es igual a 1,5. Finalmente se determina los límites superior e inferior de la muestra, estos límites son los cuartiles Q1 y Q3 afectando por su valor antes obtenido.

Después realizar las correcciones se obtuvieron 291 ensayos como se indica en la tabla del ANEJO 1 para los que se obtuvo el ratio entre V_{uTEST} y V_{uMODEL} (factor de sesgo λ). Dado que el error es un coeficiente adimensional (mayor a 0), la función de

distribución de probabilidad es Log-Normal. Al realizar todas estas consideraciones se obtuvo 30 casos de no convergencia que representa el 9,05% de los valores de la muestra.

La Figura 4.13 muestra la comparación entre los resultados de resistencia a cortante experimentales y teórico con influencia de armadura longitudinal con $f_y=400\text{MPa}$. Para este caso, las características estadísticas del error del modelo se resumen en la tabla 4.2, la media obtenida es mayor a 1,00 lo que indica estar del lado de la seguridad. El valor promedio de V_{uMODEL} proporciona un 40% menos que el V_{uTEST} ; los puntos se sitúan sobre la línea indicando que el modelo es conservador.

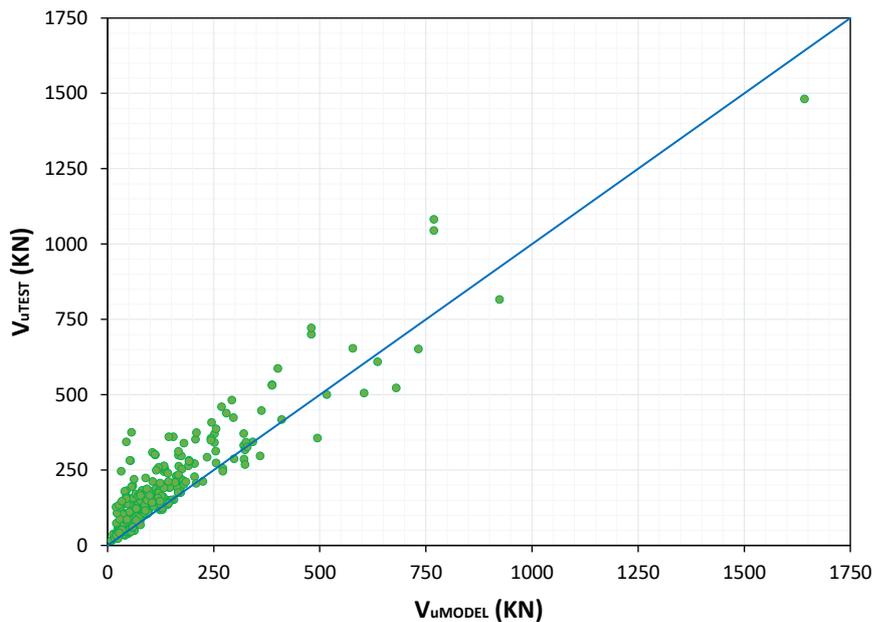


Figura 4.13 Comparación entre capacidad de cortante experimental y teórico.

Tabla 4.2 Caracterización estadística del error para HRF con armadura con $f_y=400\text{MPa}$.

Media (μ)	1,425
Desviación estándar (σ)	0,381
Coefficiente de variación (C.V.)	0,267

Por otro lado, la figura 4.15 representa los resultados de aplicar la formulación que no considera la armadura longitudinal proporcionan muy poca resistencia. La gran dispersión en las relaciones de las capacidades de corte experimental y calculada en este estudio muestra que no describen la capacidad de corte de HRF de una manera satisfactoria.

En la Figura 4.16. se representa la correlación que existe entre V_{uMODEL} y las variables que influyen en la resistencia a cortante de HRF como es la resistencia a la compresión (f_c), relación distancia porcentaje de acero longitudinal (ρ), de corte-profundidad efectiva (a/d), y volumen de fibra V_f .

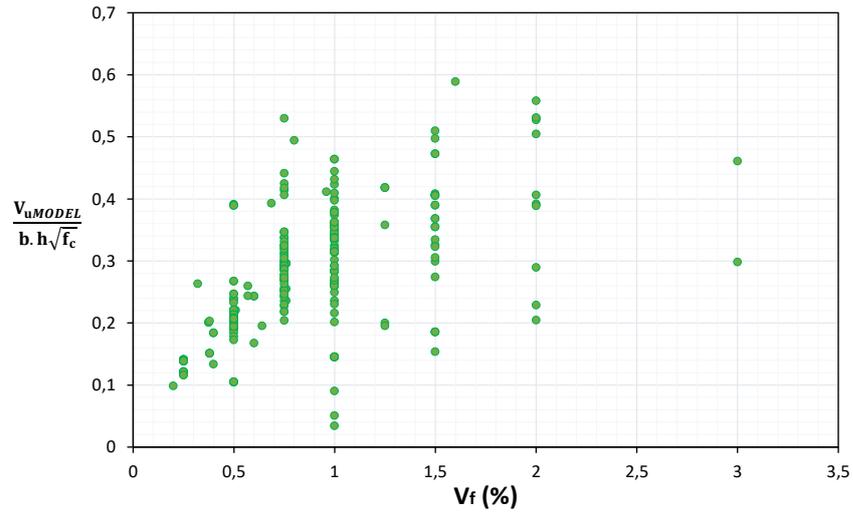


Figura 4.14 Correlación entre V_{uMODEL} y las variables de fibras.

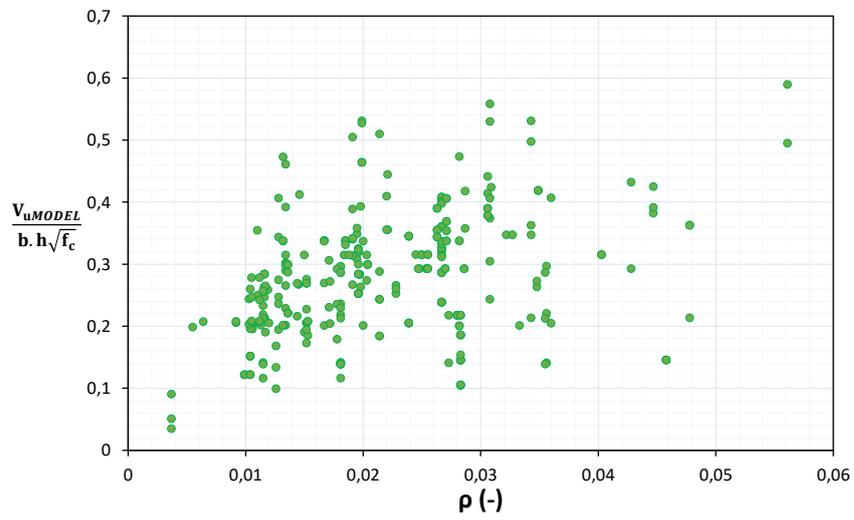


Figura 4.15 Correlación entre V_{uMODEL} y cuantía de armadura

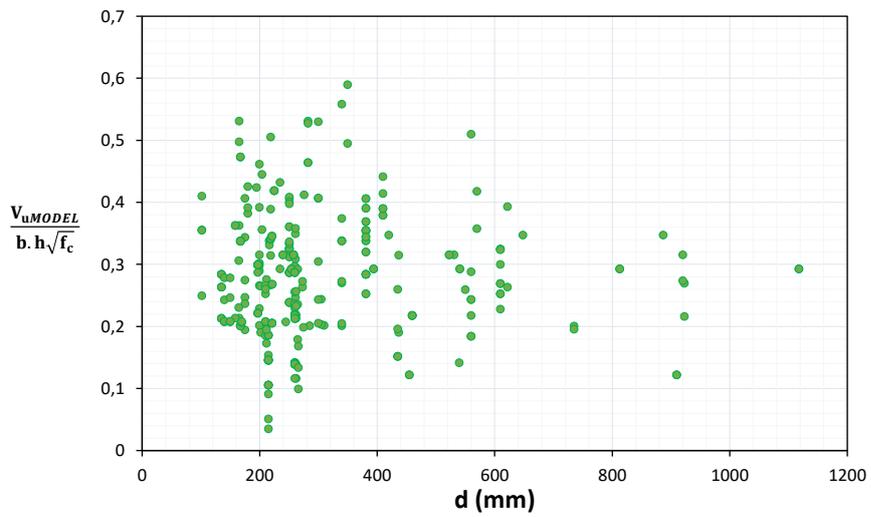


Figura 4.16 Correlación entre V_{uMODEL} y profundidad efectiva d

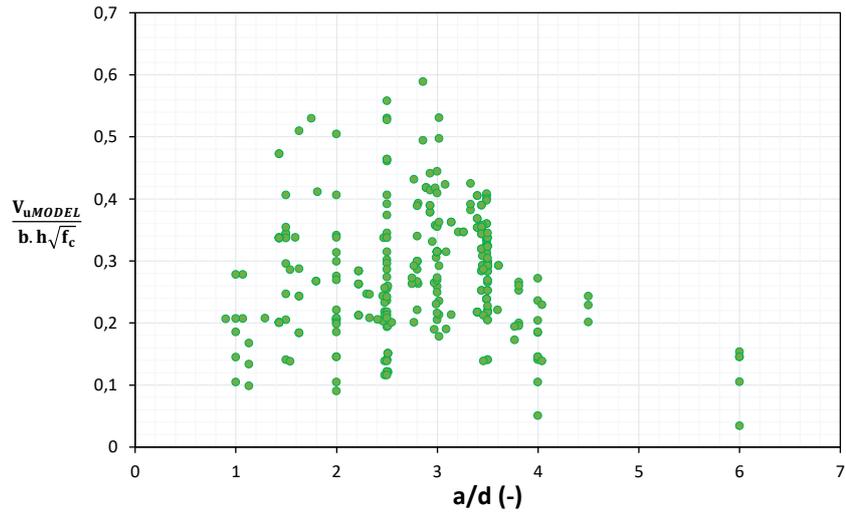


Figura 4.17 Correlación entre V_{uMODEL} y luz de corte - profundidad a/d

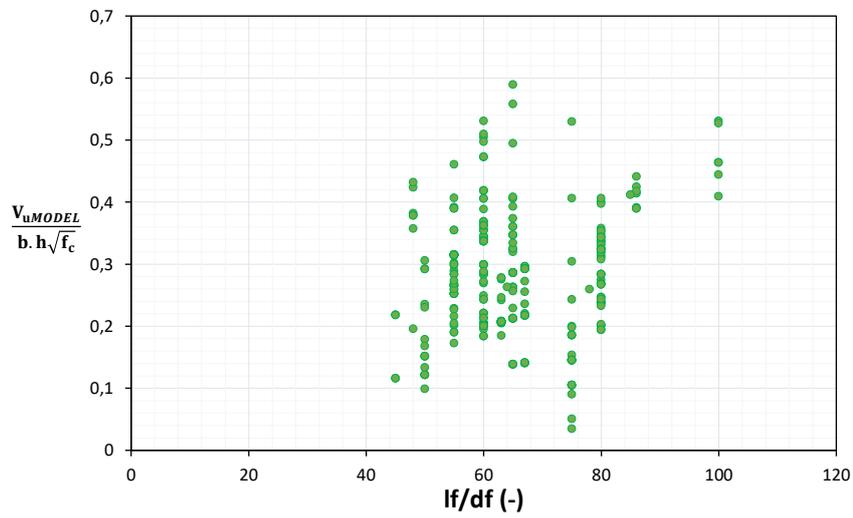


Figura 4.18 Correlación entre V_{uMODEL} y relación entre longitud y diámetro de las fibras.

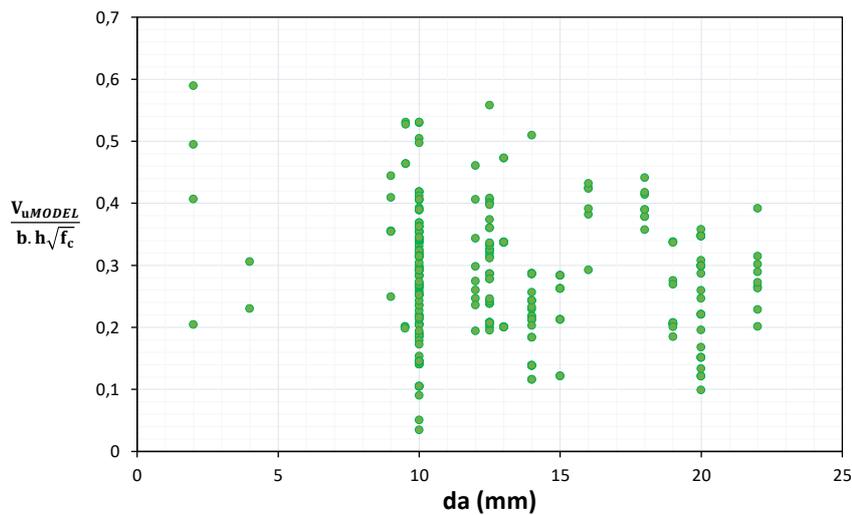


Figura 4.19 Correlación entre V_{uMODEL} y tamaño máximo de agregado d_a

Se observa en la figura 4.15 la resistencia al corte normalizado aumenta a medida que aumenta la cuantía de armado, lo que puede explicarse por la acción de la clavija más grande para cantidades mayores de refuerzo. En la figura 4.17 se observa la influencia de la relación entre el tramo de corte y la profundidad en la resistencia al corte normalizado es similar en el HRF que en el hormigón armado. La mayor resistencia al corte para valores pequeños de la relación entre la luz y la profundidad es el resultado de la acción de arco, lo que ratifica la figura 4.16.

La resistencia al cortante normalizada aumenta a medida que aumenta la fracción de volumen de fibra, como se puede observar en la figura 4.14. La resistencia al corte normalizado aumenta a medida que aumenta el factor de fibra. Se esperan estas observaciones, ya que el aporte de las fibras mejora la capacidad de corte. Hay menos dispersión en la influencia del factor de fibra que en la influencia de la fracción de volumen de fibra, lo que justifica el uso del factor de fibra en expresiones y ecuaciones de código. La mayoría de las fracciones de volumen de fibra en las muestras se encuentran entre el 0,5 y el 1,5%, ya que este rango contiene cantidades prácticas y trabajables de fibras y cumple el objetivo de reemplazar parcialmente el refuerzo. El rango completo de fracciones de volumen de fibra en la base de datos es de 0,2 a 4,5%.

Finalmente, en la figura 4.19 la resistencia al corte normalizado disminuye a medida que aumenta el tamaño máximo del agregado. Esta observación es contraria a lo que ocurre en el hormigón armado, donde los agregados más grandes mejoran la capacidad de enclavamiento de los agregados y por lo tanto la capacidad de corte. En SFRC, los agregados más pequeños dan como resultado una mezcla más uniforme y una mejor unión entre la matriz de concreto y las fibras de acero, lo que mejora la capacidad de corte.

5. ANÁLISIS DE FIABILIDAD

5.1 INTRODUCCIÓN

El diseño de estructural busca facilitar soluciones para establecer las dimensiones y características de los elementos de una estructura. Esta solución debe facilitar el uso de técnicas constructivas, aprovechamiento de materiales y lograr que responda de manera óptima ante las solicitaciones impuestas durante su vida útil. La estructura debe contar con un adecuado comportamiento y la necesaria seguridad ante la ocurrencia de algún tipo de falla. El objetivo de este capítulo es lograr exponer de forma breve en qué se basan los factores de seguridad con que se trata de lograr una seguridad adecuada. Para lo que se deberá realizar el planteamiento de los estados límites que permiten introducir los conceptos de fiabilidad estructural y de optimización (Meli Piralla, 2000).

Considerando las variables se definidas en el capítulo anterior se realizará una evaluación de fiabilidad de la base de datos de vigas de HRF de literatura existente, empleando el método FORM. Al final se propondrá un factor de seguridad del material γ_M relativo al modelo fib MODE CODE 2010 para la resistencia al corte, para elementos sin reforzamiento transversal y armadura longitudinal mínima. Para determinar el factor adecuado se considerará las consecuencias de falla y el costo económico relativo para aumentar la seguridad estructural (Cugat *et al.*, 2020).

5.2 ANÁLISIS DE FIABILIDAD

Si al diseñar una estructura todas sus variables pudieran predecirse se lograría una seguridad ajustada. Sin embargo, esto no es posible y genera gran incertidumbre entre sus variables que intervienen en la resistencia y en los efectos de las acciones. No importa cuán conservador sea el diseño, siempre habrá una probabilidad de que la acción máxima exceda la resistencia para algún estado límite de falla. Siempre habrá una probabilidad finita de que el valor exceda en el lado desfavorable. En el diseño lo que se busca es que esta probabilidad sea muy pequeña dentro de los límites para los que fue diseñado, durante un determinado período de vida y en condiciones funcionales (Meli Piralla, 2000).

Evaluar de forma racional la seguridad en el diseño estructural implica necesariamente el uso de teorías probabilísticas; este sistema de manejo de las incertidumbres se denomina fiabilidad estructural. Es importante un correcto manejo de los conceptos fundamentales de probabilidades en seguridad de las estructuras para poder establecer de forma adecuada los efectos de las incertidumbres y poder plantear la condición de estado límite.

Considerando a la fiabilidad como la capacidad de la estructura para satisfacer un requisito para un periodo un periodo de exposición. De cierto modo representa la probabilidad de la ausencia de fallo y se cuantifica mediante el índice de fiabilidad β (EHE-08, 2011) (EN1990, 2002). El término fallo de una estructura puede tener variaciones, cada uno de los cuáles puede determinar un nivel diferente de inseguridad a la que se ve expuesta la estructura.

5.2.1 Estado límite

Se define al estado límite como un evento predefinido, que debe evitarse para garantizar el correcto comportamiento de la estructura. Estas son las situaciones para las que de ser superadas puede considerarse que la estructura no cumple con alguna de las funciones para las que fue proyectada. Este límite puede ser representado con un modelo matemático y calcular su probabilidad de ocurrencia. Según (EN1990, 2002) y (EHE-08, 2011), los estados límites se clasifican en último, de servicio y de durabilidad.

La función de estado límite se definen en la ecuación 5.1 con sus variables aleatorias. Las variables en un elemento estructural es la capacidad o resistencia (R) y la demanda o solicitaciones (S). La función de estado límite o función de falla $g(R, S)$ se encuentra en una situación segura si sus valores son positivos, caso contrario si los valores son negativos se estima como una situación de falla.

$$g(R, S) = R - S \geq 0 \quad (5.1)$$

La función de falla podrá presentar los siguientes casos (ver figura 5.1):

- $g = 0$ representa la frontera entre el comportamiento deseado y no deseado de la estructura.
- $g > 0$ las resistencias serán superiores a las solicitaciones y la estructura no presentará fallo alguno, desarrollando el comportamiento deseado.
- $g < 0$ las resistencias serán inferior a las solicitaciones y la estructura fallará.

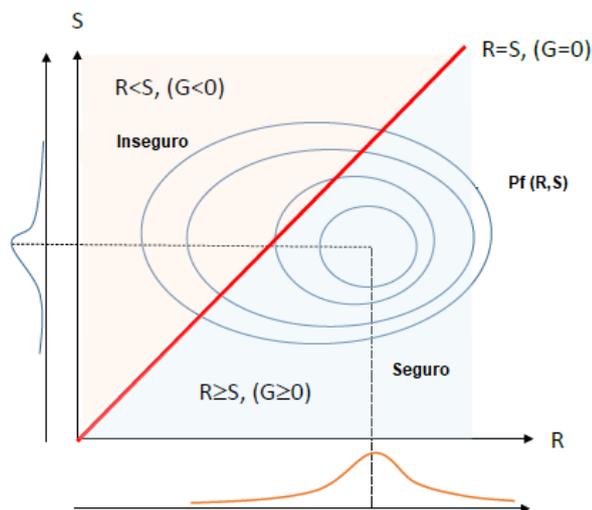


Figura 5.1 Representación de la función de falla. (Bairán, 2020).

5.2.2 Probabilidad de falla

Una superficie de falla no define un único tipo de falla, esta puede ser descrita por diferentes funciones de fallas equivalentes. La probabilidad que ocurra un evento F viene dada cuando la capacidad (R) de la estructura supera a la demanda (S); se la expresa con la siguiente ecuación 5.3

$$P_F = P(R - S < 0) = P(R < S) \quad (5.2)$$

La probabilidad de fallo se calcula resolviendo la ecuación 5.4; se establece la probabilidad de que los valores x sucedan cuando la capacidad (R) es menor que la demanda (S). La solución de la integración puede realizarse aplicando métodos de

integración numérica, métodos de simulación (ej. Monte Carlos) o métodos de aproximación de las funciones de densidad (ej. FOSM, FORM, SORM).

$$P_F = \int_{-\infty}^{+\infty} f(S) \cdot f(R) dx \quad (5.3)$$

La figura 5.3 representa las funciones de densidad de probabilidad de demanda y capacidad para un mismo evento en una estructura.

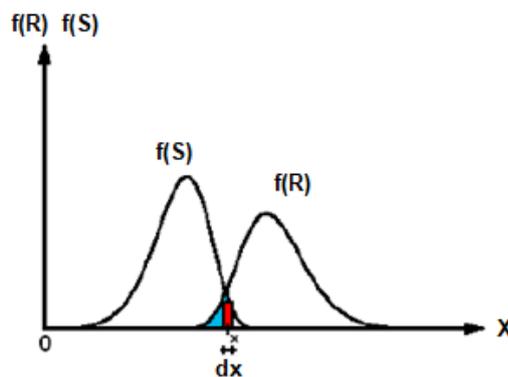


Figura 5.2 Representación de la probabilidad de falla. (Faber y Sørensen, 2002)

5.2.3 Índice de fiabilidad (β)

Se define como el valor negativo de la variable normal tipificada correspondiente a la probabilidad de fallo. También puede definirse como la distancia que existe entre el punto de origen de coordenadas (y_1 y y_2) hasta la línea que representa $G=0$, que en este caso representa la función de estado límite de las variables en forma reducida como se representa en la figura 5.3. Siendo la combinación de falla más probable es la más cercana al origen del sistema de coordenadas “y”: Punto de falla (*). El índice de fiabilidad expresa la probabilidad de que la función de estado límite alcance valores $g < 0$.

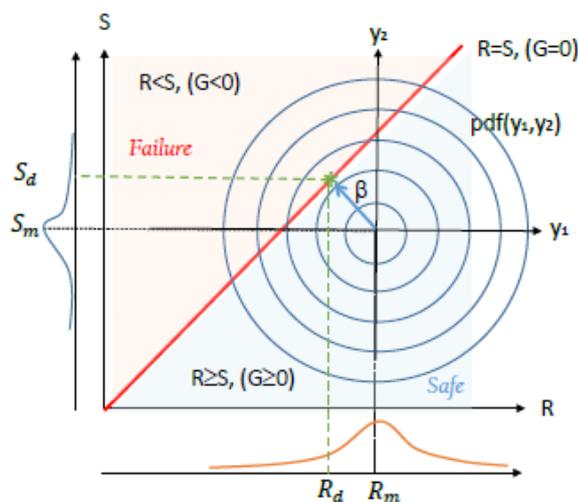


Figura 5.3 Representación del índice de fiabilidad. (Bairán, 2020)

Si las variables en la función de estado límite presentan distribuciones normales, el índice de fiabilidad puede relacionarse con la probabilidad de fallo con indica la ecuación 5.4. Φ representa la función de distribución normal estándar acumulada.

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_F) \quad (5.4)$$

De acuerdo a las normativas suelen fijarse valores de fiabilidad que satisfacer las prestaciones exigidas. El eurocódigo define los niveles de fiabilidad de forma cualitativa de acuerdo a sus clases (Reliability Class o RC), estados limite, como se muestran en la tabla 5.1. Las clases están en función de las consecuencias que podrían accionar sea por pérdidas humanas, económicas, etc.

Tabla 5.1 Valores mínimos recomendados de Índice de fiabilidad (EN1990, 2002)

Clase de fiabilidad	Valores mínimos de β					
	ELU		Fatiga		ELS	
	1 año	50 años	1 año	50 años	1 año	50 años
RC1	5,2	4,3	-	-	-	-
RC2	4,7	3,8	-	1,5 a 3,8	2,9	1,5
RC3	4,2	3,3	-	-	-	-

5.2.4 Evaluación de fiabilidad

Existen diversos métodos de evaluar la probabilidad de fallo, estos se distinguen por su la exactitud y complejidad en el procesamiento. Estos métodos se suelen dividir en niveles según la información prevista acerca de la estructura como se resume a continuación:

- Nivel I, verifica que se alcance el índice de fiabilidad mínimo (no calculan probabilidad de fallo); emplean un valor característico de cada parámetro independiente. En este nivel se encuentra los métodos de los estados límites y el coeficiente de seguridad global.
- Nivel II, emplean dos valores de cada parámetro independiente (media y varianza), complementado con alguna medida de relación entre ambos. Estos métodos tienden a aproximar la función de estado límite a una expresión polinómica sea de primer o segundo orden; la misma que otorgan el nombre a sus métodos FORM (First Order Reliability Method) y SORM (Second Order Reliability Method).
- Nivel III, requiere la distribución entre todos los parámetros inciertos, la probabilidad de fallo es una medida de control. Estos métodos usan una ecuación de estado limite determinada de forma numérica, se emplea la integración numérica y simulación.
- Nivel IV, el método compara la perspectiva estructural con el análisis económico, tiene en cuenta la relación coste/beneficio de la construcción (mantenimiento,

consecuencias de fallo, interés del capital, etc.). Aplicado por lo general para estructuras de gran envergadura.

Para el desarrollo de fiabilidad de esta tesina se utilizará el método FORM que se describe a continuación.

5.2.4.1 Método de primer orden (FORM).

Método de aproximación lineal (primer orden) de las funciones de densidad de probabilidades, se desarrolla en hiperplanos tangentes a la superficie de fallo en el punto de diseño (ver figura 5.2).

Se calcula la probabilidad de falla P_F con la ayuda del índice de fiabilidad β con la ayuda de la ecuación 5.5. Conocida las características estadísticas de cada una de sus variables aleatorias (media, varianza y tipo de distribución), permitirá utilizar toda la información de las variables del punto de diseño aproximadas a variables normales de forma estándar. Se desarrolla este método siguiendo el algoritmo propuesto por Rackwitz-Fiessler (Nowak y Collins, 2000). El mismo que permite establecer la probabilidad de fallo del sistema, siempre y cuando sean conocidas las funciones de densidad de las variables de la función g .

$$P_F = \Phi(-\beta) \tag{5.5}$$

Este proceso iterativo consiste en obtener de todas las variables aleatorias de distribución no normal localizadas el punto de diseño el valor normal de la media equivalente y su desviación estándar.

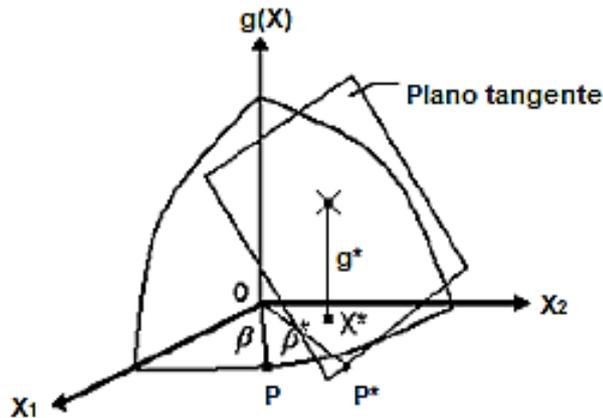


Figura 5.4 Algoritmo iterativo utilizado por FORM para encontrar β (Faber y Sørensen, 2002)

La aplicación del método FORM conlleva el siguiente procedimiento que consiste en determinar las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias X_i ($i=1, 2, \dots, n$) con sus parámetros adecuados y la función de estado límite, Se establece el punto inicial de diseño $\{x_{i*}\}$ considerando valores a un total de $n-1$ variables aleatorias. Para

las variables aleatorias restantes se resuelve la ecuación de estado límite siendo $g=0$, con esto se logra posicionar al punto de diseño en la superficie de fallo. Se determinan las propiedades estadísticas del punto de diseño para los valores x_i^* : media ($\mu_{x_i}^e$) y desviación estándar ($\sigma_{x_i}^e$) normales equivalentes. Los mismos que presentan una distribución no normal para lo cual con la ayuda de las ecuaciones 5.6 a 5.9 se cambia a Log-Normal.

$$\sigma_{\ln x_i}^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_{x_i}^2}{\mu_{x_i}^2} \right) \quad (5.6)$$

$$\mu_{\ln x_i} = \ln(\mu_{x_i}) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln x_i}^2 \quad (5.7)$$

$$\sigma_{x_i}^e = x_i^* \cdot \sigma_{\ln x_i} \quad (5.8)$$

$$\mu_{x_i}^e = x_i^* \cdot [1 - \ln(x_i^*) + \mu_{\ln x_i}] \quad (5.9)$$

La ecuación 5.10 permite obtener la forma reducida o estándar de las variables $\{z_i^*\}$ en el punto de diseño $\{x_i^*\}$

$$z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{x_i}^e}{\sigma_{x_i}^e} \quad (5.10)$$

Con el estado límite se efectúa las derivadas parciales en relación a las variables en forma reducida utilizando la ecuación 5.11. El vector $\{G\}$ contiene las derivadas parciales multiplicadas por -1.

$$\{G\} = \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_n \end{Bmatrix} \quad \text{donde} \quad G_i = \left[-\frac{\partial g}{\partial z_i} \right]_{\text{evaluado en punto de diseño}} \quad (5.11)$$

Se calcula el índice de fiabilidad (β) con la ecuación 5.12 y el vector $\{z^*\}$.

$$\beta = \frac{\{G\}^T \{z^*\}}{\sqrt{\{G\}^T \{G\}}} \quad \text{donde} \quad \{z^*\} = \begin{Bmatrix} z_1^* \\ z_2^* \\ \vdots \\ z_n^* \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

Con la ecuación 5.13. permite obtener el vector $\{\alpha\}$ con los factores de sensibilidad.

$$\{\alpha\} = \frac{\{G\}}{\sqrt{\{G\}^T \{G\}}} \quad (5.13)$$

Con la ecuación 5.14 se determinará un nuevo punto de diseño de forma reducida para la cantidad de n-1 variables.

$$z_i^* = \alpha_i \cdot \beta \quad (5.14)$$

Los valores del nuevo punto de diseño para variables n-1 en coordenadas originales, es determinado con la ecuación 5.15.

$$x_i^* = \mu_{x_i}^e + z_i^* \cdot \sigma_{x_i}^e \quad (5.15)$$

Se calcula el valor de la variable aleatoria restante considerando la función de estado límite $g=0$. Este proceso se repite hasta lograr que el índice de fiabilidad β y el punto de diseño $\{x_i^*\}$ converjan. Finalmente estabilizados los valores se determina la probabilidad de fallo con la ecuación 5.5.

5.3 CALIBRACIÓN DEL FACTOR DE SEGURIDAD

La calibración del factor de seguridad se obtiene en función de un índice de fiabilidad β uniforme cercanos al valor objetivo β^* (ver tabla 5.1). el índice de fiabilidad de cada caso de diseño se calcula con el método FORM que se explicó en el apartado anterior. Este método requiere definir la función de estado límite ($g=0$) que relacione la capacidad (R) y la demanda (S) como indica en la ecuación 5.16.

$$g(R, S) = R - S = \lambda \cdot V_R - V_d \quad (5.16)$$

Esta función debe considerar los criterios de seguridad ($V_R \geq V_d$). La capacidad esta expresada por V_R , que representa la resistencia predicha por el modelo (es el algoritmo que se explicó en el capítulo 3). Las solicitaciones se expresada con V_d , que representa la carga que proviene del análisis estructural para la que diseñamos la viga. Al no saber la resistencia final de la pieza, pero conociendo la distribución estadística del ensayo (ver ecuación 4.1), si se multiplica a V_R con el factor de sesgo del modelo (λ) se intenta pasar el valor dado por el modelo a la resistencia real.

De acuerdo al (EN1990, 2002) la fiabilidad objetiva para estructuras clase RC2 en estado limite último ($t=50$ años) es de 3,8 como se indica en la tabla 5.1, este valor concuerda con los valores mínimos especificados en la EHE-08. El valor de fiabilidad objetiva total considera la variabilidad de carga y resistencia. Según (EN1990, 2002) se puede asumir una fiabilidad para la carga y para resistencia por separado, considerando sus respectivos valores de afectación. Siendo la fiabilidad de la carga es el producto

entre 0,8 y β^* y la fiabilidad de resistencia es el producto entre 0,7 y β^* . Considerando que en este trabajo se utilizará solo el índice de fiabilidad de carga dando un resultado de 3,04.

5.3.1 Distribuciones de valores de variables

En el estudio de fiabilidad se determina los casos de diseño tomando en cuenta la población. Los rangos de variabilidad de las variables fueron considerando en el tipo de estructuras que se espera donde se va usar el factor de seguridad. Este criterio toma en cuenta las características geométricas y de cargas aplicadas de estructuras típicas. En la tabla 5.3 se muestra los rangos de valores para cada variable adoptada; un total de 72 casos de diseño. Estos 72 casos se diseñan con un valor elegido del factor de seguridad (γ) y luego se evalúa la fiabilidad del cada diseño. Todos los puntos son diseñados para una relación entre momento y cortante $M/V=2,5*d$. Esta relación $a=M/V$ permite asumir que las secciones de diseño tienden a fallar a cortante en lugar de a flexión.

Tabla 5.2 Rango de variables en el conjunto de diseño.

Variable	Valores				Nº Casos
b (mm)	300				1
h (mm)	200	400	600		3
ρ (-)	0,002	0,006	0,001		3
f_{ck} (Mpa)	30		60		2
f_{fFtu}	1	3	5	7	4
Total Nº de casos					72

En este primer estudio, se considera que la fórmula será empleada en elementos de espesores habituales de vigas de edificación, losas o muros. Por lo tanto, el rango de espesores considerado es de 200 – 600 mm, la cuantía de armadura en el rango de 0,002 y 0,01. La resistencia del hormigón tanto para edificaciones comunes 30MPa (hormigón normal) y edificaciones singulares 60MPa (hormigón de alta resistencia). La residual del hormigón con fibras se ha considerado entre 1 a 7 MPa; el valor de 7 MPa es muy alto para lo normal, pero se opta por evaluar este valor debido a que la base de datos presenta datos de 10.

5.3.2 Variables aleatorias

Las variables aleatorias consideradas en el estudio se definen en la tabla 5.2 así como también las funciones de densidad de probabilidad consideradas en el análisis de fiabilidad. El valor obtenido de λ_m es superiores a 1, indicando que el modelo analítico propuesto para evaluar V_u conduce a resultados seguros con respecto a los experimentales.

Tabla 5.3 Variables aleatorias utilizadas en el análisis de fiabilidad.

Variable	Descripción	Distribución	Media (μ)	C.V.
λ	Modelo error	Log-normal	1,425	0,267
f_{ct}	Resistencia a tracción del hormigón	Log-normal	para $\leq C50$ $f_{ctk} = 0.3f_{ck}^{2/3}$ para $> C50$ $f_{ctk} = 2.12 \ln(1 + 0.1(f_{cm}))$	0,255
d	Error geométrico en la profundidad efectiva de la sección	Normal	10 mm	10 mm
b	Error geométrico en la base de la sección	Normal	0,9	5,8
f_{R3}	Esfuerzo posterior a la fisura para CMOD= 2,5mm	Log-normal	$f_{R3k} / 0.708$	0,2

5.3.3 Distribución de β .

El índice de fiabilidad fue calculado para diversos valores de γ_{fR3k} como indica en la tabla 5.4. Para este análisis se ha efectuado la evaluación de β en el rango de valores γ_{fR3k} de 2,5 a 1,2. Cada análisis representaba 72 casos de estudio que con la ayuda del programa FORM efectuaban sus respectivas interacciones hasta obtener los valores de los puntos de diseño. Los valores del punto de diseño son la combinación de características de la viga que debería ocurrir a la vez para que se produzca la rotura. Una vez finalizado cada análisis se obtiene las características estadísticas de β para cada caso como se resume en la tabla 5.4.

Tabla 5.4 Variables aleatorias utilizadas en el análisis de fiabilidad.

γ_{fR3k}	β				
	μ	C.V.	Max	Min	$\mu - \sigma$
2,50	3,810	0,225	4,907	0,359	2,954
2,00	3,412	0,203	4,220	0,388	2,720
1,65	3,083	0,190	3,637	0,281	2,498
1,50	2,813	0,262	3,378	0,104	2,077
1,20	2,425	0,252	2,918	0,054	1,813

La figura 5.2 presenta la curva de variación del factor de seguridad vs. el índice de fiabilidad medio de la población. Muestra los resultados obtenidos mediante el método FORM con las consideraciones mencionadas. La fiabilidad objetivo se produce en cuando $\alpha_R \beta = 0,8 \times 3,8 = 3,04$. Donde α_R es el coeficiente de sensibilidad de la

resistencia y se puede tomar aproximadamente 0,8. El índice de fiabilidad objetivo se alcanza con un factor de seguridad de la resistencia residual del hormigón con fibras de γ_{fR3k} es 1,65 valor con el que se ha obtenido un índice de fiabilidad medio de la población de $\beta=3,083$, ligeramente superior al objetivo de 3,04.

El coeficiente de seguridad encontrado es un 10% más grande que el utilizado actualmente para el diseño de elementos HRF. El valor de β medio se aproxima al β óptimo de carga mencionado anteriormente. Para el análisis se ha considerado un factor de seguridad para el hormigón y acero de 1,5 y 1,15 respectivamente.

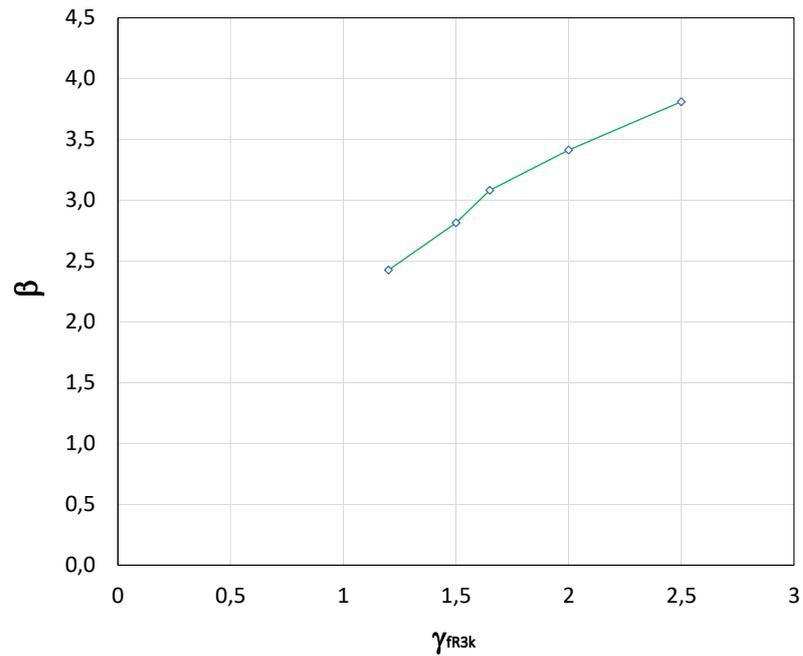


Figura 5.5 Relación $\beta - \gamma_{fR3k}$ para vigas de HRF

6. CONCLUSIONES

6.1.1 Conclusión general

Considerando que actualmente el hormigón reforzado con fibras tiene actualmente diferentes aplicaciones y se ha convertido en una opción a los sistemas tradicionales de refuerzo de hormigón; se debe considerar la actualización de los parámetros que influyen en seguridad estructural. En respuesta al objetivo general definidos en el capítulo 1, se definió las siguientes conclusiones generales del tema tratado en esta tesis.

Para elementos tipo viga de hormigón reforzado con fibras con armadura longitudinal y sin armadura transversal se realizó la calibración de un coeficiente de seguridad para la evaluación al corte γ_{fR3k} , el mismo que resultó igual a 1,65. Este valor se obtuvo una vez finalizado el análisis de fiabilidad, cuando se encontraron la convergencia de la fiabilidad media β en 3,083.

El coeficiente de seguridad para las fibras γ_{fR3k} obtenido en base a los criterios de diseño que establecen las normativas actualmente representa un 10% más del valor del hormigón. Lo que implica que, si se utiliza el mismo coeficiente de seguridad para fibras y concreto (1,5 según la normativa), se estaría generando un nivel de seguridad inferior al requerido. De manera que si se quisiera garantizar un adecuado diseño de los elementos debería considerarse un factor de seguridad distinto tanto para fibras como para hormigón.

Se determinó una variación al modelo de resistencia a cortante de (Coccia, Meda y Rinaldi, 2015) que no consideraba la armadura longitudinal. La modificación de este modelo implicaba considerar el refuerzo longitudinal de las vigas y realizar unas correcciones para converjan los valores tanto de la posición del eje neutro como de la tensión aplicada, como se explicó en el capítulo 3 y se indicó en el algoritmo del anejo 2.

6.1.2 Conclusiones específicas.

Se proponen varias conclusiones específicas en respuesta a estos objetivos específicos planteados en el primer capítulo de cada tema abordado en la tesis se presentan a continuación.

Al revisar la literatura de trabajos similares a fiabilidad para elementos con HRF se pudo constatar que no existía gran cantidad de investigaciones; motivo por el cual actualmente se opta por usar el mismo factor de seguridad para hormigón y fibras. Para el caso de estudios de calibración de factores de seguridad para elementos diseñados a flexión realizados por (Cugat et al., 2020) obtuvieron un factor de seguridad γ_{fR3k} igual a 1,65. El valor de este factor consideraba las consecuencias de fallo como “Alguna”, medidas cautelares “Normal” en el costo y un periodo de 50 años. Esto es un 10% más grande que el utilizado en las pautas actuales para el diseño de elementos HRF.

La base de datos analizada fue un total 317 experimentaciones a escala real de vigas de hormigón reforzado con fibras con armadura longitudinal, de estos datos se obtuvo un error del modelo λ para cada ensayo; siendo el valor medio del error λ_m igual a 1,425 y un coeficiente de variación del 26,7%. Lo que significa que el V_{uMODEL} proporciona un 40% menos que el V_{uTEST} ; los puntos se sitúan sobre la línea indicando que el modelo es conservador como se puede observar en la figura 4.13.

Los datos muestran una pequeña disminución de la resistencia al corte del modelo normalizado a medida que aumenta la profundidad efectiva. No se dispone de suficientes resultados experimentales en vigas HRF grandes para estudiar el efecto de tamaño en cortante en HRF.

El valor de fiabilidad media β obtenido en este trabajo nos dio una valor cercano al valor de fiabilidad objetiva β^* recomendada por el (EN1990, 2002) para estructuras RC2 en ELU en un periodo de 50 años que es igual a 3,04; lo que indica que el modelo asumido es correcto.

Al finalizar el análisis de fiabilidad estructural se propone una un valor para el coeficiente de seguridad γ_{fR3k} de 1,65 para modelos resistentes a cortante; este valor ha considerado las características típicas de vigas en un edificio tanto geométricas como mecánicas. Esta calibración generó una expresión numérica, debido a que la interacción realizada con ayuda del método FORM se realizó a un logaritmo.

En consecuencia, una mejor comprensión de la contribución de las fibras a la capacidad de corte puede implicar una optimización de las secciones transversales, el uso más óptimo y económico de los materiales y, por lo tanto, diseños más sostenibles

6.1.3 Líneas de investigación.

Todavía existe una necesidad real de seguir investigando, quedan muchos aspectos en los que avanzar e incorporar en los códigos normativos. A continuación, se muestran posibles líneas de investigación con las que continuar:

Estudiar con más detalle el efecto tamaño en este modelo modificado; debido a que este modelo no es sensible al efecto tamaño; quizás se deba modificar el f_{r3} con el tamaño de la viga.

Se requieren extensas investigaciones experimentales sobre las pruebas de resistencia al corte de las vigas HRF con más variabilidad en sus parámetros. En especial vigas de gran profundidad, lo cual es necesario para evaluar el efecto de tamaño en cortante.

Investigaciones para establecer el valor óptimo de β para el diseño de elementos HRF teniendo en cuenta los requisitos económicos, ambientales y durabilidad.

Calibrar el factor de seguridad para distintos tipos de elementos estructurales de HRF en el que se podría adaptar al método de hormigonado.

Utilizar modelos constitutivos más complejos en la definición del comportamiento residual del HRF a cortante.

BIBLIOGRAFÍA

Abdul-zaher, A. S. *et al.* (2016) «Shear behavior of fibre reinforced concrete beams.», *Journal of Engineering Sciences Assiut University*, 44, pp. 132-144.

Abrishambaf, A., Pimentel, M. y Nunes, S. (2017) «Influence of fibre orientation on the tensile behaviour of ultra-high performance fibre reinforced cementitious composites.», *Cement and Concrete Research*, 97, pp. 28-40.

ACHE (2000) *Manual de tecnología del hormigón reforzado con fibras de acero*. Comisión 2. Editado por H. con fibras. Grupo de trabajo 2/2.

ACI 544.3R-08 (2008) *Guide for specifying, proportioning and production of fibre-reinforced concrete*.

ACI 544.4R-88 (2009) *Design considerations for steel fibre reinforced concrete* Reported. by ACI Com.

ACI Committee 544 (1988) «Design considerations for steel fibre reinforced concrete», *ACI Structural Journal*, 85, pp. 563-580.

Adebar, P. *et al.* (1997) «Shear tests of fibre concrete beams without stirrups», *ACI Structural Journal*, 94(1), pp. 68-76. doi: 10.14359/462.

Al-Ta'an, S. A. y Al-Feel, J. R. (1990) «Evaluation of shear strength of fibre-reinforced concrete beams», *Cement and Concrete Composites*, 12(2), pp. 87-94. doi: [https://doi.org/10.1016/0958-9465\(90\)90045-Y](https://doi.org/10.1016/0958-9465(90)90045-Y).

Amin, A. y Foster, S. J. (2016) «Shear strength of steel fibre reinforced concrete beams with stirrups», *Engineering Structures*, 111, pp. 323-332. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.12.026>.

Aoude, H. *et al.* (2012) «Response of steel Fibre-reinforced concrete beams with and without stirrups», *ACI Structural Journal*, 109(3), pp. 359-368. doi: 10.14359/51683749.

Aoude, H. y Cohen, M. (2014) «Shear response of SFRC beams constructed with SCC and steel fibers», *Electronic Journal of Structural Engineering*, 14, pp. 71-83.

Arslan, G. (2014) «Shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) slender beams», *KSCE Journal of Civil Engineering*, 18, pp. 587-594. doi: 10.1007/s12205-014-0320-x.

Arslan, G., Keskin, R. y Ulusoy, S. (2017) «An experimental study on the shear strength of SFRC beams without stirrups», *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Poland)*, 55, pp. 1205-1217. doi: 10.15632/jtam-pl.55.4.1205.

Ashour, S. A., Hasanain, G. S. y Wafa, F. F. (1992) «Shear behavior of high-strength fiber reinforced concrete beams», *ACI Structural Journal*, 89(2), pp. 176-184. doi: 10.14359/2946.

Bae, B. II, Choi, H. K. y Choi, C. S. (2014) «Flexural and shear capacity evaluation of reinforced ultra-high strength concrete members with steel rebars», *Key Engineering Materials*. Trans Tech Publications Ltd, 577-578, pp. 17-20. doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.577-578.17.

Bairán, J. M. (2020) *Calibration of safety factors*. Barcelona.

Bažant, Z. P. y Oh, B. H. (1983) «Crack band theory for fracture of concrete», *Matériaux et Construction*, 16(3), pp. 155-177. doi: 10.1007/BF02486267.

Blanco, A. et al. (2013) «Application of constitutive models in European codes to RC – FRC», *Construction and Building Materials*. Elsevier Ltd, 40, pp. 246-259. doi: 10.1016/j.conbuildmat.2012.09.096.

Blanco, A. et al. (2014) «Comportamiento a flexión de losas de hormigón reforzado con fibras (HRF)», en *VI Congreso ACHE*. Madrid, España, pp. 1-10.

Buttignol, T., Sousa, J. y Bittencourt, T. (2017) «Ultra High-Performance fiber-reinforced concrete (UHPRFC): a review of material properties and design procedures», *IBRACON de Estruturas e Materiais*, 10.

Cánovas, M. F. (1982) *Hormigón reforzado con fibras de acero*. 34.^a ed. Informe de la construcción.

Casanova, P. y Rossi, P. (1999) «High-Strength concrete beams submitted to shear: steel fibers versus stirrups», *ACI Symposium Publication*, 182, pp. 53-68. doi: 10.14359/5521.

Casanova, P., Rossi, P. y Schaller, L. (1997) «Can steel fibers replace transverse reinforcements in reinforced concrete beams?», *ACI Materials Journal*, 94(5), pp. 341-354. doi: 10.14359/9874.

Cavalaro, S. H. P. y Aguado, A. (2015) «Intrinsic scatter of FRC: an alternative philosophy to estimate characteristic values», *Materials and Structures*, 48(11), pp. 3537-3555. doi: 10.1617/s11527-014-0420-6.

CEN (2005) *Eurocode 2: Design of concrete structures—Part 1-1 General rules and rules for buildings*, Comité Européen de Normalisation. Brussels, Belgium: NEN-EN 1992-1-1:2005.

Cervenka, V. (2013) «Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010», *Structural Concrete*. John Wiley & Sons, Ltd, 14(1), pp. 19-28. doi: 10.1002/suco.201200022.

Chalioris, C. E. y Sfiri, E. F. (2011) «Shear performance of steel fibrous concrete beams», *Procedia Engineering*, 14, pp. 2064-2068. doi: https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.07.259.

Chiaia, B., Fantilli, A. P. y Vallini, P. (2008) «Evaluation of crack width in FRC structures and application to tunnel linings», *Materials and Structures*, 42(3), p. 339. doi: 10.1617/s11527-008-9385-7.

Chiaia, B., Fantilli, A. P. y Vallini, P. (2009) «Combining fiber-reinforced concrete with traditional reinforcement in tunnel linings», *Engineering Structures*, 31(7), pp. 1600-1606. doi: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.037.

Cho, S.-H. y Kim, Y.-I. (2003) «Effects of steel fibers on short beams loaded in shear», *ACI Structural Journal*, 100(6), pp. 765-774. doi: 10.14359/12843.

Coccia, S., Meda, A. y Rinaldi, Z. (2015) «On shear verification according to fib Model Code 2010 in FRC elements without traditional reinforcement», *Structural Concrete*. John Wiley & Sons, Ltd, 16(4), pp. 518-523. doi: 10.1002/suco.201400026.

Cohen, M. y Aoude, H. (2012) «Shear behavior of SFRC and SCFRC beams», en Edmonton (ed.) *3rd International Structural Specialty Conference*. Canada, pp. 2557–2566.

Conforti, A., Tiberti, G. y Plizzari, G. A. (2016) «Splitting and crushing failure in FRC elements subjected to a high concentrated load», *Composites Part B: Engineering*, 105, pp. 82-92. doi: https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.08.032.

Cucchiara, C., La Mendola, L. y Papia, M. (2004) «Effectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement», *Cement and Concrete Composites*, 26(7), pp. 777-786. doi: https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2003.07.001.

- Cugat, V. *et al.* (2020) «Safety format for the flexural design of tunnel fi bre reinforced concrete precast segmental linings», *Tunnelling and Underground Space Technology*. Elsevier, 103(November 2019), p. 103500. doi: 10.1016/j.tust.2020.103500.
- DAfStB (2012) *DAfStB-Richtlinie Stahlfaserbeton*. Berlin, Alemania.
- Dancygier, A. N. y Savir, Z. (2011) «Effects of steel fibers on shear behavior of high-strength reinforced concrete beams», *Advances in Structural Engineering*. SAGE Publications Ltd STM, 14(5), pp. 745-761. doi: 10.1260/1369-4332.14.5.745.
- Dinh, H. H., Parra-Montesinos, G. J. y Wight, J. K. (2010) «Shear behavior of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrup reinforcement», *ACI Structural Journal*, 107(5), pp. 597-606. doi: 10.14359/51663913.
- Dinh, H. H., Parra-Montesinos, G. J. y Wight, J. K. (2011) «Shear strength model for steel fiber reinforced concrete beams without stirrup reinforcement», *Journal of Structural Engineering*. American Society of Civil Engineers, 137(10), pp. 1039-1051. doi: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000362.
- Dupont, D. y Vandewalle, L. (2003) «Shear capacity of concrete beams containing longitudinal reinforcement and steel fibers», *ACI Symposium Publication*, 216, pp. 79-94. doi: 10.14359/12893.
- EHE-08 (2011) *Instrucción de hormigón estructural*. Ministerio. Editado por C. de P. S. G. T. M. de Fomento. Madrid, España.
- EN 14651 (2005) *Test Method fos metallic fibered concrete-measuring the flexural tensile strength (Limit of propoortionality (LOP), residual)*, *European Committe for Standardization*. Brussels, Belgium.
- EN1990 (2002) *Eurocode 0: Basis of structural design*. Brussels, Belgium.
- Faber, M. H. y Sørensen, J. D. (2002) «Reliability based code calibration joint committee on structural safety», *Paper for the Joint Committee on Structural Safety Draft*.
- Fantilli, A. P., Chiaia, B. y Gorino, Andrea (2016) «Fiber volume fraction and ductility index of concrete beams», *Cement and Concrete Composites*, 65, pp. 139-149. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2015.10.019>.
- Fantilli, A. P., Chiaia, B. y Gorino, A. (2016) «Unified approach for minimum reinforcement of concrete beams», *ACI Structural Journal*, 113(5), pp. 1107-1116. doi: 10.14359/51688927.
- fib Model Code (2010) *Comité Euro-International du Beton-Federation International de la Precontrainte*. Paris.
- Gali, S. y Subramaniam, K. V. L. (2017) «Shear behavior of steel fiber reinforced concrete using full-field displacements from digital image correlation», *MATEC Web Conf.*, 120. Disponible en: <https://doi.org/10.1051/mateccconf/201712004003>.
- Greenough, T. y Nehdi, M. (2008) «Shear behavior of fiber-reinforced self-consolidating concrete slender beams», *ACI Materials Journal*, 105(5), pp. 468-477. doi: 10.14359/19976.
- Guillamón, A. (2013) *Diseño integral de dovelas de HRF para el revestimiento de obras subterráneas*. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Hannant, D. (1987) *Fibre cements and fibre contents*. John Wiley. New York.
- Hillerborg, A., Modéer, M. y Petersson, P.-E. (1976) «Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements», *Cement and Concrete Research*, 6(6), pp. 773-781. doi: [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7).
- Hwang, J. *et al.* (2013) «Shear behavior models of steel fiber reinforced concrete beams modifying softened truss Model Approaches», *Materials*, 6, pp. 4847-4867. doi: 10.3390/ma6104847.
- Imam, M., Vandewalle, L. y Mortelmans, F. (1995) «Shear – moment analysis of reinforced high strength concrete beams containing steel fibres», *Journal of Civil Engineering*, 22(November), pp. 462-470. doi: 10.1139/l95-054.
- Kang, T. H.-K. *et al.* (2011) «Shear testing of steel fiber-reinforced lightweight concrete beams without web reinforcement», *ACI Structural Journal*, 108(5), pp. 553-

561. doi: 10.14359/51683212.

Kang, T. H.-K. *et al.* (2012) «Shear-Flexure coupling behavior of steel fiber-reinforced concrete beams», *ACI Structural Journal*, 109(4), pp. 435-444. doi: 10.14359/51683863.

Khuntia, M., Stojadinovic, B. y Goel, S. C. (1999) «Shear strength of normal and high-strength fiber reinforced concrete beams without stirrups», *ACI Structural Journal*, 96(2), pp. 282-289. doi: 10.14359/620.

Kim, C.-G. *et al.* (2017) «Effect of steel fibers on minimum shear reinforcement of high-strength concrete beams», *ACI Structural Journal*, 114(5), pp. 1109-1119. doi: 10.14359/51689782.

König, G. y Kützing, L. (1999) «Modelling the increase of ductility of HPC under compressive forces - A fracture mechanics approach», en Reinhardt, H. W. y Naaman, A. E. (eds.) *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites HPFRCC 3*. RILEM. Mainz-Alemania: 1999, pp. 251-259.

Krassowska, J. y Kosior-Kazberuk, M. (2018) «Failure mode in shear of steel fiber reinforced concrete beams», *MATEC Web Conf.*, 163. Disponible en: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201816302003>.

Kwak, Y.-K. *et al.* (2002) «Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups», *ACI Structural Journal*, 99(4), pp. 530-538. doi: 10.14359/12122.

Kwak, K.-H., Hsu, C.-T. T. y Suh, J. (1991) «Shear-fatigue behavior of steel fiber reinforced concrete beams», *ACI Structural Journal*, 88(2), pp. 155-160. doi: 10.14359/2653.

de la Fuente, A., Pujadas, P., *et al.* (2012a) «Experiences in Barcelona with the use of fibres in segmental linings», *Tunnelling and Underground Space Technology*, 27(1), pp. 60-71. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tust.2011.07.001>.

de la Fuente, A., Pujadas, P., *et al.* (2012b) «Metodología para el diseño óptimo de dovelas de hormigón reforzado con fibras», en *III Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas*, p. 10.

de la Fuente, A., Aguado, A., *et al.* (2012) «Numerical model for the analysis up to failure of precast concrete sections», *Computers & Structures*, 106-107, pp. 105-114. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2012.04.007>.

de la Fuente, A., Aguado, A. y Molins, C. (2008) «Aplicaciones de HRFA. tuberías de hormigón», en *IV Congreso de ACHE*. Valencia, p. 10.

Lantsoght, E. O. L. (2019) «Database of shear experiments on steel fiber», *Materials*, 12(6), pp. 1-36. doi: 10.3390/ma12060917.

Li, V., Srang, H. y Krenchel, H. (1993) «Micromechanics of crack bridging in fiber reinforced concrete», *Materials and Structures*, (October 1993), p. 10. doi: 10.1007/BF02472808.

Li, V., Ward, R. y Hamza, A. (1992) «Steel and synthetic fibers as shear reinforcement.pdf», *ACI Symposium Publication*, 89, pp. 499-508.

Li, V., Ward, R. y Hamza, A. M. (1992) «Steel and synthetic fibers as shear reinforcement», *ACI Materials Journal*, 89(5), pp. 499-508. doi: 10.14359/1822.

Liao, L., de la Fuente, A., Cavalaro, S. y Aguado, A. (2015) «Design of FRC tunnel segments considering the ductility requirements of the Model Code 2010», *Tunnelling and Underground Space Technology*, 47, pp. 200-210. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tust.2015.01.006>.

Liao, L., de la Fuente, A., Cavalaro, S., Aguado, A., *et al.* (2015) «Experimental and analytical study of concrete blocks subjected to concentrated loads with an application to TBM-constructed tunnels», *Tunnelling and Underground Space Technology incorporating Trenchless Technology Research*. Elsevier Ltd, 49, pp. 295-306. doi: 10.1016/j.tust.2015.04.020.

Liao, L. *et al.* (2016) «Design procedure and experimental study on fibre reinforced concrete segmental rings for vertical shafts», *Materials & Design*, 92, pp. 590-601. doi: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.12.061>.

- Lim, T. Y., Paramasivam, P. y Lee, S. L. (1987) «Shear and moment capacity of reinforced steel-fibre-concrete beams», *Magazine of Concrete Research*. ICE Publishing, 39(140), pp. 148-160. doi: 10.1680/mac.1987.39.140.148.
- de Lima, D. *et al.* (2014) «Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams», *Acta Scientiarum*, 36, pp. 389–397. doi: 10.4025/actascitechnol.v36i3.19005.
- Maidl, B. (1995) *Steel fibre reinforced concrete*. Editado por E. & Sohn. Berlin.
- Manju, R., Sathya, S. y Sylviya, B. (2017) «Shear strength of high – strength steel fibre reinforced concrete rectangular beams», *International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET)*, 8(8), pp. 1716-1729.
- Mansur, M. A., Ong, K. C. G. y Paramasivam, P. (1986) «Shear strength of fibrous concrete beams without stirrups», *Journal of Structural Engineering*. American Society of Civil Engineers, 112(9), pp. 2066-2079. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1986)112:9(2066).
- Mari, A. *et al.* (2016) «Simplified Multi-Action shear model for plain or steel fibre reinforced concrete beams longitudinally reinforced with steel or FRP bars», *fib, International Workshop on Beam Shear*.
- Massicotte, B. y Bischoff, P. (2000) «Fibre reinforced concrete: a structural perspective.», en *In: Proceeding of the fifth RILEM symposium of fibre-reinforced concrete*. Lyon, pp. 193-202.
- Melcher, R. E. (1999) *Structural reliability analysis and prediction*. Second. Editado por John Wiley & Sons. Chichester.
- Meli Piralla, R. (2000) *Diseño estructural*. México: Limusa,. Disponible en: https://discovery.upc.edu/iii/encore/record/C__Rb1191680?lang=cat.
- Minelli, F. y Plizzari, G. A. (2013) «On the effectiveness of steel fibers as shear reinforcement», *ACI Structural Journal*, 110(3), pp. 379-390. doi: 10.14359/51685596.
- Naaman, A. E. (2003) «Engineered steel fibers with optimal properties for reinforcement of cement composites», 1(3), pp. 241-252.
- Narayanan, R. y Darwish, I. Y. . (1987) «Use of steel fibers as shear reinforcement», *ACI Structural Journal*, 84(3), pp. 216-227. doi: 10.14359/2654.
- Noghabai, K. (2000) «Beams of fibrous concrete in shear and bending: experiment and model», *Journal of Structural Engineering*. American Society of Civil Engineers, 126(2), pp. 243-251. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:2(243).
- Nowak, A. S. y Collins, K. R. (2000) *Reliability of structures*. Editado por McGraw-Hill. Boston.
- Oh, B. H. *et al.* (1999) «Structural behavior of steel fiber reinforced concrete beams in shear», *ACI Symposium Publication*, 182, pp. 9-28. doi: 10.14359/5519.
- Padmarajaiah, S. K. y Ramaswamy, A. (2001) «Behavior of fiber-reinforced prestressed and reinforced high-strength concrete beams subjected to shear», *ACI Structural Journal*, 98, pp. 752-761.
- Pansuk, W. *et al.* (2017) «Shear capacity of high performance fiber reinforced concrete I-beams», *Construction and Building Materials*, 157, pp. 182-193. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.09.057>.
- Parra-Montesinos, G. J. *et al.* (2006) *Shear strength of fiber reinforced concrete beams without stirrups*. USA.
- Di Prisco, M., Colombo, M. y Dozio, D. (2013) «Fibre-reinforced concrete in fib Model Code 2010: Principles, models and test validation», *Structural Concrete*, 14(4), pp. 342-361. doi: 10.1002/suco.201300021.
- di Prisco, M., Plizzari, G. A. y Vandewalle, L. (2009) *Fibre reinforced concrete : New design perspectives*. 9.ª ed, *Materials and Structures*. 9.ª ed. doi: 10.1617/s11527-009-9529-4.
- Pujadas, P. (2013) *Caracterización y diseño del hormigón reforzado con fibras plásticas*. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Pujadas, P. *et al.* (2013) «New analytical model to generalize the Barcelona test using axial displacement», *Journal of Civil Engineering and Management*, 19(2), pp. 259-271. doi: 10.3846/13923730.2012.756425.

Pujadas, P. *et al.* (2014) «Multidirectional double punch test to assess the post-cracking behaviour and fibre orientation of FRC», *Construction and Building Materials*, 58, pp. 214-224. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.02.023>.

Qissab, M. y Salman, M. (2018) «Shear strength of non-prismatic steel fiber reinforced concrete beams without stirrups», *Structural Engineering & Mechanics*, 67, pp. 347-358. doi: 10.12989/sem.2018.67.4.347.

RILEM TC 162-TDF (2003) *Test and design methods for steel fibre reinforced concret (σ - ϵ design method)*.

Romualdi, J. P. y Batson, G. B. (1963) «Behavior of reinforced concrete beams with closely spaced reinforcement», *ACI Journal Proceedings*, 60(6), pp. 775-790. doi: 10.14359/7878.

Romualdi, J. P. y Mandel, J. A. (1964) «Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed and closely spaced short lengths of wire reinforcement», *ACI Journal Proceedings*, 61(6), pp. 657-672. doi: 10.14359/7801.

Rosenbusch, J. y Teutsch, M. (2003) *Trial beams in shear brite/euram project 97-4163 final report sub Task 4.2*. Braunschweig, Germany.

Rossi, P. (2000) «Ultra-High performance fibre reinforced concretes UHPFRC», en Rossi, P. y Chanvillard, G. (eds.) *RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes (FRC) - BEFIB' 2000*, pp. 87-100.

Sahoo, D. R., Bhagat, S. y Reddy, T. C. V. (2016) «Experimental study on shear-span to effective-depth ratio of steel fiber reinforced concrete T-beams», *Materials and Structures*, 49(9), pp. 3815-3830. doi: 10.1617/s11527-015-0756-6.

Sahoo, D. R. y Sharma, A. (2014) «Effect of steel fiber content on behavior of concrete beams with and without stirrups», *ACI Structural Journal*, 111(5), pp. 1154-1166. doi: 10.14359/51686821.

Sarveghadi, M. *et al.* (2019) «Development of prediction models for shear strength of SFRCB using a machine learning approach», *Neural Computing and Applications*, 31(7), pp. 2085-2094. doi: 10.1007/s00521-015-1997-6.

Schlune, H., Plos, M. y Gylltoft, K. (2011) «Safety formats for nonlinear analysis tested on concrete beams subjected to shear forces and bending moments», *Engineering Structures*, 33(8), pp. 2350-2356. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.04.008>.

Sharma, A. (1986) «Shear strength of steel fiber reinforced concrete beams», *ACI Journal Proceedings*, 83(4), pp. 624-628. doi: 10.14359/10559.

Shin, S.-W., Oh, J.-G. y Ghosh, S. K. (1994) «Shear behavior of laboratory-sized high-strength concrete beams reinforced with bars and steel fibers», *ACI Symposium Publication*, 142, pp. 181-200. doi: 10.14359/3917.

Shoab, A. y Lubell, A. S. (2012) *Shear in steel fiber reinforced concrete members without stirrups by and*. University of Alberta.

Shoab, A., Lubell, A. S. y Bindiganavile, V. S. (2014a) «Size effect in shear for steel fiber-reinforced concrete members without stirrups», *ACI Structural Journal*, (111), pp. 1081-1090. doi: 10.14359/51686813.

Shoab, A., Lubell, A. S. y Bindiganavile, V. S. (2014b) «Size effect in shear for steel fiber-reinforced concrete members without stirrups», *ACI Structural Journal*, 111(5), pp. 1081-1090. doi: 10.14359/51686813.

Shoab, A., Lubell, A. S. y Bindiganavile, V. S. (2015) «Shear response of lightweight steel fiber reinforced concrete members without stirrups», *Materials and Structures*, 48(10), pp. 3141-3157. doi: 10.1617/s11527-014-0387-3.

Singh, B. y Jain, K. (2014) «Appraisal of steel fibers as minimum shear reinforcement in concrete beams», *ACI Structural Journal*, 111(5), pp. 1191-1202. doi: 10.14359/51686969.

Slater, E., Moni, M. y Alam, M. S. (2012) «Predicting the shear strength of steel fiber reinforced concrete beams», *Construction and Building Materials*. Elsevier Ltd, 26(1), pp. 423-436. doi: 10.1016/j.conbuildmat.2011.06.042.

Spinella, N., Colajanni, P. y la Mendola, L. (2012) «Nonlinear analysis of beams

reinforced in shear with stirrups and steel fibers», *ACI Structural Journal*, 109(1), pp. 53-64. doi: 10.14359/51683494.

Swamy, R. N. (1985) «High-strength concrete -material properties and structural behavior», *ACI Symposium Publication*, 87, pp. 119-146. doi: 10.14359/6527.

Swamy, R. N., Jones, R. y Chiam, A. T. P. (1993) «Influence of steel fibers on the shear resistance of lightweight concrete I-beams», *ACI Structural Journal*, 90(1), pp. 103-114. doi: 10.14359/4201.

Tahenni, T., Chemrouk, M. y Lecompte, T. (2016) «Effect of steel fibers on the shear behavior of high strength concrete beams», *Construction and Building Materials*, 105, pp. 14-28. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.010>.

Tan, K. H., Murugappan, K. y Paramasivam, P. (1993) «Shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams», *ACI Structural Journal*, 90(1), pp. 3-11. doi: 10.14359/9646.

Vandewalle, M. I. y Mortelmans, F. (1994) «Shear capacity of steel fiber high-strength concrete beams», *ACI Symposium Publication*, 149, pp. 227-241. doi: 10.14359/4164.

Yakoub, H. E. (2011) «Shear stress prediction: steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups», *ACI Structural Journal*, 108(3), pp. 304-314. doi: 10.14359/51682346.

Yoo, D.-Y. y Yang, J.-M. (2018) «Effects of stirrup, steel fiber, and beam size on shear behavior of high-strength concrete beams», *Cement and Concrete Composites*, 87, pp. 137-148. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2017.12.010>.

Zarrinpour, M. R. y Chao, S.-H. (2017) «Shear strength enhancement mechanisms of steel fiber- reinforced concrete slender beams», *ACI Structural Journal*, 114(3), pp. 729-742. doi: 10.14359/51689449.



ANEJOS

ANEJO 1

Base de datos de vigas HRF de diversos autores, incluye el cortante experimental y cortante del modelo obtenido con el algoritmo.

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
Singh & Jain 2014	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	28,10	hooked	0,75	65	1100	114	1,52	68,32	1,6687
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	25,30	hooked	0,75	65	1100	80	1,45	64,83	1,2341
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	27,90	hooked	1,00	65	1100	110	1,91	85,60	1,2851
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	26,20	hooked	1,00	65	1100	124	1,85	82,95	1,4949
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	28,10	hooked	1,50	65	1100	112	2,70	96,78	1,1572
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	27,30	hooked	1,50	65	1100	132	2,66	95,95	1,3757
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	27,50	hooked	0,50	80	1050	66	1,25	56,26	1,1730
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	24,90	hooked	0,50	80	1050	78	1,19	53,54	1,4568
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	27,80	hooked	0,75	80	1050	92	1,72	77,13	1,1928
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	27,30	hooked	0,75	80	1050	102	1,70	76,43	1,3345
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	26,30	hooked	1,00	80	1050	117	2,12	92,43	1,2658
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	27,10	hooked	1,00	80	1050	105	2,15	93,08	1,1281
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	53,40	hooked	0,75	65	1100	114	2,10	94,15	1,2109
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	54,10	hooked	0,75	65	1100	127	2,11	94,76	1,3402
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	53,20	hooked	1,00	65	1100	145	2,64	106,48	1,3617
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	55,30	hooked	1,00	65	1100	166	2,69	107,05	1,5507
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	64,60	hooked	1,50	65	1100	196	4,10	117,66	1,6658
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	59,90	hooked	1,50	65	1100	161	3,94	116,38	1,3835
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	47,80	hooked	0,50	80	1050	128	1,65	74,16	1,7260
	150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	49,50	hooked	0,50	80	1050	153	1,68	75,46	2,0275
150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	55,30	hooked	0,75	80	1050	147	2,43	105,02	1,3997	
150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	56,40	hooked	0,75	80	1050	179	2,45	105,21	1,7014	
150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	53,40	hooked	1,00	80	1050	129	3,02	109,25	1,1808	
150	300	251	1470	0,0267	3,49	3,09	12,5	51,00	hooked	1,00	80	1050	158	2,95	108,05	1,4623	

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
Sahoo & Sharma	150	300	261	1800	0,0116	2,30	1,92	20	28,70	hooked	0,50	80	1100	144	1,33	59,45	2,4223
	150	300	261	1800	0,0195	3,45	3,07	20	32,90	hooked	0,75	80	1100	109	1,94	79,52	1,3708
	150	300	261	1800	0,0195	3,45	3,07	20	23,80	hooked	1,00	80	1100	94	2,10	76,54	1,2281
	150	300	261	1800	0,0195	3,45	3,07	20	24,10	hooked	1,25	80	1100	115	2,56	79,06	1,4546
Shoaib, Lubell and Bindiganavile	310	308	258	1548	0,0184	3,00	2,42	10	22,00	hooked	1,00	55	1100	204	1,48	140,95	1,4474
	310	308	258	1548	0,0245	3,00	2,42	10	31,00	hooked	1,00	55	1100	299	1,76	167,35	1,7867
	300	600	550	3300	0,0119	3,00	2,73	10	30,00	hooked	1,00	55	1100	312	1,73	255,01	1,2235
Manju et al.	140	220	175	2000	0,0128	1,50	0,93	12	82,00	hooked	0,50	80	1100	119	2,24	68,79	1,7299
	140	220	175	2000	0,0128	1,50	0,93	12	83,20	hooked	1,00	80	1100	156	3,92	96,45	1,6175
	140	220	175	2000	0,0128	1,50	0,93	12	83,80	hooked	1,50	80	1100	187	5,60	114,49	1,6333
	140	220	175	2000	0,0128	2,50	1,93	12	82,00	hooked	0,50	80	1100	63	2,24	54,09	1,1648
	140	220	175	2000	0,0128	2,50	1,93	12	83,20	hooked	1,00	80	1100	80	3,92	66,28	1,2069
	140	220	175	2000	0,0128	2,50	1,93	12	83,80	hooked	1,50	80	1100	136	5,60	77,31	1,7591
Arslan et al.	150	230	200	1000	0,0134	2,50	2,00	22	33,68	hooked	1,00	55	1100	65	1,83	60,41	1,0760
	150	230	200	1000	0,0134	2,50	2,00	22	24,53	hooked	1,00	55	1100	44	1,56	53,77	0,8183
	150	230	200	1000	0,0134	2,50	2,00	22	21,43	hooked	2,00	55	1100	50	2,62	62,56	0,7992
	150	230	200	1000	0,0134	2,50	2,00	12	9,77	hooked	3,00	55	1100	39	2,56	49,70	0,7848
	150	230	200	1400	0,0134	3,50	3,00	22	20,21	hooked	1,00	55	1100	33	1,42	41,14	0,8021
	150	230	200	1400	0,0134	3,50	3,00	22	21,43	hooked	2,00	55	1100	43	2,62	46,23	0,9302
	150	230	200	1400	0,0134	3,50	3,00	12	27,91	hooked	3,00	55	1100	59	4,32	54,31	1,0864
	150	230	200	1800	0,0134	4,50	4,00	22	24,53	hooked	1,00	55	1100	43	1,56	34,38	1,2508
	150	230	200	1800	0,0134	4,50	4,00	22	21,43	hooked	2,00	55	1100	36	2,62	36,52	0,9858
Parra-Montesinos et al.	152	457	381	2766,2	0,0271	3,40	3,41	10	49,20	hooked	1,00	80	1100	174	3,02	172,37	1,0094
	152	457	381	2766,2	0,0271	3,40	3,41	10	31,00	hooked	1,50	60	1100	151	2,65	156,86	0,9627
	152	457	381	2766,2	0,0271	3,40	3,41	10	44,90	hooked	1,50	60	1100	191	3,19	171,52	1,1136

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	152	457	381	2766,2	0,0271	3,40	3,41	10	44,90	hooked	1,50	60	1100	192	3,19	171,52	1,1194
	152	457	381	2766,2	0,0271	3,40	3,41	10	49,20	hooked	1,00	80	1100	220	3,02	172,37	1,2763
	152	457	381	2766,2	0,0271	3,40	3,41	10	31,00	hooked	1,50	60	1100	198	2,65	156,86	1,2623
	152	457	381	2817	0,0271	3,50	3,47	10	38,10	hooked	1,00	60	1100	149	2,09	144,73	1,0295
	152	457	381	2817	0,0271	3,50	3,47	10	38,10	hooked	1,00	60	1100	203	2,09	144,73	1,4026
	152	457	381	2817	0,0197	3,50	3,47	10	38,10	hooked	1,00	60	1100	178	2,09	121,56	1,4643
	152	457	381	2817	0,0197	3,50	3,47	10	38,10	hooked	1,00	60	1100	181	2,09	121,56	1,4890
	200	300	260	952,64	0,0181	1,50	1,51	10	41,20	hooked	0,25	67	1100	280	0,91	54,13	
	200	300	260	952,64	0,0181	1,50	1,51	10	40,30	hooked	0,76	67	1100	300	1,89	112,67	
	200	300	260	1450,48	0,0181	2,50	2,46	10	40,00	hooked	0,25	67	1100	108	0,89	53,42	2,0218
	200	300	260	1450,48	0,0181	2,50	2,46	10	38,70	hooked	0,76	67	1100	144	1,85	110,57	1,3023
	200	300	260	1450,48	0,0115	2,50	2,46	10	40,00	hooked	0,25	67	1100	82	0,89	53,50	1,5328
	200	300	260	1450,48	0,0115	2,50	2,46	10	38,70	hooked	0,76	67	1100	107	1,85	95,24	1,1234
	200	500	460	3248,8	0,028	3,40	3,35	10	37,70	hooked	0,50	67	1100	244	1,34	133,36	1,8297
	200	500	460	3248,8	0,028	3,40	3,35	10	38,80	hooked	0,50	67	1100	252	1,36	135,29	1,8627
	200	500	460	3248,8	0,028	3,40	3,35	10	37,70	hooked	0,50	67	1100	259	1,34	133,36	1,9421
	200	500	460	3248,8	0,028	3,40	3,35	10	37,70	hooked	0,50	67	1100	263	1,34	133,36	1,9721
	200	300	260	1948,32	0,0356	3,50	3,42	10	46,90	hooked	0,25	67	1100	110	0,97	57,87	1,9008
	200	300	260	1948,32	0,0356	3,50	3,42	10	43,70	hooked	0,51	67	1100	120	1,46	87,36	1,3736
	200	300	260	1948,32	0,0356	3,50	3,42	10	48,30	hooked	0,76	67	1100	155	2,07	123,55	1,2545
	200	300	260	1968,64	0,0283	3,50	3,46	10	37,70	hooked	0,50	67	1100	111	1,34	80,00	1,3874
	200	300	260	1968,64	0,0283	3,50	3,46	10	38,80	hooked	0,50	67	1100	132	1,36	81,16	1,6264
	200	600	540	3929,52	0,0273	3,50	3,48	10	37,70	hooked	0,25	67	1100	153	0,87	103,73	1,4749
	200	600	560	3929,52	0,0273	3,50	3,36	10	38,80	hooked	0,50	67	1100	230	1,36	162,33	1,4168
	200	300	260	2253,12	0,0181	4,00	4,01	10	41,20	hooked	0,25	67	1100	82	0,91	54,28	1,5106

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	200	300	260	2253,12	0,0181	4,00	4,01	10	40,30	hooked	0,76	67	1100	117	1,89	89,84	1,3023
Sahoo et al.	150	250	217	1150	0,0185	1,59	1,13	10	35,00	hooked	0,75	80	1100	149	2,00	74,93	1,9885
	150	250	217	1600	0,0185	2,47	2,00	10	35,00	hooked	0,75	80	1100	99	2,00	74,87	1,3223
	150	250	217	1750	0,0185	2,95	2,49	10	35,00	hooked	0,75	80	1100	85	2,00	73,44	1,1574
Amin & Foster	300	700	622	4500	0,0198	2,81	2,49	10	34,00	hooked	0,32	65	2300	286	1,54	322,22	0,8876
	300	700	622	4500	0,0198	2,81	2,49	10	36,00	hooked	0,69	65	2300	356	2,94	494,81	0,7195
Tahenni et al.	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	64,20	hooked	0,50	65	1100	42	1,71	25,54	1,6448
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	64,20	hooked	0,50	65	1100	44	1,71	25,54	1,7231
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	64,20	hooked	0,50	65	1100	43	1,71	25,54	1,6839
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	64,00	hooked	1,00	65	1100	45	2,89	31,53	1,4272
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	64,00	hooked	1,00	65	1100	48	2,89	31,53	1,5224
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	64,00	hooked	1,00	65	1100	43	2,89	31,53	1,3638
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	60,00	hooked	1,00	80	1100	50	3,33	32,95	1,5176
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	60,00	hooked	1,00	80	1100	52	3,33	32,95	1,5783
	100	150	135	900	0,0116	2,22	2,15	15	60,00	hooked	1,00	80	1100	45	3,33	32,95	1,3658
Cucchiara et al	150	250	219	2300	0,0191	2,80	2,75	10	40,85	hooked	1,00	60	1115	97	2,19	81,45	1,1909
	150	250	219	2300	0,0191	2,80	2,75	10	40,85	hooked	2,00	60	1115	104	3,96	93,16	1,1164
	150	250	219	2300	0,0191	2,00	1,95	10	43,23	hooked	1,00	60	1115	116	2,25	84,15	1,3784
	150	250	219	2300	0,0191	2,00	1,95	10	43,23	hooked	2,00	60	1115	117	4,07	124,41	0,9404
Kwak et al.	125	250	212	1248	0,0152	2,00	1,46	19	63,80	hooked	0,50	63	1079	135	1,64	51,10	2,0340
	125	250	212	1248	0,0152	2,00	1,46	19	68,60	hooked	0,75	63	1079	145	2,29	71,29	
	125	250	212	1248	0,0152	2,00	1,46	19	30,80	hooked	0,50	63	1079	108	1,14	35,54	
	125	250	212	1672	0,0152	3,00	2,46	19	30,80	hooked	0,50	63	1079	68	1,14	35,60	
Dinh et al.	152	455	381	2136	0,0196	3,44	3,04	10	44,80	hooked	0,75	55	1100	172	1,69	116,74	1,4734
	152	455	381	2136	0,0196	3,44	3,04	10	44,80	hooked	0,75	55	1100	162	1,69	116,74	1,3877

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	152	455	381	2136	0,0196	3,44	3,04	10	38,10	hooked	1,00	55	1100	171	1,95	121,07	1,4125
	152	455	381	2136	0,0196	3,44	3,04	10	38,10	hooked	1,00	55	1100	174	1,95	121,07	1,4372
	152	455	381	2136	0,0263	3,44	3,04	10	31,00	hooked	1,50	55	1100	150	2,46	150,14	0,9991
	152	455	381	2136	0,0263	3,44	3,04	10	31,00	hooked	1,50	55	1100	198	2,46	150,14	1,3188
	152	455	381	2136	0,0263	3,44	3,04	10	44,90	hooked	1,50	55	1100	193	2,96	164,32	1,1746
	152	455	381	2136	0,0263	3,44	3,04	10	44,90	hooked	1,50	55	1100	191	2,96	164,32	1,1624
	152	455	381	2136	0,0263	3,44	3,04	10	49,20	hooked	1,00	80	1100	174	3,02	166,67	1,0440
	152	455	381	2136	0,0263	3,44	3,04	10	49,20	hooked	1,00	80	1100	220	3,02	166,67	1,3200
	152	455	381	2136	0,0196	3,44	3,04	10	43,30	hooked	0,75	80	2300	194	4,19	145,36	1,3346
	152	455	381	2136	0,0196	3,44	3,04	10	43,30	hooked	0,75	80	2300	191	4,19	145,36	1,3140
	205	685	610	3558	0,0196	3,50	3,21	10	50,80	hooked	0,75	55	1100	369	1,80	252,40	1,4620
	205	685	610	3558	0,0196	3,50	3,21	10	50,80	hooked	0,75	55	1100	341	1,80	252,40	1,3510
	205	685	610	3558	0,0196	3,50	3,21	10	28,70	hooked	0,75	80	1100	355	1,81	243,99	1,4550
	205	685	610	3558	0,0196	3,50	3,21	10	28,70	hooked	0,75	80	1100	348	1,81	243,99	1,4263
	205	685	610	3558	0,0152	3,50	3,21	10	42,30	hooked	0,75	55	1100	351	1,65	207,56	1,6911
	205	685	610	3558	0,0152	3,50	3,21	10	29,60	hooked	0,75	80	1100	271	1,84	205,28	1,3201
	205	685	610	3558	0,0152	3,50	3,21	10	29,60	hooked	0,75	80	1100	228	1,84	205,28	1,1107
	205	685	610	3558	0,0196	3,50	3,21	10	44,40	hooked	1,50	55	1100	438	2,94	280,11	1,5637
	205	685	610	3558	0,0196	3,50	3,21	10	42,80	hooked	1,50	80	1100	424	4,01	296,78	1,4287
Lima Araujo et al.	150	390	340	2200	0,0308	2,50	2,21	12,5	58,87	hooked	1,00	65	1150	262	2,88	167,74	1,5619
	150	390	340	2200	0,0308	2,50	2,21	12,5	51,67	hooked	2,00	65	1150	292	4,92	234,63	1,2445
Casanova et al.	150	800	735	5600	0,0106	3,81	3,67	12,5	42,00	hooked	1,25	75	1200	360	3,44	155,51	2,3150
	150	800	735	5600	0,0106	3,81	3,67	12,5	38,00	hooked	1,25	60	1200	360	2,70	144,31	2,4946
	125	250	225	2000	0,0349	2,89	2,44	10	90,00	hooked	1,25	60	1200	158	4,16	124,00	1,2742
Aoude et al.	150	250	202	1700	0,0117	2,97	2,48	10	21,30	hooked	0,50	55	1100	48	0,88	32,85	1,4614

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	150	250	202	1700	0,0117	2,97	2,48	10	19,60	hooked	1,00	55	1100	57	1,40	43,93	1,2974
	300	500	437	3700	0,015	3,09	2,86	10	21,30	hooked	0,50	55	1100	161	0,88	131,43	1,2250
	300	500	437	3700	0,015	3,09	2,86	10	19,60	hooked	1,00	55	1100	205	1,40	208,96	0,9811
Minelli & Plizzari	200	480	435	4350	0,0104	2,51	2,30	20	24,80	hooked	0,38	50	1100	134	0,76	72,30	1,8534
	200	480	435	4350	0,0104	2,51	2,30	20	33,50	hooked	0,38	50	1100	120	0,88	84,01	1,4284
	200	480	435	4350	0,0104	2,51	2,30	20	33,50	hooked + straight	0,57	78	1333	142	1,80	144,24	0,9845
	200	480	435	4350	0,0104	2,51	2,30	20	38,60	hooked	0,38	50	1100	141	0,94	90,17	1,5637
	200	480	435	4350	0,0104	2,51	2,30	20	61,10	hooked	0,64	48	1250	191	1,75	146,68	1,3022
	200	500	455	2280	0,0099	2,51	2,31	15	24,40	hooked	0,25	50	1100	197	0,60	59,97	
	200	500	455	2280	0,0099	2,51	2,31	15	24,40	hooked	0,25	50	1100	157	0,60	59,97	2,6179
	200	1000	910	4550	0,0104	2,50	2,40	20	24,40	hooked	0,25	50	1100	258	0,60	119,96	2,1507
	200	1000	910	4550	0,0104	2,50	2,40	20	55,00	hooked	0,25	50	1100	339	0,90	179,91	1,8842
Kang et al.	125	250	210	1250	0,0153	2,00	1,52	19	44,60	hooked	0,50	63	1100	82	1,39	43,31	1,8933
	125	250	210	2100	0,0153	4,00	3,52	19	44,60	hooked	0,50	63	1100	36	1,39	38,54	0,9341
	125	250	210	1250	0,0153	2,00	1,52	19	57,20	hooked	0,50	63	1100	78	1,58	49,03	1,5908
Casanova & Rossi	125	250	225	2000	0,0349	2,89	2,44	10	90,00	hooked	1,25	60	1200	139	4,16	124,00	1,1210
	125	250	225	2000	0,0349	2,89	2,44	10	90,00	hooked	1,25	60	1200	139	4,16	124,00	1,1210
Lim et al.	152	254	221	2100	0,012	2,50	2,45	10	34,00	hooked	0,50	60	1130	59	1,20	46,12	1,2792
	152	254	221	1600	0,0239	1,50	1,45	10	34,00	hooked	1,00	60	1130	148	2,02	77,57	1,9079
	152	254	221	2100	0,0239	2,50	2,45	10	34,00	hooked	1,00	60	1130	84	2,02	77,67	1,0815
	152	254	221	2100	0,0239	3,50	3,45	10	34,00	hooked	1,00	60	1130	68	2,02	77,62	0,8760
	152	254	221	1600	0,0239	1,50	1,45	10	34,00	hooked	0,50	60	1130	136	1,20	46,13	
	152	254	221	2100	0,0239	2,50	2,45	10	34,00	hooked	0,50	60	1130	65	1,20	46,06	1,4111
	152	254	221	2100	0,0239	3,50	3,45	10	34,00	hooked	0,50	60	1130	50	1,20	46,14	1,0837
Mansur et al.	150	225	197	1288	0,0136	2,00	1,49	20	29,10	hooked	0,50	60	1260	76,00	1,20	40,26	1,8878

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	150	225	197	1603,2	0,0136	2,80	2,29	20	29,10	hooked	0,50	60	1260	53,00	1,20	40,23	1,3173
	150	225	197	1918,4	0,0136	3,60	3,09	20	29,10	hooked	0,50	60	1260	46,00	1,20	40,21	1,1439
	150	225	197	1288	0,0136	2,00	1,49	20	29,90	hooked	0,75	60	1260	86,00	1,64	55,20	1,5579
	150	225	197	1603,2	0,0136	2,80	2,29	20	29,90	hooked	0,75	60	1260	61,00	1,64	52,88	1,1536
	150	225	197	1603,2	0,0204	2,80	2,29	20	29,90	hooked	0,75	60	1260	66,00	1,64	55,20	1,1957
	150	225	197	1603,2	0,0136	2,80	2,29	20	20,60	hooked	0,75	60	1260	46,00	1,36	45,80	1,0043
	150	225	197	1603,2	0,0204	2,80	2,29	20	20,60	hooked	0,75	60	1260	61,00	1,36	45,83	1,3311
	150	225	197	1603,2	0,0204	2,80	2,29	20	33,40	hooked	0,75	60	1260	87,00	1,73	58,34	1,4913
Zarrinpour & Chao	152	305	254	1778	0,0248	3,50	2,90	10	29,00	hooked	0,75	67	1096	121	1,58	72,98	1,6579
	610	305	254	1778	0,0247	3,50	2,90	10	29,00	hooked	0,75	67	1096	482	1,58	292,89	1,6457
	152	457	394	2844,8	0,0286	3,61	3,22	10	39,00	hooked	0,75	67	1096	163	1,83	126,82	1,2853
	152	457	394	2844,8	0,0286	3,61	3,22	10	39,00	hooked	0,75	67	1096	196	1,83	126,82	1,5455
	203	610	541	3733,8	0,0254	3,45	3,17	10	50,00	hooked	0,75	67	1096	273	2,07	255,94	1,0667
	203	610	541	3733,8	0,0254	3,45	3,17	10	50,00	hooked	0,75	67	1096	386	2,07	255,94	1,5082
	254	915	813	5689,6	0,027	3,50	3,31	10	50,00	hooked	0,75	67	1096	700	2,07	480,39	1,4572
	254	915	813	5689,6	0,027	3,50	3,31	10	50,00	hooked	0,75	67	1096	721	2,07	480,39	1,5009
	305	1220	1118	7823,2	0,0255	3,50	3,35	10	50,00	hooked	0,75	67	1096	1081	2,07	769,10	1,4055
	305	1220	1118	7823,2	0,0255	3,50	3,35	10	50,00	hooked	0,75	67	1096	1044	2,07	769,10	1,3574
Noghabai 2000	200	250	180	1200	0,0447	3,33	2,22	16	83,20	hooked + straight	1,00	48	1850	296	3,95	174,19	1,6993
	200	250	180	1200	0,0447	3,33	2,22	16	80,50	hooked	0,50	86	2200	253	4,10	175,48	1,4418
	200	250	180	1200	0,0447	3,33	2,22	16	80,50	hooked	0,75	86	2200	263	5,86	190,59	1,3799
	200	250	195	1200	0,0309	3,08	2,05	16	39,40	hooked + straight	1,00	48	1850	190	2,72	132,88	1,4298
	200	300	235	1300	0,0428	2,77	1,91	16	91,40	hooked	1,00	50	1100	311	2,80	167,59	1,8557
	200	300	235	1300	0,0428	2,77	1,91	16	89,60	hooked + straight	1,00	48	1850	408	4,10	245,13	1,6644

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	200	500	410	3000	0,0306	2,93	2,44	18	72,00	hooked + straight	1,00	48	1850	371	3,68	321,19	1,1551
	200	500	410	3000	0,0306	2,93	2,44	18	72,00	hooked + straight	1,00	48	1850	331	3,68	321,19	1,0305
	200	500	410	3000	0,0306	2,93	2,44	18	69,30	hooked	0,50	86	2200	268	3,81	324,18	0,8267
	200	500	410	3000	0,0306	2,93	2,44	18	69,30	hooked	0,50	86	2200	316	3,81	324,18	0,9748
	200	500	410	3000	0,0306	2,93	2,44	18	60,20	hooked	0,75	86	2200	343	5,07	342,31	1,0020
	200	500	410	3000	0,0306	2,93	2,44	18	75,70	hooked	0,75	86	2200	296	5,68	360,02	0,8222
	300	700	570	5000	0,0287	2,98	2,63	18	72,00	hooked + straight	1,00	48	1850	609	3,68	636,69	0,9565
	300	700	570	5000	0,0287	2,98	2,63	18	60,20	hooked	0,75	86	2200	522	5,07	680,27	0,7673
Ashour et al.	125	250	215	1360	0,0037	2,00	1,95	10	92,00	hooked	1,00	75	260	46	1,40	27,09	1,6983
	125	250	215	2220	0,0037	4,00	3,95	10	92,60	hooked	1,00	75	260	25	1,40	15,18	1,6471
	125	250	215	3080	0,0037	6,00	5,95	10	93,70	hooked	1,00	75	260	16	1,41	10,39	1,5395
	125	250	215	930	0,0283	1,00	0,95	10	99,00	hooked	0,50	75	260	245	1,05	32,57	
	125	250	215	1360	0,0283	2,00	1,95	10	99,10	hooked	0,50	75	260	130	1,05	32,60	
	125	250	215	2220	0,0283	4,00	3,95	10	95,40	hooked	0,50	75	260	62	1,03	32,02	1,9365
	125	250	215	3080	0,0283	6,00	5,95	10	95,83	hooked	0,50	75	260	54	1,03	32,14	1,6801
	125	250	215	930	0,0283	1,00	0,95	10	95,30	hooked	1,00	75	260	343	1,42	44,13	
	125	250	215	1360	0,0283	2,00	1,95	10	95,30	hooked	1,00	75	260	163	1,42	44,33	
	125	250	215	2220	0,0283	4,00	3,95	10	97,53	hooked	1,00	75	260	86	1,44	44,87	1,9166
	125	250	215	3080	0,0283	6,00	5,95	10	100,50	hooked	1,00	75	260	54	1,46	45,51	1,1865
	125	250	215	930	0,0283	1,00	0,95	10	96,40	hooked	1,50	75	260	375	1,83	56,86	
	125	250	215	1360	0,0283	2,00	1,95	10	96,60	hooked	1,50	75	260	194	1,83	56,96	
	125	250	215	2220	0,0283	4,00	3,95	10	97,10	hooked	1,50	75	260	95	1,84	57,16	1,6620
	125	250	215	3080	0,0283	6,00	5,95	10	101,32	hooked	1,50	75	260	54	1,87	48,31	1,1177
	125	250	215	1360	0,0458	2,00	1,95	10	94,50	hooked	1,00	75	260	181	1,42	44,18	
125	250	215	2220	0,0458	4,00	3,95	10	93,80	hooked	1,00	75	260	105	1,41	43,94	2,3897	

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	125	250	215	3080	0,0458	6,00	5,95	10	95,00	hooked	1,00	75	260	80	1,42	44,29	1,8065
Tan et al.	140	375	340	1910	0,0167	2,00	1,71	19	35,00	hooked	0,50	60	1100	219	1,19	62,39	2,2393
	140	375	340	1910	0,0167	2,00	1,71	19	33,00	hooked	0,75	60	1100	182	1,55	81,28	
	140	375	340	1910	0,0167	2,00	1,71	19	36,00	hooked	1,00	60	1100	212	2,03	106,34	
	140	375	340	1910	0,0167	2,50	2,21	19	36,00	hooked	1,00	60	1100	155	2,03	106,29	
	140	375	340	1910	0,0167	1,50	1,21	19	36,00	hooked	1,00	60	1100	308	2,03	106,12	
Pansuk et al.	150	400	350	2000	0,0561	2,86	2,57	2	121,11	hooked	0,80	65	2000	342	5,46	326,45	1,0476
	150	400	350	2000	0,0561	2,86	2,57	2	120,30	hooked	1,60	65	2000	533	10,17	387,68	1,3749
Kim et al. 2017	260	400	340	3120	0,0172	4,00	3,71	10	21,00	hooked	0,75	60	1336	118	1,44	129,65	0,9101
	260	400	340	3120	0,0172	4,00	3,71	10	56,00	hooked	0,75	60	1336	208	2,35	158,86	1,3093
Sharma, 1986	150	300	276	1600	0,0146	1,81	1,78	10	48,60	hooked	0,96	85	1100	124	3,05	129,12	0,9603
Li, Ward & Hamza	127	228	204	1224	0,0221	3,00	2,88	9	22,70	hooked	1,00	60	1172	79	1,70	49,02	1,6115
	63,5	127	102	612	0,022	3,00	2,88	9	22,70	hooked	1,00	60	1172	21	1,70	13,65	1,5384
	63,5	127	102	612	0,011	3,00	2,88	9	22,70	hooked	1,00	60	1172	16	1,70	9,57	1,6715
	63,5	127	102	306	0,011	1,50	1,38	9	22,70	hooked	1,00	60	1172	37	1,70	13,61	
	127	228	204	1224	0,0221	3,00	2,88	9	26,00	hooked	1,00	100	1172	79	2,81	65,62	1,2040
	63,5	127	102	612	0,022	3,00	2,88	9	26,00	hooked	1,00	100	1172	23	2,81	16,84	1,3661
Adebar et al.	150	610	560	1500	0,0214	1,63	1,34	14	54,10	hooked	0,75	60	1200	278	2,12	193,50	1,4367
	150	610	560	1500	0,0214	1,63	1,34	14	49,90	hooked	1,50	60	1200	326	3,62	329,31	0,9900
	150	610	560	1500	0,0214	1,63	1,34	14	54,80	hooked	0,40	60	1200	206	1,36	124,46	1,6552
	150	610	560	1500	0,0214	1,63	1,34	14	56,50	hooked	0,60	60	1200	234	1,83	167,16	1,3999
	150	610	560	1500	0,0214	1,63	1,34	14	46,90	hooked	0,40	60	1200	249	1,26	115,15	2,1623
	150	610	560	1500	0,0214	1,63	1,34	14	40,80	hooked	0,60	60	1200	239	1,56	142,10	1,6819
Cho & Kim	120	200	167,5	720	0,0132	1,43	1,25	13	25,70	hooked	0,50	60	1100	61	1,02	24,46	2,4943
	120	200	167,5	720	0,0132	1,43	1,25	13	25,30	hooked	1,00	60	1100	80	1,70	40,66	1,9677

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	120	200	167,5	720	0,0132	1,43	1,25	13	23,90	hooked	1,50	60	1100	85	2,32	55,43	1,5335
	120	200	167,5	720	0,0132	1,43	1,25	13	57,80	hooked	0,50	60	1100	95	1,53	36,64	2,5925
	120	200	167,5	720	0,0132	1,43	1,25	13	61,50	hooked	1,00	60	1100	103	2,66	63,53	1,6213
	120	200	167,5	720	0,0282	1,43	1,25	13	70,50	hooked	0,50	60	1100	179	1,69	40,40	
	120	200	167,5	720	0,0282	1,43	1,25	13	67,30	hooked	1,00	60	1100	170	2,78	66,37	2,5615
	120	200	167,5	720	0,0282	1,43	1,25	13	67,30	hooked	1,50	60	1100	187	3,90	93,09	2,0088
	120	200	167,5	720	0,02	1,43	1,25	13	82,40	hooked	0,50	60	1100	158	1,83	43,78	
	120	200	167,5	720	0,02	1,43	1,25	13	81,10	hooked	1,00	60	1100	163	3,05	72,78	2,2398
	120	200	167,5	720	0,0282	1,43	1,25	13	86,10	hooked	0,50	60	1100	154	1,87	44,63	
	120	200	167,5	720	0,0282	1,43	1,25	13	89,40	hooked	1,00	60	1100	171	3,20	76,47	2,2363
Greenough & Nehdi	200	300	265	2000	0,0178	3,02	2,64	10	47,90	hooked	0,50	50	1100	92	1,24	74,11	1,2414
	200	300	265	2000	0,0178	3,02	2,64	10	38,00	hooked	0,75	50	1100	107	1,45	87,01	1,2298
	200	300	265	2000	0,0178	3,02	2,64	10	42,20	hooked	1,00	50	1100	150	1,90	113,79	1,3182
	200	355	310	3560	0,0113	2,55	1,98	9,5	39,80	hooked	0,38	80	1100	134	1,27	90,08	1,4875
	200	355	285	3560	0,0333	2,77	2,16	9,5	39,80	hooked	0,38	80	1100	223	1,27	90,00	2,4778
Dupont & Vandewalle	200	300	260	1800	0,0355	3,46	3,08	14	46,40	hooked	0,25	65	1100	111	0,95	56,64	1,9599
	200	300	260	1800	0,0355	3,46	3,08	14	43,20	hooked	0,50	65	1100	121	1,40	83,67	1,4462
	200	300	260	1800	0,0355	3,46	3,08	14	47,60	hooked	0,75	65	1100	156	1,98	118,58	1,3156
	200	300	260	2300	0,0181	1,54	1,15	14	40,70	hooked	0,25	65	1100	282	0,89	52,93	
	200	300	260	2300	0,0181	1,54	1,15	14	42,40	hooked	0,75	65	1100	302	1,87	111,71	
	200	300	262	2300	0,0115	2,48	2,10	14	39,10	hooked	0,25	65	1100	84	0,87	52,04	1,6141
	200	300	262	2300	0,0115	2,48	2,10	14	38,60	hooked	0,75	65	1100	110	1,79	95,56	1,1511
	200	300	260	2300	0,0181	2,50	2,12	14	39,10	hooked	0,25	65	1100	110	0,87	51,97	2,1168
	200	300	260	2300	0,0181	2,50	2,12	14	38,60	hooked	0,75	65	1100	146	1,79	106,76	1,3676
	200	300	260	2300	0,0181	4,04	3,65	14	40,70	hooked	0,25	65	1100	84	0,89	53,08	1,5824

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
	200	300	260	2300	0,0181	4,04	3,65	14	42,40	hooked	0,75	65	1100	119	1,87	89,60	1,3281
	200	300	262	2300	0,0115	2,48	2,10	14	26,50	hooked	0,25	45	1100	102	0,60	35,76	
	200	300	262	2300	0,0115	2,48	2,10	14	27,20	hooked	0,75	45	1100	122	1,14	68,28	1,7867
	200	300	260	2300	0,0181	2,50	2,12	14	26,50	hooked	0,25	45	1100	102	0,60	35,80	
	200	300	260	2300	0,0181	2,50	2,12	14	27,20	hooked	0,75	45	1100	122	1,14	68,15	1,7903
	200	300	262	2300	0,0115	2,48	2,10	14	47,40	hooked	0,50	65	1100	132	1,47	87,76	1,5041
	200	300	260	2300	0,0181	2,50	2,12	14	46,80	hooked	0,50	65	1100	159	1,46	87,26	1,8221
	200	300	262	2300	0,0115	2,48	2,10	14	45,40	hooked	0,50	80	1100	149	1,67	94,09	1,5836
	200	350	305	3250	0,0103	2,46	2,13	14	34,40	hooked	0,57	80	1100	165	1,60	100,02	1,6497
	200	350	305	3250	0,0103	2,46	2,13	14	30,20	hooked	0,38	80	1100	165	1,12	78,07	2,1134
Imam, Vandewalle & Mortelmans 1994	200	350	300	3250	0,0308	1,75	1,42	10	109,50	hooked	0,75	75	2000	531	5,56	387,90	1,3689
	200	350	300	3250	0,0308	2,50	2,17	10	110,00	hooked	0,75	75	2000	287	5,57	298,24	0,9623
	200	350	300	3250	0,0308	3,50	3,17	10	111,50	hooked	0,75	75	2000	212	5,61	224,96	0,9424
	200	350	300	3250	0,0308	4,50	4,17	10	110,80	hooked	0,75	75	2000	215	5,59	178,95	1,2014
Kwak, Suh & Hsu	152,4	305	282,58	1524	0,0199	2,50	2,14	9,525	33,07	hooked	1,00	100	1100	137	3,00	123,85	1,1062
	152,4	305	282,58	1524	0,0199	2,50	2,14	9,525	33,24	hooked	1,00	100	1100	146	3,00	124,16	1,1759
	152,4	305	282,58	1524	0,0199	2,50	2,14	9,525	33,03	hooked	2,00	100	1100	134	5,62	141,62	0,9462
	152,4	305	282,58	1524	0,0199	2,50	2,14	9,525	34,38	hooked	2,00	100	1100	139	5,73	143,52	0,9685
Hwang et al.	100	200	165,5	1500	0,0343	3,02	2,96	10	39,40	hooked	0,50	60	1200	31	1,34	26,77	1,1580
	100	200	165,5	1500	0,0343	3,02	2,96	10	39,20	hooked	1,00	60	1200	52	2,28	45,37	1,1461
	100	200	165,5	1500	0,0343	3,02	2,96	10	40,00	hooked	1,50	60	1200	54	3,24	62,89	0,8587
	100	200	165,5	1500	0,0343	3,02	2,96	10	35,50	hooked	2,00	60	1200	48	3,94	63,24	0,7590
	100	200	159	1500	0,0478	3,14	3,08	10	58,00	hooked	1,00	60	1200	74	2,77	55,20	1,3406
	100	200	159	1500	0,0478	3,14	3,08	10	80,10	hooked	0,50	60	1200	73	1,92	38,17	1,9127
	100	200	159	1500	0,0478	3,14	3,08	10	88,00	hooked	1,00	60	1200	82	3,41	67,97	1,2064

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
Spinella et al.	150	250	219	2300	0,0191	2,80	2,75	10	80,04	hooked	1,00	55	1100	115	2,83	89,46	1,2855
	150	250	219	2300	0,0191	2,00	1,95	10	80,04	hooked	1,00	55	1100	142	2,83	105,25	1,3492
Chalioris & Sfri	100	300	275	1450	0,0055	2,00	1,96	9,5	28,40	hooked	0,50	75	1100	43	1,26	31,68	1,3575
Cohen & Aoude	125	250	212	2400	0,0152	3,77	3,07	10	59,40	hooked	0,50	55	1100	44	1,47	41,57	1,0584
Aoude & Cohen	125	250	212	2400	0,0152	3,77	3,07	10	49,60	hooked	0,50	80	1100	46	1,74	42,77	1,0754
	125	250	210	2400	0,0228	3,81	3,10	10	49,70	hooked	0,75	55	1100	45	1,78	55,56	0,8100
	125	250	210	2400	0,0228	3,81	3,10	10	51,50	hooked	1,00	55	1100	59	2,27	59,56	0,9906
	125	250	210	2400	0,0228	3,81	3,10	12	54,50	hooked	1,00	55	1100	60	2,33	59,96	1,0006
Qissab & Salman	100	170	140	1100	0,0112	1,07	0,50	12,5	36,08	hooked	0,50	63	1100	73	1,25	21,14	1,9310 2,0395 2,0016 1,7475 1,7001 0,8820 1,4932
	100	170	140	1100	0,0112	1,07	0,50	12,5	36,90	hooked	0,75	63	1100	87	1,70	28,69	
	100	170	140	1100	0,0112	2,50	1,93	12,5	36,08	hooked	0,50	63	1100	41	1,25	21,23	
	100	170	140	1100	0,0112	2,50	1,93	12,5	36,90	hooked	0,75	63	1100	51	1,70	25,01	
	100	180	150	1100	0,0105	1,00	0,47	12,5	36,08	hooked	0,50	63	1100	107	1,25	22,39	
	100	180	150	1100	0,0105	1,00	0,47	12,5	36,90	hooked	0,75	63	1100	126	1,70	30,39	
	100	180	150	1100	0,0105	2,33	1,80	12,5	36,08	hooked	0,50	63	1100	45	1,25	22,48	
	100	180	150	1100	0,0105	2,33	1,80	12,5	36,90	hooked	0,75	63	1100	47	1,70	26,90	
	100	200	170	1100	0,0092	2,41	1,94	12,5	36,08	hooked	0,50	63	1100	42	1,25	24,70	
	100	200	170	1100	0,0092	1,29	0,82	12,5	36,08	hooked	0,50	63	1100	22	1,25	24,94	
100	275	245	1100	0,0064	0,90	0,57	12,5	36,08	hooked	0,50	63	1100	51	1,25	34,15		
Dancygier & Savir 2011	200	325	273	2000	0,0348	2,75	2,71	22	110,90	hooked	0,75	64	1000	202	2,78	180,15	1,1213
	200	325	273	2000	0,0348	2,75	2,71	22	109,20	hooked	0,75	67	1000	211	2,86	185,07	1,1401
Krassowska & Kosior-Kazberuk 2018	80	180	165	987	0,0171	2,99	2,83	4	41,23	hooked	1,00	50	800	33	1,48	21,27	1,5512
	80	180	165	987	0,0171	2,99	2,83	4	39,87	hooked	1,50	50	800	41	1,98	27,78	1,4758
	300	500	420	3700	0,0322	3,21	3,19	20	62,30	hooked	0,75	65	1400	417	2,75	410,50	1,0158

Article	b _w (mm)	h (mm)	d (mm)	l _{span} (mm)	ρ (-)	a/d (-)	a _v /d (-)	d _a (mm)	f _{c,cyl} (MPa)	Fibers Fiber type	V _f (%)	l _f /d _f (-)	f _t (MPa)	V _u TEST (KN)	f _{Ftu} (MPa)	Vu_Model (KN)	λ
Yoo & Yang 2018	450	750	648	5220	0,0327	3,26	3,24	20	62,30	hooked	0,75	65	1400	815	2,75	923,67	0,8824
	600	1000	887	6780	0,0343	3,26	3,25	20	62,30	hooked	0,75	65	1400	1481	2,75	1642,26	0,9018
Gali & Subramaniam 2017	125	250	222	1200	0,0145	1,80	1,76	10	30,00	hooked	0,50	80	1225	79	1,47	45,77	1,7259
	125	250	222	1200	0,0145	1,80	1,76	10	30,00	hooked	0,50	80	1225	86	1,47	45,77	1,8788
Shoaib, Lubell & Bindiganavile 2014	310	308	258	1548	0,025	3,00	2,42	10	23,00	hooked	1,00	55	1100	212	1,51	144,17	1,4705
	310	308	240	1440	0,0403	3,00	2,38	10	41,00	hooked	1,00	55	1100	282	2,02	192,54	1,4647
	310	308	258	1548	0,025	3,00	2,42	10	41,00	hooked	1,00	55	1100	279	2,02	192,44	1,4498
	310	308	240	1440	0,0403	3,00	2,38	10	80,00	hooked	1,00	55	1100	459	2,82	268,85	1,7073
	300	600	531	3186	0,0188	3,00	2,72	10	23,00	hooked	1,00	55	1100	255	1,51	271,71	0,9385
	300	600	523	3138	0,0255	3,00	2,71	10	23,00	hooked	1,00	55	1100	245	1,51	271,81	0,9014
	300	600	523	3138	0,0255	3,00	2,71	10	41,00	hooked	1,00	55	1100	447	2,02	362,81	1,2320
	300	1000	923	5538	0,0144	3,00	2,84	10	41,00	hooked	1,00	55	1100	500	2,02	516,50	0,9681
	300	1000	920	5520	0,0203	3,00	2,84	10	41,00	hooked	1,00	55	1100	505	2,02	604,54	0,8353
	300	1000	923	5538	0,0144	3,00	2,84	10	80,00	hooked	1,00	55	1100	653	2,82	578,49	1,1288
300	1000	920	5520	0,0203	3,00	2,84	10	80,00	hooked	1,00	55	1100	651	2,82	732,95	0,8882	
Bae, Choi & Choi 2014	200	350	300	2300	0,036	3,50	3,17	2	215,00	hooked	2,00	55	1100	374	8,31	209,95	1,7814
	200	350	300	1200	0,036	2,00	1,67	2	199,00	hooked	2,00	55	1100	587	7,99	401,33	1,4627
Abdul-Zaher et al. 2016	120	300	266	1100	0,0126	1,13	1,09	20	31,90	corrugated	0,20	50	834	127	0,56	20,08	
	120	300	266	1100	0,0126	1,13	1,09	20	31,90	corrugated	0,40	50	834	133	0,76	27,13	
	120	300	266	1100	0,0126	1,13	1,09	20	31,90	corrugated	0,60	50	834	146	0,95	34,10	

ANEJO 2

Algoritmo utilizado para obtener V_{uMODEL}

Public Function Vu_Aslong(b, h, fc, ft, lamb, eta, N, a, Aslong, d, fy, Optional fsu = 0, Optional esu = 0.05)

If fsu = 0 Then fsu = fy

Vmax = b * h * ft

xm = (N + ft * b * h + Aslong * fy) / (eta * lamb * fc * b + ft * b)

C = eta * lamb * fc * b * xm

zc = lamb * xm / 2

T = ft * b * (h - xm)

zt = (h + xm) / 2

Mmax = C * (h / 2 - zc) + T * (zt - h / 2) + Aslong * fsu * (d - h / 2)

VA0 = Vu(b, h, fc, ft, lamb, eta, N, a)

Ma0 = VA0 * a

a0 = Ma0 / VA0

si = fy

For j = 1 To 100

V1 = Mmax / (Mmax / Vmax + a)

Vtop = Vmax

Vbot = 0

Vu_Aslong = -1

'ey = si / 200000#

'K2 = (fsu - fy) / (esu - ey)

For i = 1 To 100

tau = V1 / (b * h)

ftred = ft * (1 - (tau / ft) ^ 2)

x = (N + ftred * b * h + Aslong * si) / (eta * lamb * fc * b + ftred * b)

'e = 0.0035 * (d - x) / x

'ss = fy + K2 * (e - ey)

'If ss > fsu Then ss = fsu

ss = si

C = eta * lamb * fc * b * x

zc = lamb * x / 2

T = ftred * b * (h - x)

```

zt = (h + x) / 2
M = C * (h / 2 - zc) + T * (zt - h / 2) + Aslong * ss * (d - h / 2)
aa = M / V1
If Abs(aa - a) < h / 100 Then
    Vu_Aslong = V1
    Exit For
Elseif Abs(Vbot - Vtop) < Vtop / 100 Then
    'Reducir fy
    Exit For
Else
    Select Case aa
        Case Is > a
            Vbot = V1
        Case Is < a
            Vtop = V1
    End Select
    V1 = 0.5 * (Vbot + Vtop)
End If
Next i
If Vu_Aslong < 0 Then
    si_1 = si
    si = si_1 * a / aa 'si_1 * (a - a0) / (aa - a0)
Else
    Exit For
End If
Next j
End Function

```

NOTACIONES Y SÍMBOLOS

a	Espacio de corte, distancia entre la izquierda de la placa de carga y la izquierda del soporte.
a_v	Espacio libre de corte, distancia entre la cara de la placa de carga y la cara del soporte.
b_o	Base de la sección transversal.
$b_{v,eff}$	Base efectiva.
b_w	Ancho del alma en sección I o T.
c	Altura de la zona de compresión.
d	Profundidad efectiva.
d_a	Tamaño máximo de agregado tamaño máximo del agregado.
d_f	Diámetro de la fibra.
d_v	Profundidad de corte.
e	Factor adimensional que toma en cuenta el efecto de la relación entre el espacio de corte y la profundidad.
f	Resistencia en MPA.
f_c'	Resistencia a la compresión del hormigón.
$f_{c,cube}$	Resistencia a la compresión media medida del cubo de hormigón.
$f_{c,cyl}$	Resistencia a la compresión media medida del cilindro de hormigón.
$f_{ct,sp}$	Resistencia de ruptura del cilindro de elementos de HRF.
$f_{ef,R,L2}^f$	Valor característico de la resistencia a la flexión posterior a la fisuración para una deflexión de 3,5 mm.
f_{cd}	Resistencia de cálculo a compresión.
f_{ck}	Resistencia a la compresión característica.
f_{ct}	Resistencia del hormigón a tracción sin fibras.
f_{ctk}	Resistencia a la tracción característica del hormigón.
$f_{ctR,d}$	Cálculo de la resistencia última a tracción.
$f_{ctR,u}^f$	Resistencia a la tracción uniaxial de SFRC.
f_{ctm}	Resistencia media del hormigón a tracción.
$f_{cu,f}$	Resistencia a la compresión del cubo de hormigón reforzado con fibra.

f_{cv}	Resistencia efectiva del hormigón a cortante.
f_{eq}	Resistencia equivalente a tracción.
$f_{eq,2}$	Resistencia equivalente a tracción para ser usado en ELS.
$f_{eq,3}$	Resistencia equivalente a tracción para ser usado en ELU.
f_{FTuk}	Valor característico de la resistencia post-fisuración para la máxima apertura de la fisura.
f_{FTu}	Resistencia ultima de tensión residual para el HRF.
f_{FLs}	Resistencia residual en servicio, definida como resistencia post-fisura a la abertura de fisura en ELS.
f_{FTud}	Resistencia de tensión de diseño de las fibras.
f_R	Resistencia residual a la tracción.
$f_{R,j,d}$	Resistencia residual a tracción de cálculo del hormigón.
$f_{R,j,k}$	Resistencia característica del proyecto.
$f_{Rk,4}$	Resistencia a la flexión residual característica para el estado límite último con un CMOD de 3,5 mm.
$f_{sp,fc}$	Resistencia a la tracción de división del hormigón reforzado con fibra.
f_t'	Resistencia a la tracción especificada de la mezcla de hormigón.
f_{tenf}	Resistencia a la tracción de las fibras.
f_y	Límite elástico del acero de refuerzo.
f_{yw}	Esfuerzo de fluencia.
h	Altura de la sección transversal (Altura).
h_f	Altura del alma en secciones I o T.
k	Factor que toma en cuenta el efecto tamaño.
k_f	Factor que considera la contribución de las bridas en secciones en T (1 para secciones rectangulares) (Factor que toma en cuenta la contribución de las alas en las secciones T).
k_f^f	Factor que considera la orientación de las fibras.
k_G^f	Factor de tamaño, que explica el hecho de que las fibras se distribuyen mejor en elementos más grandes.
l_f	Longitud de la fibra.
l_{span}	Longitud de tramo.
l_{tot}	Longitud total de la muestra.
n	Parámetro para el efecto de la geometría de las secciones con pestaña.
r_f	Radio de fibra.
S_x	Espaciado de grietas.
S_{xe}	Factor de separación de grietas equivalente.
v_{max}	Esfuerzo cortante a cortante seccional máximo V_{max} .
W	Aberturas de fisuras.
W_{lim}	Limitar el ancho de la grieta.
W_{max}	Ancho máximo de fisura permitido por el código.
W_u	Máxima abertura de fisura aceptada en el diseño estructural.
v_b	Resistencia a la corte atribuida a las fibras.
v_c	Resistencia debida a la zona de compresión no fisurada.
v_s	Resistencia debida al refuerzo longitudinal.
v_w	Resistencia debida al alma fisurada de hormigón.
Z	Brazo de palanca interno.
A_{ct}^f	Área efectiva $b_w \times d$, con d limitado a 1.5 m.

A_f	Área de la sección transversal de la fibra.
A_s	Área de refuerzo de tensión longitudinal.
A_{vf}	Área de corte sobre la que contribuyen las fibras.
B	Falla de adherencia entre hormigón y refuerzo longitudinal.
$C_{Rd,c}$	Factor de calibración para la capacidad de corte de diseño.
DT	Falla de tensión diagonal.
E_f	Módulo de elasticidad de las fibras.
E_s	Módulo de elasticidad del acero de refuerzo.
F	Factor de fibra.
G_m	Módulo de corte de matriz.
K	Coeficiente de orientación.
M	Momento seccional.
NA	Modo de falla para el experimento individual no se da en la referencia original, pero el texto menciona que todos los experimentos resultaron en falla por corte.
P_{max}	Carga máxima en el experimento.
R_g	Factor de geometría de Yakoub: 0.83 fibras rizadas, 1.00 fibras en forma de gancho y 0.91 fibras redondas.
S	Espaciado de fibras.
S	Falla por corte.
SC	Falla por cizallamiento-compresión.
$S-FL$	Falla por corte-flexión.
ST	Falla por tensión cortante.
V	Fuerza de corte seccional.
V_c	Contribución del hormigón a la capacidad de corte.
V_{cd}	Valor de diseño de la contribución del hormigón a la capacidad de corte.
V_f	Fracción de volumen de fibra.
V_{fd}	Valor de diseño de la contribución de la fibra a la capacidad de corte.
V_{max}	Cortante de sección máximo en el experimento causado solo por la carga aplicada (sin peso propio).
V_{min}	Límite inferior a la capacidad de corte.
V_{pred}	Capacidad de corte prevista.
V_{Rd}	Capacidad de corte de diseño.
$V_{Rd,c}$	Capacidad de corte de diseño del aporte de hormigón.
$V_{Rd,c}^f$	Capacidad de corte de diseño del hormigón reforzado con fibra.
$V_{Rd,cf}$	Capacidad de corte de diseño de la contribución de la fibra, notación utilizada en la directriz alemana.
$V_{Rd,c,min}$	Límite inferior a la capacidad de corte de diseño de la contribución de hormigón.
$V_{Rd,f}$	Capacidad de corte de diseño de la contribución de la fibra de acero.
V_u	Capacidad de corte última.
V_{utot}	Capacidad de corte experimental, incluida la contribución del peso propio.
Y	El modo de falla incluye la deformación del refuerzo longitudinal.
α_c	Factor que explica los efectos a largo plazo.
β	Factor de propiedad de fibra y matriz desarrollado por Cox.
γ_c	Factor de material de hormigón.
γ_{cf}	Factor de material de hormigón, notación utilizada en la directriz francesa.
γ_{ct}	Factor parcial de la resistencia a la tracción del hormigón reforzado con fibra.
γ_E	Factor de seguridad adicional.

ε_{el}	Tensión elástica.
ε_{lim}	Tensión limitante.
ε_{max}	Tensión máxima.
ε_u	Deformación máxima en el ULS para flexión combinada con fuerzas axiales en la fibra exterior bajo el momento ejercido en la sección.
ε_x	Deformación a media profundidad de la sección transversal.
η_0	Factor de orientación de la fibra = 0,41 para fibras con una orientación aleatoria 3D, según lo derivado por Romualdi y Mandel pero puede ser mayor para miembros con bandas delgadas.
η	Factor de longitud utilizado para tener en cuenta la variabilidad en la longitud de empotramiento de la fibra a lo largo del plano de fisuración.
θ	Ángulo del puntal de compresión.
ξ	Factor del efecto de tamaño de Bažant y Kim.
ρ	Relación de refuerzo.
ρ_f	Factor de unión de la fibra: 0,5 fibras rectas, 0,75 fibras rizadas, 1 fibras en forma de gancho.
$\sigma_{Rd,f}$	Resistencia a la tracción residual de la sección transversal reforzada con fibra.
$\sigma(\varepsilon)$	Relación determinada experimentalmente entre la tensión en el hormigón celular y la deformación.
$\sigma(\omega)$	Relación determinada experimentalmente entre la tensión post-fisuración y el ancho de fisura W .
σ_{tu}	Esfuerzo promedio en el estado límite último en el bloque de esfuerzo de tracción equivalente utilizado para el análisis del momento flector de SFRC.
τ	Fuerza de unión entre fibras y matriz.
τ_{td}	Valor de diseño de la fuerza de unión entre las fibras y la matriz.
ψ	Factor de efecto de tamaño de Imam et al.
ω	Relación de refuerzo que incluye el efecto de las fibras.