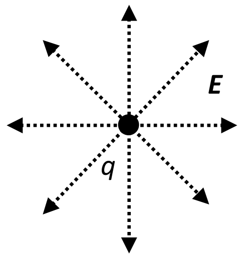
TEMA 1

CORRENT CONTINU

1.1 Càrrega elèctrica (1 h) *en realitat (1/2h)*

És una propietat **intrínseca** d'algunes partícules **subatòmiques** (protons, electrons, etc.) que es manifesta mitjançant **atraccions i repulsions**.

Les càrregues es veuen **influïdes per camps elèctrics i magnètics**, i a la vegada en són les **responsables** de la seva existència.

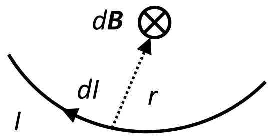


$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

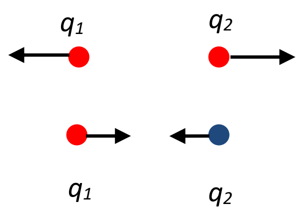
$$\boldsymbol{E} = K\frac{q}{r^2}\boldsymbol{u}$$

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$



COMENTARIS

1) Per explicar les atraccions i repulsions se suposa que les càrregues poden ser **positives o negatives**. Si són del **mateix** signe donen lloc a **repulsions** i si són de signe **diferent** a **atraccions.**



2) La **unitat SI** és el **coulomb C**.
3) **Submúltiples**

$$1\ m\text{C (mil} \cdot \text{licoulomb)} = 10^{-3}\text{C}$$

$$1\ \mu\text{C (microcoulomb)} = 10^{-6}\text{C}$$

$$1\ n\text{C (nanocoulomb)} = 10^{-9}\text{C}$$

$$1\ p\text{C (picocoulomb)} = 10^{-12}\text{C}$$

$$1\ f\text{C (femtocoulomb)} = 10^{-15}\text{C}$$

4) Els **àtoms** estan formats per electrons i un nucli (on hi ha els protons i els neutrons). Si l'**àtom** és **neutre** (no ionitzat) el nombre de protons i d'electrons és el mateix.
5) La càrrega Q d'un **objecte** amb N_p protons i N_e electrons és:

$$Q = (N_p - N_e)e$$

"*e*" és la **unitat fonamental de càrrega**

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\text{C}$$

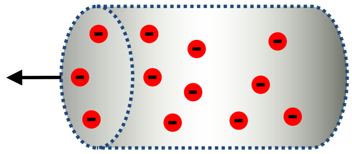
Les conseqüències d'aquesta expressió són:

a) La càrrega de qualsevol objecte està **quantitzada**. És a dir, és un nombre enter de vegades la càrrega fonamental "e".
b) Generalment els objectes són **neutres** ($N_p = N_e$).
c) Quan es càrrega un objecte es **treuen o s'afegeixen electrons.**

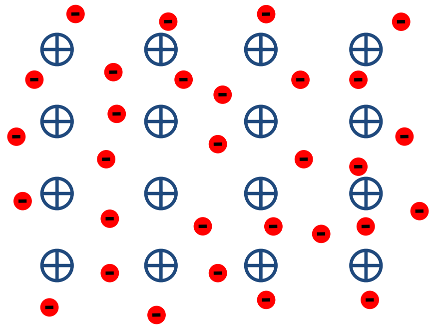
6) La càrrega de qualsevol sistema aïllat és constant (principi de **conservació de la càrrega elèctrica**).

1.2 Corrent elèctric (1/2 h) *en realitat (1/2h)*

És un **flux o moviment de càrregues** elèctriques que travessen una determinada **superfície**. El flux pot ser degut a electrons (pel cas de conductors), electrons i forats (en semiconductors), ions (en cas d'electròlits), etc. En aquest tema ens referirem a **corrents en conductors**.



Un **conductor** és un tipus de material format per àtoms units mitjançant enllaços metàl·lics. De mitjana, **cada** àtom perd un o dos electrons, quedant **ionitzat positivament**. Els electrons que queden lliures formen un **núvol electrònic** que envolta els ions. En principi els electrons es mouen de forma erràtica, i només apareix un **corrent** quan s'aplica un **camp elèctric, que actua dins el conductor**, impulsant els electrons.



La **intensitat elèctrica** *I* és la propietat física que quantifica un corrent. Es defineix com la quantitat de **càrrega** que, per unitat de **temps**, travessa una **secció transversal** de conductor:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Al SI la unitat és **l'Ampere A**, que es defineix com 1 A = 1C/1s

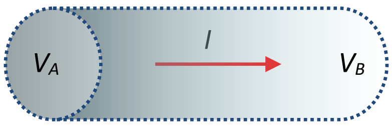
En realitat, i per circumstàncies històriques, el **sentit del corrent** és **contrari** al del **moviment** real dels **electrons**.

El nombre d'electrons N_e que travessen una determinada secció de conductor pel qual hi circula un corrent d'intensitat ***I*** durant un temps ***t*** és:

$$N_e = Q/e = It/e$$

1.3 Diferència de potencial (1/2h) *en realitat (1/2h)*

El camp elèctric intern, responsable del moviment de les càrregues, realitza un treball. Com el camp de forces és conservatiu, la **diferència o variació d'energia potencial** entre dos punts del conductor és el treball:



$$(U_A - U_B) = W_{A \to B}$$

La unitat SI és el Joule (J).

Es defineix la **diferència de potencial** entre dos punts A i B (V_A-V_B, V_{AB} o simplificant *V*) com el **treball o la diferència d'energia potencial per unitat de càrrega**.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A \to B}}{q} = \frac{U_A - U_B}{q} \to$$

$$(U_A - U_B) = q(V_A - V_B)$$

Unitat SI **Volt (V)**; 1 V = 1J/1C

El **sentit del corrent** indica el de la **disminució del potencial**. Per això, de vegades, també s'anomena caiguda de tensió.

La **diferència de potencial i el camp elèctric** estan relacionats per l'expressió:

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\rightarrow B}}{q} = \int_A^B \frac{\boldsymbol{F}}{q} . d\boldsymbol{r} = \int_A^B \boldsymbol{E} . d\boldsymbol{r} = Ed$$

On *d* és la distància entre els dos punts A i B. S'ha tingut en compte que el camp dins el conductor és **uniforme** (constant a tots els punts).

Les **línies** de camp elèctric (són línies imaginàries que representen el camp als diferents punts de l'espai) indiquen la direcció i el sentit en què **disminueix el potencial.**

Fer problema 1 de la col·lecció.

1. En una tempesta elèctrica típica els moviments convectius de masses d'aire transporten fins a la part superior d'un núvol de tempesta càrregues elèctriques positives que generen una diferència de potencial respecte a la base del núvol de 100 milions de volts. Si es produeix una descàrrega elèctrica (un llamp) en el que una quantitat de càrrega de 5 C és transportada verticalment d'un extrem a l'altre del núvol i la distància entre extrems és de 3 km,

a) Feu una estimació del camp elèctric que provoca el llamp.

b) Estimeu la quantitat d'energia que s'allibera.

Fer problema 2 de la col·lecció.

2. El camp elèctric en una regió de l'atmosfera terrestre en un dia de bon temps val aproximadament 150 N/C cap avall. Calculeu la diferència de potencial entre dos punts situats a 270 m i 420 m sobre la superfície terrestre. Raoneu quin punt estarà a un potencial més alt.

1.4 Potència (1/2 h) *en realitat (10 minuts)*

És el **ritme** en què varia l'**energia**

$$P = \frac{energia}{temps} = \frac{treball}{temps} = \frac{treball}{càrrega} \times \frac{càrrega}{temps} = VI$$

Unitat SI **Watt (W),** 1 W = 1J/1s

kWh és unitat d'energia = 1000 W·3600s = 3600000 J = $3.6\text{x}10^6$ J

1.5 Resistència. Llei d'Ohm. Efecte Joule (1 h T i 1/2h P) *en realitat (45 minuts)*

Es defineix com el quocient entre la diferència de potencial entre dos punts A i B i la intensitat que hi circula:

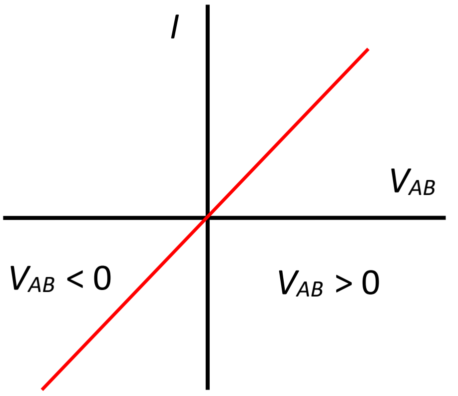
$$R = \frac{V_A - V_B}{I} \rightarrow V_A - V_B = V_{AB} = V = RI$$

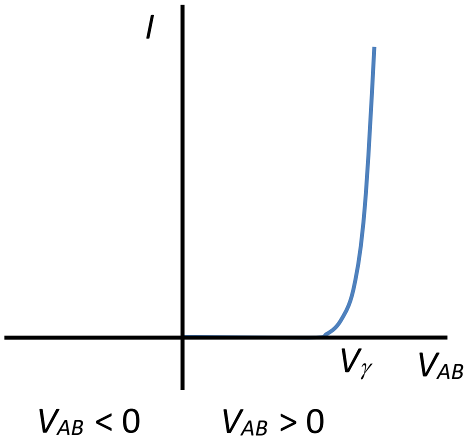
Representa l'**oposició** que ofereix l'objecte a què per ell circuli un corrent.

Al SI s'expressa en **Ohm** (Ω), 1 Ω = 1V/1A.

La majoria dels metalls es comporten com a **materials òhmics**. Per aquests la **resistència no depèn de la intensitat**, i verifiquen la llei d'Ohm:

$$V = RI \quad \text{amb R constant}$$





En general els materials no són òhmics i la resistència varia amb la intensitat. Un exemple és el d'un **díode semiconductor**, pel que la corba característica (*V*,*I*) no verifica una relació lineal.

Combinant la llei d'Ohm amb l'expressió de la potència s'obté:

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Aquesta és la llei de Joule, que ens dona la **potència dissipada** en un conductor. Als conductors els electrons experimenten **xocs** amb els ions de la xarxa, cedint energia cinètica. El resultat final és que el conductor s'**escalfa**. La llei de Joule ens dona l'energia dissipada al conductor com a resultat d'aquest procés.

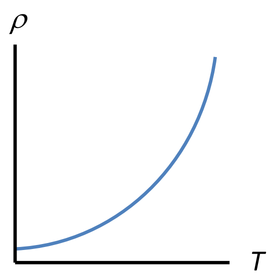
La resistència *R* d'un conductor depèn de la longitud (*l*), de la secció (*S*) i de la **resistivitat** (ρ que a la vegada **depèn del material**).

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

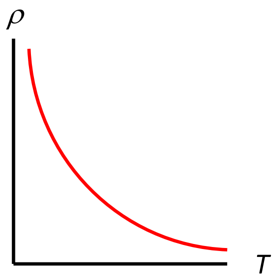
La **conductivitat** σ és la inversa de la conductivitat

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Al **SI** ρ s'expressa en Ωm i la conductivitat en $(\Omega m)^{-1}$

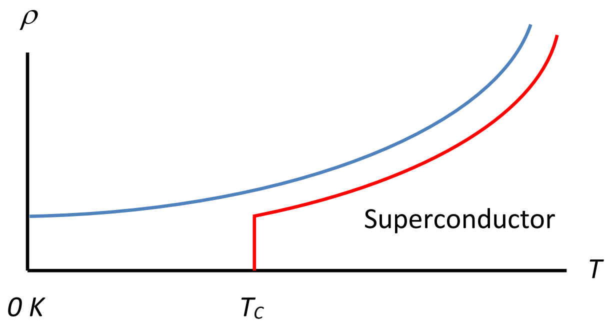


Pels **conductors** la **resistivitat augmenta amb la temperatura**. Aquest fet es pot correlacionar amb què l'amplitud de vibració dels ions augmenta amb la temperatura. Per tant, els xocs amb els electrons són més probables, augmentant la resistència.



Pels **semiconductors** i els **aïllants**, però, un augment de la temperatura dona lloc a una **disminució** de la resistència.

Per alguns materials (estany, Al, aliatges metàl·lics, etc.) la **resistivitat** es fa **nul·la** a temperatures superiors al 0 absolut. Aquests materials s'anomenen **superconductors**. El fenomen va ser observat el 1911 pel mercuri a 4.2 K (temperatura crítica) per físic holandès Kammerling Onnes.



No es va poder interpretar fins al 1957 amb la teoria BCS (John Bardeen, Leon Cooper i Robert Schrieffer) introduint el concepte quàntic de parell de Cooper (parell d'electrons enllaçats que vencen la repulsió electroestàtica, consultar Tipler pàgina 1166). La recerca de materials superconductors a altes temperatures va quedar estancada fins al 1986, en què J. Georg Bednorz i K. Alexander Müller van sintetitzar materials ceràmics que tenien una temperatura crítica més alta (LaBaCuO 35 K). La recerca ha continuat i en els darrers anys s'ha trobat un material $HgTlBa_2Ca_2Cu_3O_x$ amb temperatura de 130 K (any 1993). Aplicacions: Unions Josephson (detector de camps magnètics amb aplicacions a la medicina, transistor amb temps de resposta menor que un convencional), imants superconductors (potents camps magnètics), **transport d'energia elèctrica sense pèrdues** (s'ha realitzat un prototipus als Estats Units).

Fer problema 4 de la col·lecció.

4. Una resistència de carboni de 10 kΩ que es fa servir en circuits electrònics s'ha dissenyat per dissipar una potència de 0.25 W.
a) Quin és el màxim corrent que pot transportar aquesta resistència?
b) Quin és el màxim voltatge que es pot establir als seus extrems?

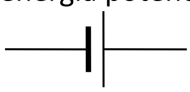
1.6 Fonts de tensió (1/2 h) *en realitat (1h)*

S'entén per **circuit elèctric** un **conjunt** simple o complex de **conductors** (que també anomenarem resistències) i **components** elèctrics o electrònics (com condensadors, fonts, bobines, díodes, transistors, etc.) **interconnectats** entre ells, i que és recorregut per un **corrent elèctric**.

Les resistències les representem amb el símbol: 

Una **font de tensió** o generador és un dispositiu que subministra energia elèctrica als portadors de càrrega (electrons) d'un circuit a fi que per ell hi circuli un **corrent elèctric estacionari**.

Una font té dos **borns** o terminals, que es troben a **potencials diferents** (el més alt l'anomenem **positiu**, i l'altre **negatiu**), de manera que realitza un treball consistent en augmentar l'energia potencial.

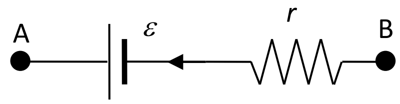
El **símbol** és 

El corrent al circuit va del **pol positiu al negatiu**

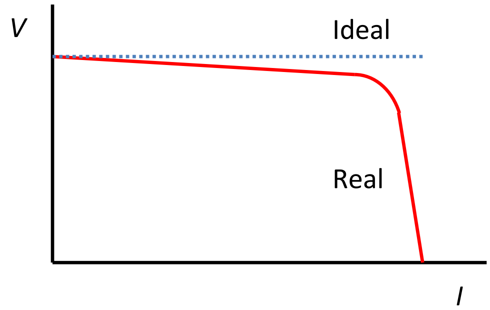
Els cables de connexió tenen **resistència nul·la**.

Experimentalment s'observa que la **diferència de potencial** entre els borns A (pol +) i B (pol -) és:

$$V_A - V_B = \varepsilon - rI$$



On $\boldsymbol{\varepsilon}$ és la **força electromotriu** (fem) i $\boldsymbol{r}$ la **resistència interna**, que són els paràmetres característics del generador.

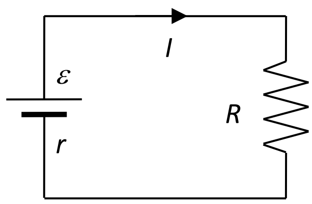


- La **fem** $\boldsymbol{\varepsilon}$ és la **diferència de potencial** entre els borns a **circuit obert** i s'expressa en V.
- La **resistència interna r**, que al SI s'expressa en Ω, és la resistència del generador, i generalment és **molt petita**. Les fonts de tensió del laboratori són tan petites que el seu valor és de l'ordre de l'error **experimental**. Pel cas d'una pila o una bateria de cotxe en bon estat pot ser de l'ordre de **centèsimes** de Ω. En canvi, si està desgastada, la *r* és gran. Una forma de veure-ho consisteix a mesurar la diferencia V_A-V_B, quan circula un corrent. Si la diferència és clarament menor que la fem, la bateria està descarregada.

La **intensitat** que circula per un circuit amb una font de tensió de fem ε i resistència interna *r*, i una resistència *R* és:

$$V_A - V_B = \varepsilon - rI = RI \rightarrow$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$



La **potència** donada per la font al circuit és:

$$P = (V_A - V_B)I = \varepsilon I - rI^2$$

On el terme rI^2 representa la **potència dissipada** a la resistència.

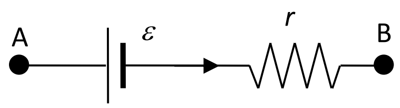
Si es connecten els dos terminals del generador amb un **cable de resistència nul·la**, es produeix un **curtcircuit**. El corrent I_c que hi circula (corrent de curtcircuit) és:

$$V_A - V_B = 0 = \varepsilon - rI_c \rightarrow I_c = \frac{\varepsilon}{r}$$

En aquest cas, com la resistència *r* és molt petita, la intensitat és molt gran i per tant la **potència dissipada** és tan gran que pot malmetre o **cremar** (per efecte Joule) el circuit.

Si la bateria és **reversible** (pila recarregable) també es pot carregar. En aquest cas actua com a **receptor** i el corrent entra pel pol + i surt pel -. La diferència de potencial entre els dos terminals és:

$$V_A - V_B = \varepsilon + rI$$



En aquest cas la **potència** és:

$$P = (V_A - V_B)I = \varepsilon I + rI^2$$

On el terme rI^2 és la **potència dissipada** i εI la **potència absorbida** pel receptor.

Pel cas de les bateries es defineix la **capacitat (**Q**)** com la **quantitat de càrrega que pot subministrar**. Generalment s'expressa en A·h (1 A·h = 3600 C). Per tant, l'**energia total acumulada** a una bateria de fem ε és:

$$U = Q\varepsilon$$

El **temps** que triga la bateria a **descarregar-se**, o en el cas d'un procés de càrrega, a **carregar-se** (suposant que en ambdós processos la intensitat és constant) és:

$$I = \frac{Q}{t} \rightarrow t = \frac{Q}{I} \text{ , o també, } P = \frac{U}{t} \rightarrow t = \frac{U}{P}$$

Fer problema 6 de la col·lecció

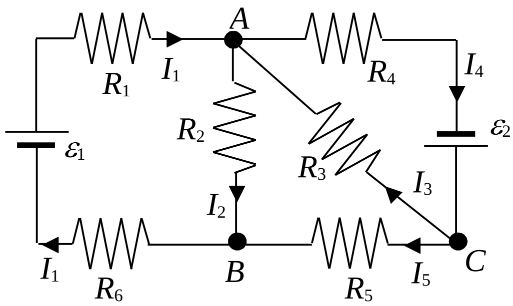
6. Un cotxe elèctric lleuger funciona amb 10 bateries de 12 V. A una velocitat de 80 km/h la força mitjana de fregament és de 1200 N.
a) Quina haurà de ser la potència del motor elèctric per tal que el cotxe circuli a 80 km/h?
b) Si cada bateria pot distribuir una càrrega total de 160 Ah abans de la seva recàrrega, quina és la càrrega total que poden subministrar les 10 bateries?
c) Quina és l'energia elèctrica total distribuïda per les 10 bateries abans de la recàrrega?

Fer problema 8 de la col·lecció

8. Una bateria amb una força electromotriu de 12 V té una diferència de potencial entre borns de 11.4 V quan proporciona un corrent de 20 A al motor d'engegada d'un cotxe.
a) Quina és la resistència interna de la bateria?
b) Si el conjunt de llums del cotxe equival a una resistència de 2 Ω, quina és la diferència de potencial entre borns de la bateria si encenem els llums sense utilitzar el motor d'engegada?

1.7 Lleis de Kirchhoff (1 h T + 3/2h P) *en realitat (1h45')*

Definicions prèvies

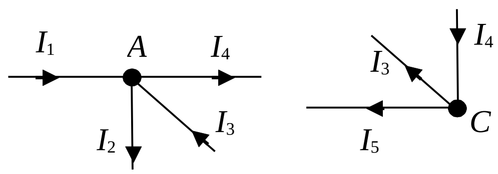


NUS: **Punt** del circuit on s'uneixen **3 o més conductors.**

BRANCA: Conjunt d'**elements** entre **dos nusos** adjacents pels quals hi circula la **mateixa intensitat**.

MALLA: **Circuit tancat** que es pot recórrer tornant al mateix punt de partida i **sense passar dos** cops pel mateix element.

Primera llei: Per un **nus** qualsevol la suma de les **intensitats entrants** és igual a la suma de les **intensitats sortints**.



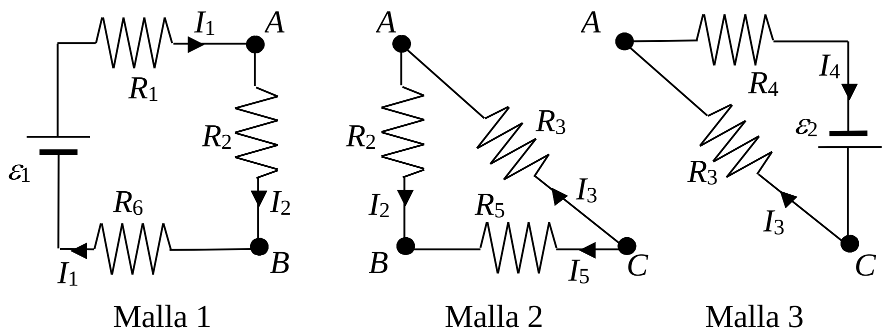
És conseqüència del principi de **conservació de la càrrega elèctrica**.

$$\sum_{i=1}^{N_e} I_i = \sum_{j=1}^{N_s} I_j$$

Segona llei: Al recórrer qualsevol **malla** la suma dels canvis de potencial és nul·la.

La llei és conseqüència del principi de **conservació de l'energia**

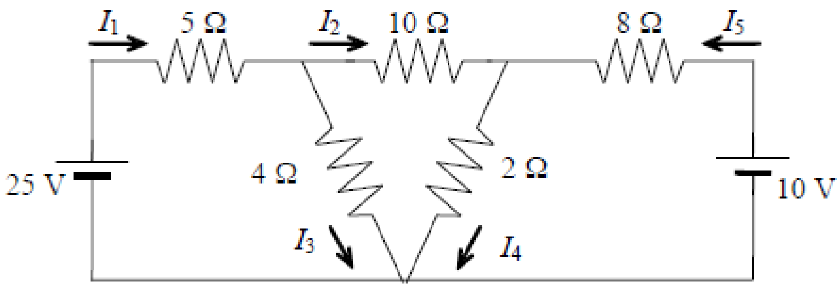
$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + \cdots + (V_Z - V_A) = 0$$



Aplicació: resolució de circuits de corrent continu. Càlcul d'intensitats i caigudes de tensió.

Fer problema 13 de la col·lecció, alhora que s'explica la metodologia.

13. Quina intensitat circula per cadascuna de les resistències del circuit de la figura?



1) **Identificar** els ***N* nusos** i les ***B* branques** del circuit. Com que generalment haurem de determinar els corrents a les branques, el nombre total d'**incògnites** serà ***B***.
2) Assignació d'un **sentit arbitrari** al **corrent** de cada **branca**.
3) Aplicació de la **primera llei a tots el *N* nusos - 1**, tenint en compte si els corrents entren o surten dels nusos.
4) Elecció d'un nombre de malles ***M*** necessari per resoldre el problema. Així el nombre de malles és:

$$M = B - N + 1$$

5) Assignació d'un **sentit arbitrari de recorregut de cada malla** elegida.

6) Aplicació de la **segona llei a totes les malles**, tenint en compte els següents criteris:

a) La **diferència de potencial** V_A-V_B als extrems d'una **resistència** és **positiva** si en passar del punt inicial (A) al final (B) ens movem en el **sentit del corrent**. En cas contrari és negativa: $V_A - V_B = \pm RI$

$V_A - V_B = RI$ $\qquad$ $V_A - V_B = -RI$

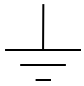
b) Pel cas d'un **generador**, primer se **separa** la contribució de la **fem** de la que correspon a la **resistència interna**. Pel cas de la **resistència interna**, s'aplica el **criteri anterior**. Pel cas de la **fem** es considera que la diferència de potencial V_A-V_B és **positiva** si el **punt inicial** (A) està connectat al **pol positiu** de la pila i el **punt final** (B) al negatiu. En cas contrari és negativa: $V_A - V_B = \pm\, \varepsilon$

$V_A - V_B = -\varepsilon$ $\qquad$ $V_A - V_B = \varepsilon$

7) **Resolució** del sistema d'equacions.

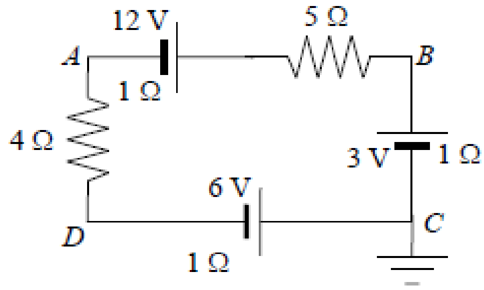
8) Si per alguna branca s'obtenen valors de la intensitat **negatius**, cal **canviar** el **sentit** del corrent **de la branca corresponent**.

Càlcul del potencial a un punt si hi ha connexions a terra

Si hi ha una **connexió a terra,** que es representa amb el **símbol**  , el potencial a aquest punt es pren 0, ja que aquest és el potencial de referència.

Fer problema 10 de la col·lecció alhora que s'explica la metodologia.

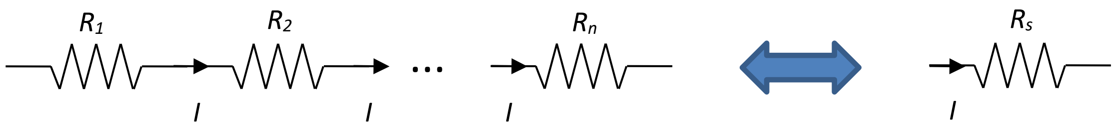
10. Quina intensitat circula, i en quin sentit, en el circuit de la figura?
Quan un punt d'un circuit està connectat al sòl (a la Terra), es diu que està connectat a terra, i aquest punt s'acostuma a considerar com a zero del potencial. En el circuit de la figura el punt *C* està connectat a terra. Quin és el potencial en els altres punts?



1.8 Associació de resistències (1/2 h T + 1/2h P) *en realitat (45 min)*

Associació en sèrie: La **intensitat** que circula per totes les resistències és la **mateixa** *I*. Si les resistències R_1, R_2,..., R_n són **diferents**, les **caigudes de tensió** a cada resistència són **diferents** i valen:

$$V_1 = R_1 I,\ \ V_2 = R_2 I, \dots, V_n = R_n I$$



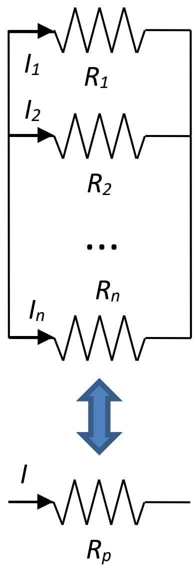
El conjunt és **equivalent a una resistència *R*$_s$** per la que hi circula la **intensitat** I, i per la que, segons la segona llei de Kirchhoff, la caiguda de tensió és la **suma de les caigudes de tensió**

$$V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n = (R_1 + R_2 + \cdots + R_n)I$$

R_s és:

$$R_s = \frac{V}{I} = (V_1 + V_2 + \cdots + V_n)/I = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Associació en paral·lel: La **diferència de potencial** per totes les resistències és la **mateixa** *V*. Si les resistències $R_1, R_2, \ldots, R_n$ són **diferents**, les intensitats **són diferents** i valen:



$$I_1 = V/R_1, I_2 = V/R_2, \ldots, I_n = V/R_n$$

El conjunt és **equivalent a una resistència *R*$_p$** per la que la **caiguda de tensió és la mateixa** *V* i per la que hi circula un corrent d'**intensitat** *I*, que, per la primera llei de Kirchhoff, és la **suma de les intensitats**

$$\frac{1}{R_p} = \frac{I}{V} = (I_1 + I_2 + \cdots + I_n)/V = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

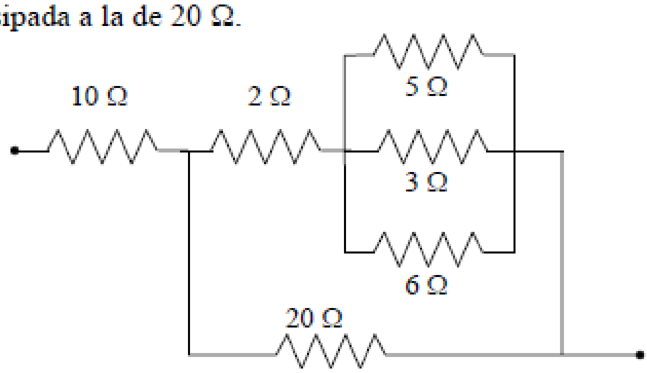
Pel cas de **dues resistències** és més **pràctic** utilitzar l'expressió:

$$R_p = R_1 R_2/(R_1 + R_2)$$

Fer problema 15 de la col·lecció.

15. En el circuit adjunt la diferència de potencial entre els extrems de la resistència de 10 Ω és 100 V. Trobeu:

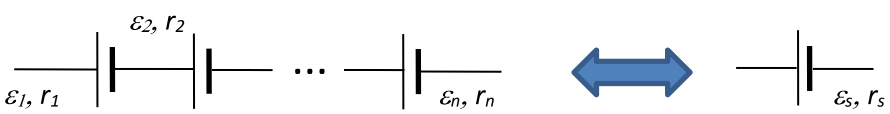
a) La intensitat de corrent que travessa cada resistència.
b) La tensió en la resistència de 5 Ω.
c) La potència dissipada a la de 20 Ω.



1.9 Associació de generadors

Associació en sèrie:

La **intensitat** que circula per tots els generadors és la mateixa i els pols dels generadors estan alternats, de forma que tots donen energia. La fem equivalent $\mathcal{E}_s$ és la suma de les fem i la resistència interna és la suma de les resistències internes.

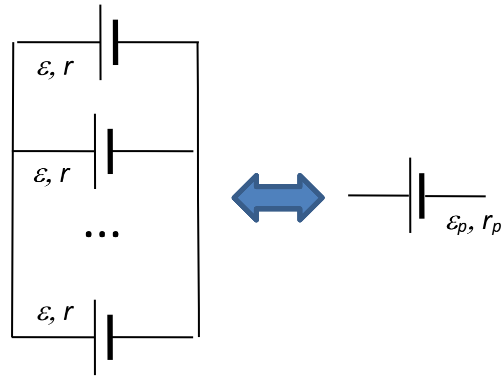


És a dir:

$$\varepsilon_s = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \qquad\qquad r_s = \sum_{i=1}^{n} r_i$$

Associació en paral·lel: Suposarem, a més que els n generadors són iguals (mateixa fem ε i resistència interna r). En aquest cas la diferència de potencial és la mateixa als extrems de cada generador. Per tant, la fem equivalent ε_p i la resistència interna són:

$$\varepsilon_p = \varepsilon \qquad\qquad r_p = {}^{r}/_{n}$$



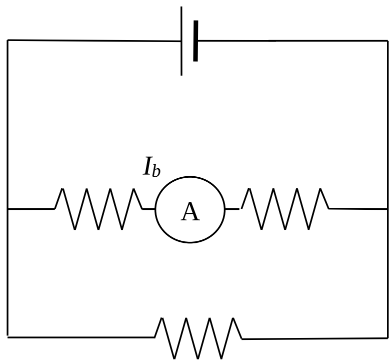
Fer problema 19 de la col·lecció.

19. Amb una bateria d'acumuladors en sèrie, cada un amb una fem de 2.1 V i una resistència interna de 0.2 Ω, s'alimenten una dotzena de llums agrupats en tres branques en paral·lel que contenen, cadascuna d'elles, 4 llums en sèrie. Sabent que cada llum té una resistència de 6 Ω, calculeu el nombre mínim d'acumuladors que ha de tenir la bateria perquè el corrent que passa per cada un dels llums no sigui inferior a 1.2 A. Quina resistència s'haurà d'intercalar en sèrie perquè la intensitat sigui 1.2 A?

1.10 Aparells de mesura (1/2 h T) *en realitat (1/2h)*

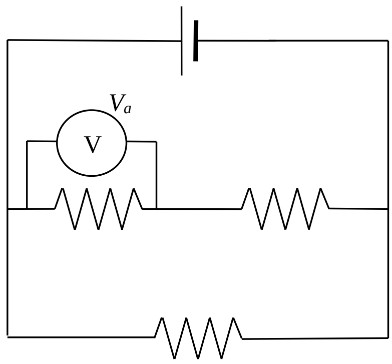
Generalment als laboratoris hi ha un únic aparell anomenat **multímetre** que fa les funcions de voltímetre, amperímetre i ohmímetre (alguns models fins i tot poden tenir capacímetre).

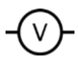
1.10.1 Amperímetre:



- Aparell per mesurar intensitats.
- Es connecta en sèrie a l'element del qual es vol fer la mesura.
- La resistència dels amperímetres és molt petita.
- El símbol és 

1.10.2 Voltímetre:



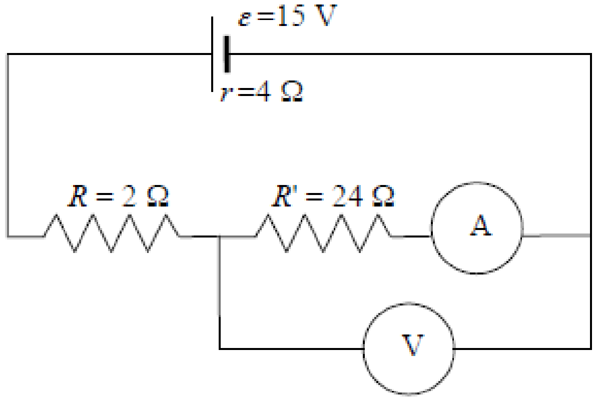
- Aparell per mesurar diferències de potencial.
- Es connecta en paral·lel a l'element del qual es vol fer la mesura.
- La resistència és molt gran.
- El símbol és 

1.10.3 Ohmímetre:

- Aparell per mesurar resistències.
- Es connecta en paral·lel a la resistència.

Fer problema 21 de la col·lecció.

21. Una pila de fem $\varepsilon = 15$ V i resistència interna $r = 4\ \Omega$ alimenta un circuit format per l'associació en sèrie de les resistències $R = 2\ \Omega$, $R' = 24\ \Omega$ i un amperímetre A, tal com indica la figura. Entre un extrem de R' i un extrem d'A s'hi col·loca en derivació un voltímetre que marca 12 V, mentre l'amperímetre marca 0.48 A. Calculeu les resistències de l'amperímetre i del voltímetre.

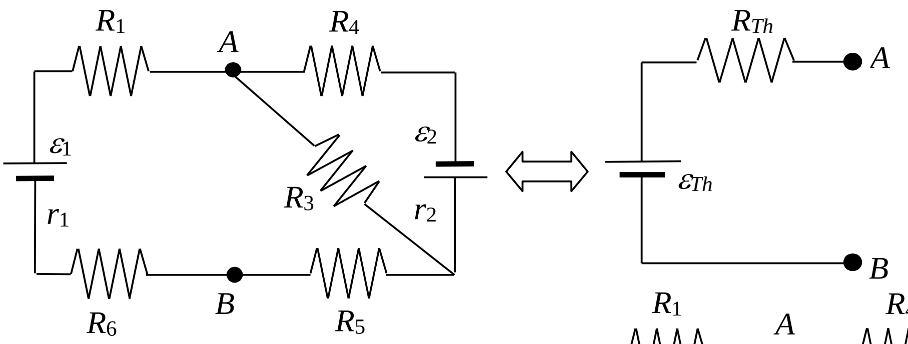


1.11 Teorema de Thévenin (1h T+ 1h P) *en realitat (2h 30min)*

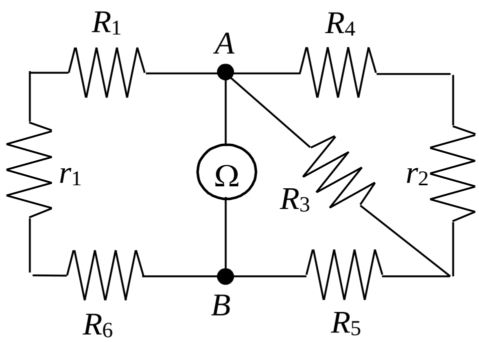
És un dels teoremes més importants de la teoria de circuits. Permet **simplificar** circuits complicats. Va ser deduït pel físic alemany Hermann von Helmholtz el 1853 i redescobert pel enginyer francès Leon Charles Thévenin el 1883.

S'aplica a **circuits lineals** formats per generadors i resistències. També és vàlid si hi ha condensadors i bobines. **No** es pot aplicar si hi ha elements formats a partir de materials **semiconductors** (díodes o transistors), ja que en aquest cas la resistència varia amb la intensitat o la tensió de forma no lineal. També és **vàlid en corrent altern**.

El teorema afirma que **qualsevol circuit** (o part d'un circuit) **lineal** amb **dos terminals** A i B, on hi ha connectada una **càrrega** (resistència, condensador, un altre circuit, etc), és **equivalent** a un **generador** de fem ε_{Th} en **sèrie** amb una **resistència** R_{Th}.

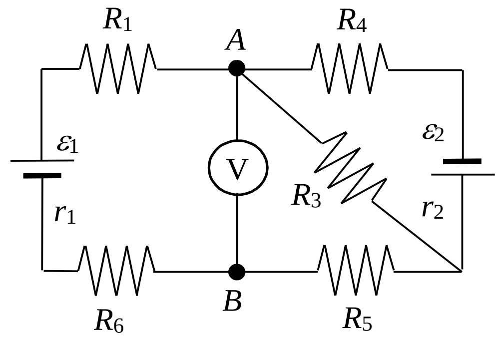


- R_{Th} és el valor de la **resistència entre A i B sense la càrrega** i curtcircuitant els generadors del circuit original. És a dir **substituint** els **generadors** per les seves **resistències internes**.



- $\boldsymbol{\varepsilon_{Th}}$ és la **tensió** entre els terminals **A i B a circuit obert** (sense càrrega)

Aplicació:



- **Identificar** els terminals **A i B** i la **càrrega**.
- **Separar** el circuit de la càrrega.
- Calcular $\boldsymbol{\varepsilon_{Th}}$ i $\boldsymbol{R_{Th}}$.
- Connectar la càrrega al circuit equivalent i resoldre el problema.

Teorema de la **màxima transferència de potència**

Suposem que tenim un circuit elèctric amb terminals A i B, pels que el seu **equivalent Thévenin** és un generador de fem $\boldsymbol{\varepsilon_{Th}}$ en sèrie amb una resistència $\boldsymbol{R_{Th}}$. Si entre A i B hi ha una **càrrega *R***, la intensitat que circula per ella és:

$$I = \frac{\varepsilon_{Th}}{R + R_{Th}}$$

La potència dissipada a la càrrega és:

$$P = RI^2 = R\frac{{\varepsilon_{Th}}^2}{(R + R_{Th})^2} = {\varepsilon_{Th}}^2\, R(R + R_{Th})^{-2}$$

La **potència** pren el seu valor **màxim** quan la **resistència *R*** és igual a la resistència de **Thévenin $\boldsymbol{R_{Th}}$**. Per demostrar-ho derivem l'expressió anterior respecte de R.

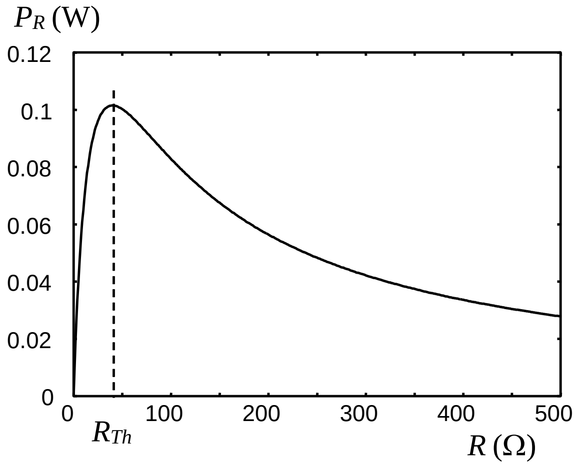
$$\begin{aligned}\frac{dP}{dR} = 0 = \frac{d}{dR}\{{\varepsilon_{Th}}^2\, R(R + R_{Th})^{-2}\} &= {\varepsilon_{Th}}^2 \frac{d}{dR}\{R(R + R_{Th})^{-2}\} \\ &= {\varepsilon_{Th}}^2\{-2R(R + R_{Th})^{-3} + (R + R_{Th})^{-2}\} \\ &= {\varepsilon_{Th}}^2(R + R_{Th})^{-3}\{-2R + R - R_{Th}\} = {\varepsilon_{Th}}^2(R + R_{Th})^{-3}(R_{Th} - R)\end{aligned}$$

$$\to R = R_{Th}$$

En aquest cas la **potència dissipada** val:

$$P = RI^2 = R\frac{{\varepsilon_{Th}}^2}{(R + R_{Th})^2} = R_{Th}\frac{{\varepsilon_{Th}}^2}{(R_{Th} + R_{Th})^2} = \frac{{\varepsilon_{Th}}^2}{4R_{Th}}$$

Exemples d'aplicació: En electrònica s'utilitzen circuits de **baixa potència**, ja que es necessita **aprofitar al màxim** la poca potència de la que es disposa. Així, per exemple, quan es **sintonitza** un senyal de ràdio o TV es disposa de poca potència. Per aprofitar-la al màxim el **circuit receptor** de TV es dissenya de forma que la seva **resistència** coincideixi amb la de l'**antena**.



Nota: Com es tracta de senyals alterns en realitat s'han d'igualar les impedàncies.

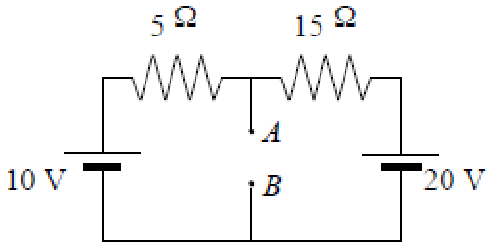
Fer problema 25 de la col·lecció.

25. En el circuit de la figura determineu:

a) El circuit equivalent Thévenin entre A i B.

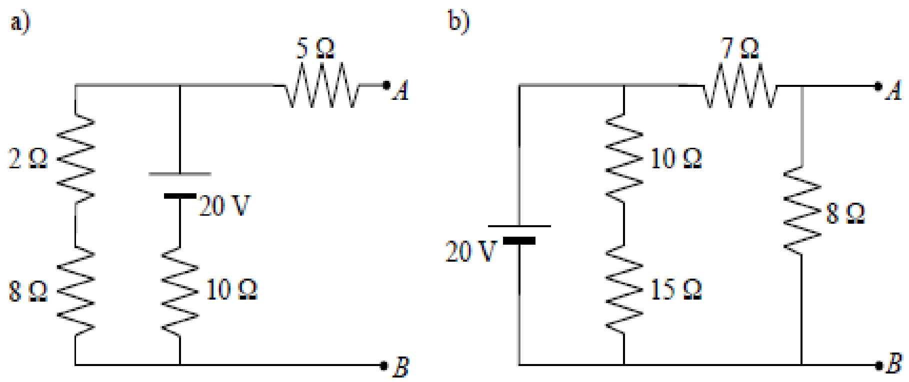
b) La potència subministrada a una resistència de 5 Ω connectada entre els punts A i B.

c) Quina resistència s'hauria de connectar entre els punts A i B perquè la potència transferida a aquesta resistència fos màxima. Quant valdria la potència ?



Fer problema 26 de la col·lecció.

26. Considereu els circuits de la figura i trobeu els seus equivalents Thévenin entre les terminals A i B. Quina seria la potència elèctrica dissipada en una resistència R = 10 Ω col·locada entre aquests dos terminals.



Fer problema 27 de la col·lecció.

27. En el circuit de la figura $I_1 = 0.75$ A i $V_A - V_B = 15$ V. Calculeu:

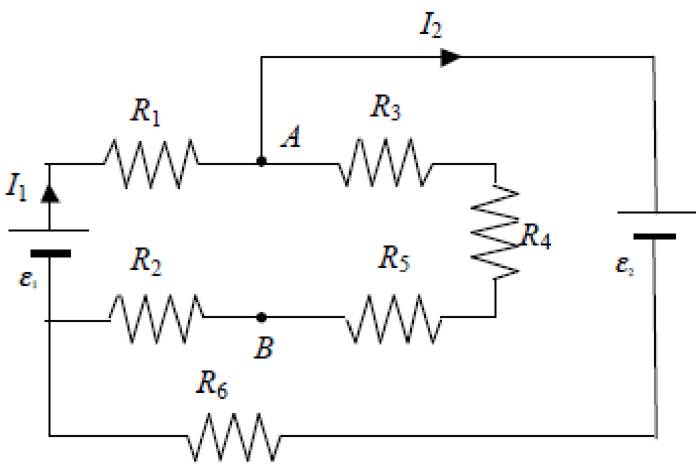
a) El valor de la força electromotriu ε_1.

b) La potència dissipada a R_3.

c) El valor de la intensitat I_2 i de la força electromotriu ε_2.

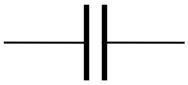
d) El circuit equivalent Thévenin entre A i B.

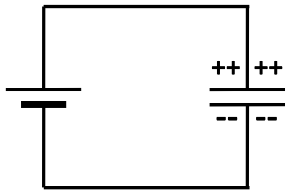
(Dades: $R_1 = R_2 = 8$ Ω, $R_3 = 10$ Ω, $R_4 = 5$ Ω, $R_5 = 15$ Ω, $R_6 = 12$ Ω).



1.12 Condensadors (1h T+ 1/2h P) *en realitat (1h 30min)*

Un condensador és un dispositiu per **emmagatzemar càrrega i energia**. Consisteix en **dos conductors** situats un a prop de l'altre, però **aïllats** mútuament amb un material dielèctric (o el buit), que contenen **càrregues iguals però de signe contrari** (influència total mútua)

El **símbol** és 



Al connectar una font de tensió a un condensador aquesta **transfereix electrons** d'un conductor (que anomenem placa) a l'altre, fins que la **diferència de potencial** entre les dues plaques és igual a la **fem** de la font, quedant per tant la **placa connectada al pol + carregada positivament** i l'altra **negativament**.

Quan es parla de **càrrega** d'un condensador ens referim a la de **la placa +**.

Experimentalment s'observa que la càrrega és proporcional a la diferència de potencial entre plaques $V = V_+ - V_-$. La **capacitat** és, per tant, la **càrrega** acumulada per unitat de **diferència de potencial**.

$$C = \frac{Q}{V}$$

COMENTARIS:

- Al SI s'expressa en **farad** (F). 1F = 1C/1V
- Generalment s'utilitzen **submúltiples** com

$$1\ mF\ (\text{mil} \cdot \text{lifarad}) = 10^{-3}\text{F}$$
$$1\ \mu F\ (\text{microfarad}) = 10^{-6}\text{F}$$
$$1\ nF\ (\text{nanofarad}) = 10^{-9}\text{F}$$
$$1\ pF\ (\text{picofarad}) = 10^{-12}\text{F}$$
$$1\ fF\ (\text{femtofarad}) = 10^{-15}\text{F}$$

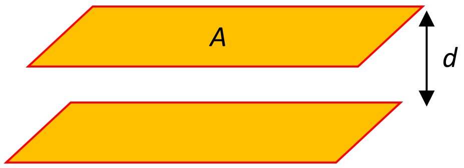
- Per calcular **l'energia total acumulada** a un condensador en primer lloc calculem l'increment d'energia dU durant el procés de càrrega, en un temps dt, just quan la diferència de potencial és V i la intensitat que circula és I:

$$P = \frac{dW}{dt} \rightarrow dW = dU = Pdt = VIdt$$

Com $I = \frac{dq}{dt} \rightarrow dq = Idt$, integrant obtenim l'energia total acumulada en tot el procés de càrrega:

$$U = \int_o^t VIdt = \int_o^Q Vdq = \int_o^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

El condensador més simple és el de **plaques paral·leles**. Està format per dues plaques conductores **d'àrea *A*** separades una **distància *d*** (on *d* és molt menor que la longitud i amplada de les plaques), on hi ha un **dielèctric** (de **constant dielèctrica relativa** ε_r) o el buit que omple tot l'espai. La capacitat d'aquest condensador és:



$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

On ε_o és la **permitivitat elèctrica del buit** $8.85 \cdot 10^{-12}$ $C^2/(N \cdot m^2)$ o F/m

El **camp elèctric** entre les plaques és **uniforme** i es pot calcular fàcilment a partir de la diferència de potencial i la distància entre plaques:

$$V = V_+ - V_- = \int_-^+ \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{r} = Ed \rightarrow E = \frac{V}{d}$$

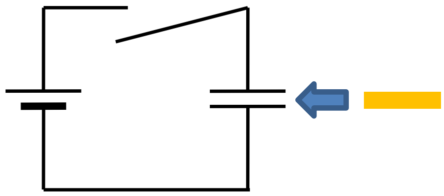
A tensions molt altes les molècules que conformen el dielèctric es poden ionitzar, esdevenint aquest un medi conductor. En aquesta situació el condensador es descarrega. Aquest fenomen s'anomena **ruptura dielèctrica**, i el valor del camp pel que es produeix s'anomena (E_{max}) **resistència dielèctrica**. Pel cas de l'aire $E_{max} = 3 \cdot 10^6$ V/m.

Analitzant la fórmula de la capacitat d'un condensador de plaques paral·leles, observem que la **capacitat** d'un condensador de capacitat C_0 **augmenta** quan entre les seves plaques hi posem un **dielèctric**, que omple tot l'espai buit entre les plaques:

$$C = \varepsilon_r C_0$$

El procés d'afegir un dielèctric a un condensador de capacitat C_0, que inicialment acumula una quantitat de càrrega Q_0 amb una tensió entre plaques V_0, es pot fer a circuit obert o a tancat.

Si es fa a **circuit obert**, les càrregues inicial i final són les mateixes $\boldsymbol{Q=Q_0}$. En aquest cas el condensador augmenta la seva capacitat *C* perquè la diferència de potencial ***V* i el camp *E* disminueixen** en un factor ε_r. Efectivament:

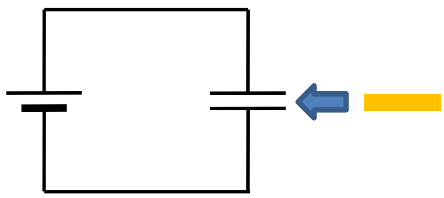


$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{\varepsilon_r C_0} = \frac{V_0}{\varepsilon_r}$$

Com el condensador està desconnectat de la font**, l'energia disminueix**:

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}Q_0\frac{V_0}{\varepsilon_r} = \frac{U_0}{\varepsilon_r}$$

Si es fa a **circuit tancat**, el camp i la diferència de potencial no canvien $\boldsymbol{V=V_0}$. En aquest cas el condensador augmenta la seva capacitat *C* perquè la càrrega ***Q* augmenta** en un factor ε_r:

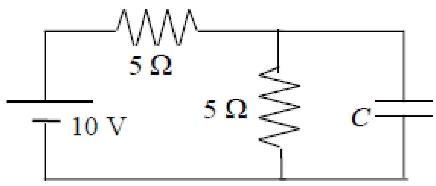


$$Q = CV = \varepsilon_r C_0 V_0 = \varepsilon_r Q_0$$

Ara, com el condensador està connectat a la font, **l'energia *U* augmenta**:

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}\varepsilon_r Q_0 V_0 = \varepsilon_r U_0$$

Durant els primers instants (**règim transitori**) en que es connecta un condensador a una branca d'un circuit de corrent continu, per ella hi circula intensitat fins que el condensador es carrega. El temps de càrrega es proporcional al producte de la resistència per la capacitat. Passat aquest temps (**règim estacionari**), per la branca no circula corrent. **A la pràctica sempre suposarem que el condensador** està **carregat** i per tant per la **branca on hi hagi el condensador NO circularà cap corrent**.



Aplicacions dels condensadors:

- Darrera etapa de la rectificació d'un senyal altern
- Correcció del factor de potència
- Circuits filtres
- Memòries Dinàmiques DRAM

Fer problema 30 de la col·lecció.

30. Una memòria DRAM és un xip compost de moltes cel·les, on cada cel·la emmagatzema un bit d'informació. Cada cel·la està formada per un transistor i un condensador, que emmagatzema càrrega. Si està carregat, s'associa a un bit "1" i si està descarregat a un bit "0·. El condensador es pot considerar de plaques planes paral·leles i inclou un aïllant al mig, que augmenta la seva capacitat.

Considereu un condensador pla d'àrea 10 μm^2, que inclou una capa dielèctrica de SiO_2, amb constant dielèctrica (o permitivitat dielèctrica relativa) 3.9 i 30 nm de gruix.

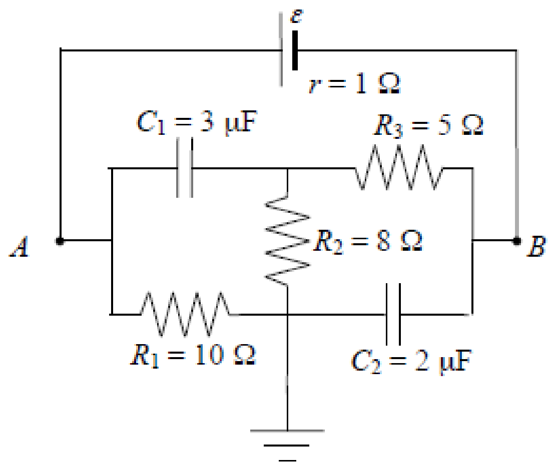
a) Calculeu-ne la seva capacitat.

b) Si apliquem una tensió de 4 V, calculeu la càrrega del condensador i el camp elèctric entre les seves plaques.

c) Sabent que el camp elèctric màxim que pot suportar el condensador ("dielectric strength") és de 10^7 V/cm pel SiO_2, a partir de quina tensió es produiria la ruptura dielèctrica?

Fer problema 33 de la col·lecció.

33. Un cop assolit el regim estacionari en el circuit de la figura $V_A = 10$ V. Calculeu
a) la intensitat que circula per cada resistència,
b) la càrrega de cada condensador,
c) la fem de la pila.



Fer problema 36 de la col·lecció.

36. Un cop assolit el regim estacionari en el circuit de la figura, calculeu:
a) La intensitat dels corrents que circulen per cada branca,
b) La diferència de potencial entre A i B, la càrrega i l'energia emmagatzemades al condensador,
c) El circuit equivalent Thévenin entre A i B.