

Descripción del oleaje por el método de las direcciones instantáneas ⁽¹⁾

M. A. ARRIBAS (*)

J. J. EGOZCUE (**)

RESUMEN. Se presenta el método de las direcciones instantáneas para la descripción del oleaje. El punto de partida es el hecho de que las series temporales de la elevación de la superficie del mar contienen más información que la que se utiliza en los métodos tradicionales basados en el análisis espectral cruzado de dichas series. El concepto fundamental es el de la dirección instantánea. Esta dirección se define como la proyección horizontal del vector normal a la superficie con el signo convenientemente cambiado para que indique la dirección y sentido de la propagación de las olas. Las direcciones instantáneas se ponderan para obtener unidades de varianza. La distribución de las direcciones instantáneas proporciona una nueva descripción del oleaje direccional alternativa a los métodos tradicionales. Dicha distribución se estima fácilmente a partir de las series temporales y la descripción frecuencial se obtiene mediante un filtrado de paso-banda de las mismas.

Existen sutiles diferencias entre la distribución de direcciones instantáneas y el tradicional espectro direccional pero ambos son similares en la práctica. Se presentan algunos ejemplos para validar el método que se presenta.

ABSTRACT. *The instantaneous direction method of describing directional ocean waves is presented. The starting point is that the time-series of surface elevation of the water contains more information than that used by the traditional, cross-spectral based, methods. The main concept is that of instantaneous direction. This direction is defined by horizontal projection of the normal vector to the surface but conveniently signed in order to indicate the sense of propagation of waves. These instantaneous directions are weighted in order to attain variance units. The distribution of instantaneous directions is proposed as a new and alternative directional descriptor. It can be easily estimated from the sample time series and the frequency distribution is readily obtained by band-pass filtering of the time-series.*

The are subtle differences between the instantaneous direction distribution and the traditional directional wave spectra but they are similar in practice.

Some examples and comparisons are presented in order to validate the presented approach.

1. INTRODUCCION

Las direcciones de las ondas oceánicas se describen usualmente mediante el espectro direccional (DWS). Si se supone que las olas pueden ser modeladas mediante un proceso estocástico estacionario, el DWS representa la distribución de la varianza de la elevación de la superficie en frecuencia y dirección. En la actualidad existen diversos métodos para estimar el DWS. La mayoría

de ellos constan de dos pasos: el cálculo de un número finito de coeficientes de Fourier del DWS mediante el análisis espectral cruzado de las diferentes señales temporales disponibles (1, 2), y una adecuada interpolación del DWS basada en los coeficientes de Fourier previamente estimados. La mayor parte de estos métodos difieren en este segundo paso.

Algunas de las interpolaciones ya conocidas serán utilizadas en esta presentación. Estas serán las correspondientes al Método de Máxima Verosimilitud Extendido (EMLM) y el Método de Máxima Entropía. El EMLM fue propuesto por Isobe *et al.* (3), como una extensión del método de análisis espectral debido a Capon (4). El MEM fue introducido en el análisis de ondas direccionales por Lygre y Krogstad (5).

La idea general subyacente a estos métodos es que toda la información disponible está contenida en las densidades espectrales cruzadas de las series tempora-

(1) Este artículo es una traducción del titulado *Instantaneous Direction Method of Describing Directional Ocean Waves* presentada en el XXIV Congress of the International Association for Hydraulic Research (IAHR), Madrid, septiembre de 1991.

(*) Programa de Clima Marítimo, MOPU, Madrid, España.

(**) ETS Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.

les. No obstante, Lundgren y Klinting (6) defendieron que hay información direccional en la serie temporal de vectores de Fourier que no es usada en los métodos tradicionales. En efecto, cuando se realiza un análisis espectral de segundo orden de un proceso estocástico estacionario la información sobre la distribución de probabilidad de las variables se reduce a aquella contenida en los momentos de primer y segundo orden. No obstante la serie temporal contenía toda la información acerca de la distribución de probabilidad.

Este artículo presenta un nuevo método, que llamamos Método de las Direcciones Instantáneas (IDM) para estimar la distribución direccional del oleaje usando la información contenida en las series temporales, evitando el análisis espectral cruzado. Por ello el IDM difiere de los tradicionales en sus principios, pero mantiene cierta similitud con el método de los vectores de Fourier presentado por Lundgren y Klinting (6).

El IDM define la Distribución de Direcciones Instantáneas (IDD) que puede ser estimada a partir de los datos temporales. En un punto fijo, el IDD parece describir mejor que el DWS el oleaje direccional. No obstante, el IDD puede ser también considerado como un estimador del tradicional DWS.

Para validar esta nueva técnica, se presentan algunas comparaciones utilizando datos reales procedentes de una boya de balance y cabeceo (pitch-roll buoy).

2. EL METODO DE LAS DIRECCIONES INSTANTANEAS

Nos referiremos a datos obtenidos por boyas de balance y cabeceo, aunque la mayoría de los razonamientos que siguen se pueden extender a diversas clases de sensores o conjuntos de ellos.

Una primera aproximación intuitiva al IDM se obtiene considerando que, a partir de los movimientos de la elevación, el balance y el cabeceo, se puede determinar la dirección instantánea y el sentido de la propagación de las olas. El valor instantáneo del vector normal a la superficie (orientado hacia afuera del agua), cuyas componentes x e y coinciden esencialmente con el balance y el cabeceo, determina la dirección instantánea de propagación salvo una ambigüedad de 180 grados. Ciertamente, la dirección de la proyección horizontal del vector normal es la dirección de las olas en aguas profundas o con fondo plano horizontal. La ambigüedad en el sentido puede ser superada teniendo en cuenta el signo de la velocidad vertical puesto que, cuando esta velocidad es positiva, la proyección señala el lugar a donde se dirigen las olas, y alternativamente, para velocidades negativas, señala de dónde vienen.

Por tanto, se puede construir una nueva serie temporal, que llamamos de Direcciones Instantáneas (ID), cuyo argumento es el de la dirección instantánea (incluyendo sentido) y cuyo módulo es la magnitud de la proyección horizontal del vector normal. Es decir, que la serie de ID coincide con la de balance y cabeceo salvo en el sentido de los vectores.

Se espera que la distribución de la serie de ID esté íntimamente ligada a la distribución direccional de la energía de las ondas. Como la distribución de las ID puede ser adecuadamente estimada por histogramas ponderados de los valores de la ID, se podrían obtener descripciones direccionales del oleaje utilizando la muestra de ID.

Esta aproximación preliminar no proporciona una descripción del oleaje en frecuencias, pero nos da una visión de la dirección de propagación que podría ser útil para aplicaciones rutinarias, tanto por su sencillez como por la facilidad de cálculo. La representación frecuencial-direccional puede ser fácilmente obtenida realizando un filtrado de paso-banda de las series originales.

El punto de partida para una teoría más detallada es el modelo estocástico estacionario de la elevación de la superficie dado por

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \int_{\omega} \int_{\mathbf{k}} \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)] Z(d\mathbf{k}, d\omega) \quad (1)$$

donde η es la elevación, \mathbf{x} un punto en el plano horizontal, t el tiempo, $\mathbf{k} = k(\cos \theta, \sin \theta)$ el número de onda, ω la frecuencia angular y Z la medida espectral aleatoria asociada al proceso de la elevación.

Para una boya de balance y cabeceo midiendo en el punto $\mathbf{x} = 0$, la proyección horizontal del vector normal a la superficie, $N(t) = (x(t), y(t))$ (orientado saliendo del agua) y la velocidad vertical $z(t)$ se expresan mediante

$$N(t) = - \int_{\omega} \int_{\mathbf{k}} i\mathbf{k} e^{-i\omega t} Z(d\mathbf{k}, d\omega) \quad (2)$$

$$z(t) = \int_{\omega} \int_{\mathbf{k}} i\omega e^{-i\omega t} Z(d\mathbf{k}, d\omega) \quad (3)$$

Seleccionada una banda de frecuencias I , se puede realizar un filtrado para esa banda reduciendo el recorrido de las integrales (2) y (3) a la banda I . El recorrido de las integrales en \mathbf{k} se lleva a cabo suponiendo que se cumple una relación de dispersión. Por tanto, esas integrales recorren una corona circular en el plano \mathbf{k} cuyos radios, k , están asociados con las frecuencias ω en I . Denotaremos la proyección del vector normal y la velocidad vertical filtradas como en (2) y (3), y de ahora en adelante $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ denotarán los respectivos procesos filtrados.

Supongamos que la densidad de probabilidad conjunta del vector aleatorio $(x(t), y(t), z(t))$ es f_{3D} . Una representación angular de esta densidad se obtiene fácilmente introduciendo coordenadas polares $x = R \cos \theta$, $y = R \sin \theta$. Por tanto, la densidad conjunta de las nuevas variables será

$$f_{2D}(r, \theta, z) = r f_{3D}(r \cos \theta, r \sin \theta, z) \quad (4)$$

En la ec. (4), θ es la dirección instantánea de la onda salvo una ambigüedad de 180 grados. Como se ha indicado anteriormente, esta ambigüedad se evita sumando

π a θ siempre que z sea positiva. Después de esta operación, θ será la dirección de donde las olas vienen a cada instante. Llamamos a los vectores $(R(t), \theta(t))$ Direcciones Instantáneas Filtradas (FID). La densidad de probabilidad conjunta de las FID vendrá dada por

$$f_{FID}(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{Roz}(r, \theta, z) dz + \int_0^{\infty} f_{Roz}(r, \theta + \pi, z) dz \quad (5)$$

La densidad de probabilidad marginal de (5) para θ describe la probabilidad de la dirección instantánea (incluyendo sentido) para la banda de frecuencias I . No obstante, en general se está interesado en la distribución de energías de las ondas. Se obtiene una relación para las energías calculando la varianza de $N(t)$, lo cual puede realizarse por medio de los teoremas de representación espectral de procesos estocásticos estacionarios (7). Teniendo en cuenta que el módulo de las FID es la magnitud de la proyección del vector normal, se obtiene

$$E[R^2] = E[|N(t)|^2] = \int_0^{\infty} r^2 f_{FID}(r, \theta) dr = k_I S(I) \quad (6)$$

donde E denota la esperanza, S la densidad espectral de la elevación y k_I un valor de k correspondiente a la banda de frecuencias I . La sustitución de un argumento por un intervalo significa que se ha integrado la función en ese intervalo. De la ec. (6), se concluye que la varianza de R es proporcional a la energía asociada a la banda de frecuencias I . Por tanto, la integral

$$D_2(\theta) = \int_0^{\infty} r^2 f_{FID}(r, \theta) dr \quad (7)$$

es proporcional a la densidad de energía para cada dirección y para la banda de frecuencia I . Después de normalizar D_2 se obtiene la función de densidad en direcciones de la dirección instantánea filtrada (Filtered Instantaneous Direction Spreading Function-FIDSF). El conjunto de FIDSF para diferentes bandas de frecuencia y la densidad espectral de elevaciones determinan el IDD. Nótese que las FIDSF no son iguales que las densidades direccionales usuales del DWS. Estas últimas describen las direcciones de las cuales la energía viene para cualquier tiempo t , mientras que las FIDSF indican la dirección de la energía después de que las contribuciones de cada dirección han sido compuestas en cada instante. Esto es, el DWS supone que todas las direcciones están constantemente contribuyendo a la energía en cada instante, mientras que la FIDSF supone que, para cada instante, hay una sola contribución di-

recional de la energía pero su dirección cambia aleatoriamente en el tiempo.

Otra diferencia entre el DWS y el IDD es que el DWS depende sólo del primer y segundo momentos del modelo estocástico (1), y el IDD depende de la distribución de probabilidad de elevaciones globalmente.

La FIDSF se estima fácilmente a partir de una muestra temporal de FID. Se definen los intervalos angulares Θ_j , $j = 1, \dots, J$ y sean $P[\Theta_j]$ las probabilidades de que una FID pertenezca al intervalo angular Θ_j . Supóngase también que se dispone de una muestra de FID de extensión N . Entonces,

$$D_2(\Theta_j) = P[\Theta_j] E_{\Theta_j}[R^2] = \left[\frac{n_j}{N} \right] \frac{1}{n_j} \sum_{m=1}^{n_j} r_{jm}^2 = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{n_j} r_{jm}^2 \quad (8)$$

donde E_{Θ_j} denota la esperanza condicionada a que la FID pertenezca a Θ_j , r_{jm} es el módulo de la m -ésima FID cuyo argumento pertenece a Θ_j y n_j es el número de valores de la FID cuyo argumento está en Θ_j . Obviamente $\sum_{j=1}^J n_j = N$.

Proponemos D_2 como un nuevo descriptor del oleaje direccional y la ec. (8) como un estimador adecuado de él.

3. METODO DE LAS DIRECCIONES INSTANTANEAS GAUSSIANAS

La FIDSF depende de la densidad de probabilidad conjunta f_{xyz} . Si ésta se supone conocida, se pueden obtener fórmulas explícitas para D_2 . Supongamos que esta densidad es conjuntamente normal con media nula y matriz de covarianzas C . Los elementos de la matriz de covarianzas pueden hallarse aplicando el teorema de representación espectral de procesos estocásticos estacionarios en las ec. (2) y (3). La expresión así obtenida es análoga a las ecuaciones que relacionan los coeficientes de Fourier del DWS y el espectro cruzado de $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$. Después de realizar el cambio de variables como en la ec. (4) y llevando a cabo la operación (5) se obtiene la densidad de probabilidad de las FID que resulta ser

$$f_{FID}(r, \theta) = \frac{r}{2\pi \gamma_{33}^{1/2}} \exp \left[\frac{-r^2}{2 \det C \gamma_{33}} (\Gamma^2(\theta) \gamma_{33} - \mu^2(\theta)) \right] F_U(q) \quad (9)$$

donde γ_{ij} son los elementos de la matriz $C^{-1} \det C$, F_U es la distribución de probabilidad normal estándar y $\Gamma^2(\theta) = \gamma_{11} \cos^2 \theta + \gamma_{22} \sin^2 \theta + 2 \gamma_{12} \sin \theta \cos \theta$, $\mu(\theta) = \gamma_{13} \cos \theta + \gamma_{23} \sin \theta$, $q = r \mu(\theta) \det^{-1/2} C (\gamma_{33})^{-1/2}$.

La sustitución de la ec. (9) en la definición de la FIDSF (8) da una expresión integral que se puede cal-

cular numéricamente. La función que se obtiene se llama densidad direccional de direcciones instantáneas filtradas gaussianas (GFIDSF).

La GFIDSF puede ser considerada como una técnica de interpolación para aproximar la FIDSF y puede obtenerse a partir de la matriz espectral cruzada de $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$. Por ello la GFIDSF se compara fácilmente con las interpolaciones del DWS obtenidas mediante el EMLM y el MEM.

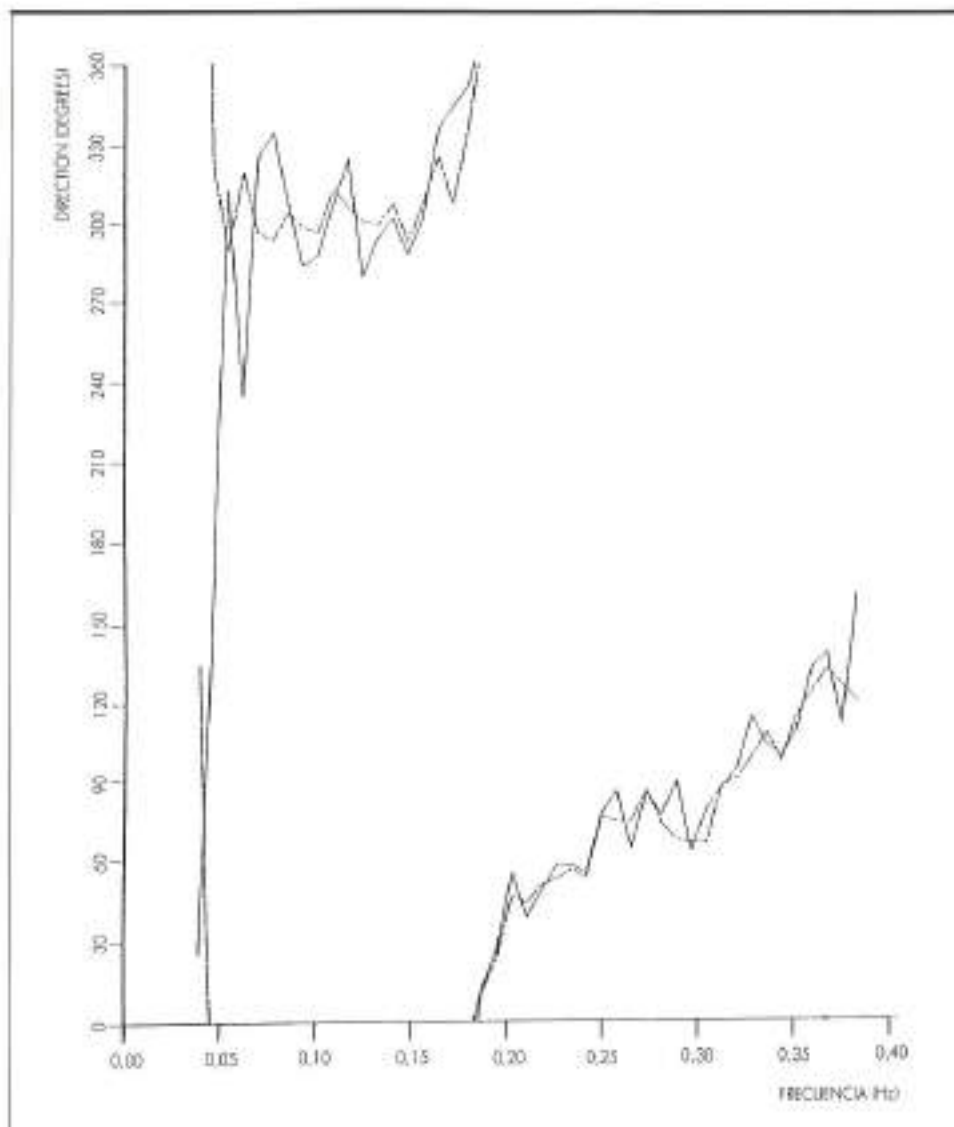
4. COMPARACIONES Y RESULTADOS

La primera y la segunda direcciones medias, como funciones del primer y segundo coeficientes de Fourier del DWS respectivamente se definen frecuentemente como

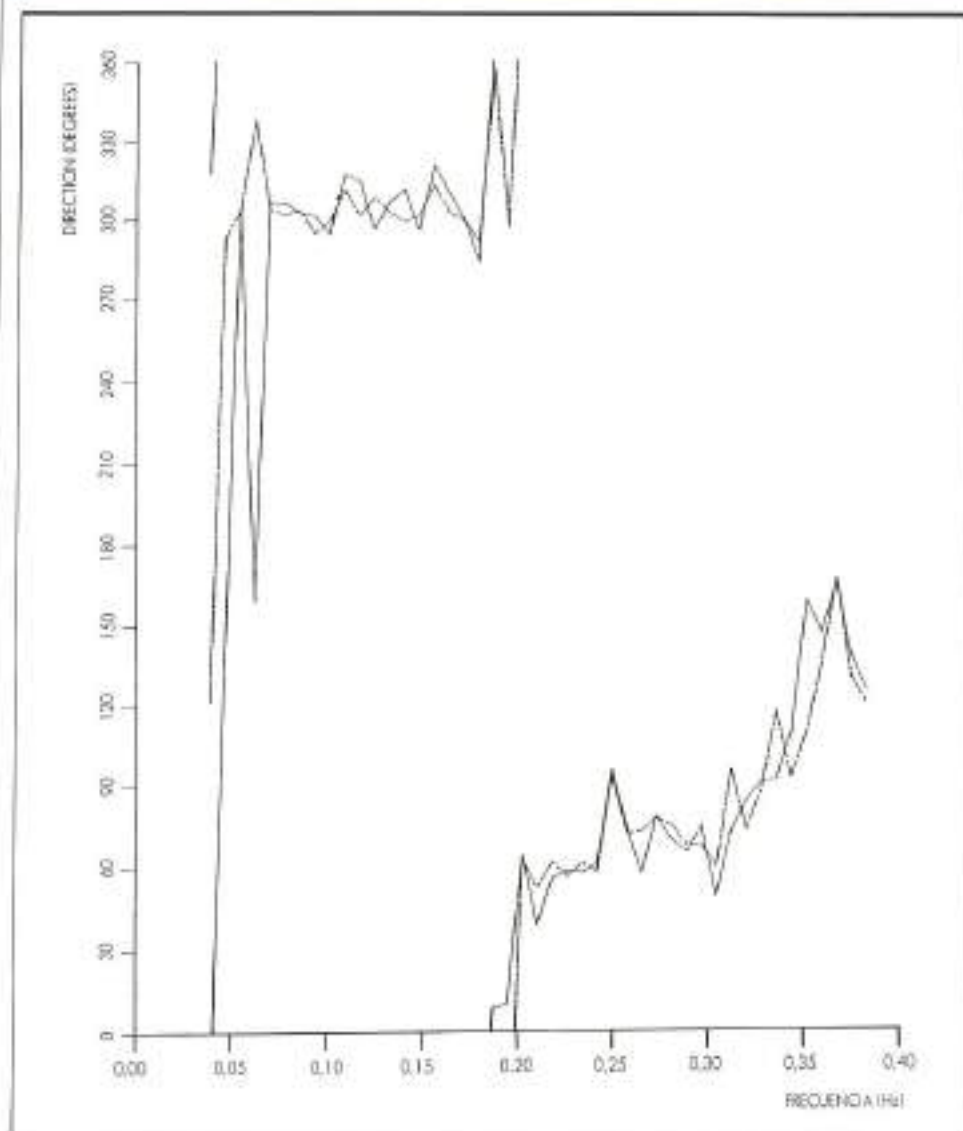
$$\theta_1(\omega) = \arg(a_1(\omega), b_1(\omega))$$

$$\theta_2(\omega) = \frac{1}{2} \arg(a_2(\omega), b_2(\omega)) \quad (10)$$

donde $a_j(\omega) + ib_j(\omega)$ es el j -ésimo coeficiente de Fourier de la densidad direccional para la frecuencia ω . Estos coeficientes para $j = 1, 2$ se obtienen fácilmente a partir de la matriz espectral cruzada. Se pueden obtener estas direcciones medias usando tanto los coeficientes de Fourier correspondientes al DWS como usando los coeficientes de Fourier de la FIDSF estimada. De esta forma se pueden comparar las direcciones medias resultantes de ambos métodos.



FIGURAS 1 y 2. Comparación de la primera y segunda direcciones medias para el registro de referencia. DM, línea continua. Estima con espectros cruzados, línea a puntos y trazos.



Se han seleccionado dos series temporales registradas por una boya de balance y cabeceo fondeada cerca de Bilbao (España) el 13 de diciembre de 1987. Las figuras 1 y 2 muestran ambas direcciones medias calculadas por análisis espectral cruzado y utilizando el IDM para la señal correspondiente a las 11:59 horas. No se observan diferencias esenciales entre ambos métodos y, por tanto, los coeficientes de Fourier obtenidos del análisis espectral cruzado y de la FIDSF deben ser similares.

La figura 3 muestra las estimas del DWS usando las interpolaciones MEM-AR(2), el EMLM y el GIDM. También se muestra la estima del IDD. Para ello ha sido utilizado el registro de referencia a las 2:59 horas. Todas las distribuciones tienen características similares,

aunque el IDD parece ser algo más suavizado que los otros y además no muestra la dirección opuesta para las bajas frecuencias.

Para el mismo registro de referencia (2:59 horas), se ha estimado el espectro de potencia de la elevación (figura 4) así como las densidades direccionales. Estas últimas fueron obtenidas utilizando la interpolación MEM y el IDM. Estas se han representado para cuatro frecuencias diferentes en la figura 5. Estas frecuencias fueron seleccionadas debido a su importancia (ver figura 4). Las FIDSF parecen tener un comportamiento más lógico en las transiciones direccionales que las obtenidas por el MEM. Para la frecuencia de 0,156 Hz, las diferencias entre el MEM y la FIDSF llegan a ser significativas. La FIDSF tiene al menos tres picos bien definidos

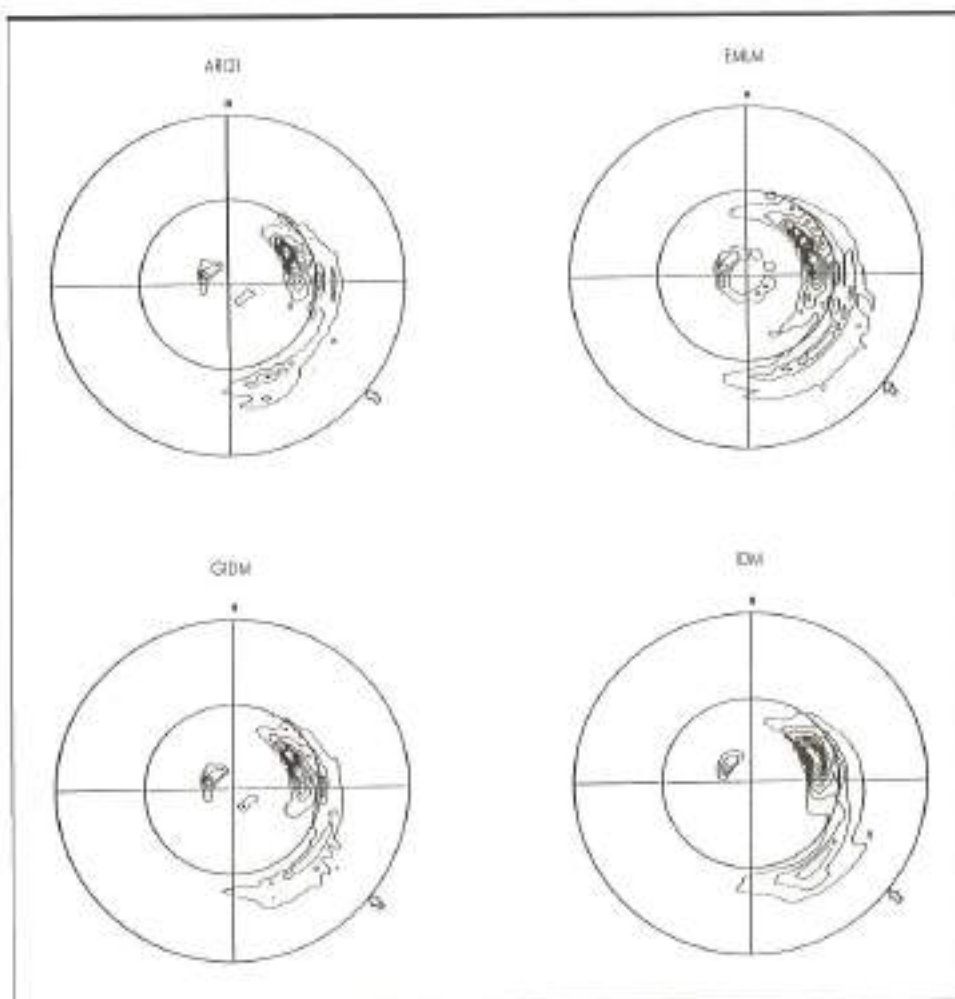


FIGURA 3. Estimo del DW5 utilizando análisis espectral cruzado. MEM señalado con ARZI, EMLM y GDM. IDM obtenido utilizando el IDM. La flecha señala la dirección del viento en el momento del registro. Circunferencia interior 0,2 Hz, exterior 0,4 Hz. Hora del registro 2:59.

mientras que el resultado MEM sólo puede modelar dos de ellos. A pesar de ello el pico que tiene la FIDSF en los 25-45 grados tiene significado físico puesto que ésta es la dirección de propagación de la mayor parte de la energía.

Se puede demostrar que las FIDSF y las interpolaciones obtenidas con el GDM pueden diferir en algunos casos. Ello se debe probablemente a que la distribución de $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ no es conjuntamente normal.

Dada una densidad direccional teórica, se pueden usar simulaciones numéricas para comparar los métodos de interpolación GDM, EMLM, MEM u otros. Como conclusión general se puede decir que su comportamiento es frecuentemente satisfactorio pero para casos especiales algunos de esos métodos pueden dar resultados claramente desviados del de la densidad teórica. Por ejemplo, las interpolaciones MEM tienden a desdoblarse picos simples pero tienen más resolución cuando la verdadera densidad tiene dos picos. El EMLM tiene un comportamiento similar pero la resolución es

más pobre. Las interpolaciones GDM predicen bien densidades unimodales o densidades con dos picos bien separados. Pero su resolución falla para dos picos cercanos. Por tanto, ninguno de estos métodos de interpolación es completamente satisfactorio.

5. CONCLUSIONES

El IDM define una nueva distribución direccional, las FIDSF, que tiene características satisfactorias:

- Tiene una clara interpretación física: la distribución de las direcciones instantáneas de la propagación de la energía.
- Depende de la distribución de probabilidad de la elevación de la superficie.
- Se estima fácilmente a partir de una muestra de la serie temporal mediante un estimador consistente.
- La densidad direccional de direcciones instantáneas integrada en frecuencias se calcula fácilmente a partir de la muestra, evitando el filtrado de paso-banda,

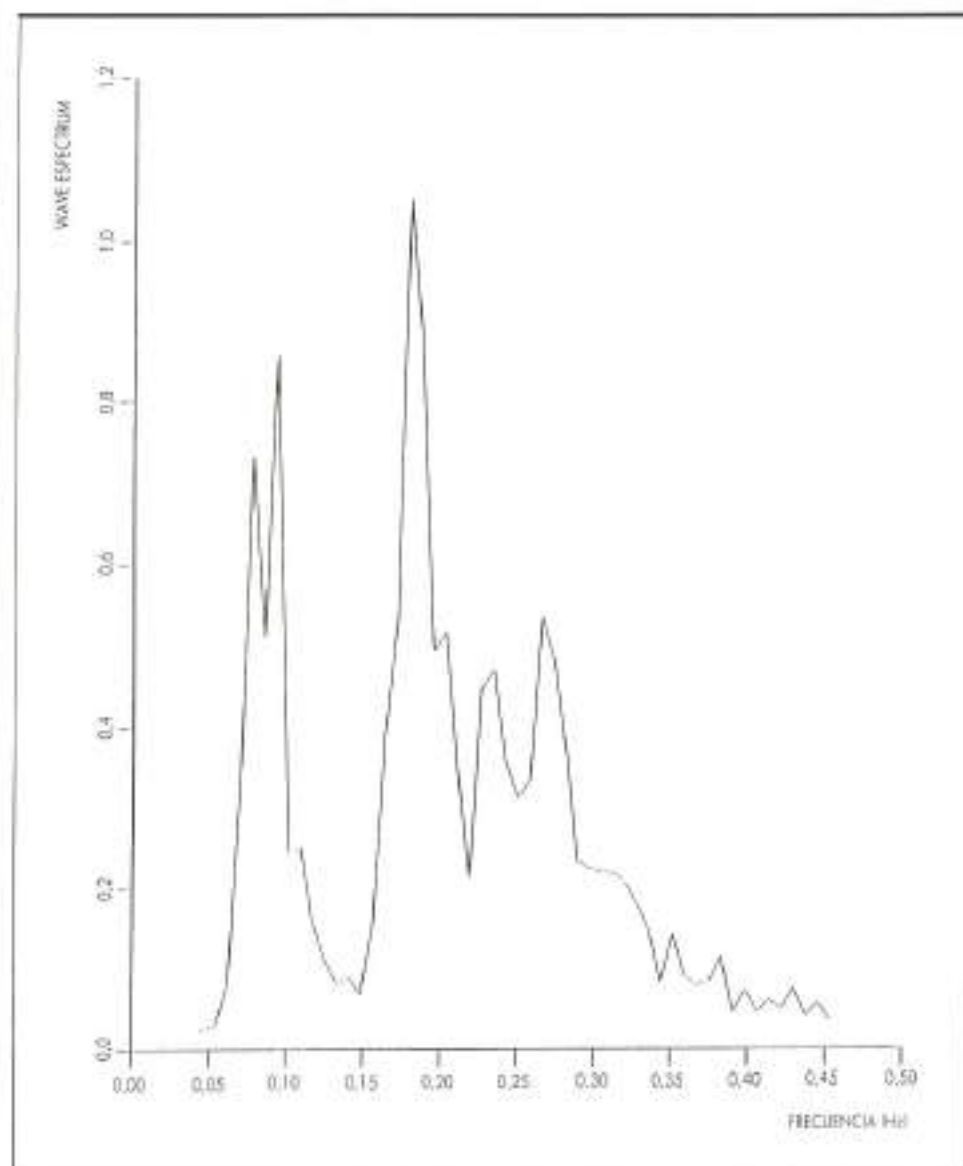


FIGURA 4. Espectro de potencia de elevaciones. Registro de referencia 2.59 h.

y describe las características dominantes del oleaje direccional. Puede ser muy útil para estudios de rutina.

- La GDSF puede considerarse como una nueva técnica de interpolación de las densidades direccionales del DWS.

La determinación completa del DSW requiere, al menos en teoría, un número infinito de sensores a pesar de que esto no ocurre en la práctica. Para la mayor parte de las aplicaciones, el DWS se usa para describir el oleaje en un área pequeña. Por tanto, existe una cierta incongruencia en el hecho de que se necesiten un número infinito de sensores, recorriendo un mar hipotético infi-

nito y estacionario, para describir completamente esa pequeña área. Pero no se puede observar ese mar infinito ni separar las contribuciones direccionales observando una pequeña área. Sólo se pueden observar las combinaciones instantáneas de las contribuciones direccionales, las cuales dependen no sólo del DWS sino de toda la distribución de probabilidad de la elevación de la superficie.

Para aplicaciones de ingeniería, las acciones sobre estructuras «off-shore» se describen en el tiempo mediante su dirección instantánea, su magnitud y su dirección. El IDM proporciona una descripción probabilística de esas acciones instantáneas.

Este estudio ha sido subvencionado por el Programa de Clima Marítimo, Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, España.

REFERENCIAS

1. BARBER, N. F. (1963). Directional Resolving Power of an Array of Wave Detectors, *Ocean Wave Spectra*, Prentice-Hall, New Jersey, pp. 137-150.
 2. LONGUET-HIGGINS, M. S.; CARTWRIGHT, D. E., y SMITH, N. D. (1963). Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy. *Proc. Conf. Ocean Wave Spectra*, Prentice-Hall, 111-132.
 3. ISOBE, M. K.; KONDO, K., y HORIKAWA, K. (1984). Extension of MLM for estimating directional wave spectrum,

Proc. Sympo. Description and Modelling of Directional Seas, paper A-6, 15 p.

4. CAPON, J. (1969). High-resolution frequency-wave-number spectrum analysis. *Proc. IEEE*, 57, 1408-1418.
 5. LYGRE, A., y KROGSTAD, H. E. (1986). Maximum entropy estimation of the directional distribution in ocean wave spectra, *J. Phys. Ocean*, 16, 2062-2069.
 6. LUNDGREN, H., y KLINTING, P. (1987). Rigorous Analysis of Directional Waves, *Proc. Seminar on Wave Analysis and Generation in Laboratory Basins, 22nd Conf. Intern. Assoc. Hydr. Res.*, 31 agosto-4 sept., Lausanne, Switzerland.
 7. HANNAN, E. (1970). *Multiple Time Series*, Wiley, New York.

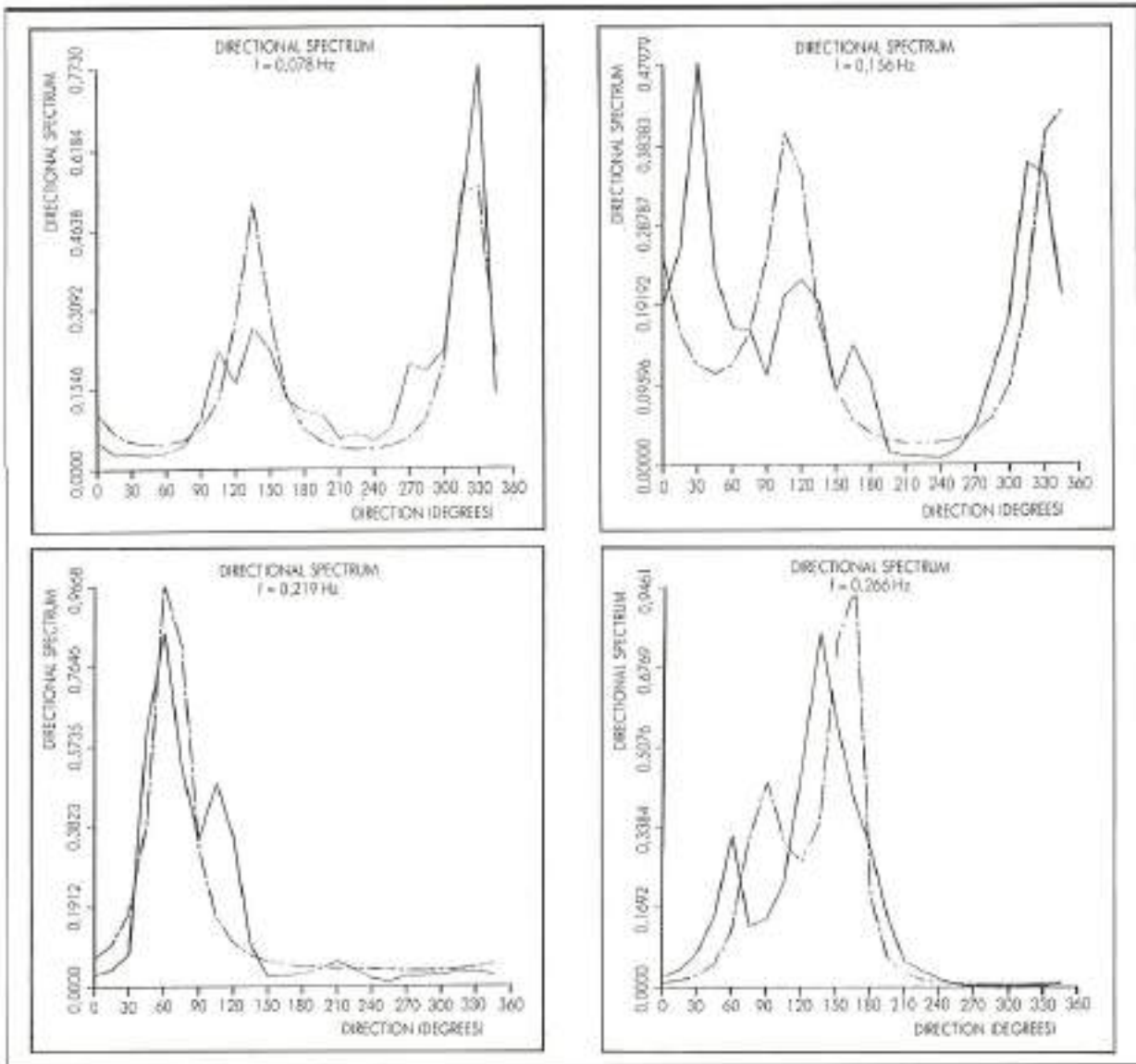


FIGURA 5. Densidades direccionales para diferentes frecuencias del registro de referencia (2-59 h). FDSF líneas continuas, MEM líneas de puntos y trazos.